ΚΟΥΓΙΟΥΜΖΕΛΗ
ΠΕΡΙΣΤΕΡΑΚΗ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΦΥΣΙΚΗΣ I

ΜΗΧΑΝΙΚΗ · ΘΕΡΜΟΤΗΣ

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΝ ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΥ - ΑΘΗΝΑΙ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΤΟΜΟΣ I

Προσφέρεται
ὑπό τῶν συγγραφέων
τιμῆς ἕνεκεν

Θ. Γ. ΚΟΥΓΙΟΥΜΖΕΛΗ
ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΤΟΥ ΕΘΝΙΚΟΥ Μ. ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ, ΓΕΝ. ΓΡΑΜΜΑΤΕΩΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗΣ ΑΤΟΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Σ. Γ. ΠΕΡΙΣΤΕΡΑΚΗ
ΔΡΟΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ, ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΕΠΙΜΕΛΗΤΟΥ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟΥ ΦΥΣΙΚΗΣ ΤΟΥ ΕΘΝΙΚΟΥ ΜΕΤΣΟΒΙΟΥ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΤΟΜΟΣ Ι

ΜΗΧΑΝΙΚΗ • ΘΕΡΜΟΤΗΣ

ΠΡΟΣ ΧΡΗΣΙΝ
ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΤΩΝ ΓΥΜΝΑΣΙΩΝ, ΤΩΝ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ
ΚΑΙ ΤΩΝ ΥΠΟΨΗΦΙΩΝ ΔΙΑ ΤΑΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΤΩΝ ΑΝΩΤΑΤΩΝ ΙΔΡΥΜΑΤΩΝ

ΕΓΚΕΚΡΙΜΕΝΟΝ ΥΠΟ ΤΟΥ ΥΠΟΥΡΓΕΙΟΥ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΕΚΔΟΣΙΣ ΠΕΜΠΤΗ

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΝ
ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΥ
ΟΔΟΣ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ 56-ΑΘΗΝΑΙ
1960

Φ. ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΙΔΗ ΚΑΙ Κ. ΜΙΧΑΛΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Μὲ ἰδιαιτέραν ἱκανοποίησιν παρουσιάζομεν τὴν πέμπτην ἔκδοσιν τοῦ Α' τόμου τῶν «Στοιχείων Φυσικῆς», βιβλίον τὸ ὁποῖον προορίζεται διὰ τοὺς μαθητὰς τῶν Γυμνασίων καὶ τῶν Τεχνικῶν Σχολῶν, ὡς καὶ διὰ τοὺς ἀποφοίτους οἱ ὁποῖοι προτίθενται νὰ προσέλθουν εἰς εἰσαγωγικὰς ἐξετάσεις εἰς τὰς παρ' ἡμῖν Ἀνωτάτας Σχολάς.

Ἀπὸ τοῦ 1947 εἶχεν ὁ εἷς ἐξ ἡμῶν ἀναλάβει, μετὰ τοῦ ἀειμνήστου καθηγητοῦ **Κ. Παλαιολόγου,** τὸ βαρὺ ἔργον τῆς συγγραφῆς ἑνὸς βιβλίου καταλλήλου διὰ τὴν Μέσην Ἐκπαίδευσιν, καθότι τὰ τότε βιβλία τοῦ Γυμνασίου ἦσαν μᾶλλον ἀνατυπώσεις παλαιοτέρων κειμένων ἰσχυόντων πρὸ τοῦ Β' παγκοσμίου πολέμου. Τὴν ἐποχὴν ἐκείνην ἤρχιζεν ἐπίσης διεθνῶς ἡ προσπάθεια τῆς βελτιώσεως τῆς προσφερομένης εἰς τοὺς μαθητὰς ὕλης τῆς Φυσικῆς, τῆς ὁποίας ἡ σημασία ὡς πρωτεύοντος μαθήματος ἐγένετο ὁλονὲν εὐρύτερον παραδεκτή.

Ὡς ἐκ τούτου ἡ προσπάθεια τῶν δύο συγγραφέων ἐχαιρετίσθη μετ' ἐνθουσιασμοῦ ἀπὸ πάσης πλευρᾶς ὡς πρωτοποριακή, αἱ δὲ ἐν συνεχείᾳ ἐκδόσεις ἔφεραν τὸ βιβλίον «Στοιχεῖα Φυσικῆς» εἰς ὑψηλὸν ἐπίπεδον, τὸ ὁποῖον καὶ εὗρεν ἀξιολόγους μιμητάς, πρὸς ὄφελος τῆς Ἑλληνικῆς σπουδαζούσης νεολαίας.

Ὁ ἀνὰ χεῖρας πρῶτος τόμος περιέλαβε τὴν Μηχανικήν, Ὑδρο - ἀεροστατικήν, Ὑδρο - ἀεροδυναμικὴν καὶ Θερμότητα, μεταφερθείσης τῆς Ἀκουστικῆς καὶ τοῦ κεφαλαίου τῶν Ταλαντώσεων ἐκ τῆς Μηχανικῆς εἰς τὸν δεύτερον τόμον, τοῦ ὁποίου ἡ ὕλη θὰ ἀναφέρεται εἰς τὰ Κυματικὰ γενικῶς κεφάλαια τῆς Φυσικῆς, μὲ εἰδίκευσιν εἰς τὴν Ἀκουστικὴν καὶ Ὀπτικήν. Ὁ τρίτος τόμος θὰ περιέχῃ τὸν Μαγνητισμόν, Ἠλεκτρισμὸν καὶ κεφάλαια ἐκ τῆς Νεωτέρας Φυσικῆς, τῆς ὁποίας εἰδικὸν βιβλίον ὑπὸ τὸν τίτλον «Πυρηνικὴ Φυσικὴ» ἐξεδόσαμεν πρό τινος.

Εἰς τὴν παροῦσαν ἔκδοσιν τῶν «Στοιχείων Φυσικῆς» ἐπεκράτησαν αἱ αὐταὶ ἀκριβῶς ἀρχαί, αἱ ὁποῖαι ἐτέθησαν εὐθὺς ἐξ ἀρχῆς καὶ αἱ ὁποῖαι ὡς βάσιν ἔχουν τὴν ἐξύψωσιν τοῦ ἐπιπέδου τῆς διδασκαλίας τῆς Φυσικῆς εἰς τὴν Μέσην Ἐκπαίδευσιν. Ἡ νέα ὅμως δυὰς τῶν συγγραφέων ἀντιμετωπίζει σήμερον μεγαλύτερον ἐκσυγχρονισμὸν ἀπὸ ἐκεῖνον ὅστις ἀντιμετωπίσθη παλαιότερον, καθότι ἡ Φυσικὴ ἔγινε μάθημα, ἐκτὸς πάσης ἀμφισβητήσεως, πρωτεῦον καὶ μᾶλλον κυρίαρχον μετὰ τῶν Μαθηματικῶν, μὲ τὴν ἁλματώδη ἐξέλιξιν τῶν τεχνικῶν ἐπιστημῶν.

Εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῶν διαφόρων κεφαλαίων ἐπεδιώξαμεν κυρίως μεγάλην σαφήνειαν, μεγίστη δὲ προσοχὴ κατεβλήθη εἰς τὴν ἐπιλογὴν τῶν σχημάτων, εἰς τρόπον ὥστε νὰ διευκολύνωμεν ὅσον τὸ δυνατὸν περισσότερον τοὺς μαθητὰς εἰς τὴν κατανόησιν τοῦ κειμένου. Μεγίστην φροντίδα κατεβάλομεν ἐπίσης διὰ τὴν ἀκριβῆ καὶ σαφῆ ἀνάπτυξιν τῶν διαφόρων ἀρχῶν καὶ νόμων τῆς Φυσικῆς, ὡς καὶ διὰ τὴν διευκρίνισιν τῶν διαφόρων φυσικῶν μεγεθῶν, τὰ ὁποῖα εἰσέρχονται εἰς τὴν σπουδὴν τοῦ φυσικοῦ κόσμου. Εὐθὺς ἐξ ἀρχῆς εἰσάγεται ὁ ἀναγνώστης εἰς τὰ συστήματα τῶν μονάδων, τονίζεται δὲ ἡ μεγίστη σημασία, τὴν ὁποίαν ἔχει ἡ βαθεῖα γνῶσις αὐ-

τῶν διὰ τὰς διαφόρους ἐφαρμογὰς τῆς ἐπιστήμης, καὶ ἡ χρησιμότης των διὰ τὴν λύσιν τῶν διαφόρων προβλημάτων τῆς Φυσικῆς.

Ὅσον ἀφορᾷ εἰς τὴν μέθοδον ἐκθέσεως τῶν ποικίλων θεμάτων τῆς Φυσικῆς, ἠκολουθήσαμεν ἀδιστάκτως τὴν ὑπαγορευομένην ἀπὸ τὴν μόνην ὀρθὴν ἔρευναν τοῦ φυσικοῦ κόσμου, τὴν π ε ι ρ α μ α τ ι κ ή ν.

Εἶναι ἀναμφισβήτητον ὅτι ἡ ἔρευνα τῆς Φύσεως εἶναι ἀποδοτική, μόνον ἐφ' ὅσον ἀντλοῦμεν διὰ τοῦ πειράματος ὁλοὲν περισσοτέρας ἀληθείας ἐξ ἐκείνων αἱ ὁποῖαι συνθέτουν τὸν πολύπλοκον ἱστὸν τοῦ φυσικοῦ κόσμου.

Διὰ τοῦτο πρέπει ὁ μαθητὴς νὰ ἐθισθῇ εἰς τὴν ἰδέαν, ὅτι ἡ πειραματικὴ ἔρευνα ὁδηγεῖ εἰς τὴν γνῶσιν τῆς Φύσεως, ὁ δὲ θεωρητικὸς στοχασμὸς καὶ τὰ μαθηματικὰ ὑποβοηθοῦν καὶ προάγουν τὴν ἔρευναν ταύτην. Τὸ γεγονὸς τοῦτο ἀποτελεῖ, ὡς γνωστόν, τὸ ἀσθενὲς σημεῖον τῆς ἀρχαίας ἐπιστήμης, ἡ ὁποία, ὡς ἀγνοοῦσα τὸ πείραμα, δὲν ἠδυνήθη νὰ ἐξέλθῃ τῆς νηπιώδους καταστάσεως, μέχρι τῆς ἐμφανίσεως τοῦ Γ α λ ι λ α ί ο υ. Ταῦτα ἔχοντες ὑπ' ὄψιν ἐδόσαμεν πρωτεύουσαν θέσιν εἰς τὸ πείραμα καὶ ὑποδεικνύομεν τοὺς καλυτέρους δυνατοὺς πειραματισμοὺς πρὸς ἀποκατάστασιν τῶν θεμελιωδῶν ἀρχῶν καὶ νόμων τῆς Φυσικῆς.

Ἡ κατανομὴ τῆς ὕλης γίνεται εἰς τρία μέρη. Οὕτω, ἡ ἐκτύπωσις διὰ μεγάλων στοιχείων ἀποτελεῖ τὸ μέρος τῆς ὕλης ὅπου ἐκτίθενται αἱ ἀρχαὶ καὶ αἱ βάσεις τῆς Φυσικῆς, γνώσεις αἱ ὁποῖαι εἶναι ἀπαραίτητοι διὰ πάντα μαθητήν. Ἡ ἐκτύπωσις διὰ μικροτέρων στοιχείων ἀποτελεῖ τὸ μέρος τῆς ὕλης ὅπου περιγράφονται συσκευαί, δίδονται περισσότεραι ἐξηγήσεις διὰ τὴν κατανόησιν τοῦ κειμένου, ὡς καὶ αἱ ἀριθμητικαὶ ἐφαρμογαὶ τῶν τύπων, αἱ ἀποδείξεις αὐτῶν, ὑπολογισμοὶ καὶ διάφορα ζητήματα καὶ προβλήματα, ὥστε νὰ ἐμπεδοῦται ἡ γνῶσις αὐτῶν. Τέλος αἱ δι' ἀστερίσκου σημειούμεναι παράγραφοι ἀποτελοῦν τὸ μέρος τῆς ὕλης, τὸ ὁποῖον ἀναφέρεται εἰς οὐσιώδη τῆς Φυσικῆς θέματα, δύνανται ὅμως νὰ παραλείπωνται ἄνευ βλάβης τῆς συνοχῆς τῶν ἐννοιῶν, ἰδίως ὅταν ὁ χρόνος δὲν συγχωρῇ τὴν μελέτην αὐτῶν.

Τὴν ὑποδειγματικὴν λύσιν τῶν προβλημάτων τοῦ παρόντος τόμου εὑρίσκει ὁ ἀναγνώστης εἰς ἰδιαίτερον βιβλίον ὑπὸ τὸν τίτλον: Σ. Π ε ρ ι σ τ ε ρ ά κ η, «Ἀ σ κ ή σ ε ι ς Φ υ σ ι κ ῆ ς, τ ό μ ο ς I».

Τοὺς συντελέσαντας εἰς τὴν ἀρτίαν ἐμφάνισιν τοῦ βιβλίου μας, τὸν καλλιτέχνην σχεδιαστὴν κ. Γ ι ά ν ν η ν Π ι κ ρ ό ν, τοὺς διευθυντὰς τοῦ τυπογραφείου κυρίους Φ. Κ ω ν σ τ α ν τ ι ν ί δ η ν καὶ Κ. Μ ι χ α λ ᾶ ν, τὸν κ. Κ. Κ ε φ ά λ α ν, διευθυντὴν τῆς «Ἀθηναϊκῆς Χαρτοποιΐας» καὶ τὸν τσιγκογράφον κ. Ι. Μ α γ κ ο ῦ ζ ο ν, εὐχαριστοῦμεν θερμῶς καὶ ἀπὸ τῆς θέσεως ταύτης. Ἐπίσης ἐκφράζομεν τὰς εὐχαριστίας μας εἰς τὸν κ. Ι. Τ. Π α μ π ο ύ κ η ν διὰ τὴν ἐπιμέλειαν τῶν δοκιμίων.

Παραδίδοντες τὸ βιβλίον τοῦτο εἰς τὴν δημοσιότητα, θέλομεν νὰ πιστεύωμεν ὅτι θὰ συντελέσῃ εἰς τὴν ἐξύψωσιν τοῦ ἐπιπέδου τῶν γνώσεων τῆς Φυσικῆς εἰς τοὺς μαθητὰς καὶ σπουδαστάς, ἐὰν δὲ τοῦτο ἤθελεν ἐπιτευχθῆ, θ' ἀπετέλει δι' ἡμᾶς ὑψίστην ἠθικὴν ἱκανοποίησιν.

Ἀθῆναι Ὀκτώβριος 1960.

Θ. Γ. ΚΟΥΓΙΟΥΜΖΕΛΗΣ
Σ. Γ. ΠΕΡΙΣΤΕΡΑΚΗΣ

ΠΙΝΑΞ ΤΩΝ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

Α' — Στατική.

Β' — Κινηματική.

Γ' — Δυναμική.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1. Περιεχόμενον τῆς Φυσικῆς. Ἡ Φυσικὴ ἀποτελεῖ μίαν τῶν ἀρχαιοτέρων ἐπιστημῶν καὶ ὁ ὅρος Φυσικὴ ἀπαντᾶται διὰ πρώτην φορὰν εἰς τὸν Ἀριστοτέλη (384 - 322 π.Χ.), ὅστις συνέγραψε σύγγραμμα ἀναφερόμενον εἰς τὴν Φυσικὴν διασωθὲν μέχρι τῶν ἡμερῶν μας.

Ὁ ὅρος Φυσική, ὡς καὶ ἡ λέξις τοῦτο δηλοῖ, σημαίνει γενικὴν σπουδὴν τῆς Φύσεως, ἤτοι ἡ Φυσικὴ ἀποτελεῖ τὴν ἐπιστήμην τῆς Φύσεως· ὡς ἐκ τοῦ τρόπου δὲ τῆς ἀναπτύξεως αὐτῆς, συνδέεται στενότατα πρὸς ὅλας τὰς περιοχὰς τῆς γνώσεως, τὰς ὁποίας ἀποκαλοῦμεν φυσικὰς ἐπιστήμας.

Εἰς παλαιοτέραν ἐποχὴν ἡ Φυσικὴ περιελαμβάνετο εἰς τὸν γενικώτερον κλάδον τῆς Φιλοσοφίας τῆς Φύσεως, ἡ ὁποία ὡς ἀντικείμενον μελέτης εἶχε τὰ φαινόμενα, ἅτινα παρατηροῦνται εἰς τὴν ἄνευ ὀργάνων ὕλην. Βραδύτερον ὅμως ἐκ τῆς Φιλοσοφίας τῆς Φύσεως ἀπεσπάσθησαν διάφοροι κλάδοι, οἱ ὁποῖοι ἀποτελοῦν σήμερον ἰδιαιτέρας ἐπιστήμας, ὡς εἶναι ἡ Ἀστρονομία, ἡ Χημεία, ἡ Γεωλογία, ἡ Ὀρυκτολογία κ.ἄ., καὶ οὕτως ἀπέμεινεν ἡ Φυσική, ἥτις ἀσχολεῖται μὲ τὴν σπουδὴν ὡρισμένων μόνον γενικῶν φαινομένων, τὰ ὁποῖα παρατηροῦνται εἰς τὴν ἄνευ ὀργάνων ὕλην, ὡς εἶναι, παραδείγματος χάριν, τὰ φαινόμενα τῆς κινήσεως τῶν σωμάτων, τῆς ἐπ' αὐτῶν ἐπενεργείας τῶν πάσης φύσεως δυνάμεων κ.ο.κ.

Λόγῳ τοῦ ἀνωτέρω συνδέσμου τῶν καλουμένων θετικῶν ἐπιστημῶν πρὸς τὴν Φυσικὴν καὶ δεδομένου ὅτι αὗται ἐκ τῆς Φυσικῆς λαμβάνουν τὰς βασικὰς γνώσεις, τὰς ὁποίας χρησιμοποιοῦν διὰ τὴν περαιτέρω ἀνάπτυξίν των, προκύπτει ἡ θεμελιώδης θέσις, τὴν ὁποίαν κατέχει ἡ Φυσικὴ διὰ τὴν σπουδὴν ἐν γένει τῶν θετικῶν ἐπιστημῶν.

Σήμερον ὅμως, μὲ τὴν καταπληκτικὴν ἐξέλιξιν τὴν ὁποίαν ἔχει λάβει ἡ Φυσική, αἱ γνώσεις ἐκ τῆς Φυσικῆς δὲν εἶναι μόνον σπουδαιοτάτης σημασίας διὰ τοὺς μέλλοντας νὰ τραποῦν πρὸς τὴν σπουδὴν τῶν θετικῶν ἐπιστημῶν, ἀλλ' ἀποτελοῦν, πρὸς τούτοις, ἀπαραίτητον ἐφόδιον διὰ πάντα ἐγκυκλοπαιδικῶς μορφωμένον ἄνθρωπον. Πράγματι σήμερον συναντῶμεν, εἰς τὴν καθημερινήν μας ζωήν, πλῆθος πρακτικῶν ἐφαρμογῶν ἀναφερομένων εἰς τὰς νεωτάτας ἀνακαλύψεις τῆς Φυσικῆς, ὡς π.χ. τὸ ἀεροπλάνον, τὸ ραδιόφωνον, τὴν τηλεόρασιν, ὡς καὶ πλείστας ἄλλας πρακτικὰς ἐφαρμογὰς τοῦ ἠλεκτρισμοῦ, αἱ ὁποῖαι μάλιστα ἔχουν μεταβάλει οὐσιωδῶς καὶ τὸν τρόπον διαβιώσεώς μας. Ὅλαι αἱ πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς Φυσικῆς δύνανται νὰ κατανοηθοῦν μόνον διὰ τῆς συστηματικῆς μελέτης αὐτῆς.

2. Φυσικὰ φαινόμενα καὶ μεγέθη. Ὅταν παρατηροῦμεν τὸν πέριξ ἡμῶν κόσμον, θὰ διαπιστώσωμεν μεταβολὰς τῆς θέσεως ἢ τῶν ἰδιοτήτων τῶν ἀντικειμένων ἢ τοῦ χώρου ὅστις μᾶς περιβάλλει. Τὰς μεταβολὰς αὐτὰς ὀνομάζομεν γενικῶς **φαινόμενα** καὶ τὰ πλεῖστα ἐξ αὐτῶν ἐξετάζει, ὡς ἀνεφέραμεν ἀνωτέρω, ἡ Φυσική.

Εἰς κάθε φυσικὸν φαινόμενον παρουσιάζονται συνεπῶς ἀλλαγαὶ καὶ πρέπει νὰ καθορίσωμεν ποιοτικῶς καὶ ποσοτικῶς τὸ τί ἀλλάζει.

Ὅταν π.χ. θερμαίνωμεν ἕνα σύρμα, παρουσιάζεται αὔξησις τοῦ μήκους (ὄγκου) του, ἐλάττωσις τῆς ἠλεκτρικῆς του ἀγωγιμότητος κ.λ.π. Εἶναι προφανὲς λοιπὸν ὅτι, δύο τοὐλάχιστον ἰδιότητες: α) ὅτι κατέχει τὸ σύρμα τμῆμα τοῦ χώρου καὶ β) ὅτ' εἶναι καλὸς ἀγωγὸς τοῦ ἠλεκτρισμοῦ, ὑπέστησαν μεταβολάς, αὐξηθεῖσαι ἢ μειωθεῖσαι·

Ὀνομάζομεν ὅθεν **φυσικὸν ποσὸν** ἢ **φυσικὸν μέγεθος,** κάθε μέγεθος τὸ ὁποῖον ἐκφράζει μίαν ἰδιότητα καὶ δύναται ν' αὐξομειωθῇ κατὰ τὴν ἐξέλιξιν ἑνὸς φυσικοῦ φαινομένου.

Ἐπειδὴ εἶναι ἀπαραίτητος καὶ ἡ ποσοτικὴ ἔκφρασις ἑκάστου φυσικοῦ μεγέθους, λαμβάνομεν αὐθαιρέτως ἓν ὡρισμένον ὁμοειδὲς μέγεθος καὶ τὸ καλοῦμεν **μονάδα** αὐτοῦ.

Οὕτω ἓν ὡρισμένον τμῆμα μήκους τὸ καλοῦμεν π. χ. ἑκατοστόμετρον, ὁπότε, διὰ συγκρίσεως πρὸς τὸ μῆκος τοῦ σύρματος, λέγομεν ὅτι τὸ σύρμα ἔχει μῆκος α ἑκατοστομέτρων κ.ο.κ.

3. Φυσικὸς νόμος. Ἡ Φυσικὴ ὡς βασικὸν σκοπὸν τῆς ἐρεύνης της θέτει τὴν ἀνεύρεσιν τῶν νόμων, τοὺς ὁποίους ἀκολουθοῦν τὰ φαινόμενα.

Φυσικὸν νόμον φαινομένου τινὸς ὀνομάζομεν τὴν σχέσιν τὴν ὑφισταμένην μεταξὺ τῶν διαφόρων μεγεθῶν, τὰ ὁποῖα ὑπεισέρχονται κατὰ τὴν σπουδὴν τοῦ φαινομένου. Οὕτως, ἐπὶ παραδείγματι, κατὰ τὴν σπουδὴν τοῦ φαινομένου τῆς ἐπιμηκύνσεως, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἐλατήριον ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς τεινούσης αὐτὸ δυνάμεως, ὁ φυσικὸς νόμος ἐκφράζει τὴν σχέσιν τὴν ὑφισταμένην μεταξὺ τοῦ μεγέθους τῆς δυνάμεως (αἴτιον) καὶ τῆς ἀντιστοίχου ἐπιμηκύνσεως (ἀποτέλεσμα). Ἐκ τῆς ἐρεύνης τοῦ φαινομένου τούτου δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν τὴν ἀκόλουθον πρότασιν: «ἡ ἐπιμήκυνσις εἶναι ἀνάλογος τῆς τεινούσης δυνάμεως», ἡ πρότασις δὲ αὐτὴ ἀποτελεῖ, εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν, τὸν φυσικὸν νόμον τοῦ φαινομένου.

4. Παρατήρησις - Πείραμα - Ὑπόθεσις - Θεωρία. Ἡ Φυσικὴ εἰς τὴν προσπάθειάν της πρὸς ἀνεύρεσιν τῶν φυσικῶν νόμων βασίζεται ἐπὶ τῆς παρατηρήσεως, τοῦ πειράματος, ὡς καὶ ἐπὶ τῶν ὑποθέσεων καὶ θεωριῶν.

Ἡ **παρατήρησις** ἐπιτρέπει εἰς ἡμᾶς νὰ συλλέγωμεν γνώσεις ἐκ τῆς ἁπλῆς παρακολουθήσεως τῶν φαινομένων, ὡς ταῦτα παράγονται εἰς τὴν Φύσιν, χωρὶς νὰ ἐπηρεάζωμεν καθ' οἱονδήποτε τρόπον τὴν ἐξέλιξιν αὐτῶν. Ἐν τούτοις ἡ ἄμεσος παρατήρησις δὲν καθιστᾷ πάντοτε δυνατὴν τὴν ἐξαγωγὴν ἀσφαλῶν συμπερασμάτων, διότι τὸ εἰς τὴν Φύσιν συμβαῖνον φαινόμενον δὲν εἶναι ποτὲ μεμονωμένον, ἀλλὰ συνοδεύεται καὶ ὑπὸ ἄλλων φαινομένων καὶ οὕτως ἀγόμεθα εἰς σφαλερὰ συμπεράσματα.

Διὰ τοῦ **πειράματος,** ὁ παρατηρητὴς ἐπιδιώκει τὴν ἁπλοποίησιν τοῦ παρατηρουμένου φαινομένου διὰ τῆς ἀναπαραγωγῆς, κατὰ τὸ δυνατόν, αὐτοῦ μόνον ἐν τῷ ἐργαστηρίῳ ὑπὸ συνθήκας τοιαύτας, ὥστε νὰ ἀποκλείεται ἡ ἐπίδρασις τῶν παραγόντων ἐκείνων, οἱ ὁποῖοι, κατὰ τὴν ἀντίληψίν του, ἐπηρεάζουν τὴν ἐξέλιξιν τοῦ φαινομένου. Ἐκ τῆς κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον σπουδῆς τῶν φαινομένων θὰ προκύψῃ δι' ἕκαστον φαινόμενον καὶ εἷς νόμος, μὲ τὴν πάροδον δὲ τοῦ χρόνου τὸ πλῆθος τῶν φαινομένων θὰ ὡδήγει εἰς πλῆθος νόμων ἀσυνδέτων μεταξύ των, οὕτω δὲ θὰ προέκυπτε μεγάλη δυσχέρεια εἰς τὴν ἐκμάθησιν καὶ ἐφαρμογὴν αὐτῶν. Ὁ σκοπὸς τῆς Φυσικῆς ὡς ἐπιστήμης εἶναι ἀκριβῶς ν' ἀνευρίσκῃ γενικοὺς νόμους, οἱ ὁποῖοι νὰ ἐξηγοῦν περισσότερα κατὰ τὸ δυνατὸν φαινόμενα.

Πρὸς τοῦτο ἡ Φυσικὴ δημιουργεῖ **ὑποθέσεις,** αἵτινες ὅμως ἔχουν πάντοτε ἀνάγκην πειραματικῆς ἐπιβεβαιώσεως. Ἡ ὑπόθεσις, ἐφ' ὅσον δὲν ἀντιτίθεται πρὸς τὸ πείραμα, δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἐπαρκής. Ἡ ἀξία ὅμως μιᾶς ὑποθέσεως καθίσταται τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον μεγαλύτερος εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐπὶ τῇ βάσει αὐτῆς ἑρμηνευομένων φαινομένων.

Ἐφ' ὅσον ὅλα τὰ συμπεράσματα — εἰς τὰ ὁποῖα, ἐπὶ τῇ βάσει τῆς τεθείσης ὑποθέσεως, καταλήγομεν μεταγενεστέρως — ἐπαληθεύονται ὑπὸ τοῦ πειράματος, ἡ ὑπόθεσις ἐξελίσσεται εἰς **θεωρίαν.**

Αἱ ὑποθέσεις καὶ αἱ θεωρίαι παρουσιάζουν τὸ πλεονέκτημα, ὅτι ἔχουν καὶ εὑρετικὸν χαρακτῆρα, διότι πολλάκις ὑποδεικνύουν εἰς ἡμᾶς τὸ εἶδος τῶν πειραμάτων, τὰ ὁποῖα πρέπει νὰ ἐκτελέσωμεν, διὰ τὴν κατανόησιν καὶ ἑρμηνείαν φαινομένων, τὰ ὁποῖα ἄλλως θὰ ἦτο ἀδύνατον νὰ ἐξηγηθοῦν.

Ἄξιον προσοχῆς εἶναι ὅτι, ἐνῷ τὰ ἀποτελέσματα τῶν παρατηρήσεων καὶ τῶν πειραμάτων παραμένουν ἐν τῇ παρόδῳ τοῦ χρόνου, καὶ μάλιστα ἐπὶ τῇ βάσει αὐτῶν δημιουργοῦνται τεχνικοὶ κλάδοι συντελοῦντες εἰς τὴν πρόοδον τοῦ ἀνθρώπου, αἱ θεωρίαι ἔρχονται καὶ παρέρχονται, διότι διαρκῶς εὑρίσκονται ἐν ἐξελίξει.

5. Μέτρησις φυσικῶν μεγεθῶν. Κατὰ τὴν προσπάθειάν μας πρὸς ἀνεύρεσιν τῶν φυσικῶν νόμων διὰ τῆς παρατηρήσεως καὶ τοῦ πειράματος, καταφεύγομεν πάντοτε εἰς μετρήσεις διαφόρων φυσικῶν μεγεθῶν, τὰ ὁποῖα ὑπεισέρχονται εἰς τὸ φαινόμενον.

Καλοῦμεν μέτρησιν φυσικοῦ μεγέθους τὴν σύγκρισιν αὐτοῦ πρὸς ἕτερον ὁμοειδὲς μέγεθος, τὸ ὁποῖον κατόπιν συμφωνίας θεωροῦμεν ὡς μονάδα μετρήσεως.

Τὸ ἀποτέλεσμα τῆς μετρήσεως εἶναι ἡ εὕρεσις ἀριθμοῦ τινος, ὁ ὁποῖος καλεῖται **ἀριθμητικὴ τιμὴ** τοῦ μετρουμένου μεγέθους καὶ δεικνύει πόσας φορὰς τὸ ληφθὲν ὡς μονὰς μέγεθος περιέχεται εἰς τὸ μετρούμενον. Ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ μαζὶ μὲ τὴν μονάδα μετρήσεως ἀποτελεῖ τὸ **μέτρον** τοῦ θεωρουμένου μεγέθους.

Οὕτω διὰ νὰ μετρήσωμεν τὸ μῆκος δοκοῦ, συγκρίνομεν αὐτὸ πρὸς ἕτερον μῆκος, π.χ. ἑνὸς μέτρου. Ἐὰν π.χ. τὸ μῆκος τῆς δοκοῦ εὑρεθῇ ἴσον πρὸς 3,5 μέτρα, ὁ ἀριθμὸς 3,5 εἶναι ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ μετρουμένου μεγέθους.

ΣΥΣΤΗΜΑ ΜΟΝΑΔΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ

6. Θεμελιώδεις καὶ παράγωγοι μονάδες. Συμφώνως πρὸς τὰ ἀνωτέρω (§ 5), δι' ἕκαστον φυσικὸν μέγεθος δέον νὰ ὑφίσταται καὶ ὡρισμένη μονάς. Ἐπειδὴ ὅμως τὰ φυσικὰ μεγέθη εἶναι πάρα πολλὰ καὶ ἡ καθιέρωσις δι' ἕκαστον ἐκ τούτων μιᾶς ἀνεξαρτήτου μονάδος θὰ ἀπετέλει μεγίστην δυσχέρειαν, διότι θὰ ἦτο ἀνθρωπίνως ἀδύνατον νὰ συγκρατήσωμεν εἰς τὴν μνήμην μας τόσον μέγαν ἀριθμὸν ἀνεξαρτήτων μονάδων, ἐπεδιώχθη ἡ συστηματοποίησις τῶν μονάδων τούτων, εἰς τρόπον ὥστε, διὰ καθορισμοῦ μικροῦ ἀριθμοῦ βασικῶν μονάδων, τὰς ὁποίας καλοῦμεν **θεμελιώδεις μονάδας,** νὰ δυνάμεθα νὰ παράγωμεν ἐξ αὐτῶν ὅλας τὰς ὑπολοίπους, αἱ ὁποῖαι καλοῦνται **παράγωγοι μονάδες.**

Οὕτω, ἐὰν ἐκλέξωμεν ὡς θεμελιώδη μονάδα τὸ μῆκος ἑνὸς μέτρου, λαμβάνομεν ὡς παραγώγους μονάδας, διὰ τὸ ἐμβαδὸν ἐπιφανειῶν τὸ τετραγωνικὸν μέτρον καὶ διὰ τὸν ὄγκον τὸ κυβικὸν μέτρον. Οὕτω καθιερώθησαν τὰ **συστήματα μονάδων,** ἐκ τῶν ὁποίων θέλομεν ἀναφέρει δύο: α) τὸ Μετρικὸν σύστημα μονάδων καὶ β) τὸ Τεχνικὸν σύστημα μονάδων.

α) Μετρικὸν σύστημα. Εἰς τὴν Μηχανικὴν τοῦτο θέτει ὡς βάσιν τρία μεγέθη, τὰ ὁποῖα θεωροῦνται ἀνεξάρτητα ἀλλήλων· εἶναι δὲ ταῦτα τὸ **μῆκος,** ἡ **μᾶζα** καὶ ὁ **χρόνος** (Longituto, Massa, Tempus), ἅτινα καλοῦνται θεμελιώδη μεγέθη. Ἐκ τῶν ἀρχικῶν γραμμάτων τῶν λατινικῶν λέξεων χαρακτηρίζεται τὸ μετρικὸν σύστημα ὡς ἀνῆκον εἰς τὴν γενικωτέραν κατηγορίαν **L. M. T.**

β) Τεχνικὸν σύστημα (Τ.Σ.) ἢ Σύστημα M. K*.S. Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ὡς βάσις τίθενται τρία πάλιν θεμελιώδη μεγέθη, τὸ **μῆκος (L)**, ἡ **δύναμις (F)** καὶ ὁ **χρόνος (T)**.

Παρατηροῦμεν ἀμέσως ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ προηγουμένου συστήματος εἶναι διὰ τὸ Τεχνικὸν σύστημα παράγωγον μέγεθος καὶ οὐχὶ θεμελιῶδες καὶ ἀντιστρόφως ἡ δύναμις.

Διὰ νὰ διακριθοῦν δὲ αἱ μονάδες μάζης ἀπὸ τὰς μονάδας δυνάμεως, τίθεται εἷς ἀστερίσκος εἰς τὸ σύμβολον τῶν μονάδων δυνάμεως, διὰ ν' ἀποφευχθῇ τυχὸν σύγχυσις πρὸς τὴν μᾶζαν. Οὕτω 1 gr δηλοῖ ὑλικὸν μάζης ἑνὸς γραμμαρίου, ἐνῷ 1 gr* σημαίνει μόνον τὴν δύναμιν μὲ τὴν ὁποίαν ἕλκει ἡ Γῆ τὸ ἓν γραμμάριον ὑλικοῦ ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας βαρύτητος (Paris). Τοῦτο πάλιν δηλοῖ ὅτι εἶναι δυνατὸν νὰ ἔχωμεν δι' ἐλατηρίου τινὸς ἄσκησιν δυνάμεως 1 gr*, χωρὶς νὰ ὑπάρχῃ ἀπαραιτήτως καὶ μᾶζα 1 gr. Ἤ, ἀντιστρόφως, εἶναι δυνατὸν μᾶζα ἑνὸς χιλιογράμμου ν' ἀσκήσῃ δύναμιν πολλῶν kgr*, ὅπως πράγματι θὰ συνέβαινε, ἂν π.χ. σῶμα ἑνὸς χιλιογράμμου ἦτο κατεσκευασμένον ἐκ σιδήρου καὶ εἵλκετο τόσον ὑπὸ τῆς Γῆς ὅσον καὶ ὑπὸ κάτωθεν αὐτοῦ τεθέντος μαγνήτου.

Ἐπανερχόμενοι εἰς τὸ Μετρικὸν σύστημα, τοῦ ὁποίου ἐφαρμογὴν ἔχομεν καὶ ἐν Ἑλλάδι, διακρίνομεν εἰδικώτερον δύο ἐν χρήσει συστήματα μονάδων, τοῦ ἑνὸς ἔχοντος μεγαλυτέρας τιμῆς μονάδας, τῆς αὐτῆς ὅμως πάντοτε φύσεως, ἤτοι:

α) Τὸ ἀπόλυτον ἢ σύστημα μονάδων C.G.S., μὲ θεμελιώδεις μονάδας τὸ **ἑκατοστόμετρον (1 cm)**, τὸ **γραμμάριον (1 gr)** καὶ τὸ **δευτερόλεπτον (1 sec)** καὶ

β) τὸ σύστημα M.K.S. ἢ **σύστημα GIORGI (Τζιόρτζι)** μὲ θεμελιώδεις μονάδας τὸ **μέτρον (1 m)**, τὸ **χιλιόγραμμον (1 kgr)** καὶ τὸ **δευτερόλεπτον (1 sec)**. Τὸ σύστημα τοῦτο ἐκτοπίζει βαθμιαίως τὸ παλαιότερον χρησιμοποιούμενον σύστημα C.G.S.

Ὁ κατωτέρω πίναξ δεικνύει τὰ θεμελιώδη μεγέθη, τὰς μονάδας καὶ τὰ διεθνῆ σύμβολα τῶν ἀνωτέρω συστημάτων.

Σύστημα μονάδων μετρήσεως.

Ὄνομα	Σύμβολον	Μῆκος, L	Μᾶζα, M	Χρόνος, T
Μετρικὸν σύστημα	C.G.S.	ἑκατοστόμετρον cm	γραμμάριον gr	δευτερόλεπτον sec
	M.K.S.	μέτρον m	χιλιόγραμμον kgr	δευτερόλεπτον sec
Ὄνομα	**Σύμβολον**	**Μῆκος, L**	**Δύναμις, F**	**Χρόνος, T**
Τεχνικὸν σύστημα	M.K*.S.	μέτρον m	χιλιόγραμμον βάρους kgr*	δευτερόλεπτον sec

7. Διαστάσεις καὶ μονάδες τῶν παραγώγων μεγεθῶν. Κάθε φυσικὸν μέγεθος εὑρίσκεται εἰς ὡρισμένην σχέσιν πρὸς τὰ θεμελιώδη μεγέθη καὶ δύναται νὰ παρασταθῇ ὡς συνάρτησις αὐτῶν. Οὕτω π.χ. εἶναι ἐξ ὁρισμοῦ:

$$\text{ἐπιφάνεια} \quad S = \text{μῆκος} \times \text{μῆκος}$$

$$\text{ταχύτης} \quad \upsilon = \frac{\text{μῆκος}}{\text{χρόνος}}$$

Γενικῶς, οἱονδήποτε φυσικὸν μέγεθος A (τοῦ ὁποίου τὴν φύσιν ἀφήνομεν ἀκαθόριστον) ἐκφράζεται, συναρτήσει τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν, εἰς σύστημά τι, π. χ. τὸ L.M.T., ὑπὸ ἐξισώσεως τῆς μορφῆς:

$$[\,A\,] = [\,L^{\alpha} \cdot M^{\beta} \cdot T^{\gamma}\,] \qquad (1)$$

ἡ ὁποία καλεῖται ἐξίσωσις διαστάσεων τοῦ θεωρουμένου μεγέθους καὶ εἰς ἣν οἱ ἐκθέται α, β, γ, οἱ ὁποῖοι δύνανται νὰ εἶναι ἀριθμοὶ ἀκέραιοι ἢ κλασματικοί, θετικοὶ ἢ ἀρνητικοὶ ἢ καὶ μηδέν, καλοῦνται διαστάσεις τοῦ θεωρουμένου μεγέθους εἰς τὸ ἐν λόγῳ σύστημα μονάδων, αἱ δὲ ἀγκύλαι σημαίνουν ὅτι ἡ σχέσις δὲν εἶναι ποσοτική, ἀλλὰ ποιοτική. Π.χ. ὁ τύπος:

$$[\, S \,] = [\, L \,] \cdot [\, L \,] = [\, L^2 \,]$$

ὑποδηλοῖ ὅτι τὸ ἐμβαδὸν ἐπιφανείας S εὑρίσκεται διὰ πολλαπλασιασμοῦ ἑνὸς μήκους ἐπὶ ἄλλο μῆκος, ὡς εἶναι γνωστὸν ἐκ τῆς Γεωμετρίας. Ὁ τύπος οὗτος δύναται νὰ γραφῇ καὶ ὡς ἑξῆς:

$$[\, S \,] = [\, L^2 \cdot M^0 \cdot T^0 \,]$$

ἤτοι ἡ ἐπιφάνεια ἔχει διαστάσεις 2, 0, 0.

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως διαστάσεων εὑρίσκομεν τὴν μονάδα τοῦ μεγέθους A, ἐὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν διαστάσεων, ἀντὶ τῶν συμβόλων τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν, θέσωμεν τὰ σύμβολα τῶν ἀντιστοίχων μονάδων αὐτῶν, ὅτε προκύπτει π.χ. διὰ τὸ C.G.S.:

$$A = cm^{\alpha} \cdot gr^{\beta} \cdot sec^{\gamma}$$

Τὸ μέγεθος A, τὸ ὁποῖον ἐκφράζεται διὰ τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν, ὠνομάσαμεν ἤδη παράγωγον μέγεθος, τὴν δὲ μονάδα αὐτοῦ παράγωγον μονάδα.

Ἐὰν εἶναι $\alpha = \beta = \gamma = 0$, ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων (1) ἀνάγεται εἰς $[\, A \,] = 1$, τοιοῦτον δὲ μέγεθος καλεῖται **ἀδιάστατον** (ἢ **καθαρὸς ἀριθμός**).

Ἐπίσης εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα, οἱονδήποτε φυσικὸν μέγεθος A ἐκφράζεται ὑπὸ ἐξισώσεως τῆς μορφῆς:

$$[\, A \,] = [\, L^{\alpha} \cdot F^{\beta} \cdot T^{\gamma} \,]$$

καὶ διὰ τὴν μονάδα τοῦ θεωρουμένου μεγέθους $A = m^{\alpha} \cdot kgr^{*\beta} \cdot sec^{\gamma}$.

Ὥστε, διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν μονάδα οἱουδήποτε παραγώγου μεγέθους εἰς τὸ Μετρικὸν ἢ τὸ Τεχνικὸν σύστημα, ἀρκεῖ νὰ εὕρωμεν τὴν ἐξίσωσιν διαστάσεων καὶ ἀκολούθως εἰς αὐτὴν νὰ ἀντικαταστήσωμεν τὰ σύμβολα τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν διὰ τῶν συμβόλων τῶν ἀντιστοίχων μονάδων αὐτῶν (*).

8. Εὕρεσις τῆς ἐξισώσεως διαστάσεων καὶ μονάδων. Πρὸς εὕρεσιν τῆς ἐξισώσεως διαστάσεων μεγέθους τινὸς ἀναχωροῦμεν, ὡς ἀνωτέρω εἴδομεν, ἐκ τῆς ἐξισώσεως ὁρισμοῦ αὐτοῦ, ἡ ὁποία δίδεται ἐκ τῆς Γεωμετρίας ἢ τῆς Φυσικῆς. Ἀκολούθως, ἀφοῦ λύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν ὡς πρὸς τὸ ζητούμενον μέγεθος, ἐκφράζομεν πάντα τὰ εἰς τὸ δεύτερον μέλος τῆς ἐξισώσεως ταύτης ὑπεισερχόμενα μεγέθη διὰ τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν, τοῦ συστήματος C.G.S. ἢ τοῦ M.K.S. ἢ τοῦ Τεχνικοῦ συστήματος. Ἐὰν ἡ ἐξίσωσις ὁρισμοῦ περιέχῃ εἰς τὸ δεύτερον μέλος καὶ ἀριθμητικὸν συντελεστήν, οὗτος δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν εἰς τὴν κατάστρωσιν τῆς ἐξισώσεως διαστάσεων, διότι, ὡς εἴδομεν, ἀποτελεῖ ἀδιάστατον μέγεθος.

(*) Ἐξαίρεσιν τοῦ ἀνωτέρω κανόνος ἀποτελεῖ ἡ θερμοκρασία καὶ πάντα τὰ ἐξ αὐτῆς ἐξαρτώμενα μεγέθη (ὡς π.χ. ἡ εἰδικὴ θερμότης, ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς κτλ.), διὰ τὰ ὁποῖα ἡ θερμοκρασία θεωρεῖται ὡς τέταρτον θεμελιῶδες μέγεθος, π.χ. σύστημα [L. M. T. Θ.].

Παραδείγματα. Τὰ ἀκόλουθα παραδείγματα διασαφηνίζουν τὰ ἀνωτέρω ἐκτεθέντα. Ἡ **ταχύτης** ὁρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τοῦ διαστήματος τοῦ διανυθέντος εἰς χρόνον t διὰ τοῦ χρόνου τούτου· ἑπομένως, ἐὰν κινητὸν διανύῃ διάστημα s εἰς χρόνον t, ἡ ἐξίσωσις ὁρισμοῦ τῆς ταχύτητος εἶναι $\upsilon = s/t$, ἡ δὲ ἐξίσωσις διαστάσεων αὐτῆς εἰς τὸ σύστημα C.G.S. εἶναι:

$$[\,\upsilon\,] = \frac{[\,L\,]}{[\,T\,]} = [\,L\,T^{-1}\,]$$

καὶ ἡ μονὰς ταχύτητος εἰς τὸ αὐτὸ σύστημα εἶναι τό: 1 cm/sec.

Ἡ **ἐπιτάχυνσις** ὁρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος κατά τι χρονικὸν διάστημα διὰ τοῦ χρονικοῦ τούτου διαστήματος. Ἐὰν ἡ ταχύτης κινητοῦ μεταβάλλεται κατὰ υ εἰς χρόνον t, ἡ ἐξίσωσις ὁρισμοῦ τῆς ἐπιταχύνσεως εἰς τὸ σύστημα C.G.S. εἶναι: $\gamma = \upsilon/t$, ἡ δὲ ἐξίσωσις διαστάσεων αὐτῆς εἶναι:

$$[\,\gamma\,] = \frac{[\,L\,T^{-1}\,]}{[\,T\,]} = [\,L\,T^{-2}\,]$$

καὶ ἡ μονὰς τῆς ἐπιταχύνσεως εἰς τὸ σύστημα C.G.S. εἶναι τό: 1 cm/sec^2.

Τέλος, ἡ **δύναμις** F ὁρίζεται ὡς γινόμενον τῆς μάζης m ἐπὶ τὴν ἐπιτάχυνσιν γ, ἑπομένως ἡ ἐξίσωσις ὁρισμοῦ αὐτῆς εἶναι $F = m \cdot \gamma$, ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων $[\,F\,] = [\,M\,L\,T^{-2}\,]$ καὶ μονὰς αὐτῆς εἰς τὸ σύστημα C.G.S., τὸ 1 gr·cm·sec^{-2} Ἡ μονὰς αὕτη καλεῖται **δύνη (dyn).**

Ἐκ τῆς Γεωμετρίας εἶναι γνωστόν, ὅτι ἡ γωνία φ ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως $\varphi = s/r$ (ὅπου r ἡ ἀκτὶς τοῦ κύκλου καὶ φ ἡ ἐπίκεντρος γωνία, ἡ ὁποία βαίνει ἐπὶ τόξου μήκους s).

Διὰ νὰ εὕρωμεν τὰς διαστάσεις τῆς γωνίας φ, γράφομεν:

$$[\,\varphi\,] = \frac{[\,s\,]}{[\,r\,]} = \frac{\text{μῆκος}}{\text{μῆκος}} = \frac{[\,L\,]}{[\,L\,]} = L^0 = 1$$

ἄρα ἡ γωνία ἀποτελεῖ ἀδιάστατον μέγεθος.

Ἕτερον ἀδιάστατον μέγεθος εἶναι τὸ μέγεθος $\pi = 3{,}14...$ ἐκφράζον τὸν λόγον τῆς περιφερείας πρὸς τὴν διάμετρον κύκλου. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὰς διαστάσεις τοῦ μεγέθους π, λαμβάνομεν πάλιν τὴν ἐξίσωσιν ὁρισμοῦ αὐτοῦ:

$$\pi = \frac{\text{μῆκος περιφερείας}}{\text{μῆκος διαμέτρου}} \quad \text{ἤτοι:} \quad [\,\pi\,] = \frac{[\,L\,]}{[\,L\,]} = L^{1-1} = L^0 = 1$$

ἐξ οὗ προκύπτει, ὅτι τὸ μέγεθος π εἶναι ἀριθμός, δηλ. ἀποτελεῖ ἀδιάστατον μέγεθος.

Ἀνάλογα ἰσχύουν διὰ τὸ Τεχνικὸν σύστημα. Οὕτω, πρὸς εὕρεσιν τῆς ἐξισώσεως διαστάσεων τῆς μάζης, ἀναχωροῦμεν ἐκ τῆς ἐξισώσεως $m = F/\gamma$· ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων εἶναι:

$$[\,m\,] = [\,F\,L^{-1}\,T^2\,]$$

καὶ ἡ μονὰς μάζης τό: 1 kgr*·m^{-1}·sec^2. Ἡ μονὰς αὕτη καλεῖται **Τεχνικὴ μονὰς μάζης (Τ.Μ. μάζης)** καὶ εἶναι ἴση πρὸς 9,81 kgr, δηλ. περίπου 10 kgr.

9. Σημασία τῶν διαστάσεων. Ἡ γνῶσις τῶν διαστάσεων ἑνὸς μεγέθους ἔχει ὅλως ἰδιάζουσαν σημασίαν εἰς τὰς ἐφαρμογὰς κατὰ τὴν ἐπίλυσιν τῶν διαφόρων προβλημάτων. Οὕτω, κατὰ τὴν ἐπίλυσιν προβλήματός τινος Φυσικῆς, ἐφαρμόζομεν τὸν κατάλληλον ἑκάστοτε τύπον, τὸν ὁποῖον ἐπιλύομεν, ὥστε εἰς τὸ πρῶτον μέλος νὰ ὑπάρχῃ τὸ ἄγνωστον μέγεθος καὶ εἰς τὸ δεύτερον μέλος ὅλα τὰ γνωστὰ μεγέθη, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν τὰ δεδομένα τοῦ προβλήματος.

Διὰ τῆς γνώσεως τῶν διαστάσεων δυνάμεθα πρὸς τούτοις νὰ ἐπαληθεύσωμεν τὴν ὀρθότητα τοῦ τύπου ὡς ἑξῆς: Ὁ χρησιμοποιούμενος τύπος θεωρεῖται ὡς ὀρθός, ἐὰν ἡ ἐξίσωσις ὅλων τῶν ὅρων ἀμφοτέρων τῶν μελῶν τῆς ἐξισώσεως εἶναι, ὡς πρὸς τὰ σύμβολα τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν, τοῦ αὐτοῦ βαθμοῦ ἢ ἄλλως ὁμοιογενής.

Οὕτω, διὰ νὰ διαπιστώσωμεν ἐὰν ὁ τύπος: $\upsilon = \upsilon_0 + \gamma \cdot t$ εἶναι κατ' ἀρχὴν ὀρθός, λαμβάνομεν τὰς διαστάσεις ἀμφοτέρων τῶν μελῶν, ὅτε ἔχομεν:

$$[L\,T^{-1}] = [L\,T^{-1}] + [L\,T^{-2}\,T] = [L\,T^{-1}] + [L\,T^{-1}]$$

ἐξ οὗ βλέπομεν, ὅτι ὅλοι οἱ ὅροι εἶναι τοῦ αὐτοῦ βαθμοῦ ὡς πρὸς L καὶ T.

Ἐὰν ὅμως ἡ ὁμοιογένεια τοῦ τύπου τούτου δὲν ἐπαληθεύεται, τοῦτο δηλοῖ ὅτι ὁ τύπος δὲν εἶναι ὀρθός.

Ἔστω ἤδη ὁ τύπος: $\upsilon^2 = \upsilon_0 + 2\gamma \cdot s$ (βλ. Κεφ. Κινηματικῆς). Διὰ νὰ ἐξακριβώσωμεν, ἐὰν οὗτος εἶναι ὀρθός, ἐκφράζομεν ὅλα τὰ μεγέθη διὰ τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν, ὅτε θὰ ἔχωμεν:

$$[L\,T^{-1}]^2 = [L\,T^{-1}] + [L\,T^{-2}\ L]$$

Ὁ ἀριθμὸς 2 δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν, διότι ἀποτελεῖ ἀδιάστατον μέγεθος. Ἐκτελοῦντες τὰς πράξεις ἔχομεν:

$$[L^2\,T^{-2}] = [L\,T^{-1}] + [L^2\,T^{-2}]$$

Ἐφ' ὅσον εἰς ὅλους τοὺς ὅρους τὰ L καὶ T δὲν εὑρίσκονται μὲ τοὺς ἰδίους ἐκθέτας, ἡ ἐξίσωσις δὲν εἶναι ὁμοιογενὴς καὶ ὁ τύπος εἶναι ἐσφαλμένος, θὰ εἶναι δὲ ὀρθός, ἐὰν γραφῇ: $\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2\gamma \cdot s$.

Ἐπίσης, διὰ τὴν εὕρεσιν τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς ζητουμένου μεγέθους εἰς προβλήματα τῆς Φυσικῆς, πρέπει αἱ τιμαὶ ὅλων τῶν δεδομένων τοῦ προβλήματος, πρὸ τῆς εἰσαγωγῆς αὐτῶν ἐν τῷ τύπῳ καὶ τῆς ἐκτελέσεως τῶν ὑπολογισμῶν, νὰ ἀνάγωνται εἰς ἓν καὶ τὸ αὐτὸ σύστημα μονάδων.

Πρὸς τοῦτο, ἐφ' ὅσον δὲν ὁρίζεται τὸ σύστημα μονάδων, δυνάμεθα ἡμεῖς νὰ ἐκλέγωμεν τὸ σύστημα ἐκεῖνο, διὰ τοῦ ὁποίου φθάνομεν εἰς τὸ ἀποτέλεσμα δι' ὀλιγωτέρων ὑπολογισμῶν καὶ ταχύτερον· ἡ ἐκλογὴ δὲ αὕτη ἀποτελεῖ ζήτημα πείρας.

ΣΥΝΗΘΗ ΦΥΣΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΑΥΤΩΝ

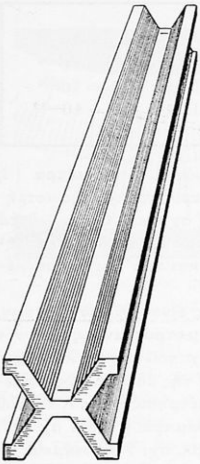
Κατὰ τὴν μελέτην τῆς Φυσικῆς συναντῶμεν μέγα πλῆθος μεγεθῶν, ἐκ τῶν ὁποίων τὰ μᾶλλον συνήθη, γνωστὰ ἐκ τῆς Γεωμετρίας, εἶναι τὸ **μῆκος,** τὸ **ἐμβαδόν,** καὶ ὁ **ὄγκος,** καθὼς καὶ τὰ ἐν τῇ Μηχανικῇ ἀπαντώμενα μεγέθη ὡς ἡ **μᾶζα,** ἡ **δύναμις,** ὁ **χρόνος,** τὸ **βάρος,** ἡ **πυκνότης,** τὸ **εἰδικὸν βάρος** καὶ ἡ **πίεσις,** τὰ ὁποῖα θέλομεν ἐξετάσει συντόμως ἐνταῦθα, ἀπὸ ἀπόψεως διαστάσεων καὶ μονάδων.

10. Μῆκος. Ἡ ἔννοια τοῦ μήκους εἶναι τόσον ἁπλῆ, ὥστε νὰ μὴ εἶναι δυνατὸν νὰ ὁρισθῇ δι' ἄλλων ἁπλουστέρων ἐννοιῶν.

Ὡς μονὰς μετρήσεως τοῦ μήκους εἰς τὸ σύστημα C.G.S. λαμβάνεται, ὡς εἴδομεν, τὸ

1 ἑκατοστόμετρον (1 cm)

τὸ ὁποῖον ἰσοῦται πρὸς τὸ 1/100 τοῦ διεθνοῦς **προτύπου μέτρου** (σχ. 1).



Σχ. 1. Πρότυπον μέτρον.

Εἰς τὸ σύστημα M.K.S. καὶ τὸ Τεχνικὸν σύστημα μονὰς μήκους εἶναι τό:

1 μέτρον (1 m) = 100 cm.

Εἰς παλαιοτέραν ἐποχὴν τὸ μέτρον εἶχεν ὁρισθῇ ὡς τὸ ἓν δεκάκις ἑκατομμυριοστὸν τοῦ ἑνὸς τετάρτου τοῦ μεσημβρινοῦ τῆς Γῆς (βλ. κατωτέρω § 15). Ὁ τοιοῦτος ὅμως καθορισμὸς τῆς μονάδος μήκους ἐθεωρήθη βραδύτερον ὡς μὴ ἐπιστημονικῶς ἀκριβής, διότι τὸ ἀνωτέρω μῆκος ὑφίστατο μεταβολὰς ἐν τῇ παρόδῳ τοῦ χρόνου καὶ ἐπομένως ἡ οὕτω καθορισθεῖσα μονὰς ἦτο μεταβλητὴ μετὰ τοῦ χρόνου.

Σήμερον ὁ ἀνωτέρω ὁρισμὸς ἔχει ἐγκαταλειφθῆ καί τὸ μέτρον καθορίζεται ὑπὸ τοῦ **προτύπου μέτρου**, τὸ ὁποῖον εἶναι ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο χαραγῶν ἐπὶ μεταλλικοῦ κανόνος ἀπὸ ἰριδιοῦχον λευκόχρυσον εἰδικοῦ σχήματος (σχ. 1) καὶ ἡ ὁποία εἶναι περίπου ἴση πρὸς τὸ ἓν δεκάκις ἑκατομμύριοστὸν τοῦ τετάρτου τοῦ μεσημβρινοῦ τῆς Γῆς.

Τὸ πρότυπον τοῦτο μέτρον φυλάσσεται (ἀπὸ τοῦ 1875) εἰς τὸ ἐν Sèvres (Σέβραι) τῆς Γαλλίας Διεθνὲς Γραφεῖον Μέτρων καὶ Σταθμῶν καὶ ἐπὶ τῇ βάσει αὐτοῦ βαθμολογοῦνται ὅλοι οἱ συνήθεις κανόνες, μέτρα, μετροταινίαι κλπ., χρησιμοποιούμενα εἰς τὰς συνήθεις μετρήσεις μήκους.

Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω μονάδων χρησιμοποιοῦνται τὰ πολλαπλάσια ἢ ὑποπολλαπλάσια αὐτῶν:

1 χιλιόμετρον	(1 km)	= 1 000 μέτρα	$= 10^5$ cm
1 δεκατόμετρον	(1 dm)	= 1 / 10 μέτρου	= 10 cm
1 χιλιοστόμετρον	(1 mm)	= 1 / 1 000 μέτρου	$= 10^{-1}$ cm
1 μικρὸν	(1 μ)	= 1 / 1 000 000 μέτρου	$= 10^{-4}$ cm

Εἰς τὴν Ὀπτικὴν καὶ εἰς τὴν Ἀτομικὴν Φυσικήν, προκειμένου νὰ μετρηθοῦν λίαν μικρὰ μήκη (π.χ. τὸ μῆκος κύματος τοῦ φωτός), γίνεται χρῆσις τῆς μονάδος 1 Ångström (Ἄνγκστρεμ, 1Å) εἶναι δέ:

$$1\ \text{Å} = 10^{-8}\ \text{cm}.$$

Εἰς τὴν ναυτιλίαν χρησιμοποιεῖται ἡ μονάς:

1 ναυτικὸν μίλιον = 1852 m

Τὸ μῆκος τοῦτο καθορίζει τὴν ἀπόστασιν δύο σημείων ἑνὸς μεσημβρινοῦ, ἅτινα ὑποτείνουν τόξον ἴσον πρὸς ἓν πρῶτον λεπτὸν τῆς μοίρας.

Εἰς τὴν Ἀστρονομίαν χρησιμοποιεῖται ἡ μονάς:

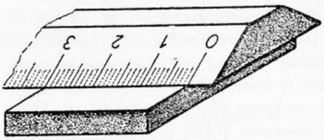
$$1 \text{ ἔτος φωτὸς} = 9\ 460\ 800\ 000\ 000 \text{ χιλιόμετρα} = 9{,}46 \cdot 10^{12}\ \text{km}$$

ἤτοι τὸ διάστημα τὸ διανυόμενον ὑπὸ τοῦ φωτὸς ἐντὸς ἑνὸς ἔτους.

Παρατήρησις. Γενικῶς πρὸς χαρακτηρισμὸν τῶν πολλαπλασίων καὶ ὑποπολλαπλασίων μονάδων τόσον εἰς τὴν Φυσικὴν ὅσον καὶ εἰς τὴν Τεχνικὴν μεταχειριζόμεθα τὰ ἑπόμενα προθέματα:

T — Τέρα = 10^{12}	H — Ἑκατὸ = 10^{2}	m — Χιλιοστὸ = 10^{-3}
G — Γίγα = 10^{9}	D — Δεκὰ = 10^{1}	μ — Μίκρο = 10^{-6}
M — Μέγα = 10^{6}	d — Δεκατὸ = 10^{-1}	n — Νάνο = 10^{-9}
k — Χιλιὸ = 10^{3}	c — Ἑκατοστὸ = 10^{-2}	p — Πίκο = 10^{-12}

Μέτρησις μήκους. Πρὸς μέτρησιν τῶν μηκῶν χρησιμοποιοῦμεν κανόνας, ἤτοι **μέτρα** (ἢ **ὑποδεκάμετρα**)διῃρημένα συνήθως εἰς ἑκατοστὰ ἢ χιλιοστά, ὁ δὲ ἁπλούστερος τρόπος τῆς μετρήσεως εἶναι ὁ διὰ τῆς ἐπιθέσεως (σχ. 2). Οὕτω μὲ τὰ συνήθη ξύλινα ἢ μεταλλικὰ μέτρα δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν μήκη μὲ ἀκρίβειαν 0,1 cm καὶ κατ' ἐκτίμησιν μέχρι 0,05 cm.

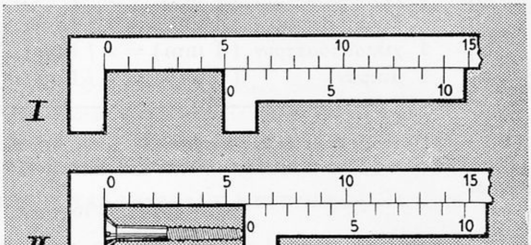


Σχ. 2. Μέτρησις μήκους.

Ὅταν τὸ πρὸς μέτρησιν μῆκος εἶναι πολλῶν μέτρων, τότε ἡ μέτρησις γίνεται διὰ τῆς **μετροταινίας.** Διὰ τὴν μέτρησιν λίαν μικρῶν μηκῶν, π.χ. τοῦ πάχους κυλινδρικοῦ στελέχους, τῆς ἐξωτερικῆς ἢ τῆς ἐσωτερικῆς διαμέτρου κοίλου κυλίνδρου κλπ., ἡ μέτρησις γίνεται διὰ τοῦ **διαστημομέτρου** (κοινῶς καλίμπρα) (βλ. σχ. 6). Ἐπίσης διὰ τοῦ **παχυμέτρου** (βλ. σχ. 7) δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν μὲ μεγάλην ἀκρίβειαν τὸ πάχος ἐλασμάτων, φύλλων χάρτου, ὡς ἐπίσης τὴν διάμετρον συρμάτων ἢ ῥάβδων.

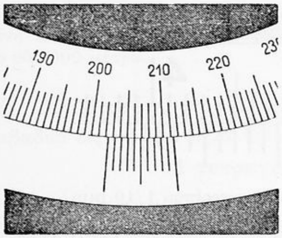
***11. Βερνιέρος.** Διὰ τῶν συνήθων μετρικῶν κανόνων, π.χ. συνήθους ὑποδεκαμέτρου, δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν μήκη μὲ ἀκρίβειαν 0,1 cm καὶ κατ' ἐκτίμησιν μέχρι 0,05 cm. Διὰ τὴν ἀκριβῆ ὅμως ἐκτίμησιν κλασμάτων τῶν ὑποδιαιρέσεων τῆς κυρίας κλίμακος τοῦ μετρικοῦ κανόνος τάξεως μεγέθους 0,01 cm χρησιμοποιεῖται ὁ **βερνιέρος** (σχ. 3).

Οὗτος ἀποτελεῖ κλιμάκιον, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ ὀλισθαίνῃ κατὰ μῆκος τῆς κυρίας κλίμακος, αἱ ὑποδιαιρέσεις του δὲ εἶναι καθ' ὡρισμένην ἀναλογίαν μικρότεραι τῶν ὑποδιαιρέσεων τῆς κυρίας κλίμακος. Ἐὰν π.χ. ἡ ὅλη κλῖμαξ τοῦ βερνιέρου ἔχῃ μῆκος 9 ὑποδιαιρέσεων (π.χ. 9 mm) τῆς κυρίας κλίμακος καὶ εἶναι ὑποδιῃρημένη εἰς 10 ἴσα μέρη, τότε ἑκάστη ὑποδιαίρεσις τοῦ βερνιέρου εἶναι τὰ 9/10 ἑκάστης ὑποδιαιρέσεως τῆς κλίμακος, ἤτοι εἶναι μικροτέρα κατὰ τὸ 1/10 mm αὐτῆς, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 3,I.



Σχ. 3. Βερνιέρος εὐθύγραμμος.
Ἀνάγνωσις: 5,8 mm.

Ἡ ἐκτίμησις διὰ τοῦ βερνιέρου γίνεται ὡς ἀκολούθως. Μετὰ τὴν ῥύθμισιν, ἡ ὁποία συνίσταται εἰς τὸ νὰ φέρωμεν τὴν ἀρχὴν ἢ τὸ μηδὲν τοῦ βερνιέρου εἰς σύμπτωσιν πρὸς τὸ πέρας τοῦ μετρητέου μήκους, ἀναγιγνώσκομεν τὴν ὑποδιαίρεσιν τῆς κλίμακος, τὴν ἀμέσως προηγουμένην τοῦ μηδενὸς τοῦ βερνιέρου, ἔστω δὲ ὅτι αὕτη εἶναι 5, ὡς εἰς τὸ σχῆμα 3,ΙΙ. Ἡ τιμὴ αὐτὴ παρέχει τὸ ἀκέραιον μέρος τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς τοῦ μετρουμένου μήκους, ἵνα δὲ καθορίσωμεν καὶ τὸ δεκαδικὸν μέρος αὐτῆς, δέον νὰ ἐξακριβώσωμεν ποία τῶν διαιρέσεων τοῦ βερνιέρου συμπίπτει πρὸς μίαν τῶν ὑποδιαιρέσεων τῆς κυρίας κλίμακος. Ἐὰν π.χ. αὕτη εἶναι ἡ ὑποδιαίρεσις 8 τοῦ βερνιέρου, τὸ μέτρον τοῦ μήκους εἶναι 5,8 mm.

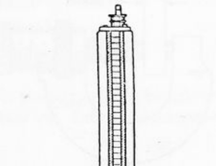


Σχ. 4. Κυκλικὸς βερνιέρος.
Ἀνάγνωσις: 202° 24′.

Γενικῶς, ἐὰν ὁ βερνιέρος ἔχῃ μῆκος n — 1 ὑποδιαιρέσεων τῆς κυρίας κλίμακος καὶ εἶναι ὑποδιῃρημένος εἰς n ἴσα μέρη, παρέχει προσέγγισιν 1/n τῆς ὑποδιαιρέσεως τῆς κυρίας κλίμακος, ὁ δὲ ἀριθμὸς 1/n καλεῖται ἀ ξ ί α τ ο ῦ β ε ρ ν ι έ ρ ο υ. Ὁ ἀνωτέρω περιγραφεὶς βερνιέρος, ἐπειδὴ χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν μέτρησιν μηκῶν, καλεῖται **εὐθύγραμμος βερνιέρος.**

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζεται ὅμοιος βερνιέρος προσηρμοσμένος εἰς κυκλικὰς κλίμακας (π.χ. γωνιομέτρων ἀκριβείας, σακχαρομέτρων κ.λ.) καλούμενος **κυκλικὸς βερνιέρος.** Οὕτω, ἐὰν ἡ κυρία κλῖμαξ εἶναι ὑποδιῃρημένη εἰς μοίρας, ὁ δὲ βερνιέρος ἔχῃ μῆκος 9° καὶ εἶναι ὑποδιῃρημένος εἰς 10 ἴσα μέρη, ἡ ἀξία τοῦ βερνιέρου εἶναι 1/10°, ἢ ὅπερ τὸ αὐτό, 6 πρῶτα λεπτὰ (6′). Ἐὰν λοιπὸν κατὰ τὴν μέτρησιν γωνίας, ἡ ὁποία γίνεται ὁμοίως ὡς καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ εὐθυγράμμου βερνιέρου, τὸ μηδὲν αὐτοῦ συμπίπτῃ μεταξὺ τῶν διαιρέσεων 202° καὶ 203° τῆς κυρίας κλίμακος, τὸ ἀκέραιον μέρος τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς τῆς γωνίας θὰ εἶναι 202° (σχ. 4). Ὅπως εὕρωμεν καὶ τὸ ὑπόλοιπον μέρος αὐτῆς, ἐξετάζομεν ποία διαίρεσις τοῦ βερνιέρου συμπίπτει πρός τινα διαίρεσιν τῆς κυρίας κλίμακος, ἐὰν π.χ. εἶναι ἡ διαίρεσις 4, τότε τὸ ὑπόλοιπον μέρος τῆς γωνίας εἶναι $4 \cdot 6 = 24'$, καὶ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς γωνίας θὰ εἶναι 202° 24′.

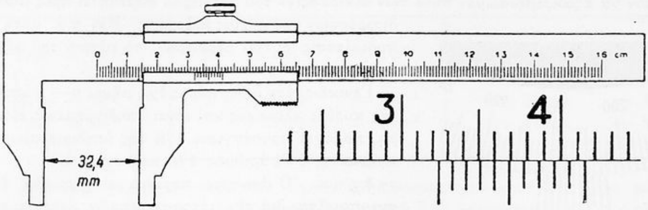
***12. Καθετόμετρον.** Τὸ ὄργανον τοῦτο (σχ. 5) χρησιμεύει εἰς τὴν μέτρησιν τῆς κατακορύφου ἀποστάσεως δύο σημείων. Ἀποτελεῖται ἀπὸ κατακόρυφον κυλινδρικὴν ἢ πρισματικὴν ράβδον δυναμένην νὰ περιστρέφεται περὶ τὸν ἄξονά της. Ἐπὶ τῆς περιστρεφομένης ράβδου, ἡ ὁποία φέρει κλίμακα ὑποδιαιρουμένην συνήθως εἰς χιλιοστόμετρα, δύναται νὰ ὀλισθαίνῃ δρομεὺς φέρων διόπτραν μὲ ὁριζόντιον ὀπτικὸν ἄξονα καὶ βερνιέρον. Σκοπεύομεν διὰ τῆς διόπτρας διαδοχικῶς τὰ δύο σημεῖα, τῶν ὁποίων ζητεῖται ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις, καὶ ἀναγιγνώσκομεν ἑκάστοτε τῇ βοηθείᾳ τοῦ βερνιέρου τὴν θέσιν τῆς διόπτρας ἐπὶ τῆς κλίμακος τῆς ράβδου. Ἡ διαφορὰ τῶν ἀναγνώσεων δίδει τὸ ζητούμενον μέγεθος τῆς ἀποστάσεως.



Σχ. 5. Καθετόμετρον.

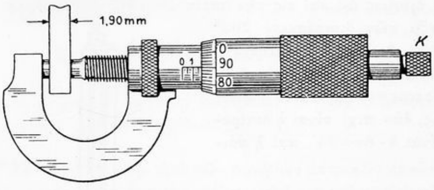
***13. Διαστημόμετρον (κοινῶς καλίμπρα).** Τοῦτο χρησιμεύει διὰ τὴν μέτρησιν λίαν μικρῶν μηκῶν, π.χ. τοῦ πάχους κυλινδρικοῦ στελέχους, τῆς ἐξωτερικῆς ἢ τῆς ἐσωτερικῆς διαμέτρου κοίλου κυλίνδρου κ.λ.π.

Τὸ ὄργανον (σχ. 6) ἀποτελεῖται ἐκ μεταλλικοῦ κανόνος, μήκους συνήθως 10 - 20 cm, διῃρημένου εἰς χιλιοστὰ (mm). Εἰς τὸ ἄκρον φέρει σιαγόνα, ἄλλη δὲ σιαγὼν δύναται νὰ μετακινῆται παραλλήλως πρὸς ἑαυτὴν ἐπὶ τοῦ κανόνος, συνδεδεμένη πρὸς δρομέα φέροντα καὶ βερνιέρον συνήθως εἰς δέκατον. Ἐνίοτε τὸ ἄκρον τῆς σιαγόνος ἔχει καθωρισμένον πάχος (συνήθως 5 mm) οὕτως, ὥστε νὰ δυνάμεθα μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ βερνιέρου νὰ κάμνωμεν μετρήσεις ἐσωτερικῆς διαμέτρου κ.λ. Εἰς τὴν περίπτωσιν ὅμως αὐτὴν πρέπει νὰ προστεθῇ εἰς τὴν ἔνδειξιν τοῦ ὀργάνου καὶ τὸ πάχος τῶν 10 mm τῶν δύο σιαγόνων.



Σχ. 6. Διαστημόμετρον μετὰ βερνιέρου (ἀκρίβεια μετρήσεως περίπου 1/10 mm).

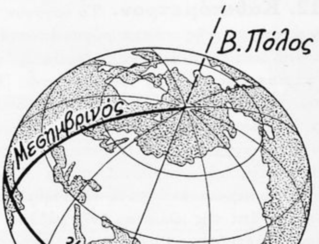
***14. Παχύμετρον (ἢ Μικρόμετρον).** Τοῦτο χρησιμεύει διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ πάχους ἐλασμάτων, φύλλων χάρτου, διαμέτρου συρμάτων ἢ ράβδων, εἶναι δὲ ἀκριβέστατον μέσον πρὸς μέτρησιν μηκῶν. Τὸ ὄργανον (σχ. 7) ἀποτελεῖται ἀπὸ τεμάχιον μεταλλικὸν σχήματος U, τοῦ ὁποίου τὸ ἓν σκέλος φέρει μικρομετρικὸν κοχλίαν ἀπολήγοντα εἰς ἐπίπεδον ἐπιφάνειαν. Τὸ πρὸς μέτρησιν ἀντικείμενον τίθεται μεταξὺ τοῦ ἄκρου τοῦ κοχλίου καὶ τῆς ἔναντι ἐπιπέδου ἐπιφανείας. Ὁ κοχλίας ἔχει συνήθως βῆμα 1 mm, ὅταν δὲ περιστραφῇ τὸ ἐπ' αὐτοῦ προσηρμοσμένον τύμπανον κατὰ μίαν πλήρη στροφήν, τὸ ἄκρον τοῦ κοχλίου προχωρεῖ κατὰ 1 mm. Ὅταν περιστραφῇ κατὰ κλάσμα μιᾶς περιστροφῆς, τὸ ἔμπροσθεν ἄκρον μετακινεῖται κατὰ τὸ αὐτὸ κλάσμα τοῦ χιλιοστομέτρου. Ἐπὶ τοῦ κοχλίου χαράσσεται κύκλος ὑποδιῃρημένος εἰς 100 μέρη, ὁ ὁποῖος ἐπιτρέπει τὴν παρατήρησιν 1/100 μιᾶς πλήρους περιστροφῆς. Ὅταν αἱ ἐπίπεδοι ἐπιφάνειαι βάσεως καὶ κοχλίου ἐφάπτωνται, πρέπει ἡ ὑποδιαίρεσις 0 τῆς κλίμακος καὶ τοῦ τυμπάνου νὰ συμπίπτουν.



Σχ. 7. Παχύμετρον. Μετρᾷ ἀντικείμενον πάχους 1,90 mm.

Ἵνα μὴ συμπιέζεται ἰσχυρῶς τὸ ὑπὸ μέτρησιν σῶμα, ὁ κοχλίας εἶναι ἐφωδιασμένος δι' εἰδικῆς διατάξεως (K) εἰς τρόπον ὥστε, ὅταν ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἔλθῃ εἰς ἐπαφὴν πρὸς τὸ μετρούμενον ἀντικείμενον, πᾶσα περαιτέρω περιστροφὴ τῆς λαβῆς τοῦ κοχλίου νὰ μὴ προκαλῇ προχώρησιν αὐτοῦ. Τὸ παχύμετρον καλεῖται ἐπίσης μικρομετρικὸς κοχλίας (ἢ καὶ Palmer).

Διὰ μετρήσεις ἐπίσης μεγάλης ἀκριβείας χρησιμοποιοῦμεν τὸ σφαιρόμετρον, τὸν παραβολέα (Komparator), τὴν διαιρετικὴν μηχανήν, τὸ προσοφθάλμιον μικρόμετρον κ.λ., τὰ ὁποῖα περιγράφονται ἐν λεπτομερείᾳ εἰς εἰδικὰ συγγράμματα Πρακτικῆς Φυσικῆς.



Σχ. 8. Τὸ μῆκος τοῦ τετάρτου μεσημβρινοῦ τῆς Γῆς σημειοῦται διὰ τῆς παχυτέρας γραμμῆς.

***15. Ὁρισμὸς τετάρτου μεσημβρινοῦ.** Ἐὰν θεωρήσωμεν τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς ὡς ἐπιφάνειαν σφαίρας, τότε ὅλοι οἱ κύκλοι οἱ διερχόμενοι διὰ τῶν δύο πόλων τῆς Γῆς καὶ ἔχοντες ἀκτῖνα ἴσην πρὸς τὴν τῆς Γῆς καλοῦνται **μεσημβρινοί,** ἐνῷ ὁ κύκλος τῆς αὐτῆς ἀκτῖνος πρὸς τὸν τοῦ μεσημβρινοῦ, ὁ διερχόμενος διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς καὶ κάθετος ἐπὶ τῶν μεσημβρινῶν, καλεῖται **ἰσημερινὸς** (σχ. 8).

Τέταρτον τοῦ μεσημβρινοῦ εἶναι ἡ ἀπόστασις ἑνὸς πόλου τῆς Γῆς ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ μετρουμένη κατὰ μῆκος μεσημβρινοῦ, ἔχει δὲ τοῦτο μῆκος 10 002 300 μέτρα ἢ κατὰ προσέγγισιν 10 000 000 μέτρα.

16. Ἐμβαδόν. Ἐκ τῆς μονάδος μήκους 1 ἑκατοστόμετρον, προκύπτει ὡς μονὰς ἐμβαδοῦ εἰς τὸ σύστημα C.G.S. (ἡ ὁποία, ὡς εἴδομεν, εἶναι παράγωγος μονὰς) τό:

1 τετραγωνικὸν ἑκατοστόμετρον (1 cm²)

Εἰς τὸ σύστημα M.K.S. καὶ τὸ Τεχνικὸν σύστημα, ἐφ' ὅσον ὡς μονὰς μήκους ἐξελέγη τὸ 1 m, μονὰς ἐμβαδοῦ θὰ εἶναι τό:

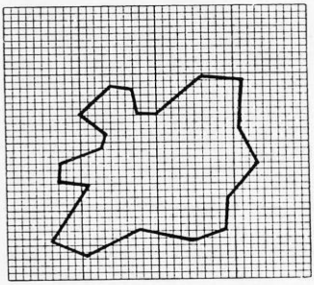
1 τετραγωνικὸν μέτρον (1 m²)

εἶναι δέ: $1\ m^2 = 10\ 000\ cm^2.$

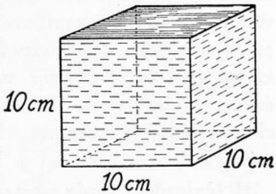
Ἐπίσης εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιοῦμεν ὡς μονάδας ἐμβαδοῦ καὶ τὰς ἑξῆς:

1 στρέμμα (βασιλικὸν)	=	1 000 m²
1 ἑκτάριον	=	10 000 m²
1 τετραγωνικὸς τεκτονικὸς πῆχυς	=	9 / 16 m².

Μέτρησις ἐμβαδοῦ. Προκειμένου περὶ ἐπιφανειῶν ἐχουσῶν ἁπλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα, ὑπολογίζομεν τὸ ἐμβαδὸν διὰ μετρήσεων ὡρισμένων γραμμικῶν διαστάσεων καὶ ἐπὶ τῇ βάσει γνωστῶν τύπων ἐκ τῆς Γεωμετρίας. Εἰς περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ ἐπιφάνεια δὲν ἔχει γεωμετρικὸν σχῆμα, μετροῦμεν αὐτὴν κατὰ προσέγγισιν, ἀφοῦ τὴν χωρίσωμεν εἰς ὅσον τὸ δυνατὸν περισσότερα μέρη. Οὕτω ἐπὶ χιλιοστομετρικοῦ χάρτου (σχ. 9) χαράσσομεν τὸ σχῆμα τῆς ἐπιφανείας καὶ μετροῦμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν περιεχομένων τετραγωνιδίων.



Σχ. 9. Εὕρεσις τοῦ ἐμβαδοῦ ἐπιφανείας τινός.



Σχ. 10. Πραγματοποίησις ὄγκου 1 λίτρου.

17. Ὄγκος. Ἐκ τῆς μονάδος μήκους 1 ἑκατοστόμετρον, προκύπτει ὡς μονὰς ὄγκου εἰς τὸ σύστημα C.G.S. (ἡ ὁποία εἶναι παράγωγος μονὰς) τό:

1 κυβικὸν ἑκατοστόμετρον (1 cm³)

Εἰς τὸ σύστημα M.K.S. καὶ τὸ Τεχνικὸν σύστημα μονὰς ὄγκου εἶναι τό:

1 κυβικὸν μέτρον (1 m³)

Ἐπίσης χρησιμοποιοῦμεν ὡς μονάδα ὄγκου καὶ τό:

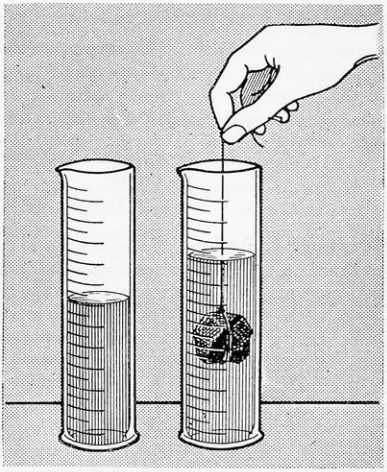
1 λίτρον (1 *lt*)

(σχ. 10), τὸ ὁποῖον παλαιότερον ὠνομάζετο κυβικὴ παλάμη. Εἶναι δέ:

$$\boxed{\begin{aligned} 1\ m^3 &= 1000\ dm^3 = 1\,000\,000\ cm^3 \\ 1\ \text{λίτρον}\ (1\ lt) &= 1000\ cm^3 = 1\ dm^3 \\ 1\ m^3 &= 1000\ \text{λίτρα} \\ 1\ cm^3 &= 10^{-6}\ m^3 \end{aligned}}$$

Μέτρησις ὄγκου. Προκειμένου περὶ μετρήσεως τοῦ ὄγκου σώματος, ἐφ' ὅσον τοῦτο ἔχει ἁπλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα, π.χ. σφαῖρα, κύλινδρος κλπ., ὑπολογίζομεν τὸν ὄγκον διὰ μετρήσεως ὡρισμένων γραμμικῶν διαστάσεων αὐτοῦ καὶ ἐπὶ τῇ βάσει γνωστῶν τύπων ἐκ τῆς Γεωμετρίας.

Ἐὰν τὸ σῶμα δὲν ἔχῃ ἁπλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα, ἐφ' ὅσον μὲν τοῦτο εἶναι στερεόν, ὑπολογίζομεν τὸν ὄγκον αὐτοῦ δι' ἐκτοπίσεως ὑγροῦ εὑρισκομένου εἰς ὀγκομετρικὸν κύλινδρον (σχ. 11), ἐνῷ προκειμένου περὶ ὑγροῦ, δι' ὀγκομετρικῶν κυλίνδρων ἢ φιαλῶν. Προκειμένου περὶ ἀερίων, συλλέγομεν ταῦτα ἐντὸς σωλήνων ὀγκομετρικῶν δι' ἐκτοπίσεως ὑδραργύρου ἢ ὕδατος, ὅτε τῇ βοηθείᾳ τοῦ ὀγκομετρικοῦ σωλῆνος καθορίζομεν τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου. Ἐκτενέστερον θὰ μελετήσωμεν τὰς μετρήσεις αὐτὰς εἰς τὰ εἰδικὰ κεφάλαια.



Σχ. 11. Ὀγκομέτρησις στερεοῦ.

18. Γωνία. Διὰ τὸν ὁρισμὸν τῆς γωνίας τὴν ὁποίαν σχηματίζουν δύο μὴ παράλληλοι εὐθεῖαι, θεωροῦμεν ἕνα κύκλον μὲ κέντρον τὸ σημεῖον O τῆς τομῆς των καὶ ἀκτῖνα r οἱανδήποτε. Οὕτω μεταξὺ δύο εὐθειῶν περιλαμβάνεται ἓν τόξον, μήκους s (σχ. 12).

Ἡ (ἐπίπεδος) γωνία μετρεῖται, ὡς γνωστόν, διὰ τοῦ λόγου τοῦ τόξου, τοῦ ὑποτείνοντος αὐτὴν καὶ ἔχοντος κέντρον τὴν κορυφήν της, πρὸς τὴν ἀκτῖνα, ἤτοι:

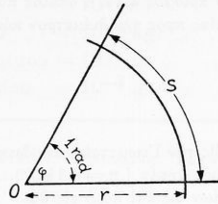
$$\boxed{\varphi = \frac{s}{r}} \qquad (1)$$

ὅπου φ ἡ θεωρουμένη γωνία, s τὸ ὑποτεινόμενον τόξον καὶ r ἡ ἀκτίς. Ἡ γωνία ὡς πηλίκον δύο μηκῶν ἐκφράζεται διὰ καθαροῦ ἀριθμοῦ.

Ὡς μονάδα γωνίας εἰς τὴν πρᾶξιν λαμβάνομεν τὴν **μοῖραν** (**1°**), ἡ ὁποία προκύπτει διὰ ὑποδιαιρέσεως τοῦ κύκλου εἰς 360 ἴσα μέρη. Ἡ μοῖρα ὑποδιαιρεῖται εἰς 60 πρῶτα λεπτά, ἕκαστον δὲ πρῶτον λεπτὸν εἰς 60 δευτερόλεπτα ($1^0 = 60'$, $1' = 60''$).

Ἐπίσης ὡς μονὰς γωνίας εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιεῖται τὸ **ἀκτίνιον (radian)** τὸ ὁποῖον εἶναι ἡ ἐπίκεντρος γωνία, ἥτις βαίνει ἐπὶ τόξου ἔχοντος μῆκος ἴσον πρὸς τὴν ἀκτῖνα (σχ. 12).

Ἡ γωνία ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς πλήρη κύκλον εἶναι 2π ἀκτίνια, καθότι τὸ μῆκος τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου εἶναι ὡς γνωστὸν $2\pi \cdot r$, καὶ ἐκ τοῦ τύπου (1) προκύπτει $\varphi = 2\pi \cdot r / r = 2\pi$· ἤτοι εἰς πλήρη κύκλον ἀντιστοιχοῦν $2 \cdot 3,14$ = περίπου 6 ἀκτίνια.



Σχ. 12. Γωνία ἴση πρὸς 1 ἀκτίνιον.

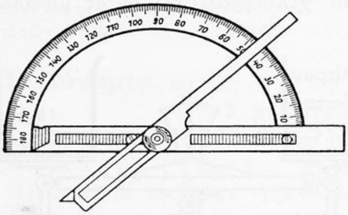
Διὰ τὴν μετατροπὴν μιᾶς γωνίας ἀπὸ ἀκτίνια εἰς μοίρας ἔχομεν :

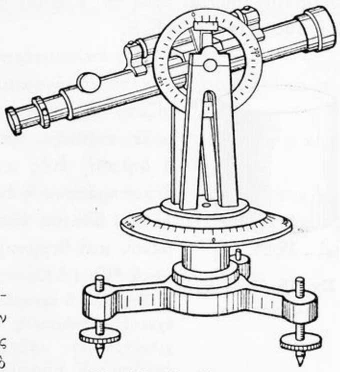
2π ἀκτίνια ἀντιστοιχοῦν εἰς 360^0
1 ἀκτίνιον x ;

$$x = \frac{360^0}{2\pi} = 57,296^0$$

ἤτοι : 1 ἀκτίνιον (1 rad) $= 57,296^0 = 57^0\ 18'$.

Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν γωνιῶν χρησιμοποιοῦνται κύκλοι (γωνιομετρικοὶ κύκλοι), οἵτινες φέρουν ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτῶν διαιρέσεις εἰς μοίρας, ἡμισείας μοίρας κ.ο.κ.


Σχ. 13. Γωνιόμετρον ἐπαφῆς διὰ τὴν μέτρησιν διέδρου γωνίας.


Σχ. 14. Θεοδόλιχος.

Ἡ ἄμεσος μέτρησις τῶν γωνιῶν εἰς τὴν Φυσικὴν γίνεται μὲ τὴν βοήθειαν εἰδικῶν συσκευῶν καλουμένων γ ω ν ι ο μ έ τ ρ ω ν, τῶν ὁποίων διακρίνομεν διαφόρους τύπους, ὡς π.χ. τὰ γωνιόμετρα ἐπαφῆς (σχ. 13), τὸ μοιρογνωμόνιον, τὰ ὀπτικὰ γωνιόμετρα κ.λ.π.

Ὅταν ἐπιζητοῦμεν νὰ μετρήσωμεν γωνίας δύο διευθύνσεων (π.χ. δι' ἀστρονομικὰς ἢ γεωδαιτικὰς παρατηρήσεις), χρησιμοποιοῦμεν συσκευὰς ἀποτελουμένας ἐκ γωνιομετρικοῦ κύκλου καὶ διόπτρας (π.χ. θεοδόλιχος, σχ. 14). Διὰ τῆς διόπτρας σκοπεύομεν διαδοχικῶς τὰς δύο διευθύνσεις, ὁπότε ἡ γωνία δίδεται ὡς ἡ διαφορὰ τῶν ἐπὶ τοῦ γωνιομετρικοῦ κύκλου δύο ἀναγνώσεων.

***19. Μῆκος περιφερείας.** Διὰ νὰ μετρήσωμεν τὴν περιφέρειαν ἑνὸς τροχοῦ, ἀρκεῖ νὰ τοποθετήσωμεν ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ νῆμα, εἰς τρόπον, ὥστε νὰ καλύπτῃ ὅλην τὴν περιφέρειαν αὐτοῦ. Ἐὰν μετρήσωμεν τὸ μῆκος τοῦ νήματος μὲ τὴν βοήθειαν κανόνος, εὑρίσκομεν ὅτι τοῦτο εἶναι ἴσον πρὸς τὸ γινόμενον τοῦ ἀριθμοῦ 3,14 ἐπὶ τὴν διάμετρον (d) τοῦ τροχοῦ. Οὕτως, ἐὰν ὁ τροχὸς ἔχῃ διάμετρον κύκλου d = 50 cm, εὑρίσκομεν ὅτι τὸ μῆκος τῆς περιφερείας αὐτοῦ εἶναι : 3,14 × 50 = 157 cm.

Ὁ ἀριθμὸς 3,14, ὁ ὁποῖος παριστᾷ κατὰ μεγάλην προσέγγισιν τὸν λόγον τοῦ μήκους τῆς περιφερείας πρὸς τὴν διάμετρον κύκλου, παριστᾶται διεθνῶς διὰ τοῦ Ἑλληνικοῦ γράμματος π, ἤτοι :

$$\boxed{\pi = \frac{\text{μῆκος περιφερείας}}{\text{μῆκος διαμέτρου}}}$$

Εἰς τὴν Γεωμετρίαν ἀποδεικνύεται, ὅτι ὁ ἀριθμὸς π εἶναι ἀσύμμετρος, δηλ. περιέχει ἄπειρα δεκαδικὰ ψηφία (π = 3,14159...). Εἰς τὴν πρᾶξιν ὅμως περιορίζομεν τὸν ἀριθμὸν τῶν δεκαδικῶν ψηφίων ὡς ἐπὶ πολὺ εἰς δύο. Ἀντὶ τῆς διαμέτρου d τοῦ κύκλου χρησιμοποιοῦμεν πολλάκις τὴν ἀκτῖνα r, καὶ ἐπειδὴ d = 2 r, θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν :

$$\textbf{μῆκος περιφερείας} = \pi \cdot d = 2\pi \cdot r$$

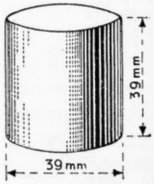
Αἱ γνώσεις αὗται διευκολύνουν τὴν κατανόησιν πολλῶν θεμάτων τῆς Φυσικῆς, ὡς π.χ. τῆς κυκλικῆς ὁμαλῆς κινήσεως, τῆς κεντρομόλου δυνάμεως, τοῦ ἐκκρεμοῦς κ.λ.π.

20. Μᾶζα. Διὰ τοῦ ὅρου μ ᾶ ζ α νοοῦμεν συνήθως τὸ ποσὸν τῆς ὕλης, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς σώματός τινος.

Ὡς μονὰς μάζης εἰς τὸ σύστημα C.G.S. χρησιμοποιεῖται τό:

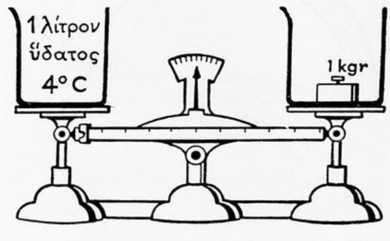
1 γραμμάριον (μάζης)

τὸ ὁποῖον ἰσοῦται πρὸς τὸ 1/1000 τοῦ **προτύπου χιλιογράμμου,** ὄντος μονάδος τοῦ συστήματος M.K.S.



Σχ. 15. Πρότυπον χιλιόγραμμον.

Εἰς παλαιοτέραν ἐποχὴν τὸ χιλιόγραμμον ὡρίζετο διὰ τῆς μάζης μιᾶς κυβικῆς παλάμης (δηλαδὴ ἑνὸς κυβικοῦ δεκατομέτρου ἢ ἑνὸς λίτρου) ὕδατος ἀπεσταγμένου καὶ θερμοκρασίας + 4 °C. (*).



Σχ. 16. Ἕν λίτρον ὕδατος 4 °C ἔχει μᾶζαν 1 χιλιογράμμου.

Σήμερον ὁ ὁρισμὸς οὗτος ἔχει ἐγκαταλειφθῆ καὶ τὸ χιλιόγραμμον μάζης ὁρίζεται ὑπὸ τοῦ **προτύπου χιλιογράμμου,** τὸ ὁποῖον πραγματοποιεῖται ὑπὸ κυλίνδρου ἀπὸ ἰριδιοῦχον λευκόχρυσον (σχ. 15), τοῦ ὁποίου ἡ μᾶζα ἰσοῦται περίπου πρὸς ἓν κυβικὸν δεκατόμετρον (1 λίτρον) ὕδατος ἀπεσταγμένου καὶ θερμοκρασίας 4 °C (σχ. 16). Τὸ πρότυπον χιλιόγραμμον μάζης φυλάσσεται ἐπίσης ὡς καὶ τὸ μέτρον εἰς τὸ Δ ι ε θ ν ὲ ς Γ ρ α φ ε ῖ ο ν Μ έ τ ρ ω ν κ α ὶ Σ τ α θ μ ῶ ν.

Ἐκτὸς τῆς μονάδος 1 γραμμάριον (1 gr), χρησιμοποιοῦμεν καὶ ἄλλας μονάδας, αἱ ὁποῖαι εἶναι εἴτε πολλαπλάσια εἴτε ὑποπολλαπλάσια αὐτῆς καὶ ἀναφέρονται εἰς τὸν ἑπόμενον πίνακα:

(*) Τὸ οὕτως ὁριζόμενον γραμμάριον εἶναι μικρότερον τοῦ σήμερον χρησιμοποιουμένου κατὰ 0,03 ‰.

1 τόννος	(1 t)	= 1000 χιλιόγραμμα	$= 10^3$ kgr
1 χιλιόγραμμον	(1 kgr)	= 1000 γραμμάρια	$= 10^3$ gr
1 γραμμάριον	(1 gr)	= 0,001 χιλιογράμμου	$= 10^{-3}$ kgr
1 χιλιοστόγραμμον	(1 mgr)	= 0,000 001 χιλιογράμμου	$= 10^{-3}$ gr
1 γάμα	(1 γ)	= 0,000 001 γραμμαρίου	$= 10^{-6}$ gr

Εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται ἡ καλουμένη **Τεχνικὴ μονὰς μάζης** (1 Τ.Μ.), εἶναι δέ :

1 Τ.Μ. = 9,81 kgr

ἢ κατὰ προσέγγισιν : 1 Τεχνικὴ μονὰς μάζης = 10 χιλιόγραμμα.

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις εἰς τὴν Φυσικὴν καὶ κυρίως εἰς τὴν Χημείαν ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται τὸ **γραμμομόριον** (σύμβολον Mol). Παριστᾷ δὲ ἓν γραμμομόριον τόσην μᾶζαν εἰς γραμμάρια ἐκ τοῦ θεωρουμένου σώματος, ὅσον εἶναι τὸ μοριακὸν βάρος του. Οὕτω τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἶναι 18, ἑπομένως 1 γραμμομόριον (1 Mol) ὕδατος ἔχει μᾶζαν 18 gr ὕδατος κ.ο.κ.

Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς μάζης ἀντικειμένων ἐκ χρυσοῦ ἢ πολυτίμων λίθων χρησιμοποιοῦμεν ἰδίαν αὐθαίρετον μονάδα τὸ καράτιον, εἶναι δέ :

1 καράτιον = 0,200 gr

Μέτρησις μάζης. Ἡ μέτρησις τῆς μάζης σώματος πραγματοποιεῖται διὰ τοῦ ζυγοῦ. Εἰς τὸν ἕνα τῶν δίσκων τοῦ ζυγοῦ τίθεται τὸ σῶμα, εἰς δὲ τὸ ἕτερον τοποθετοῦμεν σταθμὰ μέχρις ἀποκαταστάσεως τῆς ἰσορροπίας τοῦ ζυγοῦ, ὁπότε τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμῶν τῶν ἀναγραφομένων ἐπὶ τῶν σταθμῶν παρέχει τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος.

21. Δύναμις. α) Εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα μονὰς δυνάμεως εἶναι τό:

1 χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr*)

τοῦ ἀστερίσκου τιθεμένου πρὸς διάκρισιν ἀπὸ τῆς μονάδος μάζης, χιλιόγραμμον μάζης (1 kgr).

Παριστᾷ δὲ τὸ 1 kgr* τὴν δύναμιν, μὲ τὴν ὁποίαν ἕλκει ἡ Γῆ τὸ «πρότυπον χιλιόγραμμον» εἰς τόπον γεωγραφικοῦ πλάτους 45^0 καὶ εἰς τὸ ὕψος τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης.

Ἐκτὸς τῆς μονάδος 1 kgr* χρησιμοποιοῦμεν συνήθως καὶ τὰς ἀκολούθους:

1 γραμμάριον βάρους (1 gr*) $= 10^{-3}$ kgr*

1 τόννος βάρους (1 t*) = 1 000 kgr*

β) Εἰς τὸ Σύστημα C. G. S. μονὰς δυνάμεως εἶναι ἡ:

1 δύνη (1 dyn)

Εἶναι δέ: $$1 \text{ dyn} = \frac{1}{981} \text{ gr*}$$

ἢ κατὰ προσέγγισιν: 1 dyn = 1/1000 gr*. Ὁ ὁρισμὸς τῆς δύνης θὰ δοθῇ περαιτέρω (βλ. Κεφ. Γ' Δυναμική).

γ) Εἰς τὸ Σύστημα M. K. S. μονὰς δυνάμεως εἶναι ἡ:

1 Newton (1N, Νιοῦτον)

ἴση πρὸς 10^5 δύνας, ἤτοι ἴση πρὸς τὴν δύναμιν ἐκείνην, ἡ ὁποία δρῶσα σταθερῶς ἐπὶ ἑνὸς χιλιογράμμου μάζης προσδίδει εἰς αὐτὸ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν 1 μέτρου ἀνὰ δευτερόλεπτον κάθε δευτερόλεπτον.

22. Χρόνος. Ἡ ἔννοια τοῦ χρόνου, ἐφ' ὅσον παραμένομεν εἰς τὸ πλαίσιον τῆς κλασσικῆς Φυσικῆς, δηλαδὴ τῆς Φυσικῆς τῆς ἀναπτυχθείσης μέχρι τῶν ἀρχῶν τοῦ εἰκοστοῦ αἰῶνος, θεωρεῖται ὡς ἔννοια ἁπλῆ καὶ ἐμπειρική, μὴ δυναμένη νὰ ὁρισθῇ δι' ἄλλων ἁπλουστέρων.

Ὡς μονὰς χρόνου καὶ διὰ τὰ δύο συστήματα μονάδων χρησιμεύει τό:

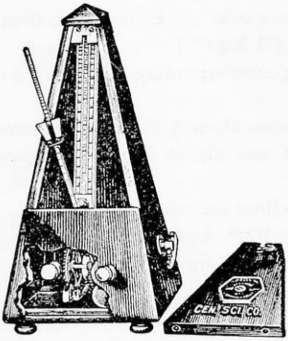
1 δευτερόλεπτον (1 sec)

Τὸ 1 δευτερόλεπτον ὡρίσθη ὡς τὸ 1/86 400 = 1/24 · 60 · 60 μιᾶς μέσης ἡλιακῆς ἡμέρας. (Μέση δὲ ἡλιακὴ ἡμέρα καλεῖται ὁ κατὰ μέσον ὅρον χρόνος, ὁ περιεχόμενος μεταξὺ δύο διαδοχικῶν μεσουρανήσεων τοῦ Ἡλίου).

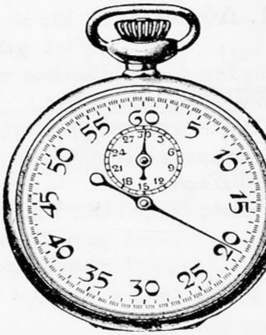
Ὁ κάτωθι πίναξ δεικνύει τὴν ἀντιστοιχίαν τῶν ἐν χρήσει μονάδων χρόνου:

1 ὥρα (1 h)	= 60 λεπτὰ	= 3 600 δευτερόλεπτα
1 λεπτὸν (1 min)	= 1/60 ὥρας	= 60 δευτερόλεπτα
1 δευτερόλεπτον (1 sec)	= 1/3 600 ὥρας	= 1/60 λεπτοῦ

*** Μέτρησις χρόνου.** Διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ χρόνου δύναται νὰ χρησιμεύσῃ οἱονδήποτε περιοδικὸν φαινόμενον, δηλ. φαινόμενον, τὸ ὁποῖον ἐπαναλαμβάνεται καθ' ὅμοιον τρόπον κατ' ἴσα ἀκριβῶς χρονικὰ διαστήματα. Οὕτω π.χ. δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν τὸν χρόνον δι' ἀπαριθμήσεως τῶν κτύπων ἑνὸς μετρονόμου ἢ ἄλλου ὡρολογιακοῦ ἐκκρεμοῦς, χρονομέτρου κλπ.



Σχ. 17. Μετρονόμος.



Σχ. 18. Χρονόμετρον χειρός.

Ὁ **μετρονόμος** (σχ. 17) εἶναι ἐκκρεμὲς ἐφωδιασμένον μὲ ἕνα μηχανισμὸν παραγωγῆς ρυθμικῶν κτυπημάτων, τῶν ὁποίων ὁ ρυθμὸς (περίοδος) δύναται νὰ μεταβληθῇ ἐντὸς εὐρέων ὁρίων διὰ τῆς μετατοπίσεως ἑνὸς μικροῦ δρομέως, ὁ ὁποῖος εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς ράβδου τοῦ ἐκκρεμοῦς. Ὅταν μετατοπίσωμεν τὸν δρομέα πρὸς τὰ ἄνω, ὁ ρυθμὸς τῶν κτυπημάτων γίνεται βραδύτερος, ἐνῷ συμβαίνει τὸ ἀντίθετον διὰ μεταθέσεως τοῦ δρομέως πρὸς τὰ κάτω. Ὄπισθεν τοῦ δρομέως ὑπάρχει κλῖμαξ, ἐπὶ τῆς ὁποίας ἀναγιγνώσκομεν πόσα κτυπήματα κάμνει ὁ μετρονόμος κατὰ δευτερόλεπτον. Οὗτος λειτουργεῖ μὲ ὡρολογιακὸν μηχανισμὸν δι' ἐλατηρίου.

Τὸ **χρονόμετρον** (σχ. 18) εἶναι ὡρολόγιον (τσέπης) μὲ ἕνα μεγάλον δευτερολεπτοδείκτην, ὅστις συνήθως εἰς ἓν λεπτὸν (1 min) ἐκτελεῖ μίαν περιστροφήν. Ἐκτὸς αὐτοῦ εἷς μικρὸς δείκτης ἐκτελεῖ ἐπὶ ἑνὸς μικροτέρου κύκλου μίαν περιστροφὴν εἰς 30 λεπτά. Διὰ πιέσεως ἐπὶ εἰδικοῦ κομβίου τοῦ μηχανισμοῦ τίθεται εἰς λειτουργίαν τὸ χρονόμετρον καὶ ἑπομένως ἡ κίνησις τοῦ δευτερολεπτοδείκτου. Διὰ δευτέρας πιέσεως σταματᾷ ὁ δείκτης καὶ διὰ τρίτης πιέσεως ἐπανέρχονται οἱ δεῖκται εἰς τὸ μηδέν.

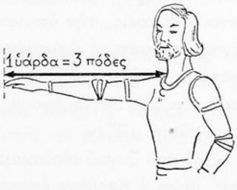
Διὰ τοῦ χρονομέτρου μετροῦμεν τὸν χρόνον, ὅστις ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἐξέλιξιν ἑνὸς φαινομένου, πιέζοντες εἰς τὴν ἀρχὴν καὶ εἰς τὸ τέλος τοῦ φαινομένου τὸ πλῆκτρον. Δυνάμεθα τότε νὰ μετρήσωμεν τὸν κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ παρατηρουμένου φαινομένου μεσολαβήσαντα χρόνον μὲ ἀκρίβειαν 0,1 καὶ 0,01 δευτερολέπτου.

***23. Μονάδες ἀγγλοσαξωνικῶν χωρῶν.** Οἱ Ἀγγλοσάξωνες χρησιμοποιοῦν εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς ἀντίστοιχα συστήματα μονάδων, ὡς τὸ F.P.S., καὶ δή: ὡς μονάδα μήκους τὸν **πόδα** (1 foot), ὡς μονάδα μάζης τὴν **λίμπραν** (1 pound) καὶ ὡς μονάδα χρόνου τὸ **δευτερόλεπτον** (1 sec). Ἐκτὸς ὅμως αὐτοῦ χρησιμοποιοῦν οὗτοι καὶ τὸ σύστημα, εἰς τὸ ὁποῖον ὡς μονὰς δυνάμεως λαμβάνεται τὸ βάρος μάζης 1 λίμπρας, ὡς μονὰς μήκους ὁ πούς καὶ ὡς μονὰς χρόνου τὸ δευτερόλεπτον. Ὁ κάτωθι πίναξ δεικνύει τὴν ἀντιστοιχίαν τῶν διαφόρων μονάδων.

Μονάδες ἀγγλοσαξωνικῶν χωρῶν	
Μῆκος	**Ἐμβαδὸν**
1 ἴντζα (in) = 2,54 cm	1 τετρ. ἴντζα (1 in²) = 6,452 cm²
1 πούς (ft = foot) = 12 in = 30,5 cm	1 τετρ. πούς (1 ft²) = 0,093 m²
1 ὑάρδα (yd) = 3 ft = 0,914 m	1 τετρ. μίλιον (1 mile²) = 2,59 km²
1 ἀγγλικὸν μίλιον (mile) = 1,609 km	
Ὄγκος	**Μᾶζα**
1 κυβικὴ ἴντζα (1 in³) = 16,387 cm²	1 οὐγγία (1 oz. Av) = 28,35 gr
1 κυβικὸς πούς (1 ft³) = 0,0283 m³	1 λίμπρα (1 lb = pound) = 453,6 gr
1 κυβικὴ ὑάρδα (1 yd³) = 0,765 m³	1 κόκκος (1 grain) = 64,8 mgr
1 γαλόνιον U.S. (1 gal) = 3,785 lt	1 τόννος (1 ton = 2 000 lb) = 907,18 kgr

Τὸ γαλόνιον ὑποδιαιρεῖται εἰς 4 κουάρτ (qt) καὶ ἕκαστον κουάρτ εἰς 2 πίντας (pt). Εἰς τὴν Ἑλλάδα καὶ τὴν Μ. Βρεττανίαν τὸ γαλόνιον ὁρίζεται ὡς: 1 British gallon = 4,546 lt.

Τὸ μῆκος τῆς ὑάρδας ἔχει ληφθῆ ἴσον πρὸς τὸ μῆκος τοῦ βραχίονος τοῦ Ἑρρίκου 1ου Βασιλέως τῆς Ἀγγλίας (τὸ 1101), ἀπὸ τοῦ λαιμοῦ μέχρι τοῦ ἄκρου τοῦ μέσου δακτύλου του (σχ. 19).



Σχ. 19. Διὰ τὸν καθορισμὸν τοῦ μήκους τῆς ὑάρδας.

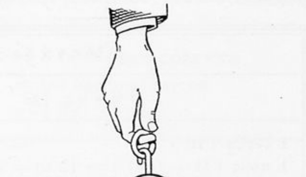
Γενικῶς παρατηροῦμεν εἰς τὴν Φυσικὴν ὅτι τὸ περιεχόμενον τῶν φυσικῶν νόμων οὐδόλως μεταβάλλεται οἱαδήποτε αὐθαιρεσία καὶ ἂν ὑπάρξῃ ὡς πρὸς τὴν ἐκλογὴν τῶν θεμελιωδῶν μονάδων, τόσον εἰς τὸ Μετρικὸν σύστημα καὶ εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα, ὅσον καὶ εἰς τὰς ἀγγλοσαξωνικὰς μονάδας. Θὰ ἠδύνατο π.χ. τὸ μῆκος τοῦ μέτρου ἢ ὁ πούς νὰ εἶχον ἐκλεγῆ μεγαλύτερα ἢ μικρότερα τῶν ἤδη χρησιμοποιουμένων χωρὶς νὰ μεταβληθοῦν οἱ φυσικοὶ νόμοι.

24. Βάρος. Ἡ ὕλη παρουσιάζει τὴν ἰδιότητα νὰ ἔχῃ βάρος, δηλαδὴ νὰ ἕλκεται ὑπὸ τῆς Γῆς.

Τὴν δύναμιν μὲ τὴν ὁποίαν ἕλκει ἡ Γῆ ἓν οἱονδήποτε ὑλικὸν σῶμα εὑρισκόμενον πλησίον αὐτῆς, καλοῦμεν β ά ρ ο ς τοῦ σώματος. Ἕνεκα τοῦ βάρους του, ὅταν ὑλικὸν σῶμα κρατῆται εἰς ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους καὶ ἀφεθῇ ἐλεύθερον, πίπτει εἰς τὸ ἔδαφος.

Ὡς βασικὴ μονὰς βάρους εἰς τοὺς τεχνικοὺς ὑπολογισμοὺς χρησιμοποιεῖται τὸ 1 χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr*). Ἐπίσης χρησιμοποιεῖται καὶ τὸ 1 γραμμάριον βάρους (1 gr*). Εἶναι δὲ 1 γραμμάριον βάρους (1 gr*) $= 0{,}01$ kgr* $= 10^{-3}$ kgr*.

25. Βάρος καὶ μᾶζα. Εὐθὺς ἐξ ἀρχῆς κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς Φυσικῆς πρέπει νὰ τονισθῇ, ὅτι β ά ρ ο ς καὶ μ ᾶ ζ α εἶναι φυσικὰ μεγέθη ἐντελῶς διάφορα, μολονότι πολλάκις ἐκφράζονται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ. Οὕτω λέγομεν, ὅτι σῶμα, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζαν 1 kgr, ἔχει καὶ βάρος 1 kgr*, ἐν τούτοις διὰ τῶν δύο ἀνωτέρω ἐκφράσεων νοοῦμεν διάφορα ἐντελῶς πράγματα. Ὅταν λέγωμεν, ὅτι σῶμα ἔχει μᾶζαν 1 kgr, νοοῦμεν ὅτι τὸ σῶμα τοῦτο περικλείει ποσὸν ὕλης ἴσον πρὸς 1 kgr, ἐνῷ ὅταν λέγωμεν, ὅτι τὸ αὐτὸ σῶμα ἔχει βάρος 1 kgr*, νοοῦμεν ὅτι ἡ Γῆ ἕλκει πρὸς ἑαυτὴν τὸ σῶμα τοῦτο μὲ δύναμιν 1 kgr* καὶ ἑπομένως, διὰ νὰ κρατήσωμεν τὸ σῶμα τοῦτο, πρέπει νὰ καταβάλωμεν μυϊκὴν δύναμιν ἴσην πρὸς 1 kgr*, ἵνα ἐξουδετερώσωμεν τὸ βάρος αὐτοῦ (σχ. 20).



Σχ. 20. Μᾶζα 1 kgr ἕλκεται ὑπὸ τῆς Γῆς διὰ δυνάμεως 1 kgr*.

Μία οὐσιώδης διαφορὰ μεταξὺ μάζης καὶ βάρους εἶναι ἡ ἀκόλουθος. Ἡ μᾶζα ἑνὸς σώματος παραμένει ἡ αὐτή, ὁπουδήποτε ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς καὶ ἂν μεταφερθῇ τὸ σῶμα. Τὸ βάρος ὅμως τοῦ σώματος ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ τόπου, διότι, ὡς θὰ ἴδωμεν λεπτομερῶς εἰς ἄλλην θέσιν, ἡ ἑλκτικὴ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ἡ Γῆ ἐπὶ ὑλικοῦ τινος σώματος ὡρισμένης μάζης, μεταβάλλεται μετὰ τοῦ τόπου. Εἰς τὸν αὐτὸν ὅμως τόπον δύο σώματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν τὸ αὐτὸ βάρος, ἔχουν καὶ τὴν αὐτὴν μᾶζαν.

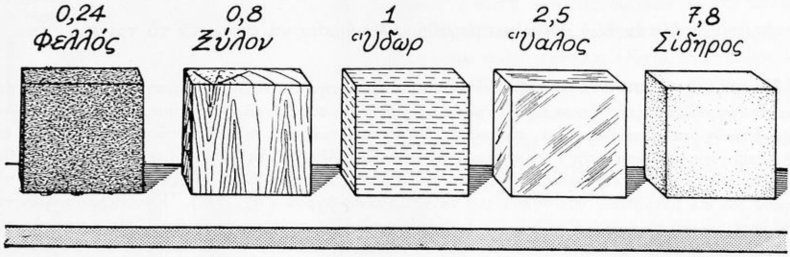
Διὰ τοῦ ζυγοῦ εὑρίσκομεν τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος, διότι ἡ βαρύτης ἐπενεργεῖ ἐπ' ἀμφοτέρων τῶν δίσκων τοῦ ζυγοῦ, ἐνῷ ἀντιθέτως διὰ τοῦ δυναμομέτρου μετροῦμεν τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ ἐξ αὐτοῦ τὴν μᾶζαν, δι' οὓς λόγους ἐκθέτομεν ἀνωτέρω.

26. Πυκνότης. **Ἡ π υ κ ν ό τ η ς ἑνὸς σώματος ὁρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τῆς μάζης του διὰ τοῦ ὄγκου αὐτοῦ, ὑποτιθεμένου ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ σώματος εἶναι τελείως ὁμοιομόρφως πλήρης ἐκ τῆς αὐτῆς ὕλης.**

Οὕτως ἐὰν m ἡ μᾶζα τοῦ σώματος καὶ V ὁ ὄγκος αὐτοῦ, ἡ πυκνότης αὐτοῦ (ρ) ὁρίζεται ἐκ τοῦ πηλίκου:

$$\boxed{\text{πυκνότης} = \frac{\text{μᾶζα}}{\text{ὄγκος}}} \quad \text{ἤτοι :} \quad \boxed{\rho = \frac{m}{V}} \qquad (1)$$

δηλ. ἡ πυκνότης ἐκφράζει τὴν μᾶζαν τὴν περιεχομένην εἰς τὴν μονάδα ὄγκου τοῦ σώματος (σχ. 21).



Σχ. 21. Διάφορα σώματα ὑπὸ τὸν αὐτὸν ὄγκον ἔχουν διάφορον μᾶζαν. Ἐὰν δὲ ὁ ὄγκος ἰσοῦται πρὸς 1 cm^3, οἱ ἀντιστοίχως σημειούμενοι ἀριθμοὶ παρέχουν τὴν πυκνότητα εἰς gr/cm^3.

Συνήθως ἡ πυκνότης δίδεται λαμβανομένου τοῦ γραμμαρίου (gr) ὡς μονάδος μάζης καὶ τοῦ κυβικοῦ ἑκατοστοῦ (cm^3) ὡς μονάδος ὄγκου, ὁπότε ἡ π υ κ ν ό τ η ς ἐ κ φ ρ ά ζ ε τ α ι ε ἰ ς γ ρ α μ μ ά ρ ι α μ ά ζ η ς κ α τ ὰ κ υ β ι κ ὸ ν ἑ κ α τ ο σ τ ὸ ν (gr/cm^3).

Ἐκ τοῦ τύπου (1) προκύπτει ὅτι:

$$m = V \cdot \rho \quad \text{ἤτοι:} \quad \text{μᾶζα} = \text{ὄγκος} \times \text{πυκνότης}.$$

Δοθέντων δύο ἐκ τῶν ἀνωτέρω μεγεθῶν, δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὸ τρίτον.

27. Εἰδικὸν βάρος. **Τὸ ε ἰ δ ι κ ὸ ν β ά ρ ο ς σώματος ὁρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τοῦ βάρους τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου του, ὑποτιθεμένου ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ σώματος εἶναι τελείως καὶ ὁμοιομόρφως πλήρης ὕλης.**

Οὕτως ἐὰν Β τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ V ὁ ὄγκος αὐτοῦ, τὸ εἰδικὸν βάρος (ε) ἐκφράζεται διὰ τῆς σχέσεως:

$$\boxed{\text{εἰδικὸν βάρος} = \frac{\text{βάρος}}{\text{ὄγκος}}} \quad \text{ἤτοι :} \quad \boxed{\varepsilon = \frac{B}{V}} \qquad (1)$$

δηλ. τὸ εἰδικὸν βάρος ἀντιστοιχεῖ πρὸς τὸ βάρος τῆς μονάδος ὄγκου τοῦ σώματος.

Συνήθως τὸ εἰδικὸν βάρος δίδεται λαμβανομένου τοῦ γραμμαρίου (gr*) ὡς μονάδος βάρους καὶ τοῦ κυβικοῦ ἑκατοστοῦ (cm^3) ὡς μονάδος ὄγκου, ὁπότε τὸ εἰδικὸν βάρος ἐκφράζεται εἰς γραμμάρια βάρους κατὰ κυβικὸν ἑκατοστὸν (gr*/cm^3).

Ὅταν ἡ πυκνότης ἐκφράζεται εἰς gr/cm^3, καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος εἰς gr*/cm^3, ἀμφότερα τὰ μεγέθη παρίστανται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ. Οὕτως, ἡ πυκνότης τοῦ χαλκοῦ εἶναι 8,93 gr/cm^3, ἀλλὰ καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος αὐτοῦ εἶναι 8,93 gr*/cm^3. Ἕνεκα τοῦ ἀνωτέρω λόγου γίνεται πολλάκις, ἂν καὶ τοῦτο δὲν εἶναι ὀρθόν, χρῆσις τῶν ὅρων πυκνότης καὶ εἰδικὸν βάρος ἀδιακρίτως, διότι ἐκ τῶν ἀνωτέρω ὁρισμῶν συνάγεται σαφῶς, ὅτι πυκνότης καὶ εἰδικὸν βάρος ἀποτελοῦν μεγέθη οὐσιωδῶς διάφορα, ἀκριβῶς ὅπως μᾶζα καὶ βάρος ἀποτελοῦν μεγέθη ἐπίσης οὐσιωδῶς διάφορα.

Ἐκ τοῦ τύπου (1) προκύπτει ὅτι:

$$B = V \cdot \varepsilon, \quad \text{ἤτοι:} \quad \text{βάρος} = \text{ὄγκος} \times \text{εἰδικὸν βάρος}.$$

Δοθέντων δύο ἐκ τῶν ἀνωτέρω μεγεθῶν, δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὸ τρίτον.

*** Μέτρησις τῆς πυκνότητος.** Διὰ νὰ μετρήσωμεν τὴν πυκνότητα σώματος ἀρκεῖ νὰ μετρήσωμεν τὴν μᾶζαν καὶ τὸν ὄγκον του. Ἡ μᾶζα μετρᾶται διὰ τοῦ ζυγοῦ. Ὁ ὄγκος, ἐφ' ὅσον τὸ σῶμα ἔχει ἁπλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα, εὑρίσκεται διὰ καταμετρήσεως τῶν διαστάσεων αὐτοῦ καὶ ἐπὶ τῇ βάσει γνωστῶν τύπων τῆς Γεωμετρίας. Ἐὰν τὸ σῶμα δὲν ἔχῃ ἁπλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα, βυθίζομεν αὐτὸ ἐντὸς ὀγκομετρικοῦ κυλίνδρου περιέχοντος ὕδωρ ἢ ἄλλο ὑγρὸν καὶ εὑρίσκομεν τὸν ὄγκον του διὰ μετρήσεως τοῦ ὄγκου τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ (σχ. 11). Ἐὰν ἐκφράσωμεν τὴν μᾶζαν εἰς gr καὶ τὸν ὄγκον εἰς cm^3, διὰ διαιρέσεως τῶν δύο τούτων ἀριθμῶν εὑρίσκομεν τὴν πυκνότητα εἰς gr/cm^3, ὁπότε, συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ θὰ ἐκφράζεται εἰς gr*/cm^3 καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος.

Παραδείγματα εἰδικῶν βαρῶν (εἰς gr*/cm^3)

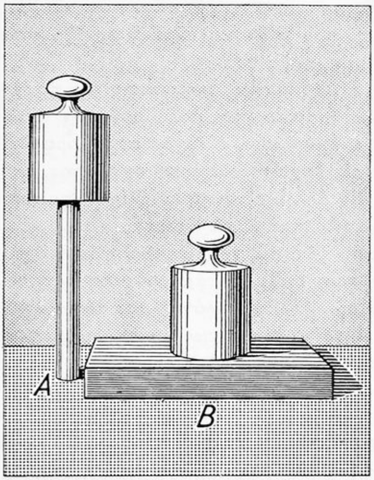
Στερεὰ				Ἀέρια	
Φελλὸς	0,24	Ἄργυρος	10,5	εἰς θερμοκρασίαν 0 °C καὶ πίεσιν 1 Atm.	
Ξύλον (δρυὸς)	0,80	Μόλυβδος	11,3		
Πάγος	0,92	Χρυσὸς	19,3		
Κηρὸς	0,96	Λευκόχρυσος	21,4	Ὑδρογόνον	0,000 09
Ἄνθραξ	1,8	**Ὑγρὰ**		Ἥλιον	0,000 18
Ὕαλος	2,5	Βενζίνη	0,72	Ἄζωτον	0,000 25
Μάρμαρον	2,7	Αἰθὴρ	0,72	Ἀὴρ	0,001 29
Ἀργίλιον	2,7	Οἰνόπνευμα	0,79	CO_2	0,002
Ἀδάμας	3,5	Πετρέλαιον	0,85	Φωταέριον	0,000 5
Σίδηρος	7,8	Ἐλαιόλαδον	0,91		
Ὀρείχαλκος	8,6	Ὕδωρ	1,00		
Χαλκὸς	8,9	Ὑδράργυρος	13,6		

28. Πίεσις. Διὰ τοῦ ὅρου πίεσις νοοῦμεν τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως τῆς ἀσκουμένης ἐπὶ ἐπιφανείας τινὸς διὰ τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς ἐπιφανείας.

Οὕτως, ἐὰν F ἡ δύναμις ἡ ἐπενεργοῦσα ὁμοιομόρφως ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας S, τότε ἡ πίεσις p ἐκφράζεται διὰ τῆς σχέσεως:

$$\boxed{\text{πίεσις} = \frac{\text{δύναμις ἐξασκουμένη ἐπὶ ἐπιφανείας}}{\text{ἐμβαδὸν ἐπιφανείας}}} \quad \text{ἢ} \quad \boxed{p = \frac{F}{S}}$$

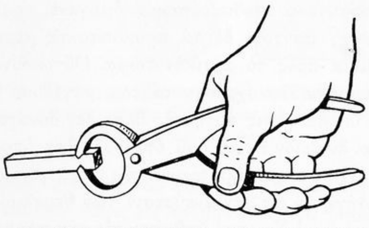
Συνήθως, ὅταν ἡ δύναμις ἐκφράζεται εἰς χιλιόγραμμα βάρους (kgr*) καὶ ἡ ἐπιφάνεια εἰς τετραγωνικὰ ἑκατοστὰ (cm^2), ἡ πίεσις θὰ ἐκφράζεται εἰς kgr*/cm^2, ὀνομάζεται δὲ ἡ πίεσις αὕτη **τεχνικὴ ἀτμόσφαιρα** (1 at). Εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων ἡ πίεσις ἐκφράζεται εἰς kgr*/m^2.



Σχ. 22. Εἰς A ἡ πίεσις εἶναι μεγάλη, διότι ἡ δύναμις κατανέμεται ἐπὶ μικρᾶς ἐπιφανείας. Εἰς B ἡ πίεσις εἶναι μικρά, διότι ἡ αὐτὴ δύναμις κατανέμεται ἐπὶ μεγάλης ἐπιφανείας.

Ὅταν μία δύναμις διανέμεται ὁμοιομόρφως ἐπὶ μεγάλης ἐπιφανείας, ἡ ἀναπτυσσομένη πίεσις εἶναι μικρὰ (σχ. 22). Ὅταν ὅμως ἡ αὐτὴ δύναμις διανέμεται ἐπὶ πολὺ μικρᾶς ἐπιφανείας, ἡ ἀναπτυσσομένη πίεσις εἶναι πολὺ μεγάλη. Οὕτω, ὅταν ἄνθρωπος βαδίζῃ εἰς χιονοσκεπὲς ἔδαφος καὶ χρησιμοποιῇ χιονοπέδιλα, αὐξάνει ἡ ἐπιφάνεια ἐπαφῆς του μετὰ τῆς χιόνος καὶ δὲν βυθίζεται, διότι ἡ πίεσις εἶναι μικρά, ἐνῷ ἐὰν βαδίζῃ μὲ τὰ ὑποδήματά του βυθίζεται ἐντὸς τῆς χιόνος, διότι τὸ βάρος του κατανέμεται ἐπὶ τῆς σχετικῶς μικρᾶς ἐπιφανείας τῶν ὑποδημάτων του.

Διὰ τὴν κίνησιν βαρέος ὀχήματος ἐπὶ μαλακοῦ ἐδάφους ἐπαυξάνουν τὴν ἐπιφάνειαν τῶν συνήθων τροχῶν δι' ἑρπιστριῶν, οὕτω δὲ τὸ βάρος τοῦ ὀχήματος διανέμεται ἐπὶ μεγαλυτέρας ἐπιφανείας, ὡς τοῦτο ἐφαρμόζεται εἰς τοὺς τροχοὺς τῶν τρακτὲρ καὶ τῶν πολεμικῶν ὀχημάτων (τὰνκς κλπ.). Ἀντιθέτως τὰ κοπτερὰ ὄργανα, ὡς π. χ. μαχαῖρι, ψαλίδι, ξυράφι, τανάλια (σχ. 23) κλπ. ὡς καὶ βελόναι, καρφία, ἔχουν ἐπιφάνειαν ἐπαφῆς μετὰ τῶν ἀντικειμένων πολὺ μικρὰν καὶ διὰ τοῦτο εἶναι λίαν διεισδυτικά.



Σχ. 22 α. Ἡ ἀσκουμένη δύναμις κατανέμεται ἐπὶ μικρᾶς ἐπιφανείας.

29. Ὕλη καὶ φυσικαὶ καταστάσεις αὐτῆς. Μακροχρόνιοι πειραματικαὶ ἔρευναι κατέδειξαν, ὅτι ἡ ὕλη οὔτε ἐκ τοῦ μηδενὸς δύναται νὰ δημιουργηθῇ, ἀλλ' ούτε καὶ ἡ ὑπάρχουσα ὕλη δύναται νὰ ἐκμηδενισθῇ, καὶ ὅτι, κατὰ τὴν ἐξέλιξιν τῶν διαφόρων φαινομένων, ἡ ὕλη ὑφίσταται ἁπλῶς μεταβολὴν τῆς μορφῆς της. Ὡς ἐκ τούτου, δεχόμεθα εἰς τὴν Φυσικήν, τὸ ἀξίωμα τῆς ἀφθαρσίας τῆς ὕλης, τὸ ὁποῖον συχνάκις καλεῖται καὶ ἀξίωμα τῆς διατηρήσεως τῆς ὕλης καὶ διατυποῦται ὡς ἑξῆς: **«Ἡ ὕλη οὔτε καταστρέφεται, ἀλλ' οὔτε καὶ ἐκ τοῦ μηδενὸς δύναται νὰ δημιουργηθῇ».** Ἡ ὕλη, καὶ ἐπομένως τὰ ἀποτελούμενα ἐξ αὐτῆς φυσικὰ σώματα, ἐμφανίζεται εἰς τὴν φύσιν ὑπὸ τρεῖς βασικὰς καταστάσεις ἢ μορφάς, τὴν στερεάν, τὴν ὑγρὰν καὶ τὴν ἀέριον.

Τὰ **στερεὰ** σώματα παρουσιάζουν πολὺ μεγάλην ἀντίστασιν εἰς πᾶσαν μεταβολήν, εἴτε τοῦ ὄγκου εἴτε τοῦ σχήματος αὐτῶν, ὡς ἐκ τούτου δὲ δυσκόλως παραμορφοῦνται καὶ εἶναι εἰς λίαν μικρὸν βαθμὸν συμπιεστά.

Τὰ **ὑγρὰ** σώματα παρουσιάζουν ἐλαχίστην ἢ μηδαμινὴν ἀντίστασιν εἰς πᾶσαν μεταβολὴν τοῦ σχήματος αὐτῶν, ἐνῷ ἀντιθέτως ἀντιτάσσουν πολὺ μεγάλην ἀντίστασιν εἰς πᾶσαν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου αὐτῶν. Ὡς ἐκ τούτου, τὰ ὑγρὰ παραμορφοῦνται εὐχερῶς, π.χ. διὰ τῆς μεταγγίσεως αὐτῶν εἰς δοχεῖα διαφόρου σχήματος, ὅτε λαμβάνουν τὸ σχῆμα τοῦ περιέχοντος δοχείου. Ἐξ ἄλλου εἶναι πολὺ ὀλίγον συμπιεστά, ἀλλ' ἐν πάσῃ περιπτώσει περισσότερον συμπιεστὰ ἀπὸ τὰ στερεά.

Τὰ **ἀέρια** σώματα δὲν παρουσιάζουν ἀντίστασιν οὔτε εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματος αὐτῶν οὔτε εἰς τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου αὐτῶν, ἐνῷ ἀντιτάσσουν μικρὰν ἀντίστασιν εἰς τὴν μείωσιν τοῦ ὄγκου αὐτῶν. Ἕνεκα τῶν ἀνωτέρω λόγων, τὰ ἀέρια ἀποτελοῦν σώματα, τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ ὑποστοῦν οἱανδήποτε παραμόρφωσιν σχήματος, εἶναι εὐκόλως συμπιεστά, ἐνῷ ἐξ ἄλλου ἔχουν τὴν ἱκανότητα νὰ διατείνωνται καὶ νὰ καταλαμβάνουν ὁλόκληρον τὸν προσφερόμενον εἰς αὐτὰ χῶρον.

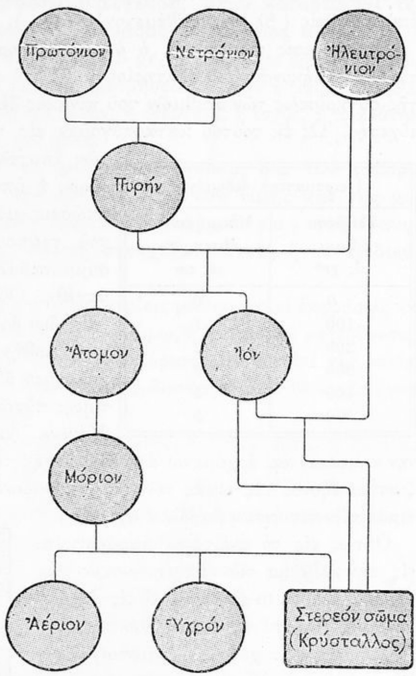
30. Γενικαὶ γνώσεις ἐπὶ τῆς συγκροτήσεως τῆς ὕλης καὶ τοῦ ὑλικοῦ ἀτόμου. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν, ὅτι ἡ ὕλη εἶναι διαιρετή, διότι δυνάμεθα πάντοτε νὰ ὑποδιαιρέσωμεν ὁμογενὲς σῶμα στερεόν, ὑγρὸν ἢ ἀέριον εἰς μικρότερα μέρη, πάντοτε δὲ τὰ προκύπτοντα μέρη εἶναι, ὡς πρὸς τὴν συγκρότησιν αὐτῶν, ὅμοια πρὸς τὸ ἀρχικὸν σῶμα. Οὕτω δυνάμεθα νὰ παρασκευάσωμεν φύλλα χρυσοῦ ἢ σύρματα λευκοχρύσου τάξεως μεγέθους 0,1 mm ἕως 0,000 01 mm. Ἐν τούτοις ἡ ὑποδιαίρεσις αὕτη τῆς ὕλης δὲν δύναται νὰ συνεχισθῇ ἐπ' ἄπειρον, ἀλλ' ὑφίσταται ἓν ὅριον πέραν τοῦ ὁποίου πᾶσα ὑποδιαίρεσις εἶναι ἀδύνατος.

Ἡ συστηματικὴ ἔρευνα τῆς ὕλης, γενομένη ἀρχικῶς διὰ τῶν μεθόδων τῆς Χημείας, ὡδήγησεν εἰς τὴν ἀνεύρεσιν τῶν θεμελιωδῶν νόμων τῆς Χημείας, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ὁποίων οἱ Χημικοὶ ἤχθησαν εἰς τὴν παραδοχήν, ὅτι **ἡ ὕλη συγκροτεῖται ἐξ ἀτόμων καὶ μορίων,** οὕτω δὲ διεμόρφωσαν τὴν νεωτέραν **ἀτομικὴν θεωρίαν τῆς ὕλης,** τὴν ὁποίαν πρὸ δύο περίπου χιλιετηρίδων εἶχον διαισθανθῆ οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες φιλόσοφοι Δημόκριτος καὶ Λεύκιππος.

Ἡ νεωτέρα ἀτομικὴ θεωρία δέχεται, ὅτι ἡ ὕλη ἀποτελεῖται ἐξ ἀπειροελαχίστων σωματιδίων μὴ περαιτέρω διαιρετῶν οὔτε διὰ χημικῶν οὔτε διὰ φυσικῶν μεθόδων. Τὰ ἀπειροελάχιστα ταῦτα σωματίδια ἐκλήθησαν **ἄτομα.**

Τὰ ἄτομα ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ σώματος εἶναι ὁμοειδῆ καὶ ἔχουν πάντοτε τὴν αὐτὴν μᾶζαν, ἐνῷ τὰ ἄτομα δύο διαφορετικῶν ἁπλῶν σωμάτων εἶναι ἀνομοειδῆ καὶ διαφέρουν πρῶτον μὲν ὡς πρὸς τὴν μᾶζαν αὐτῶν καὶ κατὰ δεύτερον λόγον ὡς πρὸς τὰς ἰδιότητας αὐτῶν. Ἐνῷ δὲ τὰ ἄτομα ἐθεωροῦντο ὡς ἀπειροελάχιστα σωματίδια, ἐκ τῶν ὁποίων συγκροτοῦνται τὰ ἁπλᾶ σώματα, διὰ τὰ σύνθετα σώματα παρεδέχοντο, ὅτι συνίσταντο ἐκ **μορίων,** τὰ ὁποῖα ὅμως διὰ χημικῆς ἐπενεργείας ἦτο δυνατὸν νὰ διασπασθοῦν εἰς τὰ συγκροτοῦντα αὐτὰ ἄτομα. Αἱ διαστάσεις τῶν μορίων εἶναι λίαν μικραί, ἐὰν δὲ φαντασθῶμεν αὐτὰ ὡς ἔχοντα σχῆμα σφαιρικόν, ἡ διάμετρος αὐτῶν εἶναι τάξεως μεγέθους 10^{-8} cm, ἤτοι 1 Ångström (Ἄνγκστρεμ). Σήμερον γνωρίζομεν, ὅτι εἰς ἓν γραμμομόριον οἱουδήποτε σώματος περιέχονται $6{,}06 \cdot 10^{23}$ μόρια.

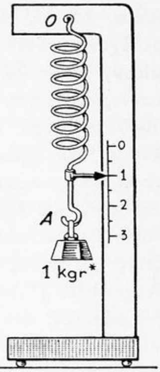
Νεώτεραι ἔρευναι κατέδειξαν, ὅτι τὸ ὑλικὸν ἄτομον δὲν ἀποτελεῖ τὸ τελευταῖον ὅριον διαιρετότητος τῆς ὕλης, ἀλλ' ὅτι καὶ τὸ ὑλικὸν ἄτομον ἀποτελεῖται ἐξ ἀκόμη μικροτέρων σωματιδίων, εἴτε ἠλεκτρικῶς φορτισμένων εἴτε ἄνευ φορτίου. Ὡς δὲ θὰ ἴδωμεν εἰς ἄλλην θέσιν, τὸ ὑλικὸ ἄτομον θεωρεῖται ὡς συγκροτούμενον ἐκ θετικῶς φορτισμένων σωματιδίων, τῶν **πρωτονίων,** ἐκ σωματιδίων ἀρνητικῶς ἠλεκτρισμένων, τῶν **ἠλεκτρονίων,** καὶ ἐκ σωματιδίων ἐστερημένων ἠλεκτρικοῦ φορτίου, τῶν **νετρονίων.** Τὸ φορτίον τῶν θετικῶς φορτισμένων σωματιδίων εἶναι ἀκριβῶς ἴσον πρὸς τὸ φορτίον τῶν ἀρνητικῶς φορτισμένων, εἰς τρόπον ὥστε τὸ ὑλικὸν ἄτομον ἐμφανίζεται εἰς τὸν ἔξω κόσμον ὡς ἠλεκτρικῶς οὐδέτερον.



Σχ. 23. Τὰ στοιχειώδη συστατικὰ τοῦ ἀτόμου καὶ ἑπομένως κάθε μορφῆς ὕλης, εἶναι τὰ ἠλεκτρόνια, τὰ πρωτόνια καὶ τὰ νετρόνια.

ΒΑΣΙΚΑΙ ΓΝΩΣΕΙΣ

31. Γραφικὴ παράστασις. Ἡ Φυσική, ἐν τῷ ἔργῳ αὐτῆς διὰ τὴν ἀνεύρεσιν τῶν φυσικῶν νόμων καὶ τὴν ἑρμηνείαν τῶν φυσικῶν φαινομένων, διευκολύνεται τὰ μέγιστα διὰ τῆς γραφικῆς παραστάσεως τῶν μετρήσεων. Ὡς εἴδομεν εἰς τὴν § 3, διὰ νὰ ἀνεύρωμεν τὸν νόμον, κατὰ τὸν ὁποῖον μεταβάλλεται ἡ ἐπιμήκυνσις ἑνὸς ἐλατηρίου, ὅταν φορτίζωμεν τοῦτο διὰ διαφόρων βαρῶν, ἐκτελοῦμεν σειρὰν πειραμάτων καὶ προσδιορίζομεν τὴν ἑκάστοτε ἐπιμήκυνσιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ ἐλατήριον ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τοῦ τείνοντος αὐτὸ βάρους (σχ. 24). Ἀποτέλεσμα τῶν διαφόρων πειραμάτων εἶναι ἡ ἀνεύρεσις δύο σειρῶν ἀριθμῶν, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μὲν μία παριστᾷ τὰ ἐπιμηκύνοντα τὸ ἐλατήριον βάρη, ἡ δὲ ἄλλη τὰς ἀντιστοίχους ἐπιμηκύνσεις (βλ. παρατιθέμενον πίνακα).

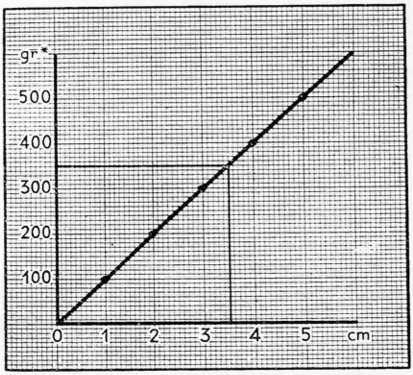


Σχ. 24. Ζυγὸς δι' ἐλατηρίου.

Ἡ ἀνεύρεσις τοῦ νόμου, ὁ ὁποῖος καθορίζει πῶς μεταβάλλεται ἡ ἐπιμήκυνσις τοῦ ἐλατηρίου μετὰ τοῦ τείνοντος βάρους, διὰ τῆς συγκρίσεως τῶν ἀριθμῶν τοῦ πίνακος δὲν εἶναι πάντοτε τόσον εὐχερής. Ὡς ἐκ τούτου καταφεύγομεν εἰς γραφικὴν παράστασιν τῶν ἀποτελεσμάτων τῶν μετρήσεων, ἡ ὁποία εἰς πολλὰς περιπτώσεις μᾶς δίδει σαφῆ εἰκόνα τοῦ τρόπου, κατὰ τὸν ὁποῖον συμμεταβάλλονται τὰ θεωρούμενα μεγέθη. Οὕτω θεωροῦμεν εἰς τὸ ἐπίπεδον δύο εὐθείας τεμνομένας κατ' ὀρθὴν γωνίαν, τὰς ὁποίας καλοῦμεν ἄξονας, ἐνῷ τὸ σημεῖον τομῆς αὐτῶν καλοῦμεν ἀρχὴν τῶν ἀξόνων. Ἀκολούθως ὑπὸ ὡρισμένην κλίμακα, καὶ ἀρχόμενοι ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων, ἀναφέρομεν ἐπὶ μὲν τοῦ ὁριζοντίου ἄξονος τὰς τιμὰς τῶν ἐπιμηκύνσεων, ἐπὶ δὲ τοῦ καθέτου πρὸς αὐτὸν τὰς τιμὰς τῶν τεινόντων βαρῶν (σχ. 25).

Πειραματικὰ δεδομένα	
*Τείνουσα δύναμις εἰς gr**	*Ἐπιμήκυνσις ἐλατηρίου εἰς cm*
0	0
100	1
200	2
300	3
400	4
500	5

Οὕτως εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα, εἰς τὴν κλίμακα τῶν ἐπιμηκύνσεων δεχόμεθα, ὅτι 1 cm ἀντιστοιχεῖ εἰς ἐπιμήκυνσιν 1 cm, ἐπὶ δὲ τοῦ ἄλλου καθέτου ἄξονος, μῆκος π.χ. 1 cm ἀντιστοιχεῖ εἰς βάρος 100 gr*. Εἶναι φανερόν, ὅτι ἕκαστον ζεῦγος ἀντιστοίχων τιμῶν θὰ καθορίζῃ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἓν σημεῖον. Ἐὰν δὲ τὰ οὕτως ὁριζόμενα σημεῖα ἑνώσωμεν διὰ συνεχοῦς γραμμῆς, ἡ προκύπτουσα εὐθεῖα ἢ καμπύλη παριστᾷ γραφικῶς τὸν νόμον τῆς ἐπιμηκύνσεως τοῦ ἐλατηρίου συναρτήσει τοῦ τείνοντος βάρους. Πλεονέκτημα τῆς γραφικῆς παραστάσεως εἶναι ὅτι δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὴν ἐπιμήκυνσιν τοῦ ἐλατηρίου δι' οἱονδήποτε ἄλλο βάρος. Π.χ. διὰ δύναμιν 350 gr* ἔχομεν ἐπιμήκυνσιν 3,5 cm καὶ ἀντιστρόφως.



Σχ. 25. Ἡ σχέσις μεταξὺ τεινούσης δυνάμεως καὶ ἐπιμηκύνσεως ἀποδιδομένη γραφικῶς.

32. Μονόμετρα καὶ διανυσματικὰ μεγέθη. Τὰ εἰς τὴν Φυσικὴν παρουσιαζόμενα φυσικὰ μεγέθη διακρίνονται συνήθως εἰς δύο μεγάλας κατηγορίας : εἰς μονόμετρα (ἢ ἀριθμητικὰ) καὶ εἰς τὰ διανυσματικὰ μεγέθη, τὰ ὁποῖα ἁπλούστερον καλοῦνται διανύσματα (ἢ ἀνύσματα).

Μονόμετρον λέγεται τὸ φυσικὸν μέγεθος, ὅταν καθορίζεται τελείως ἐκ τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς καὶ τῆς μονάδος μετρήσεως αὐτοῦ.

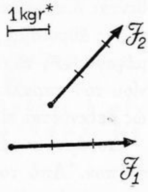
Οὕτω π.χ., ὅταν λέγομεν, ὅτι σῶμα ἔχει μᾶζαν 5 gr, ἡ μᾶζα ἔχει ὁρισθῆ τελείως διὰ τῆς ἀριθμητικῆς της τιμῆς καὶ τῆς μονάδος μετρήσεως. Ὅθεν ἡ μᾶζα ἀποτελεῖ μονόμετρον μέγεθος, ὡς ἐπίσης ὁ χρόνος, τὸ ἔργον, ἡ ἐνέργεια, ἡ ἰσχύς, ἡ πυκνότης, ἡ θερμοκρασία, ἡ ἠλεκτρικὴ ἀντίστασις καὶ ἄλλα.

Διανυσματικὸν λέγεται τὸ φυσικὸν μέγεθος, διὰ τὸν καθορισμὸν τοῦ ὁποίου χρειάζεται ἐκτὸς τῆς ἀριθμητικῆς του τιμῆς καὶ τῆς μονάδος μετρήσεως (ἀμφότερα τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν τὸ μέτρον τοῦ διανυσματικοῦ μεγέθους) καὶ δύο ἄλλα ἀκόμη στοιχεῖα αὐτοῦ, ἤτοι ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορά.

Αἱ ἔννοιαι διεύθυνσις καὶ φορὰ εἶναι κυρίως μαθηματικαὶ ἐκφράσεις καὶ ἡ μὲν διεύθυνσις ὁρίζει τὴν θέσιν μιᾶς εὐθείας ἐν τῷ χώρῳ, ἡ δὲ φορὰ (ἢ κατεύθυνσις) τὴν θετικὴν ἢ ἀρνητικὴν κατεύθυνσιν αὐτῆς. Ἡ ἀπεριόριστος εὐθεία ἐπὶ τῆς ὁποίας κεῖται τὸ διάνυσμα καλεῖται **φορεὺς** τοῦ διανύσματος, διανύσματα δὲ τὰ ὁποῖα ἔχουν τὴν αὐτὴν φορὰν λέγονται **συγγραμμικά.**

Διανυσματικὰ μεγέθη εἶναι ἡ μετατόπισις, ἡ ταχύτης, ἡ ἐπιτάχυνσις, ἡ δύναμις, τὸ βάρος, ἡ ροπή, ἡ ἔντασις τοῦ πεδίου καὶ ἄλλα.

Γραφικὴ παράστασις διανυσματικοῦ μεγέθους. Γραφικῶς παριστῶμεν ἓν διανυσματικὸν μέγεθος σχεδιάζοντες ἓν βέλος, καταλλήλου διευθύνσεως καὶ φορᾶς, τοῦ ὁποίου τὸ μῆκος μετρούμενον ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα μᾶς παρέχει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τοῦ διανύσματος. Οὕτως ἐὰν θεωρήσωμεν ὅτι μῆκος 1 cm παριστᾷ δύναμιν ἴσην πρὸς 1 kgr*, τότε δύναμις 3 kgr* θὰ παριστᾶται ὑπὸ διανύσματος μήκους ἴσου πρὸς 3 cm. Εἰς τὸ σχῆμα 26 δεικνύονται δύο διανύσματα παριστῶντα δυνάμεις $F_1 = 3$ kgr* καὶ $F_2 = 2{,}5$ kgr*, τῶν ὁποίων ἡ ἀριθμητικὴ τιμή, ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορὰ κατανοοῦνται εὐκόλως ἐκ τοῦ τρόπου τῆς σχεδιάσεώς των.



Σχ. 26. Γραφικὴ παράστασις διανύσματος.

Συμβολικῶς διανυσματικὸν μέγεθος, τοῦ ὁποίου ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ εἶναι A, παριστᾶται διὰ τοῦ συμβόλου $\mathcal{A}$ (*) πρὸς διάκρισιν αὐτοῦ ἀπὸ μονομέτρου μεγέθους, τὸ ὁποῖον παριστᾶται διὰ συνήθους γραφῆς. Οὕτως ἡ μᾶζα, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ μονόμετρον μέγεθος, θὰ παριστᾶται διὰ τοῦ m, ἡ δὲ δύναμις, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ διανυσματικὸν μέγεθος, θὰ παριστᾶται διὰ $\mathcal{F}$, ἐνῷ ἁπλῶς F παριστᾷ τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς δυνάμεως.

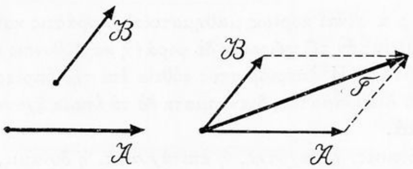
(*) Ἡ ἀνωτέρω διὰ καλλιγραφικοῦ γράμματος παράστασις διανυσματικοῦ μεγέθους χρησιμοποιεῖται εἰς τὰ ἔντυπα ἐπιστημονικὰ συγγράμματα· εἰς χειρόγραφα ὅμως καὶ κατὰ τὴν διδασκαλίαν χρησιμοποιεῖται συνήθως τὸ σύμβολον τοῦ μεγέθους μὲ ἐπιγραμμήν, π.χ. $\overline{F}$.

***33. Στοιχειώδεις πράξεις ἐπὶ τῶν διανυσμάτων.** Προκειμένου περὶ τῶν μονομέτρων μεγεθῶν, ἐφαρμόζεται ὁ συνήθης ἀλγεβρικὸς λογισμός, προκειμένου ὅμως περὶ τῶν διανυσματικῶν μεγεθῶν, καθιερώθη ἡ χρησιμοποίησις τοῦ διανυσματικοῦ λογισμοῦ, διότι οὗτος διευκολύνει τὰ μέγιστα τὴν σπουδὴν τῆς Φυσικῆς.

Αἱ διανυσματικαὶ σχέσεις παρουσιάζουν τὸ πλεονέκτημα, ὅτι εἶναι περιεκτικώτεραι τῶν ἀλγεβρικῶν. Οὕτως, ἡ σχέσις $\mathcal{A} = \mathcal{B}$ δὲν δεικνύει μόνον, ὅτι αἱ ἀριθμητικαὶ τιμαὶ εἶναι ἴσαι, ἤτοι $A = B$, ἀλλὰ πρὸς τούτοις, ὅτι τὰ δύο διανυσματικὰ μεγέθη εἶναι τῆς αὐτῆς φορᾶς. Ἡ $\mathcal{A} = -\mathcal{B}$ ὑποδηλοῖ, ὅτι αἱ ἀριθμητικαὶ τιμαὶ εἶναι ἴσαι, ἤτοι $A = B$, ἀλλ' αἱ φοραὶ τῶν διανυσμάτων εἶναι ἀντίθετοι.

Εἰς τὴν στοιχειώδη διδασκαλίαν τῆς Φυσικῆς ἀπαιτεῖται ἡ γνῶσις μόνον τῶν στοιχειωδῶν πράξεων ἐκ τοῦ διανυσματικοῦ λογισμοῦ, ὡς ἐκ τούτου δὲ θὰ περιορισθῶμεν ἐνταῦθα εἰς τὴν ἀνάπτυξιν μόνον αὐτῶν.

α) Πρόσθεσις διανυσμάτων. Προκειμένου περὶ δύο μονομέτρων μεγεθῶν A καὶ B, τὸ ἄθροισμα αὐτῶν εἶναι $A + B$, ἀρκεῖ φυσικὰ τὰ δύο μεγέθη νὰ ἐκφράζωνται μὲ τὰς αὐτὰς μονάδας μετρήσεως. Οὕτω, δύο σώματα ἔχοντα μᾶζαν, τὸ ἓν 5 gr καὶ τὸ ἄλλο 3 gr, ἔχουν συνολικῶς μᾶζαν $5 + 3 = 8$ gr, δηλαδὴ τὰ μονόμετρα μεγέθη προστίθενται ἀλγεβρικῶς.



Σχ. 27. Πρόσθεσις δύο διανυσμάτων $\mathcal{A}$ καὶ $\mathcal{B}$ διὰ τῆς μεθόδου τοῦ παραλληλογράμμου.

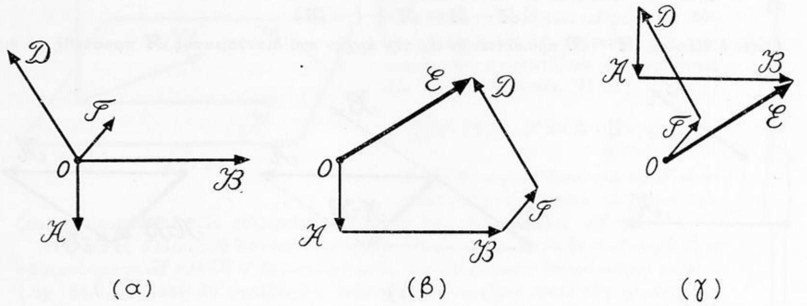
Προκειμένου ὅμως περὶ δύο διανυσματικῶν μεγεθῶν $\mathcal{A}$ καὶ $\mathcal{B}$, τὸ ἄθροισμα αὐτῶν $\mathcal{A} + \mathcal{B}$ δὲν εἶναι πάντοτε ἴσον πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν $A + B$, ἀλλὰ ταῦτα προστίθενται διανυσματικῶς, ὡς ἀκολούθως.

Ὡς ἄθροισμα δύο διανυσματικῶν μεγεθῶν $\mathcal{A}$ καὶ $\mathcal{B}$ ὁρίζομεν ἕτερον διανυσματικὸν μέγεθος $\mathcal{T}$, τὸ ὁποῖον κατὰ μέγεθος, διεύθυνσιν καὶ φοράν, παρέχεται ὑπὸ τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ σχηματιζομένου βάσει τῶν διανυσμάτων $\mathcal{A}$ καὶ $\mathcal{B}$, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 27 (**μέθοδος τοῦ παραλληλογράμμου**).

Δυνάμεθα μάλιστα νὰ εὕρωμεν τὸ διάνυσμα $\mathcal{T}$ καὶ κατὰ τὸν ἑξῆς ἁπλούστερον τρόπον. Ἀπὸ τοῦ τέλους τοῦ διανύσματος $\mathcal{A}$ φέρομεν τὸ διάνυσμα $\mathcal{B}$ παράλληλον πρὸς αὐτό, ὥστε ἡ ἀρχή του νὰ συμπέσῃ πρὸς τὸ πέρας τοῦ $\mathcal{A}$. Ἑνοῦντες τὴν ἀρχὴν τοῦ πρώτου διανύσματος καὶ τὸ πέρας τοῦ δευτέρου εὑρίσκομεν τὸ ζητούμενον ἄθροισμα, ἤτοι τὸ διάνυσμα $\mathcal{T}$ (σχ. 28), τὸ ὁποῖον καλεῖται **γεωμετρικὸν ἄθροισμα** ἢ **συνισταμένη** τῶν δύο διανυσμάτων.

Σχ. 28. Πρόσθεσις δύο διανυσμάτων.

Ἡ πρόσθεσις περισσοτέρων τῶν δύο διανυσμάτων γίνεται διὰ τῆς **μεθόδου τοῦ πολυγώνου.** Ἔστω π.χ. ὅτι ἔχομεν νὰ προσθέσωμεν τὰ τέσσαρα διανύσματα $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{T}$, $\mathcal{D}$ (σχ. 29,α). Λαμβάνομεν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τυχὸν σημεῖον Ο καὶ μεταφέρομεν παραλλήλως πρὸς αὐτὸ τὸ διάνυσμα $\mathcal{A}$, οὕτως ὥστε νὰ ἀποκτήσῃ ἀρχὴν τὸ Ο (σχ. 29, β). Ἀκολούθως, μεταφέρομεν παραλλήλως πρὸς ἑαυτὸ τὸ $\mathcal{B}$ οὕτως, ὥστε ἡ ἀρχή του νὰ συμπέσῃ πρὸς τὸ πέρας τοῦ $\mathcal{A}$, ὁμοίως μεταφέρομεν τὸ $\mathcal{F}$ οὕτως, ὥστε ἡ ἀρχὴ αὐτοῦ νὰ συμπέσῃ πρὸς τὸ πέρας τοῦ $\mathcal{B}$, καὶ τέλος μεταφέρομεν τὸ $\mathcal{D}$



Σχ. 29. Πρόσθεσις 4 διανυσμάτων ἐν ἐπιπέδῳ, διὰ τῆς μεθόδου τοῦ πολυγώνου. Τὸ $\mathcal{E}$ παριστᾷ τὴν συνισταμένην. Ἡ τάξις τῶν διανυσμάτων κατὰ τὴν πρόσθεσιν εἶναι ἀδιάφορος (γ).

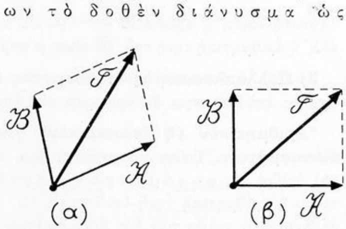
οὕτως, ὥστε ἡ ἀρχὴ αὐτοῦ νὰ συμπέσῃ πρὸς τὸ πέρας τοῦ $\mathcal{F}$. Τοιουτοτρόπως προκύπτει ἡ πολύθλαστος ἢ πολυγωνικὴ γραμμὴ $\mathcal{A}\,\mathcal{B}\,\mathcal{F}\,\mathcal{D}$, ἡ ὁποία καλεῖται καὶ π ο λ ύ γ ω ν ο ν τῶν διανυσμάτων. Ἂν ἑνώσωμεν τὴν ἀρχὴν Ο μὲ τὸ πέρας τοῦ $\mathcal{D}$, δηλ. τὰ δύο ἄκρα τῆς προκυψάσης τεθλασμένης γραμμῆς, τότε τὸ προκῦπτον διάνυσμα $\mathcal{E}$ εἶναι τὸ διανυσματικὸν ἄθροισμα τῶν δοθέντων διανυσμάτων. Τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα εὑρίσκεται ἄν, ἀντὶ τοῦ διανύσματος $\mathcal{A}$, ληφθῇ ὡς πρῶτον οἱονδήποτε ἄλλο διάνυσμα (σχ. 29, γ).

Ἄ θ ρ ο ι σ μ α μ η δ ὲ ν ἔχουν τὰ διαδοχικὰ διανύσματα εἰς τὰ ὁποῖα τὸ πέρας τοῦ τελευταίου συμπίπτει μὲ τὴν ἀρχὴν τοῦ πρώτου, δηλ. ἀποτελοῦν κ λ ε ι σ τ ὴ ν π ο λ υ γ ω ν ι κ ὴ ν γ ρ α μ μ ή ν.

Διὰ τὴν διανυσματικὴν πρόσθεσιν ἰσχύει ὁ νόμος τῆς ἀντιμεταθέσεως, ἤτοι εἶναι : $\mathcal{A}+\mathcal{B}=\mathcal{B}+\mathcal{A}$. Ἐπίσης ἰσχύει ὁ διαλυτικὸς νόμος : $\mathcal{A}+(\mathcal{B}+\mathcal{F})=(\mathcal{A}+\mathcal{B})+\mathcal{F}$.

β) Ἀνάλυσις διανύσματος. Ἀ ν ά λ υ σ ι ς δ ι α ν ύ σ μ α τ ο ς καλεῖται ἡ ε ὕ ρ ε σ ι ς ἄ λ λ ω ν δ ι α ν υ σ μ ά τ ω ν ἐ χ ό ν τ ω ν τ ὸ δ ο θ ὲ ν δ ι ά ν υ σ μ α ὡ ς ἄ θ ρ ο ι σ μ α.

Συνήθως εἰς τὴν Φυσικὴν περιοριζόμεθα εἰς τὴν ἀνάλυσιν διανύσματος εἰς δύο συνιστώσας. Ἡ ἀνάλυσις αὕτη δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 30, εἰς τὸ ὁποῖον τὸ διάνυσμα $\mathcal{F}$, ἔχει ἀναλυθῆ εἰς τὰ δύο διανύσματα $\mathcal{A}$ καὶ $\mathcal{B}$, τῶν ὁποίων ὅμως ἐδόθησαν αἱ διευθύνσεις. Συνήθως ὅμως αἱ δύο διευθύνσεις, εἰς τὰς ὁποίας ἀναλύομεν δοθὲν διάνυσμα, σχηματίζουν ὀρθὴν γωνίαν καί, ἐπειδὴ τὰ διανύσματα $\mathcal{A}$ καὶ $\mathcal{B}$, εἰς τὰ ὁποῖα ἀναλύεται τὸ $\mathcal{F}$, καλοῦνται σ υ ν ι σ τ ῶ σ α ι αὐτοῦ, εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν αἱ δύο συνιστῶσαι σχηματίζουν ὀρθὴν γωνίαν, καλοῦνται ὀ ρ θ ο γ ώ ν ι ο ι σ υ ν ι σ τ ῶ σ α ι.



Σχ. 30. Τὸ διάνυσμα $\mathcal{F}$ ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας $\mathcal{A}$ καὶ $\mathcal{B}$ σχηματιζούσας τυχοῦσαν γωνίαν (α) ἢ ὀρθὴν γωνίαν (β).

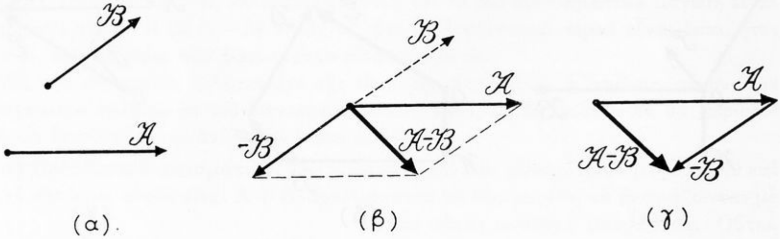
Τὰς δύο διευθύνσεις ἀναλύσεως δοθέντος διανύσματος ἀνευρίσκομεν ἀναλόγως τῶν δεδομένων τοῦ πρὸς λύσιν ζητήματος, ἡ δὲ πλέον κατάλληλος ἐκλογὴ αὐτῆς εἶναι ζήτημα ἐξασκήσεως.

γ) Ἀφαίρεσις διανυσμάτων. Ἡ ἀφαίρεσις διανύσματος ἀπὸ ἄλλου ἀνάγεται εἰς τὴν πρόσθεσιν τοῦ ἀφαιρουμένου μὲ ἀντίθετον φοράν.

Ἔστω δύο διανύσματα $\mathcal{A}$ (μειωτέος) καὶ $\mathcal{B}$ (ἀφαιρετέος) τῶν ὁποίων ζητοῦμεν τὴν διαφορὰν (σχ. 31,α). Κατὰ τὰ ἀνωτέρω θὰ ἔχωμεν :

$$\mathcal{A} - \mathcal{B} = \mathcal{A} + (-\mathcal{B})$$

Οὕτω ἡ διαφορὰ $\mathcal{A} - \mathcal{B}$ προκύπτει ἂν εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ διανύσματος $\mathcal{A}$ προστεθῇ τὸ διάνυσμα $\mathcal{B}$ μὲ ἀντίθετον φοράν. Ἡ διαγώνιος τοῦ οὕτω σχηματιζομένου παραλληλογράμμου δίδει τὴν διαφορὰν τῶν διανυσμάτων (σχ. 31,β).



Σχ. 31. Ἀφαίρεσις διανυσμάτων.

Κατ' ἄλλον τρόπον ἡ διαφορὰ τῶν διανυσμάτων $\mathcal{A} - \mathcal{B}$ εὑρίσκεται ἂν εἰς τὸ τέλος τοῦ διανύσματος $\mathcal{A}$ προσθέσωμεν τὸ διάνυσμα $\mathcal{B}$ μὲ φορὰν ἀντίθετον τῆς φορᾶς αὐτοῦ. Τὸ τρίτον διάνυσμα τὸ συνδέον τὰ πέρατα αὐτῶν εἶναι ἴσον πρὸς τὴν διαφορὰν αὐτῶν καὶ συγκεκριμένως μὲ τὸ διάνυσμα $\mathcal{A} - \mathcal{B}$ (σχ. 31, γ).

δ) Πολλαπλασιασμὸς διανυσμάτων. 1) Πολλαπλασιασμὸς διανύσματος ἐπὶ μονόμετρον μέγεθος. Ὁ πολλαπλασιασμὸς διανύσματος $\mathcal{A}$ ἐπὶ θετικὸν ἀριθμητικὸν μέγεθος μ παρέχει πάλιν διάνυσμα:

$$\mathcal{B} = \mu \cdot \mathcal{A}$$

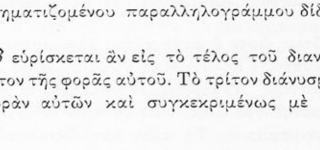
τὸ ὁποῖον ἔχει τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν πρὸς τὸ $\mathcal{A}$, ἀλλ' ἡ ἀριθμητική του τιμὴ εἶναι μ φορὰς μεγαλυτέρα τῆς τοῦ $\mathcal{A}$, ἤτοι :

$$B = \mu \cdot A.$$

Ἀντιστρόφως, ἡ σχέσις $\mathcal{B} = -\mu \cdot \mathcal{A}$ παριστᾷ, ὅτι τὰ δύο διανύσματα ἔχουν ἀντιθέτους φοράς, ἀλλ' ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ $\mathcal{B}$ εἶναι μ φορὰς μεγαλυτέρα τοῦ $\mathcal{A}$.

2) Πολλαπλασιασμὸς διανύσματος ἐπὶ διάνυσμα. Προκειμένου διὰ τὸ γινόμενον διανύσματος ἐπὶ διάνυσμα διακρίνομεν τὰς ἀκολούθους δύο περιπτώσεις :

Ἀριθμητικὸν (ἢ ἐσωτερικὸν) γινόμενον δύο διανυσμάτων. Τοῦτο παριστᾶται διὰ τοῦ $(\mathcal{A} \cdot \mathcal{B})$ καὶ ὁρίζει ἓν μονόμετρον μέγεθος, τοῦ ὁποίου ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν τῶν δύο διανυσμάτων ἐπὶ τὸ συνημίτονον τῆς γωνίας φ τὴν ὁποίαν σχηματίζουν αἱ διευθύνσεις καὶ αἱ φοραὶ τῶν δύο διανυσμάτων (σχ. 32). Ἤτοι :



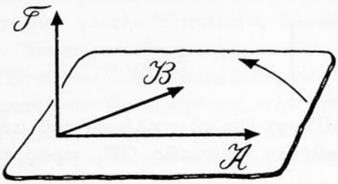
Σχ. 32.

$$(\mathcal{A} \cdot \mathcal{B}) = A \cdot B \cdot \text{συν}\,\varphi$$

Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τούτου προκύπτει ὅτι «δύο διανύσματα κάθετα ἐπ' ἄλληλα

($\varphi = 90^0$, συν $\varphi = 0$) ἔχουν ἀριθμητικὸν γινόμενον ἴσον πρὸς μηδέν».

Ἀνυσματικὸν (ἢ ἐξωτερικὸν) γινόμενον δύο διανυσμάτων. Τοῦτο παριστᾶται διὰ τοῦ $[\mathcal{A} \cdot \mathcal{B}]$ καὶ ὁρίζει ἓν διάνυσμα $\mathcal{T}$ (σχ. 33) τοῦ ὁποίου τὸ μέτρον Γ ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον $\mathrm{A} \cdot \mathrm{B}$ τῶν μέτρων τῶν δύο διανυσμάτων ἐπὶ τὸ ἡμίτονον τῆς γωνίας φ ποὺ σχηματίζουν αἱ διευθύνσεις τῶν δύο διανυσμάτων. Ἤτοι :



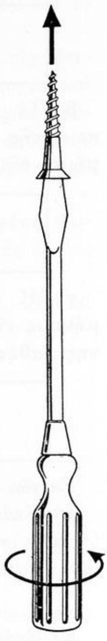
Σχ. 33.

$$[\mathcal{A} \cdot \mathcal{B}] = \mathcal{T} = \mathrm{A} \cdot \mathrm{B} \cdot \text{ημ}\,\varphi$$

Ἡ διεύθυνσις τοῦ διανύσματος $\mathcal{T}$ εἶναι κάθετος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ὁποῖον ὁρίζουν αἱ διευθύνσεις τῶν πολλαπλασιαζομένων δύο διανυσμάτων $\mathcal{A}$ καὶ $\mathcal{B}$.

Ἡ φορὰ ἐξ ἄλλου τοῦ διανύσματος τούτου εἶναι τοιαύτη ὥστε, ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὰ διανύσματα $\mathcal{A}$ καὶ $\mathcal{B}$ ν' ἀντιστοιχῇ πρὸς τὴν προχώρησιν δεξιοστρόφου κοχλίου (σχ. 34). Δηλαδὴ ἂν στρέψωμεν δεξιόστροφον κοχλίαν κατὰ τὴν φορὰν κατὰ τὴν ὁποίαν στρεφόμενον τὸ διάνυσμα $\mathcal{A}$ φθάνει διὰ τῆς συντομωτέρας ὁδοῦ εἰς τὸ διάνυσμα $\mathcal{B}$, πρέπει τὸ διάνυσμα $\mathcal{T}$ νὰ δεικνύῃ τὴν φοράν, κατὰ τὴν ὁποίαν προχωρεῖ δεξιόστροφος κοχλίας, ἄρα :

$$[\mathcal{A} \cdot \mathcal{B}] = -[\mathcal{B} \cdot \mathcal{A}]$$


Σχ. 34.

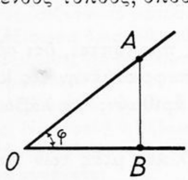
ε) Διαίρεσις διανυσμάτων. Διαίρεσις διανύσματος διὰ μονομέτρου μεγέθους. Ἡ διαίρεσις διανυσματικοῦ μεγέθους $\mathcal{T}$ διὰ τῆς ἀριθμητικῆς του τιμῆς Γ, ἤτοι ἡ παράστασις $\mathcal{T}/\Gamma$, παριστᾷ διάνυσμα, τὸ ὁποῖον ἔχει τὴν διεύθυνσιν καὶ φορὰν τοῦ $\mathcal{T}$ καὶ ἀριθμητικὴν τιμὴν ἴσην πρὸς τὴν μονάδα.

Τοιοῦτον διάνυσμα καλεῖται **μοναδιαῖον διάνυσμα** ἢ **διανυσματικὴ μονὰς** καὶ χρησιμεύει ἁπλῶς μόνον πρὸς χαρακτηρισμὸν τῆς διευθύνσεως.

34. Στοιχειώδεις γνώσεις ἐκ τῆς Τριγωνομετρίας.

Κατὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῆς ὕλης τοῦ βιβλίου τούτου συναντᾷ ὁ ἀναγνώστης ὡρισμένους τύπους, ὅπου ὑπεισέρχονται συχνὰ τριγωνομετρικαὶ ἔννοιαι, ὡς π.χ. τὸ ἡμίτονον, τὸ συνημίτονον καὶ ἡ ἐφαπτομένη.

Πρὸς ὑποβοήθησιν τῶν μαθητῶν ἐκείνων οἱ ὁποῖοι δὲν ἔχουν ἀποκτήσει ἀκόμη γνώσεις Τριγωνομετρίας, ἀναπτύσσομεν ἐνταῦθα θεμελιώδεις τινὰς ἐννοίας.



Σχ. 35.

Ἔστω φ ἡ γωνία τὴν ὁποίαν σχηματίζουν δύο εὐθεῖαι (σχ. 35). Διὰ νὰ καθορίσωμεν τὴν γωνίαν φ, δυνάμεθα νὰ δώσωμεν τὴν τιμήν της, ὡς εἴδομεν εἰς τὴν § 18, εἰς μοίρας ἢ ἀκτίνια. Δυνάμεθα ὅμως νὰ καθορίσωμεν τὴν τιμήν της διὰ τῶν τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν αὐτῆς, ἤτοι τοῦ ἡμιτόνου, συνημιτόνου, ἢ τῆς ἐφαπτομένης αὐτῆς ὡς ἀκολούθως.

Ἐξ ἑνὸς σημείου τῆς μιᾶς εὐθείας, π.χ. τοῦ A, φέρομεν τὴν εὐθεῖαν AB κάθετον ἐπὶ τὴν ἄλλην πλευράν, σχηματιζομένου οὕτω τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου OAB (σχ. 22).

α) Ὡς **ἡ μ ί τ ο ν ο ν τῆς γωνίας φ ὁρίζομεν τὸ πηλίκον τοῦ μήκους τῆς ἀπέναντι τῆς γωνίας καθέτου πλευρᾶς ΑΒ, πρὸς τὸ μῆκος τῆς ὑποτεινούσης ΟΑ,** ἤτοι :

$$\boxed{\text{ημ } \varphi = \frac{\text{μῆκος τῆς ἀπέναντι καθέτου}}{\text{μῆκος τῆς ὑποτεινούσης}}} \quad \text{ἢ} \quad \text{ημ } \varphi = \frac{AB}{OA}$$

β) Τὸ **σ υ ν η μ ί τ ο ν ο ν τῆς γωνίας φ ὁρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τοῦ μήκους τῆς προσκειμένης πρὸς τὴν γωνίαν καθέτου πλευρᾶς ΟΒ, πρὸς τὸ μῆκος τῆς ὑποτεινούσης ΟΑ,** ἤτοι :

$$\boxed{\text{συν } \varphi = \frac{\text{μῆκος τῆς προσκειμένης καθέτου}}{\text{μῆκος τῆς ὑποτεινούσης}}} \quad \text{ἢ} \quad \text{συν } \varphi = \frac{OB}{OA}$$

γ) Ἡ **ἐ φ α π τ ο μ έ ν η τῆς γωνίας φ ὁρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τοῦ μήκους τῆς ἀπέναντι καθέτου πλευρᾶς ΑΒ, πρὸς τὸ μῆκος τῆς προσκειμένης καθέτου πλευρᾶς ΟΒ,** ἤτοι :

$$\boxed{\text{εφ } \varphi = \frac{\text{μῆκος τῆς ἀπέναντι καθέτου}}{\text{μῆκος τῆς προσκειμένης καθέτου}}} \quad \text{ἢ} \quad \text{εφ } \varphi = \frac{AB}{OB}$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἰσοτήτων προκύπτει ὅτι:

α) Ἑκάστη κάθετος πλευρὰ ὀρθογωνίου τριγώνου εἶναι γινόμενον τοῦ μήκους τῆς ὑποτεινούσης ἐπὶ τὸ ἡμίτονον τῆς ἀπέναντι γωνίας ἢ ἐπὶ τὸ συνημίτονον τῆς προσκειμένης γωνίας, ἤτοι:

$$AB = OA \cdot \text{ημ } \varphi \quad \text{καὶ} \quad OB = OA \cdot \text{συν } \varphi$$

β) Ἑκάστη κάθετος πλευρὰ ὀρθογωνίου τριγώνου εἶναι γινόμενον τῆς ἄλλης καθέτου πλευρᾶς ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην τῆς ἀπέναντι γωνίας, ἤτοι:

$$AB = OB \cdot \text{εφ } \varphi$$

Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῶν τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν μιᾶς γωνίας προκύπτει, ὅτι οὗτοι εἶναι κ α θ α ρ ο ὶ ἀ ρ ι θ μ ο ί. Οὕτω π.χ. ἐὰν δύναμιν F ἐκπεφρασμένην εἰς kgr* πολλαπλασιάσωμεν ἢ διαιρέσωμεν ἐπί τινα τριγωνομετρικὸν ἀριθμόν, θὰ λάβωμεν πάλιν τὴν δύναμιν εἰς kgr* κ.ο.κ.

Ἀφοῦ τὸ ἡμίτονον καὶ τὸ συνημίτονον μιᾶς γωνίας εἶναι πηλίκον μιᾶς τῶν καθέτων πλευρῶν τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου διὰ τῆς ὑποτεινούσης, εἶναι προφανὲς ὅτι τόσον τὸ ἡμίτονον ὅσον καὶ τὸ συνημίτονον δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ εἶναι μεγαλύτερα τῆς μονάδος. Διὰ τὴν ἐφαπτομένην μιᾶς γωνίας δὲν ἰσχύει τὸ αὐτό.

Αἱ τιμαὶ τῶν τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν ἔχουν ὑπολογισθῆ διὰ τὰς διαφόρους γωνίας καὶ ἀναγράφονται εἰς εἰδικοὺς πίνακας, ὡς ὁ παρατιθέμενος εἰς τὸ τέλος τοῦ βιβλίου. Οὕτως ἐκ τοῦ πίνακος εὑρίσκομεν π.χ. διὰ $\varphi = 30^0$ ὅτι : ημ $30^0 = 0{,}5$, συν $30^0 = 0{,}866$ καὶ εφ $30^0 = 0{,}577$.

35. Ὑποδιαίρεσις τῆς Φυσικῆς. Κατὰ τὴν στοιχειώδη διδασκαλίαν τῆς Φυσικῆς, διὰ λόγους διδακτικῆς σκοπιμότητος, ὑποδιαιροῦμεν τὴν Φυσικὴν εἰς τὰ ἀκόλουθα γενικὰ κεφάλαια: 1) τὴν **Μηχανικήν,** 2) τὴν **Θερμότητα,** 3) τὴν **Ἀκουστικήν,** 4) τὴν **Ὀπτικήν,** 5) τὸν **Μαγνητισμόν,** 6) τὸν **Ἠλεκτρισμὸν** καὶ 7) τὴν **Νεωτέραν Φυσικήν.**

Ἐξ ἄλλου, διὰ λόγους διδακτικῆς σκοπιμότητος, ἡ Φυσικὴ διαιρεῖται εἰς τὴν **Πειραματικὴν Φυσικὴν** καὶ τὴν **Θεωρητικὴν Φυσικήν.** Ἡ πρώτη χρησιμοποιεῖ εἰς μεγάλον βαθμὸν τὸ πείραμα καὶ τὴν παρατήρησιν, μὲ ὅσον τὸ δυνατὸν περιωρισμένην χρησιμοποίησιν τῶν Μαθηματικῶν, ἐνῷ ἡ Θεωρητικὴ Φυσικὴ χρησιμοποιεῖ εἰς πολὺ μικρότερον βαθμὸν τὸ πείραμα, ἀλλὰ κάμνει εὐρυτάτην χρῆσιν τῶν Μαθηματικῶν.

Κλάδον τῆς Πειραματικῆς Φυσικῆς ἀποτελεῖ ἡ καλουμένη **Ἐφηρμοσμένη Φυσική,** ἡ ὁποία ἀσχολεῖται εἰς τὴν ἀναζήτησιν τῶν πρακτικῶν ἐφαρμογῶν, τὰς ὁποίας δύνανται νὰ ἔχουν οἱ φυσικοὶ νόμοι.

Τὸ παρὸν βιβλίον ἀναφέρεται κυρίως εἰς τὴν Πειραματικὴν Φυσικὴν καὶ ἐν μέρει εἰς τὴν Ἐφηρμοσμένην.

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α′ Ἐρωτήσεις

Πῶς θεμελιοῦνται τὰ συστήματα μονάδων C.G.S., M.K.S. καὶ τὸ Τ.Σ. μονάδων καὶ ποία ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῶν τριῶν συστημάτων.

Ποία ἡ διάκρισις μεταξὺ θεμελιωδῶν καὶ παραγώγων μονάδων καὶ πῶς ὁρίζονται αἱ θεμελιώδεις μονάδες εἰς τὰ συστήματα C.G.S., M.K.S. καὶ τὸ Τ.Σ.

Τί ὀνομάζομεν ἐξίσωσιν διαστάσεων, διαστάσεις φυσικοῦ μεγέθους καὶ ποία ἡ σημασία αὐτῶν.

Πότε ἓν μέγεθος καλεῖται ἀδιάστατον.

Πῶς ὁρίζεται τὸ μέτρον, τὸ χιλιόγραμμον μάζης, τὸ δευτερόλεπτον.

Ἡ ἐξίσωσις ὁρισμοῦ τοῦ ἔργου εἶναι $A = F \cdot s$, ὅπου F ἡ δύναμις καὶ s ἡ μετατόπισις. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων καὶ αἱ μονάδες μετρήσεως τοῦ ἔργου εἰς τὸ σύστημα C.G.S. καὶ εἰς τὸ Τ.Σ. μονάδων.

Ἡ ἐξίσωσις ὁρισμοῦ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας εἶναι $E_{κιν} = m \cdot υ^2/2$, ὅπου m ἡ μᾶζα καὶ υ ἡ ταχύτης. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων.

Διὰ συγκρίσεως τῶν ἐξισώσεων διαστάσεων τοῦ ἔργου καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τί συμπέρασμα συνάγετε;

Περιγράψατε τὸν εὐθύγραμμον βερνιέρον καὶ ἐξηγήσατε τὸν τρόπον χρήσεως αὐτοῦ.

Περιγράψατε τὸ καθετόμετρον καὶ τὸν τρόπον χρήσεως αὐτοῦ.

Περιγράψατε τὸν μικρομετρικὸν κοχλίαν καὶ τὸν τρόπον χρήσεως αὐτοῦ.

Ποία ἡ διάκρισις μεταξὺ μάζης καὶ βάρους.

Τί νοοῦμεν διὰ τῶν ὅρων πυκνότης καὶ εἰδικὸν βάρος σώματος καὶ πῶς συνδέονται τὰ δύο μεγέθη.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου μᾶζα καὶ ποῖαι αἱ συνήθεις μονάδες μετρήσεως αὐτῆς.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου πίεσις. Ποία ἡ διάκρισις μεταξὺ δυνάμεως καὶ πιέσεως.

Ποία ἡ διάκρισις μεταξὺ μονομέτρου καὶ διανυσματικοῦ μεγέθους.

Β′ Προβλήματα

1. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων καὶ αἱ μονάδες μετρήσεως εἰς τὸ σύστημα C.G.S. καὶ τὸ Τεχνικὸν Σύστημα (Τ.Σ.) τῶν μεγεθῶν F·t καὶ m·υ, ὅπου F δύναμις, t χρόνος, m μᾶζα καὶ υ ταχύτης. (Ἀπ. α′ 1 gr·cm·sec^{-1}, 1 gr·cm·sec^{-1}. β′ 1 kgr*·sec, 1 kgr*·sec.)

2. Νὰ εὑρεθοῦν αἱ ἐξισώσεις διαστάσεων καὶ αἱ μονάδες τῶν μεγεθῶν 1/2 m . υ^2, ὅπου m μᾶζα καὶ υ ταχύτης, καὶ ροπῆς δυνάμεως ἡ ὁποία ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως F · *l*, ὅπου F δύναμις καὶ *l* μῆκος, εἰς τὰ συστήματα μονάδων C.G.S. καὶ Τεχνικὸν Σύστημα.
(Ἀπ. α′ 1 gr·cm^2·sec^{-2}, 1 gr·cm^2. sec^{-2}, β′ 1 kgr*m, 1 kgr*m.)

3. Ἡ ἀκτὶς τῆς Γῆς εἶναι 6 370 000 m. Νὰ ἐκφρασθῇ α) εἰς km, β) εἰς dm, γ) εἰς cm καὶ δ) εἰς mm. (Ἀπ. α′ R = 6,37 · 10^3 km. β′ R = 6,37 · 10^7 dyn. γ′ R = 6,37 · 10^8 cm. δ′ R = 6,37 · 10^9 mm.)

4. Νὰ ἐκφρασθοῦν 20 m: α) εἰς km, β) εἰς ναυτικὰ μίλια, γ) εἰς mm καὶ δ) εἰς μ.
(Ἀπ. α′ 2 · 10^{-2} km. β′ 0,0108 ναυτ. μίλια. γ′ 2 · 10^4 mm. δ′ 2 · 10^7 μ.)

5. Ἡ μονὰς Ångström (Ἄγκστρεμ, 1 Å) ἰσοῦται πρὸς 10^{-8} cm. Ἐὰν τὸ πράσινον φῶς ἔχῃ μῆκος κύματος 5 900 Å, πόσον εἶναι τὸ μῆκος κύματος τούτου εἰς mμ. (Ἀπ. 590 mμ.)

6. Νὰ μετατραποῦν: α) ταχύτης 72 km/h εἰς m/sec, β) ταχύτης 200 cm/sec εἰς m/min, γ) ταχύτης 1 250 cm/sec εἰς km/h. (Ἀπ. α′ 20 m/sec. β′ 120 m/min. γ′ 45 km/h.)

7. Νὰ μετατραπῇ ἐπιτάχυνσις α) 50 cm/sec^2 εἰς m/min^2 καὶ β) 1,25 m/sec^2 εἰς km/min^2.
(Ἀπ. α′ 1800 m/min^2. β′ 4,5 km/min^2.)

8. Πόσα δευτερόλεπτα περιέχονται εἰς 1 ἔτος (365 ἡμέραι). (Ἀπ. 3,15 . 10^7 sec.)

9. Νὰ ἐκφρασθοῦν 100 ὑάρδες εἰς cm. (Ἀπ. 9140 cm.)

10. Κῆπος σχήματος ὀρθογωνίου ἔχει πλευρὰς 0,30 km καὶ 0,12 km. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κήπου: α) εἰς στρέμματα, β) εἰς τετραγωνικοὺς τεκτονικοὺς πήχεις καὶ γ) εἰς τετραγωνικὰ μέτρα. (Ἀπ. α′ 36 στρέμ. β′ 64 · 10^3 τετρ. τεκτ. πήχ. γ′ 36 · 10^3 m^2.)

11. Ἡ διάμετρος σύρματος ἐξ ὀρειχάλκου εἶναι 1,22 mm. Πόση εἶναι ἡ τομὴ αὐτοῦ. α) εἰς mm^2 καὶ β) εἰς cm^2. (Ἀπ. α′ S = 1,168 mm^2. β′ 0,01168 cm^2.)

12. Πλὰξ κατὰ προσέγγισιν τετράγωνος 12,04 cm καὶ 11,93 cm. Πόση ἡ ἐπιφάνεια τῆς πλακὸς εἰς mm^2. Ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι ἡ πλὰξ εἶναι πράγματι τετράγωνος πλευρᾶς 12 cm, ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς εἶναι 14 400 mm^2. Πόσον ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν διαφέρει ἡ πραγματικὴ ἐπιφάνεια τῆς πλακὸς ἀπὸ τὴν κατὰ προσέγγισιν. (Ἀπ. 0,25 %.)

13. Μετὰ θυελλώδη βροχὴν ἡ στάθμη λίμνης ἀνῆλθε κατὰ 26 mm. Δεδομένου ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῆς λίμνης εἶναι 9 km^2, κατὰ πόσα λίτρα ηὐξήθη ἡ περιεκτικότης τῆς λίμνης.
(Ἀπ. V = 234 · 10^6 *lt*.)

14. Κύβος ἐκ ξύλου ἔχει πλευρὰν 0,5 m καὶ ἡ μᾶζα αὐτοῦ εἶναι 100 kgr. Νὰ εὑρεθῇ ἡ πυκνότης τοῦ ξύλου. (Ἀπ. ρ = 0,8 gr/cm^3.)

15. Δοχεῖον εἶναι πλῆρες μὲ μέλι καὶ ἔχει διάμετρον 10,3 cm καὶ ὕψος 8,75 cm. Ἐὰν τὸ μέλι ἔχῃ βάρος 900 gr*, πόσον τὸ εἰδικὸν βάρος αὐτοῦ. (Ἀπ. ε = 1,23 gr*/cm^3.)

16. Κυλινδρικὴ ράβδος ἐκ σιδήρου ἔχει ὕψος 0,2 m, ἡ δὲ διάμετρος τῆς βάσεως αὐτῆς εἶναι 12 mm. Ἐὰν ἡ μᾶζα τῆς ράβδου εἶναι 176 gr, νὰ εὑρεθῇ ἡ πυκνότης τοῦ σιδήρου. (Ἀπ. ρ = 7,8 gr/cm^3.)

Μ Ε Ρ Ο Σ Π Ρ Ω Τ Ο Ν

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

36. Προεισαγωγικαὶ γνώσεις. Ἡ Μηχανικὴ εἶναι τὸ μέρος τῆς Φυσικῆς, τὸ ὁποῖον ἐξετάζει τὰς διαφόρους κινήσεις τῶν σωμάτων τοῦ περιβάλλοντος ἡμᾶς κόσμου, τὰ αἴτια τὰ ὁποῖα προκαλοῦν αὐτὰς (δηλ. τὰς δυνάμεις), ὡς καὶ τὰς συνθήκας ἰσορροπίας τῶν σωμάτων.

Κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς Μηχανικῆς, δὲν λαμβάνομεν ἐνίοτε ὑπ' ὄψιν τὰς διαστάσεις τοῦ σώματος, ἀλλὰ παραδεχόμεθα, ὅτι τοῦτο δύναται αἰσθητῶς νὰ θεωρηθῇ ὡς σημεῖον, μάζης ὡρισμένης, ὅτε λέγομεν, ὅτι τὸ σῶμα ἀποτελεῖ **ὑλικὸν σημεῖον.** Εἰς περιπτώσεις, κατὰ τὰς ὁποίας δὲν ἐπιτρέπεται νὰ παραμελοῦμεν τὰς διαστάσεις τοῦ σώματος, θεωροῦμεν, ὅτι τοῦτο ἀποτελεῖται ἐξ ἀπειροπληθῶν ὑλικῶν σημείων συνδεδεμένων πρὸς ἄλληλα κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε αἱ ἀποστάσεις αὐτῶν νὰ παραμένουν ἀμετάβλητοι ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν ἐξωτερικῶν δυνάμεων (στερεὰ σώματα). Εἰς τὴν πραγματικότητα ὅμως τοῦτο συμβαίνει μόνον κατὰ προσέγγισιν, καθόσον τὰ σώματα δύνανται, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεων, νὰ παραμορφωθοῦν καὶ ἑπομένως αἱ ἀποστάσεις δὲν παραμένουν ἀμετάβλητοι.

Εἰς τὰ ὑγρὰ καὶ τὰ ἀέρια αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται μεταξὺ τῶν ὑλικῶν σημείων, δηλαδὴ τῶν μορίων, εἶναι τόσον μικραί, ὥστε ταῦτα νὰ μὴ συγκρατοῦνται εἰς τὰς θέσεις των καὶ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος νὰ μὴ εἶναι καθωρισμένον, ἀλλὰ νὰ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τοὺς ἑκάστοτε ἐπικρατοῦντας ἐξωτερικοὺς ὅρους (σχῆμα τοῦ περιέχοντος δοχείου κ.λ.π.).

Ἕνεκα τοῦ ἀνωτέρω λόγου, ἡ Μηχανικὴ ὑποδιαιρεῖται εἰς τὴν **Μηχανικὴν τοῦ ὑλικοῦ σημείου,** εἰς τὴν **Μηχανικὴν τῶν στερεῶν σωμάτων** καὶ εἰς τὴν **Μηχανικὴν τῶν ρευστῶν,** ἕκαστος δὲ τῶν κλάδων τούτων ὑποδιαιρεῖται πάλιν εἰς τὴν Στατικήν, τὴν Κινηματικὴν καὶ τὴν Δυναμικήν.

Ἡ **Στατικὴ** ἐξετάζει τὰς δυνάμεις καὶ τὰς συνθήκας ὑπὸ τὰς ὁποίας αὗται ἰσορροποῦν.

Ἡ **Κινηματικὴ** ἐξετάζει μόνον τὰς κινήσεις, ἀνεξαρτήτως τῶν δυνάμεων αἱ ὁποῖαι τὰς προκαλοῦν.

Ἡ **Δυναμική,** τέλος, ἐξετάζει τὰς κινήσεις ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὰς δυνάμεις αἵτινες τὰς προκαλοῦν.

Εἰς τὴν Μηχανικὴν ὑπάγονται ἐπίσης καὶ τὰ κεφάλαια, ἅτινα ἐξετάζουν τὰς παραμορφώσεις τῶν σωμάτων, αἱ ὁποῖαι προκαλοῦνται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεων, ὡς εἶναι ἡ Ἐλαστικότης, ἡ Τριβὴ κλπ.

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α΄

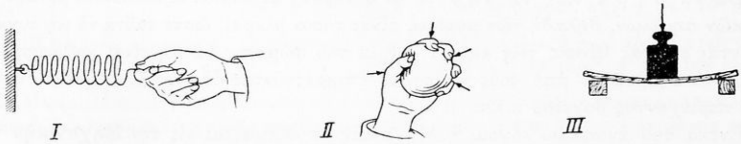
ΣΤΑΤΙΚΗ

37. Γενικά. Ἡ Στατικὴ τοῦ ὑλικοῦ σημείου καὶ ἡ Στατικὴ τοῦ στερεοῦ σώματος ἐξετάζουν τὰς συνθήκας ἰσορροπίας δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐπενεργοῦν ἐφ᾽ ἑνὸς ὑλικοῦ σημείου ἢ ἐπὶ διαφόρων ὑλικῶν σημείων ἑνὸς στερεοῦ σώματος.

Κατὰ τὴν μελέτην τοῦ κεφαλαίου τούτου θὰ σπουδάσωμεν κυρίως τὴν Στατικὴν τοῦ ὑλικοῦ σημείου, ἐκ δὲ τῆς Στατικῆς τοῦ στερεοῦ σώματος θὰ ἐξετάσωμεν εἰδικάς τινας μόνον περιπτώσεις, διότι ἡ πλήρης μελέτη τῆς Στατικῆς τοῦ στερεοῦ σώματος ἐκφεύγει τῶν ὁρίων τοῦ ἀνὰ χεῖρας βιβλίου.

Αἱ γνώσεις τῆς Στατικῆς ἀνάγονται εἰς τὴν ἀρχαιότητα καὶ συνδέονται μὲ τὸ ὄνομα τοῦ μεγάλου Ἕλληνος Μαθηματικοῦ καὶ Φυσικοῦ Ἀρχιμήδους, τοῦ ὁποίου σώζεται αὐστηρὰ θεωρία τῆς ἰσορροπίας τῶν δυνάμεων « περὶ ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν ἢ κέντρα βάρους ἐπιπέδων ».

38. Δυνάμεις. Ὅταν τείνωμεν ἐλατήριον ἢ συμπιέζωμεν ἐλαστικὴν σφαῖραν (τόπι) ἢ ἐπίσης ὅταν κάμπτωμεν μεταλλικὸν ἔλασμα (σχ. 36), τότε τὰ σώματα αὐτὰ παραμορφοῦνται καὶ λέγομεν, ὅτι ἐπὶ τῶν σωμάτων αὐτῶν ἐξασκεῖται δύναμις. Ἐπίσης ἐὰν ὠθήσωμεν διὰ τῶν χειρῶν μας ἐλαφρὸν ἁμάξιον, τοῦτο τίθεται εἰς κίνησιν, ἢ καὶ ἐὰν κινῆται δυνάμεθα νὰ ἀνακόψωμεν τὴν κίνησιν αὐτοῦ ἐξασκοῦντες ἐπ᾽ αὐτοῦ δύναμιν. Τὴν δύναμιν τὴν ἀντιλαμβανόμεθα μόνον ἐκ τῶν ἀποτελεσμάτων αὐτῆς.



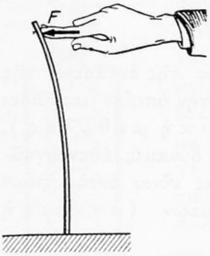
Σχ. 36. Ἐπὶ τῶν σωμάτων ἐξασκοῦνται δυνάμεις.

Γενικῶς, καλοῦμεν δυνάμεις τὰ αἴτια, τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ προκαλέσουν τὴν κίνησιν τῶν σωμάτων ἢ νὰ τροποποιήσουν τὴν κινητικὴν αὐτῶν κατάστασιν, ἢ ἀκόμη τὰ αἴτια τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ προκαλέσουν παραμόρφωσιν τῶν σωμάτων.

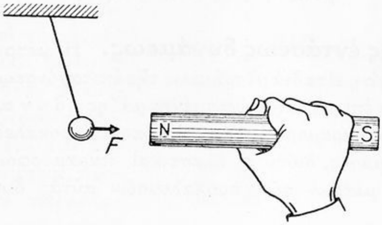
Αἱ δυνάμεις, τὰς ὁποίας χρησιμοποιεῖ ὁ ἄνθρωπος διὰ τὰς ἀνάγκας αὐτοῦ, εἶναι ποικίλης προελεύσεως, π.χ. μυϊκαὶ ἢ ζωϊκαὶ δυνάμεις (ἄνθρωπος, ἵππος), ἡ δύναμις τοῦ ἀνέμου, ἡ δύναμις ἡ δημιουργουμένη ἐκ τῆς ροῆς τοῦ ὕδατος, ἡ ἠλεκτρικὴ δύναμις, ἡ μαγνητικὴ δύναμις κ.λ.π. Εἰδικὴν δὲ μορφὴν δυνάμεως ἀποτελεῖ τὸ βάρος ἑνὸς σώματος, ἤτοι ἡ δύναμις, μὲ τὴν ὁποίαν ἡ Γῆ ἕλκει τὸ σῶμα τοῦτο.

Αἱ μᾶλλον γνώριμοι εἰς ἡμᾶς δυνάμεις εἶναι ἐκεῖναι, αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται ὑπὸ ἑνὸς σώματος ἐπὶ ἄλλου, μὲ τὸ ὁποῖον τὸ πρῶτον εὑρίσκεται εἰς ἄμεσον ἐπαφήν, ὅπως π.χ. ἡ δύναμις F, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ὁ δακτυλός μας ἐπὶ ἐλάσματος τὸ ὁποῖον πιέζομεν (σχ. 37).

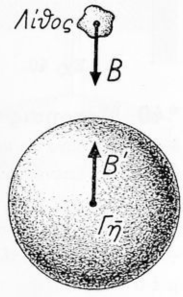
Ἐκτὸς τῶν δυνάμεων αὐτῶν ὑπάρχουν καὶ ἄλλαι δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται χωρὶς τὰ δύο σώματα νὰ εὑρί-



Σχ. 37. Διὰ τοῦ δακτύλου ἐξασκεῖται δύναμις F παραμορφώνουσα τὸ ἔλασμα.



Σχ. 38. Ὁ μαγνήτης NS ἐξασκεῖ δύναμιν F ἐπὶ τῆς σιδηρᾶς σφαίρας, χωρὶς νὰ εὑρίσκεται εἰς ἐπαφὴν μὲ αὐτήν.



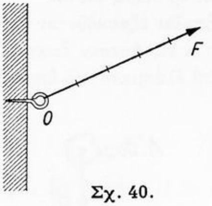
Σχ. 39. Ἡ Γῆ ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ λίθου δύναμιν. Ἴσην δύναμιν ἐξασκεῖ καὶ ὁ λίθος ἐπὶ τῆς Γῆς.

σκωνται εἰς ἐπαφήν. Οὕτω ὁ μαγνήτης τοῦ σχήματος 38 ἐξασκεῖ τὴν δύναμιν F ἐπὶ τῆς διὰ τοῦ νήματος ἐξηρτημένης σιδηρᾶς σφαίρας, χωρὶς νὰ εὑρίσκεται εἰς ἐπαφὴν μετ' αὐτῆς. Τὴν ἰδίαν περίπτωσιν ἔχομεν εἰς τὸ φαινόμενον τῆς βαρύτητος. Οὕτω ὁ λίθος τοῦ σχήματος 39 ἕλκεται ὑπὸ τῆς Γῆς, χωρὶς νὰ εὑρίσκεται εἰς ἐπαφὴν μετ' αὐτῆς.

39. Χαρακτηριστικὰ δυνάμεως. Γραφικὴ παράστασις. Ἡ δύναμις εἶναι διανυσματικὸν μέγεθος καὶ ὡς ἐκ τούτου ἔχει τὰ χαρακτηριστικὰ στοιχεῖα τοῦ διανύσματος ἤτοι, φορέα, (ἢ εὐθεῖαν ἐπενεργείας), διεύθυνσιν, φοράν, σημεῖον ἐφαρμογῆς καὶ μέτρον (ἔντασιν).

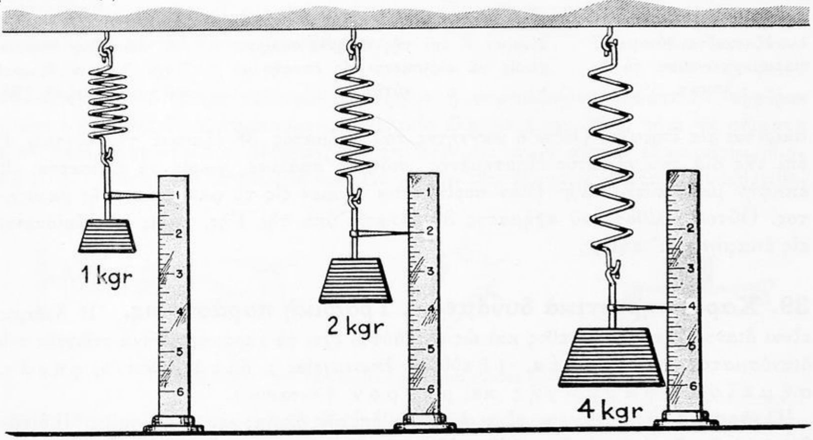
Ὁ **φορεὺς** τῆς δυνάμεως εἶναι ἡ εὐθεῖα ἐπὶ τῆς ὁποίας κεῖται ἡ δύναμις. Ἡ **διεύθυνσις** τῆς δυνάμεως εἶναι κάθε εὐθεῖα παράλληλος πρὸς τὸν φορέα της. Ἐπὶ τοῦ φορέως ὁρίζομεν θετικὴν καὶ ἀρνητικὴν **φοράν,** ὁπότε ἡ δύναμις δύναται νὰ ἔχῃ τὴν μίαν ἢ τὴν ἄλλην ἐξ αὐτῶν. Τὸ **σημεῖον ἐφαρμογῆς** εἶναι ἓν σημεῖον ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐξασκεῖται ἡ δύναμις. Ἐὰν ἡ δύναμις ἐξασκεῖται ἐπὶ στερεοῦ σώματος, αὕτη εὑρίσκεται ὁπουδήποτε ἐπὶ τοῦ φορέως, ἀλλ' ἐν πάσῃ περιπτώσει ἐπὶ σημείου τοῦ σώματος. Τέλος τὸ **μέτρον** τῆς δυνάμεως εἶναι ἡ ἀριθμητικὴ τιμή, ἡ ὁποία προκύπτει ἐκ τῆς μετρήσεως τῆς δυνάμεως, ἀκολουθουμένη πάντοτε ὑπὸ τῆς μονάδος μετρήσεως.

Γραφικῶς ἡ δύναμις παριστᾶται ὑπὸ διανύσματος, δηλ. ὑπὸ τμήματος εὐθείας, φέροντος εἰς τὸ ἓν ἄκρον βέλος (σχ. 40). Ἡ ἀρχὴ Ο τοῦ διανύσματος ἀναφέρεται εἰς τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως, παριστᾷ δηλ. τὸ ὑλικὸν σημεῖον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐπενεργεῖ ἡ δύναμις. Τὸ μῆκος OF ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα, τὴν ὁποίαν ὁρίζομεν ἡμεῖς, παρέχει τὴν ἔντασιν τῆς δυνάμεως, ἐνῷ τὸ βέλος δεικνύει τὴν διεύθυνσιν καὶ φορὰν τῆς δυνάμεως, δηλ. τὴν διεύθυνσιν πρὸς τὴν ὁποίαν θὰ ἐκινεῖτο τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἢ τὸ σῶμα, ἐὰν ἦτο ἐλεύθερον. Ἡ εὐθεῖα, ἐπὶ τῆς ὁποίας κεῖται τὸ διάνυσμα OF, εἶναι ἡ εὐθεῖα ἐπενεργείας τῆς δυνάμεως ἢ φορεὺς αὐτῆς.



Σχ. 40.

***40. Μέτρησις τῆς ἐντάσεως δυνάμεως.** Ἡ μέτρησις τῆς ἐντάσεως τῆς δυνάμεως δύναται νὰ γίνῃ εἴτε διὰ μετρήσεως τῆς ἐπιταχύνσεως, τὴν ὁποίαν μεταδίδει ἡ δύναμις, ἐπενεργοῦσα ἐπὶ σώματος ὡρισμένης μάζης (δυναμικὴ μέθοδος), εἴτε διὰ μετρήσεως τῆς παραμορφώσεως, τὴν ὁποίαν προκαλεῖ ἡ δύναμις, ἐπενεργοῦσα ἐπὶ ἐλαστικοῦ σώματος, διότι αἱ ἐλαστικαὶ παραμορφώσεις εἶναι ἐντὸς ὁρίων τινῶν ἀνάλογοι τῶν μέτρων τῶν προκαλουσῶν αὐτὰς δυνάμεων (στατικὴ μέθοδος).



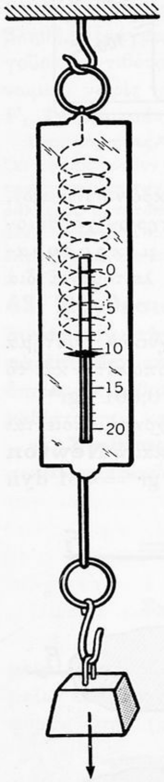
Σχ. 41. Ἡ παραμόρφωσις εἶναι ἀνάλογος τοῦ τείνοντος βάρους.

α) Δυναμικὴ μέθοδος. Δύο δυνάμεις θεωροῦνται ὡς ἴσαι, ὅταν ἑκάστη τούτων ἐπενεργοῦσα χωριστὰ ἐπὶ σώματος τινὸς μεταδίδῃ τὴν αὐτὴν ἐπιτάχυνσιν. Ἡ μία τῶν δυνάμεων τούτων θεωρεῖται διπλασία, τριπλασία κ.ο.κ. τῆς ἄλλης, ὅταν αὐτὴ μεταδίδῃ ἐπιτάχυνσιν, ἡ ὁποία εἶναι διπλασία, τριπλασία κ.ο.κ. τῆς ἐπιταχύνσεως, τὴν ὁποίαν μεταδίδει ἡ ἄλλη.

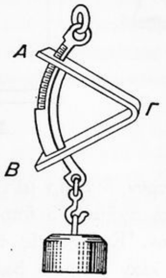
β) Στατικὴ μέθοδος. Δύο δυνάμεις εἶναι ἴσαι, ὅταν ἑκατέρα τούτων, ἐπενεργοῦσα ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σώματος, προκαλῇ παραμόρφωσιν τοῦ αὐτοῦ μεγέθους

(σχ. 41). Ἡ μία τῶν δυνάμεων εἶναι διπλασία, τριπλασία κ.ο.κ. τῆς ἄλλης, ὅταν ἡ παραμόρφωσις, τὴν ὁποίαν αὕτη προκαλεῖ, εἶναι διπλασία, τριπλασία κ.ο.κ. τῆς παραμορφώσεως τὴν ὁποίαν προκαλεῖ ἡ ἄλλη.

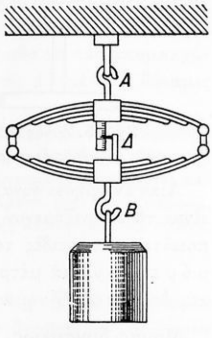
41. Μέτρησις τῶν δυνάμεων. Δυναμόμετρα. Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν δυνάμεων, κατὰ τὴν στατικὴν μέθοδον, ἡ ὁποία κυρίως ἐφαρμόζεται εἰς τὴν πρᾶξιν, χρησιμοποιοῦνται ὄργανα καλούμενα **δυναμόμετρα.** Ταῦτα στηρίζονται ἐπὶ τῆς ἀρχῆς ὅτι, δύο δυνάμεις ἴσαι, ὅταν ἑκατέρα τούτων ἐπενεργήσῃ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σώματος, προκαλοῦν παραμόρφωσιν τοῦ αὐτοῦ μεγέθους.



Σχ. 42. Δυναμόμετρον μὲ ἑλικοειδὲς ἐλατήριον.



Σχ. 43.



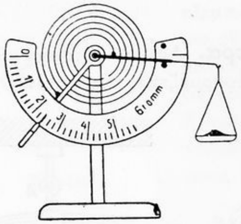
Σχ. 44.

Σχ. 43. Δυναμόμετρον κεκαμμένον εἰς σχῆμα γωνίας· ἀναλόγως τοῦ μεγέθους τοῦ ἐξαρτωμένου βάρους, τὸ σκέλος ΑΓ πλησιάζει πρὸς τὸ ΒΓ. — Σχ. 44. Δυναμόμετρον διὰ τὴν μέτρησιν μεγάλων δυνάμεων.

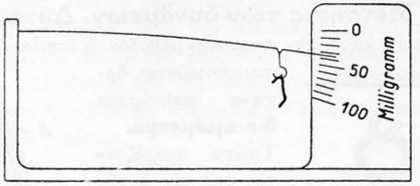
Ἁπλούστατον τύπον δυναμομέτρου ἀποτελεῖ ὁ **ζυγὸς δι' ἐλατηρίου** (κοινῶς **κανταράκι**, σχ. 42). Τὸ ἑλικοειδὲς ἐλατήριον, ἐξ οὗ ἀποτελεῖται, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως τείνεται καὶ δείκτης μᾶς παρέχει ἀμέσως τὸ μέτρον, ἤτοι τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ τὴν μονάδα (π.χ. 1 kgr*). Εἰς τὴν πρᾶξιν, χρησιμοποιοῦνται σήμερον ποικίλοι τύποι δυναμομέτρων (σχ. 43), τῶν ὁποίων ἡ κατασκευὴ στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω ἀρχῆς.

Ἕτερος τύπος δυναμομέτρου, τὸ ὁποῖον χρησιμεύει διὰ τὴν μέτρησιν μεγάλων δυνάμεων, π.χ. τῆς δυνάμεως ἕλξεως ἀτμομηχανῆς, εἶναι τὸ δυναμόμετρον τοῦ σχήματος 44. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ πολλαπλᾶ ἐλάσματα Α καὶ Β, τὰ ὁποῖα συζευγνύονται καταλλήλως μεταξύ των. Ἐὰν τὸ ἄνω μέρος Α ἐξαρτηθῇ ἀπὸ ἀκλονήτου στηρίγματος, τὸ δὲ κάτω Β φορτισθῇ διὰ βάρους, τότε τὰ δύο ἐλάσματα ἀπομακρύνονται, ἡ δὲ ἀπόστασις αὐτῶν μετρεῖται ἑκάστοτε ἐπὶ κλίμακος, προσηρμοσμένης εἰς τὸ ἄνω ἔλασμα Α μὲ τὴν βοήθειαν δείκτου Δ, προσηρμοσμένου μονίμως εἰς τὸ κάτω ἔλασμα Β.

Διὰ τοῦ δυναμομέτρου τούτου δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν δυνάμεις, τῶν ὁποίων τὸ μέγεθος εἶναι πολλῶν ἑκατοντάδων χιλιογράμμων. Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἕλξεως ἀτμομηχανῆς, τὸ ἔλασμα Β συνδέεται πρὸς τὴν ἀτμομηχανὴν καὶ τὸ Α πρὸς τὸν συρμόν. Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω δυναμομέτρων ὑπάρχουν καὶ δυναμόμετρα ἄλλων τύπων, ὡς εἶναι π. χ. οἱ ζυγοί.



Σχ. 45. Ζυγὸς διὰ σπειροειδοῦς ἐλατηρίου.



Σχ. 46. Μικροζυγὸς μὲ νῆμα ἐκ χαλαζίου (Quartz).

Λίαν ἐν χρήσει δυναμόμετρον, διὰ τὴν μέτρησιν εἰς ἐργαστήρια μικρῶν δυνάμεων, εἶναι τὸ εἰκονιζόμενον εἰς τὸ σχῆμα 45 ὅπου ἀντὶ ἑλικοειδοῦς ἐλατηρίου χρησιμοποιεῖται σπειροειδὲς τοιοῦτον. Ἐπίσης εἰς τὸ σχῆμα 46 δεικνύεται μικροδυναμόμετρον, διὰ μέτρησιν λίαν μικρῶν βαρῶν, ὁ ζυγὸς δὲ οὗτος λειτουργεῖ διὰ κάμψεως μικροῦ νήματος ἐκ χαλαζίου.

Μονὰς δυνάμεως. Ὡς βασικὴ μονὰς τῆς δυνάμεως εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα χρησιμεύει τὸ **1 χιλιόγραμμον βάρους** (1 kgr*). Ἐνίοτε χρησιμοποιεῖται καὶ τὸ **1 γραμμάριον βάρους** (1 gr*). Εἶναι δέ, ὡς γνωστόν : 1 gr* = 0,001 kgr*.

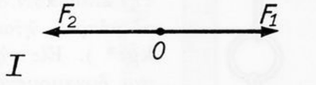
Εἰς τὰς ἐπιστημονικὰς ἐφαρμογάς, ὡς βασικὴ μονὰς δυνάμεως χρησιμοποιεῖται ἡ **δύνη** (1 dyn), ἡ ὁποία ἀνήκει εἰς τὸ σύστημα μονάδων C.G.S., καὶ ἡ **Newton** (1 N, Νιοῦτον), ἡ ὁποία ἀνήκει εἰς τὸ σύστημα M.K.S., εἶναι δέ: 1 gr* = 981 dyn καὶ 1 N = 10^5 dyn.

42. Θεμελιώδεις Ἀρχαὶ τῆς Στατικῆς.

Ἡ Στατικὴ τοῦ ὑλικοῦ σημείου καὶ τοῦ στερεοῦ σώματος θεμελιοῦται ἐπὶ τῶν ἀκολούθων ἀρχῶν:

α) **Δύο δυνάμεις ἴσαι καὶ ἀντιθέτου φορᾶς, ἐφηρμοσμέναι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου, ἰσορροποῦν, δηλ. οὐδὲν ἀποτέλεσμα ἔχουν ἐπὶ τοῦ σώματος** (σχ. 47, I).

β) **Δύο δυνάμεις ἴσαι καὶ ἀντιθέτου φορᾶς, ἐφηρμοσμέναι εἰς δύο διάφορα σημεῖα στερεοῦ σώματος, ἰσορροποῦν, ὅταν αἱ εὐθεῖαι ἐπενεργείας αὐτῶν κεῖνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας** (σχ. 47, II).



Σχ. 47. Θεμελιώδεις Ἀρχαὶ τῆς Στατικῆς.

Αἱ ἀνωτέρω δύο ἀρχαί, ὡς ἐμπειρικαί, εἶναι αὐταπόδεικτοι.

γ) **Ἐὰν μία δύναμις εἶναι ἐφηρμοσμένη ἐπί τινος σημείου στερεοῦ σώ-**

ματος, δυνάμεθα νὰ μεταφέρωμεν τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως ταύτης εἰς ἕτερον σημεῖον τοῦ σώματος, κείμενον ὅμως ἐπὶ τῆς εὐθείας ἐπενεργείας τῆς δυνάμεως, χωρὶς νὰ μεταβληθῇ τὸ ἀποτέλεσμά της.

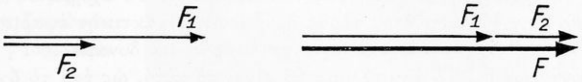
Τοῦτο δυνάμεθα νὰ δείξωμεν ὡς ἑξῆς : Ἔστω ὅτι εἰς τὸ σημεῖον O (σχ. 47, III) ἑνὸς στερεοῦ σώματος ἐνεργεῖ ἡ δύναμις F. Ἐὰν εἰς τὸ σημεῖον O′, τὸ ὁποῖον κεῖται ἐπὶ τῆς εὐθείας ἐπενεργείας τῆς δυνάμεως F, ἐφαρμόσωμεν δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἀντιθέτου φορᾶς καὶ ἴσας πρὸς τὴν F, τὸ ἀποτέλεσμα τῆς δυνάμεως F δὲν θὰ μεταβληθῇ. Πράγματι, αἱ ἴσαι δυνάμεις F καὶ F_2 ἐξουδετεροῦνται ἀμοιβαίως, ὡς ἐνεργοῦσαι ἀντιθέτως ἐπὶ τῶν σημείων O καὶ O′· ἑπομένως δυνάμεθα νὰ τὰς ἀπομακρύνωμεν, χωρὶς νὰ μεταβληθῇ ἡ κατάστασις τοῦ σώματος. Οὕτω ἀπομένει ἡ δύναμις F_1, ἐφηρμοσμένη εἰς τὸ σημεῖον O′.

Παρατήρησις. Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω, ἡ δύναμις, ὡς διανυσματικὸν μέγεθος, παρουσιάζει τὴν ἀκόλουθον ἰδιότητα, ἡ ὁποία διακρίνει αὐτὴν ἀπὸ τῶν ἄλλων διανυσματικῶν μεγεθῶν, π.χ. ταχύτητος, ἐπιταχύνσεως κτλ. Ἐνῷ δηλαδὴ διὰ τὴν ταχύτητα, ἐπιτάχυνσιν κτλ. ἐπιτρέπεται παράλληλος μετατόπισις τῶν παραστατικῶν αὐτῶν διανυσμάτων, προκειμένου περὶ τῆς δυνάμεως, δὲν ἐπιτρέπεται παράλληλος μετατόπισις, ἀλλὰ μόνον μετατόπισις αὐτῆς κατὰ μῆκος τῆς εὐθείας ἐπενεργείας της ἐπὶ τοῦ στερεοῦ σώματος.

43. Σύνθεσις δυνάμεων.

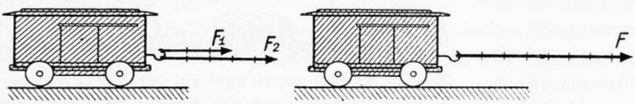
Καλοῦμεν σ ύ ν θ ε σ ι ν δύο ἢ περισσοτέρων δυνάμεων, τὴν ἀντικατάστασιν αὐτῶν ὑπὸ μιᾶς μόνον δυνάμεως, ἡ ὁποία νὰ ἐπιφέρῃ τὸ αὐτὸ ὡς καὶ ἐκεῖναι ἀποτέλεσμα. Ἡ νέα αὕτη δύναμις, ἡ ὁποία ἀντικαθιστᾷ ταύτας, καλεῖται **συνισταμένη,** αἱ δὲ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἀντικαθίστανται, καλοῦνται **συνιστῶσαι.**

α) Σύνθεσις δυνάμεων κειμένων ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας. Διὰ νὰ συνθέσωμεν γραφικῶς δύο ἢ περισσοτέρας δυνάμεις, ἐφηρμοσμένας ἐπὶ ἑνὸς ὑλικοῦ ση-



Σχ. 48. Σύνθεσις δύο δυνάμεων τῆς αὐτῆς φορᾶς. Ἡ δύναμις F εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν F_1 καὶ F_2.

μείου, ἐφαρμόζομεν τὴν ἑξῆς μέθοδον : Γράφομεν τὴν πρώτην τῶν δυνάμεων μὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς τὸ ὑλικὸν σημεῖον καὶ ἀπὸ τὸ πέρας τῆς πρώτης δυνάμεως γράφομεν ἴσην (κατὰ μέτρον, διεύθυνσιν καὶ φορὰν) πρὸς τὴν δευτέραν. Ἐὰν

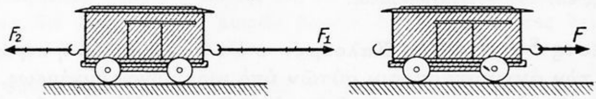


Σχ. 49. Αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2 δύνανται νὰ ἀντικατασταθοῦν ὑπὸ τῆς δυνάμεως F ἴσης πρὸς $F_1 + F_2$.

ὑπάρχῃ καὶ τρίτη δύναμις, φέρομεν ὁμοίως, ἀπὸ τὸ πέρας τῆς δευτέρας, δύναμιν ἴσην πρὸς τὴν τρίτην κ.ο.κ. Ἑνώνοντες τέλος τὴν ἀρχὴν τῆς πρώτης δυνάμεως μὲ τὸ πέρας τῆς τελευταίας ἔχομεν τὴν συνισταμένην κατὰ μέτρον, διεύθυνσιν καὶ φορὰν (σχ. 48). Ἐὰν λοιπὸν δύο δυνάμεις ἔχουν τὴν αὐτὴν φοράν, ἡ συνισταμένη αὐτῶν ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν μέτρων τῶν δοθεισῶν δυνάμεων καὶ ἔχει τὴν αὐτὴν πρὸς ἐκείνας διεύθυνσιν καὶ φοράν.

Σχ. 50. Σύνθεσις δύο δυνάμεων ἀντιθέτου φορᾶς. Ἡ δύναμις F εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν F_1 καὶ F_2.

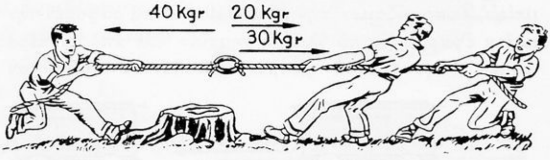
Πρακτικὴν ἐφαρμογὴν τοῦ ἀνωτέρω δεικνύει τὸ σχῆμα 49 ὅπου ὄχημα σύρεται ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2. Τὸ ἀποτέλεσμα εἶναι τὸ αὐτὸ ἐὰν τὸ ὄχημα σύρεται ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν μιᾶς μόνης δυνάμεως F ἴσης πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν δύο ἄλλων καὶ ἐνεργούσης πρὸς τὴν αὐτὴν φοράν.



Σχ. 51. Αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2 δύνανται νὰ ἀντικατασταθοῦν ὑπὸ τῆς δυνάμεως F ἴσης πρὸς $F_1 - F_2$.

Ἐὰν αἱ δυνάμεις ἔχουν ἀντίθετον φοράν, τότε ἡ συνισταμένη αὐτῶν ἰσοῦται πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν τῶν δοθεισῶν δυνάμεων, ἡ δὲ φορὰ αὐτῆς συμπίπτει πρὸς τὴν φορὰν τῆς μεγαλυτέρας τῶν δυνάμεων. Τὸ σχῆμα 50 δεικνύει γραφικῶς τὴν σύνθεσιν δύο ἀντιθέτου φορᾶς δυνάμεων. Πρακτικὴν ἐφαρμογὴν δεικνύει τὸ σχῆμα 51, ὅπου ὄχημα σύρεται πρὸς τὰ ἐμπρὸς διὰ δυνάμεως F_1 καὶ πρὸς τὰ ὀπίσω διὰ δυνάμεως F_2. Τὸ ἀποτέλεσμα θὰ εἶναι τὸ αὐτό, ὡς ἐὰν τὸ ὄχημα ἐσύρετο πρὸς τὰ ἐμπρὸς ὑπὸ δυνάμεως F ἴσης πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2.

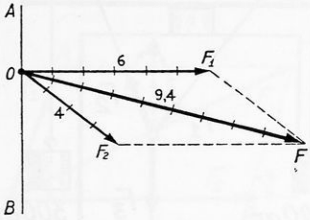
Τέλος, ἐὰν πολλαὶ δυνάμεις ἐπενεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ἐπὶ ὑλικοῦ σημείου καὶ ὡρισμέναι ἐξ αὐτῶν ἔχουν φορὰν πρὸς τὰ δεξιά, ἄλλαι δὲ κατὰ τὴν ἀντίθετον φοράν, ἤτοι πρὸς τὰ ἀριστερά, ἡ συνισταμένη αὐτῶν ἰσοῦται πρὸς τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν δοθεισῶν δυνάμεων, ὑπὸ τὸν ὅρον, ὅτι θεωροῦμεν π.χ. ὡς θετικὰς τὰς δυνάμεις τὰς διευθυνομένας κατὰ τὴν θετικὴν φορὰν καὶ ὡς ἀρνητικὰς τὰς διευθυνομένας κατὰ τὴν ἀρνητικὴν φοράν. Ἡ φορὰ τῆς συνισταμένης καθορίζεται ἐκ τοῦ σημείου τοῦ



Σχ. 52. Αἱ δυνάμεις 20 kgr* καὶ 30 kgr* ἔχουν συνισταμένην 50 kgr* ἡ ὁποία, μετὰ τῆς δυνάμεως 40 kgr* ἐπενεργούσης κατ' ἀντίθετον φοράν, παρέχει ὡς συνισταμένην 10 kgr* διευθυνομένην δεξιά.

ἀλγεβρικοῦ ἀθροίσματος. Ἐφαρμογὴν τούτων εὑρίσκομεν εἰς τὴν διελκυστίνδα (σχ. 52).

β) Σύνθεσις δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ὑπὸ γωνίαν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου. Ἔστω ὅτι αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐπιδροῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου καὶ ὅτι αἱ διευθύνσεις αὐτῶν σχηματίζουν γωνίαν (σχ. 53). Ἡ συνισταμένη αὐτῶν θὰ παριστᾶται κατὰ μέτρον, τιμὴν καὶ διεύθυνσιν ὑπὸ τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων, ἑπομένως ἡ συνισταμένη αὐτῶν εὑρίσκεται διὰ γραφικῆς κατασκευῆς.

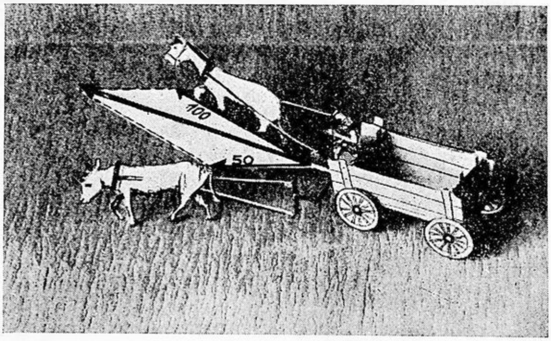


Σχ. 53. Παραλληλόγραμμον τῶν δυνάμεων.

Λογιστικῶς ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς συνισταμένης ὑπολογίζεται εἰς τὴν § 44.

Συμφώνως λοιπὸν πρὸς τ' ἀνωτέρω δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν τὴν ἀκόλουθον πρότασιν, ἡ ὁποία ἰσχύει γενικῶς καὶ εἶναι γνωστὴ ὡς **θεμελιώδης ἀρχὴ τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων:**

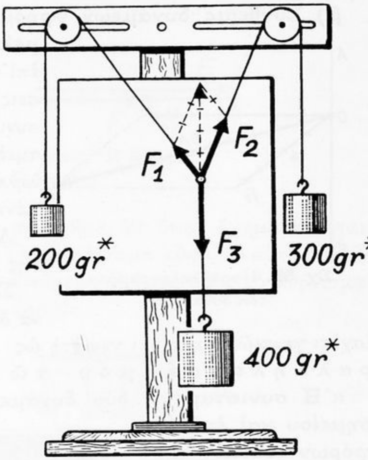
«Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων, αἵτινες ἐξασκοῦνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου καὶ ἐπὶ διαφόρων εὐθειῶν ἐπενεργείας (φορέων) δίδεται κατὰ μέγεθος, διεύθυνσιν καὶ φορὰν ὑπὸ τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ σχηματιζομένου μὲ πλευρὰς τὰς δύο δυνάμεις».



Σχ. 54. Ἐπὶ τῆς ἁμάξης εἶναι ἐφηρμοσμέναι δύο δυνάμεις.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται, ὅτι δύο δυνάμεις μὲ κοινὸν σημεῖον ἐφαρμογῆς καὶ σχηματίζουσαι γωνίαν, ἔχουν πάντοτε συνισταμένην καὶ μόνον μίαν. Πρακτικὴν ἐφαρμογὴν τῶν ἀνωτέρω δεικνύει τὸ σχῆμα 54, ὅπου δύο ὑποζύγια σύρουν ἅμαξαν μὲ διάφορον ἔντασιν. Τοῦτο ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νὰ κινῆται ἡ ἅμαξα κατὰ τὴν διαγώνιον τοῦ παραλληλογράμμου.

Πειραματικὴ διάταξις τῆς ἀρχῆς τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων. Ἡ πειραματικὴ διάταξις τῆς συνθέσεως δύο δυνάμεων, ἐφηρμοσμένων εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον, δεικνύεται κατὰ προσέγγισιν διὰ τοῦ σχήματος 55. Τὰ βάρη ἀποτελοῦν τρεῖς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἐφηρμοσμέναι εἰς ἓν κοινὸν σημεῖον καὶ ἰσορροποῦν. Ἐὰν ἐπὶ τῶν δύο νημάτων μεταφέρωμεν ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα τὰς δυνάμεις F_1 καὶ F_2, αἱ ὁποῖαι γραφικῶς παριστῶνται ὑπὸ τῶν ἀντιστοίχων διανυσμάτων, καὶ ἐπὶ τῇ βάσει αὐτῶν σχηματίσωμεν τὸ παραλληλόγραμμον καὶ φέρωμεν τὴν διαγώνιον αὐτοῦ, τότε αὕτη θεωρουμένη ὡς διάνυσμα εἶναι ἀκριβῶς ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν δύναμιν F_3, ἐξ οὗ συνάγεται, ὅτι ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου παρέχει κατὰ μέτρον, τιμὴν καὶ διεύθυνσιν τὴν συνισταμένην. Ἡ διάταξις πραγματοποιεῖται εὐκόλως, ἐὰν προσαρμοσθοῦν καταλλήλως ἐπὶ μαυροπίνακος αἱ δύο τροχαλίαι, ὁπότε μὲ τὴν βοήθειαν κιμωλίας δυνάμεθα νὰ σχηματίσωμεν ἐπὶ τοῦ πίνακος τὸ διάγραμμα.



Σχ. 55. Πειραματικὴ διάταξις συνθέσεως δυνάμεων. Παραλληλόγραμμον τῶν δυνάμεων.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων $F_1 = 4$ kgr* καὶ $F_2 = 3$ kgr* ἐπενεργουσῶν ἐπὶ ἑνὸς σημείου ὑπὸ γωνίαν α) 90^0, β) 60^0 μεταξύ των.

Λύσις. Α' Μέθοδος. Λογιστικῶς.— α) Ὅταν ἡ μεταξὺ αὐτῶν σχηματιζομένη γωνία εἶναι $\theta = 90^0$, ἡ ἔντασις τῆς συνισταμένης αὐτῶν εὑρίσκεται ἐκ τοῦ τύπου $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$, ὅτι

εἶναι : $\underline{F} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \underline{5 \text{ kgr*}}$

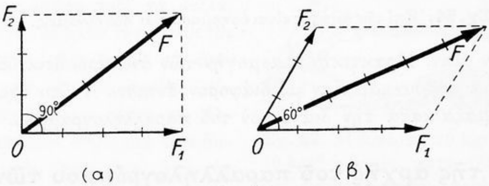
β) Ὅταν ἡ μεταξὺ αὐτῶν σχηματιζομένη γωνία εἶναι $\theta = 60^0$, ἡ ἔντασις τῆς συνισταμένης αὐτῶν εὑρίσκεται ἐκ τοῦ τύπου :

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cdot \text{συν}\,\theta}$$

ὅτι εἶναι : $\underline{F} = \sqrt{4^2 + 3^2 + 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 0{,}5} = \underline{6{,}1 \text{ kgr*}}$

Β' Μέθοδος. Γραφικῶς.—Ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα φέρομεν ἐκ τοῦ Ο τὰ διανύσματα, ὥστε τὰ μήκη αὐτῶν νὰ παριστάνουν ἀντιστοίχως 4 kgr* καὶ 3 kgr* καὶ νὰ σχηματίζουν μεταξύ των εἰς τὴν (α) περίπτωσιν γωνίαν 90^0 καὶ εἰς τὴν (β) περίπτωσιν γωνίαν 60^0 (σχ. 56). Κατόπιν σχηματίζομεν τὸ παραλληλόγραμμον τῶν διανυσμάτων, εἰς ἑκάστην περίπτωσιν, καὶ διὰ μετρήσεως διὰ τῆς αὐτῆς πάντοτε κλίμακος τῶν διαγωνίων εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως:

$\underline{F = 5 \text{ kgr*}}$ καὶ $\underline{F = 6{,}1 \text{ kgr*}}$



Σχ. 56.

***44. Ἀναλυτικὸς προσδιορισμὸς τῆς συνισταμένης δύο δυνάμεων.** Τὴν συνισταμένην δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 (σχ. 57) δυνάμεθα, ὡς εἴδομεν, νὰ εὕρωμεν διὰ τῆς κατασκευῆς τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων. Δυνάμεθα ὅμως καὶ ἀναλυτικῶς νὰ ὑπολογίσωμεν αὐτήν. Ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς συνισταμένης εὑρίσκεται ἐκ τοῦ γνωστοῦ τύπου :

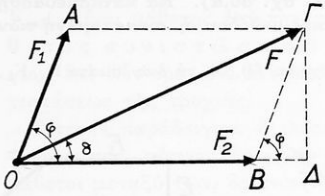
$$(\mathrm{O\Gamma})^2 = (\mathrm{OA})^2 + (\mathrm{OB})^2 + 2\,(\mathrm{OA})\cdot(\mathrm{OB})\cdot \text{συν}\,\varphi$$

ἤτοι :

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2\,F_1\cdot F_2\ \text{συν}\,\varphi$$

ἢ

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2\,F_1\cdot F_2\cdot \text{συν}\,\varphi} \qquad (1)$$



Σχ. 57. Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν στοιχείων τῆς συνισταμένης.

Τὴν διεύθυνσιν τῆς συνισταμένης καθορίζομεν διὰ τῆς γωνίας θ, τὴν ὁποίαν σχηματίζει π.χ. πρὸς τὴν δύναμιν F_2. Πρὸς τοῦτο προβάλλομεν τὴν ΟΓ ἐπὶ τῆς ΟΒ, ὅτε ἐκ τοῦ τριγώνου ΟΓΔ ἔχομεν:

$$\Gamma\Delta = \mathrm{O}\Delta\cdot \text{εφ}\,\theta \quad \text{καὶ} \quad \text{εφ}\,\theta = \frac{\Gamma\Delta}{\mathrm{O}\Delta}$$

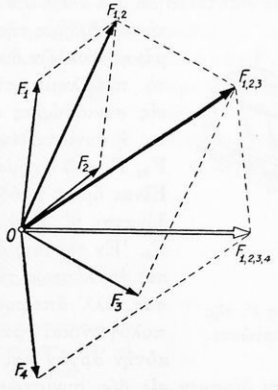
Ἀλλ' ἐκ τοῦ τριγώνου ΓΔΒ ἔχομεν $\Gamma\Delta = \mathrm{B}\Gamma\cdot \text{ημ}\,\varphi = F_1\cdot \text{ημ}\,\varphi$ καὶ $\mathrm{B}\Delta = \mathrm{B}\Gamma\cdot \text{συν}\,\varphi = F_1\cdot \text{συν}\,\varphi$. Πρὸς τούτοις εἶναι : $\mathrm{O}\Delta = \mathrm{OB} + \mathrm{B}\Delta = F_2 + F_1\cdot \text{συν}\,\varphi$, ὅθεν εἶναι :

$$\text{εφ}\,\theta = \frac{F_1\cdot \text{ημ}\,\theta}{F_2 + F_1\cdot \text{συν}\,\varphi} \qquad (2)$$

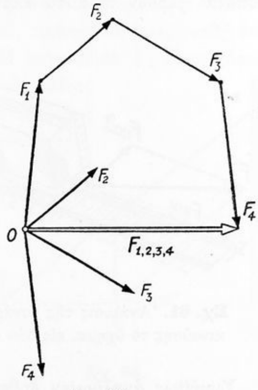
Οἱ τύποι (1) καὶ (2) λύουν τὸ πρόβλημα, διότι ὁ πρῶτος παρέχει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς συνισταμένης καὶ ὁ δεύτερος τὴν διεύθυνσιν αὐτῆς.

45. Σύνθεσις πολλῶν δυνάμεων. Ὅταν αἱ εἰς τὸ κοινὸν σημεῖον ἐφαρμογῆς ἐπενεργοῦσαι δυνάμεις εἶναι περισσότεραι τῶν δύο, συνθέτομεν ἐν ἀρχῇ δύο ἐξ αὐτῶν καὶ εἰς τὴν προκύπτουσαν δύναμιν συνθέτομεν κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον τὴν τρίτην δύναμιν κ.ο.κ. μέχρις ἐξαντλήσεως ὅλων τῶν δυνάμεων. Οὕτως αἱ δυνάμεις F_1, F_2, F_3, F_4 (σχ. 58) ἔχουν συνισταμένην τὴν $F_{1,2,3,4}$, ἡ ὁποία εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν συνιστωσῶν.

Εἰς τὴν περίπτωσιν ὅμως δυνάμεων περισσοτέρων τῶν δύο, φθάνομεν πολὺ συντομώτερον εἰς τὸ ἀποτέλεσμα διὰ κατασκευῆς τῆς πολυγωνικῆς γραμμῆς (σχ. 59), ὅτε συνάγεται καὶ ἡ ἀκόλουθος πρότασις: «Ἵνα πολλαὶ δυνάμεις, ἐνεργοῦσαι ἐπὶ ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, ἰσορροποῦν, πρέπει ἡ πολυγωνικὴ αὐτῶν γραμμή, ἡ ὁποία καλεῖται καὶ πολύγωνον τῶν δυνάμεων, νὰ εἶναι κλειστή».



Σχ. 58.



Σχ. 59.

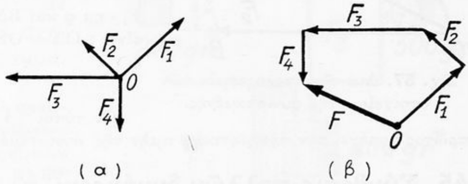
Σχ. 58. Σύνθεσις τεσσάρων δυνάμεων. — Σχ. 59. Σύνθεσις τῶν δυνάμεων διὰ τῆς μεθόδου τῆς πολυγωνικῆς γραμμῆς.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι τὸ πρόβλημα τῆς εὑρέσεως τῆς συνισταμένης πολλῶν δυνάμεων, ἐπενεργουσῶν ἐπὶ ἑνὸς ὑλικοῦ σημείου, ἐπιδέχεται πάντοτε μίαν ὡρισμένην λύσιν.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Τέσσαρες δυνάμεις $F_1 = 6$ kgr*, $F_2 = 4$ kgr*, $F_3 = 8$ kgr*, $F_4 = 4$ kgr*, ἐπενεργοῦν εἰς τὸ σημεῖον Ο κατὰ διευθύνσεις βορειο-ἀνατολικήν, βορειο-δυτικήν, δυτικὴν καὶ νοτίαν ἀντιστοίχως (βλ. σχ. 60,α). Νὰ κατασκευασθῇ τὸ διάγραμμα τῶν δυνάμεων καὶ νὰ εὑρεθῇ διὰ γραφικῆς μεθόδου ἡ συνισταμένη τῶν τεσσάρων τούτων δυνάμεων.

Λύσις. Γραφικῶς.—Φέρομεν ἐκ τυχόντος σημείου Ο (σχῆμα, 60,β) τὰ διανύσματα F_1, F_2, F_3, F_4 ἀντιστοίχως, παράλληλα, ὁμόρροπα καὶ ἴσα πρὸς τὰς δοθείσας δυνάμεις τοῦ σχήματος (60, α). Οὕτω κατασκευάζεται μία πολυγωνικὴ γραμμὴ (δυναμοπολύγωνον), τῆς ὁποίας ἡ ἀρχὴ καὶ τὸ τέλος ὁρίζουν ἓν διάνυσμα, ἴσον κατὰ μέτρον, διεύθυνσιν καὶ φοράν, πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν δοθεισῶν δυνάμεων. Τὸ διάνυσμα τοῦτο μετρούμενον διὰ τῆς αὐτῆς πάντοτε κλίμακος εὑρίσκεται ἴσον πρός :

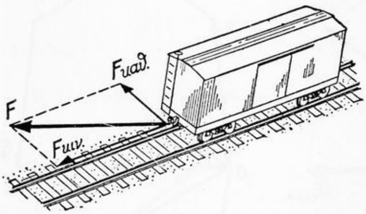
F = 7 kgr*.



Σχ. 60.

46. Ἀνάλυσις δυνάμεων.

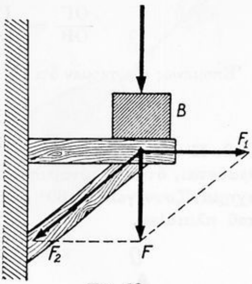
Ὅπως μία δύναμις δύναται ν' ἀντικαταστήσῃ πολλὰς ἄλλας καὶ ν' ἀποτελέσῃ τὴν συνισταμένην τῶν δοθεισῶν δυνάμεων, οὕτω καὶ δοθεῖσα δύναμις δύναται νὰ ἀντικατασταθῇ διὰ πολλῶν ἄλλων δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι φέρουν τὸ αὐτὸ ἀκριβῶς ἀποτέλεσμα (ἀ ν ά λ υ σ ι ς δυνάμεως). Ἐνῷ δὲ τὸ πρόβλημα τῆς εὑρέσεως τῆς συνισταμένης πολλῶν δυνάμεων εἶναι ὡρισμένον, τὸ πρόβλημα τῆς ἀναλύσεως δυνάμεως εἰς συνιστώσας εἶναι ἀόριστον. Πράγματι, ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων F_1, F_2, F_3, F_4 τοῦ σχήματος 58 εἶναι ἡ $F_{1,2,3,4}$. Εἶναι ὅμως πρόδηλον, ὅτι καὶ ἡ $F_{1,2,3,4}$ δύναται ν' ἀναλυθῇ εἰς τὰς F_1, F_2, F_3, F_4. Ἐν τούτοις δὲν ὑπάρχει μία μόνον λύσις ἀναλύσεως τῆς δυνάμεως εἰς συνιστώσας, ἀλλ' ἄπειροι, διότι ὑπάρχουν πολλαὶ πολυγωνικαὶ γραμμαί, αἱ ὁποῖαι ἔχουν τὴν αὐτὴν ἀρχὴν καὶ τέλος.



Σχ. 61. Ἀνάλυσις τῆς δυνάμεως F, τῆς κινούσης τὸ ὄχημα, εἰς δύο συνιστώσας.

Συνήθως ἀναλύομεν δοθεῖσαν δύναμιν εἰς δύο συνιστώσας, αἵτινες σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν φ. Ἐὰν $\varphi = 90^0$, αἱ δύο συνιστῶσαι καλοῦνται ὀ ρ θ ο γ ώ ν ι ο ι σ υ ν ι σ τ ῶ σ α ι.

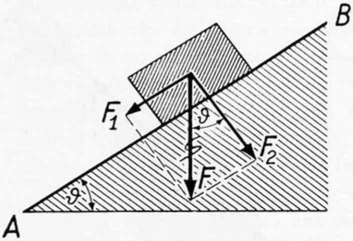
Χαρακτηριστικὴ περίπτωσις ἀναλύσεως δυνάμεως εἰς δύο ὀρθογωνίους συνιστώσας δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 61. Ἂς θεωρήσωμεν ὄχημα δυνάμενον νὰ κινηθῇ ἐπὶ τροχῶν καὶ ἑλκόμενον ἐκτὸς τῶν τροχιῶν ὑπὸ δυνάμεως F, ἤτοι ὑπὸ δυνάμεως σχηματιζούσης γωνίαν ὡς πρὸς τὴν διεύθυνσιν κινήσεως τοῦ ὀχήματος. Ἡ δύναμις F ἐν προκειμένῳ εἶναι ἡ συνισταμένη δύναμις καὶ αὕτη ἀναλύεται εἰς δύο ὀρθογωνίους συνιστώσας. Ἐκ τούτων ἡ μία, ἡ $F_{\text{κιν.}}$, εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν διεύθυνσιν κινήσεως καὶ ἐπειδὴ προκαλεῖ τὴν κίνησιν τοῦ ὀχήματος καλεῖται καὶ κινητήριος συνιστῶσα, ἡ δὲ $F_{\text{καθ.}}$, εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν πρώτην, καλεῖται κάθετος συνιστῶσα καὶ πιέζει τὸ ὄχημα πλαγίως ἐπὶ τῶν τροχῶν, ἀντισταθμίζεται δὲ ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως τῆς τροχιᾶς.



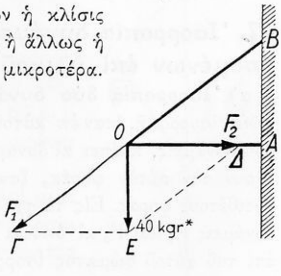
Σχ. 62.

Ἕτερον παράδειγμα ἀναλύσεως δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας, αἵτινες ὅμως ἐν προκειμένῳ δὲν εἶναι κάθετοι μεταξύ των, δεικνύει τὸ σχῆμα 62. Τὸ βάρος τοῦ σώματος Β ἐπιδρᾷ καθέτως ἐπὶ τῆς ὁριζοντίας δοκοῦ· ἡ δύναμις F, ἀντιστοιχοῦσα εἰς τὸ βάρος Β, ἀναλύεται εἰς τὰς συνιστώσας F_1 καὶ F_2. Ἐκ τούτων ἡ F_2 πιέζει τὴν δοκὸν ὑποστηρίξεως, ἐνῷ ἡ F_1 τείνει νὰ ἀπομακρύνῃ τὴν ὁριζοντίαν δοκὸν ἀπὸ τοῦ τοίχου.

Εἰς τὸ σχῆμα 63 δεικνύεται ἡ περίπτωσις σώματος εὑρισκομένου ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου ΑΒ. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπενεργεῖ τὸ βάρος αὐτοῦ F, τὸ ὁποῖον διευθύνεται κατακορύφως. Ἡ δύναμις ὅμως F ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας, τὴν F_2 κάθετον ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου καὶ τὴν F_1 παράλληλον πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον. Ἐκ τούτων ἡ F_2 ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ἐνῷ ἡ F_1 τείνει νὰ μετατοπίσῃ τὸ σῶμα πρὸς τὰ κάτω ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου καὶ ἑπομένως, διὰ νὰ διατηρηθῇ ἐν ἰσορροπίᾳ ἐπ' αὐτοῦ, πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ τοῦ σώματος δύναμις ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν F_1. Ἡ συνιστῶσα F_1 εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον ἡ κλίσις τοῦ ἐπιπέδου, ἢ ἄλλως ἡ γωνία θ εἶναι μικροτέρα.



Σχ. 63. Ἡ δύναμις F ἀναλύεται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἡ μία τῶν συνιστωσῶν νὰ ἔχῃ τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως.



Σχ. 64.

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα.— 1. Κιβώτιον ζυγίζον 40 kgr* εἶναι ἐξηρτημένον ἀπὸ τὸ ἄκρον ὁριζοντίας δοκοῦ ΟΑ μήκους 4 m καὶ σχοινίου ΟΒ ἐξηρτημένου ἐπὶ τοῦ σημείου Β, ἀπέχοντος 3 m ἀπὸ τοῦ σημείου Α τῆς ὑποστηρίξεως τῆς δοκοῦ ΟΑ (σχ. 64). Νὰ προσδιορισθῇ ἡ δύναμις ἡ ὁποία τείνει τὸ σχοινίον ΟΒ καὶ ἡ δύναμις ἡ ὁποία συμπιέζει τὴν δοκὸν ΟΑ.

Λύσις. Ἀναλύομεν τὴν δύναμιν τῶν 40 kgr* εἰς τὰς συνιστώσας δυνάμεις F_1 καὶ F_2, αἱ ὁποῖαι νὰ ἔχουν ἀντιστοίχως διευθύνσεις τὰς ΒΟ καὶ ΟΑ.

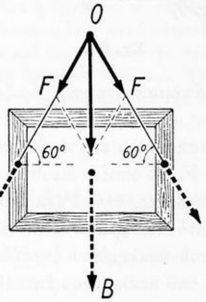
Ἐκ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου ΟΑΒ εὑρίσκομεν ὅτι : $OB = \sqrt{4^2+3^2} = 5$, ἤτοι ΟΒ = 5 m. Ἐπειδὴ δὲ τὰ τρίγωνα ΓΟΕ καὶ ΟΒΑ εἶναι ὅμοια, θὰ ἔχωμεν :

$$\frac{O\Gamma}{OB} = \frac{\Gamma E}{OA} = \frac{OE}{BA} \quad \text{ἤ} \quad \frac{F_1}{5} = \frac{F_2}{4} = \frac{40}{3}$$

Ἑπομένως εὑρίσκομεν ὅτι :

$$\underline{F_1 = 66{,}6 \text{ kgr*}} \quad \text{καὶ} \quad \underline{F_2 = 53{,}3 \text{ kgr*}}$$

2. Πλαίσιον εἶναι ἐξηρτημένον ἀπὸ καρφίον (σχ. 65). Τὸ σχοινίον ἐξαρτήσεως θραύεται, ὅταν ἡ δύναμις ὑπερβῇ τὰ 25 kgr*. Τὰ δύο ἡμίση τοῦ σχοινίου ἐξαρτήσεως σχηματίζουν γωνίαν 60° μεταξύ των. Νὰ καθορισθῇ τὸ μέγιστον ἐπιτρεπόμενον βάρος τοῦ πλαισίου.



Σχ. 65.

Λύσις. Ἔστω ὅτι τὸ πλαίσιον ἔχει βάρος Β. Τὸ βάρος τοῦτο θὰ ἐξασκῆται ἐπὶ τοῦ καρφίου Ο μέσῳ τῶν δύο νημάτων. Ἑπομένως, διὰ νὰ εὕρωμεν τὰς τάσεις τῶν νημάτων, ἀναλύομεν τὸ Β εἰς δύο δυνάμεις αἱ ὁποῖαι νὰ ἔχουν διευθύνσεις τὰς διευθύνσεις τῶν νημάτων καὶ σημεῖον ἐφαρμογῆς τὸ Ο. Συμφώνως πρὸς τὸ σχῆμα, τὸ σχηματιζόμενον παραλληλόγραμμον εἶναι ρόμβος καὶ ἑπομένως αἱ τάσεις τῶν νημάτων εἶναι ἴσαι. Ἐὰν ἑκάστη τάσις εἶναι F, τότε θὰ ἔχωμεν :

$$B = \sqrt{F^2 + F^2 + 2\,F \cdot F \cdot \text{συν}\,60^0} = F \cdot \sqrt{3}$$

Ἐπειδὴ ὅμως τὸ νῆμα θραύεται ὅταν ἡ δύναμις F, δηλ. ἡ τάσις τοῦ νήματος, ὑπερβῇ τὰ 25 kgr*, ἕπεται ὅτι τὸ ἐπιτρεπόμενον βάρος τοῦ πλαισίου εἶναι :

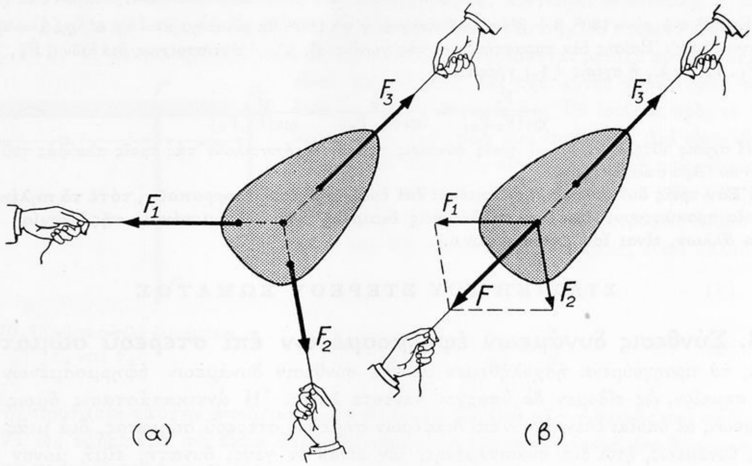
$$\underline{B} = 25\sqrt{3} = 25 \cdot 1{,}73 = \underline{43{,}25 \text{ kgr*}}$$

47. Ἰσορροπία δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ἐπὶ ὑλικοῦ σημείου.

α) Ἰσορροπία δύο δυνάμεων. Ἵνα σῶμα ἰσορροπῇ, ὅταν ἐπ' αὐτοῦ ἐπενεργοῦν δύο δυνάμεις, πρέπει αἱ δυνάμεις αὗται νὰ ἔχουν τὸν αὐτὸν φορέα, ἴσα μέτρα καὶ ἀντιθέτους φοράς. Εἰς τὸ σχῆμα 66 αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σώματος ἰσορροποῦν, διότι εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ συνισταμένη αὐτῶν εἶναι ἴση πρὸς μηδέν.

Σχ. 66. Ἰσορροπία δύο δυνάμεων.

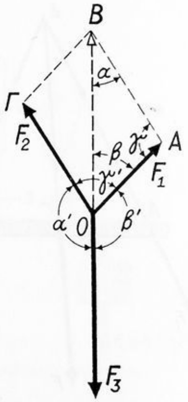
β) Ἰσορροπία τριῶν δυνάμεων. Προκειμένου περὶ τριῶν δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, διὰ νὰ ὑπάρξῃ ἰσορροπία αὐτῶν, πρέπει αἱ δυνάμεις νὰ εὑρίσκωνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου (ὁμοεπίπεδοι) καὶ ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν τούτων δυνάμεων νὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν. Οὕτω π.χ. εἰς τὴν πειραματικὴν διάταξιν



Σχ. 67. Ἰσορροπία τριῶν δυνάμεων.

τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων (σχ. 55) ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν δύναμιν F_3 καὶ ὡς ἐκ τούτου ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν τούτων δυνάμεων εἶναι ἴση πρὸς μηδέν.

Εἰς τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 67,α ἐπὶ τοῦ σώματος ἐξασκοῦνται τρεῖς ὁμοεπίπεδοι δυνάμεις F_1, F_2, F_3 καὶ τὸ σῶμα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῶν δυνάμεων τούτων ἰσορροπεῖ. Αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 δύνανται νὰ ἀντικατασταθοῦν ὑπὸ τῆς συνισταμένης των F, ὁπότε ἐπὶ τοῦ σώματος ἐξασκοῦνται δύο μόνον δυνάμεις, ἡ F_3 καὶ ἡ F (σχ. 67,β). Διὰ νὰ ἔχωμεν οὕτω ἰσορροπίαν, κατὰ τὰ ἀνωτέρω, πρέπει αἱ δύο αὗται δυνάμεις νὰ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι.



Σχ. 68.

Εἶναι ἐπίσης δυνατὸν ἐπὶ ἑνὸς σώματος, ὡς π.χ. ἐπὶ μιᾶς τραπέζης ἡ ὁποία ἠρεμεῖ ἐπὶ τοῦ δαπέδου, νὰ ἐξασκοῦνται περισσότεραι τῶν τριῶν δυνάμεων καὶ νὰ ὑπάρχῃ ἰσορροπία αὐτῶν.

Δυνάμεθα οὕτω νὰ ἐκφράσωμεν τὴν γενικὴν συνθήκην ἰσορροπίας δυνάμεων ὡς ἑξῆς : « Ὅταν ἐπὶ τινος σημείου ἐπενεργοῦν πολλαὶ δυνάμεις, αἱ δυνάμεις αὗται ἰσορροποῦν ὅταν ἡ συνισταμένη αὐτῶν εἶναι ἴση πρὸς μηδέν ».

***Συνθήκη ἰσορροπίας τριῶν δυνάμεων.** Ἐκ τοῦ τριγώνου ΟΑΒ (σχ. 68) ἔχομεν ἐκ τῶν γνωστῶν τῆς Τριγωνομετρίας :

$$\frac{OA}{\eta\mu\,\alpha} = \frac{AB}{\eta\mu\,\beta} = \frac{OB}{\eta\mu\,\gamma} \quad \text{ἢ} \quad \frac{F_1}{\eta\mu\,\alpha} = \frac{F_2}{\eta\mu\,\beta} = \frac{F_3}{\eta\mu\,\gamma} \qquad (1)$$

Ἐπειδὴ $\alpha + \alpha' = 180^0$, $\beta + \beta' = 180^0$ καὶ $\gamma + \gamma' = 180^0$, θὰ εἶναι $\eta\mu\,\alpha = \eta\mu\,\alpha'$, $\eta\mu\,\beta = \eta\mu\,\beta'$, $\eta\mu\,\gamma = \eta\mu\,\gamma'$. Ἐπίσης ἐὰν παραστήσωμεν τὰς γωνίας α', β', γ' ἀντιστοίχως διὰ τῶν (F_1, F_2), (F_1, F_3) κ.λ., ἡ σχέσις (1) γράφεται :

$$\frac{F_1}{\eta\mu(F_2,F_3)} = \frac{F_2}{\eta\mu(F_1,F_3)} = \frac{F_3}{\eta\mu(F_1,F_2)}$$

Ἡ σχέσις αὔτη δηλοῖ ὅτι αἱ τρεῖς δυνάμεις πρέπει νὰ ἀποτελοῦν τὰς τρεῖς πλευρὰς τοῦ τριγώνου. Ἄρα συνάγομεν ὅτι :

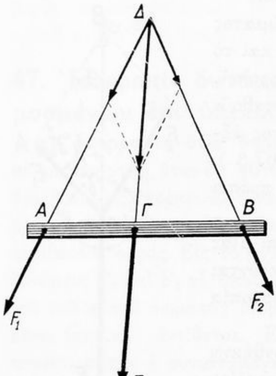
«Ἐὰν τρεῖς δυνάμεις, ἐφηρμοσμέναι ἐπὶ ἑνὸς σημείου, ἰσορροποῦν, τότε τὰ πηλίκα τὰ ὁποῖα προκύπτουν, ἐὰν ἑκάστη δύναμις διαιρεθῇ διὰ τοῦ ἡμιτόνου τῆς γωνίας τῶν δύο ἄλλων, εἶναι ἴσα μεταξύ των».

ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΟΥ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

48. Σύνθεσις δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ἐπὶ στερεοῦ σώματος.

Εἰς τὰ προηγούμενα ἠσχολήθημεν μὲ τὴν σύνθεσιν δυνάμεων ἐφηρμοσμένων εἰς ἓν σημεῖον, ὡς εἴδομεν δὲ ὑπάρχει πάντοτε λύσις. Ἡ ἀντικατάστασις ὅμως δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐπενεργοῦν ἐπὶ διαφόρων σημείων στερεοῦ σώματος, διὰ μιᾶς μόνης δυνάμεως, ἤτοι διὰ συνισταμένης, δὲν εἶναι ἐν γένει δυνατή, εἰμὴ μόνον ὑπὸ ὡρισμένους ὅρους. Κατὰ τὴν σύνθεσιν δυνάμεων ἐφηρμοσμένων εἰς διάφορα σημεῖα στερεοῦ σώματος θὰ μελετήσωμεν τὰς περιπτώσεις κατὰ τὰς ὁποίας αἱ δυνάμεις κεῖνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου καὶ σχηματίζουν γωνίαν τινὰ ἢ εἶναι παράλληλοι.

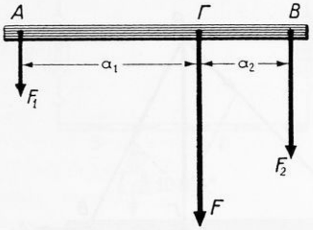
α) Δυνάμεις ὑπὸ γωνίαν. Ἔστω ὅτι αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐξασκοῦνται ἐπί τινος σώματος ἔχουσαι διαφόρους διευθύνσεις καὶ αἱ εὐθεῖαι ἐπενεργείας των κεῖνται εἰς τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον (σχ. 69). Αἱ εὐθεῖαι ἐπενεργείας τῶν δυνάμεων προεκβαλλόμεναι συναντῶνται εἰς τὸ σημεῖον Δ, εἰς τὸ ὁποῖον δυνάμεθα νὰ μεταφέρωμεν τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τῶν δυνάμεων, ὅτε προκύπτουν δύο δυνάμεις ἐφηρμοσμέναι εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον, τὰς ὁποίας δυνάμεθα νὰ συνθέσωμεν κατὰ τὴν μέθοδον τοῦ παραλληλογράμμου. Τὴν συνισταμένην δύναμιν δυνάμεθα ἤδη νὰ μεταφέρωμεν ἐπὶ οἱουδήποτε σημείου τῆς εὐθείας ἐπενεργείας της συνδεδεμένου ὅμως στερεῶς πρὸς τὸ σῶμα.



Σχ. 69. Σύνθεσις τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2.

Ἐὰν ἔχωμεν δυνάμεις περισσοτέρας τῶν δύο, δυνάμεθα νὰ ἐργασθῶμεν καθ' ὅμοιον τρόπον, συνδυάζοντες πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν δύο πρώτων δυνάμεων τὴν τρίτην καὶ προχωροῦντες οὕτω μέχρις ἐξαντλήσεως ὅλων τῶν δυνάμεων. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι τὸ πρόβλημα τῆς συνθέσεως πολλῶν ὁμοεπιπέδων δυνάμεων, ἐπενεργουσῶν εἰς διάφορα σημεῖα στερεοῦ σώματος, ἐπιδέχεται πάντοτε λύσιν.

β) Δυνάμεις παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς. Ἔστωσαν αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2 παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς, ἐφηρμοσμέναι εἰς δύο σημεῖα στερεοῦ σώματος (σχ. 70). Ἡ συνισταμένη F τῶν δυνάμεων τούτων εὑρίσκεται μεταξὺ αὐτῶν καὶ θὰ εἶναι παράλληλος καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς πρὸς τὰς δοθείσας, ἡ δὲ ἔντασίς της θὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα $F_1 + F_2$ τῶν δύο δυνάμεων. Διὰ τὸν καθορισμὸν τοῦ σημείου, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ συνισταμένη τέμνει τὴν εὐθεῖαν AB, ἀποδεικνύεται (βλ. § 59,β) ὅτι χωρίζει αὐτὴν εἰς μέρη ἀντιστρόφως ἀνάλογα πρὸς τὰς δύο συνιστώσας δυνάμεις, εἶναι δηλαδή:



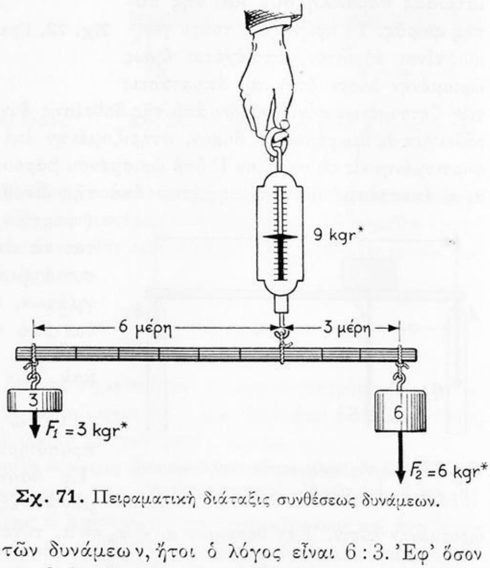
Σχ. 70. Σύνθεσις τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2.

$$F = F_1 + F_2 \qquad (1)$$

καὶ

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{F_2}{F_1} \qquad (2)$$

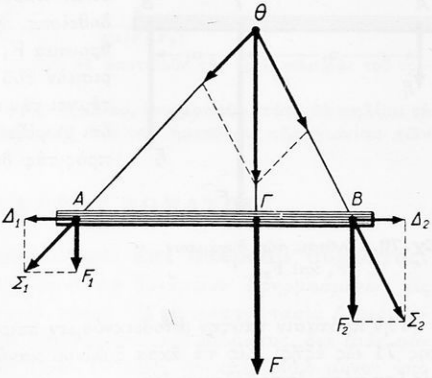
Τὴν πρότασιν ταύτην ἀποδεικνύομεν πειραματικῶς διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 71 ὡς ἑξῆς: Εἰς τὰ ἄκρα ξυλίνου κανόνος, ἀμελητέου βάρους, ὑποδιῃρημένου εἰς ἴσα μέρη, ἐφαρμόζομεν δύο δυνάμεις $F_1 = 3$ kgr* καὶ $F_2 = 6$ kgr* δι' ἐξαρτήσεως ἀντιστοίχων βαρῶν. Ὁ κανὼν ἐξαρτᾶται ἀπὸ δυναμομέτρου διὰ τοῦ ἀγγίστρου του. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ σημεῖον ἀπὸ τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἐξαρτηθῇ ὁ κανών, ἵνα οὗτος ἰσορροπῇ εἰς ὁριζοντίαν θέσιν, μετακινοῦμεν τὸ ἄγγιστρον εἰς διαφόρους θέσεις τοῦ κανόνος, ὅτε παρατηροῦμεν ὅτι ὁ κανὼν ἰσορροπεῖ εἰς σημεῖον εὑρισκόμενον πλησιέστερον πρὸς τὸ μεγαλύτερον ἐξῃρτημένον βάρος καὶ δὴ εἰς τοιαύτην θέσιν, ὥστε τὸ μῆκος τοῦ κανόνος νὰ διαιρῆται εἰς μέρη τῶν ὁποίων τὰ μήκη εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα τῶν ἐντάσεων τῶν δυνάμεων, ἤτοι ὁ λόγος εἶναι 6 : 3. Ἐφ' ὅσον τὸ σύστημα τῶν τριῶν δυνάμεων 3 kgr*, 6 kgr* καὶ 9 kgr* ἰσορροπεῖ, ἕπεται ὅτι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς δυνάμεως 9 kgr* ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τοῦ ἀποτελέ-



Σχ. 71. Πειραματικὴ διάταξις συνθέσεως δυνάμεων.

σματος τῶν δυνάμεων 3 kgr* καὶ 6 kgr*, ἤτοι ἡ δύναμις 9 kgr* εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν ὡς ἄνω δυνάμεων.

Γραφικὴ λύσις. Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων παραλλήλων καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς εὑρίσκεται διὰ τοῦ ἑξῆς τεχνάσματος. Εἰς τὰ σημεῖα Α, Β (σχ. 72) καὶ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἑνούσης αὐτὰ εὐθείας ἐφαρμόζομεν δύο δυνάμεις Δ_1, Δ_2 ἴσας καὶ ἀντιθέτους, αἱ ὁποῖαι κατὰ τὰ γνωστὰ ἀναιροῦνται, ἐνῷ ἡ παρουσία των δὲν μεταβάλλει τὰς ἀρχικὰς συνθήκας. Συνθέτομεν ἤδη τὰς δυνάμεις F_1 καὶ Δ_1, F_2 καὶ Δ_2, ὅτε αἱ συνισταμέναι Σ_1 καὶ Σ_2 δὲν εἶναι πλέον παράλληλοι, ἀλλὰ σχηματίζουν γωνίαν, καὶ αἱ εὐθεῖαι ἐπενεργείας αὐτῶν συναντῶνται εἰς κοινὸν σημεῖον Θ· οὕτω κατὰ τὰ γνωστὰ εὑρίσκομεν τὴν ζητουμένην συνισταμένην F.



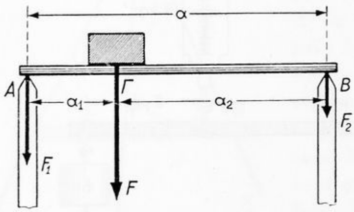
Σχ. 72. Γραφικὸς ὑπολογισμὸς ὁμοπαραλλήλων δυνάμεων.

Ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας παραλλήλους καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς. Τὸ πρόβλημα τοῦτο γενικῶς εἶναι ἀόριστον, ἐπιδέχεται ὅμως ὡρισμένην λύσιν ὅταν αἱ ἀποστάσεις τῶν ζητουμένων συνιστωσῶν ἀπὸ τῆς δοθείσης δυνάμεως εἶναι γνωσταί. Ὡς παράδειγμα ἂς θεωρήσωμεν δοκόν, στηριζομένην ἐπὶ δύο στηριγμάτων Α καὶ Β καὶ φορτισμένην εἰς τὸ σημεῖον Γ ὑπὸ ὡρισμένου βάρους (σχ. 73), ἔστωσαν δὲ α_1 καὶ α_2 αἱ ἀποστάσεις τῶν στηριγμάτων ἀπὸ τῆς διευθύνσεως τῆς δοθείσης δυνάμεως (φορτίου). Ἡ δοθεῖσα δύναμις F δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς δύο ὁμοπαραλλήλους συνιστώσας ἐφηρμοσμένας ἐπὶ τῶν στηριγμάτων, αἱ δυνάμεις δὲ αὗται καθορίζονται ὑπὸ τῶν σχέσεων:

$$F = F_1 + F_2$$

καὶ

$$F_1 : F_2 = \alpha_2 : \alpha_1$$



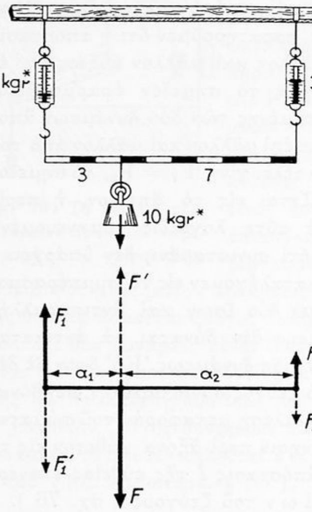
Σχ. 73. Διὰ τὸν καθορισμὸν τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ἐπὶ τῶν δύο ὑποστηριγμάτων.

Οὕτω τὸ πρόβλημα ἀνάγεται εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2. Ἐφ' ὅσον οἱ ἄγνωστοι εἶναι δύο καὶ ἔχομεν δύο ἐξισώσεις, τὸ πρόβλημα ἐπιδέχεται ὡρισμένην λύσιν. Ἐὰν θέσωμεν $\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha$, τότε εἶναι:

$$\frac{F_1}{F} = \frac{\alpha_2}{\alpha} \quad \text{καὶ} \quad \frac{F_2}{F} = \frac{\alpha_1}{\alpha} \quad \text{ἐξ οὗ:} \quad F_1 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot F \quad \text{καὶ} \quad F_2 = \frac{\alpha_1}{\alpha} \cdot F$$

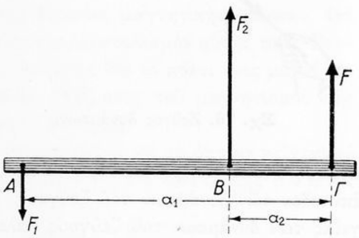
Εἰς τὴν ἀνωτέρω περίπτωσιν τὸ βάρος τῆς δοκοῦ θεωρεῖται ἀμελητέον.

Πειραματικῶς δεικνύεται ἡ ἀνάλυσις δυνάμεως διὰ τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 74, ὅπου δύναμις 10 kgr* ἀναλύεται εἰς δύο δυνάμεις, αἵτινες καθορίζονται διὰ τῶν δυναμομέτρων.



Σχ. 74. Πειραματικὴ διάταξις ἀναλύσεως δυνάμεως.

γ) Δυνάμεις παράλληλοι καὶ ἀντιθέτου φορᾶς. Ἔστω ὅτι δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐξασκοῦνται ἐπί τινος σώματος καὶ ὅτι ἡ F_2 εἶναι μεγαλυτέρα τῆς F_1 (σχ. 75), εἶναι δὲ αὗται παράλληλοι καὶ ἀντιθέτου φορᾶς (ἀντιπαράλληλοι). Ἡ συνισταμένη αὐτῶν F ἔχει ἔντασιν ἴσην πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν ἐντάσεων τῶν δύο τούτων



Σχ. 75. Ἡ δύναμις F εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν F_1 καὶ F_2.

δυνάμεων (ἤτοι $F = F_2 - F_1$), εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς δοθείσας καὶ ἔχει φορὰν τὴν ἰδίαν πρὸς τὴν φορὰν τῆς μεγαλυτέρας τῶν δυνάμεων. Τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς Γ τῆς συνισταμένης ἀποδεικνύεται ὅτι κεῖται πέραν τῆς μεγαλυτέρας τῶν δυνάμεων οὕτως, ὥστε νὰ ἰσχύῃ ἡ σχέσις:

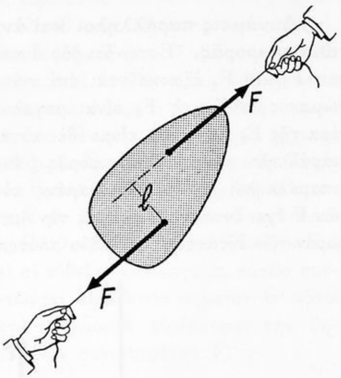
$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

ἤτοι ἡ ἀπόστασις τοῦ σημείου Γ ἀπὸ τὰ σημεῖα Α καὶ Β εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὰς δυνάμεις. Ἑπομένως ἡ θέσις τοῦ σημείου Γ δὲν ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ μεγέθους τῶν δύο τούτων δυνάμεων, ἀλλὰ μόνον ἐκ τοῦ λόγου αὐτῶν.

Ἐὰν εἰς τὸ σημεῖον Γ ἐφαρμοσθῇ δύναμις ἴση καὶ ἀντιθέτου φορᾶς πρὸς τὴν F, τὸ σύστημα ἰσορροπεῖ. Τοῦτο δεικνύομεν πειραματικῶς διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 71, ὅπου ἔχομεν τὰς δυνάμεις 6 kgr* καὶ 9 kgr* παραλλήλους καὶ ἀντιθέτου φορᾶς. Ἡ δύναμις τῶν 3 kgr* ἰσορροπεῖ τὰς δύο ταύτας δυνάμεις καὶ ἐφαρμόζεται κατὰ τὴν προέκτασιν τῆς μεγαλυτέρας τῶν δυνάμεων εἰς τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης.

49. Ζεῦγος δυνάμεων. Καλοῦμεν ζ ε ῦ γ ο ς δ υ ν ά μ ε ω ν, σύστημα δύο παραλλήλων δυνάμεων αἱ ὁποῖαι ἔχουν τὴν αὐτὴν ἔντασιν, ἀλλ᾽ ἀντιθέτους φοράς.

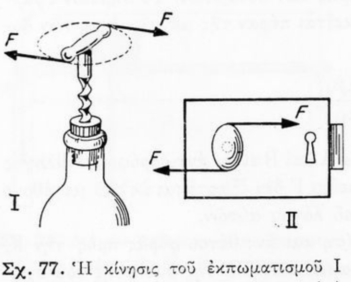
᾿Εὰν εἰς τὸ σχ. 75 δεχθῶμεν, ὅτι αἱ ἄνισοι καὶ ἀντιπαράλληλοι δυνάμεις F_1 καὶ F_2 τείνουν νὰ γίνουν ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἴσαι, τότε παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἀπόστασις ΒΓ ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον αὐξάνεται· ἐν ἄλλοις λόγοις τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς Γ τῆς συνισταμένης τῶν δύο δυνάμεων ἀπομακρύνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἀπὸ τοῦ Β. ᾿Εὰν ἐν τέλει γίνῃ $F_1 = F_2$, τὸ σημεῖον Γ ἐξαφανίζεται εἰς τὸ ἄπειρον, ἡ περίπτωσις δὲ αὕτη λογικῶς ἑρμηνευομένη σημαίνει, ὅτι συνισταμένη δὲν ὑπάρχει.



Σχ. 76. Ζεῦγος δυνάμεων.

Οὕτω καταλήγομεν εἰς τὸ συμπέρασμα, ὅτι σύστημα δύο ἴσων καὶ ἀντιπαραλλήλων δυνάμεων δὲν δύναται νὰ ἀντικατασταθῇ ὑπὸ μιᾶς δυνάμεως. ᾿Εφ᾽ ὅσον δὲ δὲν παρέχει τὸ ζεῦγος συνισταμένην, δὲν δύναται νὰ προκαλέσῃ μεταφορὰν τοῦ σώματος ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐπιδρᾷ ἀλλὰ μόνον περιστροφικὴν κίνησιν περὶ ἄξονα κάθετον εἰς τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων τοῦ ζεύγους. ῾Η κάθετος ἀπόστασις l τῆς εὐθείας ἐπενεργείας τῶν δυνάμεων τοῦ ζεύγους καλεῖται β ρ α χ ί ω ν τοῦ ζεύγους (σχ. 76).

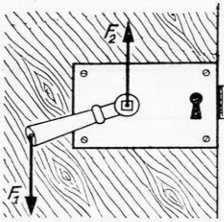
Περιπτώσεις δημιουργίας ζεύγους δυνάμεων ἔχομεν πλείστας εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογάς. Οὕτω διὰ νὰ στρέψωμεν τὸν ἐκπωματιστὴν (σχ. 77, Ι), πρέπει νὰ ἐξασκήσωμεν διὰ τῆς χειρός μας δύο δυνάμεις, ὡς ἐπίσης διὰ νὰ στρέψωμεν τὴν χειρο-



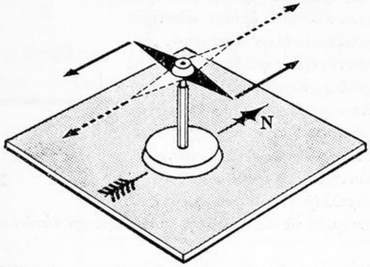
Σχ. 77. ῾Η κίνησις τοῦ ἐκπωματισμοῦ Ι καὶ τῆς χειρολαβῆς θύρας ΙΙ, γίνεται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ζεύγους δυνάμεων.

Σχ. 78. Εἰς τὸ πηδάλιον τοῦ αὐτοκινήτου ἐπιδρᾷ ζεῦγος δυνάμεων.

λαβὴν (πόμολον) θύρας (σχ. 77, ΙΙ), ἢ διὰ νὰ ὁδηγήσωμεν αὐτοκίνητον ἐπιτυγχάνομεν περιστροφὴν τοῦ πηδαλίου (σχ. 78) δι᾽ ἐφαρμογῆς ζεύγους δυνάμεων κ.ο.κ. Δρᾶσις ὁμοία πρὸς τὴν τοῦ ζεύγους δυνάμεων ἐξασκεῖται ἐπίσης κατὰ τὴν κίνησιν τῆς χειρολαβῆς τοῦ σχήματος 79. Διότι, εὐθὺς ὡς ἐφαρμόσωμεν τὴν δύναμιν F_1 ἐπὶ τῆς χειρολαβῆς, δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν ὅτι ἐμφανίζεται ἡ ἀντιπαράλληλος δύναμις F_2 εἰς τὸ σημεῖον στερεώσεως αὐτῆς, ἐξ οὗ δεικνύεται ὅτι δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπιτύχωμεν περιστροφὴν δι' ἐπιδράσεως μιᾶς μόνον δυνάμεως. Τὸ σχῆμα 79,α δεικνύει μαγνητικὴν βελόνην, ἐπὶ τῆς ὁποίας ἀσκεῖται ζεῦγος δυνάμεων προκαλοῦν προσανατολισμὸν αὐτῆς πρὸς Βορρᾶν. Αἱ δύο δυνάμεις εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, δοθέντος ὅτι οἱ πόλοι ἑνὸς μαγνήτου εἶναι πάντοτε ἴσοι καὶ ἀντίθετοι καὶ ἡ ἐπ' αὐτῶν ἐπίδρασις τοῦ μαγνητισμοῦ τῆς Γῆς θὰ προκαλέσῃ δύο ἴσας καὶ ἀντιπαραλλήλους δυνάμεις.



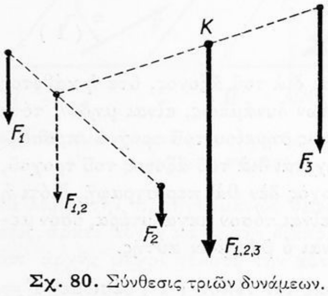
Σχ. 79. Τὸ ζεῦγος τῶν δυνάμεων προκαλεῖ περιστροφὴν τῆς χειρολαβῆς.



Σχ. 79α. Στροφὴ τῆς μαγνητικῆς βελόνης λόγῳ ζεύγους δυνάμεων.

Ἕκαστον ζεῦγος δυνάμεων καθορίζεται ἐκ τοῦ ἐπιπέδου εἰς τὸ ὁποῖον κεῖνται αἱ δυνάμεις, τὸ ὁποῖον καλεῖται ἐ π ί π ε δ ο ν τ ο ῦ ζ ε ύ γ ο υ ς, καὶ ἐκ τῆς ρ ο π ῆ ς αὐτοῦ (βλ. κατωτέρω § 55).

50. Σύνθεσις πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων τῆς αὐτῆς φορᾶς. Συνθέτομεν πρῶτον δύο ἐξ αὐτῶν, τὴν συνισταμένην τούτων πρὸς τρίτην καὶ ἐργαζόμεθα καθ' ὅμοιον τρόπον μέχρις ἐξαντλήσεως ὅλων τῶν δυνάμεων (σχ. 80). Ἡ θέσις Κ τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης δὲν μεταβάλλεται καθ' οἱανδήποτε σειρὰν καὶ ἂν συνθέσωμεν αὐτάς. Τὸ σημεῖον τοῦτο καλεῖται κ έ ν τ ρ ο ν τ ῶ ν π α ρ α λ λ ή λ ω ν δ υ ν ά μ ε ω ν.

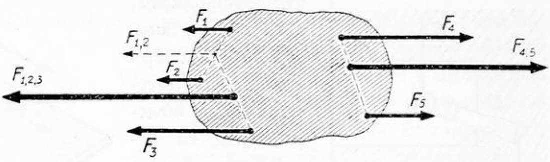


Σχ. 80. Σύνθεσις τριῶν δυνάμεων.

Ἐπειδὴ εἰς τὸν τύπον (2) τῆς § 48, τὸν καθορίζοντα τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης, οὐδὲν στοιχεῖον ὑπεισέρχεται, τὸ ὁποῖον νὰ ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ προσανατολισμοῦ τῶν ὁμοπαραλλήλων δυνάμεων εἰς τὸν χῶρον, συνάγομεν ὅτι ἡ θέσις τοῦ κέντρου τῶν παραλλήλων δυνάμεων ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τῆς ἐντάσεως αὐτῶν καὶ ἐκ τῆς θέσεως τῶν σημείων τῆς ἐφαρμογῆς των. Ἐὰν ὅθεν πᾶσαι αἱ δυνάμεις στραφοῦν συγχρόνως περὶ τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς των, μένουν ὅμως παράλληλοι πρὸς ἀλλήλας καὶ διατηροῦν τὰς ἐντάσεις των, ἡ συνισταμένη αὐτῶν λαμβάνει καὶ αὕτη τὴν νέαν των διεύθυνσιν, ἀλλὰ διατηρεῖ ὡς καὶ πρότερον τὴν αὐτὴν ἔντασιν καὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς. Ἐπίσης ἡ θέσις τοῦ κέντρου παραμένει ἀμετάβλητος, ἐὰν ἡ ἔντασις τῶν δυνάμεων πολλαπλασιασθῇ ἢ διαιρεθῇ διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ.

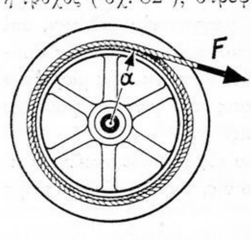
Οὕτω καταλήγομεν πάλιν εἰς τὸ συμπέρασμα, ὅτι τὸ πρόβλημα τῆς συνθέσεως πολλῶν παραλλήλων καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς δυνάμεων ἐπιδέχεται πάντοτε λύσιν.

51. Σύνθεσις πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων ἀντιθέτου φορᾶς. Ἐὰν ἔχωμεν σύστημα πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ μία ὁμὰς ἀπαρτίζεται ἀπὸ δυνάμεις ὁμοπαραλλήλους, ἡ ἄλλη δὲ ὁμὰς ἀποτελεῖ ἐπίσης σύστημα ὁμοπαραλλήλων δυνάμεων, ἀντιθέτου ὅμως φορᾶς τῆς πρώτης ὁμάδος, τότε δυνάμεθα νὰ συνθέσωμεν ἑκατέραν ὁμάδα τῶν δοθεισῶν δυνάμεων χωριστά, ὁπότε τελικῶς, ἐὰν προκύψῃ σύστημα δύο ἀνίσων καὶ ἀντιπαραλλήλων δυνάμεων (σχ. 81), δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὴν συνισταμένην αὐτῶν κατὰ τὸν προηγουμένως ἐκτεθέντα τρόπον.



Σχ. 81. Σύνθεσις πολλῶν δυνάμεων.

52. Ροπὴ δυνάμεως ὡς πρὸς ἄξονα. Ἔστω ὅτι στερεὸν σῶμα, π.χ. δίσκος ἢ τροχὸς (σχ. 82), στρέφεται περὶ ἄξονα, ὁ ὁποῖος διατηρεῖ ἀμετάβλητον θέσιν εἰς τὸν χῶρον (π.χ. διὰ στηρίξεως τοῦ ἄξονος ἐπὶ σταθερῶν ἑδράνων). Ἐὰν ἐπὶ τοῦ τροχοῦ ἐπιδρᾷ ἡ δύναμις F, — ἡ ὁποία χάριν ἁπλότητος δεχόμεθα ὅτι κεῖται εἰς ἐπίπεδον κάθετον ἐπὶ τὸν ἄξονα περιστροφῆς —, ὁ τροχὸς θὰ ἀρχίσῃ νὰ περιστρέφεται. Ἡ κάθετος ἀπόστασις τῆς εὐθείας ἐπενεργείας τῆς δυνάμεως F ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς καλεῖται **βραχίων** τῆς δυνάμεως.



Σχ. 82. Ἡ ροπὴ τῆς δυνάμεως F εἶναι ἴση πρὸς F · α.

Καλοῦμεν ροπὴν (M) δυνάμεως ὡς πρὸς ἄξονα, διανυσματικὸν μέγεθος, χαρακτηριστικὸν παντὸς ὑποκειμένου εἰς στρέψιν σώματος, τοῦ ὁποίου τὸ μέτρον ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως F ἐπὶ τὸν βραχίονα αὐτῆς α, ἤτοι:

$$\boxed{M = F \cdot \alpha} \qquad (1)$$

Ἐὰν ἡ εὐθεῖα ἐπενεργείας τῆς δυνάμεως διέρχεται διὰ τοῦ ἄξονος, ὅτε ἡ κάθετος ἀπόστασις αὐτῆς ἀπὸ τοῦ ἄξονος, ἢ ἄλλως ὁ βραχίων δυνάμεως, εἶναι μηδέν, τότε καὶ ἡ ροπὴ δυνάμεως εἶναι μηδέν. Οὕτω, ἐὰν ἐπί τινος σημείου τοῦ τροχοῦ προσδέσωμεν νῆμα, ὥστε ἡ προέκτασις τοῦ νήματος νὰ διέρχεται διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ τροχοῦ, καὶ ἐξασκήσωμεν ἐπὶ τοῦ νήματος δύναμιν, ὁ τροχὸς δὲν θὰ περιστραφῇ, διότι ἡ ροπὴ τῆς δυνάμεως εἶναι ἴση πρὸς μηδέν. Ἡ ροπὴ εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ δύναμις καὶ ὅσον μεγαλύτερος εἶναι ὁ βραχίων αὐτῆς.

Μονάδες ροπῆς. 1) Σύστημα C. G. S. Ἐὰν εἰς τὸν τύπον (1) θέσωμεν F = 1 dyn καὶ α = 1 cm, θὰ ἔχωμεν τὴν μονάδα ροπῆς ἴσην πρός:

1 dyn · cm (δυνεκατοστόμετρον)

2) Εἰς τὸ σύστημα M.K.S. μονὰς ροπῆς εἶναι τό:

1 Newton · m

3) Τεχνικὸν σύστημα. Ἐὰν εἰς τὸν τύπον (1) θέσωμεν $F = 1$ kgr* καὶ $\alpha = 1$ m, θὰ ἔχωμεν ὡς μονάδα τό :

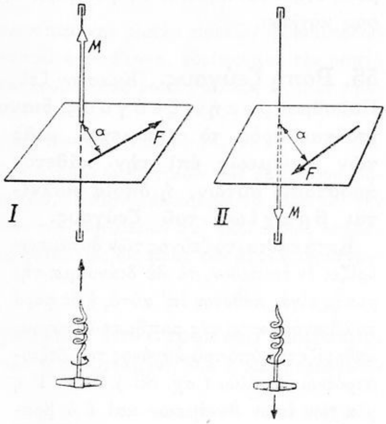
$$1 \ \mathbf{kgr^{*} \cdot m}$$

53. Ἡ ροπὴ ὡς διανυσματικὸν μέγεθος.

Ἡ ροπὴ δυνάμεως εἶναι, ὡς εἴδομεν, διανυσματικὸν μέγεθος. Ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ διανύσματος τῆς ροπῆς εἶναι ἴση πρὸς τὸ γινόμενον τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς τῆς δυνάμεως F ἐπὶ τὴν (κάθετον) ἀπόστασιν α αὐτῆς ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς, ἤτοι:

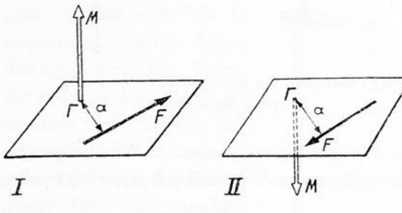
$$\boxed{M = F \cdot \alpha}$$

Ἡ διεύθυνσις τῆς ροπῆς εἶναι παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς, ἡ δὲ φορά της εὑρίσκεται ἐκ τῆς διευθύνσεως κατὰ τὴν ὁποίαν προχωρεῖ δεξιὸς κοχλίας (π.χ. ἐκπωματιστής), ὅταν περιστρέφεται οὗτος κατὰ τὴν φορὰν περιστροφῆς (σχ. 83).



Σχ. 83. Διὰ τὸν καθορισμὸν ροπῆς δυνάμεως ὡς πρὸς τὸν ἄξονα.

Ἀναλόγως τῆς φορᾶς, τὴν ὁποίαν ἔχει ἡ δύναμις ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς αὐτῆς, δύναται ἡ περιστροφὴ νὰ εἶναι δεξιόστροφος, ὅτε ἡ ροπὴ καλεῖται **δεξιόστροφος,** εἰς τὴν ἀντίθετον δὲ περίπτωσιν ἡ ροπὴ καλεῖται **ἀριστερόστροφος.**



Σχ. 84. Διὰ τὸν καθορισμὸν ροπῆς δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον.

Συνήθως τὰς ἀριστεροστρόφους ροπὰς θεωροῦμεν ὡς θ ε τ ι κ ὰ ς καὶ τὰς δεξιοστρόφους ὡς ἀ ρ ν η τ ι κ ά ς. Ὁ καθορισμὸς οὗτος τῆς ροπῆς ὡς θετικῆς ἢ ἀρνητικῆς εἶναι συμβατικὸς καὶ δύναταί τις νὰ λάβῃ τὴν προηγουμένως θεωρηθεῖσαν θετικὴν ροπὴν ὡς ἀρνητικὴν καὶ ἀντιθέτως, ἀρκεῖ μόνον κατὰ τὴν διαπραγμάτευσιν ἑκάστου προβλήματος νὰ διατηροῦμεν ἀπ' ἀρχῆς μέχρι τέλους τὴν αὐτὴν ἐκδοχὴν ὡς πρὸς τὸ σημεῖον τῆς ροπῆς.

54. Ροπὴ δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον.

Κατ' ἀνάλογον τρόπον ὁρίζεται καὶ ἡ ροπὴ δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον. Κατὰ ταῦτα **«καλοῦμεν ροπὴν δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον, διανυσματικὸν μέγεθος τοῦ ὁποίου τὸ μέτρον ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως F ἐπὶ τὴν (κάθετον) ἀπόστασιν αὐτῆς α ἀπὸ τοῦ σημείου τούτου».**

Αὕτη εἶναι τὸ μέγεθος Μ (σχ. 84), τοῦ ὁποίου ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ εἶναι ἴση πρὸς τὸ γινόμενον τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς τῆς δυνάμεως F ἐπὶ τὴν κάθετον ἀπόστασιν α αὐτῆς ἀπὸ τοῦ ἐν λόγῳ σημείου, ἤτοι:

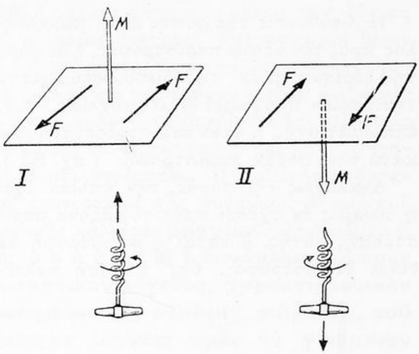
$$\boxed{M = F \cdot \alpha}$$

Ἡ διεύθυνσις τῆς ροπῆς εἶναι κάθετος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ὁριζόμενον ὑπὸ τῆς δυνάμεως F καὶ τοῦ σημείου Γ, ἡ δὲ φορά της εὑρίσκεται διὰ τοῦ κανόνος τοῦ δεξιοστρόφου κοχλίου.

55. Ροπὴ ζεύγους. Ἕκαστον ζεῦγος δυνάμεων καθορίζεται ἐκ τῆς ροπῆς του. **Καλοῦμεν ροπὴν ζεύγους, διανυσματικὸν μέγεθος τοῦ ὁποίου τὸ μέτρον ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον μιᾶς τῶν δυνάμεων ἐπὶ τὴν κάθετον ἀπόστασιν αὐτῶν, ἡ ὁποία καλεῖται βραχίων τοῦ ζεύγους.**

Κατὰ ταῦτα, τὸ ζεῦγος τῶν δυνάμεων ὁρίζει ἓν ἐπίπεδον, τὸ δὲ διάνυσμα τῆς ροπῆς εἶναι κάθετον ἐπ' αὐτό, ἡ δὲ φορὰ τοῦ διανύσματος τῆς ροπῆς τοῦ ζεύγους καθορίζεται ὑπὸ τοῦ κανόνος τοῦ δεξιοστρόφου κοχλίου (σχ. 85). Ἐὰν F ἡ μία τῶν ἴσων δυνάμεων καὶ l ὁ βραχίων τοῦ ζεύγους, ἡ ροπὴ αὐτοῦ ἔχει ἀριθμητικὴν τιμήν:

$$\boxed{M = F \cdot l}$$



Σχ. 85. Διὰ τὸν καθορισμὸν τῆς ροπῆς ζεύγους δυνάμεων.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι, ὅταν τὸ ζεῦγος δίδεται διὰ τοῦ διανύσματος τῆς ροπῆς του, εἶναι τελείως ὡρισμένον, διότι ἔχομεν τὸν προσανατολισμὸν τοῦ ἐπιπέδου αὐτοῦ ἐν τῷ χώρῳ, τὸ μέγεθος τῆς ροπῆς του καὶ τὴν φορὰν περιστροφῆς.

Ἐνίοτε τὸ διάνυσμα τῆς ροπῆς ζεύγους καλεῖται καὶ ἄξων τοῦ ζεύγους.

***56. Προτάσεις ἰσχύουσαι διὰ τὸ ζεῦγος.** 1) Ζεῦγος δύναται νὰ μετατεθῇ παραλλήλως πρὸς ἑαυτό, χωρὶς τὸ ἀποτέλεσμα αὐτοῦ νὰ μεταβληθῇ.

2) Ζεῦγος δύναται νὰ περιστραφῇ ὁπωσδήποτε ἐν τῷ ἐπιπέδῳ του, χωρὶς τὸ ἀποτέλεσμα αὐτοῦ νὰ μεταβληθῇ.

3) Ζεῦγος δύναται νὰ μετασχηματισθῇ ὁπωσδήποτε ἐν τῷ ἐπιπέδῳ του, ἀρκεῖ ἡ ροπή του νὰ παραμείνῃ ἀμετάβλητος.

57. Θεώρημα τῶν ροπῶν. Ἔστω ὅτι ἐπί τινος σώματος στρεπτοῦ περὶ σταθερὸν ἄξονα ἐπενεργοῦν πολλαὶ δυνάμεις F_1, F_2, F_3 ... ὁμοεπίπεδοι (κείμεναι ἐν ἐπιπέδῳ καθέτῳ ἐπὶ τὸν ἄξονα) καὶ M_1, M_2, M_3 ... αἱ ροπαὶ αὐτῶν. Αἱ δυνάμεις αὗται τείνουν νὰ στρέψουν τὸ σῶμα αἱ μὲν κατὰ τὴν μίαν φοράν, αἱ δὲ κατ' ἀντίθετον. Αὗται συντιθέμεναι δίδουν μίαν συνισταμένην δύναμιν. Ἡ ροπὴ τῆς συνισταμένης εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι τείνουν νὰ στρέψουν τὸ σῶμα κατὰ τὴν μίαν φοράν, ἠλαττωμένον κατὰ τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι τείνουν νὰ στρέψουν τὸ σῶμα κατὰ τὴν ἀντίθετον φοράν. Ἰσχύει λοιπὸν ἐν προκειμένῳ τὸ ἀκόλουθον θεώρημα τῶν ροπῶν:

«Ἡ ροπὴ τῆς συνισταμένης ἰσοῦται πρὸς τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν συνιστωσῶν».

Κατὰ ταῦτα, διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν συνισταμένην ροπὴν πολλῶν ὁμοεπιπέδων δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ἐπὶ σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα, εὑρίσκομεν τὴν ροπὴν μιᾶς ἑκάστης δυνάμεως καὶ ἀκολούθως προσθέτομεν τὰς ροπὰς αὐτάς, ἤτοι ἐν προκειμένῳ ἔχομεν:

$$M = F_1 \cdot \alpha_1 + F_2 \cdot \alpha_2 + F_3 \cdot \alpha_3 + \ldots = M_1 + M_2 + M_3 + \ldots$$

Τὸ ἄθροισμα τοῦτο εἶναι ἀλγεβρικόν, θεωρουμένων ὡς θετικῶν τῶν ἀριστεροστρόφων καὶ ὡς ἀρνητικῶν τῶν δεξιοστρόφων ροπῶν. Ἐπίσης δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὴν ροπὴν M, ἐὰν εὕρωμεν τὴν συνισταμένην ὅλων τῶν δυνάμεων καὶ ἀκολούθως ὑπολογίσωμεν τὴν ροπὴν τῆς συνισταμένης ταύτης δυνάμεως ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς.

58. Ἰσορροπία δυνάμεων ἐπενεργουσῶν ἐπὶ στρεπτοῦ σώματος.

Προηγουμένως (βλ. § 47) εἴδομεν ὅτι, ὅταν ἡ συνισταμένη δύο ἢ καὶ περισσοτέρων δυνάμεων εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, αἱ δυνάμεις εὑρίσκονται ἐν ἰσορροπίᾳ. Τοῦτο ὅμως δὲν εἶναι ἐπαρκές, διότι, ὡς εἴδομεν εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ζεύγους δυνάμεων, ἡ μὲν συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, δὲν ὑφίσταται ὅμως ἰσορροπία, λόγῳ τῆς ροπῆς τὴν ὁποίαν δημιουργοῦν. Ὥστε διὰ τῆς εἰσαγωγῆς τῆς ἐννοίας τῆς ροπῆς ἡ συνθήκη ἰσορροπίας σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα διατυποῦται ὡς ἑξῆς:

Σχ. 86. Πειραματικὴ διάταξις ἰσορροπίας ροπῶν.

«Ἵνα πολλαὶ ὁμοεπίπεδοι δυνάμεις ἐπενεργοῦσαι ἐπὶ στερεοῦ σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα

ἰσορροποῦν, πρέπει τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν αὐτῶν ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς νὰ εἶναι μηδέν».

Ἡ σχέσις αὕτη περιλαμβάνεται εἰς τὴν ἐξίσωσιν:

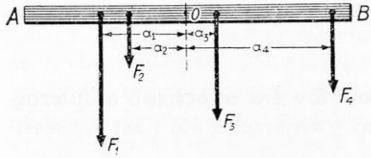
$$F_1 \cdot \alpha_1 + F_2 \cdot \alpha_2 + F_3 \cdot \alpha_3 + \ldots = 0$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν ὅτι, « ἵνα σῶμα στρεπτὸν περὶ ἄξονα ἰσορροπῇ, πρέπει ἡ συνισταμένη τῶν ἐπ' αὐτοῦ ἐπενεργουσῶν δυνάμεων νὰ εἶναι μηδὲν ἤ, ἐὰν αὕτη δὲν εἶναι μηδέν, ἡ ροπὴ αὐτῆς ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς νὰ εἶναι μηδέν».

Εἰς τὸ σχῆμα 86 δεικνύεται πειραματικὴ διάταξις ἰσορροπίας ροπῶν. Οὕτω ἐπὶ ἐλαφρᾶς σανίδος, φερούσης ὀπὰς εἰς διαφόρους ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς της, προσαρμόζομεν διάφορα δυναμόμετρα, ἕκαστον δὲ ἐξ αὐτῶν διὰ τῆς τάσεως τοῦ ἐλατηρίου του ἐξασκεῖ δύναμιν τὴν ὁποίαν καὶ μετρεῖ. Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς συνισταμένης ροπῆς γίνεται δι' ἀλγεβρικῆς ἀθροίσεως τῶν ροπῶν ἑκάστης δυνάμεως.

59. Ἐφαρμογαὶ τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν.

α) Ἰσορροπία σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα. Ἔστω στέλεχος ΑΒ, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ στρέφεται ἐλευθέρως περὶ ὁριζόντιον ἄξονα Ο (σχ. 87). Ἐπὶ τοῦ στελέχους τούτου ἐξασκοῦνται διάφοροι δυνάμεις F_1, F_2, F_3, F_4, αἱ ὁποῖαι κεῖνται ἐπὶ ἐπιπέδου καθέτου ἐπὶ τὸν ἄξονα. Διὰ νὰ ἰσορροπήσῃ τὸ στέλεχος, συμφώνως πρὸς τὸ θεώρημα τῶν ροπῶν, πρέπει ἡ συνισταμένη ροπὴ νὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν. Ἡ συνισταμένη ὅμως ροπὴ ἐν προκειμένῳ εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν τεσσάρων ροπῶν, ὁπότε θὰ ἔχωμεν:

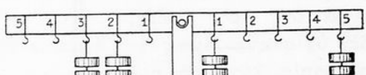


Σχ. 87. Ἰσορροπία σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα.

$$M = F_1 \cdot \alpha_1 + F_2 \cdot \alpha_2 - (F_3 \cdot \alpha_3 + F_4 \cdot \alpha_4) = 0$$

Διὰ νὰ εὑρίσκεται λοιπὸν ἡ ράβδος ἐν ἰσορροπίᾳ, πρέπει νὰ ἐκπληροῦται ἡ ἀνωτέρω ἐξίσωσις.

Ἐπίσης, συμφώνως πρὸς τὸ θεώρημα τῶν ροπῶν, δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὴν ροπὴν Μ, ἐὰν εὕρωμεν τὴν συνισταμένην ὅλων τῶν δυνάμεων καὶ ἀκολούθως ὑπολογίσωμεν τὴν ροπὴν τῆς συνισταμένης ταύτης ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς. Εἰς τὸ σχῆμα 87 ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον Ο καὶ ἐξουδετεροῦται ἀπὸ τὴν ἀντίδρασιν τοῦ ἄξονος περιστροφῆς. Ἐπειδὴ δὲ ἡ ροπὴ τῆς συνισταμένης εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, πρέπει καὶ τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων νὰ εἶναι ἴσον πρὸς μηδὲν καὶ τὸ στέλεχος θὰ εὑρίσκεται οὕτω ἐν ἰσορροπίᾳ. Τὸ σχῆμα 88 δεικνύει πειραματικὴν



Σχ. 88. Πειραματικὴ διάταξις ἰσορροπίας δυνάμεων.

ἀνάλογον διάταξιν. Εἰς τὴν συσκευὴν ταύτην ὑπάρχει ἀντιστάθμισις τῶν ροπῶν, διότι: $5\cdot3+2\cdot2=4\cdot1+3\cdot5$ ἢ $5\cdot3+2\cdot2-(4\cdot1+3\cdot5)=0.$

Ἐφαρμογή. Πρακτικὴν ἐφαρμογὴν τῆς περιπτώσεως σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα δεικνύει τὸ σχῆμα 89. Ὁ ἄξων περιστροφῆς συμπίπτει μὲ τὴν διεύθυνσιν ΟΟ. Εἰς τὸ ἓν ἄκρον ἡ δύναμις F παριστᾷ τὸ βάρος τοῦ ἀνθρώπου, τὸ ὁποῖον ἰσορροπεῖται ὑπὸ τῆς δυνάμεως f, ἐφηρμοσμένης εἰς τὸ κέντρον βάρους τῆς σανίδος, καὶ ἡ ὁποία παριστᾷ τὸ βάρος αὐτῆς. Δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν, ἔχομεν:

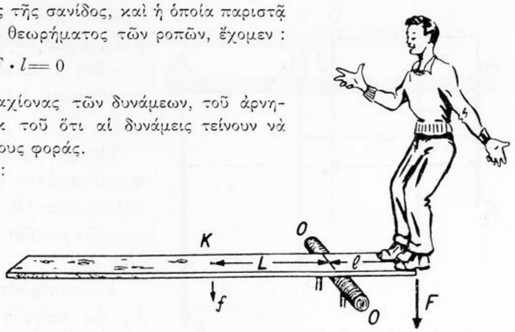
$$f\cdot L-F\cdot l=0$$

ὅπου L καὶ l παριστοῦν τοὺς βραχίονας τῶν δυνάμεων, τοῦ ἀρνητικοῦ σημείου δικαιολογουμένου ἐκ τοῦ ὅτι αἱ δυνάμεις τείνουν νὰ περιστρέψουν τὸ σῶμα κατ' ἀντιθέτους φοράς.

Ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως προκύπτει:

$$f\cdot L=F\cdot l$$

Οὕτω, ἐὰν εἷς ἄνθρωπος ἔχῃ βάρος 70 kgr*, εἶναι δὲ $l=$ 0,60 m καὶ L = 1,80 m, τότε, δι' ἀντικαταστάσεως τῶν τιμῶν εἰς τὸν ἀνωτέρω τύπον, εὑρίσκομεν: $f\cdot1{,}80=70\cdot0{,}6$, ἐξ οὗ προκύπτει τὸ βάρος τῆς σανίδος f = 23,3 kgr*.



Σχ. 89. Ἡ ροπὴ τοῦ βάρους τοῦ ἀνθρώπου ὡς πρὸς τὸν ἄξονα ΟΟ ἰσορροπεῖ τὴν ροπὴν τοῦ βάρους τῆς δοκοῦ ὡς πρὸς τὸν αὐτὸν ἄξονα.

β) Εὕρεσις τῆς συνισταμένης δύο ὁμοπαραλλήλων δυνάμεων. Θὰ ἐφαρμόσωμεν τὸ θεώρημα τῶν ροπῶν εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σχήματος 70. Ἔστω σύστημα δύο ὁμοπαραλλήλων δυνάμεων. Ἐὰν ὑφίσταται συνισταμένη, αὕτη θὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς δοθείσας, δὲν γνωρίζομεν ὅμως ποία θὰ εἶναι ἡ ἔντασις αὐτῆς καὶ ποῖον τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της. Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ὑπάρχει συνισταμένη F καὶ ὅτι αὕτη θὰ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον Γ.

Τὰ ἀνωτέρω δὲν ἀναιροῦνται, ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι εἰς Α ὑπάρχει ἄξων περιστροφῆς. Δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν ὡς πρὸς ἄξονα εἰς Α ἔχομεν:

$$F\cdot\alpha_1=F_2\,(\alpha_1+\alpha_2) \qquad (1)$$

Ἐὰν μεταθέσωμεν τὸν ἄξονα περιστροφῆς εἰς Β καὶ ἐφαρμόσωμεν πάλιν τὸ θεώρημα τῶν ροπῶν, θὰ ἔχωμεν:

$$F\cdot\alpha_2=F_1\,(\alpha_1+\alpha_2) \qquad (2)$$

Διὰ προσθέσεως τῶν (1) καὶ (2) κατὰ μέλη προκύπτει:

$$F=F_1+F_2$$

ἤτοι ὑπάρχει συνισταμένη καὶ ἡ ἔντασις αὐτῆς εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα F_1 καὶ F_2 καὶ εἶναι ὁμοπαράλληλος πρὸς αὐτάς.

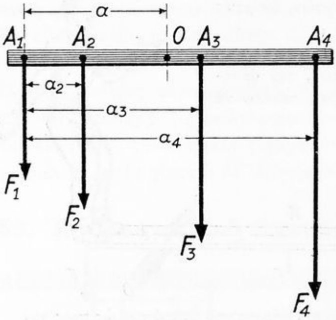
Ἐὰν διαιρέσωμεν κατὰ μέλη τὰς ἐξισώσεις (1) καὶ (2), εὑρίσκομεν:

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$$

ἤτοι, τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς Γ τῆς συνισταμένης διαιρεῖ τὴν εὐθεῖαν ΑΒ εἰς δύο τμήματα α_1 καὶ α_2, τὰ ὁποῖα εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα τῶν ἐντάσεων τῶν δυνάμεων.

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη εἶναι ὁμοία πρὸς τὴν ἐξίσωσιν (2) τῆς § 48 (σελ. 61).

γ) Εὕρεσις τῆς συνισταμένης πολλῶν ὁμοπαραλλήλων δυνάμεων. Ἔστωσαν αἱ ὁμοπαράλληλοι δυνάμεις F_1, F_2, F_3, κ.ο.κ., αἱ ὁποῖαι δίδονται διὰ τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν των, καὶ δεχθῶμεν, ὅτι τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς αὐτῶν A_1, A_2, A_3, A_4 κεῖνται ἐπὶ μιᾶς εὐθείας καθέτου ἐπὶ τὴν κοινὴν διεύθυνσιν τῶν ὁμοπαραλλήλων δυνάμεων (σχ. 90).



Σχ. 90. Διὰ τὴν εὕρεσιν τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης πολλῶν ὁμοπαραλλήλων δυνάμεων.

Ὅπως εὕρωμεν τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης αὐτῶν F, δεχόμεθα ὅτι τοῦτο εὑρίσκεται εἰς Ο καὶ ἐφαρμόζομεν τὸ θεώρημα τῶν ῥοπῶν ὡς πρὸς ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ A_1.

Εἶναι πρόδηλον, ὅτι ἡ ῥοπὴ τῆς δυνάμεως F_1 ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἰς A_1 εἶναι μηδέν, διότι τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της κεῖται ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

Ἐὰν δὲ διὰ α_2, α_3, α_4 καλέσωμεν ἀντιστοίχως τοὺς βραχίονας τῶν δυνάμεων F_2, F_3, F_4 ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἄξονα εἰς A_1 καὶ διὰ α τὴν ἀπόστασιν OA_1, ἤτοι τὸν βραχίονα τῆς συνισταμένης F ὡς πρὸς τὸν αὐτὸν ἄξονα, θὰ ἔχωμεν:

$$F_1 \cdot \alpha = F_2 \cdot \alpha_2 + F_3 \cdot \alpha_3 + F_4 \cdot \alpha_4$$

Ἐὰν δὲ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι $F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$, ἕπεται ὅτι :

$$\alpha = \frac{F_2 \cdot \alpha_2 + F_3 \cdot \alpha_3 + F_4 \cdot \alpha_4}{F_1 + F_2 + F_3 + F_4}$$

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Δύο κάδοι 10 kgr* καὶ 15 kgr* ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὰ δύο ἄκρα ὁμοιομόρφου ῥάβδου μήκους 1 m. Εἰς ποῖον σημεῖον πρέπει νὰ ὑποστηριχθῇ ἡ ῥάβδος, διὰ νὰ ἰσορροπῇ αὕτη : α) ἐὰν τὸ βάρος τῆς ῥάβδου εἶναι ἀμελητέον, β) ἐὰν τὸ βάρος αὐτῆς εἶναι 2 kgr*.

Λύσις. Α' Μέθοδος. Διὰ τῆς εὑρέσεως τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης.

α) Διὰ νὰ ἰσορροπῇ ἡ ῥάβδος, πρέπει τὸ ὑποστήριγμα νὰ τεθῇ εἰς τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς Ο τῆς συνισταμένης F τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 (σχ. 91). Τὸ σημεῖον τοῦτο Ο εὑρίσκεται ἐκ τῆς γνωστῆς σχέσεως :

$$\frac{AO}{OB} = \frac{F_2}{F_1}$$

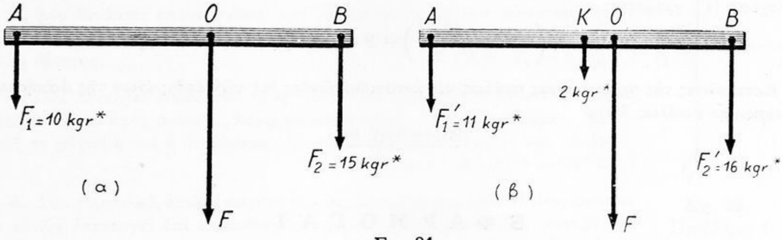
Ἄρα θὰ ἔχωμεν :

$$\frac{AO}{1-(AO)} = \frac{15}{10}$$

ἐξ οὗ προκύπτει ὅτι :

$$\underline{AO = 0{,}59 \text{ m}}$$

β) Τὸ βάρος τῆς ράβδου 2 kgr* θὰ ἔχῃ σημεῖον ἐφαρμογῆς τὸ μέσον K αὐτῆς, διότι ἡ ράβδος θεωρεῖται ὁμογενὴς (σχ. 91, β). Ἀναλύομεν τὸ βάρος 2 kgr* εἰς δύο συνιστώσας, αἱ ὁποῖαι νὰ ἐνεργοῦν εἰς τὰ σημεῖα A καὶ B, καὶ εὐκόλως εὑρίσκομεν ὅτι ἑκάστη συνιστῶσα ἔχει ἔντασιν 1 kgr*. Ἑπομένως τὸ ἰσοδύναμον σύστημα τῶν δυνάμεων θὰ εἶναι $F'_1 = 11$ kgr* καὶ $F'_2 = 16$ kgr*, μὲ σημεῖα ἐφαρμογῆς ἀντιστοίχως τὰ A καὶ B, καὶ θὰ ἔχωμεν :



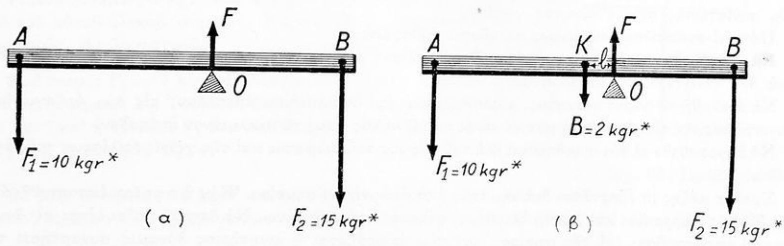
Σχ. 91.

$$\frac{AO}{OB} = \frac{16}{11} \quad \text{ἢ} \quad \frac{AO}{1-(AO)} = \frac{16}{11}$$

ἐξ οὗ προκύπτει ὅτι : $\underline{AO = 0{,}59 \text{ m}}$

Β' Μέθοδος. Διὰ τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν.

α) Ἐπὶ τῆς ράβδου (σχ. 92, α) ἐξασκοῦνται αἱ δυνάμεις F_1, F_2 καὶ ἡ ἀντίδρασις F, ἡ ὁποία προέρχεται ἐκ τοῦ ὑποστηρίγματος. Διὰ νὰ ἰσορροποῦν αἱ τρεῖς αὗται δυνάμεις, πρέπει τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν αὐτῶν ὡς πρὸς οἱονδήποτε σημεῖον τοῦ ἐπιπέδου τῶν δυνάμεων νὰ εἶναι μηδέν. Ἐκλέγομεν ὡς τοιοῦτον σημεῖον τοῦ ἐπιπέδου τὸ O καὶ ἔχομεν :



Σχ. 92.

$$F_1 \cdot (AO) + F \cdot 0 - F_2 \cdot (OB) = 0$$

Θέτομεν : $F_1 = 10$ kgr*, $F_2 = 15$ kgr*, $OB = 1 - (AO)$

καὶ λαμβάνομεν: $10 \cdot (AO) + 0 - 15\,[1 - (AO)] = 0$

ἐξ οὗ προκύπτει ὅτι : $\underline{AO = 0{,}59 \text{ m}}$

β) Ἐπὶ τῆς ράβδου (σχ. 92, β) ἐξασκοῦνται τέσσαρες δυνάμεις αἱ F_1, F_2, B καὶ ἡ δύναμις F, ἡ ὁποία προέρχεται ἐκ τοῦ ὑποστηρίγματος. Διὰ νὰ ἰσορροποῦν αἱ τέσσαρες αὗται δυνάμεις, πρέπει τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν αὐτῶν ὡς πρὸς τὸ σημεῖον O νὰ εἶναι μηδέν, ἤτοι :

$$F_1 \cdot (AO) + B \cdot l + F \cdot 0 - F_2 \cdot (OB) = 0 \qquad (1)$$

Ἐπειδὴ δὲ $l = (AO) - (AK) = (AO) - \frac{(AB)}{2}$ καὶ $(OB) = (AB) - (AO)$

ἡ σχέσις (1) γράφεται:

$$F_1 \cdot (AO) + B\left((AO) - \frac{(AB)}{2}\right) + F \cdot 0 - F_2\,[(AB) - AO)]$$

Ἐκτελοῦντες τὰς σημειουμένας πράξεις καὶ ἀντικαθιστῶντες διὰ τῶν δεδομένων τῆς ἀσκήσεως, εὑρίσκομεν εὐκόλως ὅτι:

$$\underline{AO = 0{,}59\ \mathrm{m}}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α' Ἐρωτήσεις

Πῶς ὁρίζεται ἡ δύναμις καὶ ποῖα τὰ χαρακτηριστικὰ αὐτῆς.

Πῶς μετροῦμεν τὰς δυνάμεις.

Τί ὀνομάζομεν σύνθεσιν δυνάμεων, συνισταμένην καὶ συνιστώσας δυνάμεως.

Ποῖαι αἱ ἀρχαὶ ἐπὶ τῶν ὁποίων στηρίζεται ἡ σύνθεσις δυνάμεων.

Εἰς ποίας περιπτώσεις τὸ πρόβλημα τῆς ἀντικαταστάσεως πολλῶν δυνάμεων ὑπὸ μιᾶς ἐπιδέχεται λύσιν καὶ εἰς ποίας περιπτώσεις δὲν ἐπιδέχεται.

Ποία ἡ συνθήκη ἰσορροπίας δυνάμεων.

Τί καλοῦμεν ἀνάλυσιν δυνάμεως καὶ τίνι τρόπῳ δυνάμεθα ν' ἀναλύσωμεν δοθεῖσαν δύναμιν εἰς δύο συνιστώσας σχηματιζούσας γωνίαν.

Πότε αἱ συνιστῶσαι δυνάμεως καλοῦνται ὀρθογώνιοι.

Νὰ δειχθῇ ὅτι τρεῖς δυνάμεις ἴσαι, ἐπενεργοῦσαι ἐπὶ ἑνὸς ὑλικοῦ σημείου καὶ σχηματίζουσαι ἀνὰ δύο γωνίαν 120^0, ἰσορροποῦν.

Νὰ ἀναλυθῇ τὸ βάρος σώματος, εὑρισκομένου ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου, εἰς δύο ὀρθογωνίους συνιστώσας, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον.

Νὰ ἐκφρασθοῦν αἱ δύο συνιστῶσαι διὰ τοῦ βάρους τοῦ σώματος καὶ τῆς γωνίας κλίσεως τοῦ ἐπιπέδου.

Σφαῖρα μάζης m ἐξαρτᾶται διὰ νήματος ἀπὸ ἀκλονήτου σημείου. Ἐὰν ἡ σφαῖρα ἐκτοπισθῇ ἀπὸ τῆς θέσεως ἰσορροπίας καὶ ἀφεθῇ ἐλευθέρα, φέρεται πρὸς τὰ κάτω. Νὰ δειχθῇ ποῖαι εἶναι αἱ δυνάμεις αἱ ἐπενεργοῦσαι ἐπὶ τῆς σφαίρας καὶ πῶς ἐκφράζεται ἡ κινητήριος δύναμις συναρτήσει τῆς γωνίας ἐκτροπῆς.

Ποίας ἰδιότητας ἔχει τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης παραλλήλων δυνάμεων.

Τί καλοῦμεν ζεῦγος δυνάμεων, ὡς καὶ ροπὴν ζεύγους.

Ποία ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων καὶ αἱ μονάδες ροπῆς. Πῶς παριστᾶται γραφικῶς ἡ ροπὴ ζεύγους.

Πῶς διατυποῦται τὸ θεώρημα τῶν ροπῶν.

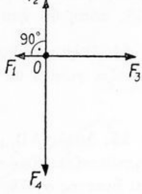
Ποία ἡ συνθήκη ἰσορροπίας δυνάμεων ἐπενεργουσῶν ἐπὶ στρεπτοῦ σώματος.

Ἀναφέρατε περιπτώσεις ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν.

Β' Προβλήματα

1. Νὰ εὑρεθῇ ἡ συνισταμένη τοῦ συστήματος τῶν δυνάμεων F_1, F_2, F_3, F_4 ἐφηρμοσμένων ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου Ο καὶ διατεταγμένων ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 93. Δίδονται $F_1 = 1$ kgr*, $F_2 = 2$ kgr*, $F_3 = 3$ kgr*, $F_4 = 4$ kgr*. ('Απ. $\Sigma = 2{,}83$ kgr*.)

2. Δύο δυνάμεις ἐπενεργοῦσαι κατ' ὀρθὴν γωνίαν ἔχουν συνισταμένην 10 kgr*. 'Εὰν ἡ μία τῶν δύο τούτων δυνάμεων εἶναι 6 kgr*, νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἄλλη δύναμις. ('Απ. $F_2 = 8$ kgr*.)



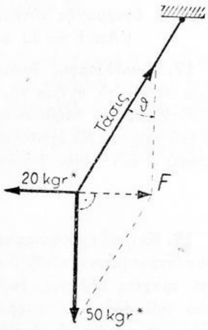
Σχ. 93. Πρόβλημα 1.

3. Πλοῖον τηρεῖ διεύθυνσιν πρὸς Νότον ὑπὸ ταχύτητα 12 μιλίων καθ' ὥραν, ἀλλὰ ἐκκλίνει πρὸς Δυσμάς, λόγῳ παρεκκλίσεως, 5 μίλια καθ' ὥραν. Νὰ εὑρεθῇ τὸ μέγεθος καὶ ἡ διεύθυνσις τῆς συνισταμένης ταχύτητος τοῦ πλοίου. ('Απ. $\upsilon = 13$ mil/h, $\theta = 22^0\ 34'$.)

4. Δύο ρυμουλκὰ ἐπιδιώκουν νὰ ἐλευθερώσουν προσαράξαν πλοῖον, ἕκαστον δὲ αὐτῶν ἐπενεργεῖ ἐπὶ καλωδίου, σχηματίζουν δὲ τὰ καλώδια μεταξύ των γωνίαν 20^0. Αἱ δυνάμεις αἱ ἐξασκούμεναι ὑπὸ τῶν ρυμουλκῶν εἶναι 1 000 kgr* καὶ 1 500 kgr* ἀντιστοίχως. Νὰ εὑρεθῇ ἡ συνισταμένη δύναμις (συν $20^0 = 0{,}64$). ('Απ. $F = 2 \cdot 10^3$ kgr*.)

5. Δύο δυνάμεις $F_1 = 2$ kgr* καὶ $F_2 = 5$ kgr* ἐπενεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου καὶ σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν 60^0. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ συνισταμένη αὐτῶν. ('Απ. $F = 6{,}244$ kgr*.)

6. Σῶμα βάρους 50 kgr* ἐξηρτημένον ἀπὸ σχοινίον ὠθεῖται ὁριζοντίως διὰ δυνάμεως 20 kgr* (σχ. 94). Νὰ προσδιορισθῇ τὸ μέγεθος καὶ ἡ διεύθυνσις τῆς τάσεως τοῦ σχοινίου. ('Απ. Τάσις $= 54$ kgr*, $\theta = 22^0$.)



Σχ. 94. Πρόβλημα 6.

7. Δύο δυνάμεις 3 kgr* καὶ 4 kgr* ἐπενεργοῦν κατ' ὀρθὴν γωνίαν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου. Νὰ εὑρεθῇ ἡ συνισταμένη αὐτῶν, α) γραφικῶς, β) λογιστικῶς. ('Απ. $F = 5$ kgr*.)

8. Δύναμις $F_1 = 7$ kgr* ἐπενεργεῖ ἐπὶ ὑλικοῦ σημείου ὁμοῦ μετὰ ἑτέρας δυνάμεως F_2. Γνωστοῦ ὄντος, ὅτι ἡ συνισταμένη αὐτῶν εἶναι 25 kgr* καὶ ἡ δύναμις F_1 εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν συνισταμένην, νὰ ὑπολογισθῇ ἡ δύναμις F_2. ('Απ. $F_2 = 26$ kgr*.)

9. Δύο δυνάμεις 48 kgr* καὶ 55 kgr* ἐπενεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου κατ' ὀρθὴν γωνίαν· νὰ ὑπολογισθῇ ἡ συνισταμένη αὐτῶν. ('Απ. $F = 73$ kgr*.)

10. 'Επὶ τῆς κορυφῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπενεργοῦν κατὰ τὴν μίαν πλευρὰν αὐτῆς αἱ δυνάμεις 21 kgr* καὶ 18 kgr* καὶ ἐπὶ τῆς ἑτέρας αἱ δυνάμεις 27 kgr* καὶ 53 kgr*. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων. ('Απ. $F = 89$ kgr*.)

11. 'Επὶ τοῦ σημείου διασταυρώσεως δύο ὀρθογωνίως τεμνομένων εὐθειῶν ἐπενεργοῦν τέσσαρες δυνάμεις ὡς ἑξῆς: ἡ $F_1 = 48$ kgr* πρὸς τὰ δεξιά, ἡ $F_2 = 110$ kgr* πρὸς τὰ ἄνω, ἡ $F_3 = 12$ kgr* πρὸς τ' ἀριστερὰ καὶ ἡ $F_4 = 33$ kgr* πρὸς τὰ κάτω. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ συνισταμένη αὐτῶν. ($F = 85$ kgr*.)

12. Σῶμα βάρους 159 kgr*, εὑρισκόμενον ἐπὶ ὁριζοντίας τραπέζης, ὑπόκειται εἰς τὴν ἐπενέργειαν δύο δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ἐφ' ἑνὸς σημείου αὐτοῦ, καὶ ὑπὸ γωνίαν 90^0 παραλλήλως πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῆς τραπέζης, εἶναι δὲ $F_1 = 28$ kgr* καὶ $F_2 = 45$ kgr*. Πόση ἡ συνισταμένη αὐτῶν καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις, τὴν ὁποίαν αὕτη μεταδίδει εἰς τὸ σῶμα.

('Απ. $F = 53$ kgr*, $\gamma = 3{,}27$ m/sec².)

13. Δύο δυνάμεις $F_1 = 5$ kgr* καὶ $F_2 = 15$ kgr* ἐπενεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου καὶ σχηματίζουν γωνίαν 90°. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ συνισταμένη των. Ἐὰν ἡ γωνία τῶν δυνάμεων ἦτο 45°, πόση θὰ ἦτο ἡ συνισταμένη των. ('Απ. $F = 15{,}8$ kgr*, $F = 18{,}87$ kgr*.)

14. Βάρος 50 kgr* ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ μέσον σχοινίου, εἰς τρόπον ὥστε τοῦτο καμπτόμενον σχηματίζει γωνίαν 90°. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ δύναμις ἐπὶ ἑκάστου τμήματος τοῦ σχοινίου.

('Απ. $F = 35{,}4$ kgr*.)

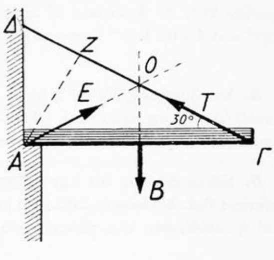
15. Δοκὸς ΑΒ, μήκους 120 cm καὶ βάρους 2,5 kgr*, στηρίζεται ἐπὶ δύο στύλων. Βάρος 6 kgr* τοποθετεῖται εἰς ἀπόστασιν 30 cm ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἄκρου. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ βάρος τὸ ὁποῖον ὑποφέρει ἕκαστος στῦλος. ('Απ. 2,75 kgr*, 5,75 kgr*.)

16. Τέσσαρες παράλληλοι δυνάμεις ἐντάσεων 8 kgr*, 5 kgr*, 13 kgr* καὶ 6 kgr* ἐπενεργοῦν ἐπὶ τῶν σημείων A_1, A_2, A_3 καὶ A_4 μιᾶς δοκοῦ $A_1 A_4$. Αἱ ἀποστάσεις τῶν σημείων εἶναι $A_1 A_2 = 14$ cm, $A_2 A_3 = 21$ cm καὶ $A_3 A_4 = 9$ cm. Ἡ δευτέρα τῶν δυνάμεων εἶναι ἀντιθέτου φορᾶς πρὸς τὰς ἄλλας. Πόση ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων τούτων καὶ εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ σημείου A_4 κεῖται τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς αὐτῆς.

('Απ. $F = 22$ kgr*, $x = 5{,}5$ cm, $OA_4 = 14{,}5$ cm.)

17. Ὁμοιόμορφος δοκὸς ΑΓ μήκους l στηρίζεται, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 95, ἐπὶ ἑνὸς τοίχου καὶ τὸ ἕτερον ἄκρον Γ αὐτῆς μὲ τὴν βοήθειαν καλωδίου συνδέεται πρὸς τὸ σημεῖον Δ τοῦ τοίχου. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ τάσις τοῦ σχοινίου καὶ ἡ ἀντίδρασις Ε τοῦ τοίχου ἐπὶ τοῦ ἄκρου Α τῆς δοκοῦ.

('Απ. Β = Τ, Ε = Τ.)

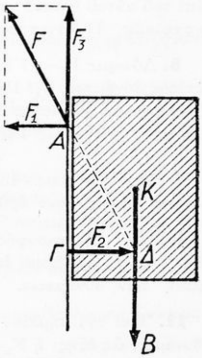


Σχ. 95. Πρόβλημα 17.

18. Κλῖμαξ ὁμοιόμορφος μήκους 15 m ζυγίζει 60 kgr* καὶ ἀπέχει τὸ κέντρον βάρους αὐτῆς 5 m ἀπὸ τοῦ ἄκρου Α ὑποστηρίξεως αὐτῆς ἐπὶ τραχέος ἐδάφους, ἐνῷ τὸ ἕτερον ἄκρον αὐτῆς Β ἀπέχει 12 m ἀπὸ τοῦ ἐδάφους, στηριζομένη ἐπὶ λείου κατακορύφου τοίχου. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀντίδρασις τοῦ τοίχου καὶ ἡ ἀντίδρασις τοῦ ἐδάφους. ('Απ. 15 kgr*, 62 kgr*.)

19. Αἱ ἀρθρώσεις Α καὶ Γ θύρας (σχ. 96) βάρους 80 kgr* ἀπέχουν 3 m ἀπ' ἀλλήλων, ἐνῷ τὸ εὖρος τῆς θύρας εἶναι 1,2 m. Τὸ βάρος τῆς θύρας ὑποβαστάζεται ὑπὸ τῆς ἄνω ἀρθρώσεως. Ποῖαι αἱ δυνάμεις αἱ ὁποῖαι ἀσκοῦνται ἐπὶ τῶν ἀρθρώσεων τῆς θύρας.

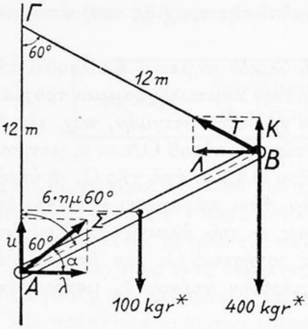
('Απ. $F_3 = B = 80$ kgr*, $F_1 = F_2 = 16$ kgr*.)



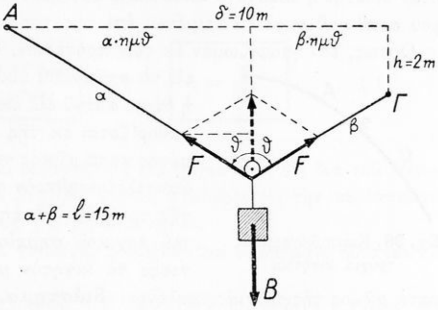
Σχ. 96. Πρόβλημα 19.

20. Ὁμοιόμορφος δοκὸς ΑΒ (σχ. 97) μήκους 12 m καὶ βάρους 100 kgr* ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ κάτω σημεῖον Α κατακορύφου ἱστοῦ. Τὸ ἕτερον ἄκρον Β τῆς δοκοῦ συνδέεται μὲ σχοινίον πρὸς τὸν ἱστὸν ἀπὸ σημείου Γ ἀπέχοντος 12 m ἀπὸ τοῦ Α. Ἡ δοκὸς σχηματίζει γωνίαν 60° πρὸς τὴν κατακόρυφον καὶ βάρος 400 kgr* ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ ἄκρον Β τῆς δοκοῦ. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀντίδρασις Σ εἰς τὸ σημεῖον Α τῆς δοκοῦ καὶ ἡ τάσις Τ τοῦ σχοινίου. ('Απ. Σ = 477 kgr*, Τ = 450 kgr*.)

21. Ὁμοιόμορφος ράβδος ΑΒ, μήκους 16 m καὶ ζυγίζουσα 12 kgr*, ὑποβαστάζεται ὁριζοντίως μὲ σχοινία προσηρμοσμένα εἰς τὰ ἄκρα αὐτῆς. Τὸ σχοινίον εἰς Β σχηματίζει γωνίαν 30^0 μετὰ τῆς κατακορύφου. Βάρος 40 kgr* ἐξαρτᾶται ἀπὸ σημεῖον τῆς ράβδου ἀπέχον 4 m ἀπὸ τοῦ σημείου Α. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ τάσις τοῦ σχοινίου τοῦ προσδεδεμένου εἰς Α καὶ ἡ γωνία α τὴν ὁποίαν σχηματίζει πρὸς τὴν κατακόρυφον. (Ἀπ. $T = 37{,}2$ kgr*, $\alpha = 14{,}4^0$.)



Σχ. 97. Πρόβλημα 20.



Σχ. 98. Πρόβλημα 22.

22. Σχοινίον μήκους $l = 15$ m στηρίζεται εἰς δύο σημεῖα ἀπέχοντα ὁριζοντίως κατὰ $\delta = 10$ m, τὰ ὁποῖα ἔχουν κατακόρυφον διαφορὰν ὕψους $h = 2$ m (σχ. 98). Ἐπὶ τοῦ σχοινίου κινεῖται τροχαλία, τῆς ὁποίας ἡ τριβὴ εἶναι ἀμελητέα. Εἰς ποῖον σημεῖον αὐτὴ ἰσορροπεῖ, ὅταν φορτισθῇ. Εἰς ποίαν σχέσιν εὑρίσκονται αἱ ἐπὶ τοῦ σχοινίου ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις ὡς πρὸς τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον εἶναι ἐξηρτημένον ἀπὸ τὴν τροχαλίαν. (Ἀπ. $\alpha = 8{,}84$ m, $\beta = 6{,}16$ m, $F = 0{,}67 \cdot B$.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β΄

ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ

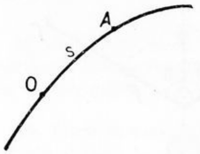
60. Κίνησις. Ὑλικὸν σημεῖον καὶ ἐν γένει σῶμα λέγομεν ὅ,τι κινεῖται, ὅταν μεταβάλλῃ θέσιν εἰς τὸν χῶρον, ἐν σχέσει πρὸς ἕτερον σῶμα, τὸ ὁποῖον κατὰ συνθήκην θεωροῦμεν ὡς ἀκίνητον.

Εἰς τὴν Φυσικήν, ἐφ᾽ ὅσον δὲν καθορίζεται ἄλλως, ἀναφέρομεν πάντοτε τὴν κίνησιν τοῦ θεωρουμένου σώματος ὡς πρὸς τὴν Γῆν, τὴν ὁποίαν θεωροῦμεν ὡς ἀκίνητον.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι πᾶσαι αἱ κινήσεις, τὰς ὁποίας θεωροῦμεν εἰς τὴν Φυσικήν, εἶναι σχετικαὶ κινήσεις, δεδομένου ὅτι αὗται ἀναφέρονται ὡς πρὸς τὴν Γῆν, ἡ ὁποία ὅμως δὲν εἶναι πράγματι ἀκίνητος.

Ὁ δρόμος, τὸν ὁποῖον ἀκολουθεῖ ὑλικὸν σημεῖον (κινητὸν) κατὰ τὴν κίνησιν αὐτοῦ, καλεῖται τροχιά, καὶ δύναται νὰ εἶναι εὐθύγραμμος ἢ καμπυλόγραμμος. Εἰς τὴν εἰδικὴν περίπτωσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ τροχιὰ εἶναι περιφέρεια κύκλου, ἡ κίνησις λέγεται κυκλικὴ κίνησις.

'Εφ' ὅσον ἡ τροχιὰ εἶναι ἐκ τῶν προτέρων γνωστὴ ὡς πρὸς τὴν μορφὴν αὐτῆς, ἡ θέσις τοῦ κινουμένου ὑλικοῦ σημείου, εἰς ἑκάστην στιγμὴν τοῦ χρόνου, καθορίζεται ὅταν δίδεται ἡ ἑκάστοτε ἀπόστασίς του, μετρουμένη ἐπὶ τῆς τροχιᾶς του, ἀπὸ ἑτέρου σταθεροῦ σημείου κειμένου ἐπὶ τῆς τροχιᾶς.



Σχ. 99. Καμπυλόγραμμος τροχιὰ κινητοῦ.

Οὕτως, ἐὰν γνωρίζωμεν ἐκ τῶν προτέρων, ὅτι τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἀκολουθεῖ τὴν εἰς τὸ σχῆμα 99 εἰκονιζομένην καμπυλόγραμμον τροχιάν, ἡ θέσις αὐτοῦ εἰς ἑκάστην χρονικὴν στιγμήν, π.χ. εἰς Α, καθορίζεται ἐκ τῆς ἀποστάσεως αὐτοῦ $OA = s$, μετρουμένης κατὰ μῆκος τοῦ τόξου ΟΑ καὶ ἀπὸ τῆς Ο, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ σταθερὸν σημεῖον, ἤτοι παραμένει ἀκίνητον ἐπὶ τῆς τροχιᾶς. Ἡ ἀπόστασις s τοῦ ὑλικοῦ σημείου ἀπὸ τοῦ ἀρχικοῦ σημείου τῆς κινήσεως Ο, τὴν ὁποίαν διέτρεξε τὸ κινητὸν μετὰ πάροδον χρόνου t, μετρουμένη κατὰ μῆκος τῆς τροχιᾶς, καλεῖται **διάστημα.**

Χαρακτηριστικὸν μέγεθος πάσης κινήσεως εἶναι ἡ **ταχύτης**· τὸ μέγεθος τοῦτο εἶναι διανυσματικὸν καὶ καθορίζεται τελείως, ὅταν δοθῇ: ἡ ἀριθμητικὴ τιμή, ἡ μονὰς μετρήσεως, ὡς καὶ ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορὰ αὐτοῦ.

Οὕτω π.χ. ὅταν λέγωμεν ἁπλῶς, ὅτι ἡ ταχύτης ἑνὸς κινητοῦ κατά τινα χρονικὴν στιγμὴν εἶναι 30 ἑκατοστόμετρα κατὰ δευτερόλεπτον (30 cm/sec), διὰ τὴν Φυσικὴν ἡ ταχύτης δὲν ὁρίζεται τελείως· διὰ νὰ ὁρισθῇ πλήρως πρέπει νὰ δοθῇ καὶ ἡ διεύθυνσις πρὸς τὴν ὁποίαν κινεῖται τὸ σῶμα καὶ ἡ ὁποία συμπίπτει πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως καὶ ἡ φορὰ αὐτῆς. Διὰ τὸ παράδειγμα τοῦτο ἡ ταχύτης τοῦ σώματος εἶναι πλήρως καθωρισμένη, ὅταν λέγωμεν π.χ., ὅτι τὸ κινητὸν κινεῖται μὲ ταχύτητα 30 cm/sec μὲ διεύθυνσιν Βορρᾶ-Νότου καὶ φορὰν ἐκ τοῦ Βορρᾶ πρὸς Νότον.

Ἡ ταχύτης ἑνὸς κινητοῦ ἐντὸς ὡρισμένου χρονικοῦ διαστήματος θεωρεῖται σταθερὰ (ἀμετάβλητος), ὅταν τόσον ἡ ἀριθμητικὴ τιμή, ὅσον καὶ ἡ διεύθυνσις καὶ φορὰ αὐτῆς διατηροῦνται σταθεραὶ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τοῦ θεωρουμένου χρονικοῦ διαστήματος.

Ἡ ταχύτης εἶναι χαρακτηριστικὸν τοῦ κινητοῦ διανυσματικὸν μέγεθος, τοῦ ὁποίου τὸ μέτρον ἰσοῦται πρὸς τὸ πηλίκον διανυθέντος διαστήματος διὰ τοῦ ἀντιστοίχου πρὸς τοῦτο χρόνου.

61. Εὐθύγραμμος καὶ ὁμαλὴ κίνησις. Ὅταν τὸ κινητὸν εἰς ἴσους χρόνους διανύῃ ἴσα διαστήματα, λέγομεν ὅτι ἐκτελεῖ **ὁμαλὴν κίνησιν.**

'Εξ ὅλων τῶν κινήσεων ἁπλουστέρα εἶναι ἡ **εὐθύγραμμος καὶ ὁμαλὴ κίνησις,** ἡ ὁποία χαρακτηρίζεται ἐκ τούτου, ὅτι ἡ ταχύτης αὐτῆς εἶναι σταθερά, κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν, ἤτοι:

$$\upsilon = \sigma\tau\alpha\theta.$$

Μὲ ἄλλους λόγους, τὸ κινητὸν κινεῖται ἐπ' εὐθείας γραμμῆς καὶ τὸ εἰς ἑκάστην μονάδα τοῦ χρόνου διανυόμενον ὑπ' αὐτοῦ διάστημα ἔχει πάντοτε τὸ αὐτὸ μέτρον.

Ἡ ἐξίσωσις τῆς εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῆς κινήσεως, ἐὰν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν, ὅτι τὸ κινητὸν διήνυσεν εἰς χρόνον t τὸ διάστημα s, — δηλαδὴ ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τῆς ἀρχικῆς θέσεως ἐκκινήσεως μέχρι τῆς τελικῆς εἶναι s —, ἡ δὲ σταθερὰ ταχύτης μὲ τὴν ὁποίαν κινεῖται εἶναι υ, δύναται νὰ γραφῇ ὡς ἀκολούθως :

$$\boxed{\text{ταχύτης} = \frac{\text{διανυόμενον διάστημα}}{\text{ἀντίστοιχος χρόνος}}} \quad \text{ἢ} \quad \boxed{\upsilon = \frac{s}{t}} \qquad (1)$$

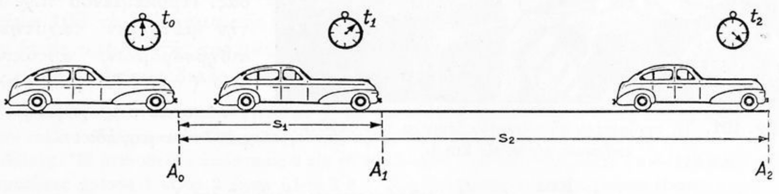
Ἤτοι, τὸ πηλίκον τοῦ ὑπὸ τοῦ κινητοῦ διανυθέντος διαστήματος (s) διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου (t) κατὰ τὸν ὁποῖον διηνύθη τοῦτο, σταθερὸν εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην, καλεῖται μέτρον τῆς ταχύτητος (υ) τοῦ κινητοῦ.

Ἐὰν ἡ ταχύτης ἑνὸς σώματος εἶναι γνωστή, ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις δύναται νὰ ὑπολογισθῇ διὰ δεδομένον χρόνον.

Εἰς πρόβλημα τοιούτου εἴδους ἡ ἐξίσωσις (1) λυομένη ὡς πρὸς s ἢ t γίνεται:

$$\boxed{s = \upsilon \cdot t} \quad (2) \qquad \text{καὶ} \qquad \boxed{t = \frac{s}{\upsilon}} \quad (3)$$

Οἱ τύποι (1), (2) καὶ (3) λύουν ὅλα τὰ προβλήματα τῆς εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῆς κινήσεως.



Σχ. 100. Τὸ αὐτοκίνητον εἰς ἴσους χρόνους διανύει ἴσα διαστήματα.

Εἰς τὸ σχῆμα 100 δεικνύεται ἡ ἀλλαγὴ τῆς θέσεως αὐτοκινήτου, τὸ ὁποῖον κινεῖται ἀπὸ A_0 εἰς A_2 μὲ σταθερὰν ταχύτητα ἐπὶ εὐθυγράμμου τροχιᾶς. Ἐὰν ὁ χρόνος τὸν ὁποῖον χρειάζεται τὸ κινητὸν διὰ νὰ φθάσῃ ἀπὸ A_0 εἰς A_1 εἶναι t_1, τότε εἶναι: $\upsilon = s_1/t_1$. Ἐπίσης, ἐὰν ὁ χρόνος διὰ νὰ φθάσῃ ἀπὸ A_0 εἰς A_2 εἶναι t_2, τότε εἶναι: $\upsilon = s_2/t_2$. Ἐπίσης, ἐὰν $t_2 - t_1$ παριστᾷ τὸν χρόνον διὰ νὰ φθάσῃ τὸ κινητὸν ἀπὸ A_1 εἰς A_2, θὰ ἔχωμεν:

$$\upsilon = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

Διαστάσεις ταχύτητος. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1), ἐπὶ τῇ βάσει τῶν προηγουμένως λεχθέντων ὅσον ἀφορᾷ εἰς τὴν εὕρεσιν τῆς ἐξισώσεως διαστάσεων (βλ. § 8), ἔχομεν:

$$[\, \upsilon \,] = [\, L\, T^{-1} \,]$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη ἰσχύει τόσον διὰ τὸ Μετρικὸν σύστημα, ὅσον καὶ διὰ τὸ Τεχνικὸν σύστημα.

Μονάδες ταχύτητος. 1) **Σύστημα C.G.S.** Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ἡ μονὰς ταχύτητος εἶναι τό:

$$1\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}} \qquad (\text{ἢ } 1\ \mathrm{cm} \cdot \mathrm{sec}^{-1})$$

καθότι τὸ διάστημα, ὡς μῆκος, μετρεῖται εἰς cm, ὁ δὲ χρόνος εἰς sec.

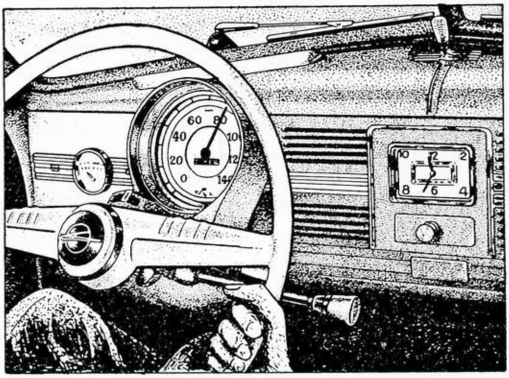
2) **Σύστημα M.K.S.** καὶ **Τεχνικὸν σύστημα.** Εἰς ἀμφότερα τὰ συστήματα, ἡ μονὰς ταχύτητος εἶναι τό:

$$1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$$

$$(\text{ἢ } 1\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{sec}^{-1})$$

καθότι μονὰς διαστήματος εἶναι τὸ 1 m καὶ μονὰς χρόνου τὸ 1 sec.

Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω μονάδων χρησιμοποιοῦμεν εἰς τὴν πρᾶξιν καὶ ἄλλας μονάδας. Προκειμένου π.χ. διὰ τὴν μέτρησιν ταχυτήτων σιδηροδρόμων, αὐτοκινήτων (σχ. 101), ἀεροπλάνων κ.λ.π., χρησιμοποιοῦμεν τὴν μονάδα:



Σχ. 101. Τὸ ταχύμετρον αὐτοκινήτου δεικνύει τὴν ταχύτητα κινήσεως αὐτοῦ εἰς km/h.

$$1\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \quad (= 1 \text{ χιλιόμετρον ἀνὰ ὥραν})$$

διὰ τὴν μέτρησιν δὲ ταχυτήτων πλοίων χρησιμοποιεῖται ἡ μονάς:

$$\textbf{1 κόμβος} = 1 \text{ ναυτικὸν μίλιον καθ' ὥραν} = 1852\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}} = 0{,}514\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$$

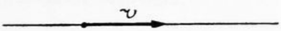
Εἰς τὰς ἀγγλοσαξωνικὰς χώρας ὡς μονὰς ταχύτητος χρησιμοποιεῖται τό:

$$1 \text{ μίλιον (ἀγγλικὸν) ἀνὰ ὥραν} = 1609\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}}$$

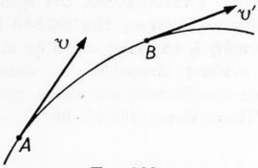
Παραδείγματα ταχυτήτων

Ἄνθρωπος βαδίζων	1,5 m/sec	Ἦχος εἰς τὸν ἀέρα ...	340 m/sec
Κύματα θαλάσσης	6 m/sec	Περιστροφὴ τῆς Γῆς εἰς τὸν Ἰσημερινὸν	465 m/sec
Δρομεὺς	7 m/sec	Σφαῖρα ὅπλου	400–800 m/sec
Ὑπερωκεάνειον «Βασίλισσα Φρειδερίκη» 22 κόμβοι.....	11,3 m/sec	Περιφορὰ τῆς Σελήνης	1024 m/sec
Πολεμικὰ πλοῖα...........	15 m/sec	Περιφορὰ τῆς Γῆς περὶ τὸν Ἥλιον	30 000 m/sec
Ἄνεμος ἰσχυρὸς	20 m/sec	Πυραυλοκίνητον ἀεροπλάνον	440 m/sec
Ἁμαξοστοιχία ταχεῖα	30 m/sec		
Χελιδὼν	80 m/sec	Φῶς............	300 000 000 m/sec

62. Ἡ ταχύτης ὡς διανυσματικὸν μέγεθος. Ὁσάκις θέλομεν νὰ ἐκφράσωμεν, ὅτι ἡ ταχύτης εἶναι μέγεθος, τὸ ὁποῖον χαρακτηρίζεται ἀπὸ ἀριθμητικὴν τιμήν, διεύθυνσιν καὶ φοράν, παριστῶμεν αὐτὴν δι' ἑνὸς τμήματος εὐθείας, τοῦ ὁποίου τὸ μῆκος ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα δεικνύει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς ταχύτητος, βέλος δὲ σημειούμενον εἰς τὸ ἓν ἄκρον αὐτοῦ δεικνύει τὴν φοράν, κατὰ τὴν ὁποίαν κινεῖται τὸ κινητόν, ἡ δὲ εὐθεῖα τέλος, ἐπὶ τῆς ὁποίας τοῦτο κεῖται, ὁρίζει τὴν διεύθυνσιν αὐτοῦ (σχ. 102). Τοιοῦτον τμῆμα εὐθείας μετὰ βέλους εἰς τὸ ἄκρον αὐτοῦ καλεῖται, ὡς εἴδομεν, διάνυσμα (βλ. § 32).



Σχ. 102.



Σχ. 103.

Οὕτως εἰς τὸ σχῆμα 102, ὅπου ἡ κίνησις εἶναι εὐθύγραμμος, ἡ ταχύτης παριστᾶται ὡς διάνυσμα συμπῖπτον μὲ τὴν τροχιὰν τοῦ κινητοῦ, ἐνῷ εἰς τὸ σχῆμα 103 τὸ διάνυσμα τῆς ταχύτητος εἰς καμπυλόγραμμον κίνησιν συμπίπτει μὲ τὴν ἐφαπτομένην τῆς τροχιᾶς εἰς ἕκαστον σημεῖον, ὅπου θεωροῦμεν ὅτι εὑρίσκεται τὸ κινητὸν εἰς τὰς διαδοχικὰς μονάδας τοῦ χρόνου.

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Αὐτοκίνητον χρειάζεται 2 ὥρας διὰ νὰ φθάσῃ εἰς μίαν πόλιν ἀπέχουσαν 120 χιλιόμετρα πρὸς Ἀνατολάς. Ποία ἡ ταχύτης του.

Λύσις. Ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις s εἰς τὸ πρόβλημα εἶναι 120 χιλιόμετρα ($s = 120\ km$) καὶ ὁ διαρρεύσας χρόνος t εἶναι 2 ὧραι ($t = 2\ h$), ἄρα ἡ ταχύτης τοῦ αὐτοκινήτου εἶναι:

$$\underline{\upsilon} = \frac{s}{t} = \frac{120}{2} = \underline{60\ \frac{km}{h}}$$

ἤτοι 60 χιλιόμετρα καθ' ὥραν καὶ μὲ διεύθυνσιν πρὸς Ἀνατολάς.

Αἱ μονάδες μετρήσεων εἶναι τόσον σπουδαῖαι ὅσον καὶ τὰ ἀριθμητικὰ ἀποτελέσματα, καὶ πρέπει νὰ περιλαμβάνωνται πάντοτε ἀπαραιτήτως εἰς τὴν ἀπάντησιν.

Ἐὰν θέλωμεν νὰ ἐκφράσωμεν τὴν ταχύτητα εἰς m/sec, πρέπει νὰ μετατρέψωμεν τὴν ἀπόστασιν εἰς μέτρα, ἤτοι 120 000 m, καὶ τὸν χρόνον εἰς sec, ἤτοι $2 \cdot 3\,600 = 7\,200$ sec, ὁπότε:

$$\underline{\upsilon} = \frac{120\,000}{7\,200} = \underline{16{,}67\ \frac{m}{sec}}$$

ἤτοι ἡ ταχύτης τοῦ αὐτοκινήτου εἶναι 16,67 μέτρα ἀνὰ δευτερόλεπτον πρὸς Ἀνατολάς.

2. Ἐὰν σῶμα κινῆται μὲ ταχύτητα 45 ἑκατοστομέτρων ἀνὰ δευτερόλεπτον (45 cm/sec), πόσον διάστημα εἰς ἑκατοστόμετρα θὰ διανύσῃ εἰς 2 λεπτά.

Λύσις. Ἐπειδὴ ἡ ταχύτης δίδεται εἰς m/sec καὶ τὸ διάστημα ζητεῖται εἰς cm, θὰ μετατρέψωμεν τὸν χρόνον 2 λεπτὰ (2 min) εἰς δευτερόλεπτα (sec).

Ἐπειδὴ 1 min = 60 sec, θὰ εἶναι: $t = 2 \cdot 60 = 120$ sec. Ἐφαρμόζοντες τὸν τύπον :

$$s = \upsilon \cdot t$$

εὑρίσκομεν:

$$\underline{s} = 45 \cdot 120 = \underline{5\,400 \text{ cm}}$$

3. Πλοῖον ταξιδεύει μὲ μέσην ταχύτητα 30 μιλίων καθ' ὥραν (30 mile/h). Πόσας ὥρας θὰ χρειασθῇ διὰ νὰ διανύσῃ διάστημα 175 μιλίων.

Λύσις. Μολονότι εἰς τὸ πρόβλημα τοῦτο ἡ ταχύτης καὶ τὸ διάστημα δὲν εἶναι ἐκπεφρασμένα εἰς θεμελιώδεις μονάδας, ἐν τούτοις δυνάμεθα νὰ λύσωμεν ἀπ' εὐθείας τὸ πρόβλημα, χωρὶς νὰ μετατρέψωμεν τὰ δεδομένα, ἤτοι:

$$\underline{t} = \frac{s}{\upsilon} = \frac{175}{30} = \underline{5{,}83 \text{ h}}$$

Ἄρα θὰ χρειασθῇ 5,83 ὥρας, δηλ. περίπου 5 ὥρας καὶ 50 λεπτά.

4. Ὑποτιθεμένου, ὅτι ἡ κίνησις τῆς Γῆς περὶ τὸν Ἥλιον εἶναι ὁμαλή, ἡ δὲ τροχιὰ κύκλος ἀκτῖνος 150 000 840 km, καὶ ὁ χρόνος περιφορᾶς 365,25 ἡμέραι, νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης τῆς Γῆς εἰς km/sec.

Λύσις. Διαιροῦμεν τὸ διάστημα, ἐκπεφρασμένον εἰς km, διὰ τοῦ χρόνου, ἐκπεφρασμένου εἰς sec. Ἐπειδὴ μία ἡμέρα ἔχει 86 400 sec, ἕπεται ὅτι ὁ χρόνος περιφορᾶς τῆς Γῆς περὶ τὸν Ἥλιον εἶναι : $365{,}25 \cdot 86\,400 = 3{,}16 \cdot 10^7$ sec, ὅθεν :

$$\upsilon = \frac{s}{t} = \frac{2\pi \cdot r}{t}$$

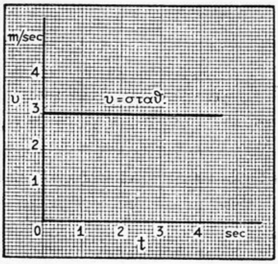
ἤτοι :

$$\underline{\upsilon} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{1{,}5 \cdot 10^8}{3{,}16 \cdot 10^7} = \underline{29{,}8 \ \frac{\text{km}}{\text{sec}}}$$

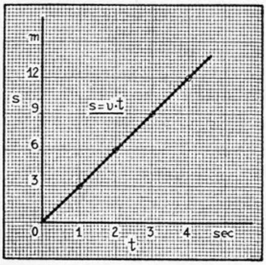
63. Διαγράμματα εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως. Γενικῶς εἰς τὴν σπουδὴν τῆς Μηχανικῆς χρησιμοποιοῦμεν τὰ διαγράμματα κινήσεως. Θεωρήσωμεν π.χ. τὴν περίπτωσιν τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως, ὅπου διὰ γραφικῆς παραστάσεως ἐκφράζομεν τοὺς νόμους τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος καὶ τοῦ διαστήματος συναρτήσει τοῦ χρόνου.

Διὰ νὰ παραστήσωμεν γραφικῶς τὴν σχέσιν μεταξὺ ταχύτητος καὶ χρόνου (υ, t), λαμβάνομεν ὀρθογωνίους ἄξονας καὶ τὸν μὲν ὁριζόντιον (ἄξων τετμημένων) χαρακτηρίζομεν ὡς ἄξονα χρόνου, τὸν δὲ κατακόρυφον (ἄξων τεταγμένων) ὡς ἄξονα ταχυτήτων. Ἐὰν ἓν κινητὸν κινῆται ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, π.χ. 3 m/sec, καὶ ἀναφέρωμεν εἰς τὸ διάγραμμα ἀντιστοίχως τὰς τιμὰς τοῦ χρόνου καὶ τῆς ταχύτητος, θὰ λάβωμεν ὡς διάγραμμα ταχύτητος μίαν εὐθεῖαν γραμμὴν παράλληλον πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ χρόνου (σχ. 104, I).

Ἐξ ἄλλου ἡ σχέσις, ἡ ὁποία ἐκφράζει τὸν τύπον τοῦ διαστήματος εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλὴν κίνησιν, ἀποδίδεται γραφικῶς ὡς ἑξῆς : Λαμβάνομεν ὀρθογωνίους ἄξονας καὶ τὸν ἄξονα τῶν τετμημένων χαρακτηρίζομεν ὡς ἄξονα χρόνου, τὸν δὲ κατακόρυφον ὡς ἄξονα διαστημάτων. Ἐὰν θέσωμεν εἰς τὸν τύπον τοῦ διαστήματος $s = \upsilon \cdot t$, ἀντὶ τοῦ χρόνου t τὰς τιμὰς 0, 1, 2, 3... sec, λαμβάνομεν διὰ τὸ διάστημα s τὰς τιμὰς 0, 3, 6, 9...m. Οὕτω καθορίζομεν εἰς τὸ ἐπίπεδον σειρὰν παραστατικῶν σημείων, τὰ ὁποῖα ἑνούμενα διὰ συνεχοῦς γραμμῆς παρέχουν τὸ διάγραμμα τῆς κινήσεως, τὸ ὁποῖον παριστᾶται γραφικῶς δι' εὐθείας γραμμῆς διερχομένης διὰ τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων (σχ. 104, II).



I



II

Σχ. 104. Διαγράμματα εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως.

Παρατήρησις. Τὸ διανυόμενον διάστημα δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν καὶ ἐκ τοῦ διαγράμματος ταχύτητος. Ἐὰν π.χ. θέλωμεν τὸ διανυόμενον διάστημα, τὸ ὁποῖον διήνυσε τὸ κινητὸν μεταξὺ δευτέρου καὶ τετάρτου δευτερολέπτου, φέρομεν ἐκ τοῦ ἄξονος τοῦ χρόνου (σχ. 104, I) καὶ ἀπὸ τῆς θέσεως $t = 2$ sec καὶ $t = 4$ sec καθέτους μέχρι συναντήσεως τῆς εὐθείας τῆς παριστώσης τὴν μεταβολὴν τῆς ταχύτητος, ὅτε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ προκύπτοντος ὀρθογωνίου παρέχει τὸ ζητούμενον διάστημα.

64. Μεταβαλλομένη κίνησις.

Ἡ κίνησις λέγεται μ ε τ α β α λ λ ο μ έ ν η (ἢ ἀ ν ι σ ο τ α χ ή ς), ὅταν ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ δὲν παραμένῃ σταθερά· ὅταν δηλ. τὸ κινητὸν εἰς ἴσους χρόνους διανύῃ ἄνισα διαστήματα.

Μίαν τοιαύτην κίνησιν ἔχει π.χ. σιδηρόδρομος ἀναχωρῶν ἐκ τῆς ἠρεμίας. Οὕτω κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς ἐκκινήσεώς του ἡ ταχύτης αὐτοῦ εἶναι ἴση πρὸς μηδὲν καὶ αὐτὴ αὐξάνεται συνεχῶς μέχρις ὅτου λάβῃ μίαν σταθερὰν ἐπιθυμητὴν τιμήν. Κατὰ τὴν πορείαν του ὅμως ὁ σιδηρόδρομος ἄλλοτε μὲν κινεῖται μὲ μεγαλυτέραν ταχύτητα, ἄλλοτε δὲ μὲ μικροτέραν, μέχρις ὅτου φθάσῃ εἰς τὸν σταθμὸν τοῦ προορισμοῦ του, ὁπότε μετά τινα χρόνον καὶ πάλιν ἀκινητεῖ, ἤτοι ἡ ταχύτης αὐτοῦ μηδενίζεται.

Μέση ταχύτης. Ὡς εἴδομεν (§ 61), μία ταχύτης εἶναι σταθερά, ὅταν ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος, ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορὰ αὐτῆς παραμένουν σταθεραί.

Εἰς τὴν εὐθύγραμμον μεταβαλλομένην κίνησιν τὸ σῶμα ἔχει μεταβλητὴν κατὰ τιμὴν ταχύτητα, διότι εἰς ἴσους χρόνους, π.χ. εἰς ἕκαστον δευτερόλεπτον, δὲν διανύει τὸ αὐτὸ διάστημα. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην εἰσάγομεν τὴν ἔννοιαν τῆς μ έ σ η ς τ α χ ύ τ η τ ο ς, τὴν ὁποίαν χρησιμοποιοῦμεν συχνὰ εἰς τὴν πρᾶξιν.

Ὡς μέσην ταχύτητα εἰς τὴν μεταβαλλομένην κίνησιν ὁρίζομεν τὴν σταθερὰν ἐκείνην ταχύτητα, τὴν ὁποίαν θὰ ἔπρεπε νὰ εἶχε τὸ κινητὸν διὰ νὰ διανύσῃ, εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, τὸ αὐτὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διανύει μὲ μεταβαλλομένην ταχύτητα.

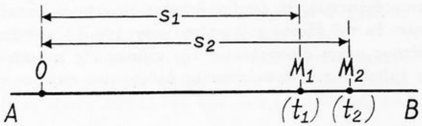
Ἐὰν τὸ μεταξὺ δύο σημείων Α καὶ Β τῆς τροχιᾶς διάστημα s διατρέχῃ τὸ κινητὸν εἰς χρόνον t, τὸ πηλίκον:

$$\boxed{\bar{\upsilon} = \frac{s}{t}}$$

δίδει τὴν μέσην ταχύτητα ($\bar{\upsilon}$). Κατὰ ταῦτα, ἐὰν γνωρίζωμεν τὸ μῆκος τοῦ διαστήματος καὶ τὸν ἀντίστοιχον χρόνον, δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν μέσην ταχύτητα τοῦ κινητοῦ. Οὕτω ὅταν λέγωμεν ὅτι ὁ σιδηρόδρομος κατὰ τὸ ταξίδιόν του Ἀθηνῶν - Θεσσαλονίκης κινεῖται μὲ ταχύτητα 30 km/h, ἐννοοῦμεν τὴν μέσην ταχύτητα αὐτοῦ, ἥτις προκύπτει ἐκ τοῦ πηλίκου τῆς ἀποστάσεως ταύτης διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου τῆς διαδρομῆς του.

Ταχύτης ἐν δεδομένῃ στιγμῇ. Στιγμιαία ταχύτης. Ἡ μέση ταχύτης δὲν δίδει εἰκόνα σαφῆ τοῦ τρόπου κατὰ τὸν ὁποῖον διηνύθη διάστημά τι. Θὰ ἔπρεπε πρὸς τούτοις νὰ γνωρίζωμεν εἰς ἑκάστην χρονικὴν στιγμὴν τὴν κινητικὴν κατάστασιν τοῦ κινητοῦ.

Διὰ νὰ ὁρίσωμεν τὴν ταχύτητα τοῦ κινητοῦ εἰς ὡρισμένην χρονικὴν στιγμὴν t, θεωροῦμεν ἕνα κινητὸν κινούμενον ἀνισοταχῶς ἐπὶ τῆς τροχιᾶς του ΑΒ (σχ. 105).



Σχ. 105.

Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t_1 τὸ κινητὸν εὑρίσκεται εἰς τὸ σημεῖον M_1 τῆς τροχιᾶς του, ἀπέχον ἀπόστασιν s_1 ἀπὸ τῆς ἀρχικῆς θέσεως Ο ἐκκινήσεώς του, καὶ ὅτι μετά τινα χρόνον, δηλαδὴ κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t_2, τὸ κινητὸν εὑρίσκεται εἰς τὸ γειτονικὸν σημεῖον M_2 τῆς τροχιᾶς του, ἀπέχον ἀπόστασιν s_2 ἀπὸ τῆς ἀρχικῆς του θέσεως. Ἄρα τὸ κινητόν, ἐντὸς τοῦ χρονικοῦ διαστήματος $t_2 - t_1$, διήνυσε διάστημα $s_2 - s_1$.

Ἐὰν τὸ χρονικὸν διάστημα $t_2 - t_1$ γίνῃ λίαν μικρόν, τότε καὶ τὸ διανυθὲν διάστημα $s_2 - s_1$ θὰ εἶναι ἐπίσης μικρόν, ἑπομένως θὰ ἔχωμεν:

$$\upsilon = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} \qquad (1)$$

Τὸ πηλίκον τοῦτο καλοῦμεν **στιγμιαίαν ταχύτητα ἢ ταχύτητα τοῦ κινητοῦ** κατὰ τὴν ἐν λόγῳ χρονικὴν στιγμήν.

Ἐὰν διὰ Δs(*) παραστήσωμεν τὸ μικρὸν διάστημα τὸ διανυθὲν κατὰ τὴν θεωρουμένην στιγμὴν εἰς τὸν λίαν μικρὸν χρόνον Δt, ὁ τύπος (1) γράφεται ὡς ἑξῆς:

$$\boxed{\upsilon = \frac{\Delta s}{\Delta t}} \qquad (2)$$

ἤτοι: «**καλεῖται στιγμιαία ταχύτης υ τὸ πηλίκον ἑνὸς μικροῦ δια-**

(*) Τὸ σύμβολον Δ ὑποδηλοῖ πολὺ μικράν, ἀλλὰ πεπερασμένην (μετρήσιμον) μεταβολὴν τοῦ ἀντιστοίχου μεγέθους.

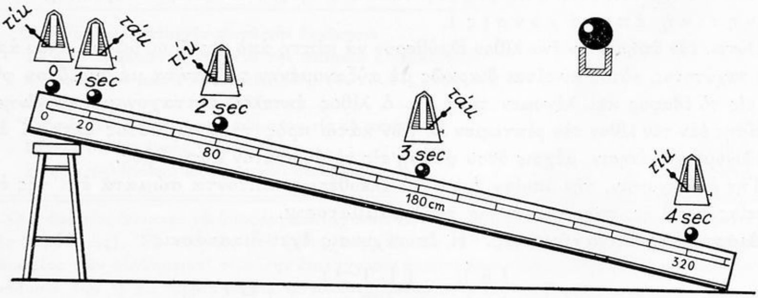
στήματος Δs, τὸ ὁποῖον διανύει τὸ κινητόν, διὰ τοῦ ἀντιστοίχου ἀπείρως μικροῦ χρόνου Δt ».

Κατ' ἄλλον ἀκριβέστερον ὁρισμόν, ἡ στιγμιαία ταχύτης ὁρίζεται ὡς ἑξῆς: **«Καλοῦμεν στιγμιαίαν ταχύτητα υ κινητοῦ, τὸ ὅριον τοῦ πηλίκου τοῦ διαστήματος Δs, τὸ ὁποῖον διανύει τὸ κινητὸν ἐντὸς χρόνου Δt, διὰ τοῦ χρόνου τούτου, ὅταν ὁ χρόνος τείνῃ εἰς τὸ μηδέν»,** ἤτοι:

$$\upsilon = \text{ορ} \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad \text{ὅταν } \Delta t \to 0$$

65. Ἐπιτάχυνσις. Ἡ ταχύτης ὡς διανυσματικὸν μέγεθος δύναται νὰ μεταβληθῇ κατὰ τρεῖς τρόπους: α) κατὰ μέτρον, δηλ. νὰ αὐξομειωθῇ, β) κατὰ διεύθυνσιν· π.χ., ἀντὶ νὰ διευθύνεται τὸ κινητὸν συνεχῶς πρὸς Βορρᾶν, νὰ στραφῇ πρὸς Ἀνατολὰς καὶ γ) κατὰ φοράν· π.χ., κινούμενον ἐπὶ τῆς εὐθείας Βορρᾶς - Νότος, νὰ ἀναστρέψῃ κατὰ 180^0 τὴν κατεύθυνσίν του.

Γενικῶς, χαρακτηρίζομεν μίαν κίνησιν ὡς ἔχουσαν «ἐπιτάχυνσιν», ἐὰν ἡ ταχύτης δὲν παραμένῃ σταθερά, ἀλλὰ μεταβάλλεται κατὰ τὸν ἕνα ἢ περισσοτέρους τρόπους.



Σχ. 106. Ἡ σφαῖρα διανύει εἰς ἴσους χρόνους ἄνισα διαστήματα.

Εἰς τὴν ἔννοιαν τῆς ἐπιταχύνσεως ἀγόμεθα π.χ. ἀπὸ τοῦ ἀκολούθου πειράματος. Ἐὰν ἀπὸ τῆς κορυφῆς κεκλιμένου ἐπιπέδου (σανίδος κεκλιμένης ἐχούσης αὔλακα), ἀφήσωμεν ἐλευθέρως νὰ πίπτῃ λεία μεταλλικὴ ἢ ξυλίνη σφαῖρα, καὶ παρακολουθοῦμεν τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας διὰ χρονομέτρου, παρατηροῦμεν εὐκόλως ὅτι τὰ εἰς ἑκάστην μονάδα τοῦ χρόνου διανυόμενα διαστήματα εἶναι ἄνισα καὶ ὄχι ἴσα ὅπως εἰς τὴν εὐθύγραμμον καὶ ὁμαλὴν κίνησιν (σχ. 106). Ἡ μεταβολή, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ ταχύτης κατὰ τὴν μεταβαλλομένην ταύτην κίνησιν, μᾶς ὁδηγεῖ εἰς τὸν καθορισμὸν ἑνὸς νέου φυσικοῦ μεγέθους, ἤτοι τῆς **ἐπιταχύνσεως.**

Ὀνομάζομεν ἐπιτάχυνσιν (γ) μιᾶς μεταβαλλομένης κινήσεως, χαρακτηριστικὸν αὐτῆς διανυσματικὸν μέγεθος, τοῦ ὁποίου τὸ

μέτρον ἰσοῦται πρὸς τὸ πηλίκον τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου.

Ἐὰν λοιπὸν κατὰ τὸν χρόνον t_1 ἡ ταχύτης εἶναι ἴση πρὸς υ_1, καὶ κατὰ τὸν ἀμέσως ἑπόμενον χρόνον t_2 γίνεται ἴση πρὸς υ_2, ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς κινήσεως θὰ εἶναι:

$$\gamma = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{t_2 - t_1} \qquad (1)$$

Ἐὰν συμβολίσωμεν τὴν διαφορὰν τῶν ταχυτήτων ($\upsilon_2 - \upsilon_1$) διὰ τοῦ $\Delta\upsilon$ καὶ τὸ ἀντίστοιχον χρονικὸν διάστημα ($t_2 - t_1$) διὰ τοῦ Δt, ἡ ἐπιτάχυνσις ὁρίζεται ὡς:

$$\boxed{\gamma = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}} \text{ ἤτοι: } \boxed{\text{ἐπιτάχυνσις} = \frac{\text{τελικὴ ταχύτης} - \text{ἀρχικὴ ταχύτης}}{\text{χρόνος διαρρεύσας}}} \qquad (2)$$

Ὅταν τὸ σῶμα ἐκκινῇ ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ ἀποκτᾷ μετὰ πάροδον χρόνου t ταχύτητα υ, τότε, ἐπειδὴ ἡ ἀρχικὴ ταχύτης εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, ἡ ἐπιτάχυνσις γ δίδεται ὑπὸ τῆς ἁπλουστέρας σχέσεως:

$$\gamma = \frac{\upsilon}{t}$$

Ἐπιβράδυνσις. Ἐὰν ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ αὐξάνεται μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου, ἡ κίνησις καλεῖται «ἐ π ι τ α χ υ ν ο μ έ ν η», ἐὰν δὲ αὕτη ἐλαττοῦται μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου, τότε ἡ κίνησις λέγεται «ἐ π ι β ρ α δ υ ν ο μ έ ν η» (ἤ, ἄλλως, ἀ ρ ν η τ ι κ ὴ ἐ π ι τ ά χ υ ν σ ι ς).

Οὕτω, ἐὰν ἀφήσωμεν ἕνα λίθον ἐλεύθερον νὰ πίπτῃ ἀπὸ μεγάλου ὕψους, ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, οὗτος κινεῖται διαρκῶς μὲ αὐξανομένην ταχύτητα μέχρις ὅτου φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος καὶ λέγομεν τότε ὅτι ὁ λίθος ἐκτελεῖ ἐπιταχυνομένην κίνησιν. Ἐπίσης ἐὰν τὸν λίθον τὸν ρίπτωμεν ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω, οὗτος ἐκτελεῖ ἐπιβραδυνομένην κίνησιν, μέχρις ὅτου φθάσῃ εἰς τὸ ἀνώτατον αὐτὸ ὕψος.

Τὴν ἐπιτάχυνσιν, τὴν ὁποίαν ἔχουν τὰ ἐλευθέρως πίπτοντα σώματα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, παριστῶμεν διὰ τοῦ γράμματος g.

Διαστάσεις ἐπιταχύνσεως. Ἡ ἐπιτάχυνσις ἔχει διαστάσεις:

$$[\,\gamma\,] = \frac{[\,\upsilon\,]}{[\,t\,]} = \frac{[\,L\,T^{-1}\,]}{[\,T\,]} = [\,L\,T^{-2}\,]$$

Μονάδες ἐπιταχύνσεως. 1) Σύστημα μονάδων C.G.S. Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω τύπου (1) τῆς ἐπιταχύνσεως ὁρίζεται ἡ μονὰς ἐπιταχύνσεως, ἐὰν γνωρίζωμεν τὴν μονάδα τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος καὶ τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Ἡ μονὰς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος εἶναι προφανῶς ἡ αὐτὴ μὲ τὴν μονάδα τῆς ταχύτητος, ἤτοι 1 cm/sec, καὶ οὕτω προκύπτει ὡς μονὰς ἐπιταχύνσεως τό:

$$1\ \frac{\mathbf{cm}}{\mathbf{sec^2}}$$

2) Σύστημα M.K.S. καὶ Τεχνικὸν σύστημα. Κατ' ἀνάλογον τρόπον προκύπτει ὡς μονὰς ἐπιταχύνσεως τό:

$$1\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{sec^2}}$$

Οὕτω, ὅταν λέγωμεν ὅτι τὸ κινητὸν ἔχει ἐπιτάχυνσίν τινα, π.χ. 3 m/sec^2, νοοῦμεν ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ αὐξάνεται κατὰ 3 m/sec εἰς ἕκαστον δευτερόλεπτον.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ ταχύτης ἑνὸς αὐτοκινήτου εἰς τὴν θέσιν Α (σχ. 107) εἶναι 20 m/sec καὶ εἰς τὴν θέσιν Β εἶναι 40 m/sec καὶ ὅτι χρειάζεται 4 δευτερόλεπτα διὰ νὰ μεταβῇ ἀπὸ τοῦ Α εἰς Β. Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσίς του.

Λύσις. Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὸν τύπον:

$$\gamma = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{t_2 - t_1}$$

τῶν τιμῶν τῶν δεδομένων τοῦ προβλήματος, ἔχομεν:

$$\underline{\gamma} = \frac{40 - 20}{4} = \frac{20}{4} \frac{\frac{m}{sec}}{sec} = 5 \frac{m}{sec^2}$$

Ἡ ἀπάντησις ἀναγιγνώσκεται ὡς ἑξῆς: 5 μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον ἀνὰ δευτερόλεπτον, καὶ σημαίνει ὅτι εἰς τὸ τέλος ἑκάστου παρερχομένου δευτερολέπτου ἡ ταχύτης ἔχει αὐξηθῇ κατὰ 5 μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον. Οὕτως, ἐὰν ἡ ἀρχικὴ ταχύτης εἶναι 20 m/sec, εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου δευτερολέπτου θὰ εἶναι 25 m/sec, εἰς τὸ τέλος τοῦ δευτέρου δευτερολέπτου 30 m/sec, εἰς τὸ τέλος τοῦ τρίτου δευτερολέπτου 35 m/sec, καὶ εἰς τὸ τέλος τοῦ τετάρτου δευτερολέπτου 40 m/sec.

Παραδείγματα ἐπιταχύνσεων (εἰς $m \cdot sec^{-2}$)	
Ταχεῖα ἁμαξοστοιχία κατὰ τὴν ἐκκίνησιν	0,2
Ταχεῖα ἁμαξοστοιχία κατὰ τὴν πέδησιν (φρενάρισμα)	—2,4
Αὐτοκίνητον κατὰ τὴν ἐκκίνησιν	1,6
Αὐτοκίνητον κατὰ τὴν πέδησιν	—4
Ἐπιτάχυνσις πίπτοντος σώματος εἰς τὸ κενὸν	9,81
Βλῆμα ὅπλου ἐντὸς τῆς κάννης	75 000
Βλῆμα τηλεβόλου ἐκ βλητικοῦ σωλῆνος	500 000

Ὁ ἄνθρωπος δύναται νὰ ὑποφέρῃ ἐπιτάχυνσιν τὸ πολὺ 90 m/sec^2 (ἤτοι 9 g, ὅπου g ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος). Ἐν τούτοις ὑπὸ ἐπιτάχυνσιν 50 m/sec^2 (δηλ. 5 g) ἀναφαίνονται περιπτώσεις ἀπωλείας τῶν αἰσθήσεων· τοιαύτην ἐπιτάχυνσιν ἀποκτᾷ ἀεροπλάνον καθέτου ἐφορμήσεως κατὰ τὴν ἀνάδυσίν του ἢ εἰς περιπτώσεις φυγοκεντρήσεως.

66. Εἴδη μεταβαλλομένης κινήσεως.

Εἴδομεν (§ 62), ὅτι ἡ ταχύτης ὡς διανυσματικὸν μέγεθος χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὴν ἀριθμητικὴν τιμήν, τὴν διεύθυνσιν καὶ τὴν φοράν της, ὅταν δὲ καὶ τὰ τρία ταῦτα στοιχεῖα παραμένουν ἀμετάβλητα, ἡ ταχύτης εἶναι σταθερά. Ὅταν ὅμως μεταβάλλεται εἴτε τὸ ἓν ἢ περισσότερα ἐκ τῶν στοιχείων τῆς ταχύτητος, τότε ἡ κίνησις εἶναι μεταβαλλομένη. Προκύπτουν λοιπὸν τὰ ἀκόλουθα εἴδη μεταβαλλομένης κινήσεως:

α) Εὐθύγραμμος μεταβαλλομένη κίνησις. Ὅταν ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος διατηρῆται σταθερὰ καὶ μεταβάλλεται ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ αὐτῆς. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην τὸ διάνυσμα τῆς ἐπιταχύνσεως ἢ συμπίπτει κατὰ φορὰν πρὸς τὸ διάνυσμα τῆς ταχύτητος (ἐπιταχυνομένη κίνησις), ἢ δύναται νὰ εἶναι καὶ ἀντιθέτου φορᾶς (ἐπιβραδυνομένη κίνησις).

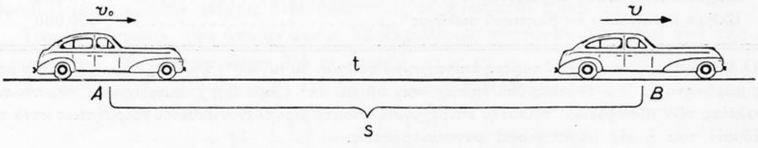
β) Κυκλικὴ ὁμαλὴ κίνησις. Ὅταν ἡ μὲν τροχιὰ εἶναι περιφέρεια κύκλου, ἡ δὲ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος παραμένῃ σταθερά. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος μεταβάλλεται συνεχῶς, ἡ δὲ ἐπιτάχυνσις ἔχει, ὡς θὰ ἴδωμεν, ἀριθμητικὴν τιμὴν σταθεράν, φορὰν πρὸς τὸ κέντρον τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς, κεῖται δὲ ἐπὶ τῆς ἀκτῖνος.

γ) Γενικὴ κίνησις. Ὅταν μεταβάλλωνται τόσον ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος, ὅσον καὶ ἡ διεύθυνσις αὐτῆς. Τοιούτου εἴδους κίνησιν ἐκτελεῖ π.χ. ὀβὶς ἐκσφενδονιζομένη ἀπὸ τῆς κάννης πυροβόλου.

Γενικῶς πᾶσα μεταβαλλομένη κίνησις ἔχει ἐπιτάχυνσιν, ἡ ὁποία ὡς διανυσματικὸν μέγεθος θὰ καθορίζεται τελείως, ὅταν δοθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμή, ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορὰ αὐτῆς.

67. Εὐθύγραμμος ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις. Ἐξ ὅλων τῶν μεταβαλλομένων κινήσεων ἁπλουστέρα εἶναι ἡ εὐθύγραμμος ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις. Κατὰ τὴν κίνησιν αὐτὴν τὸ σῶμα κινεῖται ἐπ' εὐθείας γραμμῆς, ἡ δὲ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος αὐτοῦ μεταβάλλεται κατὰ τὸ αὐτὸ ποσὸν εἰς ἑκάστην μονάδα τοῦ χρόνου, καλεῖται δὲ τὸ ποσὸν τοῦτο, ὡς εἴδομεν, ἐπιτάχυνσις.

Ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν εἶναι σταθερά, διότι διατηρεῖ καὶ τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ τὴν διεύθυνσιν αὐτῆς ἀμετάβλητον, δύναται δὲ νὰ εἶναι ἡ φορὰ αὐτῆς θ ε τ ι κ ή, ὅτε ἡ κίνησις λέγεται ἐ π ι τ α χ υ ν ο μ έ ν η, ἢ ἀ ρ ν η τ ι κ ή, ὁπότε ἡ κίνησις λέγεται ἐ π ι β ρ α δ υ ν ο μ έ ν η. Ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι θ ε τ ι κ ή, ὅταν ἔχῃ τὴν αὐτὴν φορὰν πρὸς τὴν τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος, ὁπότε συντελεῖ εἰς αὔξησιν τῆς ταχύτητος, ἀ ρ ν η τ ι κ ὴ δέ, ὅταν ἔχῃ ἀντίθετον φορὰν πρὸς τὴν φορὰν τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος, ὅτε συντελεῖ εἰς ἐλάττωσιν αὐτῆς.



Σχ. 107. Διὰ τὸν ὁρισμὸν τῆς ἐπιταχύνσεως : $\gamma = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t}$

Ὡς ἁπλοῦν παράδειγμα εὐθυγράμμου ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως θεωροῦμεν τὸ αὐτοκίνητον τοῦ σχήματος 107. Λόγῳ τῆς ἐπενεργείας σταθερᾶς δυνάμεως, δημιουργουμένης ὑπὸ τῆς μηχανῆς τοῦ αὐτοκινήτου καὶ μεταδιδομένης εἰς τοὺς τροχούς, τὸ αὐτοκίνητον ἐπιταχύνεται σταθερῶς κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεώς του κατὰ μῆκος τῆς εὐθυγράμμου τροχιᾶς του καὶ οὕτως ἐκτελεῖ κίνησιν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην.

Ἐὰν τὸ αὐτοκίνητον ἀναχωρήσῃ ἐκ τῆς ἠρεμίας, θὰ διέλθῃ μετά τινα χρόνον ἀπὸ τὸ Α μὲ ταχύτητα υ_0, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν ἀ ρ χ ι κ ὴ ν ταχύτητα, ἐνῷ ἀργότερα θὰ διέλθῃ ἀπὸ τὸ σημεῖον Β μὲ μεγαλυτέραν ταχύτητα υ, λόγῳ τῆς ἐπιταχύνσεως. Ἡ ἀρχικὴ ταχύτης λοιπὸν εἶναι υ_0 καὶ ἡ τελικὴ υ. Ἐὰν ὁ χρόνος, ὁ ὁποῖος ἀπαιτεῖται διὰ νὰ μεταβῇ τὸ αὐτοκίνητον ἀπὸ τοῦ A εἰς B, εἶναι t δευτερόλεπτα, ἡ ἐπιτάχυνσις (γ) τῆς κινήσεώς του, συμφώνως μὲ τὸν ὁρισμὸν τῆς ἐπιταχύνσεως (βλ. § 65), ὁρίζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$\gamma = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t} \qquad (1)$$

Ἐκκίνησις ἐκ τῆς ἠρεμίας. Ὅταν σῶμα ἐκκινῇ ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ ἐκτελῇ κίνησιν ἐπιταχυνομένην, τότε, ἐπειδὴ $\upsilon_0 = 0$, ἡ ἐπιτάχυνσις γ, ὡς συνάγεται ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1), δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως $\gamma = \upsilon / t$· ὁπότε διὰ μετασχηματισμοῦ αὐτῆς προκύπτει:

$\upsilon = \gamma \cdot t$	ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος

(2)

Ἡ σχέσις μεταξὺ τοῦ διαστήματος s, τῆς ἐπιταχύνσεως γ καὶ τοῦ χρόνου t, ὡς θὰ ἀποδείξωμεν κατωτέρω, δίδεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως:

$s = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$	ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος

(3)

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Ἀεροπλάνον ἐκκινοῦν ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ κινούμενον εὐθυγράμμως ἐπὶ 8 sec ἔχει ἀποκτήσει ταχύτητα 60 km/h. Ποία ἡ ἐπιτάχυνσίς του εἰς m/sec².

Λύσις. Ἐπειδὴ ὁ χρόνος δίδεται εἰς δευτερόλεπτα καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις ζητεῖται εἰς m/sec², πρέπει ἡ ταχύτης ἀπὸ km/h νὰ ἐκφρασθῇ εἰς m/sec. Ἐπειδὴ 60 km = 60 000 m καὶ 1 ὥρα = 3 600 sec, ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τύπον τῆς ταχύτητος:

$$\upsilon = \frac{s}{t}$$

θὰ ἔχωμεν:

$$\upsilon = \frac{60\,000}{3\,600} = 16{,}7 \ \frac{m}{sec}$$

Ἐκ δὲ τοῦ τύπου (2) εὑρίσκομεν: $\gamma = \frac{16{,}7}{8} = 2{,}08 \ \frac{m}{sec^2}$

2. Σῶμα μάζης 50 kgr ἀναχωρεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας ὑπὸ ὁμαλὴν ἐπιτάχυνσιν καὶ διανύει 72 m ἐντὸς 4 sec. Εἰς πόσα δευτερόλεπτα θὰ ἀποκτήσῃ τὸ σῶμα ταχύτητα 45 m/sec.

Λύσις. Χρησιμοποιοῦμεν τοὺς τύπους $s = 1/2 \cdot \gamma \cdot t^2$ καὶ $\upsilon = \gamma \cdot t$. Ἡ ἐπιτάχυνσις γ ὑπολογίζεται ἐκ τοῦ πρώτου τύπου, ἤτοι: $72 = \frac{1}{2} \gamma \cdot 4^2$ καὶ $\gamma = 9$ m/sec². Διὰ τοῦ δευτέρου τύπου εὑρίσκομεν:

$$t = 45/9 = 5 \text{ sec}$$

Κίνησις σώματος μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα. Δι' ἐπιλύσεως τοῦ τύπου (1) ὡς πρὸς υ ἐκφράζομεν τὴν τελικὴν ταχύτητα υ διὰ τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος υ_0, τῆς ἐπιταχύνσεως γ καὶ τοῦ χρόνου t. Πράγματι, δι' ἁπλοῦ ἀλγεβρικοῦ μετασχηματισμοῦ προκύπτει:

$\upsilon = \upsilon_0 + \gamma \cdot t$	μετ' ἀρχικῆς ταχύτητος

(4)

Εἰς τὸ δεύτερον μέλος, ὁ πρῶτος ὅρος (υ_0) παριστᾷ τὴν ἀρχικὴν ταχύτητα καὶ ὁ δεύτερος ($\gamma \cdot t$) τὴν συνολικὴν αὔξησιν τῆς ταχύτητος εἰς χρόνον t.

Ἡ σχέσις μεταξὺ τοῦ διαστήματος s, τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος υ_0, τῆς ἐπιταχύνσεως γ καὶ τοῦ χρόνου t, ὡς θὰ δείξωμεν κατωτέρω, δίδεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως:

$s = \upsilon_0 \cdot t + \dfrac{1}{2} \gamma \cdot t^2$	μετ' ἀρχικῆς ταχύτητος

(5)

Εἰς τὴν περίπτωσιν ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένης κινήσεως οἱ τύποι (4) καὶ (5) γράφονται ὡς ἑξῆς:

$$\boxed{\upsilon = \upsilon_0 - \gamma \cdot t} \qquad (6)$$

καὶ

$$\boxed{s = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2} \qquad (7)$$

Ἐὰν θέσωμεν εἰς τὸν τύπον (6) $\upsilon = 0$, προκύπτει:

$$t = \frac{\upsilon_0}{\gamma} \qquad (8)$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη μᾶς δίδει τὸν χρόνον, ὅστις παρέρχεται μέχρις ὅτου τὸ κινητὸν ἠρεμήσῃ. Ἤτοι τὸν χρόνον διαρκείας τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ.

Ἐξ ἄλλου, ἐὰν εἰς τὸν τύπον (7) ἀντικαταστήσωμεν τὴν τιμὴν t διὰ τῆς ἀνωτέρω εὑρεθείσης τιμῆς υ_0/γ, προκύπτει ἡ ἐξίσωσις:

$$s = \frac{\upsilon_0^2}{2\gamma} \qquad (9)$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη μᾶς δίδει τὸ συνολικὸν διάστημα, τὸ ὁποῖον θὰ διανύσῃ τὸ κινητὸν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἐπιβραδυνούσης αἰτίας, μέχρις ὅτου τοῦτο ἠρεμήσῃ.

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Σῶμα μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 50 cm/sec ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 8 cm/sec² ἐπὶ 5 sec. Ποία ἡ τελικὴ ταχύτης αὐτοῦ.

Λύσις. Τὰ γνωστὰ ποσὰ εἶναι: $\upsilon_0 = 50$ cm/sec, $\gamma = 8$ cm/sec² καὶ $t = 5$ sec. Ἀντικαθιστῶντες οὕτω τὰς τιμὰς ταύτας εἰς τὴν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν,

$$\upsilon = \upsilon_0 + \gamma \cdot t$$

ἔχομεν:

$$\underline{\upsilon} = 50 + 8 \cdot 5 = 90 \ \underline{\text{cm/sec}}$$

2. Αὐτοκίνητον κινεῖται μὲ ταχύτητα 25 km/h καὶ ἠρεμεῖ, ἀφοῦ διανύσῃ διάστημα 6 m. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις (ὑποτιθεμένη σταθερὰ) καὶ ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος.

Λύσις. Ἡ κίνησις θὰ εἶναι ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη καὶ θὰ ἰσχύουν αἱ σχέσεις:

$$\upsilon = \upsilon_0 - \gamma \cdot t \qquad (1)$$

καὶ

$$s = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 \qquad (2)$$

Ἐπειδὴ ὅμως, ὅταν τὸ αὐτοκίνητον ἠρεμήσῃ, ἡ τελικὴ ταχύτης υ αὐτοῦ θὰ εἶναι μηδέν, θὰ ἔχωμεν:

$$0 = \upsilon_0 - \gamma \cdot t \qquad (3)$$

καὶ

$$s = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 \qquad (4)$$

Ἐὰν ἀκολούθως λύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν (3) ὡς πρὸς t καὶ τὴν τιμὴν ταύτην θέσωμεν εἰς τὴν (4), λαμβάνομεν:

$$s = \frac{\upsilon_0^2}{2\gamma} \quad (5) \qquad \text{ἐξ οὗ} \qquad \gamma = \frac{\upsilon_0^2}{2s} \qquad (6)$$

Ἀντικαθιστῶμεν εἰς τὴν σχέσιν (6) τὰς τιμὰς τῶν υ_0 καὶ s, ἀφοῦ προηγουμένως μετατρέψωμεν τὴν ταχύτητα υ_0 εἰς m/sec ($\upsilon_0 = 25\,000/3\,600 = 7$ m/sec), καὶ εὑρίσκομεν:

$$\underline{\gamma = 4 \text{ m/sec}^2}$$

Ὑπολογίζομεν τὸν χρόνον ἐκ τοῦ τύπου (3) θέτοντες: $\upsilon_0 = 7$ m/sec καὶ $\gamma = 4$ m/sec², ὅτε εὑρίσκομεν:

$$\underline{t} = \frac{\upsilon_0}{\gamma} = \frac{7}{4} = \underline{1{,}75 \text{ sec}}$$

Μέση ταχύτης. Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως, ἐπειδὴ εἰς ἑκάστην μονάδα τοῦ χρόνου ἡ ταχύτης αὐξάνεται κατὰ τὸ αὐτὸ ποσόν, π.χ. υ_0, $\upsilon_0 + \gamma$, $\upsilon_0 + 2\gamma$ κ.ο.κ., βλέπομεν ὅτι ἡ ταχύτης μεταβάλλεται κατὰ πρόοδον ἀριθμητικήν, ἑπομένως ἡ μέση τιμὴ τῆς ταχύτητος ἐντὸς τοῦ χρονικοῦ διαστήματος t θὰ εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἡμιάθροισμα τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος υ_0 καὶ τῆς τελικῆς υ, ἤτοι:

$$\boxed{\text{μέση ταχύτης} = \frac{\text{ἀρχικὴ ταχύτης} + \text{τελικὴ ταχύτης}}{2}} \quad \text{ἢ} \quad \boxed{\overline{\upsilon} = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2}} \quad (10)$$

Ἐὰν τὸ σῶμα δὲν ἔχῃ ἀρχικὴν ταχύτητα, ὁπότε $\upsilon_0 = 0$, τότε $\overline{\upsilon} = \upsilon/2$.

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Ἐὰν ἀπαιτοῦνται 5 sec διὰ νὰ αὐξηθῇ ἡ ταχύτης ἑνὸς σώματος ἀπὸ 20 cm/sec εἰς 50 cm/sec, ποία εἶναι α) ἡ μέση ταχύτης καὶ β) ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις.

Λύσις. Τὰ δεδομένα ποσὰ εἶναι t = 5 sec, $\upsilon_0 = 20$ cm/sec καὶ υ = 50 cm/sec. Δι' ἀντικαταστάσεως τῶν τιμῶν εἰς τὴν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν (10) ἔχομεν:

$$\underline{\overline{\upsilon}} = \frac{20 + 50}{2} = \underline{35 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}}$$

Τὸ διανυόμενον διάστημα εὑρίσκεται ἐκ τῆς σχέσεως τῆς ὁμαλῆς κινήσεως: $s = \upsilon \cdot t$, ὅπου τὸ υ θὰ ἀντικατασταθῇ μὲ τὸ $\overline{\upsilon}$, τὸ δὲ t ἰσοῦται πρὸς 5 sec. Συνεπῶς ἔχομεν:

$$\underline{s} = 35 \cdot 5 = \underline{175 \text{ cm}}$$

2. Ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ αὐξάνεται ὁμαλῶς ἀπὸ 30 km/h εἰς 60 km/h ἐντὸς 5 min. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ μέση ταχύτης, ἡ διανυομένη ἀπόστασις καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις.

Λύσις. Ἐὰν καλέσωμεν υ_0 τὴν ἀρχικὴν ταχύτητα τοῦ κινητοῦ καὶ $\overline{\upsilon}$ τὴν τελικὴν ταχύτητα αὐτοῦ, τότε, ἐπειδὴ ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη, ἡ μέση ταχύτης $\overline{\upsilon}$ δίδεται διὰ τοῦ τύπου:

$$\overline{\upsilon} = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2} \qquad (1)$$

Ἐὰν ἀκολούθως ἀντικαταστήσωμεν τὰ υ_0 καὶ υ διὰ τῶν τιμῶν τῆς ἀσκήσεως, εὑρίσκομεν:

$$\underline{\overline{\upsilon}} = \frac{30 + 60}{2} = \underline{45 \ \frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

Ἡ ἐπιτάχυνσις, ὡς γνωστόν, θὰ εἶναι:

$$\gamma = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t} \qquad (2)$$

Ἐπειδὴ δὲ $\upsilon - \upsilon_0 = 30$ km/h $= 30\ 000/3\ 600$ m/sec καὶ $t = 5$ min $= 300$ sec, ἐκ τοῦ ἀνωτέρω τύπου (2) εὑρίσκομεν:

$$\underline{\gamma} = \frac{30\ 000}{3\ 600 \cdot 300} = \underline{0{,}028\ \frac{m}{sec^2}}$$

Τὸ διάστημα s εὑρίσκεται ἐκ τοῦ γνωστοῦ τύπου:

$$s = \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2$$

ὁ ὁποῖος, συμφώνως πρὸς τὰ δεδομένα τῆς ἀσκήσεως, μᾶς δίδει:

$$\underline{s} = 30\ 000 \cdot 300 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}028 \cdot 300^2 = \underline{3\ 760\ m}$$

68. Τύποι τῆς εὐθυγράμμου μεταβαλλομένης κινήσεως. Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ διαστήματος εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν, δὲν δυνάμεθα νὰ ἐφαρμόσωμεν τὸν γνωστὸν τύπον $s = \upsilon \cdot t$ τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως, διότι ἐνταῦθα τὸ υ δὲν παραμένει σταθερόν, ἀλλ᾽ ἔχει διαρκῶς μεταβαλλομένην τιμήν. Δυνάμεθα ὅμως νὰ ἐφαρμόσωμεν τὸν τύπον $s = \overline{\upsilon} \cdot t$, διότι ἡ μέση ταχύτης ($\overline{\upsilon}$) εἶναι ἐξ ὁρισμοῦ σταθερὰ καθ᾽ ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως. Ἐκ τῆς σχέσεως (10), ἂν τεθῇ ἡ ἀρχικὴ ταχύτης $\upsilon_0 = 0$ καὶ κληθῇ υ ἡ ταχύτης ἡ ἀποκτωμένη μετὰ χρόνον t, προκύπτει:

$$\overline{\upsilon} = \frac{\upsilon}{2} = \frac{\gamma \cdot t}{2}$$

Ἐκ τῆς σχέσεως $s = \overline{\upsilon} \cdot t$ λαμβάνομεν : $s = \frac{\gamma \cdot t}{2} \cdot t$, ἤτοι:

$$s = \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2 \qquad (1)$$

Ὅταν τὸ κινητὸν ἔχῃ ἀρχικὴν ταχύτητα υ_0 καὶ τελικὴν $\upsilon_0 + \gamma \cdot t$, ἡ μέση ταχύτης εἶναι: $\overline{\upsilon} = \frac{\upsilon_0 + \upsilon_0 + \gamma \cdot t}{2}$, τὸ δὲ διανυόμενον διάστημα εἰς χρόνον t εἶναι :

$$s = \left(\upsilon_0 + \frac{\gamma \cdot t}{2}\right) \cdot t \quad \text{ἤτοι:} \quad s = \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2 \qquad (2)$$

Οὕτω διὰ τὸ διάστημα προκύπτουν οἱ τύποι (1) καὶ (2).

Ἐξ ἄλλου διὰ τὴν ταχύτητα εὕρομεν ἤδη τοὺς τύπους:

$$\upsilon = \gamma \cdot t \quad (3) \qquad \text{καὶ} \qquad \upsilon = \upsilon_0 + \gamma \cdot t \quad (4)$$

Ἐὰν μεταξὺ τῶν σχέσεων (1) καὶ (3) ἀπαλείψωμεν τὸν χρόνον t, προκύπτει ἡ ἐξίσωσις:

$$\upsilon = \sqrt{2\gamma \cdot s} \qquad (5)$$

Ἐὰν δὲ μεταξὺ τῶν σχέσεων (2) καὶ (4) ἀπαλείψωμεν τὸν χρόνον t, προκύπτει ἡ σχέσις:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2\gamma \cdot s} \qquad (6)$$

Παρατηρήσεις. 1. Τοὺς ἀνωτέρω τύπους ἐπεξεργαζόμεθα ὀλίγον ἐκτενῶς, διὰ νὰ δείξωμεν πῶς διὰ συνδυασμοῦ δύο ἤδη εὑρεθέντων βασικῶν τύπων εὑρίσκομεν τρίτον χρήσιμον δι᾽ ἐπίλυσιν σχετικῶν προβλημάτων.

2. Ἡ αὐστηρὰ ἀπόδειξις τῶν ἀνωτέρω τύπων γίνεται μόνον τῇ βοηθείᾳ τῶν κανόνων τῆς Μαθηματικῆς Ἀναλύσεως.

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Σῶμα μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 50 cm/sec ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 8 cm/sec² ἐπὶ 5 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διανύει τὸ κινητὸν εἰς τὸν χρόνον τοῦτον.

Λύσις. Θὰ ἐφαρμόσωμεν τὸν τύπον $s = \upsilon_0 \cdot t + 1/2\ \gamma \cdot t^2$. Τὰ δεδομένα εἶναι: $\upsilon_0 = 50$ cm/sec, $\gamma = 8$ cm/sec², $t = 5$ sec καὶ δι' ἀντικαταστάσεως αὐτῶν εἰς τὸν τύπον λαμβάνομεν:

$$\underline{s} = 50 \cdot 5 + \frac{1}{2}\, 8 \cdot 5^2 = \underline{350\ \text{cm}}$$

2. Αὐτοκίνητον κινεῖται μὲ ταχύτητα 100 m/sec καὶ ὑφίσταται λόγῳ λειτουργίας τῶν φρένων ἐπιτάχυνσιν — 5 m/sec² ἐπὶ 8 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ διάστημα τὸ διανυόμενον ὑπὸ τοῦ κινητοῦ ἐντὸς 8 sec.

Λύσις. Θὰ χρησιμοποιήσωμεν τὸν τύπον: $s = \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2$. Δεδομένα εἶναι: $\upsilon_0 = 100$ m/sec, $\gamma = -5$ m/sec² καὶ $t = 8$ sec. Δι' ἀντικαταστάσεως αὐτῶν εἰς τὸν τύπον ἔχομεν:

$$\underline{s} = 100 \cdot 8 - \frac{1}{2}\, 5 \cdot 8^2 = \underline{640\ \text{m}}$$

3. Εἰς τὸ ἀνωτέρω πρόβλημα νὰ καθορισθῇ πόσον διάστημα θὰ διανύσῃ τὸ αὐτοκίνητον ἀπὸ τῆς στιγμῆς τῆς λειτουργίας τῶν φρένων του μέχρις ὅτου σταματήσῃ.

Λύσις. Θὰ ἐφαρμόσωμεν τὸν τύπον $s = \upsilon_0 \cdot t + 1/2\ \gamma \cdot t^2$, ὅπου $\upsilon_0 = 100$ m/sec καὶ $\gamma = -5$ m/sec², ὁ δὲ χρόνος t θὰ ὑπολογισθῇ ἐκ τοῦ τύπου (8) τῆς σελ. 90, ἤτοι $t = \upsilon_0/\gamma = 100/5 = 20$ sec, ὁπότε δι' ἀντικαταστάσεως εὑρίσκομεν:

$$\underline{s} = 100 \cdot 20 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 20^2 = \underline{1000\text{m}}$$

Τὸ αὐτὸ πρόβλημα δύναται νὰ λυθῇ εὐκολώτερον διὰ τοῦ τύπου: $\upsilon^2 = \upsilon_0^2 - 2\gamma \cdot s$, ἐὰν θέσωμεν $\upsilon = 0$, ὅτε προκύπτει: $\upsilon^2 = \upsilon_0^2 - 2\gamma \cdot s = 0$. Θέτοντες δὲ $\upsilon_0 = 100$ m/sec καὶ $\gamma = -5$ m/sec², εὑρίσκομεν $100^2 = 10 \cdot s$ καὶ $\underline{s} = 10\,000/10 = \underline{1000\ \text{m}}$.

Τὸ διάστημα $s = \upsilon_0^2/2\gamma$, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ διανύσῃ τὸ κινητὸν διὰ νὰ σταματήσῃ κατὰ τὴν ἐπιβραδυνομένην κίνησιν, καλεῖται μέγιστον διάστημα.

4. Σιδηρόδρομος κινεῖται μὲ σταθερὰν ταχύτητα 15 χιλιομέτρων καθ' ὥραν καὶ αἴφνης ὑφίσταται ὑπὸ τῆς μηχανῆς ἐπιτάχυνσιν 5 m/sec² ἐπὶ διαδρομῆς 0,1 χιλιομέτρων. Ποία ἡ τελικὴ ταχύτης αὐτοῦ.

Λύσις. Τὸ πρόβλημα τοῦτο λύεται εὐκολώτερον, ἐὰν μετατρέψωμεν τὴν ταχύτητα τοῦ σιδηροδρόμου εἰς m/sec καὶ τὴν διαδρομὴν εἰς μέτρα. Οὕτω θὰ εἶναι:

$$\upsilon_0 = \frac{15 \cdot 1\,000}{3\,600} = 4{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{καὶ} \quad s = 100\ \text{m}$$

Ἐφαρμόζομεν τὸν τύπον: $\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2\gamma \cdot s$, ὁπότε ἔχομεν: $\upsilon^2 = 4{,}25^2 + 2 \cdot 5 \cdot 100 = 1018$ καὶ

$$\underline{\upsilon} = \underline{\sqrt{1018} = 31{,}6\ \text{m/sec}} \text{ ἢ } \underline{\upsilon} = \frac{31{,}6/1\,000\ \text{km}}{1/3\,600\ \text{h}} = \underline{114\ \text{km/h}},$$

ἤτοι ἡ τελικὴ ταχύτης τοῦ σιδηροδρόμου εἶναι $\upsilon = 114$ χιλιόμετρα καθ' ὥραν.

5. Ἡ ταχύτης αὐτοκινήτου ἐλαττοῦται ἀπὸ 35 m/sec εἰς 15 m/sec, ἀφοῦ διανύσῃ διάστημα 500 m. Νὰ ὑπολογισθῇ α) ἡ ἐπιβράδυνσις, β) ποῖον διάστημα θὰ διανύσῃ μέχρις ὅτου τὸ αὐτοκίνητον ἠρεμήσῃ.

Λύσις. α) Ἐπειδὴ ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη, θὰ ἰσχύουν αἱ σχέσεις:

$$\upsilon = \upsilon_0 - \gamma \cdot t \quad (1) \qquad s = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2 \quad (2)$$

Ἐὰν ἀπαλείψωμεν τὸν χρόνον t μεταξὺ τῶν σχέσεων (1) καὶ (2), λαμβάνομεν:

$$\gamma = \frac{\upsilon_0^2 - \upsilon^2}{2\,s} \quad (3)$$

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν σχέσιν (3) τὰ δεδομένα τῆς ἀσκήσεως, εὑρίσκομεν:

$$\underline{\gamma} = \frac{35^2 - 15^2}{2 \cdot 500} = \underline{1\ \mathrm{m/sec^2}}$$

β) Ὅταν τὸ αὐτοκίνητον ἠρεμήσῃ, ἡ τελικὴ ταχύτης αὐτοῦ υ θὰ εἶναι μηδέν, θὰ ἔχῃ δὲ διανύσει ἓν μέγιστον διάστημα $s_{\mu\acute{\varepsilon}\gamma.}$ καὶ ἑπομένως ἡ σχέσις (3) θὰ γίνῃ:

$$\gamma = \frac{\upsilon_0^2}{2\,s_{\mu\acute{\varepsilon}\gamma.}}, \quad \text{ἐξ οὗ} \quad s_{\mu\acute{\varepsilon}\gamma.} = \frac{\upsilon_0^2}{2\gamma} \quad (4)$$

Θέτοντες τὰς δοθείσας τιμὰς εἰς τὴν σχέσιν (4), εὑρίσκομεν ὅτι:

$$\underline{s_{\mu\acute{\varepsilon}\gamma.}} = \frac{35^2}{2 \cdot 1} = \underline{612{,}5\ \mathrm{m}}$$

69. Νόμοι τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως.

Οἱ τύποι (2) καὶ (3) τῆς σ. 89 παρέχουν τοὺς νόμους τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως, ὅταν τὸ σῶμα ἀναχωρῇ ἐκ τῆς ἠρεμίας· ἤτοι:

1. Ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ εἶναι ἀνάλογος τοῦ χρόνου.

2. Τὸ διανυόμενον διάστημα εἶναι ἀνάλογον τοῦ τετραγώνου τοῦ χρόνου.

Ἡ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἕλξεως τῆς Γῆς ἐλευθέρα πτῶσις τῶν σωμάτων εἶναι κίνησις εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη καὶ ἰσχύουν καὶ δι' αὐτήν, ὡς θὰ ἴδωμεν εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Βαρύτητος, οἱ αὐτοὶ τύποι.

Ἡ σταθερὰ ἐπιτάχυνσις δι' ὡρισμένον τινὰ τόπον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, τὴν ὁποίαν ἔχουν τὰ ἐλευθέρως πίπτοντα σώματα, παριστᾶται, ὡς εἴδομεν, διὰ τοῦ γράμματος g, ἡ δὲ ἀριθμητικὴ τιμὴ αὐτῆς εἶναι περίπου:

$$\mathbf{g = 9{,}81\ m/sec^2} \quad \text{ἢ} \quad \mathbf{981\ cm/sec^2}$$

Ἡ πτῶσις θεωρεῖται ἐλευθέρα, ὅταν δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος.

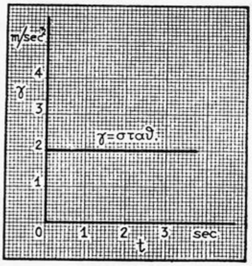
70. Διαγράμματα εὐθυγράμμου ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως.

Θεωρήσωμεν τὴν περίπτωσιν τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, ἡ ὁποία διέπεται ὑπὸ τῶν τριῶν θεμελιωδῶν ἐξισώσεων:

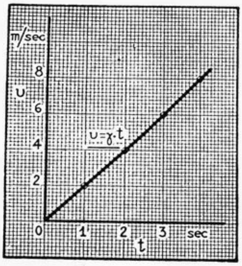
$$\gamma = \text{σταθ.}, \qquad \upsilon = \gamma \cdot t, \qquad s = \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2$$

Πρὸς σχηματισμὸν τῶν διαγραμμάτων κινήσεως λαμβάνομεν δύο ὀρθογωνίους ἄξονας καί, θεωροῦντες τὰ μεγέθη γ, υ καὶ s ὡς ἐξαρτώμενα ἐκ τοῦ χρόνου, ἀναφέρομεν εἰς τὸν ὁριζόντιον ἄξονα τὰς τιμὰς τοῦ χρόνου t καὶ εἰς τὸν κατακόρυφον ἄξονα τὰς τιμὰς τοῦ ἀντιστοίχου μεγέθους, ὅτε εὑρίσκομεν κατὰ τὸν γνωστὸν τρόπον (βλ. § 63) τὴν παραστατικὴν καμπύλην τὴν δεικνύουσαν τὴν μεταβολὴν τοῦ θεωρουμένου μεγέθους συναρτήσει τοῦ χρόνου, ὡς ἀκολούθως:

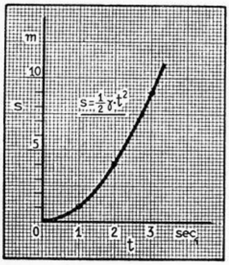
α) Διάγραμμα (γ, t). Εἰς τὴν περίπτωσιν κινητοῦ κινουμένου ὑπὸ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν (π.χ. 2 m/sec²) τὸ σχετικὸν διάγραμμα εἶναι εὐθεῖα γραμμὴ παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ χρόνου (σχ. 108).



Σχ. 108.



Σχ. 109.

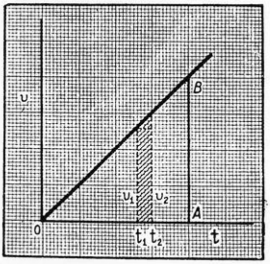


Σχ. 110.

Διαγράμματα ἀποδίδοντα γραφικῶς τὴν μεταβολὴν τῆς ἐπιταχύνσεως, τῆς ταχύτητος καὶ τοῦ διαστήματος συναρτήσει τοῦ χρόνου.

β) Διάγραμμα (υ, t). Ἐκ τῆς σχέσεως $\upsilon = \gamma \cdot t$ παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ταχύτης εἶναι ἀνάλογος τοῦ χρόνου t, τὸ δὲ σχετικὸν διάγραμμα ἀποδίδεται δι' εὐθείας γραμμῆς (σχ. 109). Παρατηροῦμεν πράγματι ὅτι, ἐφ' ὅσον ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι σταθερὰ ($\gamma = 2$ m/sec²) καὶ ὁ χρόνος t = 1, 2, 3. . . sec, ἡ ταχύτης θὰ εἶναι ἀντιστοίχως υ = 2, 4, 6. . . m/sec.

γ) Διάγραμμα (s, t). Ἐκ τῆς σχέσεως $s = 1/2 \cdot \gamma \cdot t^2$ παρατηροῦμεν ὅτι τὸ διάστημα εἶναι ἀνάλογον τοῦ τετραγώνου τοῦ χρόνου, τὸ δὲ σχετικὸν διάγραμμα ἀποδίδεται διὰ τῆς καμπύλης (σχ. 110). Παρατηροῦμεν πάλιν ὅτι, ἐφ' ὅσον ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι σταθερὰ ($\gamma = 2$ m/sec²), εἰς τὸ τέλος τοῦ 1ου, 2ου, 3ου. . . sec τὰ διανυόμενα διαστήματα εἶναι ἀντιστοίχως ἴσα πρὸς s = 1 m, 4 m, 9 m. . .



Σχ. 111. Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ διαγράμματος ΟΒΑ καθορίζει τὸ διανυθὲν διάστημα.

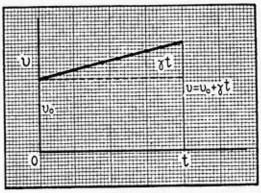
***71. Ὑπολογισμὸς τοῦ διαστήματος.** Ἐκ τῶν ἀνωτέρω τριῶν διαγραμμάτων ἰδιάζουσαν σημασίαν ἔχει τὸ διάγραμμα ταχύτητος, διότι ἐπὶ τῇ βάσει αὐτοῦ δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ διανυόμενον διάστημα. Πρὸς ἀπόδειξιν τούτου θεωροῦμεν τὴν περίπτωσιν τοῦ διαγράμματος ταχύτητος εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν. Τὸ κινητὸν κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t_1 ἔχει ταχύτητα υ_1 καὶ κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t_2 ἔχει ταχύτητα υ_2 (σχ. 111). Ἐὰν ὅμως τὸ χρονικὸν διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1$

θεωρῆται πολὺ μικρόν, αἱ δύο ταχύτητες $\upsilon_1 = \upsilon_2$ δύνανται νὰ θεωρηθοῦν ὅτι ἔχουν τὴν ἰδίαν τιμὴν υ καὶ ἐντὸς τοῦ χρονικοῦ διαστήματος Δt νὰ θεωρηθῇ ἡ κίνησις ὡς εὐθύγραμμος καὶ ὁμαλή, καὶ τὸ χωρίον τοῦ περικλειόμενον ὑπὸ τῶν υ_1 καὶ υ_2 θὰ θεωρηθῇ ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος ὡς ὀρθογώνιον. Τότε τὸ ἐμβαδὸν αὐτοῦ $\upsilon \cdot \Delta t$ παριστᾷ τὸ διανυόμενον διάστημα ὑπὸ τοῦ κινητοῦ εἰς χρόνον Δt. Ἐὰν ὑποδιαιρέσωμεν τὸν χρόνον t εἰς ἀπείρως μικρὰ χρονικὰ διαστήματα καὶ ἐργασθῶμεν καθ' ὅμοιον τρόπον ὡς ἀνωτέρω, προσθέσωμεν δὲ ὅλα τὰ στοιχειώδη ἐμβαδά, τότε εὑρίσκομεν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου, τὸ ὁποῖον ἰσοῦται πρός:

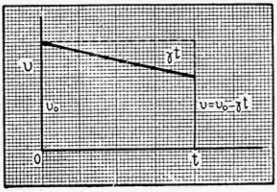
$$s = \frac{1}{2}\ AB \cdot OA = \frac{1}{2}\ \upsilon \cdot t \qquad (1)$$

καὶ παριστᾷ τὸ διανυόμενον διάστημα ὑπὸ τοῦ κινητοῦ εἰς χρόνον t. Ἐπειδὴ δὲ $\upsilon = \gamma \cdot t$, ἡ ἐξίσωσις (1) γράφεται:

$$s = \frac{1}{2}\ \gamma \cdot t^2$$



Σχ. 112.



Σχ. 113.

Ὑπολογισμὸς τοῦ διαστήματος κινητοῦ μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα.

Ἐξ ἄλλου τὸ σχῆμα 112 παριστᾷ τὸ διάγραμμα ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα, ἐνῷ τὸ σχῆμα 113 παριστᾷ τὴν αὐτὴν περίπτωσιν δι' ἐπιβραδυνομένην κίνησιν.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Ἡ ταχύτης ἑνὸς σώματος κινουμένου ἐπ' εὐθείας μεταβάλλεται κατὰ τὸν ἀκόλουθον νόμον:

χρόνος	**0 sec**	**1 sec**	**2 sec**	**3 sec**	**4 sec**
ταχύτης	**10 cm/sec**	**15 cm/sec**	**20 cm/sec**	**25 cm/sec**	**30 cm/sec**

Νὰ καθορισθῇ τὸ εἶδος τῆς κινήσεως καὶ νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης καὶ τὸ διάστημα μετὰ παρέλευσιν 2,5 sec ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῆς κινήσεως. Νὰ κατασκευασθῇ τὸ διάγραμμα τῆς ταχύτητος καὶ τοῦ διαστήματος καὶ νὰ ὑπολογισθοῦν ἐκ τοῦ διαγράμματος τὰ ἀντίστοιχα μεγέθη ἐντὸς τῶν 2,5 sec.

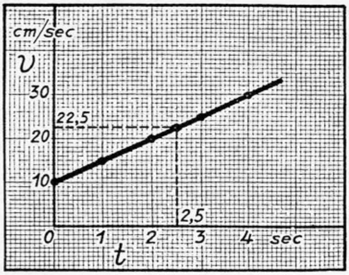
Λύσις. Ἐπειδὴ ἡ ταχύτης αὐξάνεται ἀναλόγως τοῦ χρόνου, ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη, μὲ ἐπιτάχυνσιν:

$$\gamma = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t} = \frac{30-10}{4} = 5\ \frac{cm}{sec^2}$$

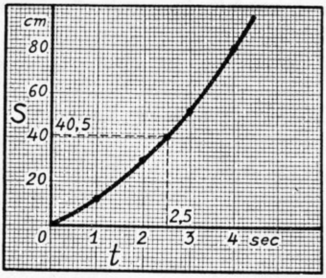
Ἐκ τῶν δεδομένων τιμῶν τοῦ χρόνου καὶ τοῦ διαστήματος κατασκευάζομεν τὸ διάγραμμα τῆς ταχύτητος συναρτήσει τοῦ χρόνου καὶ εὑρίσκομεν ὅτι εἶναι εὐθεῖα γραμμὴ τέμνουσα τὸν ἄξονα τῶν διαστημάτων εἰς τὴν ὑποδιαίρεσιν 10 cm/sec (σχ. 114).

Ἐκ τοῦ τύπου τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως $s = \upsilon_0 \cdot t + 1/2\ \gamma \cdot t^2$, ἐὰν θέσωμεν $\upsilon_0 =$

10 cm/sec, δίδοντες εἰς τὸν χρόνον t τὰς τιμάς: 0 sec, 1 sec, 2 sec, 3 sec, 4, sec, εὑρίσκομεν διὰ τὸ διάστημα ἀντιστοίχως τὰς τιμάς: 12,5 cm, 30 cm, 52,5 cm, 80 cm.



Σχ. 114.



Σχ. 115.

Διὰ τῶν ἀνωτέρω τιμῶν κατασκευάζομεν τὸ διάγραμμα τοῦ διαστήματος συναρτήσει τοῦ χρόνου, τὸ ὁποῖον εἶναι καμπύλη γραμμὴ μὲ τὸ κοῖλον πρὸς τὰ ἄνω (σχ. 115).

Ἡ ταχύτης κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν 2,5 sec εὑρίσκεται, ἐὰν ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν 2,5 sec τοῦ ἄξονος τῶν χρόνων φέρωμεν εὐθεῖαν παράλληλον πρὸς τὸν ἄξονα τῶν ταχυτήτων καὶ ἀκολούθως ἀπὸ τὸ σημεῖον τομῆς τῆς καμπύλης φέρωμεν παράλληλον πρὸς τὸν ἄξονα τῶν χρόνων. Εὑρίσκομεν οὕτω ὅτι ἡ ταχύτης εἶναι: $\underline{\upsilon = 22{,}5 \text{ cm/sec}}$

Καθ' ὅμοιον τρόπον εὑρίσκομεν καὶ τὸ ζητούμενον διάστημα ἐκ τοῦ διαγράμματος τοῦ διαστήματος, ὅτι εἶναι: $\underline{s = 40{,}5 \text{ cm}}$

72. Ἀνακεφαλαίωσις. Οἱ τύποι οἱ λύοντες ὅλα τὰ προβλήματα τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως εἶναι:

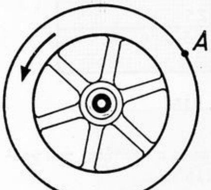
Ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος	Μετ' ἀρχικῆς ταχύτητος καὶ ἐπιταχύνσεως	Μετ' ἀρχικῆς ταχύτητος καὶ ἐπιβραδύνσεως
$\upsilon = \gamma \cdot t$	$\upsilon = \upsilon_0 + \gamma \cdot t$	$\upsilon = \upsilon_0 - \gamma \cdot t$
$s = \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2$	$s = \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2$	$s = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2$
$\upsilon = \sqrt{2\gamma \cdot s}$	$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2\gamma \cdot s}$	$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 - 2\gamma \cdot s}$

Ἡ ἐπιτάχυνσις εἴδομεν, ὅτι δύναται νὰ εἶναι θετική, ὅταν ἡ φορὰ αὐτῆς συμπίπτῃ πρὸς τὴν τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος, ὅτε ἡ κίνησις εἶναι ἐπιταχυνομένη, ἢ ἀρνητική, ὅταν ἡ φορὰ αὐτῆς εἶναι ἀντίθετος πρὸς τὴν τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος, ὁπότε ἡ κίνησις εἶναι ἐπιβραδυνομένη.

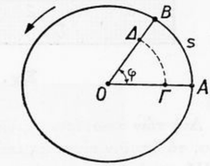
Ἡ ἐπιβράδυνσις δίδεται συνήθως ὡς ἀρνητικὴ ἐπιτάχυνσις. Π.χ. ὅταν λέγωμεν, ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι $\gamma = -5 \text{ m/sec}^2$, νοοῦμεν κίνησιν ἐπιβραδυνομένην. Ἐὰν δὲ ἡ δοθεῖσα ἐπιτάχυνσις τεθῇ εἰς τοὺς τύπους τοὺς ανα-

φερομένους εἰς κίνησιν μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα, βλέπομεν ὅτι τὸ σημεῖον τῶν δευτέρων ὅρων ἀλλάσσει. Ἐὰν ὅμως δίδεται, ὅτι ἡ ἐπιβράδυνσις εἶναι $\gamma = 5\ m/sec^2$, πρέπει πρὸ τῆς ἀντικαταστάσεως τῆς τιμῆς τῆς ἐπιβραδύνσεως ν' ἀλλάξωμεν τὸ σημεῖον τῶν δευτέρων ὅρων τῶν σχετικῶν τύπων, ὁπότε προκύπτουν αἱ ἐξισώσεις τῆς τρίτης στήλης τοῦ πίνακος.

73. Κυκλικὴ ὁμαλὴ κίνησις. Ἔστω ὅτι ὑλικὸν σημεῖον κινεῖται ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς, κατὰ τοιοῦτον ὅμως τρόπον, ὥστε εἰς ἑκάστην μονάδα τοῦ χρόνου νὰ διαγράφῃ τόξον τοῦ αὐτοῦ μήκους, ἤτοι εἰς ἴσους χρόνους νὰ διανύῃ ἴσα τόξα· τότε λέγομεν ὅτι τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἐκτελεῖ **κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν.** Τοιαύτην κίνησιν ἐκτελεῖ ἓν σημεῖον Α τροχοῦ (σχ. 116) στρεφόμενον ὑπὸ σταθερὸν ἀριθμὸν στροφῶν εἰς ἑκάστην μονάδα χρόνου.



Σχ. 116.



Σχ. 117.

Ἐὰν κινητὸν εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν Α (σχ. 117) καὶ μετὰ παρέλευσιν χρόνου t εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν Β, δεχθῶμεν δὲ ὅτι τὸ τόξον ΑΒ = s, τότε, κατὰ τὰ γνωστά, τὸ πηλίκον τοῦ διανυθέντος διαστήματος διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου καλεῖται ταχύτης (**γραμμικὴ ταχύτης**) τοῦ κινητοῦ, ἤτοι:

$$\upsilon = \frac{\text{μῆκος τόξου AB}}{\text{χρόνος t}} \quad \text{ἢ} \quad \upsilon = \frac{s}{t}$$

Εἶναι φανερὸν ὅτι, σημεῖα εὑρισκόμενα εἰς διαφόρους ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ κέντρου περιστροφῆς τοῦ κινητοῦ θὰ ἔχουν διάφορον ταχύτητα, καθότι τὸ μῆκος τοῦ τόξου των θὰ εἶναι ἑκάστοτε διάφορον. Οὕτω τὸ σημεῖον Γ, εὑρισκόμενον εἰς μικροτέραν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ Α, θὰ ἔχῃ καὶ μικροτέραν ταχύτητα, καθότι διατρέχει τὸ διάστημα ΓΔ, τὸ ὁποῖον εἶναι προφανῶς μικρότερον τοῦ ΑΒ, ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ χρόνου t.

Περίοδος καὶ συχνότης. Χαρακτηριστικὰ μεγέθη τῆς κυκλικῆς κινήσεως εἶναι ἡ περίοδος καὶ ἡ συχνότης.

Καλεῖται περίοδος (Τ) ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ μίαν πλήρη περιστροφὴν τοῦ κινητοῦ.

Ἐξ ἄλλου συχνότης (ν) καλεῖται τὸ πηλίκον τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στροφῶν, τὰς ὁποίας ἐκτελεῖ τὸ κινητὸν ἐντὸς χρόνου τινός, διὰ τοῦ χρόνου τούτου.

Ὡς ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ των τὰ δύο μεγέθη συνδέονται διὰ τῆς σχέσεως:

$$\boxed{\nu = \frac{1}{T}} \quad \text{ἤτοι:} \quad \boxed{\text{συχνότης} = \frac{1}{\text{περίοδος}}} \qquad (1)$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) προκύπτει ὁ τύπος:

$$\boxed{T = \frac{1}{\nu}} \quad \text{ἤτοι} \quad \boxed{\text{περίοδος} = \frac{1}{\text{συχνότης}}} \quad (2)$$

Οὕτω, ἐὰν ἡ συχνότης εἶναι 10 στροφαὶ/sec, ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ μίαν περιστροφὴν (δηλ. ἡ περίοδος) θὰ εἶναι ἴσος πρὸς 1/10 sec.

Διαστάσεις συχνότητος. Ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων τῆς συχνότητος εἶναι:

$$[\nu] = \frac{1}{[T]} = [T^{-1}]$$

Μονάδες συχνότητος. Εἶναι προφανὲς ὅτι ἡ περίοδος, ὡς χρόνος, μετρεῖται εἰς μονάδας χρόνου (sec).

Ἐξ ἄλλου ἐκ τῆς σχέσεως (1) προκύπτει, ὅτι ἡ συχνότης μετρεῖται εἰς 1/sec, δηλαδή:

$$\mathbf{1\ sec^{-1}}$$

ἡ ὁποία, συνήθως, καλεῖται καὶ **1 στροφὴ ἀνὰ sec (1 στρ./sec)**. Ἡ μονὰς 1 sec^{-1}, καλεῖται καὶ **1 κύκλος ἀνὰ δευτερόλεπτον (1 c/sec)**, ὡς ἐπίσης καὶ **Hertz (1 χέρτς, 1 Hz)**, ἐκ τοῦ ὀνόματος τοῦ διασήμου Φυσικοῦ Hertz.

Χρησιμοποιοῦνται ἐπίσης καὶ τὰ πολλαπλάσια αὐτῶν:

$$1\ \text{kc/sec} = 10^3\ \text{c/sec} \quad \text{καὶ} \quad 1\ \text{Mc/sec} = 10^6\ \text{c/sec}$$

ὡς ἐπίσης:

$$1\ \text{kHz (κιλοχὲρτς)} = 10^3\ \text{Hz} \quad \text{καὶ} \quad 1\ \text{MHz (μεγαχὲρτς)} = 10^6\ \text{Hz}$$

Ἡ μονὰς 1 kc/sec προφέρεται « χιλιόκυκλος » ἀνὰ δευτερόλεπτον καὶ ἡ μονὰς 1 Mc/sec προφέρεται « μεγάκυκλος » ἀνὰ δευτερόλεπτον.

Εἰς τὸ **Τεχνικὸν σύστημα,** προκειμένου περὶ στρεφομένου περὶ ἄξονα σώματος, ἡ συχνότης ἐκφράζεται συνήθως εἰς **στροφὰς ἀνὰ πρῶτον λεπτὸν (στρ./min.)**.

Οὕτω εἰς τὸ σχῆμα 116, ἐὰν διὰ νὰ ἐπανέλθῃ τὸ κινητὸν εἰς τὴν ἀρχικήν του θέσιν Α, ἀφοῦ διαγράψῃ διὰ μίαν φορὰν ὁλόκληρον τὴν περιφέρειαν, ἀπαιτῆται π.χ. χρόνος t = 1/10 sec, ἡ περίοδος εἶναι ἀκριβῶς ἴση πρὸς 1/10 sec, ἡ δὲ συχνότης εἶναι 10 στροφαὶ ἀνὰ δευτερόλεπτον ($\nu = 10\ sec^{-1}$ ἢ 10 Hz).

Παραδείγματα συχνοτήτων	
Γῆ	$1{,}16 \cdot 10^{-5}\ sec^{-1} = 6{,}96 \cdot 10^{-4}\ min^{-1}$
Ὡροδείκτης ὡρολογίου	$2{,}31 \cdot 10^{-5}\ sec^{-1} = 1{,}39 \cdot 10^{-3}\ min^{-1}$
Λεπτοδείκτης ὡρολογίου	$2{,}78 \cdot 10^{-4}\ sec^{-1} = 1{,}67 \cdot 10^{-2}\ min^{-1}$
Δευτερολεπτοδείκτης	$1{,}67 \cdot 10^{-2}\ sec^{-1} = 1\ min^{-1}$
Τροχὸς αὐτοκινήτου (υ = 70 km/h)	περίπου 54 min^{-1}
Πλὰξ γραμμοφώνου	78 min^{-1}
Ἕλιξ πλοίου	130 min^{-1}
Ἠλεκτροκινητήρ	1200 — 3 000 min^{-1}
Φυγοκεντρικὴ συσκευὴ	ἕως 150 000 min^{-1}

Γωνιακὴ ταχύτης. Εἰς τὴν κυκλικὴν κίνησιν, ἢ γενικῶς εἰς τὴν καμπυλόγραμμον κίνησιν, καλοῦμεν γωνιακὴν ταχύτητα (ω), χαρα-

κτηριστικὸν αὐτῆς διανυσματικὸν μέγεθος, τοῦ ὁποίου τὸ μέτρον ἰσοῦται πρὸς τὸ πηλίκον τῆς γωνίας φ, τὴν ὁποίαν διαγράφει τὸ κινητόν, διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου t, ἤτοι :

$$\boxed{\omega = \frac{\varphi}{t}} \qquad \boxed{\text{γωνιακὴ ταχύτης} = \frac{\text{γωνία στροφῆς}}{\text{χρόνος}}} \qquad (3)$$

Εἶναι φανερὸν ὅτι σημεῖα εὑρισκόμενα εἰς διαφόρους ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ κέντρου περιστροφῆς τοῦ κινητοῦ καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀκτῖνος θὰ ἔχουν ὅλα τὴν αὐτὴν γωνιακὴν ταχύτητα, καθότι ὅλα διαγράφουν τὴν αὐτὴν γωνίαν φ ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ χρόνου t. Οὕτω εἰς τὸ σχῆμα 117 τὸ σημεῖον Α καὶ τὸ σημεῖον Γ τοῦ κινητοῦ, τὰ ὁποῖα κεῖνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀκτῖνος ΟΑ, διαγράφουν τὴν αὐτὴν γωνίαν φ μετακινούμενα μέχρι τοῦ σημείου Β καὶ Δ, εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον t.

Διαστάσεις γωνιακῆς ταχύτητος. Ἐκ τοῦ τύπου (3), ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι ἡ γωνία φ ἀποτελεῖ ἀδιάστατον μέγεθος (βλ. § 7), τότε ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων τῆς γωνιακῆς ταχύτητος εἶναι:

$$[\,\omega\,] = \frac{[\,\varphi\,]}{[\,t\,]} = \frac{1}{[\,T\,]} = [\,T^{-1}\,]$$

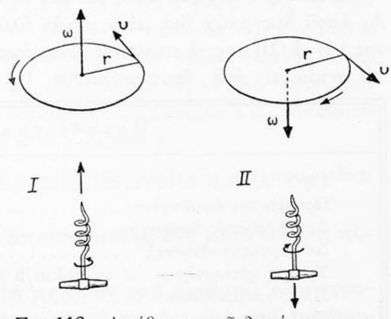
Μονάδες γωνιακῆς ταχύτητος. Ἐπειδὴ τόσον εἰς τὸ Μετρικὸν σύστημα, ὅσον καὶ εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα ἡ μονὰς γωνίας εἶναι τὸ 1 ἀκτίνιον καὶ ἡ μονὰς χρόνου τὸ 1 sec, ὡς μονὰς γωνιακῆς ταχύτητος θὰ εἶναι τό:

$$\mathbf{1\ \frac{ἀκτίνιον}{sec}} \quad \left(= \mathbf{1\ \frac{rad}{sec}}\right)$$

Ἡ μονὰς αὐτὴ συμπίπτει πρὸς τὴν μονάδα 1 sec^{-1}. Οὕτω, ἐὰν π.χ. $\omega = 35$ rad/sec, εἶναι ἐπίσης $\omega = 35\ sec^{-1}$.

Ἐκτὸς τῆς μονάδος ταύτης χρησιμοποιεῖται καὶ ἡ μονάς :

$$1\ \frac{\text{μοῖρα}}{\text{sec}}$$



Σχ. 118. Διεύθυνσις τοῦ διανύσματος ω τῆς γωνιακῆς ταχύτητος διὰ τὰς δύο φορὰς κινήσεως τοῦ σώματος.

Ἡ γωνιακὴ ταχύτης ὡς διανυσματικὸν μέγεθος. Ἡ γωνιακὴ ταχύτης ω παριστᾶται γραφικῶς διὰ διανύσματος, τὸ ὁποῖον συμβατικῶς λαμβάνεται κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς (σχ. 118). Ἡ διεύθυνσις τοῦ διανύσματος ω ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν διεύθυνσιν κινήσεως τοῦ σώματος, ὡς εἰς τὸ σχῆμα τοῦτο ἐμφαίνεται. Δηλαδὴ ἡ διεύθυνσις τοῦ διανύσματος τῆς γωνιακῆς ταχύτητος εὑρίσκεται ἐκ τῆς διευθύνσεως, κατὰ τὴν ὁποίαν προχωρεῖ δεξιόστροφος κοχλίας (π.χ. ἐκπωματιστής), ὅταν περιστρέφεται κατὰ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος ἐπὶ τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς.

74. Σχέσις μεταξὺ γωνιακῆς ταχύτητος ω καὶ συχνότητος ν. Τὸ κινητὸν εἰς χρόνον μιᾶς περιόδου Τ διαγράφει, ὡς εἴδομεν, μίαν πλήρη περιφέρειαν. Ἡ ἐντὸς τοῦ χρόνου τούτου διαγραφομένη γωνία εἶναι ἴση πρὸς 360^0, ἤτοι 2π ἀκτίνια. Συμφώνως πρὸς τὸν ὁρισμὸν τῆς γωνιακῆς ταχύτητος, θὰ εἶναι:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Δι' ἀντικαταστάσεως τῆς τιμῆς τοῦ Τ διὰ τοῦ ἴσου του $1/\nu$, προκύπτει ὁ τύπος:

$$\boxed{\omega = 2\pi \cdot \nu} \qquad (1)$$

Τὸ ω καλεῖται πολλάκις καὶ **κυκλικὴ συχνότης** καὶ ἐκφράζει τὸν ἀριθμὸν τῶν περιόδων τῶν περιεχομένων εἰς 2π δευτερόλεπτα.

Προκειμένου νὰ γίνεται χρῆσις τοῦ τύπου τούτου εἰς ἀριθμητικὰς ἐφαρμογάς, δέον ἡ γωνία νὰ ἐκφράζεται π ά ν τ ο τ ε εἰς ἀκτίνια, καθότι ὁ τύπος οὗτος προέκυψε δι' ἐκφράσεως τῆς γωνίας εἰς ἀκτίνια καὶ οὐχὶ εἰς μοίρας.

75. Σχέσις μεταξὺ τῆς ταχύτητος υ καὶ τῆς γωνιακῆς ταχύτητος ω. Εἶναι προφανὲς ὅτι ὅλα τὰ σημεῖα σώματος περιστρεφομένου ὁμαλῶς περὶ ἄξονα διαγράφουν εἰς χρόνον t τὴν αὐτὴν γωνίαν φ καὶ συνεπῶς ἔχουν τὴν αὐτὴν γωνιακὴν ταχύτητα ω. Δὲν συμβαίνει ὅμως τὸ ἴδιον προκειμένου περὶ τῆς γραμμικῆς ταχύτητος υ τῶν σημείων τούτων. Πράγματι, τὰ σημεῖα τοῦ σώματος εἰς χρόνον μιᾶς περιόδου Τ διαγράφουν περιφερείας, τῶν ὁποίων τὸ μῆκος εἶναι τόσον μεγαλύτερον, ὅσον ἡ ἀπόστασις τοῦ θεωρουμένου σημείου ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς εἶναι μεγαλυτέρα. Τοῦτο φαίνεται καὶ ἐκ τῆς ἐξισώσεως $\upsilon = s/t = 2\pi \cdot r/T$ καί, ἐπειδὴ $2\pi/T = \omega$, προκύπτει ὅτι:

$$\boxed{\upsilon = \omega \cdot r} \qquad (1)$$

ἤτοι: ταχύτης (γραμμικὴ) = γωνιακὴ ταχύτης × ἀκτὶς τροχιᾶς. Ἐκ τοῦ σχήματος 118 φαίνεται ὅτι ἡ ταχύτης υ εἶναι διάνυσμα κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τῶν διανυσμάτων ω καὶ r, ἄρα ἰσοῦται πρὸς τὸ ἐξωτερικὸν γινόμενον τῶν καθέτων πρὸς ἄλληλα διανυσμάτων ω καὶ r (βλ. σελ. 41).

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Σφόνδυλος μηχανῆς ἐκτελεῖ 300 στρ./min. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ γραμμικὴ ταχύτης σημείου τοῦ σφονδύλου εὑρισκομένου: α) 150 cm ἀπὸ τοῦ κέντρου, β) 60 cm ἀπὸ τοῦ κέντρου, γ) νὰ προσδιορισθῇ ἡ γωνιακὴ ταχύτης τοῦ σφονδύλου.

Λύσις. Αἱ 300 στρ./min ἀντιστοιχοῦν πρὸς συχνότητα: ν = 300/60 = 5 στρ./sec. Ἡ γραμμικὴ ταχύτης συνδέεται πρὸς τὴν γωνιακὴν ταχύτητα διὰ τῆς γνωστῆς σχέσεως $\upsilon = \omega \cdot r$ καί, ἐπειδὴ $\omega = 2\pi \cdot \nu$, ἔχομεν $\upsilon = 2\pi \cdot \nu \cdot r$. Οὕτω εὑρίσκομεν: α) $\underline{\upsilon} = 6{,}28 \cdot 5 \cdot 150 = \underline{4\,710 \text{ cm/sec}}$, β) $\underline{\upsilon} = 6{,}28 \cdot 5 \cdot 60 = \underline{1884 \text{ cm/sec}}$ καὶ γ) $\underline{\omega} = 6{,}28 \cdot 5 = \underline{31{,}4 \text{ rad/sec.}}$

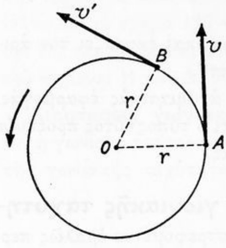
2. Ὁ λεπτοδείκτης ὡρολογίου ἔχει μῆκος 10 cm. Νὰ εὑρεθῇ ἡ γωνιακὴ ταχύτης τοῦ λεπτοδείκτου καὶ ἡ ταχύτης τοῦ ἄκρου αὐτοῦ.

Λύσις. Ὁ λεπτοδείκτης ἐκτελεῖ μίαν στροφὴν ἐντὸς 3 600 sec καὶ συνεπῶς ἡ συχνότης περιστροφῆς αὐτοῦ θὰ εἶναι $\nu = 1/3\,600$ στρ./sec. Ἄρα ἡ γωνιακὴ ταχύτης τοῦ λεπτοδείκτου θὰ εἶναι:

$$\underline{\omega} = 2\pi \cdot \nu = 6{,}28 \cdot \frac{1}{3\,600} = \underline{1{,}7 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{rad/sec}}$$

καὶ ἡ γραμμικὴ ταχύτης του: $\underline{\upsilon = 1{,}7 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{cm/sec}}$

76. Ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν. Ἡ κυκλικὴ ὁμαλὴ κίνησις εἴδομεν ὅτι εἶναι μεταβαλλομένη κίνησις, διότι ἡ ταχύτης διατηρεῖ σταθερὰν ἀριθμητικὴν τιμήν, ἐνῷ ἡ δ ι ε ύ θ υ ν σ ι ς μεταβάλλεται διαρκῶς (σχ. 119). Ἑπομένως κατὰ τὴν κίνησιν ταύτην ἡ ταχύτης, ὡς διανυσματικὸν μέγεθος, μεταβάλλεται καὶ κατ' ἀνάγκην ἔχει ἐπιτάχυνσιν, τῆς ὁποίας ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ παρέχεται ὑπὸ τοῦ τύπου:



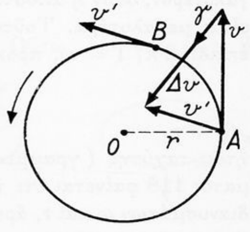
Σχ. 119.

$$\boxed{\gamma = \frac{\upsilon^2}{r}} \qquad (1)$$

ὅπου υ ἡ γραμμικὴ ταχύτης καὶ r ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς.

Ἡ ἐπιτάχυνσις διευθύνεται πάντοτε ἐκ τῆς περιφερείας πρὸς τὸ κέντρον καὶ ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου καλεῖται **κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις**· συντελεῖ δὲ ἁπλῶς εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς διευθύνσεως τῆς ταχύτητος, ἐνῷ ἀφήνει ἀμετάβλητον τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν αὐτῆς. Ἡ εὕρεσις τοῦ τύπου τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως δίδεται εἰς τὴν § 79, ἐπὶ τῇ βάσει τῆς Ἀρχῆς τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων.

Γενικῶς, ἐὰν μεταφέρωμεν τὴν ταχύτητα υ' παραλλήλως πρὸς ἑαυτὴν καὶ τὴν θέσωμεν εἰς κοινὴν ἀρχὴν πρὸς τὴν υ, τότε τὸ διάνυσμα Δυ εἶναι ἡ διαφορὰ τῶν δύο ταχυτήτων υ καὶ υ' (σχ. 120). Διαιροῦντες τὸ Δυ διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου Δt, ὁ ὁποῖος παρῆλθε μεταξὺ τῶν δύο θέσεων τοῦ κινητοῦ (Α καὶ Β), εὑρίσκομεν τὴν ἐπιτάχυνσιν γ, ἴσην πρὸς Δυ/Δt.



Σχ. 120.

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Σφόνδυλος μηχανῆς ἔχει ἀκτῖνα r = 3 μέτρα. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις, δεδομένου ὅτι ἐκτελεῖ εἰς ἓν πρῶτον λεπτὸν (1 min) 38 στροφάς.

Λύσις. Τὸ θεωρούμενον σημεῖον τοῦ σφονδύλου ἀπέχει ἀπὸ τοῦ κέντρου αὐτοῦ κατὰ 3 m, ἤτοι εἶναι r = 3 m = 300 cm. Ἐξ ἄλλου εἶναι $\nu = 38/60 = 0{,}63$ Hz καί, συνεπῶς, ἡ κυκλικὴ συχνότης εἶναι:

$$\omega = 2\pi\nu = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}63 = 3{,}95\ \mathrm{Hz}$$

Ἐφαρμόζοντες τὴν γνωστὴν σχέσιν $\gamma = \upsilon^2/r = \omega^2 r$, ἀντικαθιστῶντες τὰ γνωστὰ καὶ ἐργαζόμενοι εἰς τὸ σύστημα μονάδων C. G. S., λαμβάνομεν:

$$\underline{\gamma} = 3{,}95^2 \cdot 300 = \underline{4\,680\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}^2}}$$

2. Σφόνδυλος διαμέτρου 1 m στρέφεται ὑπὸ συχνότητα 80 στρ./min. Νὰ ὑπολογισθῇ α) ἡ γωνιακὴ ταχύτης, β) ἡ γραμμικὴ ταχύτης, γ) ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις ἑνὸς σημείου εὑρισκομένου ἐπὶ τῆς περιφερείας του.

Λύσις. Ἡ συχνότης τοῦ σφονδύλου θὰ εἶναι: $\nu = 80/60$ στρ./sec, ἑπομένως:

α) ἡ γωνιακὴ ταχύτης αὐτοῦ θὰ εἶναι: $\underline{\omega} = 2\pi \cdot \nu = 6{,}28 \cdot 8/6 = \underline{8{,}37 \text{ rad/sec}}$,

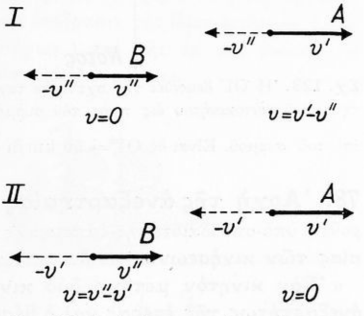
β) ἡ γραμμικὴ ταχύτης: $\underline{\upsilon} = \omega \cdot r = 8{,}37 \cdot 0{,}5 = \underline{4{,}18 \text{ m/sec}}$,

γ) ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις: $\underline{\gamma} = \upsilon^2/r = 4{,}18^2/0{,}5 = \underline{17{,}47 \text{ m/sec}}$.

*** 77. Σχετικὴ ἢ φαινομενικὴ ταχύτης.** Εἰς τὴν σπουδὴν τῆς Κινηματικῆς τοῦ ὑλικοῦ σημείου εἴδομεν (βλ. § 60), ὅτι τὴν κίνησιν τοῦ ὑλικοῦ σημείου ἀναφέρομεν πάντοτε ὡς πρὸς τὴν Γῆν, τὴν ὁποίαν θεωροῦμεν ἀκίνητον, χωρὶς νὰ λαμβάνωμεν δηλ. ὑπ' ὄψιν τὴν ἰδίαν αὐτῆς κίνησιν.

Εἰς τὴν πραγματικότητα ὅμως ἡ Γῆ κινεῖται καὶ ἑπομένως ὅλαι αἱ κινήσεις, τὰς ὁποίας ἐξετάζομεν εἰς τὴν Φυσικὴν εἶναι **σχετικαὶ κινήσεις.**

Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου πολλάκις ὑπεισέρχεται εἰς τὴν Φυσικὴν ἡ ἔννοια τῆς σχετικῆς ἢ φαινομένης ταχύτητος, ἡ ὁποία καθορίζεται ὡς ἀκολούθως:



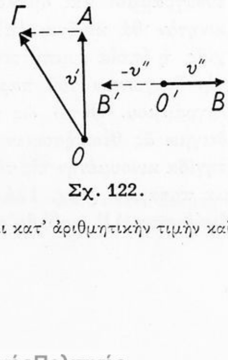
Σχ. 121. Διὰ τὴν σχετικὴν ταχύτητα.

Ἔστω ὅτι σιδηροδρομικὸς συρμὸς Α (σχ. 121,Ι) κινεῖται ὑπὸ ταχύτητα υ' ἐν σχέσει πρὸς τὴν Γῆν, τὴν ὁποίαν θεωροῦμεν ὡς ἀκίνητον, καὶ ὅτι ἕτερος συρμὸς Β κινεῖται ἐν σχέσει πρὸς τὴν Γῆν ὑπὸ ταχύτητα υ'' καὶ κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, δεχόμεθα δὲ ὅτι ὁ συρμὸς Α προπορεύεται τοῦ Β καὶ ὅτι πρὸς τούτοις ἡ ταχύτης τοῦ Α εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τοῦ Β, ἤτοι $\upsilon' > \upsilon''$. Παρατηρητὴς εὑρισκόμενος ἐπὶ τοῦ συρμοῦ Β δὲν βλέπει τὸν συρμὸν Α κινούμενον ὑπὸ ταχύτητα υ', ἀλλὰ ὑπὸ διάφορον ταχύτητα καὶ ἡ ταχύτης τοῦ συρμοῦ Α ἐν σχέσει πρὸς τὸν συρμὸν Β καλεῖται τότε σχετικὴ ταχύτης ἢ φαινομένη ταχύτης.

Πρὸς εὕρεσιν τῆς σχετικῆς ταχύτητος τοῦ συρμοῦ Α ἐν σχέσει πρὸς τὸν Β σκεπτόμεθα ὡς ἑξῆς:

Φανταζόμεθα, ὅτι καὶ εἰς τοὺς δύο συρμοὺς μεταδίδομεν ταχύτητα ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν τοῦ Β· τότε ὁ μὲν συρμὸς Β θὰ παραμένῃ ἀκίνητος, ἐνῷ ὁ Α θὰ κινῆται ἐν σχέσει πρὸς τὸν Β ὑπὸ ταχύτητα $\upsilon' - \upsilon''$, ἡ ὁποία παριστᾷ τὴν σχετικὴν ταχύτητα τοῦ Α ἐν σχέσει πρὸς τὸν Β. Μὲ ἄλλους λόγους, παρατηρητὴς εὑρισκόμενος ἐντὸς τοῦ συρμοῦ Β θὰ λέγῃ, ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ συρμοῦ Α ἐν σχέσει πρὸς τὸν Β εἶναι $\upsilon' - \upsilon''$.

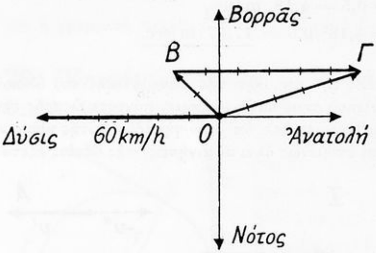
Ἀντιστρόφως, ἐὰν θέλωμεν νὰ εὕρωμεν τὴν σχετικὴν ταχύτητα τοῦ συρμοῦ Β ἐν σχέσει πρὸς τὸν Α, μεταδίδομεν εἰς ἀμφοτέρους τοὺς συρμοὺς ταχύτητα ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν τοῦ Α (σχ. 121, ΙΙ), ὅτε ὁ μὲν συρμὸς Α θὰ ἀκινητήσῃ, ἐνῷ ὁ Β θὰ κινῆται ὑπὸ ταχύτητα $\upsilon'' - \upsilon'$ ἐν σχέσει πρὸς τὸν Α καί, ἐπειδὴ $\upsilon'' < \upsilon'$, ἔπεται ὅτι $\upsilon'' - \upsilon' < 0$. Ἑπομένως παρατηρητὴς εὑρισκόμενος ἐπὶ τοῦ Α θὰ ἀντιλαμβάνεται ὅτι ὁ συρμὸς Β κινεῖται πρὸς τὰ ὀπίσω. Τὴν αὐτὴν μέθοδον ἐφαρμόζομεν καὶ ὅταν αἱ ταχύτητες δὲν ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, ἀλλὰ σχηματίζουν γωνίαν.



Σχ. 122.

Οὕτω, ἐὰν ὁ εἷς συρμὸς κινῆται ὑπὸ ταχύτητα υ', παρισταμένην ὑπὸ τοῦ διανύσματος ΟΑ (σχ. 122), καὶ ὁ Β ὑπὸ ταχύτητα υ'', παρισταμένην ὑπὸ τοῦ διανύσματος Ο'Β, ὅπως εὕρωμεν τὴν σχετικὴν ταχύτητα τοῦ Α ὡς πρὸς τὸν Β, ἐφαρμόζομεν εἰς τὸ σύστημα τῶν δύο συρμῶν τὴν ἴσην καὶ ἀντίθετον ταχύτητα πρὸς τὴν υ'', ἡ ὁποία θὰ παριστᾶται ὑπὸ τοῦ διανύσματος Ο'Β', ὅτε ἡ σχετικὴ ταχύτης τοῦ Α ὡς πρὸς τὸν Β, δηλαδὴ ἡ ταχύτης τὴν ὁποίαν ἔχει ὁ συρμὸς Α, διὰ παρατηρητὴν εὑρισκόμενον ἐπὶ τοῦ Β, θὰ παρέχεται κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν ὑπὸ τοῦ διανύσματος ΟΓ, συνισταμένης τῶν διανυσμάτων ΟΑ = υ΄ καὶ ΑΓ = Ο΄Β = − υ΄΄.

᾿Αριθμητικὸν παράδειγμα. Σιδηροδρομικὸς συρμὸς κινεῖται ὑπὸ ταχύτητα 60 km/h πρὸς Δυσμάς, ἐνῷ αὐτοκίνητον μετατοπίζεται ὑπὸ ταχύτητα 20 km/h κατὰ διεύθυνσιν βορειοδυτικήν. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης κατ᾿ ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν τοῦ αὐτοκινήτου, διὰ παρατηρητὴν εὑρισκόμενον ἐντὸς τοῦ συρμοῦ.



Σχ. 123. ῾Η ΟΓ δεικνύει τὴν σχετικὴν ταχύτητα τοῦ αὐτοκινήτου ὡς πρὸς τὸν συρμόν.

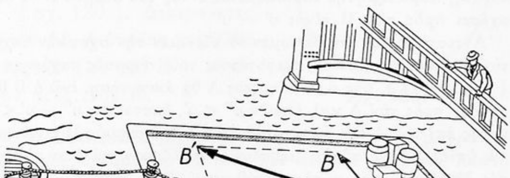
Πρὸς τοῦτο σχηματίζομεν τὸ διάγραμμα (σχ. 123) λαμβάνοντες κλίμακα 1 cm = 20 km/h. Εἰς τὸ σύστημα συρμοῦ καὶ αὐτοκινήτου προσθέτομεν τὴν ἴσην καὶ ἀντίθετον ταχύτητα τοῦ συρμοῦ, ὅτε ὁ μὲν συρμὸς ἀκινητεῖ, ἐνῷ αἱ δύο ταχύτητες ΟΒ καὶ ΒΓ, προστιθέμεναι διανυσματικῶς, παρέχουν ὡς συνισταμένην τὴν ΟΓ, ἡ ὁποία παριστᾷ τὴν ταχύτητα ὑπὸ τὴν ὁποίαν φαίνεται κινούμενον τὸ αὐτοκίνητον, διὰ παρατηρητὴν εὑρισκόμενον ἐπὶ τοῦ συρμοῦ. Εἶναι δὲ ΟΓ = 50 km/h πρὸς διεύθυνσιν Β → 72,5° → Α περίπου.

78. ᾿Αρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων.

῾Η Κινηματικὴ συμπληροῦται ὑπὸ σπουδαιοτάτης ἐμπειρικῆς ἀρχῆς, ἥτις καλεῖται **«ἀρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων»** καὶ διατυποῦται ὡς ἑξῆς :

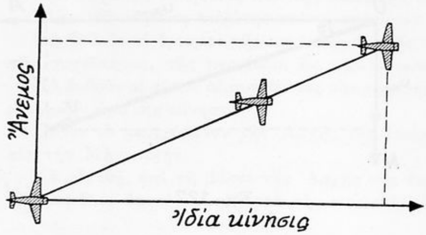
« ᾿Εὰν κινητὸν μετέχῃ δύο κινήσεων, ἑκάστη τούτων ἐκτελεῖται ὅλως ἀνεξαρτήτως τῆς ἑτέρας καὶ ἡ θέσις εἰς τὴν ὁποίαν τὸ κινητὸν φθάνει, μετὰ παρέλευσιν ὡρισμένου χρόνου, εἶναι ἡ αὐτή, εἴτε ἑκάστη τῶν κινήσεων ἐκτελεῖται χωριστά, καὶ δὴ ἀνεξαρτήτως τοῦ τρόπου τῆς διαδοχῆς αὐτῶν, εἴτε ἐὰν ἀμφότεραι αἱ κινήσεις ἐκτελοῦνται ταυτοχρόνως ».

Εὐκόλως δεικνύεται, ὅτι ἡ θέσις εἰς τὴν ὁποίαν φθάνει τὸ κινητόν, ἐφ᾿ ὅσον μετέχει τῶν δύο κινήσεων, εἶναι τὸ ἄκρον τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν διαστημάτων, τὰ ὁποῖα τὸ κινητὸν θὰ διήνυε εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, ἐὰν μετεῖχε τῆς μιᾶς μόνον κινήσεως. ᾿Εφ᾿ ὅσον αἱ δύο κινήσεις εἶναι ὁμοειδεῖς, π.χ. εὐθύγραμμοι καὶ ὁμαλαί, τὸ κινητὸν θὰ κινῆται ἐπὶ τροχιᾶς, ἡ ὁποία συμπίπτει πρὸς τὴν διαγώνιον τοῦ παραλληλογράμμου. Οὕτω ὡς παράδειγμα ἂς θεωρήσωμεν φορτηγίδα κινουμένην εἰς τὸ ρεῦμα ποταμοῦ (σχ. 124). ᾿Εργάτης κινεῖ τὸ σῶμα Α (βαρέλιον) κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΑΒ, καθ᾿ ἣν στιγμὴν ἡ φορτηγὶς κινεῖται εἰς τὸ ρεῦμα τοῦ ποταμοῦ κατὰ



Σχ. 124. ῾Ο ἄνθρωπος ἐκτελεῖ ταυτοχρόνως δύο κινήσεις.

τὴν διεύθυνσιν ΑΑ′. Ἐὰν παρατηρητὴς εὑρίσκεται ἀκίνητος ἐπὶ γεφύρας καὶ συγκεντρώνῃ τὴν προσοχὴν αὐτοῦ ἐπὶ τῆς κινήσεως τοῦ σώματος Α, χωρὶς νὰ λαμβάνῃ ὑπ' ὄψιν του τὰς δύο χωριστὰς κινήσεις, βλέπει ὅτι τὸ σῶμα Α μετατοπίζεται κατὰ τὴν συνισταμένην τῶν δύο κινήσεων ΑΒ′. Ἐκ τοῦ σχήματος ἐπίσης προκύπτει, ὅτι ἡ συνισταμένη τῶν δύο ἐπὶ μέρους κινήσεων εἶναι ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου.



Σχ. 125. Ἡ διαγώνιος δεικνύει τὴν τροχιὰν κινήσεως τοῦ ἀεροπλάνου.

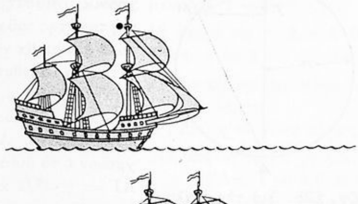
Ἐπίσης εἰς τὸ σχῆμα 125, ὑπὸ τὴν σύγχρονον ἐπίδρασιν τῆς ἰδίας κινήσεως (δηλ. κινητήρων) καὶ τῆς ἐκ τοῦ ἀνέμου, τὸ ἀεροπλάνον κινεῖται κατὰ τὴν διαγώνιον τοῦ παραλληλογράμμου.

***** Χαρακτηριστικὸν παράδειγμα ἀνεξαρτησίας τῆς καθέτου συνιστώσης μιᾶς συνθέτου κινήσεως ἀπὸ τὴν ὁριζοντίαν συνιστῶσαν, ἀποτελεῖ π.χ. ἡ πτῶσις λίθου ἀπὸ τὸ ἀνώτατον παρατηρητήριον πλοίου τινὸς (σχ. 126).

Ὁ λίθος εὑρισκόμενος ἐν ἠρεμίᾳ ἐπὶ τοῦ παρατηρητηρίου κέκτηται τὴν ὁμαλὴν ὁριζοντίαν ταχύτητα τοῦ πλοίου. Ἀφιέμενος ἐλεύθερος νὰ πέσῃ, ἀποκτᾷ τὴν κατακόρυφον ταχύτητα τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως, ἐνῷ συγχρόνως δὲν παύει διατηρῶν—λόγῳ ἀδρανείας—τὴν ὁριζοντίαν ὁμαλὴν ταχύτητα τοῦ πλοίου. Κατόπιν τούτου ὁ λίθος θὰ κατέρχεται παραλλήλως πρὸς τὸν ἱστὸν τοῦ πλοίου καὶ θὰ πέσῃ ἐπὶ τοῦ καταστρώματος πλησίον τῆς βάσεως τοῦ ἱστοῦ, εἴτε τὸ πλοῖον κινεῖται εἴτε ἀκινητεῖ.

Ἡ πραγματικὴ ὅμως διαδρομὴ διὰ παρατηρητὴν εὑρισκόμενον ἀκίνητον ἐπὶ τῆς ἀκτῆς δὲν εἶναι ἡ κατακόρυφος, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ τοῦ σχήματος ὑποδεικνυομένη σύνθετος (παραβολικὴ) τροχιά, συνισταμένη ἐξ ὁμαλῶς διανυομένης ὁριζοντίου διαδρομῆς καὶ κατακορύφου τοιαύτης διατρεχομένης μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν g.

Ὁ χρόνος καθόδου τοῦ λίθου ἀπὸ τὸ παρατηρητήριον ἕως τὸ κατάστρωμα εἶναι συνάρτησις μόνον τοῦ ὕψους πτώσεως καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως g, οὐδόλως ἐξαρτώμενος ἐκ τῆς ὁριζοντίου ταχύτητος τοῦ πλοίου.



Σχ. 126.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. **Ἀεροπλάνον κινεῖται πρὸς Ἀνατολὰς ὑπὸ ταχύτητα 160 km/h, ἐνῷ ταυτοχρόνως πνέει ἄνεμος βόρειος ὑπὸ ταχύτητα 35 km)h. Νὰ εὑρεθῇ ἡ συνισταμένη ταχύτης καὶ ἡ διεύθυνσις αὐτῆς, γραφικῶς καὶ λογιστικῶς.**

Λύσις. Ἡ ταχύτης υ τοῦ ἀεροπλάνου θὰ εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν ταχυτήτων:

$υ_{Ανατ} = 160$ km/h καὶ $υ_{Νότ} = 35$ km/h

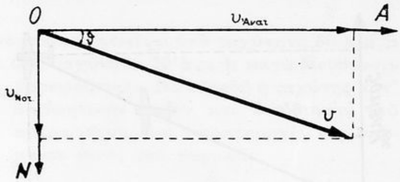
Ἐπειδὴ δὲ αἱ συνιστῶσαι ταχύτητες σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν 90^0, ἡ ταχύτης υ θὰ εἶναι:

$$\underline{υ} = \sqrt{160^2 + 35^2} = \underline{163{,}8 \text{ km/h}}$$

Ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος υ καθορίζεται, ὅταν εὑρεθῇ ἡ γωνία θ. Εἶναι δέ:

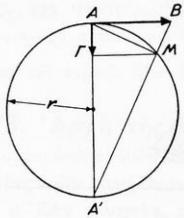
$$εφ\, θ = 35/160 = 0{,}21875$$

καὶ συνεπῶς $\underline{θ = 12^0\, 20'}$



Σχ. 127.

***79. Εὕρεσις τοῦ τύπου τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως.** Στηριζόμενοι εἰς τὴν Ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν τὸν τύπον $γ = υ^2/r$, ὁ ὁποῖος ἐκφράζει τὴν κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν εἰς τὴν κυκλικὴν ἰσοταχῆ κίνησιν (βλ. § 76).



Σχ. 128. Διὰ τὴν ἀναλυτικὴν εὕρεσιν τοῦ τύπου τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως.

Θεωρήσωμεν τὸ κινητὸν τὴν στιγμήν, κατὰ τὴν ὁποίαν εὑρίσκεται εἰς Α (σχ. 128). Μετὰ παρέλευσιν πεπερασμένου, ἀλλὰ λίαν μικροῦ, χρονικοῦ διαστήματος t, τοῦτο θὰ διαγράψῃ τὸ τόξον $ΑΜ = υ \cdot t$, ὅπου υ ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ. Ἐὰν προβάλωμεν τὸ Μ ἐπὶ τῆς διαμέτρου ΑΑ', τότε δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν, ὅτι ἡ κίνησις κατὰ μῆκος τοῦ τόξου ΑΜ εἶναι σύνθετος κίνησις, ἤτοι ἐκ μιᾶς εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῆς, ὑπὸ ταχύτητα υ, κατὰ τὴν ἐφαπτομένην εἰς Α, καὶ ἄλλης εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κατὰ διεύθυνσιν κάθετον ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην. Λόγῳ τῆς πρώτης κινήσεως τὸ κινητὸν διανύει εἰς χρόνον t τὸ διάστημα $ΑΒ = υ \cdot t$, λόγῳ δὲ τῆς δευτέρας, τὸ διάστημα $ΑΓ = γ \cdot t^2/2$ καί, ὑπὸ τὴν ταυτόχρονον ἐπενέργειαν τῶν δύο κινήσεων, τὸ κινητὸν εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον θὰ φθάσῃ εἰς Μ, τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ ἄκρον τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν ΑΒ καὶ ΑΓ, δεδομένου ὅτι τὸ σχῆμα ΑΓΜΒ, λόγῳ τῆς σμικρότητος τοῦ χρόνου t, δύναται ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος νὰ θεωρηθῇ ὡς παραλληλόγραμμον. Ἐπειδὴ ὅμως τὸ τόξον ΑΜ εἶναι μικρόν, δυνάμεθα ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος νὰ γράψωμεν τὰς ἰσότητας: τόξον $ΑΜ =$ χορδὴ $ΑΜ = υ \cdot t$.

Ἐκ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου ΑΜΑ' εὑρίσκομεν: $(ΑΜ)^2 = (ΑΓ) \cdot (ΑΑ')$, ἐὰν δὲ θέσωμεν $ΑΑ' = 2\, r$, ὅπου r ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς, εὑρίσκομεν: $υ^2 \cdot t^2 = 1/2 γ \cdot t^2 \cdot 2\, r$, ἐκ δὲ τῆς σχέσεως ταύτης εὑρίσκομεν εὐκόλως:

$$γ = \frac{υ^2}{r}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α' Ἐρωτήσεις

Ποίας κινήσεις ἐξητάσαμεν εἰς τὸ κεφάλαιον τοῦτο καὶ ποῖα τὰ κινηματικὰ χαρακτηριστικὰ ἑκάστης αὐτῶν.

Δώσατε τὸν ὁρισμὸν τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως.

Δώσατε τὰ διαγράμματα τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως.

Τί καλοῦμεν ἐπιτάχυνσιν καὶ ποῖαι αἱ ἐξισώσεις διαστάσεων καὶ μονάδες μετρήσεως αὐτῆς.

Ποῖοι οἱ τύποι οἱ χρησιμοποιούμενοι διὰ τὴν λύσιν προβλημάτων τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως καὶ τῆς κυκλικῆς ἰσοταχοῦς κινήσεως.

Τί καλεῖται μέση ταχύτης καὶ τί στιγμιαία ταχύτης εἰς τὴν μεταβαλλομένην κίνησιν.

Νὰ δοθοῦν οἱ ὁρισμοὶ τῆς κυκλικῆς ὁμαλῆς κινήσεως, τῆς ταχύτητος καὶ γωνιακῆς ταχύτητος, τῆς συχνότητος, τῆς περιόδου, ὡς καὶ αἱ μονάδες αὐτῶν.

Νὰ δοθοῦν οἱ τύποι οἱ συνδέοντες τὴν ταχύτητα, τὴν γωνιακὴν ταχύτητα καὶ ἐπιτάχυνσιν εἰς τὴν κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν.

Ποῖον τὸ περιχόμενον τῆς Ἀρχῆς τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων καὶ ποία ἡ σημασία αὐτῆς εἰς τὴν Μηχανικήν.

Νὰ εὑρεθῇ, ἐπὶ τῇ βάσει τῆς Ἀρχῆς τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, ὁ τύπος ὁ παρέχων τὴν κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν κατὰ τὴν κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν.

Β΄ Προβλήματα

1. Ἀεροπλάνον ἀναχωρεῖ ἐξ Ἀθηνῶν τὴν 13ην ὥραν καὶ 45 λεπτὰ (13 h 45 min) καὶ προσγειοῦται εἰς Θεσσαλονίκην ἀπέχουσαν 320 km τὴν 15ην ὥραν. Ζητεῖται ἡ μέση ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου εἰς ναυτικὰ μίλια καθ' ὥραν καὶ εἰς m/sec. (Δίδεται 1 ναυτ. μίλιον = 1852 m.)
(Ἀπ. $\bar{\upsilon} = 138,2$ ναυτ. μίλια/h, $\bar{\upsilon} = 71,1$ m/sec.)

2. Σιδηρόδρομος μεταβάλλει τὴν ταχύτητά του ἐντὸς 2 min ἀπὸ 12 km/h εἰς 30 km/h. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσίς του. (Ἀπ. $\gamma = 4,16$ cm/sec^2.)

3. Κινητὸν κινούμενον ἐπὶ 20 sec διανύει διάστημα 12 000 m μὲ κίνησιν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης του εἰς τὸ τέλος τοῦ εἰκοστοῦ δευτερολέπτου.
(Ἀπ. $\upsilon = 1200$ m/sec.)

4. Κινητὸν ἀναχωρεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας μὲ ἐπιτάχυνσιν 20 cm/sec^2. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ χρόνος, ὁ ὁποῖος χρειάζεται διὰ νὰ ἀποκτήσῃ ταχύτητα 70 cm/sec. (Ἀπ. $t = 3,5$ sec.)

5. Αὐτοκινητάμαξα ἔχει ἀρχικὴν ταχύτητα 12 m/sec. Διανύει δὲ ἐν συνεχείᾳ 300 m ἐντὸς 10 sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσίς της. (Ἀπ. $\gamma = 3,6$ m/sec^2.)

6. Συρμὸς ἀναχωρεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας μὲ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην καὶ ἀποκτᾷ ταχύτητα 100 cm/sec, ὅταν διανύσῃ ἀπόστασιν 1 km. Πόση ἡ ἐπιτάχυνσις αὐτοῦ. (Ἀπ. $\gamma = 0,05$ cm/sec^2.)

7. Σῶμα κινεῖται ὑπὸ ἀρχικὴν ταχύτητα 10 cm/sec καὶ ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 2 cm/sec^2. Ζητοῦνται α) πόση εἶναι ἡ κτηθεῖσα ταχύτης ἐντὸς 1 min, β) πόση θὰ εἶναι ἡ ὁλικὴ ταχύτης μετὰ 1 min, γ) πόση ἡ μέση ταχύτης, δ) πόση ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις εἰς 1 min.
(Ἀπ. α΄ 120 cm/sec, β΄ 130 cm/sec, γ΄ 70 cm/sec, δ΄ 4 200 cm.)

8. Σῶμα ἔχον ἀρχικὴν ταχύτητα 10 cm/sec ἀποκτᾷ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην, μὲ τὴν ὁποίαν διανύει ἀπόστασιν 4 200 cm εἰς 1 min. Ζητοῦνται α) πόση ἡ μέση ταχύτης, β) πόση ἡ τελικὴ ταχύτης, γ) πόση ἡ ταχύτης ἡ κτηθεῖσα κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως, δ) πόση ἡ ἐπιτάχυνσις. (Ἀπ. α΄ 70 cm/sec, β΄ 130 cm/sec, γ΄ 120 cm/sec, δ΄ 2 cm/sec^2.)

9. Σιδηροδρομικὸς συρμός, ὅστις ἄρχεται κινούμενος ἐκ τῆς ἠρεμίας ἐπ' εὐθείας καὶ ὑπὸ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν, ἀποκτᾷ τὴν κανονικὴν ταχύτητα αὐτοῦ, ἤτοι 80 km καθ' ὥραν, μετὰ πάροδον πέντε λεπτῶν. Ζητεῖται, ποία ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ ποῖον τὸ ὑπ' αὐτοῦ διανυθὲν διάστημα ἀπὸ τῆς θέσεως ἐκκινήσεως μέχρι τοῦ σημείου, κατὰ τὸ ὁποῖον ἀποκτᾷ τὴν κανονικήν του ταχύτητα.
(Ἀπ. $\gamma = 0,074$ m/sec^2, $s = 3\,335$ m.)

10. Ὑλικὸν σημεῖον ἀφίεται νὰ πέσῃ ἐξ ὕψους 100 m ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τοῦ βάρους του ($g = 10$ m/sec^2). Μετὰ πάροδον 3 sec ἀπὸ τῆς ἀφέσεως τοῦ πρώτου σώματος, δεύτερον σῶμα βάλλεται κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω. Ζητεῖται ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ δευτέρου σώματος, ἵνα ἀμφότερα φθάσουν ταυτοχρόνως εἰς τὸ ἔδαφος. (Ἀπ. $\upsilon_0 = 60,7$ m/sec.)

11. Βλῆμά τι ρίπτεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω, μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 50 m/sec. Μετὰ 2 sec, ἕτερον βλῆμα ρίπτεται, ἐπίσης κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω, μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 80 m/sec. Ζητεῖται α) πότε καὶ εἰς ποῖον ὕψος θὰ συναντηθοῦν τὰ δύο βλήματα καὶ β) ἡ ταχύτης ἑκάστου βλήματος κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς συναντήσεως ($g = 10$ m/sec²).

('Απ. α' $t = 3,6$ sec, $h = 115,2$ m, β' $\upsilon_1 = 14$ m/sec, $\upsilon = 64$ m/sec.)

12. Σιδηρόδρομος ἀναχωρεῖ ἐξ 'Αθηνῶν καὶ φθάνει εἰς Λειβαδιὰν μετὰ 4 ὥρας. Καθ' ὁδὸν κάμνει δύο σταθμεύσεις, εἰς Τανάγραν καὶ εἰς Θήβας, διαρκείας ἡμισείας ὥρας ἑκάστην. 'Αποδώσατε γραφικῶς α) τὸ διανυθὲν διάστημα συναρτήσει τοῦ χρόνου (μετὰ τῆς σχετικῆς δικαιολογίας) καὶ β) τὴν ταχύτητα συναρτήσει τοῦ χρόνου.

13. Δύο ἁμαξοστοιχίαι κινοῦνται κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ φοράν. 'Εκ τούτων ἡ μὲν πρώτη κινουμένη μὲ ταχύτητα 48 km/h προπορεύεται, ἡ δὲ δευτέρα ἕπεται καὶ κινεῖται μὲ ταχύτητα 72 km/h. "Οταν αἱ ἁμαξοστοιχίαι εὑρίσκονται εἰς ἀπόστασίν τινα x, τότε οἱ μηχανοδηγοὶ ἀντιλαμβάνονται ἀλλήλους καὶ εὐθὺς ἀμέσως ὁ μὲν προπορευόμενος ὁδηγὸς ἐπιταχύνει τὴν κίνησιν τῆς ἁμαξοστοιχίας κατὰ 1 m/sec², ὁ δὲ ἕτερος ἐπιβραδύνει αὐτὴν κατὰ 1,2 m/sec². Οὕτω κατωρθώθη ν' ἀποφευχθῇ ἡ σύγκρουσις. Ζητεῖται νὰ προσδιορισθῇ ἡ ἀπόστασις x, ὡς καὶ ἡ κοινὴ ταχύτης τῶν ἁμαξοστοιχιῶν, ὅταν αὗται ἦλθον εἰς ἐπαφήν. ('Απ. $\upsilon = 16,4$ m/sec.)

14. Συρμὸς ἐκκινεῖ ἔκ τινος πόλεως τὴν μεσημβρίαν (12 ὥραν) καὶ διέρχεται διὰ τῶν ἀκολούθων θέσεων:

1/4 km	τὴν 12 h 1 min 3 sec	1 km	τὴν 12 h 2 min 25 sec
1/2 »	» 12 h 1 min 43 sec	1 1/4 »	» 12 h 2 min 43 sec
3/4 »	» 12 h 2 min 6 sec	1 1/2 »	» 12 h 2 min 58 sec

'Επὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω δεδομένων νὰ σχηματισθῇ τὸ διάγραμμα τῆς κινήσεως καὶ ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ διαγράμματος νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης τοῦ συρμοῦ μετὰ 3 min ἀπὸ τῆς ἐκκινήσεως. ('Απ. $\upsilon = 18,2$ m/sec.)

15. 'Εὰν ἡ συχνότης περιστροφῆς εἶναι 1200 στρ./min, πόση θὰ εἶναι ἡ γωνιακὴ ταχύτης εἰς rad/sec. ('Απ. $\omega = 125,6$ rad/sec.)

16. Νὰ ἐκφρασθῇ ἡ γωνιακὴ ταχύτης 40 μοιρ. /sec α) εἰς στρ./sec, β) εἰς στρ./min.

('Απ. $\nu = 0,11$ στρ./sec, $\nu = 6,6$ στρ./min.)

17. 'Ακονιστικὸς τροχὸς ἐκτελεῖ 900 στρ./min. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ γωνιακή του ταχύτης ω εἰς rad/sec. ('Απ. $\omega = 94,25$ rad/sec.)

18. 'Ατμάμαξα ἀναχωρεῖ ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος ἀπὸ σημείου εὑρισκομένου ἐπὶ κυκλικῆς ὁδοῦ ἀκτῖνος 250 m καὶ ἀποκτᾷ ταχύτητα 72 km/h, ἀφοῦ διανύσῃ τὸ τέταρτον τῆς περιφερείας. Γνωστοῦ ὄντος ὅτι ἡ κίνησις τῆς ἀτμαμάξης εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη, νὰ ὑπολογισθοῦν α) ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος ἵνα ἡ ἀτμάμαξα διανύσῃ τὸ τέταρτον τῆς πλήρους περιστροφῆς, β) ἡ ἐπιτρόχιος καὶ κεντρομόλος συνιστῶσα τῆς ἐπιταχύνσεως τὴν στιγμὴν καθ' ἣν ἔχει διανύσει τὸ τέταρτον τῆς περιστροφῆς καὶ γ) τὸ μέγεθος τῆς ἐπιταχύνσεως τὴν στιγμὴν ταύτην.

('Απ. $t = 39,2$ sec, $\gamma_\varepsilon = 0,5$ m/sec², $\gamma_\kappa = 1,6$ m/sec², $\gamma = 1,68$ m/sec².)

19. 'Η γωνιακὴ ταχύτης τροχοῦ αὐξάνεται ἀπὸ 4 rad/sec εἰς 12 rad/sec ἐντὸς 16 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ α) ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις καὶ β) ὁ ἀριθμὸς στροφῶν τὰς ὁποίας ἐκτελεῖ εἰς 16 sec.

('Απ. α' $\omega' = 0,5$ rad/sec². β' 20,4 στροφαί.)

20. Πλοῖον ἀναπτύσσει ταχύτητα 8 μιλίων καθ' ὥραν ἐπὶ ἠρεμοῦντος ὕδατος. Πρὸς ποίαν διεύθυνσιν πρέπει νὰ τηρῆται ἡ πρῷρα τοῦ πλοίου, ὅταν πρόκειται νὰ φθάσῃ κατ' εὐθεῖαν εἰς τὴν ἀπέναντι ὄχθην ποταμοῦ, ὅταν τὸ ρεῦμα ἔχῃ ταχύτητα 4 μιλίων καθ' ὥραν.

('Απ. 120° πρὸς τὴν φορὰν τοῦ ρεύματος.)

21. 'Η Σελήνη κινεῖται ἰσοταχῶς ἐπὶ περιφερείας κύκλου, τῆς ὁποίας τὸ κέντρον εὑρίσκεται εἰς τὸ κέντρον τῆς Γῆς. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ Σελήνη, γνωστοῦ ὄντος ὅτι ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς της εἶναι $R = 384\,415$ km καὶ ἡ περίοδος τῆς κινήσεως αὐτῆς 27 ἡμέραι, 7 ὧραι, 43 λεπτὰ καὶ 12 δευτερόλεπτα. ('Απ. $\gamma = 0,27$ cm/sec.²)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ΄

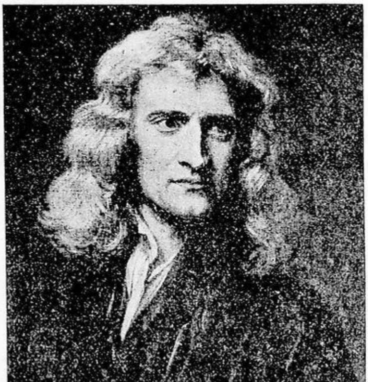
ΔΥΝΑΜΙΚΗ

Ἡ Δυναμικὴ ἐξετάζει τὰς κινήσεις, τὰς ὁποίας δύναται νὰ ἐκτελῇ ὑλικὸν σημεῖον, ἢ κατ' ἐπέκτασιν πᾶν σῶμα, ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὰ αἴτια τὰ ὁποῖα προκαλοῦν ἢ μεταβάλλουν τὰς κινήσεις ταύτας καὶ τὰ ὁποῖα αἴτια, ὡς γνωστόν, ὀνομάζονται δυνάμεις.

Εἰς τὸ Κεφάλαιον τοῦτο θὰ περιορισθῶμεν κυρίως εἰς τὴν σπουδὴν τῆς Δυναμικῆς τοῦ ὑλικοῦ σημείου, διότι ἡ πλήρης σπουδὴ τῆς Δυναμικῆς τοῦ στερεοῦ σώματος ἐξέρχεται τοῦ πλαισίου τοῦ βιβλίου τούτου.

Ἡ Δυναμική, ἥτις ἀποτελεῖ τὸ τρίτον μέρος τῆς Μηχανικῆς, διεμορφώθη κατὰ τοὺς νεωτέρους χρόνους κυρίως ὑπὸ τοῦ **Γαλιλαίου** καὶ τοῦ **Νεύτωνος.**

80. Ἀξιώματα τοῦ Νεύτωνος. Ἡ Δυναμικὴ ἐθεμελιώθη ὑπὸ τοῦ Νεύτωνος ἐπὶ τριῶν ἀξιωμάτων, τὰ ὁποῖα διετύπωσε κατὰ τὸ 1686 καὶ τὰ ὁποῖα ἔκτοτε εἶναι γνωστὰ ὡς **«ἀξιώματα τοῦ Νεύτωνος».**



SIR ISAAC NEWTON (1641 - 1727)

Διάσημος Ἄγγλος Μαθηματικός, Φυσικὸς καὶ Φιλόσοφος. Διετέλεσε καθηγητὴς τοῦ Πανεπιστημίου Cambridge.

Λόγῳ τῆς ἱστορικῆς σημασίας, τὴν ὁποίαν κατέχουν τὰ ἀξιώματα ταῦτα εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῆς Μηχανικῆς ἐπιστήμης, ἐθεωρήσαμεν σκόπιμον νὰ ἀναφέρωμεν καὶ τὸ πρωτότυπον λατινικὸν κείμενον τούτων, ὡς διετυπώθη ὑπ' αὐτοῦ τούτου τοῦ Νεύτωνος εἰς τὸ περίφημον σύγγραμμά του « Philosophiae naturalis principia mathematica », « Ἀρχαὶ τῆς Φιλοσοφίας τῆς Φύσεως ». Τὸ σύγγραμμα τοῦτο ἀποτελεῖ ἀναμφισβητήτως τὸ μεγαλύτερον ἐπιστημονικὸν ἔργον, τὸ ὁποῖον παρήγαγεν ἡ ἀνθρωπίνη διάνοια, λόγῳ τῆς τεραστίας ἐπιδράσεως, τὴν ὁποίαν εἶχεν ἐπὶ τῶν φιλοσοφικῶν καὶ ἐπιστημονικῶν ἰδεῶν τῶν τριῶν τελευταίων αἰώνων.

1ον. Ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας.

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur statum suum mutare.

« Πᾶν σῶμα διατηρεῖ τὴν κατάστασιν ἠρεμίας ἢ εὐθυγράμμου καὶ ἰσοτα-

χοῦς κινήσεως, ἐφ' ὅσον δὲν ἐξαναγκάζεται ὑπὸ ἐξωτερικῶν δυνάμεων εἰς μεταβολὴν τῆς κινητικῆς του καταστάσεως » (*).

2ον. 'Αξίωμα τῆς ἀναλογίας (ἢ τῆς μάζης).

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae et fieri secundum lineam rectam, qua vis illa imprimitur.

«Ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν κινοῦσαν δύναμιν καὶ λαμβάνει χώραν πρὸς τὴν κατεύθυνσιν αὐτῆς».

3ον «'Αξίωμα τῆς ἰσότητος δράσεως καὶ ἀντιδράσεως».

Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem, sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi.

« Εἰς πᾶσαν δρᾶσιν ἀντιστοιχεῖ πάντοτε μία ἴση ἀντίδρασις, ἢ ἄλλως αἱ ἀμοιβαῖαι ἐπιδράσεις μεταξὺ δύο σωμάτων εἶναι πάντοτε ἴσαι πρὸς ἀλλήλας καὶ κατευθύνονται ἀντιθέτως », ἤτοι :

« actio = reactio »
« δρᾶσις = ἀντίδρασις »

Πρὸς πληρεστέραν κατανόησιν τῶν ἀξιωμάτων τούτων, ὡς καὶ τῶν πορισμάτων, τὰ ὁποῖα ἐξάγονται ἀμέσως ἐξ αὐτῶν, θὰ ἐξετάσωμεν ταῦτα ἀκολούθως διεξοδικώτερον.

81. Σπουδὴ τοῦ πρώτου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος. 'Εκ τοῦ πρώτου ἀξιώματος συνάγεται ἀμέσως, ὅτι **«Διὰ νὰ διατηρήσῃ ἓν σῶμα κίνησιν διάφορον τῆς εὐθυγράμμου καὶ ἰσοταχοῦς, κατ' ἀνάγκην πρέπει νὰ ἐνεργῇ σταθερῶς ἐπ' αὐτοῦ δύναμις».**

Τὸ συμπέρασμα τοῦτο ἔρχεται εἰς πλήρη ἀντίφασιν πρὸς τὴν μέχρι τῆς ἐποχῆς τοῦ Νεύτωνος κρατοῦσαν ἀντίληψιν τοῦ 'Αριστοτέλους, ὅτι πᾶσα γενικὴ κίνησις, ἄρα καὶ ἡ εὐθύγραμμος ἰσοταχής, συντηρεῖται ἀναγκαίως ὑπὸ δυνάμεως, πρᾶγμα ὅπερ δὲν εἶναι ὀρθόν.

(*) Τὸ ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας ἔχει διατυπωθῆ τὸ πρῶτον ὑπὸ τοῦ 'Αριστοτέλους (εἰς τὴν πραγματείαν αὐτοῦ τῆς Φυσικῆς ἀκροάσεως, Δ8 215,α) ὡς ἑξῆς:

«Ἔτι οὐδεὶς ἔχοι εἰπεῖν διατί κινηθὲν στήσεταί που ἂν τί γὰρ μᾶλλον ἐνταῦθα ἢ ἐνταῦθα; ὥστε ἢ ἠρεμήσει ἢ εἰς ἄπειρον ἀνάγκη φέρεσθαι, ἐὰν μή τι ἐμποδίσῃ κρεῖττον ».

['Ερμηνεία : Προσέτι οὐδεὶς θὰ ἠδύνατο νὰ εἴπῃ διατί κινηθὲν σῶμα θὰ σταματήσῃ κάπου· διότι διατί νὰ σταματήσῃ ἐδῶ καὶ ὄχι ἐκεῖ; ὥστε ἢ θὰ ἠρεμήσῃ ἢ κατ' ἀνάγκην θὰ κινῆται ἐπ' ἄπειρον, ἐὰν δὲν τὸ ἐμποδίσῃ ἰσχυροτέρα τῆς κινούσης αὐτὸ δύναμις].

'Αλλὰ καὶ τὸ πρῶτον μέρος τοῦ ἀξιώματος τὸ συναντῶμεν διατυπωμένον ὑπὸ τοῦ 'Αριστοτέλους (εἰς τὴν πραγματείαν αὐτοῦ Περὶ Οὐρανοῦ Β13 295, α) ὡς ἑξῆς:

« Εἰ δὲ μὴ ἔστι μήτε φύσει μήτε βίᾳ ὅλως οὐδὲν κινηθήσεται ».

['Ερμηνεία : 'Εὰν δὲ δὲν ὑπάρχῃ κίνησις τῶν σωμάτων μήτε ἐκ φύσεως (ὅπως εἶναι ἡ κίνησις συνεπείᾳ τῆς βαρύτητος) μήτε ἐξ ἐπιδράσεως δυνάμεως, οὐδὲν θὰ εἶναι δυνατὸν νὰ κινηθῇ].

Βλ. **Εὐαγγ. Σταμάτη,** Πρακτικὰ τῆς 'Ακαδημίας 'Αθηνῶν, τόμ. 34ος σ. 272 - 273, 1959.

Ἐπίσης συνάγεται, ὅτι **« Σῶμα ἠρεμοῦν οὐδέποτε δύναται ἀφ' ἑαυτοῦ νὰ κινηθῇ, ἢ ἐὰν κινῆται δὲν δύναται νὰ ἠρεμήσῃ, ἄνευ τῆς ἐνεργείας ἐξωτερικῆς δυνάμεως».**

Τοῦ γεγονότος τούτου δυνάμεθα νὰ λάβωμεν κατὰ προσέγγισιν ἀντίληψιν ἀμέσως ἐκ τῆς ἐμπειρίας.

Πράγματι, ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ἐὰν ἓν σῶμα ἠρεμῇ (δηλαδὴ τὸ σῶμα ἔχῃ ταχύτητα μηδέν), καὶ ἐπὶ τοῦ σώματος οὐδεμία δύναμις ἐξασκῆται (ἢ ἐὰν ἐξασκοῦνται ἐπ' αὐτοῦ δυνάμεις, ἡ συνισταμένη αὐτῶν εἶναι ἴση πρὸς μηδέν), τὸ σῶμα ἐξακολουθεῖ νὰ ἠρεμῇ, δηλ. ἐξακολουθεῖ νὰ διατηρῇ τὴν ταχύτητά του ἴσην πρὸς μηδέν.

Ἐξ ἄλλου, ἐὰν ἐκσφενδονίσωμεν ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους μικρὰν σφαῖραν, αὕτη, ἀφοῦ διανύσῃ ὡρισμένον διάστημα, φαίνεται ἐκ πρώτης ὄψεως ὅτι ἠρεμεῖ ἀφ' ἑαυτῆς. Προσεκτικωτέρα ὅμως παρατήρησις τοῦ φαινομένου τούτου ἄγει εἰς τὰ ἀκόλουθα: Ἐὰν ἐκσφενδονίσωμεν διαδοχικῶς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐπὶ ἐδάφους διαφόρου φύσεως, βλέπομεν ὅτι ἡ σφαῖρα, ἀναλόγως τῆς φύσεως τοῦ ἐδάφους, διανύει διάφορον διάστημα, μέχρις ὅτου ἠρεμήσῃ, καὶ μάλιστα τὸ διανυόμενον διάστημα εἶναι τόσον μεγαλύτερον, ὅσον περισσότερον λεῖον εἶναι τὸ ἔδαφος.

Ἡ παρατήρησις αὕτη δεικνύει, ὅτι ἡ αἰτία, διὰ τὴν ὁποίαν ἠρεμεῖ ἡ σφαῖρα, εἶναι ἡ φύσις τοῦ ἐδάφους, ἐπὶ τοῦ ὁποίου αὕτη κινεῖται, μὲ ἄλλους λόγους ἡ τριβὴ ἤ, ἀκόμη, καὶ ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος. Ὅτι δὲ τῶν αἰτίων τούτων μὴ ὑπαρχόντων ἡ σφαῖρα θὰ ἐκινεῖτο ἐπ' ἄπειρον, συνάγεται εὐθὺς ἀπὸ τὸ πρῶτον καὶ τρίτον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος. Διότι τὸ βάρος τῆς σφαίρας ἐξουδετεροῦται ὑπὸ ἴσης ἀντιδράσεως καὶ συνεπῶς αὕτη θὰ συμπεριεφέρετο ὡς ἐλεύθερον κινητόν.

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω ἀξιώματος προκύπτουν τὰ ἀκόλουθα συμπεράσματα:

1.- Σῶμα οὐδέποτε δύναται ἀφ' ἑαυτοῦ νὰ μεταβάλῃ τὴν κινητικήν του κατάστασιν.

2.- Ἐὰν ἐπὶ σώματος δὲν ἐπενεργῇ δύναμις, τὸ σῶμα ἢ θὰ ἠρεμῇ ἢ θὰ κινῆται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς.

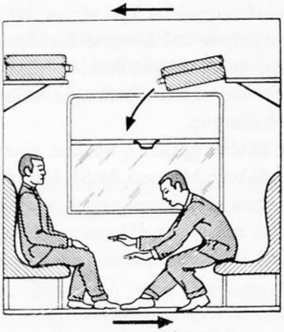
3.- Ἐὰν ἐπὶ σώματος ἐπενεργῇ δύναμις, τὸ σῶμα θὰ ἐκτελῇ κίνησιν μεταβαλλομένην καὶ θὰ ἔχῃ ἑπομένως ἐπιτάχυνσιν.

4.- Ἐὰν σῶμα ἔχῃ ἐπιτάχυνσιν, ὁπότε κατ' ἀνάγκην ἐπ' αὐτοῦ ἐπενεργεῖ δύναμις, καὶ αἴφνης παύσῃ ἐπενεργοῦσα ἡ δύναμις, τὸ σῶμα θὰ ἐξακολουθήσῃ κινούμενον εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς, μὲ ταχύτητα, ἥτις ἰσοῦται κατὰ μέτρον καὶ διεύθυνσιν πρὸς τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν εἶχε τὸ κινητὸν κατὰ τὴν στιγμήν, καθ' ἣν ἡ δύναμις ἔπαυσεν ἐπενεργοῦσα.

82. Ἀδράνεια. Ἐκ τοῦ πρώτου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος προκύπτει, ὅτι ἡ ὕλη ἐμφανίζει τὴν χαρακτηριστικὴν ἰδιότητα νὰ παρουσιάζῃ « ἀ ν τ ί σ τ α σ ι ν » ἢ « ν ω χ έ λ ε ι α ν » εἰς πᾶσαν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς της καταστάσεως. Τὴν ἰδιότητα ταύτην τῆς ὕλης καλοῦμεν ἀ δ ρ ά ν ε ι α ν Ἤτοι, **« ὀνομάζομεν ἀ δ ρ ά ν ε ι α ν τὴν χαρακτηριστικὴν ἰδιότητα, τὴν ὁποίαν παρουσιάζει ἡ ὕλη, νὰ ἀνθίσταται εἰς κάθε προσπάθειαν μεταβολῆς τῆς ταχύτητός της, ἢ ἄλλως, τὴν ἰδιότητα τῶν σωμάτων νὰ διατηροῦν σταθερὰν τὴν ταχύτητά των ».** Διὰ τὸν λόγον δὲ τοῦτον καὶ τὸ πρῶτον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος ἐκλήθη **« ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας »**.

Τὰ ἀποτελέσματα τῆς ἀδρανείας ἐκδηλοῦνται τόσον ἐντονώτερα, ὅσον μᾶλλον ἀποτόμως ἐπιδιώκομεν νὰ προκαλέσωμεν τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως τῶν σωμάτων. Οὕτω, ἐὰν ἐπιδιώκωμεν νὰ θέσωμεν βαθμιαίως εἰς κίνησιν σῶμα ἠρεμοῦν, τὸ σῶμα φαίνεται ὡς ὑπακοῦον εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς του καταστάσεως, χωρὶς νὰ ἐκδηλώνῃ οὐσιώδη ἀντίστασιν· ἐὰν ὅμως ἐπιδιώξωμεν ἀποτόμως νὰ τὸ θέσωμεν εἰς κίνησιν, τὸ σῶμα ἐκδηλώνει μεγάλην ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς του καταστάσεως.

Παραδείγματα τῶν ἀποτελεσμάτων τῆς ἀδρανείας συναντῶμεν ἄφθονα εἰς τὸν καθ' ἡμέραν βίον. Οὕτω, οἱ ἐπιβάται τροχιοδρομικοῦ ὀχήματος εὑρισκομένου ἐν κινήσει κλίνουν ἀποτόμως πρὸς τὰ ἐμπρός, ὅταν ὁ ὁδηγός, ἐν ὄψει κινδύνου, προκαλῇ ἀπότομον τροχοπέδησιν (φρενάρισμα) τοῦ ὀχήματος (σχ. 129). Ὁμοίως, ἐὰν ἄπειρος ὁδηγὸς προκαλέσῃ τὴν ἀπότομον ἐκκίνησιν τοῦ ὀχήματος, τότε ὅλοι οἱ ἐπιβάται κλίνουν ἀποτόμως πρὸς τὰ ὀπίσω.



Σχ. 129. Ὁ ἄνθρωπος φέρεται πρὸς τὰ ἐμπρός, λόγῳ τῆς ἀποτόμου τροχοπεδήσεως τοῦ ὀχήματος.

Διὰ τὸν αὐτὸν λόγον, προκειμένου νὰ κατέλθῃ τις ἀπὸ ὀχήματος εὑρισκομένου ἐν κινήσει, ὀφείλει κατὰ τὴν κατάβασιν νὰ κλίνῃ τὸ σῶμά του πρὸς τὰ ὀπίσω, ἵνα μὴ καταπέσῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους.

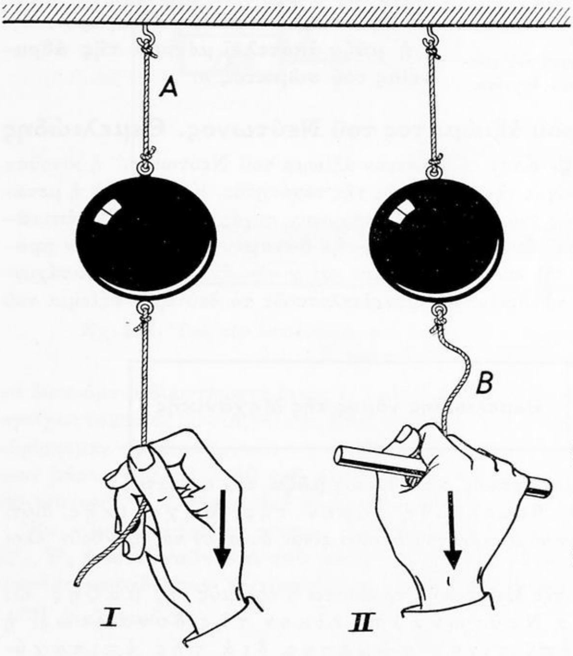
Λίαν διδακτικὸν παράδειγμα τῆς ἐκδηλώσεως τῆς ἀδρανείας εἶναι καὶ τὸ ἀκόλουθον: Θύρα ἀνοικτὴ δύναται νὰ κλεισθῇ ἁπλῶς δι' ἐλαφρᾶς ὠθήσεως αὐτῆς μὲ τὸν μικρὸν δάκτυλον τῆς χειρός· ἐὰν ὅμως βάλωμεν ἐναντίον τῆς θύρας διὰ πιστολίου, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ σφαῖρα διαπερᾷ τὴν θύραν, χωρὶς ὅμως νὰ ἐπιφέρῃ τὸ κλείσιμον αὐτῆς.

Ὁμοίως, εἰς τὸ σχῆμα 129 α, ὅταν σύρωμεν ἠπίως, θραύεται τὸ ἄνω σχοινίον, διότι, λόγῳ τῆς ἠπίας μεταβολῆς τῆς κινητικῆς καταστάσεως τῆς σφαίρας, αὐτὴ ἐκδηλώνει πολὺ μικρὰν ἀντίστασιν λόγῳ τῆς ἀδρανείας της καί, ὡς ἐκ τούτου, τὸ ἄνω σχοινίον, ὡς εὑρισκόμενον ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τοῦ βάρους τῆς σφαίρας καὶ τῆς ἑλκτικῆς δυνάμεως τῆς ἀσκουμένης μέσῳ τοῦ κάτω σχοινίου, θραύεται. Ἐὰν ὅμως σύρωμεν ἀ π ο τ ό μ ω ς, τότε ἐπιδιώκομεν νὰ μεταβάλωμεν ἀποτόμως τὴν κινητικὴν κατάστασιν τῆς σφαίρας· ὡς ἐκ τούτου αὕτη ἐκδηλώνει πολὺ μεγάλην ἀντίστασιν καὶ ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου θραύεται τὸ κάτω σχοινίον.

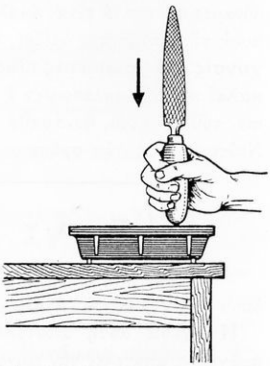
Ἐπίσης, ἐὰν ἡ σφαῖρα εἶναι προσδεδεμένη διὰ σχοινίου καὶ κεῖται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ἐὰν ἐπιδιώξωμεν ἐνεργοῦντες ἐπὶ τοῦ σχοινίου νὰ ἀνυψώσωμεν αὐτὴν ἀποτόμως, δὲν κατορθοῦμεν τοῦτο, διότι θραύεται τὸ σχοινίον διὰ τὸν ἀνωτέρω ἐκτεθέντα λόγον.

Ὅταν θέλωμεν νὰ στερεώσωμεν λίμαν ἐπὶ τῆς ξυλολαβῆς της (σχ. 130), τοποθετοῦμεν ἀρχικῶς αὐτὴν ἐπὶ τῆς ξυλολαβῆς καί, κρατοῦντες τὴν ξυλολαβὴν διὰ τῆς χειρός, εἰς κατακόρυφον θέσιν, κινοῦμεν αὐτὴν *ἀποτόμως*, ὥστε νὰ προσκρούσῃ ἐπὶ ἀκλονήτου κωλύματος, π.χ. τῆς τραπέζης ἐργασίας (πάγκου). Διὰ τῆς κινήσεως ταύτης μεταδίδομεν ἐπιτάχυνσιν εἰς τὴν λίμαν καὶ ἑπομένως ταχύτητα καί, ὅταν ἡ ξυλολαβὴ προσκρούσῃ ἐπὶ τοῦ ἀκλονήτου κωλύματος, ἀκινητεῖ, ἐνῷ ἡ λίμα, λόγῳ τῆς ἀδρανείας της, ἐπιδιώκει νὰ διατηρήσῃ τὴν κίνησίν της, οὕτω δὲ εἰσχωρεῖ βαθύτερον ἐπὶ τῆς ξυλολαβῆς.

Διὰ τὸν αὐτὸν λόγον, προκειμένου νὰ « καταβιβάσωμεν » τὸν ὑδράργυρον τοῦ ἰατρικοῦ θερμομέτρου, κρατοῦντες τοῦτο διὰ τῆς χειρός μας, τὸ τινάσσομεν ἀποτόμως. Ἐπίσης ὅταν θέλωμεν νὰ ἐκδιώξωμεν σταγόνας ὕδατος ἐκ τῶν βρεγμένων χειρῶν μας ἐκτινάσσομεν αὐτὰς *ἀποτόμως*. Διὰ τῆς τοιαύτης κινήσεως ἡ χείρ μας ἀποκτᾷ βαθμηδὸν ταχύτητα καὶ ἀκολούθως τὴν σταματῶμεν ἀποτόμως, ὁπότε, λόγῳ τῆς ἀδρανείας, αἱ σταγόνες ἐξακολουθοῦν νὰ κινοῦνται καὶ ἀπομακρύνονται οὕτω τῆς χειρός μας.

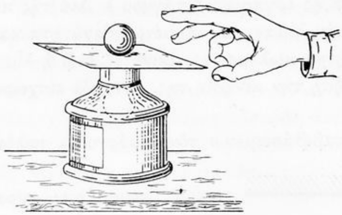


Σχ. 129 α. Ἡ σφαῖρα ἔχει μᾶζαν 10 kgr περίπου. Ἐὰν σύρωμεν ἠπίως, θραύεται τὸ ἄνω σχοινίον (θέσις A), ἐὰν δὲ σύρωμεν ἀποτόμως, θραύεται τὸ κάτω (θέσις B).



Σχ. 130. Στερέωσις λίμας ἐπὶ ξυλολαβῆς.

Εἰς τὸ σχῆμα 131, ὅταν σύρωμεν ὁριζοντίως καὶ ἠπίως τὸ χαρτόνιον, ἡ σφαῖρα παρακολουθεῖ αὐτὸ εἰς τὴν κίνησίν του, διότι συγκρατεῖται ἐπ' αὐτοῦ λόγῳ τῆς τριβῆς μεταξὺ τῆς ἐπιφανείας στηρίξεως τῆς σφαίρας καὶ τοῦ χαρτονίου. Ἐὰν ὅμως κτυπήσωμεν ἀποτόμως τὸ χαρτόνιον, λόγῳ τῆς ἐντόνου ἐκδηλώσεως τῆς ἀδρανείας τῆς σφαίρας — ἐπειδὴ ἐπιδιώκομεν νὰ θέσωμεν ἀποτόμως αὐτὴν εἰς κίνησιν — ἡ δύναμις ἀδρανείας ὑπερνικᾷ τὴν τριβὴν καὶ οὕτω τὸ μὲν χαρτόνιον ἐκτοξεύεται, ἡ δὲ σφαῖρα πίπτει ἐντὸς τοῦ δοχείου.



Σχ. 131. Δι' ἀποτόμου ἐκτινάξεως τοῦ χαρτονίου ἡ σφαῖρα πίπτει ἐντὸς τοῦ δοχείου.

Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ὅσον περισσότερον εἶναι τὸ ποσὸν τῆς ὕλης, ἤτοι ὅσον μεγαλυτέραν μᾶζαν ἔχει τὸ σῶμα, τόσον τοῦτο παρουσιάζει μεγαλυτέραν ἀδράνειαν καὶ ἑπομένως δυνάμεθα νὰ λέγωμεν, ὅτι **« ἡ μᾶζα ἀποτελεῖ μέτρον τῆς ἀδρανείας τοῦ σώματος »**.

83. Σπουδὴ τοῦ δευτέρου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος. Θεμελιώδης νόμος τῆς Μηχανικῆς. Κατὰ τὸ δεύτερον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος, ἡ κινοῦσα δύναμις πρέπει νὰ εἶναι ἀνάλογος τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος. Καί, ἐπειδὴ ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος ὁρίζει, ὡς γνωστόν, τὴν ἐπιτάχυνσιν, συνάγομεν ὅτι **« ἡ ἐπιτάχυνσις ἑνὸς σώματος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία τὴν προκαλεῖ »**. Ἐὰν καλέσωμεν F τὴν κινοῦσαν δύναμιν καὶ γ τὴν ἀντίστοιχον ἐπιτάχυνσιν τοῦ κινητοῦ, δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν ἀναλυτικῶς τὸ δεύτερον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος διὰ τῆς σχέσεως:

$\mathbf{F = m \cdot \gamma}$	**Θεμελιώδης νόμος τῆς Μηχανικῆς**

ὅπου m συντελεστὴς ἀναλογίας θετικός, καλούμενος **μᾶζα** τοῦ σώματος.

Ἡ σχέσις αὐτὴ ἀποτελεῖ θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς, διότι πράγματι ἀποτελεῖ τὸν μόνον νόμον, ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι δυνατὸν νὰ ἐξαχθοῦν ὅλοι οἱ ἄλλοι νόμοι της.

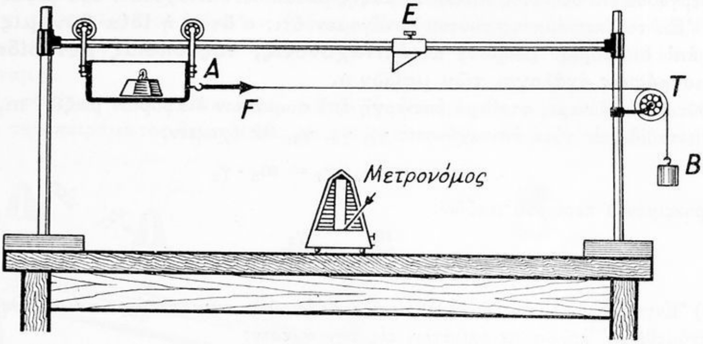
Ἐκ τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς προκύπτει ὁ ὁρισμὸς τῆς μάζης ὡς «τὸ σταθερὸν (κατὰ Νεύτωνα) πηλίκον τῆς δυνάμεως, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπί τινος σώματος, διὰ τῆς ἐπιταχύνσεως, τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τοῦτο».

Πειραματικαὶ ἐπαληθεύσεις τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς. Διὰ τῆς εἰσαγωγῆς τῆς θεμελιώδους ἐξισώσεως τῆς Μηχανικῆς $F = m \cdot \gamma$, πᾶσα κίνησις τοῦ ὑλικοῦ σημείου καθορίζεται πλήρως διὰ τριῶν μόνον παραγόντων, ἤτοι α) τῆς κινούσης δυνάμεως F, β) τῆς μάζης m τοῦ ὑλικοῦ σημείου καὶ γ) τῆς ἐπιταχύνσεως γ. Τὰ τρία ταῦτα μεγέθη ἑπομένως ἀποτελοῦν τὰς τρεῖς μεταβλητὰς παραμέτρους, αἱ ὁποῖαι συνθέτουν ὅλην τὴν ποικιλίαν τῶν ἐν τῇ Φύσει κινήσεων.

Διὰ τὴν ἐπαλήθευσιν τῆς ἐξισώσεως ταύτης θὰ ἠδυνάμεθα νὰ καταφύγωμεν εἰς τὸ πείραμα συγκρίνοντες ἀνὰ δύο τὰ τρία μεγέθη F, m καὶ γ. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἀντλοῦμεν νόμους μ ε ρ ι κ ο ὺ ς περιεχομένους εἰς τὸν ὡς ἄνω γ ε ν ι κ ό ν.

α) Διατηροῦντες κατὰ πρῶτον τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος σταθερὰν καὶ ἐξετάζοντες πῶς συμμεταβάλλονται τὰ μεγέθη F καὶ γ.

Πρὸς τοῦτο εἰς τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 132 ἐφαρμόζομεν εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ νήματος βάρος B = 20 gr*, προσδιορίζομεν δὲ μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ μετρονόμου



Σχ. 132. Ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τοῦ βάρους B τὸ ἁμάξιον ἀποκτᾷ ἐπιτάχυνσιν. (E, κώλυμα διὰ τὸ ἁμάξιον.)

τὰ διανυόμενα διαστήματα ἐντὸς 1, 2 καὶ 3 δευτερολέπτων, τὰ ὁποῖα εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως ἴσα πρὸς 20 cm, 80 cm, 180 cm, καὶ ἐκ τοῦ τύπου $s = 1/2 \cdot \gamma \cdot t^2$ ἢ $\gamma = 2s/t^2$ εὑρίσκομεν τὴν ἐπιτάχυνσιν : $\gamma = 40$ cm/sec². Ἐὰν ἀκολούθως ἐφαρμόσωμεν διπλάσιον βάρος, δηλ. B = 40 gr*, ἐργαζόμενοι καθ' ὅμοιον τρόπον εὑρίσκομεν, ὅτι $\gamma = 80$ cm/sec². Καὶ τέλος, διὰ βάρος B = 60 gr*, εὑρίσκομεν ὅτι: $\gamma = 120$ cm/sec².

Ἐκ τῶν μετρήσεων τούτων συνάγομεν, ὅτι: **« ὅταν δυνάμεις σταθεραὶ F_1, F_2, F_3 ἐπενεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σώματος, αἱ ἐπιταχύνσεις γ_1, γ_2, γ_3, τὰς ὁποίας μεταδίδουν ἀντιστοίχως, εἶναι ἀνάλογοι τῶν δυνάμεων ».**

Ἢ ἀναλυτικῶς:

$$\frac{F_1}{\gamma_1} = \frac{F_2}{\gamma_2} = \frac{F_3}{\gamma_3}$$

ἢ προκειμένου περὶ δύο δυνάμεων :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$$

β) Διατηροῦντες τὴν δύναμιν F ἀμετάβλητον καὶ ἐξετάζοντες πῶς συμμεταβάλλονται τὰ μεγέθη m καὶ γ.

Πρὸς τοῦτο ἐκτελοῦμεν δευτέραν σειρὰν μετρήσεων, ἀφήνοντες τὴν κινητήριον δύναμιν ἀμετάβλητον καὶ μεταβάλλοντες τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος.

Εἰς τὴν προηγουμένην σειρὰν πειραμάτων τὸ συνολικὸν βάρος τοῦ κινουμένου σώματος ἦτο 500 gr* καὶ ἑπομένως ἡ μᾶζά του ἦτο 500 gr, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δὲ δυνάμεως π.χ. 60 gr* ἐλάμβανεν ἐπιτάχυνσιν 120 cm/sec². Ἐὰν ἤδη διὰ καταλλήλου τρόπου αὐξήσωμεν τὸ βάρος τοῦ κινουμένου σώματος εἰς 1000 gr*, ὁπότε ἡ μᾶζά του καθίσταται 1000 gr, ἤτοι διπλασία, διατηρήσωμεν δὲ τὴν αὐτὴν κινητήριον δύναμιν, ἤτοι 60 gr*, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις, τὴν ὁποίαν λαμβάνει, εἶναι: $\gamma =$ 60 cm/sec², δηλ. τὸ ἥμισυ τῆς προηγουμένης. Ἤτοι ἡ αὐτὴ κινητήριος δύναμις ἐπενεργοῦσα ἐπὶ σώματος διπλασίας μάζης μεταδίδει ἐπιτάχυνσιν δύο φορὰς μικροτέραν. Ἐκ τοῦ πειράματος τούτου συνάγομεν ὅτι: **« ὅταν ἡ ἰδία δύναμις ἐπενεργῇ ἐπὶ διαφόρων μαζῶν, αἱ ἐπιταχύνσεις, τὰς ὁποίας μεταδίδει, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν μαζῶν ».**

Οὕτω, ἐὰν δύναμις σταθερὰ ἐπενεργῇ ἐπὶ σωμάτων διαφόρων μαζῶν m_1, m_2, m_3 καὶ μεταδίδῃ εἰς αὐτὰ ἐπιταχύνσεις γ_1, γ_2, γ_3, θὰ ἔχωμεν:

$$m_1 \cdot \gamma_1 = m_2 \cdot \gamma_2 = m_3 \cdot \gamma_3$$

ἢ προκειμένου περὶ δύο μαζῶν:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$$

γ) Ἐντελῶς ἀναλόγως δυνάμεθα νὰ κρατήσωμεν τὴν ἐπιτάχυνσιν σταθεράν, ὁπότε ἀγόμεθα δι' ἁπλῶν πειραμάτων εἰς τὴν σχέσιν:

$$\frac{F_1}{m_1} = \frac{F_2}{m_2} = \frac{F_3}{m_3}$$

ἢ προκειμένου περὶ δύο δυνάμεων:

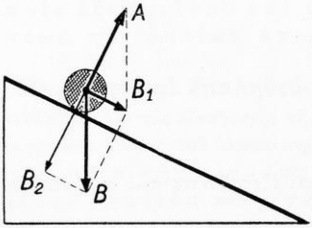
$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

ἤτοι **« αἱ δυνάμεις εἶναι ἀνάλογοι τῶν μαζῶν διὰ τὴν αὐτὴν τιμὴν ἐπιταχύνσεως ».**

Ἐπίδρασις σταθερᾶς δυνάμεως. Ἰδιαιτέρας σπουδαιότητος εἶναι ἡ περίπτωσις, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ ἐπὶ τοῦ κινητοῦ ἐνεργοῦσα δύναμις διατηρεῖται σταθερὰ κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως.

Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ κίνησις εἶναι εὐθύγραμμος καὶ ὅτι F εἶναι ἡ κινοῦσα δύναμις, γ ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ m ἡ μᾶζα τοῦ κινητοῦ. Ἐκ τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς μηχανικῆς $F = m \cdot \gamma$ προκύπτει ὅτι, ἀφοῦ ἡ δύναμις F εἶναι σταθερά, καὶ ἡ κίνησις θὰ εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη.

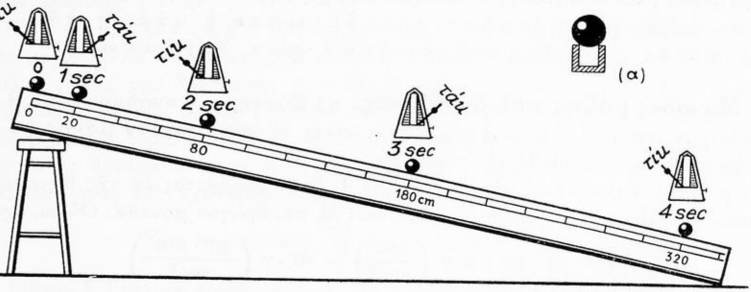
Τοῦτο ἀπέδειξε πειραματικῶς ὁ Γαλιλαῖος ἀναζητῶν τοὺς νόμους, τοὺς ὁποίους ἀκολουθοῦν εἰς τὴν κίνησίν των τὰ πίπτοντα σώματα, πειραματιζόμενος ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου.



Σχ. 133. Κεκλιμένον ἐπίπεδον.

Ἐὰν ἀφήσωμεν μικρὰν σφαῖραν νὰ πίπτῃ ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου (σχ. 133), εὑρίσκομεν διὰ τοῦ πειράματος, ὅτι ἡ κίνησις εἶναι εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη. Ἐὰν ἐξετάσωμεν λεπτομερῶς τὴν ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου εὑρισκομένην σφαῖραν, παρατηροῦμεν ὅτι αὕτη εὑρίσκεται ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν δύο δυνάμεων, τοῦ βάρους της B διευθυνομένου κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω καὶ τῆς ἀντιδράσεως A τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου διευθυνομένης καθέτως ἐπὶ τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον καὶ πρὸς τὰ ἄνω. Τὸ βάρος ὅμως B ἀναλύεται εἰς δύο ὀρθογωνίους συνιστώσας, τὴν B_2 κάθετον ἐπὶ τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, ἡ ὁποία ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς A, ἐνῷ ἡ ἄλλη συνιστῶσα, ἡ B_1, ἡ παράλληλος πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, ἀποτελεῖ τὴν κινητήριον δύναμιν.

Ἐπὶ τῆς σφαίρας λοιπὸν ἐπενεργεῖ μόνον ἡ δύναμις B_1, ἡ ὁποία εἶναι σταθερὰ καί, ὡς ἐκ τοῦ πειράματος δεικνύεται, μεταδίδει εἰς αὐτὴν κίνησιν εὐθύγραμμον ὁμα-



Σχ. 134. Πειραματικὴ διάταξις διὰ τὴν σπουδὴν τοῦ 2ου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος.

λῶς ἐπιταχυνομένην. Πράγματι, ἐὰν ρυθμίσωμεν τὴν κίνησιν τοῦ χρονομέτρου (μετρονόμου), οὕτως ὥστε εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου κτυπήματος μετὰ τὸ ἀρχικὸν κτύπημα νὰ φθάνῃ εἰς τὴν διαίρεσιν 20, κατὰ τὸ ἑπόμενον κτύπημα θὰ φθάσῃ εἰς τὸ 80, κατὰ τὸ ἀμέσως ἑπόμενον εἰς τὸ 180 καὶ τέλος εἰς τὸ 320 (σχ. 134). Ἤτοι «τὰ διανυόμενα διαστήματα εἶναι ἀνάλογα τῶν τετραγώνων τῶν χρόνων», ὅπερ ἀποτελεῖ τὸν γνωστὸν νόμον τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως (βλ. σελ. 94).

*** Ἀρχὴ τῆς ἐπαλληλίας τῶν δυνάμεων.** Ἐὰν ἐπὶ σώματος ἐπενεργοῦν δύο ἢ περισσότεραι δυνάμεις, τὸ ἀποτέλεσμα ἑκάστης τῶν δυνάμεων οὐδόλως ἐπηρεάζεται ἐκ τοῦ ἀποτελέσματος τῆς ἄλλης.

Ἔστω ὅτι ἐπὶ ὑλικοῦ σημείου ἐπενεργοῦν συγχρόνως διάφοροι δυνάμεις μεταδίδουσαι εἰς τοῦτο ἐπιτάχυνσιν γ. Ἐὰν αἱ δυνάμεις ἐνήργουν μεμονωμένως, θὰ μετέδιδον εἰς τὸ κινητὸν ἰδίαν ἑκάστη ἐπιτάχυνσιν.

Ἔστω ὅτι ἡ δύναμις $\mathcal{F}_1$ μεμονωμένως μεταδίδει ἐπιτάχυνσιν γ_1, ἡ δύναμις $\mathcal{F}_2$ ἐπιτάχυνσιν γ_2, ἡ δύναμις $\mathcal{F}_3$ ἐπιτάχυνσιν γ_3 κ.ο.κ. ὁπότε θὰ ἔχωμεν:

$$\mathcal{F}_1 = \mathrm{m}\,\gamma_1, \quad \mathcal{F}_2 = \mathrm{m}\,\gamma_2, \quad \mathcal{F}_3 = \mathrm{m}\,\gamma_3 \text{ κ.ο.κ.}$$

ὥστε:

$$\mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2 + \mathcal{F}_3 \ldots = \mathrm{m}\,(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 \ldots)$$

Ἀλλὰ ἐξ ἄλλου τὸ $\mathscr{F}_1 + \mathscr{F}_2 + \mathscr{F}_3 \ldots$ ἀποτελεῖ ὡς γνωστὸν τὴν συνισταμένην Σ ὅλων τῶν ἐπὶ τοῦ ὑλικοῦ σημείου ἐφηρμοσμένων δυνάμεων καὶ θὰ εἶναι: $\Sigma = m \cdot \gamma$,

ὅθεν
$$m \cdot \gamma = m\ (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \ldots)$$
ἢ
$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \ldots$$

ἤτοι: « **Ἡ ἐπιτάχυνσις, τὴν ὁποίαν μεταδίδουν εἰς τὸ κινητὸν αἱ ἐπ' αὐτοῦ ἐφηρμοσμέναι δυνάμεις, ἰσοῦται πρὸς τὸ διανυσματικὸν ἄθροισμα τῶν ἐπιταχύνσεων, τὰς ὁποίας θὰ μετέδιδον εἰς αὐτὸ ἐπενεργοῦσαι ἑκάστη μεμονωμένως** ».

Τὸ ἀποτέλεσμα τοῦτο, τὸ ὁποῖον εἶναι ἀπόρροια τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς καὶ σημαίνει, ὅτι « τὰ μηχανικὰ ἀποτελέσματα τῶν δυνάμεων προστίθενται γεωμετρικῶς (διανυσματικῶς) », καλεῖται « **ἀρχὴ τῆς ἐπαλληλίας** ». Παλαιότερον ἐλέγετο ἡ ἀρχὴ αὕτη « διαλυτικὸν ἀξίωμα » ἢ « ἀρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν ἀποτελεσμάτων τῶν δυνάμεων ».

84. Μονάδες μάζης καὶ δυνάμεως. α) Σύστημα μονάδων C.G.S. Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ὡς μονὰς μάζης εἶναι τὸ **γραμμάριον μάζης** (1 gr), τοῦ ὁποίου ὁ ὁρισμὸς ἐδόθη εἰς τὴν § 20.

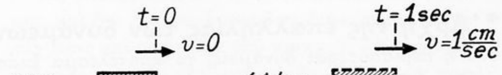
Ἡ μονὰς δυνάμεως εἰς τὸ σύστημα C.G.S. εὑρίσκεται ἐκ τῆς θεμελιώδους σχέσεως τῆς Μηχανικῆς $F = m \cdot \gamma$, ἀποτελεῖ δὲ παράγωγον μονάδα. Οὕτω, ἔχομεν:

$$F = m\ (\mathrm{gr}) \times \gamma \left(\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}^2}\right) = m \cdot \gamma \left(\frac{\mathrm{gr} \cdot \mathrm{cm}}{\mathrm{sec}^2}\right)$$

Ὁρίζομεν δὲ ὡς μονάδα δυνάμεως τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία, ἐπενεργοῦσα σταθερῶς ἐπὶ μάζης 1 γραμμαρίου, μεταδίδει εἰς αὐτὴν σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν 1 cm/sec². Ἡ οὕτω ὁριζομένη μονὰς ἐκλήθη **δύνη (1 dyn)**. Ἤτοι:

$$\boxed{1\ \mathrm{dyn} = 1\ \mathrm{gr} \times 1\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}^2} \ \text{ἢ}\ 1\ \mathrm{gr} \cdot \mathrm{cm} \cdot \mathrm{sec}^{-2}}$$

β) Σύστημα μονάδων M.K.S. Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο, ἐπειδὴ ἡ μᾶζα ἐκφράζεται εἰς kgr, δηλ. 1000 gr, καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς $\mathrm{m \cdot sec^{-2}}$, δηλ. $100\ \mathrm{cm \cdot sec^{-2}}$, ἕπεται ὅτι ἡ μονὰς δυνάμεως θὰ εἶναι $1000 \times 100 = 10^5$ φορὰς μεγαλυτέρα τῆς τοῦ συστήματος C.G.S.



Σχ. 135. Δύναμις 1 δύνης, ἐπενεργοῦσα ἐπὶ σώματος μάζης 1 gr εὑρισκομένου ἐν ἠρεμίᾳ, μεταδίδει εἰς αὐτὸ ἐπιτάχυνσιν 1 cm/sec², καί, ἐπομένως, εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου δευτερολέπτου, τὸ σῶμα ἔχει ἀποκτήσει ταχύτητα υ = 1 cm/sec καὶ διανύσει διάστημα 0,5 cm.

Ἡ νέα μονὰς καλεῖται **Newton (1 Νιοῦτον)** καὶ ὁρίζεται ὡς ἴση πρὸς τὴν δύναμιν ἐκείνην, ἡ ὁποία, ἐνεργοῦσα σταθερῶς ἐπὶ σώματος μάζης 1 kgr, προσδίδει εἰς αὐτὸ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην μὲ ἐπιτάχυνσιν $\gamma = 1\ \mathrm{m \cdot sec^2}$. Ἤτοι εἶναι:

$$\underline{1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kgr \cdot m \cdot sec^{-2}}}$$

γ) Τεχνικὸν σύστημα μονάδων. Εἰς τὸ Τ. Σ. μονάδων ὡς μονὰς δυνάμεως εἶναι τὸ **χιλιόγραμμον βάρους** (1 kgr*), τὸ ὁποῖον ἰσοῦται μὲ τὸ βάρος τοῦ «προτύπου χιλιογράμμου», δηλ. τὴν δύναμιν μὲ τὴν ὁποίαν ἕλκεται τοῦτο ὑπὸ τῆς Γῆς. Ὅπως θὰ ἴδωμεν περαιτέρω, ἡ μονὰς αὕτη ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ τόπου, εἰς τὸν ὁποῖον γίνεται ἡ μέτρησις. Ἐπειδὴ ὅμως αἱ ἀπὸ τόπου εἰς τόπον μεταβολαὶ εἶναι μικραί, ἡ οὕτω ὁριζομένη μονὰς δυνάμεως δύναται νὰ θεωρηθῇ πρακτικῶς σταθερά.

Ἐκτὸς τῆς μονάδος 1 kgr*, χρησιμοποιεῖται καὶ τὸ χιλιοστὸν αὐτῆς, τὸ **γραμμάριον βάρους** (1 gr*).

Ἡ μονὰς μάζης ἡ χρησιμοποιουμένη ὑπὸ τῶν τεχνικῶν δὲν εἶναι θεμελιώδης μονάς, ἀλλὰ παράγωγος, δὲ καλεῖται **Τεχνικὴ μονὰς μάζης** (1 Τ. Μ. μάζης), ἐνῷ ἡ μονὰς τῆς δυνάμεως, χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr*), ἀποτελεῖ θεμελιώδη μονάδα εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα μονάδων. Ἡ μονὰς μάζης εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα εὑρίσκεται δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου, ἐὰν εἰς τὸν τύπον ὡς μονὰς δυνάμεως χρησιμοποιῆται τὸ 1 kgr*, ὡς μονὰς μάζης ἡ 1 Τ. Μ. μάζης, καὶ ὡς μονὰς ἐπιταχύνσεως τὸ 1 m/sec², ὅτε ἔχομεν:

$$F = m \cdot \gamma \quad \text{καὶ} \quad m\ (\text{εἰς Τ.Μ.}) = \frac{F}{\gamma}\ \left(\frac{\mathrm{kgr^*}}{\mathrm{m/sec^2}}\right)$$

Οὕτω, ἡ Τεχνικὴ μονὰς μάζης ὁρίζεται ὡς ἡ μᾶζα σώματος, τὸ ὁποῖον ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως 1 kgr* λαμβάνει ἐπιτάχυνσιν 1 m/sec², ἤτοι:

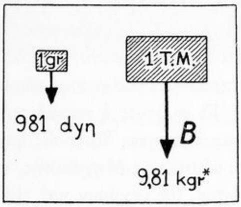
$$\boxed{1\ \text{Τ.Μ. μάζης} = \frac{1\ \mathrm{kgr^*}}{1\ \mathrm{m/sec^2}}\ \text{ἢ}\ 1\ \mathrm{kgr^* \cdot m^{-1} \cdot sec^2}}$$

Σχέσις μεταξὺ τῶν μονάδων γραμμαρίου βάρους (gr*) καὶ δύνης (dyn). Τὴν σχέσιν μεταξὺ τῶν μονάδων τούτων εὑρίσκομεν ὡς ἑξῆς: Συμφώνως πρὸς τὸν ὁρισμὸν τῆς μονάδος 1 kgr*, σῶμα μάζης 1 kgr ἕλκεται ὑπὸ τῆς Γῆς μὲ δύναμιν ἴσην πρὸς 1 kgr*. Ἐπειδὴ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως ταύτης τὸ σῶμα πίπτει ὡς γνωστὸν μὲ ἐπιτάχυνσιν ἴσην πρὸς 981 cm · sec⁻², προκύπτει δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς ἡ σχέσις:

$$1\ \mathrm{kgr^*} = 1000\ \mathrm{gr} \times 981\ \mathrm{cm \cdot sec^{-2}}$$

ἤτοι:

$$1\ \mathrm{kgr^*} = 981\ 000\ \mathrm{gr \cdot cm \cdot sec^{-2}} = 981\ 000\ \mathrm{dyn}.$$



Σχ. 136. Μᾶζα 1 gr ἔχει βάρος 981 dyn, ἐνῷ μᾶζα 1 Τ.Μ. ἔχει βάρος 9,81 kgr*.

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης προκύπτει ὅτι:

$$\boxed{1 \text{ gr}^* = 981 \text{ dyn}}$$

Σχέσις μεταξὺ Τεχνικῆς μονάδος μάζης (Τ. Μ. μάζης) καὶ χιλιογράμμου μάζης (kgr). Συμφώνως πρὸς τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῆς Μηχανικῆς, ἡ μᾶζα εἶναι τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως διὰ τῆς ἐπιταχύνσεως, ἤτοι:

$$m = \frac{F}{\gamma}$$

Ἀφ' ἑτέρου γνωρίζομεν, ὅτι σῶμα μάζης 1 kgr ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως 1 kgr* λαμβάνει ἐπιτάχυνσιν ἴσην πρὸς 9,81 $m \cdot sec^{-2}$. Ὥστε θὰ ἔχωμεν ἐκ τῆς σχέσεως $m = F/\gamma$:

$$1 \text{ kgr} = \frac{1 \text{ kgr}^*}{9{,}81 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-2}} = \frac{1}{9{,}81} \text{ kgr}^* \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{sec}^2 = \frac{1}{9{,}81} \text{ T.M.}$$

ἤτοι: $$\boxed{1 \text{ T.M. μάζης} = 9{,}81 \text{ kgr}}$$

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Μᾶζα 2 kgr ὑφίσταται ἐπιβράδυνσιν 0,1 m/sec². Ποία δύναμις ἐπενεργεῖ ἐπ' αὐτῆς.

Λύσις. Ἂν καλέσωμεν γ τὴν ἐπιβράδυνσιν τοῦ σώματος καὶ m τὴν μᾶζαν αὐτοῦ, τότε ἡ ἐπ' αὐτοῦ ἐπενεργοῦσα δύναμις F θὰ εἶναι, συμφώνως πρὸς τὸν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς, ἴση πρός:

$$F = m \cdot \gamma$$

Ἡ ἄσκησις ἂς λυθῇ εἰς τὸ σύστημα C.G.S. Θέτομεν $m = 2\,000$ gr, $\gamma = 10$ cm/sec², καὶ ἑπομένως ἔχομεν:

$$\underline{F = 2 \cdot 10^4 \text{ dyn.}}$$

2. Μᾶζα 12 kgr ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν δυνάμεως ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 4 cm/sec². Πόση εἶναι ἡ δύναμις εἰς kgr*. ($g = 9{,}81$ m/sec².)

Λύσις. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν δύναμιν εἰς kgr*, ὡς ζητεῖται, ἐνδείκνυται νὰ ἐργασθῶμεν εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα μονάδων. Ἡ δύναμις αὐτὴ δίδεται ἐκ τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς:

$$F = m \cdot \gamma$$

Θέτοντες: $m = 12/9{,}81$ Τ.Μ. μάζης καὶ $\gamma = 0{,}04$ m/sec², εὑρίσκομεν:

$$\underline{F = 0{,}049 \text{ kgr}^*.}$$

85. Μεταβολὴ τῆς μάζης μετὰ τῆς ταχύτητος. Κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς Μηχανικῆς ἐξητάσαμεν ὅλα γενικῶς τὰ κεφάλαια αὐτῆς ἀναφέροντες τοὺς συλλογισμούς μας πάντοτε πρὸς τὴν Γῆν, ἡ ὁποία ἐθεωρήσαμεν, κατόπιν συμφωνίας, ὅτι παραμένει ἀκίνητος, οὕτω δὲ συνηγάγομεν τοὺς διαφόρους νόμους τῆς Μηχανικῆς.

Ἐν τούτοις ἡ παραδοχὴ ὅτι ἡ Γῆ εἶναι ἀκίνητος δὲν ἀνταποκρίνεται εἰς τὴν πραγματικότητα, διότι ὡς γνωρίζομεν ἡ Γῆ κινεῖται. Γεννᾶται λοιπὸν τὸ ἐρώτημα, ἐὰν οἱ νόμοι τῆς Μηχανικῆς, τοὺς ὁποίους ἀνεύρομεν ἐπὶ τῇ ὑποθέσει ὅτι ἡ Γῆ εἶναι ἀκίνητος, θὰ ἰσχύουν καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ Γῆ κινεῖται.

Τὸ ζήτημα τοῦτο ἐξετάζει ἡ **σχετικὴ Μηχανική,** ἡ ὁποία ἄγει εἰς τὸ συμπέρασμα, ὅτι οἱ νόμοι τῆς Μηχανικῆς, τοὺς ὁποίους ἐσπουδάσαμεν διὰ τῆς παραδοχῆς ὅτι ἡ Γῆ παραμένει ἀκίνητος, ἰσχύουν καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν δεχόμεθα ὅτι ἡ Γῆ κινεῖται, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν ἀναφαίνονται ἰδιαζούσης φύσεως δυνάμεις, τὰς ὁποίας καλοῦμεν **« δυνάμεις ἀδρανείας »**.

Τ' ἀνωτέρω θὰ θίξωμεν μὲ τὴν ἀπαιτουμένην συντομίαν κατὰ τὴν διευκρίνησιν τοῦ ζητήματος τῆς κεντρομόλου καὶ φυγοκέντρου δυνάμεως (βλ. § 87 καὶ 88).

Ἐν τούτοις τελευταίως ἐπὶ τῇ βάσει τῆς **θεωρίας τῆς σχετικότητος** διάφοροι ἔννοιαι, ὡς π.χ. ἡ ἔννοια τῆς μάζης καὶ ἡ ἔννοια τῆς ἐνεργείας, ὡς θὰ ἴδωμεν περεταίρω, ἐτροποποιήθησαν οὐσιωδῶς.

Ἡ ἀνάπτυξις τόσον τῆς σχετικῆς Μηχανικῆς, ὅσον καὶ τῆς θεωρίας τῆς σχετικότητος, ἐκφεύγουν τῶν ὁρίων ἑνὸς διδακτικοῦ βιβλίου, προοριζομένου διὰ τὴν Μέσην Ἐκπαίδευσιν, ὡς ἐκ τούτου δὲ θὰ περιορισθῶμεν ν' ἀναφέρωμεν ὡρισμένα συμπεράσματα, εἰς τὰ ὁποῖα κατέληξεν ἡ θεωρία τῆς σχετικότητος, παρουσιάζοντα ἰδιαίτερον ἐνδιαφέρον.

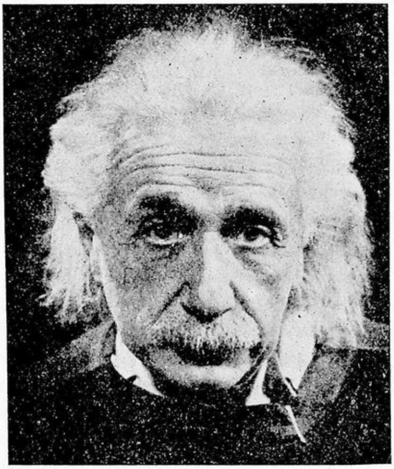
Μᾶζα. Ἐξ ὅσων μέχρι σήμερον γνωρίζομεν ἐκ τῆς σπουδῆς τῆς Μηχανικῆς, ἡ μᾶζα ἑνὸς σώματος παραμένει ἀμετάβλητος εἴτε τὸ σῶμα ἠρεμεῖ εἴτε κινεῖται, δηλ. ἡ μᾶζα ἑνὸς σώματος εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν κινητικὴν κατάστασιν αὐτοῦ.

Ὁ **Einstein (Ἀϊνστάϊν)**, εἰς τὴν διατυπωθεῖσαν ὑπ' αὐτοῦ θεωρίαν τῆς σχετικότητος, προβλέπει ὅτι ἡ μᾶζα ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς κινητικῆς καταστάσεως τοῦ σώματος καί, ἐὰν διὰ m_0 καλέσωμεν τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος ἐν ἠρεμίᾳ καὶ διὰ m τὴν μᾶζαν αὐτοῦ ὅταν κινῆται ὑπὸ ταχύτητα υ, κατὰ τὸν Einstein, μεταξὺ τῶν μεγεθῶν τούτων ὑφίσταται ἡ σχέσις:

$$\boxed{m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}}$$

ὅπου c παριστᾷ τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ φωτὸς ἐν τῷ κενῷ ($= 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec).

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω τύπου βλέπομεν, ὅτι ὅσον ἡ ταχύτης τοῦ σώματος γίνεται μεγαλυτέρα, τόσον καὶ ἡ μᾶζα αὐτοῦ αὐξάνεται. Ἄξιον παρατηρήσεως εἶναι ὅτι ἡ ἀνωτέρω πρόβλεψις τοῦ Einstein ἐπηληθεύθη διὰ τοῦ πειράματος.



ALBERT EINSTEIN (1879 - 1955)

Διάσημος Γερμανὸς - Ἰσραηλίτης Φυσικός, Μαθηματικὸς καὶ Ἀστρονόμος. Ἐτιμήθη μὲ τὸ Βραβεῖον Nobel τῆς Φυσικῆς τὸ 1921.

Εἰς τὸν ἀνωτέρω τύπον, ἐὰν θέσωμεν $\upsilon = c$, δηλαδὴ ἐὰν τὸ σῶμα κινῆται μὲ τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ φωτός, ἡ μᾶζα αὐτοῦ καθίσταται ἄπειρος, τὸ συμπέρασμα δὲ τοῦτο εἶναι κεφαλαιώδους σημασίας. Πράγματι, ἐξ ὅσων γνωρίζομεν μέχρι τοῦδε, ἡ μᾶζα τοῦ σώματος ἀποτελεῖ μέτρον τῆς ἀδρανείας αὐτοῦ, ἤτοι τῆς ἀντιστάσεως τὴν ὁποίαν προβάλλει τὸ σῶμα πρὸς μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως αὐτοῦ, ἢ ἄλλως εἰς τὴν μετάδοσιν εἰς αὐτὸ ἐπιταχύνσεως.

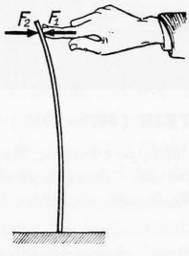
Ὅσον ἑπομένως ἡ ταχύτης τοῦ σώματος αὐξάνεται, καὶ ἡ μᾶζα τοῦ σώματος αὐξάνεται, κατὰ τὸν Einstein, καὶ ἑπομένως τὸ σῶμα καθίσταται ἀδρανέστερον, ἤτοι ἀπαιτεῖται μεγαλυτέρα δύναμις διὰ τὴν μετάδοσιν εἰς αὐτὸ ἐπιταχύνσεως. Ὅταν ὅμως ἐπιταχύνωμεν τὸ σῶμα μέχρις ὅτου τοῦτο ἀποκτήσῃ τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ φωτός, ἡ μᾶζα αὐτοῦ καθίσταται ἄπειρος καὶ εἶναι ἀδύνατον, ὁσονδήποτε μεγάλην δύναμιν καὶ ἐὰν ἐφαρμόσωμεν εἰς τὸ σῶμα, νὰ αὐξήσωμεν περαιτέρω τὴν ταχύτητα αὐτοῦ.

Δέον νὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, ἡ αὔξησις τῆς μάζης π.χ. ἑνὸς ἠλεκτρονίου εἰς τὸ διπλάσιον, εἰς τὴν ταχύτητα τῶν 260 000 km/sec, δὲν σημαίνει γένεσιν καὶ ἑτέρου ἠλεκτρονίου, ἀλλὰ σημαίνει ὅτι ἡ μέτρησις τοῦ πηλίκου F/γ δίδει τιμὴν διὰ τὸ κινούμενον ἠλεκτρόνιον διπλασίαν τῆς τιμῆς διὰ τὸ βραδέως κινούμενον ἠλεκτρόνιον.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ φωτὸς ἀποτελεῖ τὸ ἀνώτερον ὅριον μηχανικῆς ταχύτητος, δηλαδὴ εἶναι ἀδύνατον, κατὰ τὸν Einstein, ὑλικὸν σῶμα ν' ἀποκτήσῃ ταχύτητα μεγαλυτέραν τῆς ταχύτητος διαδόσεως τοῦ φωτὸς ἐν τῷ κενῷ. Διότι εἶναι δυνατὸν ὑλικὰ σωματίδια (ἰόντα, ἠλεκτρόνια) νὰ ἀποκτήσουν ταχύτητας μεγαλυτέρας τῆς ταχύτητος τοῦ φωτὸς ἐντὸς μέσου τινός, π.χ. ὕδατος.

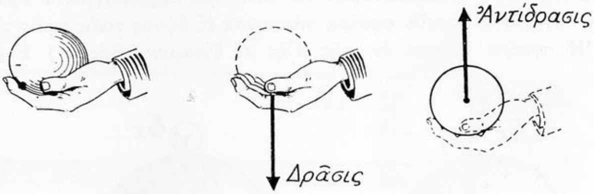
Ἡ μεταβολὴ τῆς μάζης σώματος μετὰ τῆς ταχύτητος καθίσταται αἰσθητὴ μόνον ὅταν ἡ ταχύτης τοῦ σώματος δὲν διαφέρῃ πολὺ τῆς ταχύτητος διαδόσεως τοῦ φωτός. Ἐὰν ὅμως υ εἶναι πολὺ μικρότερον τοῦ c, τότε ὁ ὅρος υ/c εἶναι πολὺ μικρὸς καὶ ἑπομένως ὁ ὅρος υ^2/c^2 δύναται νὰ παραλείπεται ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος πρὸ τῆς μονάδος, ὅτε ἐκ τοῦ ἀνωτέρω τύπου προκύπτει $m = m_0$. Ἑπομένως διὰ ταχύτητας πολὺ μικροτέρας τῆς διαδόσεως τοῦ φωτὸς ἡ μᾶζα παραμένει ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν κινητικὴν κατάστασιν τοῦ σώματος.

86. Σπουδὴ τοῦ τρίτου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος. Τὸ τρίτον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος διατυποῦται σήμερον ὡς ἑξῆς: « **Ἐὰν σῶμα Α ἐπενεργῇ ἐπὶ ἄλλου σώματος Β μὲ ὡρισμένην δύναμιν, τότε ταυτοχρόνως καὶ τὸ σῶμα Β ἐπενεργεῖ ἐπὶ τοῦ Α μὲ δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον** ». Ἐὰν τὴν ἐπενέργειαν τοῦ πρώτου τῶν σωμάτων ἐπὶ τοῦ δευτέρου καλέσωμεν «δρᾶσιν», τὴν δὲ ἐπενέργειαν τοῦ δευτέρου ἐπὶ τοῦ πρώτου «ἀντίδρασιν», τὸ ἀξίωμα τοῦτο δύναται νὰ διατυπωθῇ καὶ ὡς ἑξῆς: « **Εἰς πᾶσαν δρᾶσιν ἀναπτύσσεται ἴση ἀντίδρασις** ». Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται, ὅτι «οὐδέποτε ἐν τῇ φύσει ἀναφαίνεται ἡ ἐπενέργεια μιᾶς μόνης δυνάμεως, ἀλλ' αἱ δυνάμεις ἐμφανίζονται πάντοτε ἀνὰ δύο».

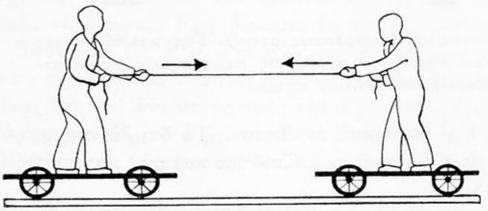


Σχ. 137. Τὸ ἔλασμα ἀντιδρᾷ μὲ ἴσην καὶ ἀντίθετον δύναμιν.

Οὕτω, ἐὰν διὰ τοῦ δακτύλου μας ἐξασκήσωμεν ἐπὶ ἐλάσματος (σχ. 137) μίαν δύναμιν F_1, τότε καὶ τὸ ἔλασμα ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ δακτύλου μας δύναμιν F_2 ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F_1. Ἐπίσης ὅταν κρατοῦμεν διὰ τῆς χειρός μας σφαῖραν (σχ. 138), αὕτη λόγῳ τοῦ βάρους της πιέζει τὴν χεῖρά μας (δρᾶσις), οἱ μυῶνες ὅμως τῆς χειρός μας ἀντιδροῦν καὶ ἐξασκοῦν δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον (ἀντίδρασις) καὶ δὲν ἀφήνουν τὴν σφαῖραν νὰ πέσῃ. Ὁμοίως, ἐπὶ δύο ὁμοίων ἁμαξίων ἵστανται δύο ἄνθρωποι ἔχοντες τὴν αὐτὴν μᾶζαν καὶ συνδέονται μεταξύ των διὰ τεταμένου σχοινίου (σχ. 139). Δυνάμεθα νὰ ἐξετάσωμεν τὰς ἀκολούθους περιπτώσεις δράσεως καὶ ἀντιδράσεως: Οἱ δύο ἄνθρωποι ἕλκουν τὸ σχοινίον α) ἀμφότεροι μὲ τὴν ἰδίαν δύναμιν, β) ὁ εἷς ἐντόνως καὶ ὁ ἄλλος ἀσθενῶς, γ) ὁ εἷς μὲ ὁσονδήποτε μεγάλην δύναμιν καὶ ὁ ἄλλος οὐδόλως. Εἰς ὅλας τὰς ἀνωτέρω περιπτώσεις δεικνύεται, ὅτι τὰ ἁμάξια τίθενται εἰς κίνησιν καὶ συναντῶνται εἰς τὸ μέσον τῆς ἀποστάσεως αὐτῶν.

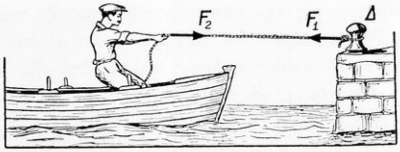


Σχ. 138. Ἡ σφαῖρα ἐξασκεῖ δύναμιν (δρᾶσιν), ἀλλὰ ἡ χεὶρ ἀντιδρᾷ μὲ ἴσην δύναμιν (ἀντίδρασιν).



Σχ. 139. Περίπτωσις δράσεως καὶ ἀντιδράσεως.

Ὁμοίως, ἐὰν ὁ ἄνθρωπος ὁ εὑρισκόμενος ἐπὶ τῆς λέμβου (σχ. 140) ἕλκῃ σχοινίον προσδεδεμένον ἐπὶ τῆς προκυμαίας εἰς τὴν δέστραν Δ, ἐξασκεῖ μίαν δύναμιν F_1. Ἀμέσως ὅμως ἐμφανίζεται ἴση καὶ ἀντίθετος δύναμις F_2, ἕλκουσα αὐτὸν πρὸς τὴν προκυμαίαν. Οὕτω ὁ μὲν ἄνθρωπος μετὰ τῆς λέμβου κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως F_2, ἡ δὲ δέστρα ὡς μονίμως στερεωμένη παραμένει ἀκίνητος. Ἐὰν ὅμως ἀντὶ τῆς δέστρας ἐπὶ τῆς προκυμαίας ἐστερέωνε τὸ σχοινίον ἐπὶ τῆς πρώρας τῆς λέμβου καὶ ἔσυρε τοῦτο, τότε ο ὐ δ ε μ ί α κίνησις θὰ ἐπήρχετο, διότι πρόκειται περὶ δυνάμεων μ ὴ ἀ ν η κ ο υ σ ῶ ν εἰς διάφορα σώματα.

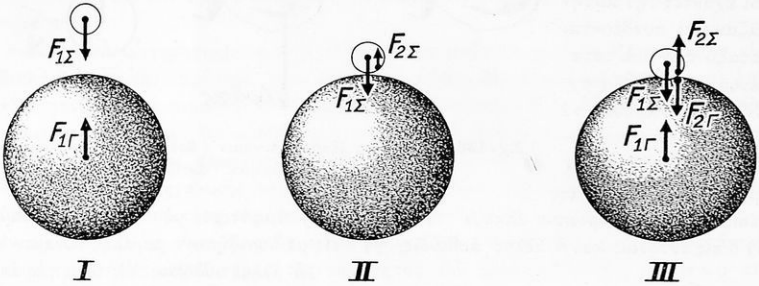


Σχ. 140. Ἡ δύναμις F_1 ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς δέστρας καὶ ἡ F_2 ἐπὶ τοῦ ἀνθρώπου.

Εἰς ὅλα τὰ ἀνωτέρω παραδείγματα τὰ δύο σώματα εὑρίσκονται εἰς ἐπαφὴν ἢ συνδέονται διὰ συνδέσμων· εἶναι ὅμως δυνατὸν νὰ εὑρίσκωνται καὶ εἰς ἀπόστασιν τὸ ἓν ἀπὸ τοῦ ἄλλου. Οὕτω ἡ Γῆ ἕλκει τὰ ἐν τῇ γειτονίᾳ αὐτῆς εὑρισκόμενα σώματα, τὰ ὁποῖα ἀσκοῦν ἐπίσης ἴσην καὶ ἀντίθετον ἕλξιν ἐπὶ τῆς Γῆς (βλ. σχ. 39). Ὁμοίως ὁ μαγνήτης NS τοῦ σχήματος 38 ἕλκει τὴν σιδηρᾶν σφαῖραν μὲ δύναμιν F, χωρὶς νὰ εὑρίσκεται εἰς ἐπαφὴν μὲ αὐτήν, ἀλλὰ συγχρόνως καὶ ἡ σφαῖρα ἕλκει τὸν μαγνήτην μὲ δύναμιν ἀντιθέτου φορᾶς.

Διὰ πληρεστέραν κατανόησιν τοῦ τρίτου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος (δρᾶσις = ἀντίδρασις) θὰ ἐξετάσωμεν τὰ ἀκόλουθα παραδείγματα ἐφαρμογῆς του.

α) Ἔστω βαρεῖα σφαῖρα πίπτουσα ἐξ ὕψους τινὸς πρὸς τὸ ἔδαφος (σχ. 141, Ι). Ἡ σφαῖρα ἕλκεται ἐκ τῆς Γῆς μὲ δύναμιν (βάρος) $F_{1\Sigma}$, ἐνῷ συγχρόνως ἡ Γῆ



Σχ. 141. Ἐφαρμογὴ τοῦ ἀξιώματος δράσεως καὶ ἀντιδράσεως μεταξὺ Γῆς καὶ πίπτοντος πρὸς αὐτὴν σώματος. Αἱ δυνάμεις $F_{2\Sigma}$ καὶ $F_{2\Gamma}$ ἔχουν σχεδιασθῆ παραλλήλως μετατοπισμέναι διὰ τὴν εὐκρινῆ ἀπεικόνισιν αὐτῶν.

ἕλκεται πρὸς τὴν σφαῖραν μὲ δύναμιν $F_{1\Gamma}$ ἴσην καὶ ἀντίθετον. Τὸ ὅτι δὲν παρατηροῦμεν τὴν ἄνοδον τῆς Γῆς ὀφείλεται εἰς τὴν μεγάλην μᾶζαν της καὶ τὴν κατὰ συνέπειαν μικράν, ἀμελητέαν, ἐπιτάχυνσιν.

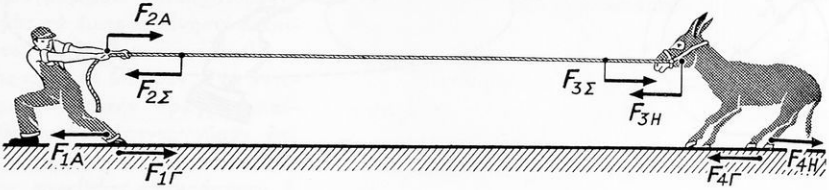
β) Ἔστω ἤδη ὅτι ἀφήνομεν τὴν σφαῖραν νὰ ἐκφύγῃ βραδέως ἀπὸ τὰς χεῖράς μας ἐν ἐπαφῇ πρὸς τὸ ἔδαφος (ΙΙ). Ἡ σφαῖρα θὰ ἀρχίσῃ νὰ πιέζῃ τὸ ἔδαφος, τοῦτο θὰ ὑποχωρῇ, ἀλλὰ συγχρόνως λόγῳ τῆς παραμορφώσεώς του θὰ ἀντιτάσσῃ δύναμιν $F_{2\Sigma}$ ὁλονὲν αὐξανομένην, ἡ ὁποία θὰ ἀσκῆται ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐκ τοῦ ἐδάφους, μέχρις ὅτου ἡ σφαῖρα ἐλευθέρα οὖσα ἀκινητήσῃ ἐπὶ τοῦ παραμορφωθέντος ἐδάφους, ὁπότε ἡ δύναμις $F_{2\Sigma}$ θὰ ἐξισωθῇ πρὸς τὴν δύναμιν $F_{2\Gamma}$, τὴν ὁποίαν θὰ ἀσκῇ ἡ σφαῖρα ἐπὶ τοῦ ἐδάφους εἰς τὴν περιοχὴν τῆς ἐπαφῆς της πρὸς αὐτὸ (ΙΙΙ). Τὸ συγκρότημα τώρα « Γῆ - σφαῖρα » θὰ ἀκινητῇ, διότι αἱ ἐπὶ τῆς σφαίρας δυνάμεις $F_{1\Sigma}$ καὶ $F_{2\Sigma}$ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, ὅπως καὶ αἱ ἐπὶ τῆς Γῆς δυνάμεις $F_{1\Gamma}$ καὶ $F_{2\Gamma}$.

Δέον ὅμως νὰ παρατηρηθῇ ὅτι δὲν ἐκπληροῦν τὸ τρίτον ἀξίωμα αἱ δυνάμεις $F_{1\Sigma}$ καὶ $F_{2\Sigma}$, διότι ἀμφότεραι ἀνήκουν εἰς τὸ αὐτὸ σῶμα, τὴν σφαῖραν, ὅπως καὶ αἱ δυνάμεις $F_{1\Gamma}$ καὶ $F_{2\Gamma}$ ἀνήκουν ἀμφότεραι εἰς τὴν Γῆν.

Τὸ ἀξίωμα « δρᾶσις = ἀντίδρασις » ἐφαρμόζεται εἰς τὰς δυνάμεις ἕλξεως $F_{1\Sigma}$ καὶ $F_{1\Gamma}$ καὶ εἰς τὰς δυνάμεις ἐξ ἐλαστικῶν παραμορφώσεων $F_{2\Sigma}$ καὶ $F_{2\Gamma}$. Ἡ ἰσότης τῶν δυνάμεων $F_{1\Sigma}$ καὶ $F_{2\Sigma}$, ὅπως καὶ τῶν $F_{1\Gamma}$ καὶ $F_{2\Gamma}$, προέρχεται ἀπὸ τὸ δεύτερον ἀξίωμα, δηλ. « διὰ συνισταμένην δύναμιν ἴσην πρὸς μηδὲν ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι καὶ αὐτὴ μηδέν ».

γ) Εἰς τὸ σχῆμα 142 βλέπομεν ἀκινητοῦν τὸ σύστημα γεωργοῦ σύροντος ἀνυπάκουον ἡμίονον. Ἔχομεν τὰς ἑξῆς τέσσαρας δυάδας ἴσων δυνάμεων πληρούσας τὸ ἀξίωμα τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως.

1) $F_{1Γ}$ δύναμις ἀπὸ τοὺς πόδας τοῦ γεωργοῦ πρὸς τὸ ἔδαφος, F_{1A} δύναμις ἐκ τοῦ παραμορφωμένου ἐδάφους πρὸς τὸν γεωργόν. 2) $F_{2Σ}$ δύναμις μὲ τὴν ὁποίαν



Σχ. 142. Ἐφαρμογὴ τοῦ ἀξιώματος δράσεως καὶ ἀντιδράσεως.

σύρει ὁ γεωργὸς τὸ σχοινίον, F_{2A} δύναμις προερχομένη ἀπὸ τὸ ἐλαστικῶς παραμορφωθὲν σχοινίον, δρῶσα ἐπὶ τοῦ γεωργοῦ. 3) $F_{3Σ}$ δύναμις μὲ τὴν ὁποίαν σύρει ὁ ἡμίονος τὸ σχοινίον, F_{3H} δύναμις προερχομένη ἀπὸ τὸ ἐλαστικῶς παραμορφωθὲν σχοινίον δρῶσα ἐπὶ τοῦ ἡμιόνου καὶ 4) $F_{4Γ}$ δύναμις ἀπὸ τοὺς πόδας τοῦ ἡμιόνου πρὸς τὸ ἔδαφος, F_{4H} δύναμις ἐκ τοῦ παραμορφωθέντος ἐδάφους πρὸς τὸν ἡμίονον.

Ἰσότητες ὡς ἡ $F_{3H} = F_{4H}$ ἀφορῶσαι εἰς δυνάμεις δρώσας ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σώματος δ ὲ ν σχετίζονται ἀμέσως πρὸς τὸ τρίτον ἀξίωμα τῆς Δυναμικῆς. Πράγματι, ἂν ἡ F_{3H} εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν F_{4H}, τότε ἔχομεν ἀκινησίαν, ἄλλως διὰ $F_{3H} > F_{4H}$ θὰ ἔχωμεν $F_{3H} - F_{4H} = m \cdot γ$, ὅπου m ἡ μᾶζα καὶ γ ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ ἡμιόνου. Ἡ ἀνισότης ὅμως αὕτη δὲν σημαίνει ὅτι δὲν θὰ ἰσχύῃ ἡ ἰσότης $F_{4H} = F_{4Γ}$ κ.ο.κ.

87. Κεντρομόλος δύναμις. Εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Κινηματικῆς ἐμελετήσαμεν τὴν περίπτωσιν σώματος κινουμένου ἰσοταχῶς ἐπὶ περιφερείας κύκλου (βλ. § 73) καὶ εἴδομεν ὅτι ἡ κίνησις τοῦ σώματος εἶναι μεταβαλλομένη, ἑπομένως τὸ σῶμα ἔχει ἐπιτάχυνσιν, τῆς ὁποίας ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ εἶναι:

$$γ = \frac{υ^2}{r} \qquad (1)$$

ὅπου υ ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ καὶ r ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς. Ἐξ ἄλλου γνωρίζομεν, ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις διευθύνεται πρὸς τὸ κέντρον τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς καὶ ἐκλήθη αὕτη κ ε ν τ ρ ο μ ό λ ο ς ἐ π ι τ ά χ υ ν σ ι ς.

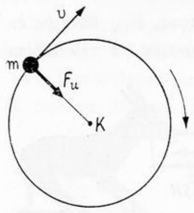
Κατὰ τὸ δεύτερον ὅμως ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος, ἡ ὕπαρξις ἐπιταχύνσεως καθιστᾷ ἀπαραίτητον τὴν ὕπαρξιν δυνάμεως τῆς αὐτῆς διευθύνσεως, ἡ ὁποία δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$F = m \cdot γ$$

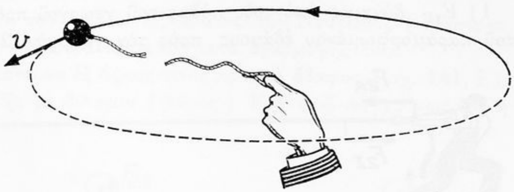
ἢ ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἐξισώσεως (1):

$$F = m \cdot \frac{υ^2}{r} \qquad (2)$$

Ἐπειδὴ ἡ δύναμις αὕτη ἔχει τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐπιταχύνσεως πρὸς τὸ κέντρον Κ τοῦ κύκλου (σχ. 143), καλεῖται **κεντρομόλος δύναμις F_κ.**

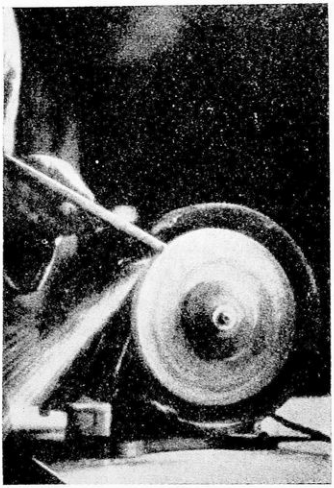


Σχ. 143.



Σχ. 144.

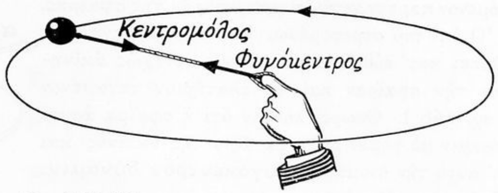
Ἡ κεντρομόλις δύναμις ἐμφανίζεται π.χ. εἰς τὴν σφενδόνην. Φαντασθῶμεν ὅτι ἀπὸ τοῦ ἄκρου νήματος ἐξαρτῶμεν μικρὰν σφαῖραν καὶ διὰ τοῦ ἑτέρου ἄκρου αὐτοῦ, τὸ ὁποῖον κρατοῦμεν διὰ τῆς χειρός μας, θέτομεν τὴν σφαῖραν εἰς περιστροφικὴν κίνησιν, εἰς τρόπον ὥστε νὰ διαγράφῃ, εἰς ὁριζόντιον ἐπίπεδον, περιφέρειαν κύκλου (σχ. 144). Ἵνα ὅμως ἡ σφαῖρα διαγράφῃ κυκλικὴν τροχιάν, εἶναι ἀπαραίτητον, ὡς γνωστόν, νὰ ἐπενεργῇ συνεχῶς ἐπ' αὐτῆς δύναμις. Ἡ δύναμις ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐκ τῆς χειρός μας διὰ μέσου τοῦ νήματος. Τὴν ἀναγκαιότητα τῆς ἐξασκήσεως τοιαύτης δυνάμεως (κ ε ν τ ρ ο μ ό λ ο υ) ἀντιλαμβανόμεθα ὅταν τὸ νῆμα θραυσθῇ, ὁπότε ἡ σφαῖρα παύει πλέον νὰ κινῆται ἐπὶ περιφερείας κύκλου καὶ κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς κατὰ τὴν ἐφαπτομένην τῆς τροχιᾶς της καὶ μὲ ταχύτητα υ, τὴν ὁποίαν εἶχε κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς θραύσεως τοῦ νήματος (σχ. 144).



Σχ. 145. Οἱ σπινθῆρες ἐκτινάσσονται κατὰ τὴν ἐφαπτομένην.

Τὸ φαινόμενον τοῦτο παρατηροῦμεν ἐπαληθευόμενον εἰς τὸν σμυριδοτροχὸν (σχ. 145), ὅπου τὰ ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τοῦ εἰκονιζομένου ἀντικειμένου ἀποσπώμενα διάπυρα τεμαχίδια σιδήρου κινοῦνται κατὰ τὴν ἐφαπτομένην τοῦ σμυριδοτροχοῦ εἰς τὸ σημεῖον τῆς ἀποσπάσεώς των.

Εἰς τὸ ἀνωτέρω περιγραφὲν πείραμα τῆς σφενδόνης, ὡς ἐλέχθη, ἡ κεντρομόλος δύναμις ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς σφαίρας ὑπὸ τῆς χειρὸς μέσῳ τοῦ νήματος. Συμφώνως ὅμως πρὸς τὸ τρίτον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος, αἱ δυνάμεις ἐμφανίζονται πάντοτε ἀνὰ ζεύγη καί, συνεπῶς, ἐὰν θεωρήσωμεν τὴν ὡς ἄνω κεντρομόλον δύναμιν ὡς « δ ρ ᾶσ ι ν », πρέπει νὰ ἐμφανισθῇ καὶ ἡ « ἀ ν τ ί δ ρ α σ ι ς » πρὸς τὴν κεντρομόλον (ἀδρανειακὴ ἀντίδρασις), ἐξασκουμένη ὑπὸ τῆς σφαίρας μέσῳ τοῦ νήματος ἐπὶ τῆς χειρὸς καὶ ἔχουσα ἀντίθετον φορὰν πρὸς τὴν κεντρομόλον (σχ. 146)· ὅπως ἀκριβῶς εἰς τὴν εὐθύγραμμον ἐπιταχυνομένην πρὸς τὰ ἐμπρὸς κίνησιν διαπιστοῦται ἡ ἀδρανειακὴ ἀντίδρασις πρὸς τὰ ὄπισθεν. Τὴν ἀντίδρασιν ταύτην πράγματι αἰσθανόμεθα ἐπενεργοῦσαν ἐπὶ τῆς χειρός μας. Ἐκ παλαιοτέρας συνηθείας ἐπεκράτησεν, ἡ ἀντίδρασις πρὸς τὴν κεντρομόλον δύναμιν νὰ καλῆται **φυγόκεντρος δύναμις.**



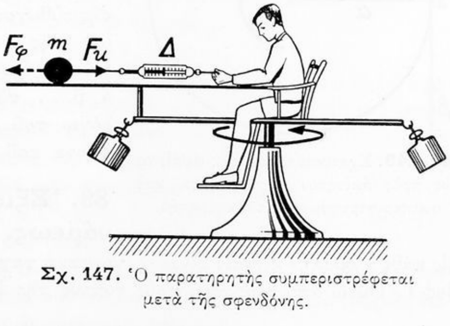
Σχ. 146. Ἡ κεντρομόλος δύναμις ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς σφαίρας καὶ ἡ φυγόκεντρος ἐπὶ τῆς χειρός.

88. Φυγόκεντρος δύναμις.

Ἕκαστον πρόβλημα Μηχανικῆς εἶναι δυνατὸν νὰ περιγραφῇ κατὰ δύο τρόπους. Κατὰ τὸν ἕνα τρόπον ὁ παρατηρητὴς παραμένει ἀκίνητος καὶ περιγράφει τὴν κίνησιν τοῦ σώματος, ὅπως οὗτος ἀντιλαμβάνεται ταύτην. Κατὰ τὸν δεύτερον τρόπον ὁ παρατηρητὴς συμμετέχει τῆς κινήσεως καὶ περιγράφει τὴν κίνησιν τοῦ σώματος, ὡς οὗτος πάλιν ἀντιλαμβάνεται ταύτην. Οὕτω, π.χ. εἰς τὴν περίπτωσιν ἐπιβάτου εὑρισκομένου ἐντὸς σιδηροδρομικοῦ ὀχήματος κινουμένου, οὗτος ἀντιλαμβάνεται τὰ ἐν αὐτῷ ἀντικείμενα, π.χ. καθίσματα, ὡς ἀκίνητα, ἐνῷ ἕτερος παρατηρητὴς εὑρισκόμενος ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἀντιλαμβάνεται ταῦτα κινούμενα· ἤτοι διὰ δύο διαφόρους παρατηρητὰς ἡ κινητικὴ κατάστασις τοῦ σώματος περιγράφεται ἑκάστοτε διαφοροτρόπως.

Εἰς τὸ πείραμα τῆς σφενδόνης, ὡς εἴδομεν, ὁ παρατηρητὴς παραμένει ἀκίνητος καί, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν γνώσεων τῆς Μηχανικῆς τὰς ὁποίας κατέχει, δέχεται ὅτι ἐπὶ τῆς σφαίρας τῆς σφενδόνης ἐπενεργεῖ μία δύναμις, ἡ κ ε ν τ ρ ο μ ό λ ο ς, προερχομένη ἐκ τῆς χειρός του, ἐνῷ ἐπὶ τῆς χειρὸς ἐπενεργεῖ πάλιν μία δύναμις, ἡ ἀ ν τ ί δ ρ α σ ι ς, προερχομένη ἐκ τῆς σφαίρας τῆς σφενδόνης.

Φαντασθῶμεν ἤδη τὸν παρατηρητὴν συμπεριστρεφόμενον μετὰ τῆς σφενδόνης (σχ. 147). Οὗτος ἀποφαίνεται ὅτι ἡ σφαῖρα δι' αὐτὸν εἶναι ἀκίνητος. Τὸ δυναμόμετρον ὅμως δεικνύει τὴν ἐπενέργειαν δυνάμεως, τὴν ὁποίαν καλεῖ **φυγόκεντρον δύναμιν,** διότι αὕτη τείνει νὰ απομακρύνῃ τὴν σφαῖραν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς τροχιᾶς. Διὰ νὰ μείνῃ ὅμως ἡ σφαῖρα εἰς σταθερὰν ἀπόστασιν ἀπ' αὐτοῦ,

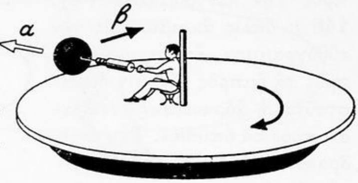


Σχ. 147. Ὁ παρατηρητὴς συμπεριστρέφεται μετὰ τῆς σφενδόνης.

δέχεται ὅτι διὰ τῆς τάσεως τοῦ ἐλατηρίου ἀσκεῖται δύναμις κεντρομόλος ἐξουδετεροῦσα τὴν φυγόκεντρον.

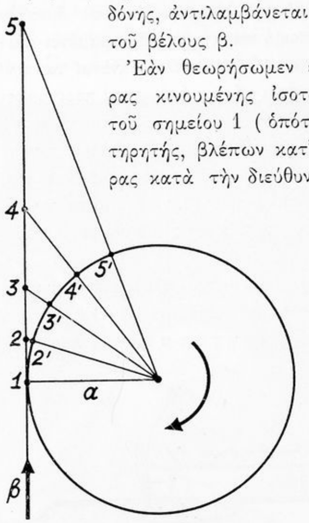
Ἓν ἀκόμη παράδειγμα θὰ καταστήσῃ σαφεστέραν τὴν σχετικῶς πρὸς συμπεριστρεφόμενον παρατηρητὴν συμπεριφορὰν τῆς σφαίρας.

Ὁ ἐπὶ τοῦ στρεφομένου δίσκου παρατηρητὴς βλέπει κατ' εὐθεῖαν πρὸ αὐτοῦ συνεχῶς ἀκίνητον τὴν σφαῖραν καὶ τὸ ἐλατήριον τεταμένον (σχ. 148). Θεωρεῖ λοιπὸν ὅτι ἡ σφαῖρα ἀσκεῖ δύναμιν μὲ φορὰν πρὸς τὰ ἔξω τῆς ἀκτῖνος καὶ δι' αὐτὸ τὴν ὀνομάζει **φυγόκεντρον δύναμιν.** Πράγματι, ἐὰν ὁ συμπεριστρεφόμενος παρατηρητὴς κόψῃ τὸ νῆμα, διὰ τοῦ ὁποίου συγκρατεῖ τὴν σφαῖραν, τότε βλέπει τὴν σφαῖραν ἀπομακρυνομένην κατὰ τὴν φορὰν τοῦ βέλους α, ἐνῷ ἕτερος παρατηρητὴς εὑρισκόμενος ἔξω τῆς σφενδόνης, ἀντιλαμβάνεται κίνησιν εὐθύγραμμον ἰσοταχῆ κατὰ τὴν φορὰν τοῦ βέλους β.



Σχ. 148. Διὰ παρατηρητὴν ἔξω τοῦ συστήματος περιστροφῆς ἡ σφαῖρα ἐλευθερουμένη θὰ κινηθῇ κατὰ τὴν φορὰν β, ἐνῷ διὰ τὸν συμπεριστρεφόμενον κατὰ τὴν φορὰν α.

Ἐὰν θεωρήσωμεν ἐκ τῶν ἄνω τὰς κινήσεις αὐτάς, τότε, τῆς σφαίρας κινουμένης ἰσοταχῶς καὶ εὐθυγράμμως κατὰ τὴν ἐφαπτομένην τοῦ σημείου 1 (ὁπότε ἐκόπη τὸ νῆμα), ὁ συμπεριστρεφόμενος παρατηρητής, βλέπων κατ' εὐθεῖάν του, διαπιστώνει ἀπομάκρυνσιν τῆς σφαίρας κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἀκτῖνος, δηλ. φ υ γ ο κ ε ν τ ρ ι κ ὴ ν κ ί ν η σ ι ν (σχ. 149).



Σχ. 149. Σχετικαὶ θέσεις τῆς σφαίρας ὡς πρὸς ἀκίνητον παρατηρητὴν καὶ συμπεριστρεφόμενον παρατηρητήν.

Ἀντιθέτως, ὁ ἔξω τοῦ στρεφομένου δίσκου παρατηρητής, γνωρίζων ὅτι ἡ εὐθύγραμμος πορεία εἶναι ἡ ἀδρανειακῶς προβλεπομένη, δέχεται τὴν ἐξηναγκασμένην κυκλικὴν κίνησιν τῆς σφαίρας καὶ παραμονὴν αὐτῆς ἐπὶ τοῦ δίσκου ὡς ἀποτέλεσμα δυνάμεως ἐκτρεπούσης τὴν σφαῖραν ἐκ τῆς εὐθυγράμμου πορείας καὶ ὀνομάζει τὴν δύναμιν τῆς ἐκτροπῆς ταύτης κ ε ν τ ρ ο μ ό λ ο ν. Οὕτω ἡ σφαῖρα, ἀντὶ τῶν θέσεων 1, 2, 3, 4, 5. . ., εὑρίσκεται εἰς τὰς 1', 2', 3', 4', 5'. . ., λόγῳ τοῦ ἐλαστικοῦ συνδέσμου της πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ δίσκου.

89. Ἐξισώσεις τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.

Ὡς γνωστόν, μεγέθη ἀναφερόμενα εἰς κάθε κυκλικὴν κίνησιν εἶναι ἡ γωνιακὴ ταχύτης ω, ἡ συχνότης ν καὶ ἡ περίοδος Τ. Οὕτω ἀπὸ τοὺς γνωστοὺς τύπους τῆς Κινηματικῆς (βλ. § 74),

$$\upsilon = \omega \cdot r, \qquad \omega = 2\pi \cdot \nu, \quad \nu = \frac{1}{T}$$

δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τὴν ἐξίσωσιν τῆς κεντρομόλου δυνάμεως:

$$\mathbf{F_\varkappa = m \cdot \frac{\upsilon^2}{r}} \qquad (1)$$

καὶ ὑπὸ τὰς ἀκολούθους μορφάς:

$$\mathbf{F_\varkappa = m \cdot \omega^2 \cdot r} \qquad (2)$$

$$\mathbf{F_\varkappa = m \cdot 4\pi^2 \cdot \nu^2 \cdot r} \qquad (3)$$

$$\mathbf{F_\varkappa = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r} \qquad (4)$$

Τὰς ἐξισώσεις ταύτας χρησιμοποιοῦμεν ἑκάστοτε ἀναλόγως τῶν παρουσιαζομένων περιπτώσεων.

*** Διερεύνησις τῶν ἀνωτέρω ἐξισώσεων.** α) Ἐὰν διὰ μίαν στιγμὴν παύσῃ νὰ ἐξασκῆται κεντρομόλος δύναμις (ὅτε $F_\varkappa = 0$), τὸ σῶμα δὲν διαγράφει πλέον κυκλικὴν τροχιάν, ἀλλὰ κινεῖται κατὰ τὴν ἐφαπτομένην εἰς ἐκεῖνο τὸ σημεῖον τῆς περιφερείας, εἰς τὸ ὁποῖον ἔπαυσε νὰ ἐξασκῆται ἡ δύναμις $F_\varkappa$. Τὴν περίπτωσιν ταύτην δεικνύομεν πειραματικῶς μὲ τὸν σμυριδοτροχὸν (σχ. 145).

β) Δι' ὡρισμένην ἀκτῖνα τῆς τροχιᾶς καὶ ὡρισμένην περίοδον ἀπαιτεῖται κεντρομόλος δύναμις τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον ἡ μᾶζα m εἶναι μεγαλυτέρα.

γ) Διὰ νὰ ἐπιτύχωμεν κυκλικὴν κίνησιν μάζης τινὸς ἐπὶ τροχιᾶς ὡρισμένης ἀκτῖνος, ἀπαιτεῖται κεντρομόλος δύναμις, ἥτις εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος υ ἢ τῆς γωνιακῆς ταχύτητος ω.

δ) Διὰ περιστροφὴν ἴσων μαζῶν ἐπὶ περιφερείας διαφόρου ἀκτῖνος r, ὑπὸ τὴν αὐτὴν ταχύτητα υ, ἀπαιτεῖται τοσοῦτον μεγαλυτέρα δύναμις, ὅσον ἡ ἀκτὶς εἶναι μικροτέρα, ἐνῷ ὑπὸ τὴν αὐτὴν γωνιακὴν ταχύτητα ω ἀπαιτεῖται κεντρομόλος δύναμις ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀκτῖνα.

Ἡ ἀνωτέρω διερεύνησις ἀναφέρεται εἰς πειραματικὴν διάταξιν ὡς ἡ τοῦ σχήματος 146. Ἰσχύει ἐν τούτοις γενικῶς, ἀσχέτως ἂν εἰς τὴν θέσιν τῆς σφαίρας φαντασθῶμεν οἱονδήποτε ὄχημα (αὐτοκίνητον, συρμὸν ἢ δρομέα).

90. Νόμοι τῆς κεντρομόλου δυνάμεως. Οἱ τύποι (1), (2), (3) καὶ (4) τῆς § 89 διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς κεντρομόλου δυνάμεως ἰσχύουν, συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, καὶ διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως, δεδομένου ὅτι αἱ δύο δυνάμεις διαφέρουν μόνον ὡς πρὸς τὴν φοράν. Οὕτω ἐκ τῶν ἀνωτέρω τύπων συνάγομεν τοὺς ἀκολούθους νόμους διὰ τὴν κεντρομόλον δύναμιν.

Ἡ κεντρομόλος δύναμις εἶναι: 1) ἀνάλογος τῆς μάζης τοῦ σώματος, εἰς ὅλας τὰς περιπτώσεις,

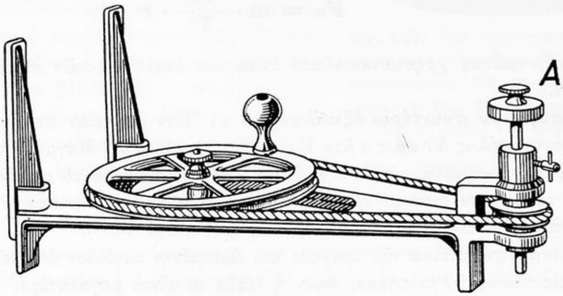
2) ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος. Τοῦτο προκύπτει ἐκ τοῦ τύπου (1), ὅταν ἡ μᾶζα τοῦ σώματος καὶ ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς διατηροῦνται σταθεραὶ καὶ μεταβάλλεται ἡ γραμμικὴ ταχύτης,

3) ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος τῆς τροχιᾶς.

Τοῦτο προκύπτει πάλιν ἐκ τοῦ τύπου (1), ὅταν ἡ μᾶζα καὶ ἡ γραμμικὴ ταχύτης διατηροῦνται σταθεραί,

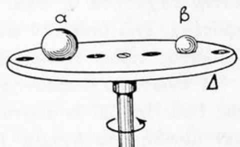
4) ἀ ν ά λ ο γ ο ς τ ῆ ς ἀ κ τ ῖ ν ο ς τ ῆ ς τ ρ ο χ ι ᾶ ς. Τοῦτο προκύπτει ἐκ τοῦ τύπου (2), ὅταν ἡ μᾶζα καὶ ἡ γωνιακὴ ταχύτης διατηροῦνται σταθεραί.

Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῶν νόμων. Διὰ τὴν πειραματικὴν ἐπαλήθευσιν τῶν ἀνωτέρω ἀναφερομένων νόμων χρησιμοποιεῖται συνήθως ἡ χειροκίνητος συσκευὴ ἡ εἰκονιζομένη εἰς τὸ σχῆμα 150, ἡ ὁποία ὀνομάζεται φ υ γ ο κ ε ν τ ρ ι κ ὴ μ η χ α ν ή.



Σχ. 150. Εἰς τὴν κεφαλὴν Α τοῦ ἄξονος τῆς φυγοκεντρικῆς μηχανῆς προσαρμόζονται αἱ διάφοροι φυγοκεντρικαὶ συσκευαί.

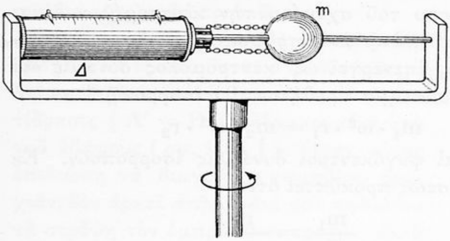
1) Ἐπὶ τοῦ ἄξονος Α τῆς φυγοκεντρικῆς μηχανῆς προσαρμόζομεν τὸν δίσκον Δ (σχ. 151), ὁ ὁποῖος φέρει ἐνσκαφὰς εἰς συμμετρικὰς ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς, καὶ τοποθετοῦμεν δύο σφαίρας α καὶ β ἀνίσου μάζης εἰς ἴσας ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ ἄξονος. Ἐὰν ἀρχίσωμεν νὰ περιστρέφωμεν τὸν δίσκον, ἑκάστη τῶν σφαιρῶν θὰ διαγράφῃ κυκλικὴν τροχιὰν καὶ θὰ ὑφίσταται διὰ παρατηρητὴν ἀκίνητον τὴν ἐπίδρασιν κεντρομόλου δυνάμεως. Ἐὰν αὐξήσωμεν τὴν ταχύτητα ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι πρῶτον ἐκτινάσσεται ἡ μεγαλυτέρας μάζης σφαῖρα καὶ ἐν συνεχείᾳ, ὅταν ἡ ταχύτης αὐξηθῇ ἀκόμη περισσότερον, ἐκτινάσσεται καὶ ἡ σφαῖρα β. Τὸ πείραμα τοῦτο δεικνύει, ὅτι διὰ τὴν διατήρησιν τῆς κυκλικῆς κινήσεως ἀπαιτεῖται τοσοῦτον μεγαλυτέρα κεντρομόλος δύναμις, ὅσον ἡ μᾶζα εἶναι μεγαλυτέρα.



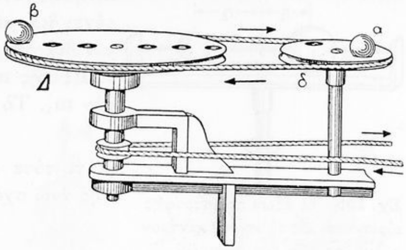
Σχ. 151. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ 1ου νόμου.

2) Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ δευτέρου νόμου χρησιμοποιοῦμεν τὴν ἀκόλουθον διάταξιν. Εἰς τὸν ἄξονα τῆς φυγοκεντρικῆς μηχανῆς προσαρμόζομεν τὴν συσκευὴν τοῦ σχήματος 152, ὅπου ἐπὶ τοῦ πλαισίου εἶναι μονίμως στερεωμένον δυναμόμετρον Δ καὶ ἐπ' αὐτοῦ προσαρμόζεται σφαῖρα μάζης m ὀλισθαίνουσα ἐλευθέρως κατὰ μῆκος ὁριζοντίου ὁδηγοῦ στελέχους. Ὅταν περιστρέφωμεν τὴν συσκευήν, τὸ δυναμόμετρον δεικνύει ἔνδειξίν τινα. Ἐὰν αὐξήσωμεν τὴν ταχύτητα περιστροφῆς, ἡ ἔνδειξις τοῦ

δυναμομέτρου θὰ εἶναι μεγαλυτέρα, δεικνύεται δὲ ὅτι, ὅταν ἡ ταχύτης περιστροφῆς διπλασιασθῇ, ἡ ἔνδειξις τοῦ δυναμομέτρου τετραπλασιάζεται.



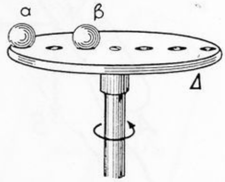
Σχ. 152. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ 2ου νόμου.



Σχ. 153. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ 3ου νόμου.

3) Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ τρίτου νόμου χρησιμοποιοῦμεν τὴν ἀκόλουθον διάταξιν. Εἰς τὸν ἄξονα τῆς μηχανῆς προσαρμόζομεν τὸν δίσκον Δ, ὁ ὁποῖος δι' ἱμάντος θέτει εἰς περιστροφὴν ἕτερον δίσκον δ μικροτέρας διαμέτρου (σχ. 153) εὑρισκόμενον εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος. Οἱ δύο οὗτοι δίσκοι φέρουν παρὰ τὴν περιφέρειάν των ἐνσκαφάς, εἰς τὰς ὁποίας συγκρατοῦνται δύο σφαῖραι α καὶ β τῆς αὐτῆς μάζης. Ἡ γραμμικὴ ταχύτης τῶν δύο σφαιρῶν εἶναι ἡ αὐτὴ ὡς ἐκ τῆς χρησιμοποιουμένης διατάξεως. Ἐὰν ἤδη περιστρέψωμεν τὴν μηχανὴν μὲ ταχύτητα ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον αὐξανομένην, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι διὰ μίαι ὡρισμένην ταχύτητα περιστροφῆς ἐκτινάσσεται πρῶτον ἡ ἐπὶ τοῦ μικροῦ δίσκου σφαῖρα α καὶ ἐν συνεχείᾳ, ὅταν ἡ ταχύτης αὐξηθῇ ἀκόμη περισσότερον, ἐκτινάσσεται ἡ σφαῖρα β. Τὸ πείραμα τοῦτο δεικνύει, ὅτι ὑπὸ τὴν ἰδίαν γραμμικὴν ταχύτητα ἡ σφαῖρα, ἡ ὁποία διαγράφει τροχιὰν μικροτέρας ἀκτῖνος, ἤτοι ἡ σφαῖρα α, ὑφίσταται συμφώνως πρὸς τὸν 3ον νόμον μεγαλυτέραν φυγόκεντρον δύναμιν.

4) Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ τετάρτου νόμου χρησιμοποιεῖται ἡ ἀκόλουθος διάταξις. Εἰς τὸν ἄξονα τῆς μηχανῆς προσαρμόζομεν δίσκον, ὁ ὁποῖος φέρει ἐνσκαφὰς εἰς διαφόρους ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ ἄξονος (σχ. 154), καὶ τοποθετοῦμεν πάλιν δύο σφαίρας τῆς αὐτῆς μάζης εἰς διαφόρους ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ κέντρου. Ἐὰν ἀρχίσωμεν νὰ περιστρέφωμεν τὸν δίσκον μὲ ταχύτητα ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον αὐξανομένην, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι πρῶτον ἐκτινάσσεται ἡ σφαῖρα α καὶ ὑπὸ μεγαλυτέραν ταχύτητα περιστροφῆς τῆς μηχανῆς ἐκτινάσσεται καὶ ἡ σφαῖρα β, συμφώνως πρὸς τὸν 4ον νόμον.



Σχ. 154. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ 4ου νόμου.

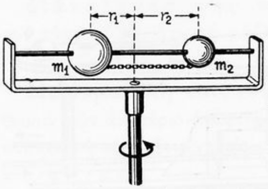
Ἑπομένως ἡ φυγόκεντρος δύναμις θὰ εἶναι μεγαλυτέρα δι' ἐκείνην τὴν σφαῖραν, ἡ ὁποία εὑρίσκεται εἰς μεγαλυτέραν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς.

91. Ἰσορροπία δύο φυγοκεντρικῶν δυνάμεων. Ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου στελέχους δύνανται νὰ ὀλισθαίνουν μὲ ἐλαφρὰν τριβὴν δύο μεταλλικαὶ σφαῖραι ἀνίσων μαζῶν m_1 καὶ m_2, αἱ ὁποῖαι εἶναι συνδεδεμέναι διὰ σχοινίου ἢ ἁλύσου (σχ. 155). Ὅταν τὸ σύστημα τίθεται μὲ τὴν βοήθειαν φυγοκεντρικῆς μηχανῆς εἰς κίνησιν, τότε ἡ φυγόκεντρος δύναμις τῆς μάζης m_1 παρέχει διὰ μέσου τοῦ σχοινίου τὴν κεντρομόλον δύναμιν διὰ τὴν m_2, ἐνῷ ἀντιστρόφως ἡ φυγόκεντρος δύναμις τῆς m_2 ἐπενεργεῖ ὡς κεντρομόλος δύναμις διὰ τὴν m_1. Τὸ σύστημα προδήλως θὰ ἰσορροπῇ ὅταν:

$$m_1 \cdot \omega^2 \cdot r_1 = m_2 \cdot \omega^2 \cdot r_2$$

διότι τότε αἱ φυγόκεντροι δυνάμεις ἰσορροποῦν. Ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως προκύπτει ὅτι:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1}$$



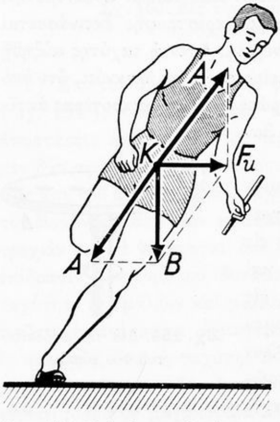
Σχ. 155. Ὁ ἄξων περιστροφῆς εὑρίσκεται εἰς τὸ κοινὸν κέντρον μάζης τῶν δύο σφαιρῶν.

Δηλαδὴ ὁ ἄξων περιστροφῆς πρέπει νὰ εὑρίσκεται εἰς τὸ κοινὸν κέντρον μάζης ἢ βάρους τῶν δύο σφαιρῶν.

92. Διάφοροι πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.

Κατωτέρω ἀναφέρομεν περιπτώσεις τινὰς κεντρομόλου δυνάμεως, ὡς καὶ πρακτικὰς αὐτῶν ἐφαρμογάς.

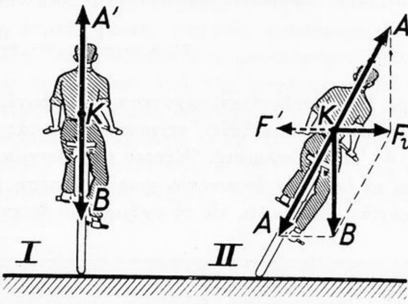
1) Δρομεύς. Εἰς τὴν περίπτωσιν δρομέως κινουμένου ἀρχικῶς ἐπὶ εὐθυγράμμου στίβου καὶ ἀκολούθως ἐπιθυμοῦντος νὰ διαγράψῃ τὸ καμπύλον τμῆμα τοῦ στίβου, πρέπει ἡ ταχύτης του νὰ ἀλλάξῃ διεύθυνσιν, ἄρα πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ μία δύναμις (κεντρομόλος). Τοῦτο ἐπιτυγχάνεται διὰ κλίσεως τοῦ δρομέως. Τὴν κεντρομόλον δύναμιν, ἥτις διευθύνεται πρὸς τὸ κέντρον τῆς περιφερείας, εἰς τὴν ὁποίαν ἀνήκει τὸ τόξον, ἀνευρίσκομεν δι' ἀναλύσεως τοῦ βάρους Β τοῦ δρομέως εἰς δύο συνιστώσας, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ Α ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς ἀντιδράσεως τοῦ ἐδάφους Α' (σχ. 156). Ἡ συνιστῶσα F_κ παριστᾷ τὴν κεντρομόλον δύναμιν, εἶναι δὲ αὕτη ἴση πρὸς $m\upsilon^2/r$, ὅπου υ ἡ ταχύτης τοῦ δρομέως καὶ r ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς. Ἂν ὁ δρομεὺς θελήσῃ νὰ διαγράψῃ τὴν αὐτὴν τροχιὰν μὲ μεγαλυτέραν ταχύτητα, ἐπειδὴ ἀπαιτεῖται πρὸς τοῦτο μεγαλυτέρα κεντρομόλος δύναμις, κλίνει αὐτομάτως περισσότερον τὸ σῶμά του πρὸς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ στίβου, ὁπότε ἡ συνιστῶσα F_κ γίνεται μεγαλυτέρα. Ὁ δρομεὺς οὕτω ἀσυναισθήτως ἐκλέγει τὴν κατάλληλον κλίσιν, ὥστε ἡ συνιστῶσα F_κ νὰ εἶναι πάντοτε ὁριζοντία καὶ ἴση πρὸς $m\upsilon^2/r$, ἄλλως οὗτος ἀνατρέπεται. Πρὸς ἀποφυγὴν ἀνατροπῆς ἢ ἐξολισθήσεως δρομέων διαγραφόντων καμπύλας τροχιᾶς, δίδουν μικρὰν κλίσιν τοῦ στίβου



Σχ. 156. Πρὸς ἀποφυγὴν ἀνατροπῆς, ὁ δρομεὺς κλίνει τὸ σῶμά του πρὸς τὰ ἔσω τῆς τροχιᾶς.

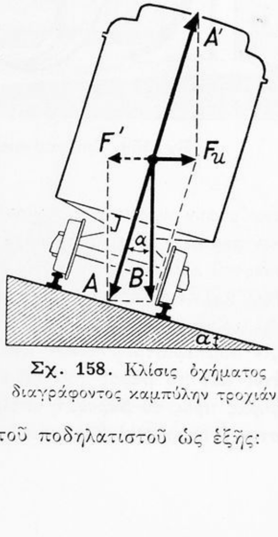
πρὸς τὸ κέντρον αὐτοῦ. Ὁ δρομεὺς κλίνει ὁμοίως τὸ σῶμά του πρὸς τὰ ἔσω τῆς καμπύλης τροχιᾶς. Εἰς τὰς δύο ὡς ἄνω κλίσεις (στίβου καὶ δρομέως) ὀφείλεται ἡ ἐμφάνισις τῆς κεντρομόλου δυνάμεως F_κ, ἀπαραιτήτου, ὡς γνωστόν, διὰ τὴν κίνησιν ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς.

2) Ποδηλατιστής. Ὅταν ποδηλατιστὴς κινῆται ἐπὶ εὐθυγράμμου τροχιᾶς, ἐπὶ τοῦ ποδηλάτου ἐξασκοῦνται δύο δυνάμεις, ἤτοι τὸ βάρος τοῦ ποδηλάτου (μετὰ τοῦ ποδηλατιστοῦ) καὶ ἡ ἴση πρὸς αὐτὸ ἀντίδρασις ($A' = B$) ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τοῦ ἐδάφους (σχ. 157, I). Ὅταν οὗτος ἐπιδιώκῃ νὰ διαγράψῃ καμπύλην τροχιάν, δὲν ἀρκεῖ ἁπλῶς διὰ τοῦ πηδαλίου νὰ στρέψῃ τὸν ἐμπρόσθιον τροχόν, ἀλλὰ πρέπει πρὸς τούτοις νὰ φροντίσῃ ὥστε νὰ δημιουργηθῇ κεντρομόλος δύναμις, μὲ φορὰν πρὸς τὸ κέντρον τῆς τροχιᾶς. Τοῦτο ἐπιτυγχάνεται διὰ καταλλήλου κλίσεως τοῦ τροχοῦ πρὸς τὸ ἐσωτερικὸν τῆς καμπύλης τροχιᾶς. Διὰ τοῦ χειρισμοῦ τούτου ἐπιτυγχάνεται, ὥστε τὸ βάρος B τοῦ ποδηλάτου μετὰ τοῦ ποδηλατιστοῦ, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ δύναμιν ἐφηρμοσμένην εἰς τὸ κέντρον βάρους K καὶ διευθυνομένην κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω, νὰ ἀναλυθῇ εἰς δύο συνιστώσας, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία F_κ εἶναι ἡ κεντρομόλος δύναμις (σχ. 157, II) καὶ ἡ ἑτέρα A, ἐξουδετερουμένη ὑπὸ τῆς ἀντιδράσεως A′ τοῦ ἐδάφους.



Σχ. 157. Ὁ ποδηλατιστής, διὰ νὰ μὴ πέσῃ εἰς τὰς καμπάς, πρέπει νὰ κλίνῃ πρὸς τὰ ἔσω.

3) Αἱ ἁμαξοστοιχίαι, εἰς τὰς στροφὰς τῶν σιδηροδρομικῶν γραμμῶν, διὰ νὰ ἀποφύγουν τοὺς κινδύνους ἐκ τῆς ἀνατροπῆς ἢ ἐκτροχιασμοῦ αὐτῶν, δι' οὓς λόγους ἀνωτέρω ἐξεθέσαμεν, ἐλαττώνουν τὴν ταχύτητα κινήσεώς των. Ἐπίσης αἱ σιδηροτροχιαὶ τοποθετοῦνται εἰς τὰς καμπὰς κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἡ ἐσωτερικὴ πρὸς τὸ κέντρον σιδηροτροχιὰ νὰ εὑρίσκεται ὀλίγον χαμηλότερον τῆς ἐξωτερικῆς, οὕτω δὲ προκαλεῖται αὐτόματος κλίσις τῶν βαγονίων. Ἐπὶ τοῦ ὀχήματος ἐπενεργοῦν δύο δυνάμεις, ἤτοι τὸ βάρος B τοῦ ὀχήματος καὶ ἡ δύναμις $A' = -A$, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ ὀχήματος ἡ σιδηροτροχιὰ (σχ. 158). Ἡ κλίσις τῶν σιδηροτροχιῶν εἶναι τοιαύτη, ὥστε ἡ συνισταμένη F_κ νὰ εἶναι πάντοτε ὁριζοντία, νὰ ἔχῃ φορὰν πρὸς τὸ κέντρον τῆς καμπῆς καὶ νὰ εἶναι ἴση πρὸς $m\upsilon^2/r$. Ἡ συνισταμένη αὕτη εἶναι διὰ τὸν ἀκίνητον παρατηρητὴν ἡ κεντρομόλος δύναμις.



Σχ. 158. Κλίσις ὀχήματος διαγράφοντος καμπύλην τροχιάν.

Ἡ κλίσις ὑπολογίζεται ὡς καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ποδηλατιστοῦ ὡς ἑξῆς:

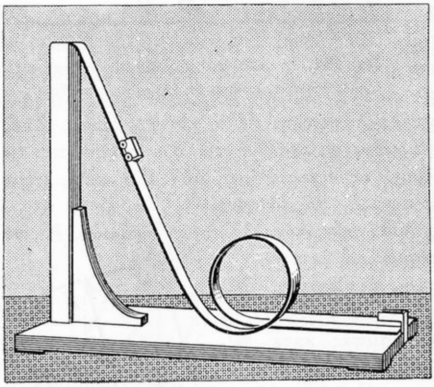
Ἐφ' ὅσον, συμφώνως πρὸς τὸ σχῆμα 158, $A + F_\varkappa = B$ καὶ $A = -A'$, ἕπεται ὅτι $B + A' = F_\varkappa$, ἤτοι ἡ κεντρομόλος δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς συνισταμένη τοῦ βάρους καὶ τῆς ἀντιδράσεως τῶν τροχιῶν ἐπὶ τοῦ βαγονίου. Εἰς τὴν συνισταμένην ταύτην ἀντιδρᾷ ἡ φυγόκεντρος δύναμις F' καὶ τὸ ὅλον σύστημα διαγράφει τὴν καμπύλην τροχιὰν ἀντὶ τῆς εὐθυγράμμου.

Ἡ γωνία α τῆς κλίσεως τοῦ ἐδάφους ἢ τῆς συνιστώσης Α ὡς πρὸς τὴν κατακόρυφον, ἔχει προφανῶς ἐφαπτομένην ἴσην πρός:

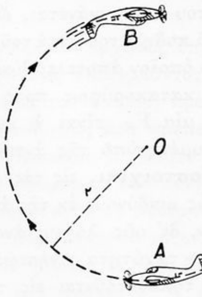
$$\text{εφ}\,\alpha = \frac{F_\varkappa}{B} = \frac{m \cdot \upsilon^2/r}{m \cdot g} = \frac{\upsilon^2}{r \cdot g}$$

ἄρα, διὰ μεγαλυτέραν ταχύτητα ἢ μικροτέραν ἀκτῖνα καμπυλότητος τῆς τροχιᾶς, ἡ γωνία κλίσεως αὐξάνει, τείνουσα πρὸς τὰς 90^0.

4) Ἀνακύκλωσις. Ἕτερον παράδειγμα εἶναι ἡ ἀνακύκλωσις, τὴν ὁποίαν δύναται νὰ ἐκτελέσῃ ἓν κινητὸν χωρὶς νὰ πέσῃ, ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς τροχιᾶς. Πράγματι, εἰς τὸ σχῆμα 159 δεικνύεται βαγονάκι ὅπερ ἀφιέμενον ἐκ καταλλήλου ὕψους ἀποκτᾷ τοιαύτην ταχύτητα, ὥστε νὰ διαγράφῃ τὴν κατακόρυφον κυκλικὴν τροχιὰν χωρὶς νὰ πέσῃ. Ἡ διὰ τὴν ἀνακύκλωσιν ἀναγκαία κεντρομόλος δύναμις προέρχεται ἐκ τῆς σιδηροτροχιᾶς, ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ ἐπὶ τοῦ κινητοῦ καὶ ἐκτρέπει αὐτὸ ἐκ τῆς εὐθυγράμμου πορείας. Τοιαύτην κίνησιν ἐκτελοῦν καὶ οἱ ἀεροπόροι κατὰ τὰς ἀκροβατικὰς ἀσκήσεις (σχ. 160).



Σχ. 159. Τροχιὰ ἀνακυκλώσεως.



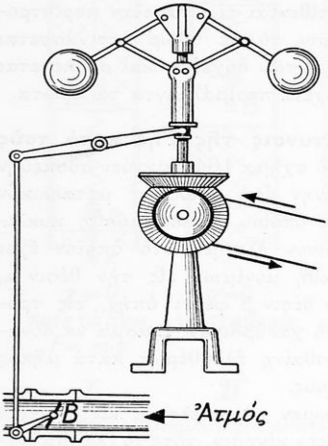
Σχ. 160. Ἀνακύκλωσις ἀεροπλάνου.
(Looping the loop).

Διὰ νὰ ἐξετάσωμεν λεπτομερέστερον τὸ φαινόμενον τοῦτο, δεχόμεθα καὶ τὴν ἄποψιν συμπεριστρεφομένου παρατηρητοῦ. Διὰ τὸν παρατηρητὴν τοῦτον ὑφίσταται ἀφ' ἑνὸς μὲν τὸ βάρος τοῦ σώματος, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἡ φυγόκεντρος δύναμις, ἀντιθέτου φορᾶς πρὸς τὸ βάρος, ἡ ὁποία, ἵνα συγκρατῆται τὸ σῶμα, πρέπει νὰ εἶναι τοὐλάχιστον ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ σώματος, ἤτοι:

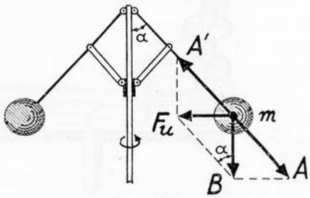
$$\frac{m \cdot \upsilon^2}{r} = m \cdot g$$

Ἑπομένως ἡ ἐλαχίστη ταχύτης υ τοῦ σώματος ἡ ἀναγκαία διὰ τὴν ἀνακύκλωσιν καθορίζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως $\upsilon = \sqrt{r \cdot g}$, ἤτοι ἡ ταχύτης εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς μάζης.

5) Ρυθμιστὴς τοῦ Watt. Ὁ **ρυθμιστὴς τοῦ Watt (Βὰτ)** χρησιμεύει διὰ τὴν ρύθμισιν τῆς εἰσαγωγῆς ρευστῶν (ὕδατος, ἀερίων, ὑδρατμῶν κλπ.) εἰς διαφόρους κινητηρίους μηχανάς, ὡς ἀτμομηχανάς, μηχανὰς ἐσωτερικῆς καύσεως κλπ. Ἀποτελεῖται ἀπὸ κατακόρυφον στέλεχος περιστρεφόμενον ὑπὸ τῆς μηχανῆς, φέρει δὲ δύο ὁμοίας μεταλλικὰς σφαίρας στερεωμένας ἐπὶ δύο ἀρθρωτῶν βραχιόνων (σχ. 161). Κατὰ τὴν περιστροφὴν τοῦ στελέχους, αἱ σφαῖραι τείνουν νὰ ἀπομακρυνθῶσι τοῦ ἄξονος τόσον περισσότερον, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ταχύτης περιστροφῆς. Ὅταν ἡ ταχύτης περιστροφῆς ὑπερβῇ τὴν κανονικήν, αἱ σφαῖραι, ἀπομακρυνόμεναι, προκαλοῦν δι' ἁπλουστάτου μηχανισμοῦ τὸ κλείσιμον τῆς βαλβῖδος Β τῆς εἰσαγωγῆς τοῦ ἀτμοῦ.



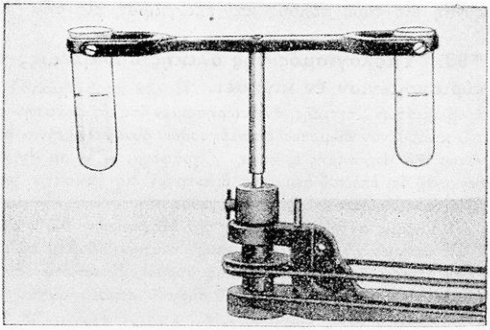
Σχ. 161. Ρυθμιστὴς τοῦ Watt.



Σχ. 162.

Εἰς τὸ σχῆμα 162 δεικνύονται αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται ἐπὶ ἑκάστης τῶν σφαιρῶν, καὶ ἡ ἐξ αὐτῶν προερχομένη κεντρομόλος F_κ, ἥτις πρέπει νὰ εἶναι ὁριζοντία καὶ ἴση πρὸς $m\,\upsilon^2/r = m\,\omega^2\,r$.

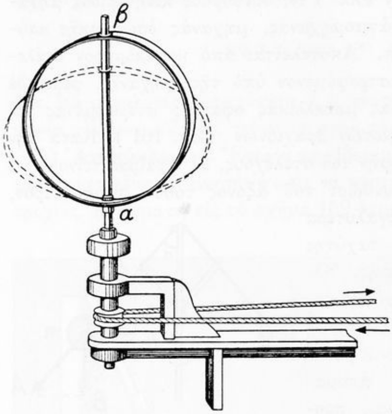
6) Φυγοκεντρικὸς διαχωριστής. Διὰ τὸν ἀποχωρισμὸν στερεῶν αἰωρουμένων ἐντὸς ὑγρῶν χρησιμοποιοῦνται εἰδικαὶ φυγοκεντρικαὶ μηχαναί. Εἰς τὸ σχῆμα 163 δεικνύεται μία τοιαύτη ἁπλῆ συσκευή. Ἐὰν ὁ ἄξων τεθῇ εἰς ταχεῖαν περιστροφικὴν κίνησιν, τὰ δύο ὑάλινα δοχεῖα τὰ περιέχοντα τὸ ὑγρὸν (γάλα, αἷμα κλπ.) περιστρέφονται καὶ λαμβάνουν ὁριζοντίαν θέσιν, ἐπέρχεται δὲ ὁ διαχωρισμὸς συγκεντρουμένων εἰς τὸν πυθμένα τῶν δοχείων τῶν συστατικῶν ἐκείνων, τῶν ὁποίων ἡ πυκνότης εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τοῦ ὑγροῦ.



Σχ. 163. Ὑπόδειγμα φυγοκεντρικοῦ διαχωριστῆρος.

Εἰς τὴν φυγοκέντρισιν τοῦ γάλακτος, τὸ ὕδωρ, ὡς τὸ βαρύτερον συστατικόν, ἀποχωρίζεται πρὸς τὰ ἔξω, ἐνῷ τὸ βούτυρον συσσωρεύεται πρὸς τὰ ἔσω. Κατασκευάζονται σήμερον ἠλεκτρικαὶ φυγοκεντρικαὶ συσκευαὶ μὲ ἀριθμὸν στροφῶν πολλῶν χιλιάδων ἀνὰ λεπτόν.

Φυγοκεντρικαὶ μηχαναὶ χρησιμοποιοῦνται ἐπίσης ὡς στροφόμετρα, ὡς καὶ εἰς ξηραντήρια ὑφασμάτων. Οὕτω τὰ ὑφάσματα τοποθετοῦνται ἐντὸς καταλλήλων δοχείων καὶ τίθενται εἰς ταχεῖαν περιστροφικὴν κίνησιν, τὸ δὲ ὕδωρ ἐκτινάσσεται ἐκ τῶν ὀπῶν τῶν δοχείων καὶ συλλέγεται εἰς ἄλλα δοχεῖα περιβάλλοντα τὰ πρῶτα.



Σχ. 164. Τὸ ἔλασμα λαμβάνει σχῆμα ἐλλειψοειδές.

7) Πλάτυνσις τῆς Γῆς κατὰ τοὺς πόλους. Τὸ σχῆμα 164 δεικνύει συσκευὴν ἀποτελουμένην ἀπὸ στέλεχος μεταλλικὸν α β, ἐπὶ τοῦ ὁποίου προσηρμόσθη κυκλικὸν χαλύβδινον ἔλασμα, τὸ ὁποῖον ἔχει μὲν στερεωθῆ μονίμως εἰς τὴν θέσιν α, ἐνῷ εἰς τὴν θέσιν β φέρει ὀπήν, εἰς τρόπον ὥστε τὸ χαλύβδινον ἔλασμα νὰ δύναται νὰ ὀλισθαίνῃ ἐλευθέρως κατὰ μῆκος τοῦ στελέχους.

Ἐὰν θέσωμεν τὸ στέλεχος εἰς ταχεῖαν περιστροφικὴν κίνησιν, τότε τὸ ἔλασμα παραμορφοῦται καὶ λαμβάνει τὸ σχῆμα ἐλλείψεως, ὡς δεικνύει ἡ ἐστιγμένη γραμμή. Τὸ πείραμα τοῦτο ἐξηγεῖ τὸ σχῆμα τοῦ ἐκ περιστροφῆς ἐλλειψοειδοῦς, τὸ ὁποῖον ἔλαβεν ἡ Γῆ, ὅτε ἦτο διάπυρος καὶ ρευστή. Δηλαδὴ λόγῳ τῆς περιστροφῆς της ἐπλατύνθη εἰς τοὺς πόλους καὶ ἐξωγκώθη εἰς τὸν Ἰσημερινόν.

***93. Ὑπολογισμὸς τῆς ὁλικῆς δυνάμεως, τῆς ἐπενεργούσης ἐπὶ σωμάτων εὑρισκομένων ἐν κινήσει.** Πολλὰ προβλήματα τῆς Δυναμικῆς ἀνάγονται εἰς τὴν λύσιν προβλημάτων Στατικῆς, ἂν θεωρήσωμεν ὅτι εἰς ἑκάστην στιγμὴν τοῦ χρόνου τὸ ἄθροισμα τῶν ἐπὶ τοῦ κινουμένου σώματος ἐπενεργουσῶν δυνάμεων εἶναι μηδέν. Δηλαδὴ ἡ σχέσις τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς $F = m \cdot \gamma$ γράφεται: $F - m \cdot \gamma = 0$ ἥτις εἶναι σχέσις Στατικῆς, ἀρκεῖ νὰ θεωρηθῆ ὅτι ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπενεργεῖ εἰς ἑκάστην χρονικὴν στιγμὴν δύναμις ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν κινοῦσαν καὶ ἔχουσα μέγεθος $m \cdot \gamma$.

Ἡ δύναμις αὕτη καλεῖται εἰς τὴν Μηχανικὴν δύναμις ἀδρανείας.

Ὡς ἐφαρμογὴν τῶν περιπτώσεων τούτων δίδομεν τὰ ἀκόλουθα παραδείγματα.

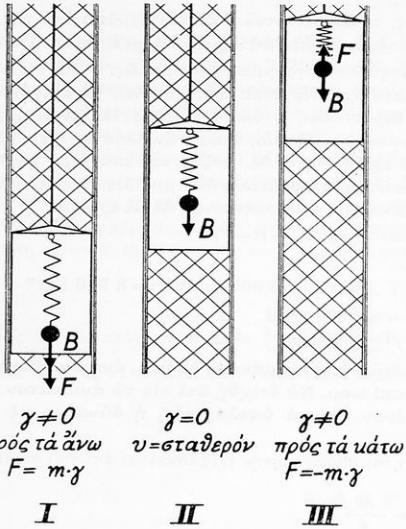
α) Ἔστω ὅτι σιδηροδρομικὸς συρμὸς εὑρίσκεται ἐν κινήσει καὶ καλέσωμεν ὁλικὴν δύναμιν ($F_{\delta\lambda}$) τὴν πραγματικὴν ἐπὶ τοῦ συρμοῦ ἐπενεργοῦσαν δύναμιν. Ἐφ' ὅσον ὁ συρμὸς κινεῖται ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, γνωρίζομεν ὅτι ἡ ὁλικὴ δύναμις $F_{\delta\lambda}$, ἡ ὁποία εἶναι ἡ συνισταμένη τῆς κινητηρίου δυνάμεως F_1 καὶ τῆς τριβῆς F_2, αἱ δὲ δύο αὗται εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, θὰ εἶναι μηδέν, ἤτοι:

$$F_{\delta\lambda} = F_1 - F_2 = 0$$

οὕτω δὲ ὁ συρμὸς δὲν ἔχει ἐπιτάχυνσιν. Ἐὰν ὅμως ὁ συρμὸς ἔχῃ ἐπιτάχυνσιν γ, ἡ κινητήριος δύναμις F_1 πρέπει νὰ ἔχῃ μεγαλυτέραν τιμὴν ἢ προηγουμένως καὶ τότε θὰ εἶναι:

$$F_{\delta\lambda} = F_1 - F_2 = m \cdot \gamma$$

β) Ἔστω ἤδη ὅτι παρατηρητὴς εὑρίσκεται ἐντὸς ἀνελκυστῆρος καὶ κρατεῖ εἰς τὰς χεῖράς του δυναμόμετρον, ἀπὸ τὸ ὁποῖον εἶναι ἐξηρτημένον σῶμα μάζης m. Τὸ ἐλατήριον, ὡς γνωστόν, διατείνεται καὶ ὑφίσταται οὕτω τάσιν T, ἡ ὁποία εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὸ βάρος $B = m \cdot g$ τοῦ σώματος. Ἐφ' ὅσον ὁ ἀνελκυστὴρ ἠρεμεῖ ἢ κινεῖται μὲ σταθερὰν ταχύτητα, ἡ ὁλικὴ δύναμις ἡ ἐπενεργοῦσα ἐπὶ τοῦ σώματος εἶναι μηδέν.



Σχ. 165. Τὸ δυναμόμετρον δεικνύει ἐντὸς τοῦ ἀνελκυστῆρος διαφόρους τιμὰς βάρους τοῦ ἐξηρτημένου σώματος. I ὁ ἀνελκυστὴρ ἐκκινῶν ἔχει ἐπιτάχυνσιν πρὸς τὰ ἄνω, II κινεῖται ἰσοταχῶς, III κινεῖται ἐπιβραδυνόμενος.

Ἐὰν ὅμως ὁ ἀνελκυστὴρ ἀνέρχεται μὲ ἐπιτάχυνσιν γ, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἔνδειξις τοῦ δυναμομέτρου αὐξάνεται, τοῦτο δὲ ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς: Εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν ὑφίσταται ὁλικὴ δύναμις, ἡ ὁποία παρέχεται ὑπὸ τῆς σχέσεως $F_{\delta\lambda} = - m \cdot \gamma$, τοῦ ἀρνητικοῦ σημείου ὀφειλομένου εἰς τὸ ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις γ εἶναι ἀντιθέτου διευθύνσεως ἢ ἡ ἐπιτάχυνσις g, τῆς ὁποίας τὴν διεύθυνσιν θεωροῦμεν ὡς θετικὴν καὶ ἡ ὁποία ἰσοῦται πρὸς τὴν διαφορὰν βάρους καὶ τάσεως, ἤτοι:

Σχ. 166.

$$F_{\delta\lambda} = - m \cdot \gamma = B - T \quad \text{καὶ} \quad T = B + m \cdot \gamma$$

ἤτοι ἡ τάσις τοῦ ἐλατηρίου εἶναι μεγαλυτέρα κατὰ τὸν ὅρον $m \cdot \gamma$ καὶ ἑπομένως τὸ δυναμόμετρον δεικνύει μεγαλύτερον βάρος.

Ἐὰν ὅμως ὁ ἀνελκυστὴρ ἐπιβραδύνεται ἢ κατέρχεται ὑπὸ ἐπιτάχυνσιν γ, τότε θὰ εἶναι:

$$F_{\delta\lambda} = m \cdot \gamma = B - T \quad \text{καὶ} \quad T = B - m \cdot \gamma$$

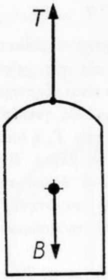
ἤτοι ἡ τάσις τοῦ ἐλατηρίου θὰ εἶναι μικροτέρα τῆς ἀντιστοιχούσης εἰς τὸ βάρος τοῦ σώματος, κατὰ τὴν ποσότητα $m \cdot \gamma$.

Ἐὰν τέλος εἶναι $\gamma = g$, τότε θὰ εἶναι $T = 0$, ἤτοι τὸ δυναμόμετρον δὲν θὰ ὑφίσταται τάσιν, καὶ διὰ τοῦτο ἡ ἔνδειξις αὐτοῦ θὰ εἶναι μηδέν. Τοῦτο ἐπὶ παραδείγματι συμβαίνει, ὅταν παρατηρητὴς κρατῶν ἕνα ζυγὸν δι' ἐλατηρίου, ὁ ὁποῖος φέρει ἐπὶ τοῦ δίσκου αὐτοῦ σῶμα βάρους τινός, πηδήσῃ ἐξ ὕψους πρὸς τὸ ἔδαφος, ὅτε, καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεώς του, ἡ ἔνδειξις τοῦ ζυγοῦ θὰ εἶναι μηδὲν (σχ. 166).

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Ἀνελκυστὴρ μάζης 8 τόννων εἶναι ἐξηρτημένος διὰ συρματοσχοίνου καὶ ἵσταται μετέωρος. Τῇ ἐπιδράσει ὅμως σταθερᾶς δυνάμεως ἀνέρ-

χεται πρὸς τὰ ἄνω μὲ ἐπιτάχυνσιν $\gamma = 1{,}2\ m/sec^2$. Κατὰ πόσον ηὐξήθη ἡ τάσις τοῦ συρματοσχοίνου.

Λύσις. Ἐφ' ὅσον ὁ ἀνελκυστὴρ μένει μετέωρος, τὸ βάρος αὐτοῦ B ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς τάσεως T τοῦ συρματοσχοίνου καὶ ἡ ὁλικὴ δύναμις $F_{\delta\lambda} = B - T = 0$. Τὸ αὐτὸ ἰσχύει καὶ ὅταν ὁ ἀνελκυστὴρ κινῆται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς.



Σχ. 167.

Ὑποθέσωμεν ἤδη, ὅτι ὁ ἀνελκυστὴρ ἀνέρχεται πρὸς τὰ ἄνω, μὲ ἐπιτάχυνσιν $\gamma = 1{,}2\ m/sec^2$. Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει, ἡ ὁλικὴ δύναμις δὲν εἶναι μηδέν, ἀλλὰ θὰ ἔχῃ ἀπόλυτον τιμὴν $F = m \cdot \gamma$. Ἐπειδὴ ὅμως ὁ ἀνελκυστὴρ ἔχει βάρος 8 000 kgr*, θὰ ἔχῃ μᾶζαν 8 000 kgr ἢ 800 T.M. μάζης, καὶ ἑπομένως ἡ ἐπιταχύνουσα δύναμις, ἡ ὁποία συμπίπτει πρὸς τὴν ὁλικὴν δύναμιν, δὲν θὰ εἶναι μηδέν, ἀλλὰ ἴση πρὸς $F_{\delta\lambda} = 800 \cdot 1{,}2 = 960$ kgr*, ἑπομένως δὲ θὰ ἔχωμεν:

$$F_{\delta\lambda} = -m \cdot \gamma = B - T$$

καὶ ἀντικαθιστῶντες εὑρίσκομεν:

$$F_{\delta\lambda} = -960 = 8\,000 - T \quad \text{καὶ} \quad T = 8\,000 + 960 = 8\,960 \text{ kgr*}$$

ἤτοι ἡ τάσις τοῦ συρματοσχοίνου ηὐξήθη κατά:

$$\underline{T = 960 \text{ kgr*}}$$

2. Σῶμα μάζης 200 gr τίθεται εἰς κίνησιν διὰ νήματος μήκους 40 cm, ὥστε νὰ διαγράφῃ κατακόρυφον κύκλον ὑπὸ ταχύτητα 200 cm/sec. Νὰ δειχθῇ ὅτι εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς τροχιᾶς τὸ σχοινίον εἶναι τεταμένον καὶ νὰ ὑπολογισθῇ ἡ δύναμις μὲ τὴν ὁποίαν διατείνεται τὸ σχοινίον.

Λύσις. Ὅταν ἓν σῶμα περιστρέφεται (δι' ἀκίνητον παρατηρητήν), ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ σώματος κεντρομόλος δύναμις, ἡ ὁποία εἶναι:

$$F = m\,\frac{\upsilon^2}{r}$$

Ἡ τάσις T τοῦ νήματος εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς τροχιᾶς θὰ εἶναι προφανῶς ἴση μὲ τὴν φυγόκεντρον δύναμιν μεῖον τὸ βάρος τοῦ σώματος. Ἤτοι:

$$T = F - B$$

Ἄρα εἰς τὴν ἄσκησίν μας θὰ εἶναι τεταμένον τὸ νῆμα, ὅταν ὑπάρχῃ τάσις τοῦ νήματος, δηλ. ὅταν $F > B$.

Συμφώνως πρὸς τὰ δεδομένα τῆς ἀσκήσεως θὰ ἔχωμεν:

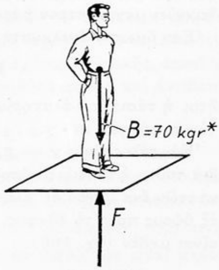
$$F = \frac{m \cdot \upsilon^2}{r} = \frac{200 \cdot 200^2}{40} = 200\,000 \text{ dyn}$$

καὶ $B = 200 \cdot 981 = 196\,200$ dyn.

Ἤτοι $F > B$ καὶ συνεπῶς ὑπάρχει τάσις (τὸ νῆμα εἶναι τεταμένον) καὶ ἡ τάσις τοῦ νήματος, ὡς εἴδομεν, θὰ εἶναι:

$$\underline{T = F - B = 200\,000 - 196\,200 = 3\,800 \text{ dyn}}$$

3. Ἄνθρωπος ἔχει βάρος 70 kgr* καὶ εὑρίσκεται ἐντὸς ἀνελκυστῆρος, ὁ ὁποῖος ἀνέρχεται μὲ ἐπιτάχυνσιν 2,5 m/sec². Πόση εἶναι ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ τὸ δάπεδον ἐπὶ τοῦ ἀνθρώπου (σχ. 168).



Σχ. 168.

Λύσις. Ἐφ' ὅσον ὁ ἀνελκυστὴρ ἀκινητεῖ ἢ ἀνέρχεται ἄνευ ἐπιταχύνσεως, ὁ ἄνθρωπος εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ καὶ τὸ δάπεδον ἀσκεῖ ἐπ' αὐτοῦ δύναμιν ἴσην πρὸς 70 kgr* διευθυνομένην πρὸς τὰ ἄνω. Ἵνα ὁ ἄνθρωπος ἐπιταχυνθῇ πρὸς τὰ ἄνω ὑπὸ ἐπιτάχυνσιν $\gamma = 2{,}5\ m/sec^2$, ἀπαιτεῖται δύναμις $F = m \cdot \gamma$. Ἐὰν ληφθῇ $g = 10\ m/sec^2$, ἡ μᾶζα τοῦ ἀνθρώπου θὰ εἶναι $70/10 = 7$ T.M. μάζης καὶ ἡ ἐπιταχύνουσα δύναμις, διευθυνομένη πρὸς τὰ ἄνω, θὰ εἶναι $F = 7 \cdot 2{,}5 = 17{,}5$ kgr*, ἡ δὲ ὁλικὴ δύναμις τὴν ὁποίαν θὰ ἐξασκῇ τὸ δάπεδον ἐπὶ τοῦ ἀνθρώπου θὰ εἶναι:

$$\underline{F_{\dot{o}\lambda} = 17,5 + 70 = 87,5 \text{ kgr}^*}$$

4. Ἀνελκυστὴρ βάρους 2 000 kgr* ἐξαρτᾶται ἀπὸ συρματόσχοινον, τὸ ὁποῖον εἶναι ἐφωδιασμένον μὲ ἀντίβαρον 3 200 kgr*. Πόση εἶναι ἡ βραχυτέρα ἀπόστασις, εἰς τὴν ὁποίαν θὰ σταματήσῃ ὁ ἀνελκυστήρ, ὅταν κατέρχεται μὲ ταχύτητα 2 m/sec.

Λύσις. Ἡ μεγίστη δύναμις, ἡ ὁποία δύναται νὰ ἐπενεργῇ ἐπὶ τοῦ ἀνελκυστῆρος, εἶναι 3 200 — 2 000 = 1 200 kgr*, διευθυνομένη πρὸς τὰ ἄνω. Ἡ μᾶζα τοῦ ἀνελκυστῆρος, διὰ $g = 10$ m/sec^2, εἶναι $m = 2\,000/10 = 200$ Τ.Μ. μάζης, ἡ δὲ ἐπιτάχυνσις τὴν ὁποίαν μεταδίδει εἰς αὐτὸν ἡ δύναμις 1 200 kgr* εἶναι $\gamma = 1\,200/200 = 6$ m/sec^2. Ἡ ἐπιτάχυνσις αὐτὴ ἔχει διεύθυνσιν πρὸς τὰ ἄνω, ὁ δὲ ἀνελκυστὴρ θὰ κινῆται μέχρις ὅτου ἡ ταχύτης αὐτοῦ 2 m/sec ἐκμηδενισθῇ.

Ἐὰν ὅθεν ἐφαρμόσωμεν τὸν τύπον τῆς ἐπιβραδυνομένης κινήσεως, $\upsilon = \upsilon_0 - \gamma \cdot t$, καὶ θέσωμεν $\upsilon = 0$, $\upsilon_0 = 2$ m/sec καὶ $\gamma = 6$ m/sec^2, εὑρίσκομεν:

$$t = \frac{\upsilon_0}{\gamma} = \frac{2}{6} = 0,33 \text{ sec}$$

Εἰς τὸ χρονικὸν τοῦτο διάστημα, ὁ ἀνελκυστὴρ θὰ διανύσῃ ἀπόστασιν ὑπολογιζομένην ἐκ τοῦ τύπου $s = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$ καί, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀριθμητικῶν δεδομένων, προκύπτει:

$$\underline{s = 0,33 \text{ m}}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α΄ Ἐρωτήσεις

Εἰς τί ἀσχολεῖται ἡ δυναμικὴ τοῦ ὑλικοῦ σημείου.

Τί ὀνομάζομεν δυνάμεις.

Ποῖον τὸ περιεχόμενον τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος καὶ ποῖα τὰ ἐξ αὐτῶν προκύπτοντα συμπεράσματα.

Ποῖον τὸ περιεχόμενον τοῦ τρίτου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος.

Τί καλοῦμεν ἀδράνειαν. Πότε αὕτη ἐκδηλοῦται ἐντονώτερον.

Δώσατε μερικὰ παραδείγματα ἐκδηλώσεως τῆς ἀδρανείας.

Πῶς διατυποῦται ὁ θεμελιώδης νόμος τῆς Μηχανικῆς.

Πῶς ἐπαληθεύεται πειραματικῶς ὁ θεμελιώδης νόμος τῆς Μηχανικῆς.

Πῶς διατυποῦται ἡ ἀρχὴ τῆς ἐπαλληλίας τῶν δυνάμεων.

Ποῖαι αἱ μονάδες δυνάμεως εἰς τὸ σύστημα M.K.S. καὶ τὸ Τ.Σ. καὶ πῶς σχετίζονται αὗται.

Ποία ἡ μονὰς μάζης εἰς τὸ σύστημα C.G.S. καὶ Τ.Σ. καὶ πῶς αὗται σχετίζονται.

Ποῖοι εἶναι οἱ δύο παράγοντες οἱ ὁποῖοι καθορίζουν τὸ βάρος ἑνὸς σώματος.

Νὰ ἐξηγηθῇ ποία διαφορὰ ὑπάρχει μεταξὺ μάζης καὶ βάρους.

Ἡ μεταβολὴ τοῦ βάρους ἑνὸς σώματος, τὸ ὁποῖον μεταφέρεται ἀπὸ τὴν περιοχὴν τοῦ Ἰσημερινοῦ εἰς τὴν περιοχὴν τοῦ πόλου, ἀποδεικνύεται διὰ ζυγοῦ δι᾽ ἐλατηρίου ἢ ζυγοῦ μετὰ φάλαγγος;

Πότε ἐμφανίζεται ἡ φυγόκεντρος δύναμις καὶ κατὰ τί διαφέρει αὕτη τῆς κεντρομόλου.

Ποῖοι οἱ νόμοι τῆς κεντρομόλου δυνάμεως καὶ πῶς αὕτη ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στροφῶν κατὰ δευτερόλεπτον τοῦ κινουμένου σώματος.

Δώσατε μερικὰ παραδείγματα ἐκδηλώσεως τῆς κεντρομόλου καὶ φυγοκέντρου δυνάμεως.

Νὰ δειχθῇ γραφικῶς, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἐπενεργουσῶν δυνάμεων, ἡ θέσις ἰσορροπίας ποδηλατιστοῦ διαγράφοντος κυκλικὴν τροχιάν.

Β' Προβλήματα

1. Πόσην ἐπιτάχυνσιν εἰς m/sec^2 ὑφίσταται σῶμα βάρους 2 kgr* ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν δυνάμεως 1 kgr*. (Ἀπ. $\gamma = 4{,}905\ m/sec^2$.)

2. Ἐπὶ ἠρεμούσης μάζης 10 gr ἐπενεργεῖ δύναμις 2 000 dyn ἐπὶ 4 sec. α) Πόσον διάστημα διανύει ἡ μᾶζα εἰς 6 sec καὶ β) πόσον διάστημα διανύει ἐντὸς τοῦ δεκάτου δευτερολέπτου. (Ἀπ. $s_{\delta\lambda} = 3\,200$ cm, $s_{10} = 800$ cm.)

3. Ἐκ πυροβόλου ἔχοντος σωλῆνα μήκους 3 m καὶ ἐσωτερικὴν διάμετρον 40 mm βάλλεται βλῆμα μάζης 1 kgr, τὸ ὁποῖον κατὰ τὴν ἔξοδον ἐκ τοῦ σωλῆνος ἔχει ταχύτητα 850 m/sec. Ζητοῦνται α) ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ β) ἡ δύναμις ἐπὶ τοῦ βλήματος, ὑποτιθεμένου ὅτι αὕτη διατηρεῖται σταθερὰ καθ' ὅλην τὴν διαδρομὴν τοῦ βλήματος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος. ($g = 10\ m/sec^2$.)
(Ἀπ. α' $1{,}2 \cdot 10^5\ m/sec^2$, β' $1{,}2 \cdot 10^4$ kgr*.)

4. Ἐπὶ σώματος ἐπενεργεῖ ὁριζοντίως σταθερὰ δύναμις 4 500 dyn. Εἰς ὡρισμένην στιγμὴν ἡ ταχύτης τοῦ σώματος εἶναι 60 cm/sec, μετὰ πάροδον δὲ 8 sec ἡ ταχύτης αὐτοῦ εἶναι 105 cm/sec. Πόση εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος. (Ἀπ. m = 800 gr.)

5. Ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους ἄνευ τριβῆς εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ σῶμα μάζης 2 kgr. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπενεργεῖ πρὸς τὰ ἄνω καὶ ὑπὸ γωνίαν 30^0 ἐν σχέσει πρὸς τὴν κατακόρυφον δύναμις 1 kgr*. Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ πόσον τὸ διανυθὲν διάστημα ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἐντὸς 10 sec. (Ἀπ. $\gamma = 2{,}45\ m/sec^2$, s = 122,5 m.)

6. Σῶμα μάζης $3 \cdot 10^5$ gr κινεῖται ὁριζοντίως ὑπὸ ταχύτητα 10^3 cm/sec. Πόση γίνεται ἡ ταχύτης αὐτοῦ μετὰ πάροδον 100 sec, ὅταν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως ἐπενεργήσῃ δύναμις $4{,}5 \cdot 10^7$ dyn. (Ἀπ. 16 000 cm/sec.)

7. Σιδηροδρομικὸς συρμὸς βάρους 500 ton* κινεῖται ἐπὶ ὁριζοντίων σιδηροτροχιῶν καὶ πρέπει ἡ ταχύτης αὐτοῦ ἀπὸ 4 m/sec νὰ αὐξηθῇ εἰς 20 m/sec ἐντὸς 4 min. Πόσην ἕλξιν πρέπει νὰ ἀναπτύξῃ ἡ μηχανή. ($g = 10\ m/sec^2$.) (Ἀπ. F = 3 300 kgr*.)

8. Μᾶζα 2 τόννων ἠρεμεῖ ἐπὶ ὁριζοντίου καὶ ἄνευ τριβῆς ἐδάφους καὶ πρέπει ἐντὸς 1 min νὰ ἀποκτήσῃ ταχύτητα 5 m/sec. Ζητεῖται ἡ ὁριζοντία δύναμις, ἡ ὁποία πρέπει νὰ ἐπενεργήσῃ ἐπὶ τῆς σφαίρας. (Ἀπ. F = 16,6 kgr*.)

9. Ἐπὶ ἠρεμούσης μάζης 3 kgr ἐπενεργεῖ δύναμις 600 gr*, ἡ ὁποία μετατοπίζει αὐτὴν κατὰ 5 m. Ἐπὶ πόσον χρόνον ἐπενεργεῖ ἡ δύναμις. (Ἀπ. t = 2,25 sec.)

10. Ἐπὶ κατακορύφου τροχαλίας ἀβαροῦς μὲ τὴν βοήθειαν καταλλήλου νήματος ἐξαρτῶμεν ἑκατέρωθεν δύο βάρη 500 gr* καὶ 510 gr*. Ἐὰν ἀφήσωμεν τὸ σύστημα τῶν βαρῶν ἐλεύθερον, βλέπομεν ὅτι τοῦτο κινεῖται. Νὰ περιγραφῇ α) ἡ κίνησις καὶ β) νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις. (Ἀπ. F = 9 810 dyn, $\gamma = 9{,}73\ cm/sec^2$.)

11. Δύναμις 180 gr* ἐπενεργεῖ ἐπὶ 14 sec ἐπὶ σώματος βάρους 4 kgr* εὑρισκομένου ἀρχικῶς ἐν ἠρεμίᾳ. Μετὰ παρέλευσιν ἀρκετοῦ χρόνου τὸ σῶμα εὑρίσκεται, παρατηρούμενον ἐκ τῆς ἀρχῆς τῆς κινήσεως, εἰς ἀπόστασιν 81,9 m. Νὰ περιγραφῇ λεπτομερῶς ἡ κίνησις καὶ νὰ ὑπολογισθοῦν ἡ ἐπιτάχυνσις, τὸ διανυόμενον διάστημα εἰς 14 sec καὶ ἡ κτηθεῖσα ταχύτης εἰς τὸ τέλος τοῦ 14ου δευτερολέπτου. ($g = 10\ m/sec^2$.)
(Ἀπ. $\gamma = 0{,}45\ m/sec^2$, $s_{14} = 44{,}1$ m, $\upsilon = 6{,}3$ m/sec, s = 37,8 m, t = 6 sec.)

12. Σῶμα μάζης 150 gr διαγράφει κύκλον ἀκτῖνος 50 cm ἢ 100 cm. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ κεντρομόλος δύναμις εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις, ἵνα ἡ γραμμικὴ ταχύτης εἶναι 2 m/sec. Πόση εἶναι ἡ κεντρομόλος δύναμις, ὅταν ἡ περίοδος τῆς κινήσεως εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις εἶναι 1,2 sec. (Ἀπ. $F_1 = 120\,000$ dyn, $F_2 = 60\,000$ dyn, $F'_1 = 205\,416$ dyn, $F'_2 = 41\,032$ dyn.)

13. Σφαῖρα μάζης 1 kgr εἶναι προσδεδεμένη εἰς σχοινίον καὶ διαγράφει κύκλον ὁριζόντιον ἀκτῖνος 1 m. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ συχνότης κινήσεως τῆς σφαίρας, ὅταν ἡ ὁριζοντία δύναμις ἡ ἐπενεργοῦσα ἐπὶ τοῦ σχοινίου εἶναι 10 kgr*. (Ἀπ. $\nu = 1{,}58\ sec^{-1}$.)

14. Νὰ εὑρεθῇ μὲ ποίαν ἀρχικὴν ταχύτητα πρέπει νὰ βληθῇ σῶμα ὁριζοντίως, ὥστε νὰ μὴ ἐπανέλθῃ πλέον εἰς τὴν Γῆν, δηλαδὴ νὰ γίνῃ δορυφόρος της. ('Ακτὶς τῆς Γῆς $R = 6\ 370$ km, $g = 9{,}81$ m/sec^2.) Ἡ ἀντίδρασις τοῦ ἀέρος νὰ θεωρηθῇ ἀμελητέα. ('Απ. $\upsilon = 7\ 900$ m/sec.)

15. Εἰς νῆμα μήκους 1 m καὶ ἀντοχῆς θραύσεως 7 kgr* ἐξαρτᾶται λίθος βάρους 2 kgr* καὶ ὁ λίθος τίθεται εἰς κίνησιν, ὥστε νὰ διαγράφῃ κατακόρυφον κύκλον. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ γραμμικὴ ταχύτης, ἵνα τὸ νῆμα θραυσθῇ. ($g = 10$ m/sec^2.) ('Απ. $\upsilon = 5$ m/sec.)

16. Κατὰ τὴν ἀλληλεπενέργειαν μεταξὺ σώματος 12 kgr καὶ ἑτέρου 4 kgr, τὸ σῶμα 12 kgr ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 2,5 m/sec^2. Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ σώματος 4 kgr.
('Απ. $\gamma_2 = 7{,}5$ m/sec^2.)

17. Δοχεῖον περιέχον ὕδωρ μάζης 5 kgr ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἄκρου νήματος. Ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὕδατος ἀπέχει ἀπὸ τοῦ κέντρου O περιστροφῆς 1,5 m. Ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ ἐλαχίστη ταχύτης περιστροφῆς ἐπὶ κατακορύφου ἐπιπέδου, ἵνα μὴ πίπτῃ τὸ ὕδωρ. ($g = 10$ m/sec^2.)
('Απ. $\upsilon_{op} = 3{,}87$ m/sec.)

18. Κομβολόγιον ἀποτελεῖται ἀπὸ 6 σφαίρας ἐκ μολύβδου μάζης 30 gr συνδεδεμένας διὰ λεπτοῦ σύρματος δυναμένου ν' ἀνθέξῃ εἰς τάσιν 5 kgr*, σχηματίζει δὲ κανονικὸν πολύγωνον ἐγγράψιμον εἰς κύκλον ἀκτῖνος 25 cm καὶ περιστρέφεται ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου του πέριξ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου. Διὰ ποίαν συχνότητα περιστροφῆς τὸ σύρμα θραύεται καὶ ποία ἡ γωνιακὴ ταχύτης αὐτοῦ.
('Απ. $\nu = 13$ sec^{-1}, $\omega = 81{,}64$ rad/sec.)

19. Σφαῖρα ζυγίζουσα 0,5 kgr* καὶ κινουμένη ὑπὸ ταχύτητα 20 m/sec κτυπᾶται μὲ ρακέταν, ἡ ὁποία ἀναγκάζει αὐτὴν νὰ κινῆται μὲ ταχύτητα ἀντιθέτου φορᾶς 12 m/sec. Ἡ δύναμις ἡ ὁποία ἐπιδρᾷ ἐπὶ τῆς σφαίρας διαρκεῖ ἐπὶ 0,01 sec. Πόση εἶναι ἡ μέση ἔντασις τῆς δυνάμεως κατὰ τὸ διάστημα τοῦτο. ('Απ. $F = 163{,}1$ kgr*.)

20. Σφαῖρα B περιστρέφεται προσδεδεμένη εἰς τὸ ἓν ἄκρον σχοινίου μήκους 24 cm, ἐνῷ τὸ ἕτερον ἄκρον τοῦ νήματος στηρίζεται ἐπὶ σταθεροῦ σημείου O. Ἡ σφαῖρα διαγράφει ὁριζόντιον κύκλον ἀκτῖνος ΓB περὶ κέντρον εὑρισκόμενον κάτω τοῦ O. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης τῆς σφαίρας ἐπὶ τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς της, ὅταν τὸ σχοινίον σχηματίζῃ γωνίαν 30^0 μετὰ τῆς κατακορύφου.
('Απ. $\upsilon = 82{,}4$ cm/sec.)

21. Σύρμα ἐκ νήματος ἐλαστικοῦ, μήκους 1 m, ἐπιμηκύνεται κατὰ 52 cm, ὅταν τείνεται κατακορύφως διὰ τῆς ἐξαρτήσεως βάρους 500 gr* ἐκ τοῦ ἄκρου αὐτοῦ. 'Αντικαθίσταται τὸ βάρος δι' ἑτέρου 50 gr* καὶ περιστρέφεται ἐπὶ κατακορύφου ἐπιπέδου τὸ νῆμα μὲ ὁμαλὴν κίνησιν. Ποία ἡ γωνιακὴ ταχύτης, ἵνα ἡ ἐπιμήκυνσις εἶναι ἡ αὐτὴ ὡς καὶ κατὰ τὴν πρώτην περίπτωσιν.

('Απ. $\omega = \sqrt{\dfrac{981\,(10 - \text{συν}\,\theta)}{152}}$ rad/sec.)

22. 'Απὸ τροχαλίαν ἐξαρτῶνται δύο κύλινδροι, τῶν ὁποίων αἱ μᾶζαι εἶναι $m_1 = 30$ gr καὶ $m_2 = 40$ gr. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ ἡ τάσις τοῦ νήματος.
('Απ. $\gamma = 143$ cm/sec^2, $T = 34\ 280$ dyn.)

23. 'Ανελκυστὴρ ἀνέρχεται ἀπὸ τὸν πρῶτον εἰς τὸν δεύτερον ὄροφον οἰκοδομῆς. Παραστήσατε γραφικῶς α) τὴν τείνουσαν δύναμιν συναρτήσει τοῦ χρόνου καὶ β) τὴν ταχύτητα συναρτήσει τοῦ χρόνου.

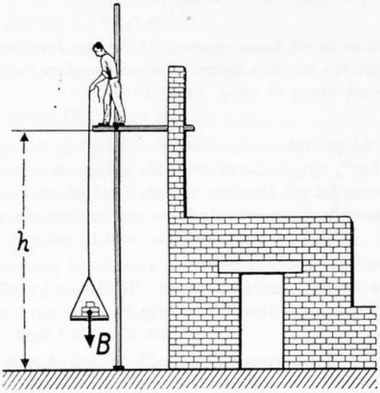
24. 'Ανελκυστὴρ 2 000 kgr* κατέρχεται πρὸς τὰ κάτω μὲ ἐπιτάχυνσιν 1,2 m/sec^2. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ τάσις τοῦ καλωδίου. ($g = 10$ m/sec^2.) ('Απ. $T = 1\ 760$ kgr*.)

25. Φορτίον 2 τόννων ἀνυψοῦται ὑπὸ γερανοῦ καὶ ἡ κατακόρυφος ἐπιτάχυνσις εἶναι $\gamma = 1$ m/sec^2. Ποία δύναμις ἐπενεργεῖ ἐπὶ τοῦ σχοινίου. ($g = 10$ m/sec^2.) ('Απ. $F = 2\ 200$ kgr*.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ'

ΕΡΓΟΝ. ΙΣΧΥΣ. ΕΝΕΡΓΕΙΑ

94. Ἔργον. Λέγομεν ὅτι **δύναμις παράγει ἔργον, ὅταν προκαλῇ μετατόπισιν τοῦ σημείου ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐπενεργεῖ.** Οὕτω, ἐὰν ἐργάτης (σχ. 169) ἀνυψώνῃ βάρος εἰς ὡρισμένον ὕψος, παράγει ἔργον, διότι α) ἐφαρμόζει ἐπὶ τοῦ σχοινίου δύναμιν διὰ νὰ ἐξουδετερώσῃ τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ β) σύρει πρὸς τὸ μέρος του τὸ ἄνω ἄκρον τοῦ σχοινίου, μὲ ἄλλους δηλαδὴ λόγους μετατοπίζει τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ὑπ' αὐτοῦ καταβαλλομένης δυνάμεως. Ἐν γένει παράγεται ἔργον, ὅταν ὑπάρχῃ δύναμις καὶ μετατόπισις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως.



Σχ. 169. Ὁ ἐργάτης ἀνυψῶν τὸ βάρος B παράγει ἔργον $A = B \cdot h$.

Περίπτωσις δυνάμεως καὶ μετατοπίσεως, κειμένων ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας. Ἐὰν ὁ ἐργάτης ἁπλῶς συγκρατῇ διὰ τοῦ σχοινίου τὸ σῶμα χωρὶς νὰ ἀνυψώνῃ αὐτό, μολονότι καταβάλλει προσπάθειαν, ἀπὸ ἀπόψεως Φυσικῆς οὗτος δὲν παράγει ἔργον.

Ὅταν ὁ ἐργάτης ἀνυψώνῃ βάρος π.χ. 10 kgr* εἰς ὕψος 1 m, παράγει ἔργον διπλάσιον παρὰ ὅταν ἀνυψώνῃ βάρος 5 kgr* εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος. Ἐπίσης εἶναι ἀνάλογον τῆς μετατοπίσεως· δηλαδή, ἐὰν ὁ ἐργάτης ἀνυψώνῃ βάρος 5 kgr* εἰς ὕψος 2 m, παράγει ἔργον διπλάσιον παρὰ ὅταν ἀνυψώνῃ βάρος 5 kgr* εἰς ὕψος 1 m.

Ὡς ἐκ τούτου ὁρίζομεν ὅτι: **«τὸ ἔργον δυνάμεως σταθερᾶς (κατὰ μέτρον καὶ διεύθυνσιν), τῆς ὁποίας τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς μετατοπίζεται κατὰ τὴν ἰδίαν αὐτῆς διεύθυνσιν, μετρεῖται ὑπὸ τοῦ γινομένου τῆς ἐντάσεως τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν μετατόπισιν».**

Ἤτοι, ἐὰν A παριστᾷ τὸ ἔργον, F τὴν δύναμιν καὶ s τὴν μετατόπισιν, τὸ ἔργον ἐκφράζεται διὰ τῆς σχέσεως:

$$\boxed{A = F \cdot s} \qquad \boxed{\text{ἔργον} = \text{δύναμις} \times \text{μετατόπισις}} \qquad (1)$$

Διαστάσεις ἔργου.

1) Μετρικὸν σύστημα: $[A] = [L\ M\ T^{-2}\ L] = [L^2\ M\ T^{-2}]$

2) Τεχνικὸν σύστημα: $[A] = [L]\ [F]$

Μονάδες ἔργου. Ἡ μονὰς ἔργου προκύπτει ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1), ὅταν λάβωμεν δύναμιν ἴσην πρὸς τὴν μονάδα δυνάμεως καὶ μετατόπισιν ἴσην πρὸς τὴν μονάδα διαστήματος.

1) Σύστημα C.G.S. Ἡ μονὰς ἔργου εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ὁρίζεται ὡς τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ δυνάμεως 1 δύνης (1 dyn), ὅταν αὐτὴ μεταθέτῃ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της, κατὰ τὴν διεύθυνσίν της, κατὰ 1 ἑκατοστόμετρον. Ἐκλήθη δὲ ἡ μονὰς αὐτὴ **ἔργιον (1 erg),** ἤτοι εἶναι:

$$\mathbf{1\ erg = 1\ dyn \cdot cm}$$

2) Σύστημα M.K.S. Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο χρησιμοποιεῖται ὡς μονὰς ἔργου τὸ **Joule** (1 Τζούλ, J), εἶναι δέ:

$$1\ \text{Joule} = 10^7\ \text{erg}$$

3) Τεχνικὸν σύστημα. Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ὁρίζομεν ὡς μονάδα ἔργου, τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ δυνάμεως 1 kgr*, ὅταν μετατοπίζῃ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της κατὰ 1 m· καλεῖται δὲ ἡ μονὰς αὐτὴ **χιλιογραμμόμετρον (1 kgr*m)** καὶ εἶναι:

$$1\ \text{kgr*m} = 9{,}81 \cdot 10^7\ \text{erg}$$

Ἄλλη μονὰς ἔργου, χρησιμοποιουμένη κυρίως διὰ τὴν μέτρησιν τῆς θερμικῆς ἐνεργείας, εἶναι ἡ **θερμὶς (1 cal)** καὶ τὸ πολλαπλάσιον αὐτῆς ἡ **χιλιοθερμὶς (1 kcal)**. Εἶναι δέ:

$$\mathbf{1\ cal = 4{,}19\ Joule} \quad \text{καὶ} \quad \mathbf{1\ kcal = 426{,}8\ kgr^*m}$$

Εἰς τὴν Ἀτομικὴν Φυσικὴν χρησιμοποιεῖται ὡς μονὰς ἔργου τὸ **ἠλεκτρονιοβόλτ (1 eV).** Εἶναι δέ:

$$1\ \text{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-12}\ \text{erg} = 1{,}6\ \text{picoerg}$$

Ἄλλας μονάδας ἔργου θὰ γνωρίσωμεν περαιτέρω (βλ. σελὶς 150).

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Δύναμις 5 kgr* μετατοπίζει τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της εἰς ἀπόστασιν 10 m κατὰ τὴν ἰδίαν διεύθυνσιν αὐτῆς. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ ἔργον εἰς erg καὶ Joule.

Λύσις. Ἐπειδὴ ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως καὶ ἡ μετατόπισις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς της συμπίπτουν, θὰ ἰσχύῃ ἡ σχέσις:

$$A = F \cdot s \tag{1}$$

ὅπου A τὸ ἔργον, F ἡ δύναμις καὶ s ἡ μετατόπισις.

Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἔργον εἰς ἔργια, τρέπομεν τὴν ἔντασιν τῆς δυνάμεως ἀπὸ kgr* εἰς dyn καὶ τὴν μετατόπισιν ἀπὸ m εἰς cm καὶ ἐφαρμόζομεν τὴν σχέσιν (1). Οὕτω εὑρίσκομεν:

$$\underline{A} = 5 \cdot 981\ 000 \cdot 1000 = \underline{490{,}5 \cdot 10^7\ \text{erg}}$$

Ἐπειδὴ ὅμως 10^7 erg = 1 Joule, εὑρίσκομεν ὅτι :

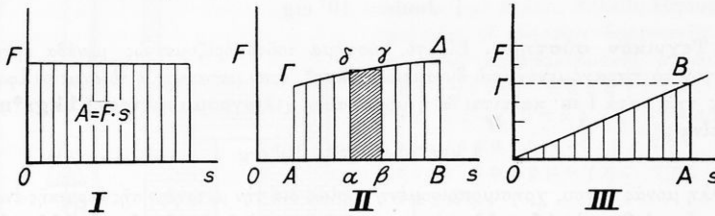
$$\underline{A = 490{,}5\ \text{Joule}}$$

*** Παρατήρησις.** Ἐὰν συγκρίνωμεν τὰς ἐξισώσεις διαστάσεων τοῦ ἔργου καὶ τῆς ῥοπῆς, παρατηροῦμεν ὅτι εἰς ἀμφότερα τὰ συστήματα θεμελιωδῶν μεγεθῶν, ἤτοι τὸ [L M T] ἢ τὸ [L F T], εἶναι αἱ αὐταί.

Πράγματι τόσον τὸ ἔργον ὅσον καὶ ἡ ροπὴ εἶναι γινόμενα δυνάμεως καὶ διαστήματος, ἄρα ἔχουν τὰς αὐτὰς διαστάσεις [$L^2 M^1 T^{-2}$] ἢ [$F^1 L^1 T^0$] διὰ τὸ Τεχνικὸν σύστημα.

Ἐν τούτοις, τὰ δύο μεγέθη δὲν εἶναι ταυτόσημα, διότι τὸ μὲν ἔργον ὡς ἐσωτερικὸν γινόμενον διανυσμάτων εἶναι μονόμετρον μέγεθος, ἐνῷ ἡ ροπὴ ὡς ἐξωτερικὸν γινόμενον εἶναι ἐπίσης διάνυσμα. Συμπεραίνομεν ὅθεν, ὅτι αἱ ἐξισώσεις τῶν διαστάσεων, ἐὰν μὲν εἶναι διάφοροι, τότε τὰ ποσὰ εἶναι ὁπωσδήποτε διαφόρου φύσεως καὶ ἡ μεταξύ των τυχὸν σχέσις εἶναι ἐσφαλμένη. Ἐὰν δὲ ὑφίσταται ὁμοιογένεια διαστάσεων, τότε τὰ ποσὰ δύνανται νὰ ἐξισωθοῦν ἀλλὰ δυνατὸν νὰ ὑπάρχῃ εἰς τὸ ἓν μέλος τῆς ἐξισώσεως καθαρός τις ἀριθμός, ὅπως π.χ. τὸ 1/2, τὸ 2 π κλπ. (βλ. § 7 καὶ 33).

***95. Γραφικὴ παράστασις τοῦ ἔργου.** Ἐκ τοῦ τύπου $A = F \cdot s$ παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ ἔργον ἐκφράζεται ὡς γινόμενον δύο παραγόντων, ἑπομένως ἐὰν ἀναφέρωμεν τὰς τιμὰς τῶν F καὶ s εἰς σύστημα ὀρθογωνίων ἀξόνων, τὸ ἔργον θὰ παριστᾶται ὑπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ ὀρθογωνίου, τοῦ ὁποίου ἡ βάσις εἶναι s καὶ τὸ ὕψος F (σχ. 170,I).



Σχ. 170. Γραφικὸς ὑπολογισμὸς τοῦ ἔργου: (I) δυνάμεως σταθερᾶς, (II) δυνάμεως μεταβλητῆς, (III) δυνάμεως γραμμικῶς μεταβαλλομένης.

Ἡ γραφικὴ παράστασις τοῦ ἔργου ἔχει ὅλως ἰδιάζουσαν σημασίαν, διότι ἐπιτρέπει τὸν εὔκολον ὑπολογισμὸν τοῦ ἔργου, ὅταν ἡ δύναμις δὲν διατηρῇ σταθερὰν ἔντασιν καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς μετατοπίσεως.

Πράγματι, εἰς πολλὰς περιπτώσεις, ἐνῷ ἡ δύναμις διατηρεῖ διεύθυνσιν σταθεράν, ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ αὐτῆς μεταβάλλεται, ἔστω δὲ ὅτι εἶναι γνωστὸς ὁ νόμος τῆς μεταβολῆς τῆς δυνάμεως F, συναρτήσει τῆς μετατοπίσεως s, καὶ ὅτι ὁ νόμος οὗτος παριστᾶται ὑπὸ τῆς καμπύλης τοῦ σχ. 170,II.

Ἵνα ὑπολογίσωμεν γραφικῶς τὸ ἔργον, ὑποδιαιροῦμεν τὴν μετατόπισιν εἰς στοιχειώδη τμήματα Δs, ἓν τῶν ὁποίων ἔστω τὸ αβ. Ἐὰν φέρωμεν τὰς τεταγμένας εἰς τὰ ἄκρα τῆς στοιχειώδους μετατοπίσεως, δυνάμεθα ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος νὰ θεωρήσωμεν, ὅτι ἡ δύναμις ἐντὸς τῆς στοιχειώδους μετατοπίσεως αβ διατηρεῖ σταθερὰν τιμὴν ἴσην πρὸς αδ καὶ νὰ παραστήσωμεν τὸ ἔργον, ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος, ὑπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ ὀρθογωνίου αβγδ. Ἐὰν τὸ αὐτὸ πράξωμεν καὶ διὰ τὰς ὑπολοίπους στοιχειώδεις μετατοπίσεις, εὑρίσκομεν, ὅτι τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον κατὰ τὴν πεπερασμένην μετατόπισιν ΑΒ ἰσοῦται πρὸς τὸ ἐμβαδὸν τοῦ καμπυλογράμμου χωρίου ΑΒΔΓ, τὸ ὁποῖον δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν διὰ διαφόρων μεθόδων.

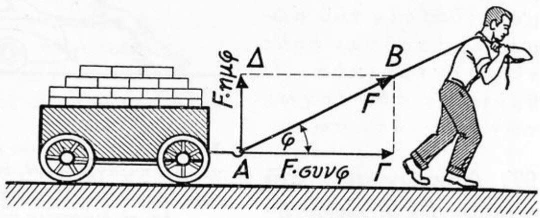
Ἐὰν ἡ δύναμις μεταβάλλεται ἀναλόγως πρὸς τὴν μετατόπισιν τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς της, τότε ὁ νόμος τῆς μεταβολῆς της:

$$F = k \cdot s$$

ὅπου k σταθερὰ τοῦ ἐλατηρίου καὶ s ἡ ἐπιμήκυνσις ΟΑ, παριστᾶται ὑπὸ εὐθείας γραμμῆς διερχομένης διὰ τοῦ Ο (σχ. 170, III). Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην τὸ ἔργον τὸ συντελεσθὲν ἀπὸ τῆς ἐκκινήσεως μέχρι τῆς θέσεως, καθ' ἣν ἡ μετατόπισις εἶχε τιμὴν s, ἡ δὲ δύναμις τιμὴν F, θὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου ΟΑΒ, τοῦ ἔχοντος βάσιν $OA = s$ καὶ ὕψος $AB = F$, ἤτοι ἔργον $A = 1/2 \ F \cdot s$. Ἐπειδὴ ὅμως $F = k \cdot s$, θὰ ἔχωμεν :

$$A = \frac{1}{2} \, k \cdot s^2$$

96. Ἔργον παραγόμενον εἰς τὴν περίπτωσιν μετατοπίσεως, μὴ συμπιπτούσης πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως. Ἔστω ἤδη ὅτι ἐπὶ ὀχήματος ἐπιδρᾷ ἡ σταθερὰ δύναμις F (σχ. 171) σχηματίζουσα πρὸς τὴν τροχιὰν τοῦ ὀχήματος τυχοῦσαν γωνίαν φ. Τὴν δύναμιν F ἀναλύομεν εἰς δύο ὀρθογωνίους συνιστώσας, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία διευθύνεται ὁριζοντίως κατὰ τὴν μετατόπισιν, καὶ τῆς ὁποίας ἡ τιμὴ εἶναι F · συν φ, ὁπότε ἡ ἄλλη θὰ εἶναι κάθετος ἐπὶ τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον. Ἡ κάθετος ὅμως συνιστῶσα δὲν συντελεῖ εἰς τὴν μετατόπισιν τοῦ σώματος, ἑπομένως αὐτὴ δὲν παράγει ἔργον ἤ, ἄλλως, τὸ εἰς αὐτὴν ἀντιστοιχοῦν ἔργον εἶναι μηδέν, ἐνῷ ἡ ὁριζοντία συνιστῶσα παράγει ἔργον, τοῦ ὁποίου ἡ τιμὴ εἶναι:



Σχ. 171. Ἡ δύναμις F · συν φ εἶναι ἡ κινητήριος δύναμις.

$$\boxed{A = F \cdot s \cdot \text{συν}\, \varphi} \qquad (1)$$

ὅπου φ ἡ γωνία ἡ σχηματιζομένη μεταξὺ τῆς διευθύνσεως τῆς δυνάμεως F καὶ τῆς διευθύνσεως μετατοπίσεως s. Οὕτω, κατὰ τὴν μετατόπισιν τοῦ ὀχήματος, ἡ μὲν δύναμις παράγει ἔργον A = F · s · συν φ, ἐνῷ τὸ βάρος τοῦ ὀχήματος, ἐπειδὴ εἶναι κάθετον εἰς τὴν μετατόπισιν, δὲν παράγει ἔργον.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν τὰς ἀκολούθους προτάσεις:

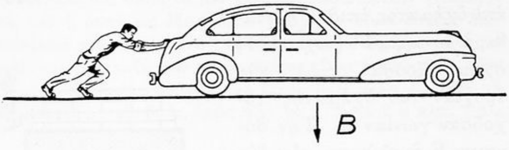
α) **Τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον παράγει σταθερὰ δύναμις, ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς μετατοπίσεως ἐπὶ τὴν συνιστῶσαν τῆς δυνάμεως κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς μετατοπίσεως ἤ, ἄλλως, τὴν προβολὴν τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν μετατόπισιν.**

β) **Ὅταν τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς δυνάμεως σταθερᾶς μετακινεῖται καθέτως ἐπὶ τὴν μετατόπισιν, ἡ δύναμις δὲν παράγει ἔργον ἤ, ἄλλως, τὸ ἔργον αὐτῆς εἶναι μηδέν.**

γ) Ἐξ ἄλλου ἐκ τοῦ τύπου A = F · s · συν φ, ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι s · συν φ παριστᾷ τὴν προβολὴν s′ τῆς μετατοπίσεως ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως, τότε προκύπτει A = F · s′, ἐκ τοῦ ὁποίου συνάγεται ἡ ἀκόλουθος πρότασις: « **τὸ ἔργον δυνάμεως σταθερᾶς ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως, ἐπὶ τὴν προβολὴν τῆς μετατοπίσεως, ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως** ».

Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σχήματος 172, ὁ ἄνθρωπος ὠθεῖ αὐτοκίνητον, τὸ ὁποῖον μετατοπίζεται ὁριζοντίως. Εἶναι προφανὲς ὅτι εἰς τὴν μετακίνησιν ταύτην οὐδόλως συμμετέχει τὸ βάρος B, διότι ἔχει διεύθυνσιν κάθετον ἐπὶ τὴν μετατόπισιν.

δ) Διὰ τὸ ἔργον γενικῶς ἰσχύει ἡ ἀκόλουθος πρότασις, ἡ ὁποία εἶναι ἄμεσος συνέπεια τῆς ἀρχῆς τῆς ἐπαλληλίας τῶν δυνάμεων: «Ἐὰν πολλαὶ δυνάμεις, ἐπενεργοῦσαι ἐπὶ σώματος, παρέχουν συνισταμένην, τὸ ἔργον τῆς συνισταμένης διὰ πᾶσαν μετατόπισιν τοῦ σώματος ἰσοῦται πρὸς τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ἔργων τῶν συνιστωσῶν».



Σχ. 172. Τὸ βάρος, ὡς κάθετος ἐπὶ τὴν μετατόπισιν δύναμις, δὲν παράγει ἔργον, ἐνῷ ὁ ἄνθρωπος παράγει ἔργον ἴσον πρὸς τὴν δύναμιν, τὴν ὁποίαν καταβάλλει ἔναντι τῆς τριβῆς, ἐπὶ τὸ διάστημα μετατοπίσεως τοῦ αὐτοκινήτου.

97. Διερεύνησις τοῦ τύπου (1). Κινητήριον καὶ ἀνθιστάμενον ἔργον. Ἐκ τοῦ τύπου: $A = F \cdot s \cdot \text{συν}\,\varphi$ παρατηροῦμεν ὅτι, ὅταν $\varphi = 0$ (ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως συμπίπτει πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς μετατοπίσεως), εἶναι $A = F \cdot s$, ἐνῷ ὅταν $\varphi = 90^0$ (ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως κάθετος ἐπὶ τὴν μετατόπισιν), τότε $\text{συν}\,\varphi = 0$ καὶ $A = 0$. Ἐὰν $0^0 < \varphi < 90^0$, τότε $\text{συν}\,\varphi > 0$ καὶ τὸ ἔργον παριστᾶται ὑπὸ θετικοῦ ἀριθμοῦ, καλεῖται δὲ πολλάκις καὶ **κινητήριον ἔργον.**

Ἐὰν $90^0 < \varphi \leq 180^0$, τότε $\text{συν}\,\varphi < 0$, τὸ δὲ ἔργον ἐκφράζεται ὑπὸ ἀρνητικοῦ ἀριθμοῦ καὶ καλεῖται πολλάκις **ἀνθιστάμενον ἔργον.**

Οὕτω, ὅταν καταβάλλωμεν μυϊκὴν δύναμιν πρὸς ἐξουδετέρωσιν τοῦ βάρους τοῦ σώματος καὶ προκαλοῦμεν κατακόρυφον ἀνύψωσιν τοῦ σώματος, τὸ ἔργον τῆς μυϊκῆς δυνάμεως εἶναι θετικὸν καὶ ἑπομένως κινητήριον, ἐνῷ τὸ ἔργον τοῦ βάρους τοῦ σώματος εἶναι ἀρνητικὸν καὶ ἑπομένως ἀνθιστάμενον.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Ἕλκηθρον μετατοπίζεται κατὰ 12 m ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους. Ἡ ἕλξις τοῦ σχοινίου εἶναι 15 kgr* καὶ σχηματίζει γωνίαν 30⁰ μετὰ τοῦ ἐδάφους. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ ἔργον.

Λύσις. Ἐὰν καλέσωμεν F τὴν δύναμιν (ἕλξιν), s τὴν μετατόπισιν καὶ φ τὴν γωνίαν, ἡ ὁποία σχηματίζεται ἀπὸ τὴν φορὰν τῆς μετατοπίσεως καὶ τῆς δυνάμεως, τότε τὸ ἔργον δίδεται διὰ τοῦ τύπου:

$$A = F \cdot s \cdot \text{συν}\,\varphi$$

Θέτοντες: $F = 15$ kgr*, $s = 12$ m καὶ $\varphi = 30^0$, εὑρίσκομεν:

$$\underline{A} = 15 \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \underline{155{,}85 \text{ kgr*m}}$$

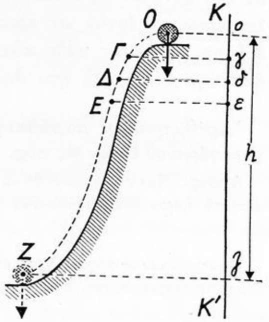
98. Ἔργον παραγόμενον εἰς τὴν περίπτωσιν πτώσεως ἢ ἀνυψώσεως σώματος. Ἔστω ὅτι σῶμα βάρους B μετατοπίζεται ἐκ τοῦ O εἰς Z (σχ. 173) ἀκολουθοῦν τυχόντα δρόμον ΟΓΔΕΖ. Τὸ βάρος B τοῦ σώματος ἀποτελεῖ δύναμιν σταθερὰν διευθυνομένην κατὰ τὴν κατακόρυφον. Θεωρήσωμεν ὅτι τὸ σῶμα μετατοπίζεται κατὰ τὴν ΟΓ. Ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι ἡ μετατόπισις αὕτη εἶναι πολὺ μικρὰ ἤ, ἄλλως, ὡς λέγομεν, ἀ π ε ι ρ ο σ τ ή, ἡ ΟΓ δύναται νὰ ἐξομοιωθῇ ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος πρὸς τμῆμα εὐθείας, τοῦ ὁποίου ἡ προβολὴ ἐπὶ τὴν κατακόρυφον ΚΚ' ἤ, ἄλλως, τὴν διεύθυνσιν τοῦ βάρους Β εἶναι ἡ ο γ, ὅτε, συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, τὸ ἀντιστοιχοῦν ἔργον κατὰ τὴν ἀπειροστὴν μετατόπισιν ΟΓ θὰ εἶναι ἴσον πρὸς Β · ο γ. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον εὑρίσκομεν, ὅτι τὰ ἀντίστοιχα ἔργα κατὰ τὰς μετατοπίσεις ΓΔ, ΔΕ κλπ., τὰς ὁποίας θεωροῦμεν ἐπίσης ὡς ἀπειροστάς, θὰ εἶναι Β · γ δ, Β · δ ε κλπ.

Τὸ συνολικὸν ὅθεν ἔργον τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν μετατόπισιν ΟΓΔΕΖ θὰ εἶναι:

$$\mathrm{A} = \mathrm{B}\cdot o\gamma + \mathrm{B}\cdot\gamma\delta + \mathrm{B}\cdot\delta\varepsilon + \ldots =$$
$$= \mathrm{B}\,(o\gamma + \gamma\delta + \delta\varepsilon + \ldots)$$

Ἐὰν τεθῇ $o\gamma + \gamma\delta + \delta\varepsilon + \ldots = h$, ὅπου h ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις τῶν σημείων Ο καὶ Ζ, εὑρίσκομεν:

$$\boxed{\mathrm{A} = \mathrm{B}\cdot h}$$



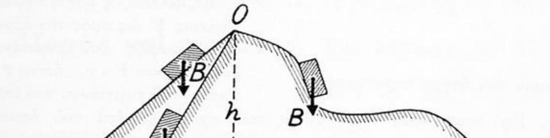
Σχ. 173. Τὸ ἔργον τοῦ βάρους. Β ἀπὸ Ο εἰς Ζ εἶναι : Α = Β · h

Οὕτω προκύπτει ἡ ἀκόλουθος πρότασις: «Τὸ ἔργον τοῦ βάρους σώματός τινος ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τοῦ βάρους ἐπὶ τὴν κατακόρυφον μετατόπισιν αὐτοῦ».

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω προτάσεως συνάγεται τὸ ἑξῆς πόρισμα:

«Κατὰ τὴν μετακίνησιν ἑνὸς σώματος μεταξὺ δύο σημείων, τὰ ὁποῖα ἀπέχουν κατακορύφως κατὰ τὴν ἀπόστασιν h, τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ τοῦ βάρους τοῦ σώματος εἶναι ἀνεξάρτητον τῆς μορφῆς τῆς τροχιᾶς, ἐπὶ τῆς ὁποίας γίνεται ἡ μετακίνησις, ἐξαρτᾶται δὲ μόνον ἐκ τῆς κατακορύφου ἀποστάσεως.»

Εἰς τὸ σχῆμα 174 δεικνύεται, ὅτι τὸ ἔργον εἶναι τὸ αὐτό, οἱοσδήποτε καὶ ἂν εἶναι ὁ ἀκολουθούμενος δρόμος μεταξὺ τοῦ σημείου Ο καὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου $\Gamma_1\Gamma_2$· διότι, συμφώνως πρὸς τὰ προηγούμενα, τὸ ἔργον τοῦτο ἰσοῦται πρὸς Β · ΟΓ, ὅπου ΟΓ = h, παριστᾷ τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τοῦ σημείου Ο ἀπὸ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου $\Gamma_1\Gamma_2$.



Σχ. 174. Οἱοσδήποτε καὶ ἂν εἶναι ὁ δρόμος ὁ ἀκολουθούμενος μεταξὺ Ο καὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου $\Gamma_1\Gamma_2$, ἡ ἔκφρασις τοῦ ἔργου τοῦ βάρους Β εἶναι πάντοτε: Α = Β · h.

Εἶναι ἄξιον παρατηρήσεως ὅτι, ὅταν σῶμα βαρὺ μετατοπίζεται ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους, τὸ ἔργον τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸ βάρος εἶναι μηδέν, διότι h = 0, ἐνῷ τὸ ἔργον τὸ ἀπαιτούμενον διὰ τὴν κίνησιν τοῦ σώματος ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους δὲν εἶναι μηδέν, διότι πρέπει νὰ ὑπερνικηθῇ ἡ τριβή, ἡ ὁποία εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον βαρύτερον εἶναι τὸ σῶμα καὶ ὅσον ὀλιγώτερον λεῖος εἶναι ὁ δρόμος.

'Εκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι, ἂν τὸ ἔργον ἐξηρτᾶτο ἐκ τῆς μορφῆς τῆς τροχιᾶς, θὰ ἦτο δυνατὸν νὰ ἀναβιβάζωμεν ἓν βαρὺ σῶμα διὰ τοῦ ἀκοπωτέρου δρόμου καὶ νὰ λαμβάνωμεν ἔργον καταβιβάζοντες αὐτὸ διὰ τοῦ ἀποδίδοντος μεγαλύτερον ἔργον δρόμου. Ἄρα εἰς κάθε κύκλον (ἄνοδος - κάθοδος) θὰ μᾶς ἐπερίσσευεν ἔργον ἄνευ δαπάνης τινός. Θὰ ἦτο δηλαδὴ πραγματοποιήσιμον τὸ ἀ ε ι κ ί ν η τ ο ν.

'Αριθμητικὸν παράδειγμα. Βάρος 16 kgr ἀνυψοῦται εἰς ὕψος 15 m. Πόσον τὸ παραγόμενον ἔργον εἰς erg, kgr*m καὶ Joule.

Λύσις. 'Εὰν καλέσωμεν B τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ h τὸ ὕψος, εἰς τὸ ὁποῖον ἀνυψοῦται τοῦτο, τότε τὸ ἔργον δίδεται διὰ τοῦ τύπου :

$$A = B \cdot h \qquad (1)$$

Προτιμῶμεν νὰ ἐργασθῶμεν εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα, διότι τὰ δεδομένα εἶναι ἤδη ἐκπεφρασμένα εἰς τὸ σύστημα τοῦτο. Οὕτω, θέτοντες : $B = 16$ kgr* καὶ $h = 15$ m, εὑρίσκομεν :

$$\underline{A} = 16 \cdot 15 = \underline{240 \text{ kgr*m}}$$

Γνωρίζομεν ὅμως ὅτι 1 kgr*m $= 9{,}81 \cdot 10^7$ erg καὶ ἐπομένως θὰ ἔχωμεν :

$$\underline{A} = 240 \cdot 9{,}81 \cdot 10^7 = \underline{2{,}35 \cdot 10^{10} \text{ erg}}$$

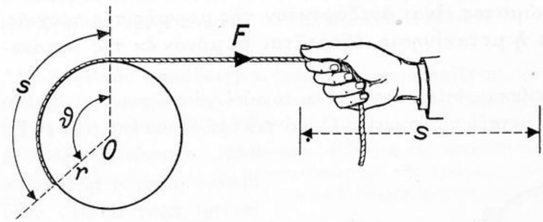
'Επίσης γνωρίζομεν ὅτι 1 Joule $= 10^7$ erg καὶ ἐπομένως θὰ ἔχωμεν :

$$\underline{A} = 2{,}35 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-7} = \underline{2{,}35 \cdot 10^3 \text{ Joule}}$$

*99. Ἔργον εἰς τὴν περίπτωσιν σώματος περιστρεφομένου περὶ ἄξονα.

Θεωρήσωμεν ὅτι τύμπανον περιστρέφεται περὶ ἄξονα O μὲ τὴν βοήθειαν σχοινίου περιτυλιγμένου ἐπὶ τῆς περιφερείας του, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 175. 'Εὰν ἐπὶ τοῦ σχοινίου ἐπιδρᾷ ἡ δύναμις F καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της μετατοπίζεται κατὰ s, τότε προκύπτει ἔργον $A = F \cdot s$.

'Εξ ἄλλου, ἡ ῥοπὴ τῆς δυνάμεως F ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς τοῦ τυμπάνου εἶναι $M = F \cdot r$, ὅπου r ἡ ἀκτὶς τοῦ τυμπάνου καὶ ἐπομένως $F = M/r$ καὶ $A = M \cdot s/r$. 'Εφ' ὅσον ὅμως τὸ σημεῖον τοῦ σχοινίου, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐπενεργεῖ ἡ δύναμις F, μετατοπίζεται κατὰ s, ὡς εὐκόλως συνάγεται ἐκ τοῦ σχήματος, τὸ τύμπανον περιστρέφεται κατὰ τὴν γωνίαν θ καὶ ἕκαστον σημεῖον ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τυμπάνου διαγράφει τόξον s, εἶναι δὲ γων. $\theta = s/r$. 'Επὶ τῇ βάσει τῆς ἀνωτέρω σχέσεως, ὁ τύπος ὁ παρέχων τὸ ἔργον γράφεται :



Σχ. 175. Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ ἔργου περιστροφῆς.

$$\mathbf{A = M \cdot \theta}$$

Ἤτοι : « **Τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ σώματος περιστρεφομένου περὶ ἄξονα, ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν ῥοπῆς, ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς ῥοπῆς ἐπὶ τὴν γωνίαν περιστροφῆς τοῦ σώματος** ».

100. 'Ισχύς. Ὡς εἴδομεν, εἰς τὸν ὁρισμὸν τοῦ ἔργου δὲν ὑπεισέρχεται ἡ ἔννοια τοῦ χ ρ ό ν ο υ. Εἶναι ὅμως εὐνόητον ὅτι εἰς τὰς περιπτώσεις παραγωγῆς ἔργου ἔχει μεγάλην σημασίαν ὁ χρόνος, κατὰ τὸν ὁποῖον παράγεται τοῦτο. Οὕτω π.χ. μία μηχανὴ ὁσονδήποτε μικρὰ δύναται νὰ ἀποδώσῃ ὁσονδήποτε μεγάλην ποσότητα ἔργου, ἀρκεῖ ν' ἀφήσωμεν αὐτὴν νὰ ἐργάζεται ἐπὶ ἀπεριόριστον χρονικὸν διάστημα.

Ἐν τούτοις, ἀπὸ βιομηχανικῆς ἀπόψεως, μία μηχανὴ θεωρεῖται τόσον πολυτιμοτέρα, ὅσον περισσότερον ἔργον δύναται νὰ ἀποδώσῃ εἰς ὡρισμένον χρονικὸν διάστημα, π.χ. εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου.

Συμφώνως πρὸς τὰ πορίσματα τῆς ραδιενεργείας, ἓν γραμμάριον ραδίου, μέχρις ὅτου τοῦτο μεταβληθῇ κατὰ τὸ ἥμισυ εἰς μὴ ἀκτινεργὸν στοιχεῖον, παρέχει, ἕνεκα τῆς ἀκτινοβολίας αὐτοῦ, μέγα ποσὸν ἐνεργείας, τὸ ὁποῖον ὅμως εἶναι βιομηχανικῶς ἄχρηστον, διότι παρέχεται εἰς πολὺ μεγάλον χρονικὸν διάστημα (περίπου 1 600 ἔτη) καὶ ἑπομένως ἡ ἐνέργεια ἡ παρεχομένη ὑπ' αὐτοῦ εἰς 1 sec εἶναι βιομηχανικῶς ἀσήμαντος.

Οὕτω ἀγόμεθα εἰς τὸν ὁρισμὸν ἑνὸς νέου φυσικοῦ μεγέθους, τὸ ὁποῖον μᾶς δεικνύει τὸν ρυθμὸν μὲ τὸν ὁποῖον παράγεται τὸ ἔργον. Τὸ μέγεθος τοῦτο ὀνομάζεται ἰσχὺς καὶ ὁρίζεται ὡς ἀκολούθως:

Καλοῦμεν ἰσχὺν (N), φυσικὸν μέγεθος ἔχον μέτρον τὸ πηλίκον τοῦ ἔργου A, τὸ ὁποῖον παράγεται ἐντὸς τοῦ χρόνου t, διὰ τοῦ χρόνου τούτου.

Οὕτως ἡ ἰσχὺς N παρέχεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$\boxed{\text{ἰσχὺς} = \frac{\text{ἔργον}}{\text{χρόνος}}} \quad \text{ἤτοι:} \quad \boxed{N = \frac{A}{t}} \qquad (1)$$

Ἐκ τοῦ τύπου (1) εὑρίσκομεν τὴν σχέσιν:

$$\boxed{A = N \cdot t} \qquad (2)$$

Ἐκ τοῦ τύπου τούτου δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ μηχανῆς, γνωστῆς ἰσχύος N, ἐργαζομένης ἐπὶ χρόνον t.

Ἰσχὺς καὶ ταχύτης. Ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι:

$$A = F \cdot s \quad \text{καὶ} \quad \frac{s}{t} = \upsilon$$

προκύπτει ἐκ τοῦ τύπου (1) ὅτι:

$$N = F \cdot \frac{s}{t}$$

ἢ

$$\boxed{N = F \cdot \upsilon} \qquad (3)$$

ἤτοι: « **ἡ ἰσχὺς ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν ταχύτητα μετατοπίσεως** ». Ἡ ἰσχὺς ὡς ἀριθμητικὸν γινόμενον δύο διανυσματικῶν μεγεθῶν εἶναι μονόμετρον μέγεθος.

Ἡ σχέσις (3) χρησιμοποιεῖται κυρίως διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ἰσχύος τῶν μηχανῶν ἀεροπλάνων, αὐτοκινήτων κ.λ.π. καὶ γενικῶς τῶν μεταφορικῶν μέσων.

Διαστάσεις ἰσχύος.

1) Μετρικὸν σύστημα : $[\,N\,] = \dfrac{[\,L^2\;M\;T^{-2}\,]}{[\,T\,]} = [\,L^2\;M\;T^{-3}\,]$

2) Τεχνικὸν σύστημα : $[\,N\,] = \dfrac{[\,L\;F\,]}{[\,T\,]} = [\,L\;F\;T^{-1}\,]$

Μονάδες ἰσχύος. 1) Σύστημα C.G.S. Μονὰς ἰσχύος εἰς τὸ σύστημα C.G.S. εἶναι τό:

$$1\,\frac{\mathbf{erg}}{\mathbf{sec}}$$

2) Σύστημα M.K.S. Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο μονὰς ἰσχύος εἶναι τὸ **1 Joule/sec,** τὸ ὁποῖον καλεῖται **1 Watt (1 W, Βάτ).** Ἤτοι εἶναι :

$$\mathbf{1\;W = 1\,\frac{Joule}{sec}}$$

Πολλαπλάσιον τῆς μονάδος 1 Watt εἶναι τό :

1 κιλοβάτ (1 kW) = 1000 W

3) Τεχνικὸν σύστημα. Μονὰς ἰσχύος εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα εἶναι τό :

$$\mathbf{1\,\frac{kgr^{*}\,m}{sec}}$$

δεδομένου ὅτι μονὰς ἔργου εἶναι τὸ 1 kgr*m καὶ μονὰς χρόνου τὸ 1 sec.

Ἄλλαι μονάδες ἰσχύος. Διὰ τὴν ἰσχὺν μηχανῶν χρησιμοποιεῖται, κυρίως, ἡ μονὰς **ἵππος** (ἢ ἀτμόϊππος) μὲ σύμβολον **CV** ἢ **PS,** ἀπὸ τοὺς ὅρους ἐκ τοῦ γαλλικοῦ cheval vapeur καὶ τοῦ γερμανικοῦ Pferdestärke. Εἶναι δέ :

$$\mathbf{1\;\text{ἵππος} = 75 \cdot \frac{kgr^{*}\,m}{sec} = 736\;W}$$

Ἡ εἰς τὰς ἀγγλοσαξωνικὰς χώρας χρησιμοποιουμένη μονὰς **1 βρεττανικὸς ἵππος** (1 HP, ἐκ τοῦ ἀγγλικοῦ horse power) εἶναι κατά τι μεγαλυτέρα τῆς προηγουμένης. Ἤτοι:

$$1\;\mathrm{HP} = 76\,\frac{\mathrm{kgr^{*}m}}{\mathrm{sec}} = 746\;\mathrm{W}$$

Μονάδες ἔργου. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω μονάδων δυνάμεθα ἤδη νὰ ὁρίσωμεν καὶ ἄλλας μονάδας ἔργου. Οὕτω ἐκ τῆς ἐξισώσεως $A = N \cdot t$, ἐὰν λάβωμεν ὡς μονάδα ἰσχύος $N = 1\,W$ καὶ ὡς μονάδα χρόνου τὸ $t = 1$ sec, θὰ προκύψῃ ἡ μονὰς ἔργου

1 Watt · sec

ἡ ὁποία εἶναι αὐτὴ αὕτη ἡ μονὰς 1 Joule.

Ἐὰν εἰς τὸν αὐτὸν τύπον θέσωμεν $N = 1\,W$ καὶ $t = 1\,h$ (1 ὥρα), θὰ προκύψῃ ἡ μονὰς ἔργου τὸ **1 βατώριον (1 Wh).** Ὥστε 1 βατώριον εἶναι τὸ ἔργον τὸ ὁποῖον παράγει μηχανὴ ἰσχύος 1 Watt ὅταν λειτουργήσῃ ἐπὶ χρόνον μιᾶς ὥρας.

Ἐπειδὴ 1 h = 3 600 sec, ἔχομεν:

$$1\ \text{Wh} = 3\,600\ \text{W} \cdot \text{sec} \ (\text{ἢ Joule})$$

Ἐὰν λάβωμεν ὡς μονάδα ἰσχύος τὸ 1 kW καὶ ὡς μονάδα χρόνου τὴν 1 ὥραν, προκύπτει ὡς μονὰς ἔργου τό:

1 κιλοβατώριον (1 kWh)

Ἤτοι 1 κιλοβατώριον εἶναι τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ μηχανῆς ἰσχύος 1 kW λειτουργούσης ἐπὶ 1 ὥραν. Εἶναι δέ:

$$1\ \text{kWh} = 1000 \cdot 60 \cdot 60 = 3\,600\,000\ \text{Watt} \cdot \text{sec} \ (\text{ἢ Joule})$$

Παραδείγματα ἰσχύων εἰς (HP)	
Ἄνθρωπος εἰς ἐργασίαν κανονικὴν μακρᾶς διαρκείας	0,1
Ἵππος ἢ βοῦς, περίπου	1
Κινητὴρ μικροῦ αὐτοκινήτου	25
Κινητὴρ φορτηγοῦ αὐτοκινήτου	100
Ἀτμομηχανὴ σιδηροδρόμου	1 000 - 4 000
Μηχαναὶ ὑπερωκεανείου «Βασίλισσα Φρειδερίκη» ..	25 000
Γεννήτριαι ἠλεκτροπαραγωγῆς ἐργοστασίου Λάδωνος	50 000

Αἱ τιμαὶ αὐται δέον νὰ θεωρηθοῦν ἁπλῶς ὡς παρέχουσαι ἰδέαν τινὰ τῆς ἰσχύος τῆς χρησιμοποιουμένης εἰς τὰς διαφόρους περιπτώσεις.

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Γερανὸς ἀνυψώνει βάρος 500 kgr* ἐντὸς 4 sec εἰς ὕψος 1,5 m. Πόση ἡ ἰσχύς του εἰς ἵππους καὶ kW.

Λύσις. Ἡ ἰσχύς, ὡς γνωστόν, εἶναι τὸ πηλίκον τοῦ παραγομένου ἔργου Α διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου t. Ἤτοι:

$$N = \frac{A}{t} \tag{1}$$

Ἀλλά, ὡς γνωστόν, Α = Β · h, ὅπου Β τὸ ἀνυψούμενον βάρος καὶ h ἡ ἀνύψωσις. Συνεπῶς ἡ σχέσις (1) δύναται νὰ γραφῇ:

$$N = \frac{B \cdot h}{t} \tag{2}$$

Ἐργαζόμενοι εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα θέτομεν εἰς τὴν σχέσιν (2) : Β = 500 kgr*, h = 1,5 m, t = 4 sec, καὶ εὑρίσκομεν:

$$N = \frac{500 \cdot 1{,}5}{4} = 189{,}5\ \text{kgr*m/sec}$$

Γνωρίζομεν ὅμως ὅτι 1 PS = 75 kgr*m/sec καὶ συνεπῶς προκύπτει ὅτι:

$$\underline{N = 2{,}5\ \text{PS}}$$

Ἐπίσης γνωρίζομεν ὅτι 1 PS = 0,736 kW καὶ συνεπῶς προκύπτει ὅτι:

$$\underline{N} = 2{,}5 \cdot 0{,}736 = \underline{1{,}84\ \text{kW}}$$

2. Μία ἠλεκτρικὴ μηχανὴ δύναται νὰ τροφοδοτῇ 20 000 λυχνίας, ἑκάστη τῶν ὁποίων ἔχει ἰσχὺν 40 Watt. Πόση ἡ ἰσχὺς τῆς μηχανῆς εἰς kW καὶ HP.

Λύσις. Ἐὰν καλέσωμεν N τὴν ἰσχὺν ἑκάστης λυχνίας καὶ α τὸν ἀριθμὸν τῶν λυχνιῶν, τότε ἡ καταναλισκομένη ἰσχὺς ὑπὸ ὅλων τῶν λυχνιῶν καὶ συνεπῶς ἡ ἰσχὺς τῆς μηχανῆς, ἡ ὁποία τροφοδοτεῖ ὅλας τὰς λυχνίας, θὰ εἶναι : $N_{ὀλ} = α \cdot N$ (1)

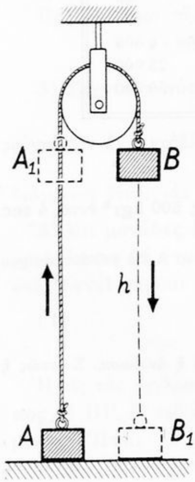
Θέτομεν εἰς τὴν σχέσιν (1) τὰ δεδομένα : $α = 20\ 000$, $N = 40$ W, καὶ εὑρίσκομεν :

$$\underline{N_{ὀλ}} = 800 \cdot 10^3 \text{ W} = \underline{800 \text{ kW}}$$

Διὰ νὰ μετατρέψωμεν τὴν ἰσχὺν ἀπὸ kW εἰς HP, χρησιμοποιοῦμεν τὴν γνωστὴν σχέσιν 1 HP = 0,746 kW καὶ ἔχομεν :

$$\underline{N} = \frac{800}{0,746} = \underline{1072,3 \text{ HP}}$$

101. Ἐνέργεια. Ὅταν ἀνυψοῦμεν ἐκ τοῦ ἐδάφους κατακορύφως σῶμα βάρους B εἰς ὕψος h (σχ. 176), τότε παράγομεν ἔργον B·h, τὸ ὁποῖον ὅμως δὲν χάνεται, ἀλλ᾽ ἀποταμιεύεται ἐπὶ τοῦ σώματος. Πράγματι, ἐὰν συνδέσωμεν τὸ ἀνυψωθὲν σῶμα πρὸς τὸ ἓν ἄκρον νήματος διερχομένου διὰ τῆς αὔλακος λίαν εὐκινήτου τροχαλίας, εἰς δὲ τὸ ἕτερον ἄκρον τοῦ σχοινίου συνδέσωμεν ἄλλο σῶμα εὑρισκόμενον ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, τοῦ ὁποίου ὅμως τὸ βάρος νὰ εἶναι κατά τι μικρότερον ἀπὸ τοῦ πρώτου σώματος, τότε, ἐὰν ἀφήσωμεν τὸ πρῶτον σῶμα ἐλεύθερον, βλέπομεν ὅτι τοῦτο κατέρχεται βραδέως, ἐνῷ ταυτοχρόνως ἀνυψώνει τὸ ἕτερον σῶμα σχεδὸν μέχρι τοῦ αὐτοῦ ὕψους. Ἄρα τὸ ἀνυψωθὲν σῶμα, λόγῳ τῆς θέσεώς του ἐν σχέσει πρὸς τὸ ἔδαφος ἢ ἄλλως πρὸς τὴν Γῆν, δύναται νὰ παραγάγῃ ἔργον. Τὸ ἀνυψωθὲν οὕτω σῶμα λέγομεν, ὅτι ἐγκλείει εἰς τὴν νέαν του θέσιν ἐ ν έ ρ γ ε ι α ν. Οὕτω:



Σχ. 176. Τὸ εἰς ὕψος h εὑρισκόμενον βάρος B ἐγκλείει δυναμικὴν ἐνέργειαν.

Καλοῦμεν ἐ ν έ ρ γ ε ι α ν (E) ἑνὸς σώματος χαρακτηριστικὸν αὐτοῦ φυσικὸν μέγεθος, τοῦ ὁποίου τὸ μέτρον μᾶς ἐκφράζει τὴν ἱκανότητα τοῦ σώματος νὰ παραγάγῃ ἔργον, ὅταν τοῦτο εὑρεθῇ ὑπὸ καταλλήλους συνθήκας.

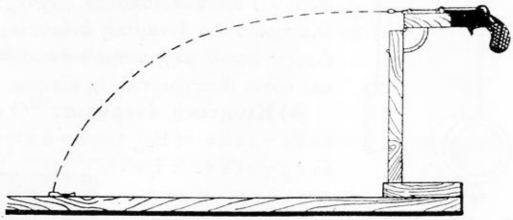
Ἡ ἐνέργεια παρουσιάζεται ὑπὸ διαφόρους μορφάς, π.χ. ὡς μηχανικὴ ἐνέργεια, θερμικὴ ἐνέργεια, χημικὴ ἐνέργεια, ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια, πυρηνικὴ ἐνέργεια κ.λ.π.

Ἐπειδὴ αἱ μεταβολαὶ τῆς ἐνεργείας δύνανται νὰ προκύψουν ἀπὸ τὸ μηχανικὸν ἔργον ἢ νὰ μετατραποῦν εἰς αὐτό, δυνάμεθα νὰ ὁρίσωμεν τὴν ἐνέργειαν καὶ ὡς ἀκολούθως: Κ α λ ο ῦ μ ε ν ἐ ν έ ρ γ ε ι α ν τ ὴ ν φ υ σ ι κ ὴ ν ὀ ν τ ό τ η τ α, ἡ ὁ π ο ί α ὑ φ ί σ τ α τ α ι ε ἰ ς κ ά θ ε σ ῶ μ α κ α ὶ τ ῆ ς ὁ π ο ί α ς α ἱ μ ε τ α β ο λ α ὶ δ ύ ν α ν τ α ι ν ὰ π ρ ο έ λ θ ο υ ν ἀ π ὸ μ η χ α ν ι κ ὸ ν ἔ ρ γ ο ν ἢ δ ύ ν α ν τ α ι ν ὰ π α ρ α γ ά γ ο υ ν μ η χ α ν ι κ ὸ ν ἔ ρ γ ο ν.

Μορφαὶ Μηχανικῆς ἐνεργείας. Εἰς τὴν Μηχανικὴν ἡ ἐνέργεια ἐμφανίζεται ὑπὸ δύο μορφάς, ὡς δυναμικὴ ἐνέργεια καὶ ὡς κινητικὴ ἐνέργεια.

α) Δυναμικὴ ἐνέργεια. Ὀνομάζομεν δυναμικὴν ἐνέργειαν ($E_{δυν}$) τὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποίαν ἔχει σῶμα, λόγῳ τῆς θέσεως ἢ τῆς καταστάσεως εἰς τὴν ὁποίαν τοῦτο εὑρίσκεται.

Δυναμικὴν ἐνέργειαν ἔχει π.χ. σῶμα εὑρισκόμενον εἰς ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους ἢ λόγῳ τῆς θέσεως αὐτοῦ ὡς πρὸς ἕτερον σῶμα. Ἐπίσης σῶμά τι δύναται νὰ ἐγκλείῃ δυναμικὴν ἐνέργειαν λόγῳ τῆς καταστάσεως αὐτοῦ. Οὕτω, διὰ νὰ ἐκτείνωμεν ἓν ἐλατήριον, δαπανῶμεν ἐπὶ τοῦ ἐλατηρίου ἔργον, τὸ ὁποῖον ἀποταμιεύεται ἐπ' αὐτοῦ ὡς δυναμικὴ ἐνέργεια. Ὁμοίως διὰ νὰ συμπιέσωμεν ἐλατήριον καταναλίσκομεν ἔργον, ὡς ἐπίσης διὰ νὰ συμπιέσωμεν ἀέριον καταναλίσκομεν ἔργον, τὸ ὁποῖον ἀποταμιεύεται ὑπ' αὐτῶν ὡς δυναμικὴ ἐνέργεια. Πράγματι, ἐὰν τὸ πεπιεσμένον ἐλατήριον ἀφεθῇ ἐλεύθερον, ἐπανέρχεται εἰς τὴν ἀρχικήν του κατάστασιν καί, ἐφ' ὅσον συνδεθῇ μὲ διάταξίν τινα, ἀποδίδει ἔργον ἴσον πρὸς τὸ καταναλωθὲν κατὰ τὴν συμπίεσίν του. Τοῦτο εὑρίσκει ἐφαρμογὴν εἰς τὰ μηχανικὰ πιστόλια, ὅπου χρησιμοποιεῖται ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ πεπιεσμένου ἐλατηρίου διὰ τὴν ἐκσφενδόνισιν βλημάτων (σχ. 177).



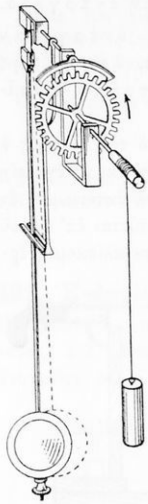
Σχ. 177. Τὸ βλῆμα εὑρισκόμενον ἐντὸς τοῦ πιστολίου ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ ἐλατηρίου ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν, ἐνῷ ὅταν ἐκσφενδονίζεται ἐξ αὐτοῦ ἀποκτᾷ κινητικὴν ἐνέργειαν.

Ἡ τιμὴ τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἀπαιτούμενον ἔργον, ὅπως τὸ σῶμα ἀχθῇ εἰς τὴν τελικὴν κατάστασίν του. Οὕτω, εἰς τὸ παράδειγμα τῆς ἀνυψώσεως βάρους, ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος ἰσοῦται πρὸς τὸ ἔργον τὸ ἀπαιτούμενον διὰ τὴν ἀνύψωσιν αὐτοῦ εἰς ὕψος h, ἤτοι B·h, καὶ ἑπομένως:

$$\boxed{E_{δυν} = B \cdot h}$$

Προκειμένου περὶ παραμορφώσεως ἐλατηρίου ἢ συμπιέσεως ἀερίων, ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν ἐγκλείει τὸ σῶμα, εἶναι ἴση πρὸς τὸ καταναλωθὲν ἔργον, τὸ ὁποῖον προεκάλεσε τὴν παραμόρφωσιν τοῦ ἐλατηρίου ἢ τὴν συμπίεσιν τοῦ ἀερίου.

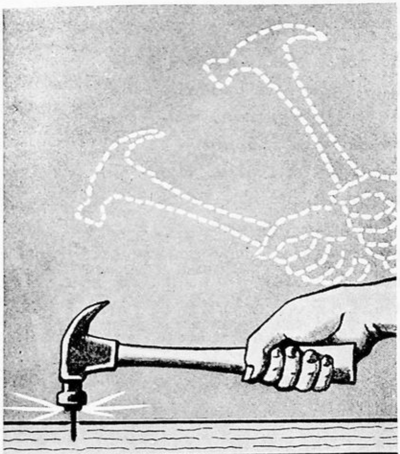
Λίαν χαρακτηριστικὸν παράδειγμα σώματος ἐγκλείοντος δυναμικὴν ἐνέργειαν καὶ ἀποδίδοντος αὐτὴν ρυθμικῶς πρὸς ἐπιτέλεσιν ἔργου εἶναι τὸ σύστημα τοῦ ὡρολογιακοῦ ἐκκρεμοῦς (σχ. 178). Οὕτω διὰ τῆς ἀνυψώσεως τοῦ βαριδίου καταναλίσκομεν ἔργον, τὸ ὁποῖον ἀποταμιεύεται εἰς αὐτὸ ὡς δυναμικὴ ἐνέργεια. Ὅταν ὅμως τὸ ἐκκρεμὲς τίθεται εἰς κίνησιν, τότε διὰ τοῦ ὡρολογιακοῦ μηχανισμοῦ τὸ βαρίδιον κατέρχεται ρυθμικῶς, οὕτω δὲ ἀποδίδει ἐνέργειαν, ἡ ὁποία συντελεῖ εἰς τὴν ἐξουδετέρωσιν τῶν ἐκ τριβῆς ἀπωλειῶν καὶ οὕτως ἡ κίνησις τοῦ ἐκκρεμοῦς δύναται νὰ διατηρηθῇ π.χ. ἐπὶ 24 ὥρας, ἕως ὅτου τὸ βαρίδιον κατέλθῃ εἰς τὴν κατωτάτην θέσιν, ὁπότε τὸ ὡρολόγιον σταματᾷ. Διὰ νὰ ἐξακολουθήσῃ τὸ ὡρολόγιον τὴν κίνησίν του, πρέπει νὰ ἀνυψώσωμεν ἐκ νέου τὸ βαρίδιον, ἤτοι νὰ ἀποταμιεύσωμεν εἰς αὐτὸ νέον ποσὸν δυναμικῆς ἐνεργείας.



Σχ. 178. Διάταξις μεταδόσεως ἔξωθεν ἐνεργείας εἰς τὸ ἐκκρεμὲς διὰ κατερχομένου βάρους.

Εἰς τὰ συνήθη ὡρολόγια (χειρός, τσέπης), ἡ ἐνέργεια ἀποταμιεύεται ἐπὶ ἐλατηρίου. Πράγματι, κατὰ τὴν τάσιν τοῦ ἐλατηρίου τοῦ ὡρολογίου διὰ τῆς χειρός μας (κούρδισμα ὡρολογίου) καταναλίσκομεν ἔργον, τὸ ὁποῖον ἀποταμιεύεται ἐπὶ τοῦ ἐλατηρίου ὡς δυναμικὴ ἐνέργεια, ἡ ὁποία μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ ὡρολογιακοῦ μηχανισμοῦ ἀποδίδεται ρυθμικῶς ὑπὸ τοῦ ἐλατηρίου καὶ οὕτω διατηρεῖται ἡ κίνησις αὐτοῦ, π.χ. ἐπὶ 24 ἢ 36 ὥρας.

β) Κινητικὴ ἐνέργεια. Ὀνομάζομεν κινητικὴν ἐνέργειαν ($E_{κιν}$) ἑνὸς ὑλικοῦ σημείου τὴν ἐνέργειαν τὴν ὁποίαν κατέχει τοῦτο λόγῳ τῆς ταχύτητός του. Ἑπομένως ὅλα τὰ ἐν κινήσει εὑρισκόμενα σώματα ἐγκλείουν κινητικὴν ἐνέργειαν, ἡ ὁποία ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν κινητικῶν ἐνεργειῶν ὅλων τῶν σημείων τοῦ σώματος.



Σχ. 179. Μετατροπὴ κινητικῆς ἐνεργείας εἰς ἔργον.

Οὕτω σφυρὶ (σχ. 179), τὸ ὁποῖον χρησιμοποιοῦμεν διὰ νὰ καρφώνωμεν, κινεῖται μὲ ἀρκετὰ μεγάλην ταχύτητα, ἡ ὁποία ἀνακόπτεται ἀποτόμως κατὰ τὴν ἐπαφὴν τοῦ σφυρίου ἐπὶ τοῦ καρφίου. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια μηδενίζεται περίπου κατὰ τὴν πρόσκρουσιν καὶ ἴσον ποσὸν πρὸς αὐτὴν ἀναφαίνεται, ὑπὸ μορφὴν ἀφ' ἑνὸς μὲν μηχανικοῦ ἔργου, ἀφ' ἑτέρου δὲ θερμότητος. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ὑλικοῦ σημείου μάζης m καὶ ταχύτητος υ ἰσοῦται πρός:

$$\boxed{E_{κιν} = \frac{1}{2}\, m \cdot υ^2}$$

ἔνθα m ἡ μᾶζα τοῦ ὑλικοῦ σημείου καὶ υ ἡ ταχύτης αὐτοῦ κατὰ τὴν ὑπ' ὄψει χρονικὴν στιγμήν.

Αἱ διαστάσεις τοῦ μεγέθους τούτου εἶναι $[\,L^2 \; M \; T^{-2}\,]$, ἤτοι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἔχει διαστάσεις ἔργου (βλ. σελ. 142).

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Πόση εἶναι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ταχείας ἁμαξοστοιχίας βάρους 400 τόννων, ἐχούσης ταχύτητα 90 km/h, εἰς erg, Joule καὶ kWh.

Λύσις. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια $E_{κιν}$ ἑνὸς σώματος εὑρίσκεται ἐκ τοῦ γνωστοῦ τύπου :

$$E_{κιν} = \frac{1}{2}\, m \cdot \upsilon^2 \qquad (1)$$

ὅπου m εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος καὶ υ ἡ ταχύτης αὐτοῦ.

Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν εἰς erg, ἐργαζόμεθα εἰς τὸ σύστημα C.G.S. Πρὸς τοῦτο μετατρέπομεν τὴν τιμὴν τῆς μάζης τοῦ σώματος ἀπὸ ton εἰς gr καὶ τὴν τιμὴν τῆς ταχύτητος ἀπὸ km/h εἰς cm/sec. Οὕτω : $m = 400$ ton $= 4 \cdot 10^8$ gr, $\upsilon = 90 \cdot 10^5/3\,600 = 2\,500$ cm/sec.

Θέτοντες τὰς τιμὰς ταύτας εἰς τὸν τύπον (1), εὑρίσκομεν :

$$\underline{E_{κιν} = 1{,}25 \cdot 10^{15} \text{ erg}}$$

Διὰ νὰ μετατρέψωμεν τὴν τιμὴν τῆς κινητικῆς ἐνεργείας ἀπὸ erg εἰς Joule, χρησιμοποιοῦμεν τὴν γνωστὴν σχέσιν : 1 Joule $= 10^7$ erg. Οὕτω προκύπτει ὅτι :

$$\underline{E_{κιν} = 1{,}25 \cdot 10^8 \text{ Joule}}$$

Τέλος μετατρέπομεν τὴν τιμὴν τῆς κινητικῆς ἐνεργείας ἀπὸ Joule εἰς kWh χρησιμοποιοῦντες τὴν γνωστὴν σχέσιν : 1 kWh = 3 600 000 Joule. Οὕτω εὑρίσκομεν ὅτι :

$$\underline{E_{κιν} = 34{,}7 \text{ kWh}}$$

2. Πλίνθος μάζης 2,5 kgr εὑρίσκεται εἰς τὴν κορυφὴν καπνοδόχου ὕψους 50 m. α) Πόση ἡ δυναμική της ἐνέργεια. β) Ἐὰν ἀποσπασθῇ ἀπὸ τῆς καπνοδόχου, νὰ ὑπολογισθῇ ἡ τελικὴ κινητική της ἐνέργεια. γ) Πόση ἡ κινητική της ἐνέργεια εἰς τὸ τέλος τοῦ τρίτου δευτερολέπτου. ($g = 10$ m/sec².)

Λύσις. α) Ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τῆς πλίνθου θὰ εἶναι :

$$E_{δυν} = B \cdot h \qquad (1)$$

ὅπου B τὸ βάρος τῆς πλίνθου καὶ h τὸ ὕψος τῆς καπνοδόχου. Ἐκ τῆς σχέσεως (1), ἐργαζόμενοι εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα, εὑρίσκομεν :

$$\underline{E_{δυν}} = 2{,}5 \cdot 50 = \underline{125 \text{ kgr*m}}$$

β) Γνωρίζομεν ὅτι τὸ ἄθροισμα τῆς κινητικῆς καὶ δυναμικῆς ἐνεργείας εἶναι σταθερόν, ἐφ' ὅσον δὲν λαμβάνει χώραν μετατροπὴ τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας εἰς θερμότητα λόγῳ τριβῶν. Ἄρα θὰ ἔχωμεν κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην : $E_{δυν} = E_{κιν}$
καὶ συνεπῶς εὑρίσκομεν ὅτι :

$$\underline{E_{κιν} = 125 \text{ kgr*m}}$$

γ) Ὅταν ἡ πλίνθος ἀποσπασθῇ ἀπὸ τῆς καπνοδόχου, θὰ ἀποκτήσῃ εἰς χρόνον t ταχύτητα

$\upsilon = g \cdot t$ καί, συνεπῶς, ἡ κινητική της ἐνέργεια θὰ εἶναι :

$$E'_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}\, m \cdot \upsilon^2 = \frac{1}{2}\, m \cdot g^2 \cdot t^2 \qquad (2)$$

Ἐργαζόμενοι εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα, θέτομεν εἰς τὴν σχέσιν (2) : m = 2,5/10 Τ.Μ. μάζης, g = 10 m/sec², t = 3 sec, καὶ εὑρίσκομεν :

$$E'_{\kappa\iota\nu} = 112{,}5 \text{ kgr*m}$$

102. Θεώρημα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια συνδέεται μὲ τὸ ἔργον διὰ μιᾶς σχέσεως, ἡ ὁποία εἶναι γνωστὴ ὡς «θεώρημα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας» καὶ διατυποῦται ὡς ἑξῆς:

«Ἡ μεταξὺ δύο θέσεων τοῦ ὑλικοῦ κινουμένου σημείου συντελεσθεῖσα μεταβολὴ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας ἰσοῦται μὲ τὸ ἀντιστοίχως παραχθὲν ἔργον».

Κατὰ τὸ ἀνωτέρω θεώρημα, ἐὰν υ_0 ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ εἰς τὴν θέσιν Β καὶ υ εἰς τὴν θέσιν Γ καὶ ἐὰν Α τὸ μεταξὺ τῶν δύο θέσεων συντελεσθὲν ἔργον, θὰ ἔχωμεν:

$$\frac{1}{2}\, m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2}\, m \cdot \upsilon_0^2 = A$$

Τὸ θεώρημα τοῦτο ἀληθεύει εἰς πᾶσαν μορφὴν κινήσεως καὶ δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν ἐνταῦθα εὐκόλως τὴν ἰσχύν του εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως.

Οὕτω, ἔστω ὅτι δύναμις σταθερὰ F, ἐπιδρῶσα συνεχῶς ἐπὶ σώματος μάζης m, μετατοπίζει αὐτὸ εἰς χρόνον t κατὰ διάστημα s καὶ μεταδίδει εἰς αὐτὸ ταχύτητα υ.

Ἐὰν διὰ γ καλέσωμεν τὴν ἐπιτάχυνσιν τοῦ σώματος, θὰ ἔχωμεν τὰς σχέσεις:

$$F = m \cdot \gamma \qquad s = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot t^2 \qquad \upsilon = \gamma \cdot t$$

Ἐκ τῶν δύο πρώτων λαμβάνομεν $F \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \gamma^2 \cdot t^2$ καὶ ἐκ τῆς τρίτης λαμβάνομεν $t = \frac{\upsilon}{\gamma}$. Ὅθεν : $F \cdot s = \frac{1}{2}\, m \cdot \gamma^2 \cdot \frac{\upsilon^2}{\gamma^2} = \frac{1}{2}\, m \cdot \upsilon^2$

ἤτοι:

$$\boxed{E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}\, m \cdot \upsilon^2 = F \cdot s}$$

Ἔστω, χάριν ἐφαρμογῆς, ὅτι σῶμα μάζης m εὑρίσκεται εἰς ὕψος h ἀπὸ τοῦ ἐδάφους· τὸ σῶμα πῖπτον θὰ παραγάγῃ ἔργον $A = B \cdot h = m \cdot g \cdot h$. Ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος, θὰ ἔχῃ ἀποκτήσει ταχύτητα υ καὶ κινητικὴν ἐνέργειαν $E_{\kappa\iota\nu} = m \cdot \upsilon^2/2$.

Συμφώνως πρὸς τὸ θεώρημα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας, πρέπει νὰ εἶναι: $m \cdot g \cdot h = m \cdot \upsilon^2/2$, ἐντεῦθεν δὲ εὑρίσκομεν τὴν σχέσιν: $\upsilon = \sqrt{2gh}$,

103. Θεώρημα τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας. Τὸ θεώρημα τοῦτο διατυποῦται ὡς ἑξῆς:

« Κατὰ τὰς μετατροπὰς τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἰς κινητικὴν καὶ ἀντιστρόφως, τὸ ἄθροισμα τῆς δυναμικῆς καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας παραμένει σταθερόν, ἐφ' ὅσον δὲν ἔχομεν μετατροπὴν εἰς ἄλλην μορφὴν ἐνεργείας ».

Τὸ θεώρημα τοῦτο εἶναι εἰδικὴ περίπτωσις μιᾶς γενικωτάτης ἀρχῆς τῆς Φυσικῆς, γνωστῆς ὑπὸ τὸ ὄνομα « ἀρχὴ ἢ ἀξίωμα τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας ».

Ἐκ πολυαρίθμων καὶ μακροχρονίων πειραματικῶν ἐρευνῶν κατεδείχθη ὅτι, προκειμένου περὶ μηχανικῶν φαινομένων, « ἡ ἐνέργεια, εἴτε δυναμικὴ εἴτε κινητικὴ εἶναι, οὔτε ἐκ τοῦ μηδενὸς δύναται νὰ δημιουργηθῇ, ἀλλ' οὔτε καὶ ἐκμηδενίζεται ».

Ἐὰν σῶμα ἀποκτᾷ ὡρισμένον ποσὸν ἐνεργείας, τοῦτο εἶναι πάντοτε ἴσον πρὸς τὸ ἔξωθεν καταναλωθὲν ἔργον, ὡς π.χ. κατὰ τὴν ἀνύψωσιν βαρέος σώματος ἐκ τοῦ ἐδάφους εἰς ὡρισμένον ὕψος. Ἐξ ἄλλου, ἐὰν ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν σῶμά τι ἐγκλείει, ἐλαττοῦται, ἡ ἐλάττωσις εἶναι πάντοτε ἴση πρὸς τὸ ὑπὸ τοῦ σώματος ἀποδιδόμενον ἔργον, ὡς π.χ. συμβαίνει κατὰ τὴν πτῶσιν τοῦ σώματος ἐξ ὕψους.

Ἡ ἐνέργεια λοιπὸν οὔτε ἐκ τοῦ μηδενὸς δύναται νὰ δημιουργηθῇ, οὔτε καὶ ἐκμηδενίζεται, ἀλλὰ μόνον δύναται νὰ μετατρέπεται ἀπὸ δυναμικῆς εἰς κινητικὴν καὶ ἀντιστρόφως ἢ νὰ μεταβιβάζεται ἀπὸ ἑνὸς σώματος εἰς ἄλλο.

Ἡ ἐνέργεια ὅμως, ὡς εἴδομεν, δὲν ἐμφανίζεται ἁπλῶς μόνον ὡς μηχανικὴ ἐνέργεια, ἀλλὰ καὶ ὑπὸ ἄλλας μορφάς, αἱ συνηθέστεραι τῶν ὁποίων εἶναι ἡ θερμική, ἡ χημικὴ καὶ ἡ ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια. Ἐὰν δὲ θεωρήσωμεν ἀποκεκλεισμένον σύστημα σωμάτων, δηλαδὴ σύστημα, εἰς τὸ ὁποῖον νὰ μὴ δύναται νὰ μεταβιβασθῇ ἐνέργεια πρὸς τὰ ἔξω, ἀλλ' οὔτε καὶ νὰ προσληφθῇ ἐνέργεια ἐκ τῶν ἔξω, τὸ ἄθροισμα ὅλων τῶν ποσῶν τῆς ἐνεργείας ὑπὸ διαφόρους μορφὰς παραμένει χρονικῶς ἀμετάβλητον καί, ὅ,τι μόνον παρατηρεῖται, εἶναι ἡ μετατροπὴ τῆς ἐνεργείας ἀπὸ τῆς μιᾶς μορφῆς εἰς τὴν ἄλλην.

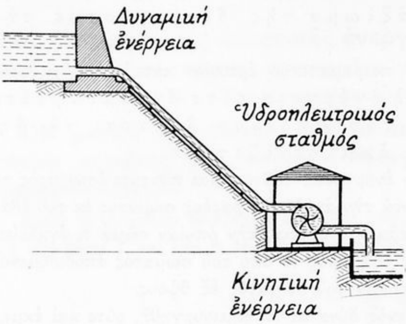
Τ' ἀνωτέρω ἐκφράζουν τὴν « ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας », ἡ ὁποία ἀποτελεῖ θεμέλιον τῆς Φυσικῆς καὶ ἀποκλείει τὴν πραγματοποίησιν τοῦ ἀεικινήτου, δηλ. μηχανῆς ἡ ὁποία νὰ δημιουργῇ ἐνέργειαν ἐκ τοῦ μηδενός.

Ἀνάλογος ἀρχὴ εἴδομεν (§ 29) ὅτι ἰσχύει καὶ διὰ τὴν ὕλην. Τελευταίως ὅμως, ἐκ διαφόρων θεωρητικῶν ἐρευνῶν, αἱ ὁποῖαι εἰς πολλὰς περιπτώσεις ἔτυχον πειραματικῆς ἐπαληθεύσεως καὶ ἰδιαιτέρως κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη διὰ τῆς πραγματοποιήσεως τῆς βόμβας ἀτόμου, ἡ Φυσικὴ ἔφθασεν εἰς τὴν παραδοχήν, ὅτι ἡ μᾶζα καὶ ἡ ἐνέργεια ἀποτελοῦν μορφὰς μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς ὀντότητος καὶ ὅτι, ἑπομένως, αἱ δύο ἀνωτέρω ἀρχαὶ συγχωνεύονται εἰς μίαν, τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας.

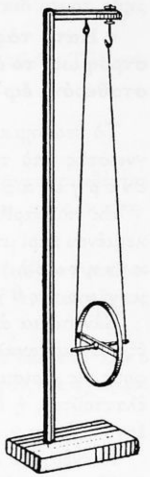
Ἐφαρμογαί. Τὸ σχῆμα 180 δεικνύει ὑδροηλεκτρικὴν ἐγκατάστασιν μετατροπῆς τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν.

Τὸ σχῆμα 181 παριστᾷ τροχὸν ἐξηρτημένον διὰ δύο νημάτων ἀπὸ τοῦ ἄξονός του.

Περιστρέφοντες τὸν τροχὸν περιτυλίγομεν τὰ νήματα εἰς τὸν ἄξονα, ὁπότε ὁ τροχὸς ἀνυψοῦται. Ἐάν, τώρα, τὸν ἀφήσωμεν ἐλεύθερον, θὰ ἀρχίσῃ νὰ κατέρχεται βραδέως, ἐνῷ ταυτοχρόνως θὰ περιστρέφεται· μὲ διαρκῶς αὐξανομένην γωνιακὴν ταχύτητα. Ὅταν τὰ νήματα ἐκτυλιχθοῦν ἐντελῶς, ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ τροχοῦ θὰ ἔχῃ μετατραπῆ ἐξ ὁλοκλήρου εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν, ἀποταμιευμένην εἰς αὐτὸν ὑπὸ μορφὴν κινητικῆς ἐνεργείας. Ἐν συνεχείᾳ ὁ τροχὸς συνεχίζει, λόγῳ τῆς ἀδρανείας του, τὴν περιστροφήν του προκαλῶν περιέλιξιν τῶν νημάτων εἰς τὸν ἄξονα κατ' ἀντίθετον φοράν. Οὕτω ὁ τροχὸς ἀνυψοῦται ἐκ νέου, μετατρεπομένης τῆς κινητικῆς ἐνεργείας εἰς δυναμικήν, τὸ φαινόμενον δὲ τοῦτο ἐπαναλαμβάνεται περιοδικῶς. Εἶναι προφανὲς ὅτι, εἰς κάθε θέσιν τοῦ τροχοῦ, τὸ ἄθροισμα τῆς κινητικῆς καὶ τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας του θὰ εἶναι σταθερόν.



Σχ. 180. Τὸ ὕδωρ, εὑρισκόμενον εἰς ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους, ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν. Πῖπτον ὅμως πρὸς τὸ ἔδαφος, ἀποκτᾷ κινητικὴν ἐνέργειαν, ἡ ὁποία δύναται νὰ μετατραπῇ εἰς ὠφέλιμον ἔργον μέσῳ ὑδροστροβίλου.



Σχ. 181. Ὅταν τὰ νήματα ἐκτυλιχθοῦν, ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια θὰ ἔχῃ μετατραπῆ εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν.

Σχ. 182.

* 104. Ἐφαρμογαὶ τοῦ θεωρήματος τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας. Α'. Κατακόρυφος πτῶσις.

Θεωρήσωμεν σῶμα μάζης m, εὑρισκόμενον εἰς ὕψος h (σχ. 182). Τὸ σῶμα τοῦτο ἔχει εἰς τὴν θέσιν ταύτην μόνον δυναμικὴν ἐνέργειαν, ἴσην πρός:

$$E_{δυν} = B \cdot h \qquad (1)$$

Ἐὰν τὸ σῶμα τοῦτο ἀφήσωμεν ἐλεύθερον, θὰ κινῆται πρὸς τὰ κάτω μὲ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην καί, ὡς ἐκ τούτου, ἡ ταχύτης του θὰ αὐξάνεται, ἐνῷ ἀντιστοίχως θὰ ἐλαττοῦται τὸ ὕψος του. Ἑπομένως ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος μετατρέπεται εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν καὶ εἰς θέσιν Α, ὅπου εἶναι τὸ ἔδαφος, ὁλόκληρος ἡ δυναμικὴ ἐνέργειά του θὰ ἔχῃ μετατραπῆ εἰς κινητικήν.

Θεωρήσωμεν ἤδη τυχοῦσαν θέσιν Γ, διὰ τῆς ὁποίας τὸ σῶμα διέρχεται κατερχόμενον. Εἰς τὴν θέσιν ταύτην τὸ σῶμα θὰ ἔχῃ ὁλικὴν ἐνέργειαν:

$$E_{ὁλ} = E_{δυν} + E_{κιν} \qquad (2)$$

Ἀλλά, $E_{δυν} = B \cdot h_2$ καὶ $E_{κιν} = \frac{1}{2} m \cdot υ^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{2 g h_1}\right)^2 = m \cdot g \cdot h_1 = B \cdot h_1$

Οὕτω ἡ σχέσις (2) γράφεται:

$$E_{όλ} = B \cdot h_2 + B \cdot h_1 = B\,(h_2 + h_1) \quad καὶ \quad E_{όλ} = B \cdot h \qquad (3)$$

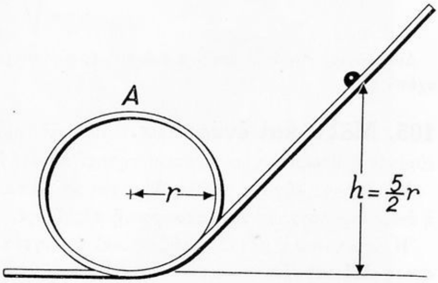
Διὰ συγκρίσεως τῶν τύπων (1) καὶ (3) προκύπτει τὸ συμπέρασμα ὅτι, ἐὰν ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἑνὸς σώματος μετατρέπεται εἰς δυναμικὴν καὶ ἀντιστρόφως, ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια αὐτοῦ, ἤτοι τὸ ἄθροισμα τῆς κινητικῆς καὶ δυναμικῆς του ἐνεργείας, παραμένει διὰ κάθε χρονικὴν στιγμὴν σταθερά.

Β΄. Τροχιὰ ἀνακυκλώσεως. Ἔστω ὅτι σφαῖρα μάζης m ἀφίεται νὰ πίπτῃ ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου καὶ ἀπὸ ὕψους h ἀπὸ τοῦ ὁριζοντίου ἐδάφους. Ζητεῖται πόσον πρέπει νὰ εἶναι τὸ ὕψος h, ἵνα ἡ σφαῖρα δυνηθῇ νὰ ἐκτελέσῃ τὴν κίνησιν ἀνακυκλώσεως (looping the loop), χωρὶς νὰ καταπέσῃ (σχ. 183). Πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον πρέπει, εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς Α, ἡ ταχύτης υ τῆς σφαίρας νὰ ἔχῃ τιμὴν τοιαύτην, ὥστε ἡ φυγόκεντρος δύναμις νὰ ἰσορροπῇ τὸ βάρος τῆς σφαίρας, τοῦτο δέ, ὡς γνωστόν, συμβαίνει ὅταν:

$$\frac{m \cdot υ^2}{r} = m \cdot g \quad ἢ \quad υ^2 = g \cdot r \qquad (1)$$

ὅπου r ἡ ἀκτὶς τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς.

Ἐξ ἄλλου, ὅταν ἡ σφαῖρα εὑρίσκεται εἰς ὕψος h, ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν $m \cdot g \cdot h$, ἐνῷ, ὅταν εὑρίσκεται εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον Α τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς, ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν $m \cdot g \cdot 2r$ καὶ κινητικὴν ἐνέργειαν $m υ^2/2$. Συμφώνως δὲ πρὸς τὸ ἀξίωμα τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας θὰ εἶναι:



Σχ. 183. Ἡ ἀνακύκλωσις γίνεται, ὅταν ἡ σφαῖρα ἔχῃ ἀρχικῶς τὴν πρὸς τοῦτο ἀπαιτουμένην δυναμικὴν ἐνέργειαν.

$$m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot 2r + \frac{1}{2} m \cdot υ^2 \qquad (2)$$

Ἐὰν ἀντικαταστήσωμεν τὴν τιμὴν τοῦ $υ^2$, λαμβανομένην ἐκ τῆς (1) μετὰ τὴν ἐκτέλεσιν τῶν σχετικῶν ἀναγωγῶν, ὁ τύπος (2) παρέχει:

$$h = \frac{5}{2} r$$

Εἰς τὸν ὑπολογισμὸν δὲν ἐλήφθησαν ὑπ' ὄψιν αἱ τριβαὶ καί, ἑπομένως, εἰς τὴν πραγματικότητα, ἡ τιμὴ τοῦ h πρέπει νὰ εἶναι ὀλίγον μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν ἀνωτέρω ὁρισθεῖσαν.

Γ΄. Ὁριζοντία βολή. Ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας δύναται νὰ ἐπαληθευθῇ καὶ διὰ τῆς ἀκολούθου πειραματικῆς διατάξεως, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ ὁ ρ ι ζ ο ν τ ί α ν β ο λ ή ν. Γνωρίζομεν ἐκ τῆς σπουδῆς τοῦ ἐλατηρίου ὅτι, διὰ τὴν σύμπτυξιν αὐτοῦ κατά τινα ἀπόστασιν s, ἀπαιτεῖται δύναμις $F = k \cdot s$, ἔνθα k σταθερά, ἐξαρτωμένη ἐκ τοῦ ἐλατηρίου καὶ παριστῶσα τὴν δύναμιν, τὴν ἀπαιτουμένην διὰ νὰ προκαλέσωμεν σύμπτυξιν αὐτοῦ κατὰ 1 cm. Γνωρίζοντες ἤδη τὸν νόμον τῆς μεταβολῆς τῆς δυνάμεως μετὰ τῆς μετατοπίσεως καὶ ἐφαρμόζοντες τὸν γραφικὸν νόμον ὑπολογισμοῦ τοῦ ἔργου (βλ. § 95), εὑρίσκομεν ὅτι ἡ καταναλισκομένη ἐνέργεια διὰ τὴν σύμπτυξιν τοῦ ἐλατηρίου κατὰ τὸ μῆκος s εἶναι:

$$A = \frac{1}{2} F \cdot s$$

ὅπου F ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἐφαρμόζομεν, ἵνα ἐπιτύχωμεν τὴν ἀνωτέρω σύμπτυξιν τοῦ ἐλατηρίου.

Ἡ ὡς ἄνω ἐνέργεια ἀποταμιεύεται ἐπὶ τοῦ ἐλατηρίου ὡς δυναμικὴ ἐνέργεια καὶ ἀποτελεῖ τὴν ἐνέργειαν ὁπλισμοῦ τοῦ πιστολίου (σχ. 177).

Ἐὰν ἤδη διὰ τοῦ ὁπλισθέντος πιστολίου θέλωμεν νὰ ἐκσφενδονίσωμεν βλῆμα γνωστῆς μάζης, ἀφήνομεν διὰ καταλλήλου μηχανισμοῦ τὸ ἐλατήριον ν' ἀποτονωθῇ, ὅτε ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια αὐτοῦ μεταδίδει ταχύτητα υ εἰς τὸ βλῆμα, τὸ ὁποῖον οὕτως ἀποκτᾷ κινητικὴν ἐνέργειαν $1/2 \cdot m \cdot \upsilon^2$.

Δυνάμεθα δὲ νὰ ἐπαληθεύσωμεν, ὅτι :

$$\frac{1}{2}\,F \cdot s = \frac{1}{2}\,m \cdot \upsilon^2 \qquad (1)$$

Πράγματι, τὴν ταχύτητα υ δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν ἀφ' ἑνὸς μὲν ἐκ τῆς ἀποστάσεως x, εἰς τὴν ὁποίαν συναντᾷ τὸ βλῆμα τὸ ἔδαφος, καὶ ἀφ' ἑτέρου ἐκ τοῦ ὕψους h, εἰς τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἀρχικῶς τὸ βλῆμα. Ἀλλὰ τὸ ὕψος h δίδει τὸν χρόνον κινήσεως τοῦ βλήματος δι' ὑπολογισμοῦ τοῦ χρόνου, τὸν ὁποῖον χρειάζεται τὸ σῶμα, ἵνα καταπέσῃ κατακορύφως, καὶ ὁ χρόνος οὗτος εἶναι :

$$t = \sqrt{\frac{2\,h}{g}}$$

Διαιροῦντες τὴν ἀπόστασιν x διὰ τοῦ t, εὑρίσκομεν τὴν ταχύτητα υ, οὕτω δὲ ἐπαληθεύομεν τὴν σχέσιν (1).

105. Μᾶζα καὶ ἐνέργεια. Μία ἐξόχως ριζοσπαστικὴ ἀντίληψις, τὴν ὁποίαν εἰσάγει ἡ θεωρία τῆς σχετικότητος, εἶναι ἡ **ἰσοδυναμία μάζης καὶ ἐνεργείας.**

Μὲ ἄλλους λόγους, ἡ ὕλη δύναται νὰ μετατρέπεται εἰς ἐνέργειαν καὶ ἀντιστρόφως ἡ ἐνέργεια δύναται νὰ μετατραπῇ εἰς ὕλην.

Ἡ ἰσοδυναμία μεταξὺ μάζης καὶ ἐνεργείας ἐκφράζεται διὰ τῆς περιφήμου **ἐξισώσεως Einstein :**

$$\boxed{E = m \cdot c^2}$$

ὅπου E παριστᾷ τὴν ἐνέργειαν τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς μᾶζαν m καὶ c τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ φωτὸς εἰς τὸ κενὸν ($c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec).

Συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, ἐὰν 1 gr ὕλης μετατραπῇ εἰς ἐνέργειαν, θὰ εἶναι $E = 1 \cdot (3 \cdot 10^{10})^2 = 9 \cdot 10^{20}$ erg. Ἡ ἐνέργεια αὐτὴ ἀντιστοιχεῖ εἰς $9 \cdot 10^{13}$ Joule ἤ, κατὰ προσέγγισιν, πρὸς $9 \cdot 10^{12}$ kgr*m. Ἐὰν θελήσωμεν νὰ παραγάγωμεν τὴν ἐνέργειαν ταύτην διὰ καύσεως ἄνθρακος, ὁ ὁποῖος ἀνὰ 1 kgr παρέχει 9 000 kcal ἢ $9\,000 \cdot 427$ kgr*m, θὰ ἀπαιτηθῇ ποσότης ἄνθρακος 2 300 τόννων.

Ἀξιοσημείωτον εἶναι ὅτι καὶ αὐτὴ ἡ πρόβλεψις τοῦ Einstein ἐπηληθεύθη πειραματικῶς, διότι ἡ τεραστία ἐνέργεια ἡ ἐγκλειομένη κατὰ τὴν ἔκρηξιν μιᾶς βόμβας οὐρανίου ἢ ὑδρογόνου δὲν εἶναι ἄλλο τι παρὰ ἔλλειμμα μάζης τῶν προϊόντων τῆς ἐκρήξεως.

Ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι μία ἀτομικὴ βόμβα μάζης m_1 μετὰ τὴν ἔκρηξίν της ἀπέδωσε προϊόντα συνολικῆς μάζης m_2 καὶ ἔχωμεν ἔλλειμμα ἔστω 1 gr, τότε :

$$\Delta m = m_1 - m_2 = 1 \text{ gr}$$

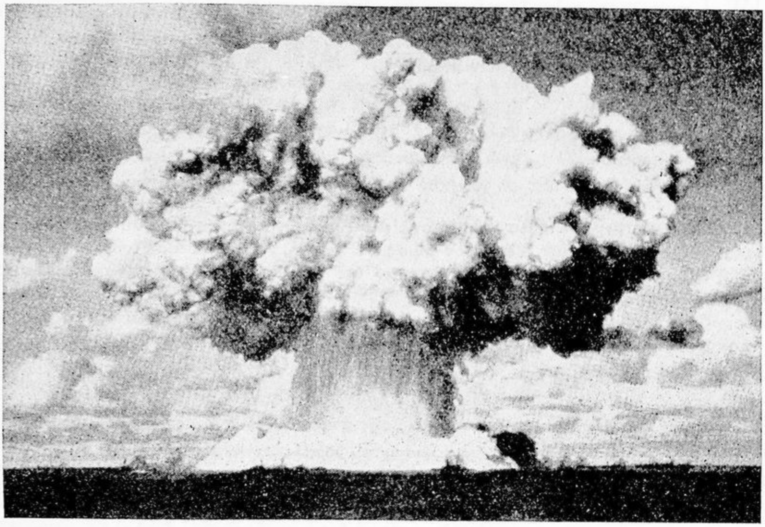
καὶ

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

ἄρα

$$E = 9 \cdot 10^{20} \text{ erg, ἤτοι } 25 \cdot 10^6 \text{ kWh}$$

Ἡ ἐξαϋλωθεῖσα οὕτω μᾶζα 1 gr μετετράπη εἰς ἐνέργειαν, ἱκανὴν νὰ συντηρήσῃ π.χ. ὅλον τὸ ἠλεκτρικὸν δίκτυον Ἀθηνῶν - Πειραιῶς ἐπὶ 10 περίπου ἡμέρας.



Σχ. 184. Φωτογραφία ἐκρήξεως ὑπὸ τὴν θάλασσαν ἀτομικῆς βόμβας, τὴν 25.7.1946.

106. Συντελεστὴς ἀποδόσεως. Κατὰ τὴν μετατροπὴν ἐνεργείας (ὡς π.χ. εἰς σχ. 180) παρατηροῦμεν ἐν τῇ πράξει, ὅτι ἐξ ὡρισμένου ποσοῦ διατιθεμένης ἐνεργείας δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ μεταβληθῇ εἰς ἐνέργειαν χρησιμοποιήσιμον διὰ τὰς ἀνάγκας μας, ἢ ἄλλως εἰς ὠφέλιμον ἐνέργειαν, ἅπαν τὸ διατιθέμενον ποσόν, ἀλλὰ μέρος αὐτοῦ μετατρέπεται εἰς ἑτέραν μορφὴν ἐνεργείας, ἡ ὁποία δι' ἡμᾶς εἶναι ἀνωφελὴς καί, ὡς ἐκ τούτου, χαρακτηρίζομεν τὸ ποσὸν τοῦτο τῆς ἐνεργείας ὡς ἀπώλειαν.

Οὕτω π.χ., εἰς τὴν Μηχανικήν, εἶναι ἀδύνατον ἐν τῇ πράξει νὰ μετατρέψωμεν ὡρισμένον ποσὸν διατιθεμένης δυναμικῆς ἐνεργείας εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν, διότι, λόγῳ τῶν ἀναποφεύκτων τριβῶν, μέρος τῆς ἀρχικῆς ἐνεργείας μετατρέπεται εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία χαρακτηρίζεται ὡς ἀπώλεια.

Εἰς πάσας ἐν γένει τὰς μετατροπὰς θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν:

$$\text{διατιθεμένη ἐνέργεια} = \text{ὠφέλιμος ἐνέργεια} + \text{ἀπώλεια}$$

Καλοῦμεν συντελεστὴν ἀποδόσεως (η) τὸν λόγον τῆς ὠφελίμου ἰσχύος πρὸς τὴν ἀρχικῶς διατιθεμένην ἰσχύν, ἤτοι:

$$\eta = \frac{N_{\omega\varphi}}{N_{\delta\iota\alpha\tau}}$$

Ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεως ἐκφράζεται ὑπὸ ἀριθμοῦ, ὁ ὁποῖος εἶναι πάντοτε μικρότερος τῆς μονάδος. Οὕτω, ὅταν εἷς ἠλεκτρικὸς κινητὴρ τροφοδοτῆται ἀπὸ τὸ ἠλεκτρικὸν δίκτυον μὲ ἰσχὺν π.χ. 5,4 kW καὶ παρέχῃ κατὰ τὴν λειτουργίαν του μόνον 5 kW, ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεώς του θὰ εἶναι ἴσος πρός:

$$\eta = \frac{5\ \mathrm{kW}}{5{,}4\ \mathrm{kW}} = 0{,}92$$

Ὁ ἀριθμὸς 0,92 εἶναι ἴσος πρὸς 92/100, διὰ τὸν λόγον τοῦτον γράφεται συνήθως: 92 %. Εἰς τὰς θερμικὰς μηχανάς, κατὰ τὴν μετατροπὴν θερμότητος εἰς ἔργον, ἡ ἀπόδοσις εἶναι περίπου 30 %, ἐνῷ εἰς ἠλεκτρικὰς ἐγκαταστάσεις, κατὰ τὴν μετατροπὴν ἠλεκτρικῆς ἐνεργείας εἰς μηχανικὸν ἔργον, ἡ ἀπόδοσις εἶναι περίπου 85 - 90 %.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Μία ἀντλία δύναται νὰ χορηγῇ 5 000 kgr* ὕδατος ἐντὸς ὑδαταποθήκης εἰς 3 ὥρας. Τὸ μέσον ὕψος ἀντλήσεως τοῦ ὕδατος εἶναι 30 m. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἰσχὺς τῆς ἀντλίας, λαμβανομένου ὑπ' ὄψιν ὅτι 20 % καταναλίσκεται εἰς ἀπωλείας λόγῳ τριβῆς.

Λύσις. Ἔστω B τὸ βάρος τοῦ ἀντλουμένου ὕδατος, h τὸ ὕψος ἀντλήσεως καὶ $N_{\omega\varphi}$ ἡ ὠφέλιμος ἰσχὺς τῆς ἀντλίας. Τότε θὰ ἰσχύῃ ἡ σχέσις :

$$N_{\omega\varphi} = \frac{B \cdot h}{t} \qquad (1)$$

Ἐὰν καλέσωμεν η τὸν συντελεστὴν ἀποδόσεως τῆς ἀντλίας καὶ $N_{\delta\iota\alpha\tau}$ τὴν συνολικῶς ὑπ' αὐτῆς διατιθεμένην ἰσχύν, ἤτοι τὴν ἰσχὺν πρὸς ἀνύψωσιν τοῦ ὕδατος καὶ τὴν ἰσχὺν λόγῳ ἀπωλειῶν, τότε θὰ ἰσχύῃ ἡ σχέσις :

$$\eta = \frac{N_{\omega\varphi}}{N_{\delta\iota\alpha\tau}} \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (1) καὶ (2) προκύπτει ὅτι :

$$N_{\delta\iota\alpha\tau} = \frac{B \cdot h}{t \cdot \eta} \qquad (3)$$

Ἐπειδὴ ἡ ἀπώλεια εἶναι 20 %, ἕπεται ὅτι ἡ ἀπόδοσις τῆς ἀντλίας θὰ εἶναι 80 % καί, συνεπῶς, ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεως αὐτῆς 0,8. Θέτοντες εἰς τὴν σχέσιν (3) τὰ δεδομένα τῆς ἀσκήσεως, ἐργαζόμενοι εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα, εὑρίσκομεν :

$$\underline{N_{\delta\iota\alpha\tau}} = \frac{5\,000 \cdot 30}{3 \cdot 3\,600 \cdot 0{,}8} = \underline{17{,}38\ \mathrm{kgr^*m/sec}}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α' Ἐρωτήσεις

Τί καλοῦμεν ἔργον δυνάμεως.

Ποῖαι αἱ ἐξισώσεις διαστάσεων ἔργου εἰς τὸ Μετρικὸν σύστημα καὶ εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα, αἱ ἀντίστοιχοι μονάδες καὶ αἱ μεταξὺ αὐτῶν σχέσεις.

Ποίας ἄλλας μονάδας ἔργου ἐγνωρίσαμεν.

Πότε μία δύναμις δὲν παράγει ἔργον, ἔστω καὶ ἂν μετατοπίζεται τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της.

Ἄνθρωπος μὲ τεταμένην τὴν χεῖρά του ὁριζοντίως πρὸς τὰ ἐμπρὸς κρατεῖ βάρος χωρὶς νὰ μετατοπίζῃ αὐτό. Ὁ ἄνθρωπος παράγει ἔργον;

Πῶς ὑπολογίζεται τὸ ἔργον διὰ γραφικῆς παραστάσεως.

Διερευνήσατε τὸ ἔργον εἰς διαφόρους περιπτώσεις.

Τί καλοῦμεν ἰσχύν.

Ποῖαι αἱ ἐξισώσεις διαστάσεων ἰσχύος εἰς τὸ Μετρικὸν σύστημα καὶ εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα.

Ποῖαι αἱ μονάδες μετρήσεως καὶ αἱ μεταξὺ αὐτῶν σχέσεις.

Τί καλοῦμεν ἐνέργειαν καὶ ὑπὸ ποίας μορφὰς ἐμφανίζεται ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια.

Διὰ ποῖον λόγον κλῖμαξ μὲ βαθμίδας μεγάλου ὕψους θεωρεῖται μᾶλλον κοπιαστική, ἐν συγκρίσει πρὸς κλίμακα μὲ βαθμίδας μικροῦ ὕψους.

Διὰ ποῖον λόγον ἀνηφορικὸς δρόμος θεωρεῖται κοπιωδέστερος ἐν συγκρίσει πρὸς ὁριζόντιον.

Ὑπὸ ποίας μορφὰς ἐμφανίζεται ἡ ἐνέργεια ἐν γένει εἰς τὴν φύσιν.

Τί καλοῦμεν δυναμικὴν καὶ τί κινητικὴν ἐνέργειαν.

Πῶς διατυποῦται τὸ θεώρημα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας.

Πῶς διατυποῦται τὸ θεώρημα τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας.

Ἀναφέρατε ἐφαρμογάς τινας τοῦ ἀνωτέρω θεωρήματος.

Τί καλοῦμεν ἀπόδοσιν κατὰ τὴν μέτρησιν ἐνεργείας.

Β΄ Προβλήματα

1. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ ἔργον τὸ ἀπαιτούμενον διὰ τὴν ἀνύψωσιν 800 λίτρων ὕδατος ἀπὸ φρέατος βάθους 7 m. (Ἀπ. $A = 5\,600$ kgr*m.)

2. Εἰς πόσον χρόνον ποδηλάτης συνολικοῦ βάρους 80 kgr* διανύει ἀνηφορικὸν δρόμον παρουσιάζοντα διαφορὰν ὕψους 120 m, ὅταν ἀποδίδῃ ἰσχὺν 1/5 HP. (Ἀπ. $t = 640$ sec.)

3. Πόσον ὕδωρ δύναται νὰ ἀνυψώσῃ ἀντλία ἰσχύος 100 PS ἐντὸς 24 ὡρῶν ἀπὸ φρέατος βάθους 300 m. (Ἀπ. $B = 2{,}16 \cdot 10^4$ kgr*.)

4. Γερανὸς ἀνυψώνει φορτίον βάρους 10 ton* ἀπὸ τοῦ κύτους πλοίου μέχρι τοῦ καταστρώματος, εὑρισκομένου εἰς ὕψος 12 m ἀπὸ τοῦ κύτους, εἰς χρόνον 30 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἰσχὺς εἰς kgr*m/sec, εἰς ἵππους καὶ kW. (Ἀπ. $N = 4\,000$ kgr*m/sec, 53,33 PS, 39,24 kW.)

5. Δύναμις 25 dyn ἐπενεργεῖ ἐπὶ μάζης 100 gr ἐπὶ 8 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῆς μάζης τῶν 100 gr. (Ἀπ. $E_{κιν} = A = 200$ erg.)

6. Δύναμις ἐπενεργοῦσα ἐπὶ μάζης 1 kgr μεταδίδει εἰς αὐτὴν ταχύτητα 120 m/min. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια εἰς erg. (Ἀπ. $E_{κιν} = 2 \cdot 10^7$ erg.)

7. Σῶμα μάζης 400 gr βάλλεται μὲ κινητικὴν ἐνέργειαν 981 Joule κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω. Μέχρι ποίου σημείου ἀνέρχεται τὸ σῶμα. ($g = 9{,}81$ m/sec².) (Ἀπ. $h = 250$ m.)

8. Λίθος ἔχει μᾶζαν 20 gr καὶ βάλλεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω ὑπὸ ταχύτητα 2 000 cm/sec. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια α) κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς βολῆς, β) κατὰ τὸ τέλος τοῦ πρώτου δευτερολέπτου καὶ γ) κατὰ τὸ τέλος τοῦ τετάρτου δευτερολέπτου. ($g = 10$ m/sel².)
(Ἀπ. α΄ $E_{κιν} = 4 \cdot 10^7$ erg (4 Joule). β΄ $E_{κιν} = 10^7$ erg (1 Joule). γ΄ $E_{κιν} = 4 \cdot 10^7$ erg (4 Joule).)

9. Σῶμα βάρους 5 kgr* βάλλεται ἀπὸ ὡρισμένου ὕψους μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 10 m/sec κατακορύφως ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω. Εἰς ἀπόστασιν 4 m ἀπὸ τοῦ ἐδάφους τὸ σῶμα ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν 200 kgr*m. Ἐκ ποίου ὕψους ἐβλήθη τὸ σῶμα. ($g = 10$ m/sec².) (Ἀπ. $h = 39$ m.)

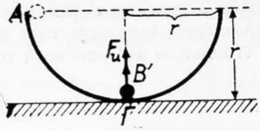
10. Σῶμα βάλλεται μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 20 m/sec κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω. Εἰς ποῖον ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους ἡ ταχύτης του θὰ ἔχῃ ἐλαττωθῇ εἰς τὸ ἥμισυ τῆς ἀρχικῆς τιμῆς. ($g = 10$ m/sec².) (Ἀπ. $h = 15$ m.)

11. Σῶμα βάλλεται ἐξ ὕψους 10 m καὶ μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 6 m/sec κατακορύφως ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω. Τὸ σῶμα φθάνον εἰς τὸ ἔδαφος εἰσχωρεῖ ἐντὸς αὐτοῦ εἰς βάθος 10 cm. Πόση ἡ ἐπιβράδυνσις τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ σῶμα. ($g = 9{,}81$ m/sec².) (Ἀπ. $\gamma = 1161$ m/sec².)

12. Σφαῖρα βάρους 5 kgr* ἐξέρχεται ἀπὸ τῆς κάννης πυροβόλου μὲ ταχύτητα 800 m/sec, τὸ δὲ μῆκος τοῦ σωλῆνος τοῦ πυροβόλου εἶναι 2 m. Ζητοῦνται ἡ κινητήριος δύναμις, ὑποτιθεμένη σταθερά, ἡ ἐπενεργοῦσα ἐπὶ τοῦ βλήματος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, εἰς dyn καὶ kgr*, ὡς καὶ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ βλήματος, καθ' ἣν στιγμὴν ἐξέρχεται τοῦ πυροβόλου, εἰς erg καὶ kgr*m. ($g = 10$ m/sec².) (Ἀπ. $F = 8 \cdot 10^4$ kgr* $= 8 \cdot 10^{10}$ dyn. $E_{\kappa\iota\nu} = 16 \cdot 10^{12}$ erg $= 16 \cdot 10^4$ kgr*m.)

13. Σφυρίον βάρους 2 kgr* κινεῖται ὑπὸ ταχύτητα 15 m/sec καὶ προσκροῦον ἐπὶ καρφίου ἀναγκάζει αὐτὸ νὰ εἰσχωρήσῃ κατὰ 2,5 cm. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ μέση δύναμις ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ καρφίου. Ἐὰν ἡ ἀνωτέρω διεργασία διαρκῇ 1/50 sec, πόση θὰ εἶναι ἡ ἰσχὺς τοῦ κτυπήματος. ($g = 10$ m/sec².) (Ἀπ. $F = 900$ kgr*, $N = 1125$ kgr*/sec.)

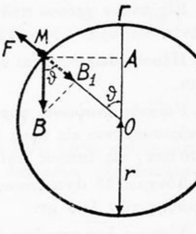
14. Σιδηροδρομικὸς συρμὸς 500 τόννων πρέπει νὰ ἀποκτήσῃ ἐκ τῆς ἠρεμίας, ἀφοῦ διανύσῃ διάστημα 10 km εἰς κεκλιμένον ἐπίπεδον 1 : 1000, ταχύτητα $\upsilon = 36$ km/h. Πόση εἶναι ἡ ἕλξις τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ἡ ἀτμομηχανὴ ἐπὶ τοῦ συρμοῦ, ὑποτιθεμένης αὐτῆς σταθερᾶς. ($g = 10$ m/sec².) (Ἀπ. $F = 750$ kgr*.)



Σχ. 185. Πρόβλημα 15.

15. Μικρὰ σφαῖρα ἀφίεται ἐκ τοῦ σημείου Α καὶ ὀλισθαίνει ἐπὶ ἡμικυλινδρικῆς ἐπιφανείας (σχ. 185), τῆς ὁποίας ὁ ἄξων εἶναι ὁριζόντιος. Νὰ εὑρεθῇ ποία δύναμις ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς σφαίρας ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν, ὅταν αὕτη διέρχεται διὰ τοῦ κατωτάτου σημείου Γ. (Ἀπ. $F = mg + 2mg = 3B$.)

16. Μικρὰ σφαῖρα ἀφίεται, ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, ἔκ τινος σημείου Μ (σχ. 186) εὑρισκομένου πλησίον τοῦ ἀνωτέρου σημείου Γ κυλίνδρου, τοῦ ὁποίου αἱ βάσεις εἶναι κατακόρυφοι. Εἰς ποῖον σημεῖον θὰ ἐγκαταλείψῃ αὕτη τὸν κύλινδρον ὀλισθαίνουσα ἄνευ τριβῶν ἐπ' αὐτοῦ. (Ἀπ. $\theta = 48^0\ 11'\ 30''$.)



Σχ. 186. Πρόβλημα 16.

17. Αὐτοκίνητον βάρους 750 kgr* κινεῖται ἐπὶ ὁριζοντίας ὁδοῦ. Αἱ τριβαὶ ἰσοδυναμοῦν πρὸς σταθερὰν δύναμιν ἀντιθέτου φορᾶς πρὸς τὴν φορὰν τῆς κινήσεως καὶ ἴσην πρὸς 0,04 τοῦ βάρους του. Ἀναχωρεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ κινεῖται μὲ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην, μέχρις ὅτου ἀποκτήσῃ σταθερὰν ταχύτητα 72 km/h, ἀφοῦ διανύσῃ διάστημα 100 m. Ζητοῦνται : α) Ὁ χρόνος ἀπὸ τῆς ἐκκινήσεως μέχρις ὅτου ἀποκτήσῃ τὴν σταθερὰν ταχύτητα. β) Ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ ἀναπτύξῃ ἡ μηχανὴ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως, ἵνα ἔχωμεν τὸ ἀποτέλεσμα τοῦτο. γ) Τὸ ἔργον τὸ δαπανώμενον ὑπὸ τῆς μηχανῆς καὶ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια, ὅταν φθάσῃ τὴν ταχύτητα 72 km/h. δ) Ἐάν, ἀφοῦ κινηθῇ ἐπί τινα χρόνον μὲ σταθερὰν ταχύτητα, σταματήσῃ ἀποτόμως ἡ μηχανή, ἐπὶ πόσον χρόνον θὰ ἐξακολουθήσῃ κινούμενον τὸ αὐτοκίνητον καὶ πόσον διάστημα θὰ διανύσῃ. ($g = 10$ m/sec².)
(Ἀπ. α' $t = 10$ sec. β' $F = 180$ kgr*. γ' $A = 18\,000$ kgr*m, $E_{\kappa\iota\nu} = 1500$ kgr*m. δ' $s = 500$ m.)

18. Ἀνελκυστὴρ ἀναχωρεῖ ἐκ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος καί, κινούμενος μὲ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω, διέρχεται μετὰ πάροδον 10 sec δι' ἑνὸς σημείου τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται εἰς ὕψος 20 m. Νὰ εὑρεθῇ ποία ἡ μέση ἰσχὺς τοῦ κινητῆρος τοῦ ἀνελκυστῆρος διὰ τὸ χρονικὸν διάστημα τῶν 10 sec. Δίδονται: Μᾶζα κινητῆρος $m = 0{,}5$ τόννοι καὶ $g = 10$ m/sec². (Ἀπ. $N = 1040$ kgr*m/sec.)

19. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ἐλάχιστον ὕψος h, ἐκ τοῦ ὁποίου πρέπει νὰ ἀφεθῇ τὸ ἁμάξιον τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 183, ἵνα ἐκτελέσῃ μὲ ἀσφάλειαν τὴν ἀνακύκλωσιν. (Ἀπ. $h = 5r/2$.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε΄

ΒΑΡΥΤΗΣ. ΠΑΓΚΟΣΜΙΟΣ ΕΛΞΙΣ

107. Παγκόσμιος ἕλξις. Ἡ Γῆ ἕλκει πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας της σώματα. Τὰ σώματα λοιπὸν ἀφιέμενα ἐλεύθερα κινοῦνται πρὸς τὴν Γῆν, ἐφ' ὅσον ἄλλη αἰτία δὲν ἀνθίσταται εἰς τὴν κίνησιν ταύτην. **Ὀνομάζομεν βαρύτητα τὴν ἰδιότητα ὅλων ἐν γένει τῶν ὑλικῶν σωμάτων νὰ ἕλκωνται ὑπὸ τῆς Γῆς.**

Ἡ Γῆ ἕλκει τὴν Σελήνην, ἀλλὰ καὶ ἡ Σελήνη ἕλκει τὴν Γῆν μὲ δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἰσότητος δράσεως καὶ ἀντιδράσεως. Ὅ,τι συμβαίνει μεταξὺ Γῆς καὶ Σελήνης, συμβαίνει καὶ μεταξὺ Ἡλίου καὶ Γῆς, ὡς ἐπίσης μεταξὺ Ἡλίου καὶ ἄλλων πλανητῶν.

Τὰ φαινόμενα τῆς βαρύτητος καὶ αἱ κινήσεις τῶν οὐρανίων σωμάτων ἐξηγοῦνται, ἐὰν δεχθῶμεν τὴν ὕπαρξιν ἑλκτικῶν δυνάμεων. Αἱ δυνάμεις αὗται ἐξασκοῦνται μεταξὺ οἱωνδήποτε ὑλικῶν σωμάτων καὶ ἀκολουθοῦν ὡρισμένον νόμον, τὸν ὁποῖον διετύπωσε διὰ πρώτην φορὰν ὁ **Νεύτων**. Ὁ νόμος οὗτος ἐκλήθη « **νόμος τῆς παγκοσμίου ἕλξεως** » καὶ ἔχει ὡς ἀκολούθως : « **Δύο ὑλικὰ σώματα ἕλκονται ἀμοιβαίως διὰ δυνάμεως F, ἡ ὁποία εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ γινόμενον τῶν μαζῶν αὐτῶν m_1 καὶ m_2 καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως r αὐτῶν** ». Ἤτοι εἶναι :

$F = k \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	Νόμος τοῦ Νεύτωνος

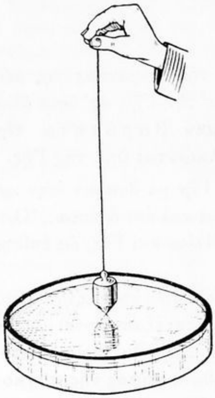
ἔνθα k εἶναι *παγκόσμιος σταθερά*, καλουμένη « **σταθερὰ τῆς παγκοσμίου ἕλξεως** ».

Ἡ ἕλξις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ἡ Γῆ ἐπὶ τῶν ἐπ' αὐτῆς σωμάτων, ἀποτελεῖ εἰδικὴν περίπτωσιν τῆς παγκοσμίου ἕλξεως. Ἐπειδὴ δὲ ὑλικὴ μᾶζα, εὑρισκομένη εἴς τινα περιοχὴν τοῦ περὶ τὴν Γῆν χώρου, ὑπόκειται εἰς τὴν ἐπενέργειαν τῆς ἑλκτικῆς της δυνάμεως, λέγομεν ὅτι ὁ περὶ τὴν Γῆν χῶρος ἀποτελεῖ *πεδίον βαρύτητος* (βλ. σελ. 207).

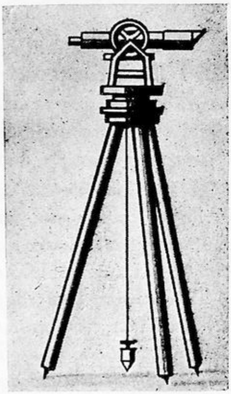
108. Βάρος τῶν σωμάτων. Ὀνομάζομεν βάρος σώματος τὴν δύναμιν, μὲ τὴν ὁποίαν ἕλκει ἡ Γῆ ἓν οἱονδήποτε ὑλικὸν σῶμα εὑρισκόμενον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας της.

Τὸ βάρος σώματος ὡς δύναμις ἔχει τὰ χαρακτηριστικὰ τῆς δυνάμεως, ἤτοι σημεῖον ἐφαρμογῆς, ἔντασιν, διεύθυνσιν καὶ φοράν. Τὸ σημεῖον τοῦ σώματος ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐφαρμόζεται τὸ βάρος αὐτοῦ καλεῖται *κέντρον βάρους*. Συνήθως τὸ βάρος τοῦ σώματος παριστᾶται ὡς διάνυσμα, μὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς του τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος. Ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ βάρους τοῦ σώματος μετρεῖται διὰ τῶν δυναμομέτρων.

Τὴν διεύθυνσιν τοῦ βάρους μᾶς παρέχει τὸ **νῆμα τῆς στάθμης** (σχ. 187), τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἔκ τινος βαρέος σώματος καὶ κατὰ προτίμησιν ἐκ μεταλλικοῦ κυλίνδρου ἀπολήγοντος εἰς κῶνον καὶ προσδεδεμένου καταλλήλως εἰς τὸ ἓν ἄκρον νήματος, τοῦ ὁποίου τὸ ἄλλον ἄκρον κρατοῦμεν διὰ τῆς χειρὸς ἢ ἐξαρτῶμεν ἀπὸ σταθεροῦ σημείου. Τὸ βάρος τοῦ σώματος τείνει τὸ νῆμα κατὰ τὴν διεύθυνσίν του· ἡ διεύθυνσις τοῦ νήματος τῆς στάθμης εἰς ἕνα τόπον καλεῖται κ α τ α κ ό ρ υ φ ο ς, πᾶν δὲ ἐπίπεδον κάθετον ἐπὶ τὴν κατακόρυφον καλεῖται ὁ ρ ι ζ ό ν τ ι ο ν ἐ π ί π ε δ ο ν. Τοιοῦτον ὁριζόντιον ἐπίπεδον εἶναι ἡ ἐπιφάνεια ἠρεμοῦντος ὑγροῦ.



Σχ. 187. Νῆμα τῆς στάθμης.



Σχ. 188.

Τὸ νῆμα τῆς στάθμης χρησιμοποιεῖται εὐρέως εἰς τὴν πρᾶξιν, τόσον ὑπὸ τὴν ἀνωτέρω περιγραφεῖσαν μορφήν, ὅσον καὶ ὑπὸ ἄλλας μορφάς, π.χ. ἀ λ φ ά δ ι ο ν ὑπὸ τῶν οἰκοδόμων, διὰ τὴν κατακόρυφον διάταξιν τῶν τοίχων, ὡς καὶ εἰς πλεῖστα ὄργανα ἐπιστημονικῶν μετρήσεων (ζυγός, θεοδόλιχος σχ. 188, κ. ἄ.).

Παρατήρησις. Ἡ Γῆ ἕλκει πάντα τὰ σώματα, ὡς ἐὰν ὅλη ἡ μᾶζά της ἦτο συγκεντρωμένη εἰς τὸ κέντρον αὐτῆς, ἑπομένως καὶ ἡ διεύθυνσις τοῦ νήματος τῆς στάθμης, ἐφ' ὅσον θεωροῦμεν τὴν Γῆν ὡς σφαιρικήν, διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου της. Δύο ὅθεν νήματα στάθμης, πλησίον ἀλλήλων εὑρισκόμενα, δὲν εἶναι πράγματι παράλληλα, διότι ταῦτα συγκλίνουν πρὸς τὸ κέντρον τῆς Γῆς. Δυνάμεθα ὅμως, λόγῳ τῆς μεγάλης ἀποστάσεως ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς Γῆς, ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος, νὰ θεωρήσωμεν αὐτὰ ὡς παράλληλα.

Ἐὰν ἡ ἀπόστασις δύο τόπων ἰσοῦται πρὸς τὸ τέταρτον γηΐνου μεσημβρινοῦ, ἤτοι 10 000 χιλιόμετρα, τῆς Γῆς ὑποτιθεμένης σφαιρικῆς, ἡ γωνία μεταξὺ τῶν δύο κατακορύφων τῶν τόπων θὰ εἶναι 90^0. Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν δύο τόπων, τῶν ὁποίων αἱ κατακόρυφοι σχηματίζουν γωνίαν 1^0, εἶναι:

$$\frac{10\,000}{90} = 111{,}111 \text{ km} \quad ἢ \quad 111\,111 \text{ μέτρα.}$$

Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο τόπων, τῶν ὁποίων αἱ κατακόρυφοι σχηματίζουν γωνίαν 1 πρώτου λεπτοῦ (1 min), εἶναι : $\dfrac{10\,000}{90 \cdot 60} = 1{,}852$ km ἢ 1852 μέτρα.

Ἡ ἀπόστασις αὐτὴ λαμβάνεται ὡς μονὰς μήκους καὶ καλεῖται **ναυτικὸν μίλιον.** Ἐὰν δύο νήματα στάθμης ἀπέχουν μεταξύ των περίπου 1,85 m, δηλ. κατὰ ἓν χιλιοστὸν τοῦ ναυτικοῦ μιλίου, ἡ γωνία μεταξὺ αὐτῶν εἶναι περίπου ἓν χιλιοστὸν τοῦ πρώτου λεπτοῦ ἢ 0,06 τοῦ δευτέρου λεπτοῦ, ἡ ὁποία δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ μετρηθῇ. Δι' αὐτὸν τὸν λόγον νήματα στάθμης τοποθετημένα ἐπὶ τραπέζης ἢ ἐντὸς δωματίου θεωροῦνται παράλληλα.

109. Ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος. Τὰ σώματα, ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῆς ἕλξεως τῆς Γῆς, ἀφιέμενα ἐλεύθερα πίπτουν καὶ ἐκτελοῦν, ὡς εἴδομεν, κίνησιν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην. Ἐκ τοῦ δευτέρου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος προκύπτει, ὡς γνωστόν, ἡ θεμελιώδης ἐξίσωσις:

$$F = m \cdot \gamma$$

Ἐὰν ἡ δύναμις F παριστᾷ τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις γ παριστᾷ τὴν γηΐνην ἐπιτάχυνσιν ἤ, ὡς ἄλλως λέγομεν, τὴν **ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος (g),** τότε προκύπτει ἡ ἐξίσωσις:

$$\boxed{B = m \cdot g} \quad \text{ἤτοι:} \quad \boxed{\text{βάρος σώματος} = \text{μᾶζα} \times \text{ἐπιτάχυνσις βαρύτητος}}$$

Ὅταν τὸ βάρος B ἑνὸς σώματος θεωρηθῇ σταθερόν, τότε καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις g τοῦ σώματος θὰ εἶναι σταθερὰ καί, συνεπῶς, ὅταν σῶμα ἀφίεται ἐλεύθερον ἀπό τινος ὕψους ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς καὶ οὐδεμία ἄλλη δύναμις ἐπενεργῇ ἐπ' αὐτοῦ πλὴν τῆς δυνάμεως τῆς βαρύτητος, τὸ σῶμα τοῦτο θὰ ἐκτελῇ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην.

Διὰ πολλῶν πειραμάτων ἀκριβείας κατεδείχθη, ὅτι **ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ σώματα τὰ εὑρισκόμενα εἰς τὸν αὐτὸν τόπον,** μεταβάλλεται ὅμως ἐλάχιστα μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ πλάτους τοῦ τόπου καὶ τοῦ ὕψους ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης. Οὕτω διὰ μέσα πλάτη καὶ εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης εἶναι περίπου:

$$\boxed{g_{45^\circ} = 9{,}81 \ \mathrm{m/sec^2}}$$

Ἐὰν ἀφήσωμεν νὰ πέσουν συγχρόνως διάφορα σώματα, π.χ. λίθος, τεμάχιον χάρτου κλπ., ἐκ τοῦ αὐτοῦ ὕψους, παρατηροῦμεν ὅτι ταῦτα δὲν φθάνουν συγχρόνως εἰς τὸ ἔδαφος, ἤτοι τὰ σώματα ταῦτα φαίνεται ὅτι δὲν ἔχουν τὴν ἰδίαν ἐπιτάχυνσιν. Τοῦτο ὅμως δὲν εἶναι ἀληθές, διότι κατὰ τὴν πτῶσιν τῶν σωμάτων ἐμφανίζεται καὶ ἄλλη δύναμις, ἤτοι ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος. Ἐὰν ὅμως τὰ σώματα πίπτουν εἰς χῶρον κενὸν ἀέρος, παρατηρεῖται ὅτι ὅλα τὰ σώματα πίπτουν μὲ τὴν αὐτὴν ἐπιτάχυνσιν ἤ, ὡς συνήθως λέγομεν, ταυτοχρόνως. Τοῦτο ἀπέδειξε πειραματικῶς ὁ Νεύτων διὰ τοῦ κλασσικοῦ πειράματος τοῦ σωλῆνος, τὸ ὁποῖον εἶναι γνωστὸν μὲ τὸ ὄνομά του. Ὁ **σωλὴν τοῦ Νεύτωνος** (σχ. 189) ἔχει μῆκος περίπου 2 m, φέρει στόμιον καὶ στρόφιγγα, ἐντὸς δὲ αὐτοῦ ἔχουν εἰσαχθῆ διάφορα σώματα, ὡς π.χ. σφαῖρα ἐκ μολύβδου, πτερὸν

Σχ. 189. Σωλὴν τοῦ Νεύτωνος.

κλπ. Ἐὰν ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ὑπάρχῃ ἀήρ, ἀναστρέψωμεν δὲ τοῦτον ἀποτόμως, παρατηροῦμεν ὅτι τὰ ἐντὸς αὐτοῦ σώματα δὲν πίπτουν ταυτοχρόνως, ἀλλ' ὅτι τελευταῖον ὅλων πίπτει τὸ πτερόν· τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος. Ἐὰν ὅμως δι' ἀεραντλίας ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα ἐκ τοῦ σωλῆνος καὶ ἐκτελέσωμεν πάλιν τὸ αὐτὸ πείραμα, παρατηροῦμεν ὅτι πάντα ἀδιακρίτως τὰ σώματα πίπτουν ταυτοχρόνως.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Σῶμα ἔχει μᾶζαν 4 000 gr. Πόσον εἶναι τὸ βάρος αὐτοῦ α) εἰς τὸ σύστημα C.G.S. καὶ β) εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα. ($g = 9{,}81$ m/sec².)

Λύσις. Καλέσωμεν B τὸ βάρος τοῦ σώματος, m τὴν μᾶζαν αὐτοῦ καὶ g τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος. Ἐκ τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς, $F = m \cdot \gamma$, προκύπτει ἡ σχέσις:

$$B = m \cdot g \qquad (1)$$

α) Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ βάρος B τοῦ σώματος, εἰς τὸ σύστημα C.G.S., θέτομεν $m = 4\,000$ gr, $g = 981$ cm/sec² καὶ εὑρίσκομεν :

$$\underline{B} = 4\,000 \cdot 981 \text{ gr} \cdot \text{cm/sec}^2 = \underline{3\,924\,000 \text{ dyn}}$$

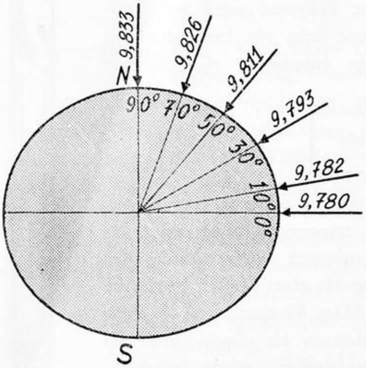
β) Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ βάρος τοῦ σώματος εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα μονάδων, ἐπὶ τῇ βάσει τῆς σχέσεως (1) θέτομεν : $m = 4\,000$ gr $= 4$ kgr $= 4/9{,}81$ Τ.Μ. μάζης, $g = 9{,}81$ m/sec² καὶ εὑρίσκομεν :

$$\underline{B = 4 \text{ kgr}^*}$$

110. Μεταβολὴ τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος.

Ὡς ἤδη ἐγνωρίσαμεν, κάθε σῶμα εὑρισκόμενον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς ὑφίσταται ἕλξιν ἴσην μὲ τὸ βάρος B τοῦ σώματος. Ἐὰν εἰς τὸν τύπον τῆς παγκοσμίου ἕλξεως:

$$F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$



Σχ. 190. Ἡ ἐπιτάχυνσις g ἔχει μεγαλυτέραν τιμὴν εἰς τοὺς πόλους καὶ μικροτέραν εἰς τὸν Ἰσημερινόν.

τεθῇ ἀντὶ m_1 ἡ μᾶζα τῆς Γῆς M καὶ R ἡ ἀκτὶς αὐτῆς, ὁ τύπος οὗτος μετατρέπεται, διὰ τὴν περίπτωσιν σώματος μάζης $m_2 = m$, εἰς τὸν τύπον:

$$B = k \cdot \frac{M}{R^2} \cdot m$$

Ἐξ ἄλλου γνωρίζομεν, ὅτι τὸ βάρος τοῦ σώματος $B = m \cdot g$, ἤτοι ἔχομεν:

$$m \cdot g = k \cdot \frac{M}{R^2} \cdot m$$

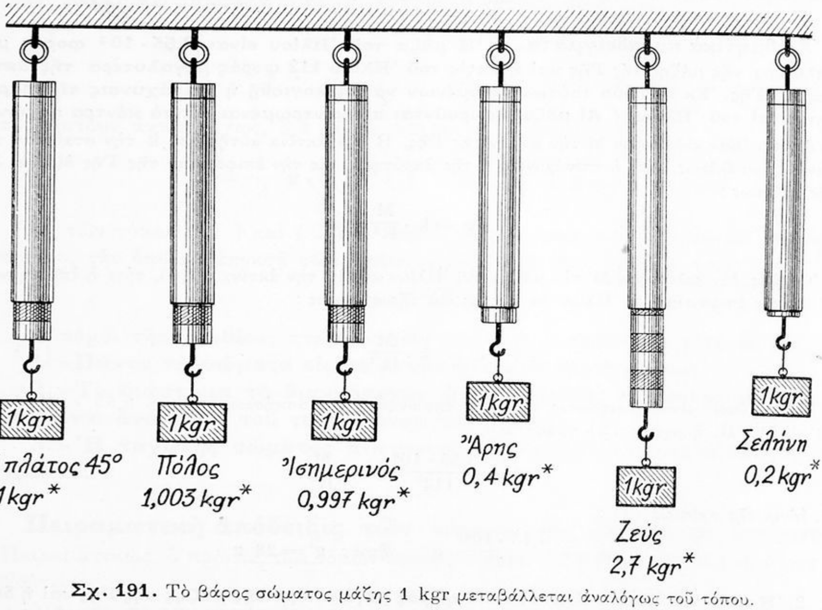
καὶ

$$g = k \cdot \frac{M}{R^2} \qquad (1)$$

ἤτοι: ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος g μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως τοῦ σώματος ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς Γῆς. Ἐπειδὴ ὅμως, ὡς γνωστόν, ἡ Γῆ δὲν ἔχει σχῆμα σφαιρικόν, ἀλλ' εἶναι πεπλατυσμένη εἰς τοὺς πόλους καὶ ἐξωγκωμένη εἰς τὸν Ἰσημερινόν, ἡ ἀκτὶς R αὐτῆς δὲν εἶναι ἡ αὐτὴ εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφανείας της. Συνεπῶς εἰς τοὺς πόλους, ὅπου ἡ ἀκτὶς R εἶναι μικροτέρα παρὰ εἰς τὸν Ἰσημερινόν, ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος θὰ ἔχῃ μεγαλυτέραν τιμὴν ἢ εἰς τὸν Ἰσημερινὸν (σχ. 190). Οὕτω ἡ ἐπιτάχυνσις g εὑρέθη ὅτι ἔχει τὰς ἀκολούθους τιμὰς εἰς τὰ διάφορα πλάτη τῆς Γῆς:

Εἰς τὸν Ἰσημερινὸν ...... $g = 978{,}0 \ \mathrm{cm \cdot sec^{-2}}$
Εἰς γεωγρ. πλάτος 60^0 ... $g = 981{,}9 \ \mathrm{cm \cdot sec^{-2}}$
Εἰς τὸν πόλον .... $g = 983{,}3 \ \mathrm{cm \cdot sec^{-2}}$

Ἐξ ἄλλου ἐκ τῆς σχέσεως $B = m \cdot g$ προκύπτει, ὅτι τὸ βάρος B τοῦ σώματος εἶναι ἀνάλογον τῆς ἐπιταχύνσεως g. Οὕτω εὑρέθη ὅτι ἡ διαφορὰ βάρους ἑνὸς σώματος εἰς τοὺς πόλους καὶ εἰς τὸν Ἰσημερινὸν εἶναι περίπου 0,5 %, ἐλέγχεται δὲ αὐτὴ δι' εὐπαθῶν δυναμομέτρων.

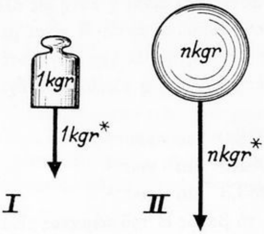


Σχ. 191. Τὸ βάρος σώματος μάζης 1 kgr μεταβάλλεται ἀναλόγως τοῦ τόπου.

Ἐπίσης ἐκ τῆς σχέσεως (1) προκύπτει, ὅτι « ἡ ἐπιτάχυνσις g εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς μάζης τῶν διαφόρων σωμάτων ».

Λόγῳ τῆς ἀπὸ τόπου εἰς τόπον μεταβολῆς τῆς τιμῆς g, προκύπτει ὅτι καὶ τὸ βάρος ὡρισμένης μάζης m μεταβάλλεται ἀντιστοίχως (σχ. 191). Ἡ μεταβολὴ αὐτὴ εἶναι γενικῶς μικρὰ καὶ μετρεῖται μόνον δι' εὐπαθῶν συσκευῶν.

Κατὰ γενομένους ὑπολογισμούς, ἡ ἐπιτάχυνσις ἐπὶ τοῦ ῾Ηλίου εἶναι 28 φορὰς μεγαλυτέρα τῆς γηΐνης ἐπιταχύνσεως (ἤτοι 28 g), ἐπὶ δὲ τῆς Σελήνης 0,2 g. Οὕτω μᾶζα, ἡ ὁποία ἔχει βάρος εἰς τὴν Γῆν 1 kgr*, θὰ ζυγίζῃ ἐπὶ τοῦ ῾Ηλίου 28 kgr*, ἐπὶ δὲ τῆς Σελήνης 0,2 kgr*.



Σχ. 192. Τὸ βάρος εἰς kgr* καὶ ἡ μᾶζα εἰς kgr παριστῶνται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ, μόνον ἐφ᾽ ὅσον θεωροῦμεν γεωγρ. πλάτος 45⁰.

῾Ως φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 191, ἡ μᾶζα τοῦ 1 kgr ἕλκεται ὑπὸ δυνάμεως 2,7 kgr* εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ Διὸς καὶ ὑπὸ δυνάμεως 0,4 kgr* εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ῎Αρεως.

῾Η ὕλη, τῆς ὁποίας μέτρον εἶναι ἡ μᾶζα, παρουσιάζει δύο χαρακτηριστικὰς ἰδιότητας, τὴν ἀ δ ρ ά ν ε ι α ν καὶ β α ρ ύ τ η τ α. Καὶ ἐφ᾽ ὅσον μὲν θεωροῦμεν μόνον τὴν ἀδράνειαν, ἡ μᾶζα καλεῖται ἀ δ ρ α ν ὴ ς μ ᾶ ζ α, ὁσάκις ὅμως θεωροῦμεν μόνον τὴν βαρύτητα, ἡ μᾶζα καλεῖται β α ρ ε ῖ α μ ᾶ ζ α.

᾽Αριθμητικὰ παραδείγματα. 1. ῾Η μᾶζα τοῦ ῾Ηλίου εἶναι $3{,}55 \cdot 10^5$ φορὰς μεγαλυτέρα τῆς μάζης τῆς Γῆς καὶ ἡ ἀκτὶς τοῦ ῾Ηλίου 112 φορὰς μεγαλυτέρα τῆς ἀκτῖνος τῆς Γῆς. ᾽Εκ τῶν δύο τούτων δεδομένων νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος ἐπὶ τοῦ ῾Ηλίου. (Αἱ μᾶζαι θεωροῦνται συγκεντρωμέναι εἰς τὰ κέντρα αὐτῶν.)

Λύσις. ᾽Εὰν καλέσωμεν M τὴν μᾶζαν τῆς Γῆς, R τὴν ἀκτῖνα αὐτῆς καὶ k τὴν σταθερὰν τῆς παγκοσμίου ἕλξεως, τότε ἡ ἐπιτάχυνσις g τῆς βαρύτητος εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς δίδεται διὰ τῆς σχέσεως :

$$g = k \cdot \frac{M}{R^2} \qquad (1)$$

῾Ομοίως, ἐὰν καλέσωμεν M′ τὴν μᾶζαν τοῦ ῾Ηλίου καὶ R′ τὴν ἀκτῖνα αὐτοῦ, τότε ἡ ἐπιτάχυνσις g′ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ῾Ηλίου θὰ δίδεται διὰ τῆς σχέσεως :

$$g' = k \cdot \frac{M'}{R'^2} \qquad (2)$$

᾽Επειδὴ ὅμως εἶναι, συμφώνως πρὸς τὴν ἐκφώνησιν τῆς ἀσκήσεως, $M' = 3{,}55 \cdot 10^5$ M καὶ $R' = 112$ R, ἡ σχέσις (2) γράφεται :

$$g' = \frac{3{,}55 \cdot 10^5}{112^2} \cdot k \cdot \frac{M}{R^2} \qquad (3)$$

ἤ, λόγῳ τῆς σχέσεως (1) :

$$g' = \frac{3{,}15 \cdot 10^5}{112^2} \cdot g \qquad \text{ἤτοι : } \underline{g' = 28 \ g}$$

2. ῾Η μᾶζα τοῦ ῾Ηλίου εἶναι 335 000 φορὰς μεγαλυτέρα τῆς μάζης τῆς Γῆς καὶ ἡ διάμετρος τοῦ ῾Ηλίου 112 φορὰς μεγαλυτέρα ἢ τῆς Γῆς. Νὰ εὑρεθῇ τὸ βάρος μάζης 1 kgr ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ῾Ηλίου. ($g = 9{,}81$ m/sec².)

Λύσις. ᾽Εὰν καλέσωμεν m τὴν μᾶζαν σώματος εὑρισκομένου ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ῾Ηλίου καὶ g′ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος εἰς τὸν ῞Ηλιον, τότε, συμφώνως πρὸς τὸν θεμελιώδη νόμον τῆς Δυναμκῆς $F = m \cdot \gamma$, θὰ ἔχωμεν ὅτι τὸ βάρος τοῦ σώματος εἶναι :

$$B = m \cdot g' \qquad (1)$$

Ἡ ἐπιτάχυνσις ὅμως g' εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ Ἡλίου εἶναι, ὅπως ὑπελογίσθη εἰς τὴν προηγουμένην ἄσκησιν, $g' = 28$ g, ἑπομένως ἡ σχέσις (1) γράφεται :

$$B = 28\ m \cdot g \qquad (2)$$

Ἐργαζόμενοι εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα, θέτομεν εἰς τὴν σχέσιν (2) : $m = 1$ kgr $= 1/9{,}81$ Τ.Μ. μάζης καὶ $g = 9{,}81\ m/sec^2$, ὅτε εὑρίσκομεν :

$$\underline{B = 28\ kgr^*}$$

111. Ἐλευθέρα πτῶσις τῶν σωμάτων. Γνωρίζομεν ἐκ τῶν προηγουμένων, ὅτι τὰ σώματα πίπτουν ταυτοχρόνως εἰς τὸ κενόν, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους των, ἡ δὲ κίνησις αὐτῶν εἶναι εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν :

$$g = 981\ cm/sec^2$$

Ἐκ τούτου συνάγομεν, ὅτι οἱ νόμοι τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων εἶναι οἱ ἴδιοι πρὸς τοὺς νόμους τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως, τοὺς ὁποίους ἐσπουδάσαμεν εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Κινηματικῆς (βλ. § 69). Οὕτω ἐκ τῶν τύπων:

$$s = \frac{1}{2}\ \gamma \cdot t^2 \quad \text{καὶ} \quad \upsilon = \gamma \cdot t$$

προκύπτουν ἀντιστοίχως, διὰ σῶμα πῖπτον ἐξ ὕψους h, οἱ τύποι:

$$h = \frac{1}{2}\ g \cdot t^2 \quad (1) \qquad \text{καὶ} \quad \upsilon = g \cdot t \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν τύπων (1) καὶ (2) δι' ἁπλοῦ μετασχηματισμοῦ λαμβάνομεν τὴν ταχύτητα υ, τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ σῶμα πῖπτον ἐλευθέρως ἀπὸ ὕψους h, ἤτοι:

$$\upsilon = \sqrt{2g \cdot h}$$

Οἱ νόμοι τῆς ἐλευθέρας πτώσεως τῶν σωμάτων διατυποῦνται οὕτω ὡς ἑξῆς:

1.- Πάντα τὰ σώματα εἰς τὸ κενὸν πίπτουν ταυτοχρόνως.

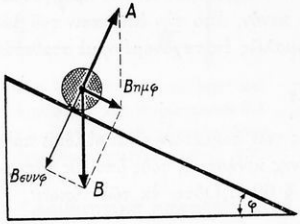
2.- Τὸ διάστημα τὸ διανυόμενον ὑπὸ σώματος πίπτοντος εἰς τὸ κενὸν εἶναι ἀνάλογον τοῦ τετραγώνου τοῦ χρόνου.

3.- Ἡ ταχύτης σώματος πίπτοντος εἰς τὸ κενὸν εἶναι ἀνάλογος τοῦ χρόνου.

Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῶν νόμων τῆς ἐλευθέρας πτώσεως. Πειραματικῶς, ὁ πρῶτος τῶν νόμων ἀποδεικνύεται, ὡς εἴδομεν, διὰ τοῦ σωλῆνος τοῦ Νεύτωνος.

Διὰ τὴν πειραματικὴν ἐπαλήθευσιν τῶν δύο ἄλλων νόμων ἐπενοήθησαν μέθοδοι, διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτυγχάνεται ὥστε ἡ πτῶσις νὰ εἶναι βραδυτέρα, καθότι ἄλλως τὰ ἐλευθέρως πίπτοντα σώματα ἀποκτοῦν μεγάλην ἐπιτάχυνσιν καί, ὡς ἐκ τούτου, αἱ μετρήσεις χρόνων εἶναι πολὺ δυσχερεῖς. Συσκευαί, διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτυγχάνομεν νὰ ἐπιβραδύνωμεν τὴν κίνησιν καὶ νὰ πειραματιζώμεθα ἐντὸς δωματίου ἀπὸ μικροῦ ὕψους πτώσεως, εἶναι τὸ **κεκλιμένον ἐπίπεδον** καὶ ἡ **μηχανὴ τοῦ Atwood** ("Ατγουντ), αἱ ὁποῖαι εἶναι γνωσταὶ ἀπὸ πολλῶν ἐτῶν. Μὲ τὴν πάροδον ὅμως τοῦ χρόνου ἐπενοήθησαν τελειότεραι διατάξεις, διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτυγχάνομεν μετρήσεις χωρὶς νὰ ἐπιβραδύνωμεν τὴν κίνησιν πίπτοντος σώματος· ἐξ αὐτῶν δὲ θὰ περιγράψωμεν τὴν διάταξιν δι' **αὐτογραφικῆς μεθόδου** καὶ διὰ **χρονοφωτογραφικῆς μεθόδου.**

α) Κεκλιμένον ἐπίπεδον. Ἔστω σφαῖρα κυλιομένη ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου (σχ. 193). Ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐπενεργοῦν δύο δυνάμεις, ἤτοι α) τὸ βάρος αὐτῆς B = m · g καὶ β) ἡ δύναμις A ἡ προερχομένη ἐκ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος ἐπ' αὐτοῦ. Ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα, τὴν δύναμιν B ἀναλύομεν εἰς δύο συνιστώσας, ἤτοι τὴν B · ημ φ, ἡ ὁποία εἶναι παράλληλος πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, καὶ τὴν B · συν φ, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος ἐπ' αὐτοῦ. Ἡ συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων A καὶ B · συν φ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, διότι αἱ δύο αὗται δυνάμεις ἐξουδετεροῦνται ἀμοιβαίως. Ἀπομένει λοιπὸν ὡς μόνη δρῶσα δύναμις ἡ B · ημ φ, ἡ ὁποία εἶναι σταθερὰ καὶ ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς σφαίρας, προσδίδει δὲ εἰς αὐτὴν σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν. Οὕτω ἐκ τῆς θεμελιώδους ἐξισώσεως τῆς Μηχανικῆς F = m · γ λαμβάνομεν:



Σχ. 193. Κεκλιμένον ἐπίπεδον.

$$\gamma = \frac{F}{m} = \frac{B \cdot \eta\mu\,\varphi}{m} = \frac{m\,g \cdot \eta\mu\,\varphi}{m} = g \cdot \eta\mu\,\varphi \qquad (1)$$

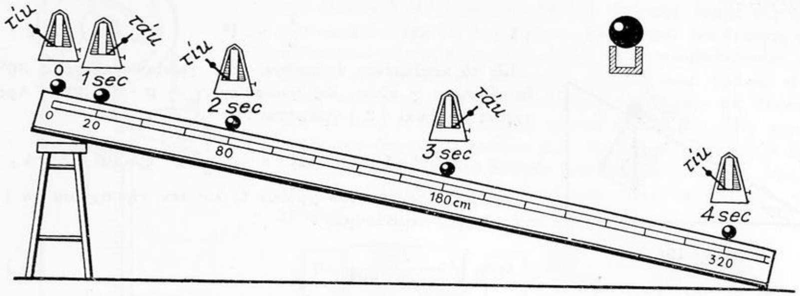
Ἐπειδὴ τὸ ημ φ εἶναι πάντοτε μικρότερον τῆς μονάδος, καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις γ θὰ εἶναι μικροτέρα τῆς ἐπιταχύνσεως g, τὴν ὁποίαν θὰ εἶχεν ἡ σφαῖρα ἐὰν ἔπιπτεν ἐλευθέρως. Ἡ δύναμις λοιπὸν B · ημ φ εἶναι τόσον μικροτέρα ἀπὸ τὴν δύναμιν B τοῦ βάρους τοῦ σώματος, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ γωνία φ, καὶ ἑπομένως ἡ ἐπιτάχυνσις τὴν ὁποίαν λαμβάνει ἡ σφαῖρα εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον ἡ γωνία φ λαμβάνεται μικροτέρα. Τὸ διανυόμενον διάστημα καὶ ἡ κτηθεῖσα ταχύτης τῆς σφαίρας ὑπολογίζονται ἐκ τῶν γνωστῶν τύπων τῆς Κινηματικῆς, ὅπου δι' ἀντικαταστάσεως τῆς τιμῆς τοῦ γ λαμβάνομεν:

$$s = \frac{1}{2}\,\gamma \cdot t^2 = \frac{1}{2}\,g \cdot \eta\mu\,\varphi \cdot t^2 \quad \text{καὶ} \quad \upsilon = \gamma \cdot t = g \cdot \eta\mu\,\varphi \cdot t$$

Ἡ τιμὴ τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος g καὶ ἡ γωνία φ εἶναι γνωστὰ δεδομένα, ὁ δὲ χρόνος μετρεῖται συνήθως εἰς τὸ πείραμα τοῦτο διὰ τοῦ μετρονόμου θεωρουμένης τῆς τριβῆς ὡς ἀμελητέας.

Πείραμα. Ἡ ἀπόδειξις τοῦ δευτέρου νόμου, τοῦ ν ό μ ο υ τ ῶ ν δ ι α σ τ η μ ά τ ω ν, γίνεται ὡς ἑξῆς : Ἐκλέγομεν ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου μῆκος π.χ. 320 cm εἰς τρόπον ὥστε, ὅταν ἡ σφαῖρα ἀφήνεται ἐλευθέρα ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, νὰ χρειάζεται 4 δευτερόλεπτα (4 sec), ἵνα διανύσῃ τὴν ἀπόστασιν ταύτην (σχ. 194). Ἐὰν ἤδη μὲ τὴν βοήθειαν καταλλήλου ἐμποδίου διακόψωμεν τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας εἰς ἀπόστασιν 20 cm ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, βλέπομεν ὅτι χρειάζεται 1 δευτερόλεπτον διὰ νὰ διανύσῃ τὴν ἀπόστασιν ταύτην.

Ἐὰν ἀκολούθως διακόψωμεν τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας εἰς ἀπόστασιν 80 cm ἀπὸ τῆς κορυφῆς, βλέπομεν ὅτι ἡ σφαῖρα χρειάζεται 2 δευτερόλεπτα διὰ νὰ διανύσῃ τὴν ἀπόστασιν ταύτην· καί, τέλος, ἐὰν διακόψωμεν τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας εἰς ἀπόστασιν 180 cm ἀπὸ τῆς ἀρχῆς, ἡ σφαῖρα χρειά-

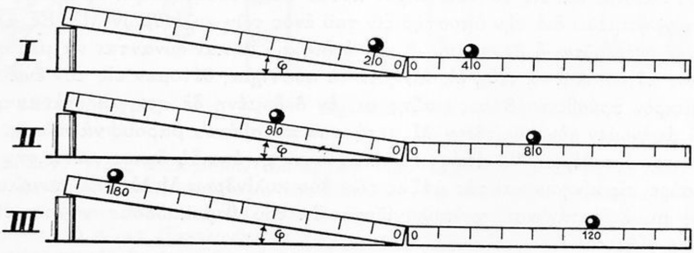


Σχ. 194. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ νόμου τῶν διαστημάτων.

ζεται 3 sec ἵνα διανύσῃ τὸ διάστημα τοῦτο. Οὕτω βλέπομεν, ὅτι εἰς χρόνους 1, 2, 3 καὶ 4 sec τὰ διανυόμενα διαστήματα εἶναι 20, 80, 180, 320 cm ἢ 20×1, 20×2^2, 20×3^2, 20×4^2, ἤτοι εἶναι ἀνάλογα τῶν τετραγώνων τῶν χρόνων.

Ὁ τρίτος νόμος, ὁ νόμος τῶν ταχυτήτων, ἀποδεικνύεται ὡς ἑξῆς: Τοποθετοῦμεν εἰς τὸ κάτω ἄκρον τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου ὁριζοντίαν σανίδα (σχ. 195) εἰς τρόπον ὥστε, ὅταν ἡ σφαῖρα κατέρχεται ἀπὸ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, νὰ εἰσχωρῇ εἰς τὴν αὔλακα τὴν ὑπάρχουσαν ἐπὶ τῆς ὁριζοντίας σανίδος· τότε, ἐπειδὴ παύει νὰ ὑφίσταται ἡ κινητήριος δύναμις, αὕτη θὰ ἐξακολουθῇ νὰ κινῆται ἐντὸς τῆς αὔλακος εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς λόγῳ τῆς κεκτημένης ταχύτητος καὶ ἀρκεῖ, διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν ταχύτητα, μετὰ τῆς ὁποίας εἰσχωρεῖ ἐντὸς τῆς αὔλακος, νὰ μετρήσωμεν τὸ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου διανυόμενον διάστημα, τὸ ὁποῖον παρέχει τὴν ταχύτητα.

Οὕτω, ἐὰν ἀφήνωμεν τὴν σφαῖραν νὰ πίπτῃ ἐξ ἀποστάσεως 20 cm, 80 cm, 180 cm (σχ. 195, I, II, III) ἀπὸ τῆς θέσεως προσαρμογῆς τῆς ὁριζοντίας σανίδος πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον,



Σχ. 195. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ νόμου τῶν ταχυτήτων.

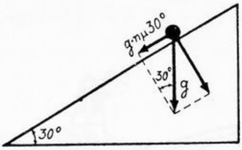
γνωρίζομεν ἤδη, ὅτι οἱ χρόνοι καθόδου τῆς σφαίρας θὰ εἶναι ἀντιστοίχως 1, 2, 3, sec· ἐὰν δὲ μετροῦμεν κατὰ τὸν ἀνωτέρω τρόπον τὰς ταχύτητας κινήσεως τῆς σφαίρας ἐπὶ τῆς ὁριζοντίας σανίδος, εὑρίσκομεν ὅτι αὗται εἶναι π.χ. 40, 80, 120 cm/sec ἢ 40×1, 40×2, 40×3. Ἤτοι αἱ ταχύτητες εἶναι ἀνάλογοι τῶν χρόνων.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Σῶμα ὀλισθαίνει ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου ὑπὸ γωνίαν 30^0 ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν. Νὰ ὑπολογισθῇ α) ἡ ταχύτης, ὅταν τὸ κινητὸν ἀναχωροῦν

ἐκ τῆς ἠρεμίας διανύῃ 800 cm, καὶ β) ὁ χρόνος, τὸν ὁποῖον χρειάζεται διὰ νὰ διανύσῃ τὸ διάστημα τοῦτο. ($g = 9{,}81\ m/sec^2$.)

Λύσις. Ἐπειδὴ ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα μηδέν, θὰ ἰσχύουν αἱ σχέσεις :

$$\upsilon = \gamma \cdot t \quad (1) \qquad \text{καὶ} \qquad s = \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2 \quad (2)$$



Σχ. 196.

Εἰς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, ὑπὸ γωνίαν κλίσεως 30^0, ἡ ἐπιτάχυνσις γ εἶναι, ὡς γνωστόν, $\gamma = g \cdot \eta\mu\ 30^0$. Ἄρα ἡ σχέσις (1) καὶ (2) γράφεται :

$$\upsilon = g \cdot \eta\mu\ 30^0 \cdot t \quad (3) \qquad \text{καὶ} \qquad s = \frac{1}{2} g \cdot \eta\mu\ 30^0 \cdot t^2 \quad (4)$$

Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸν χρόνον t, λύομεν τὴν σχέσιν (4) ὡς πρὸς t καὶ λαμβάνομεν :

$$t = \sqrt{\frac{2\,s}{g \cdot \eta\mu\ 30^0}} \quad (5)$$

ὁπότε, συμφώνως πρὸς τὰ δεδομένα τῆς ἀσκήσεως, θὰ εὕρωμεν :

$$\underline{t = 1{,}8\ sec}$$

Ἡ ταχύτης υ εὑρίσκεται ἐκ τῆς σχέσεως (3) ὅτι εἶναι :

$$\underline{\upsilon = 8{,}82\ m/sec}$$

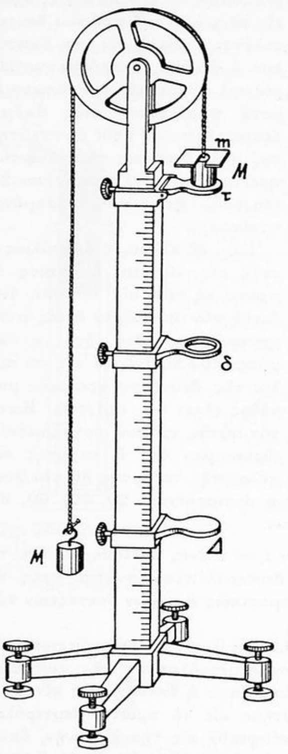
β) Μηχανὴ Atwood (Ἄτγουντ). Αὕτη ἀποτελεῖται ἐξ ἐλαφρᾶς καὶ εὐκινήτου τροχαλίας, στηριζομένης εἰς τὴν κορυφὴν κατακορύφου ὑποδιῃρημένου κανόνος, μήκους περίπου 2 m (σχ. 197). Ἀπὸ τῆς αὔλακος τῆς τροχαλίας ἐξαρτῶνται διὰ λεπτοῦ νήματος δύο ἴσα κυλινδικὰ βάρη, ἕκαστον τῶν ὁποίων ἔχει μᾶζαν M, οὕτω δὲ τὸ σύστημα ἰσορροπεῖ.

Ἐπὶ τοῦ κανόνος καὶ εἰς τὸ ἄνω ἄκρον αὐτοῦ στερεοῦται μικρὰ ἀρθρωτὴ τράπεζα τ, ἡ ὁποία χρησιμεύει διὰ τὴν ὑποστήριξιν τοῦ ἑνὸς τῶν κυλίνδρων M. Ἐξ ἄλλου ἐπὶ τοῦ κανόνος στερεοῦται ὁ δακτύλιος δ καὶ ὁ δίσκος Δ καὶ δύνανται νὰ μετατίθενται κατὰ μῆκος αὐτοῦ. Διὰ νὰ τεθῇ εἰς κίνησιν τὸ σύστημα, θέτομεν εἰς τὸν ἕνα τῶν κυλίνδρων μικρὸν πρόσθετον βάρος μάζης m, ἐν δεδομένῃ δὲ στιγμῇ διὰ καταλλήλου χειρισμοῦ ἀφήνομεν τὸν κύλινδρον M μετὰ τοῦ προσθέτου βάρους νὰ πίπτῃ. Ἐὰν τὸ βάρος ἔπιπτεν ἐλευθέρως, θὰ ἀπέκτα ἐπιτάχυνσιν g, ἐπειδὴ ὅμως κατὰ τὴν πτῶσίν του παρασύρει εἰς κίνησιν καὶ τὰς μάζας τῶν δύο κυλίνδρων M,M, δηλ. συνολικὴν μᾶζαν $2\,M + m$, ἡ ἐπιτάχυνσις γ ὑπολογίζεται ἐκ τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς ὡς ἑξῆς:

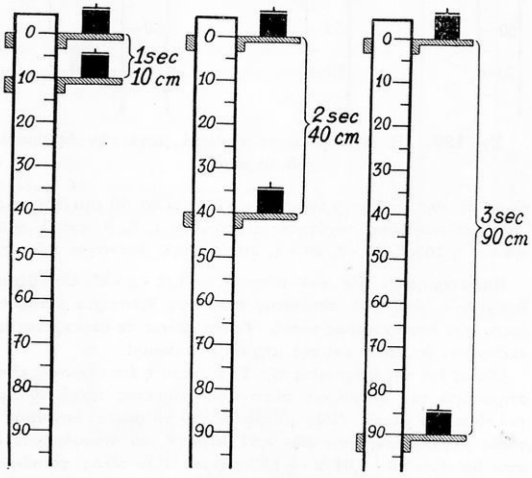
$$\gamma = \frac{\text{δύναμις}}{\text{μᾶζα}} = \frac{m \cdot g}{2\,M + m}$$

ἤτοι ἡ ἐπιτάχυνσις γ εἶναι πολὺ μικροτέρα τῆς ἐπιταχύνσεως g. Δυνάμεθα ἄρα νὰ ἐπιβραδύνωμεν κατὰ βούλησιν τὴν πτῶσιν τοῦ συστήματος, ἐλαττοῦντες τὸ πρόσθετον βάρος. Οὕτω τῇ βοηθείᾳ τοῦ μετρονόμου (βλ. σχ. 17) ἐπαληθεύομεν τὸν νόμον τῶν διαστημάτων.

Πείραμα 1ον. Ἐκλέγομεν τὸ πρόσθετον βάρος κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ὁ κύλινδρος μετὰ τοῦ προσθέτου βάρους νὰ χρειάζεται 4 δευτερόλεπτα, ἵνα διανύσῃ διάστημα 160 cm ἐπὶ τοῦ κατακορύφου κανόνος, ὅπου εἶναι τοποθετημένος ὁ δίσκος Δ διὰ τὴν συγκράτησιν τοῦ κυλίνδρου. Ἐὰν ἤδη τοποθετήσωμεν τὸν δίσκον Δ εἰς ἀπόστασιν 10 cm ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῆς κλίμακος, βλέπομεν ὅτι ὁ κύλινδρος χρειάζεται, ἵνα διανύσῃ τὴν ἀπόστασιν αὐτήν, 1 sec (σχ. 198). Ἐὰν τοποθετήσωμεν τὸν δίσκον εἰς ἀπόστασιν 40 cm, ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος εἶναι 2 sec καί, τέλος, ἐὰν τοποθετήσωμεν τὸν δίσκον εἰς ἀπόστασιν 90 cm, ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος εἶναι 3 sec. Ἐκ τούτου βλέπομεν, ὅτι τὰ εἰς χρόνους 1, 2, 3 καὶ 4 sec διανυόμενα διαστήματα εἶναι 10, 40, 90 καὶ 160 cm, ἤτοι 10×1, 10×2^2, 10×3^2, 10×4^2, δηλαδὴ ἀνάλογα τῶν τετραγώνων τῶν χρόνων.



Σχ. 197. Μηχανὴ τοῦ Atwood.

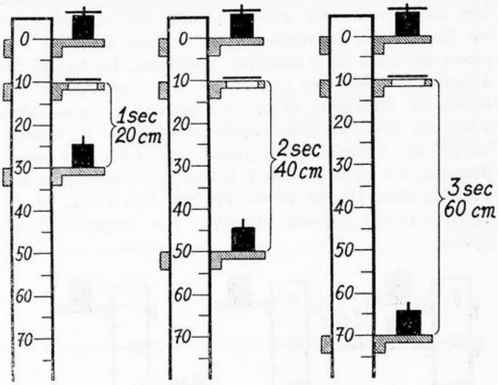


Σχ. 198. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ νόμου τῶν διαστημάτων.

Πείραμα 2ον. Πρὸς ἐπαλήθευσιν τοῦ **νόμου τῶν ταχυτήτων** διὰ τῆς μηχανῆς Atwood ἐργαζόμεθα ὡς ἑξῆς : Κατὰ τὸ ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας, ἐὰν σῶμα ἐκτελῇ εὐθύγραμμον, ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν σταθερᾶς δυνάμεως καὶ αἴφνης ἡ δύναμις αὕτη παύσῃ ἐπενεργοῦσα, τὸ σῶμα ἐξακολουθεῖ νὰ κινῆται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς, μὲ ταχύτητα ἴσην πρὸς τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν τοῦτο εἶχε κατὰ τὴν στιγμήν, καθ' ἣν ἡ δύναμις ἔπαυσε νὰ ἐπενεργῇ· ἑπομένως, ἐὰν θέλωμεν νὰ προσδιορίσωμεν τὴν ταχύτητα κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην, ἀρκεῖ νὰ προσδιορίσωμεν τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον θὰ διανύσῃ τὸ σῶμα ἐπὶ μίαν χρονικὴν μονάδα, μετὰ τὴν παῦσιν τῆς ἐπενεργείας τῆς κινητηρίου δυνάμεως.

Ἐὰν π.χ. θέλωμεν διὰ τῆς μηχανῆς Atwood νὰ προσδιορίσωμεν τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σύστημα κατὰ τὸ τέλος τῆς πρώτης χρονικῆς μονάδος, φροντίζομεν νὰ ἀπομακρύνωμεν κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην τὴν πρόσθετον μᾶζαν, ὁπότε παύει νὰ ὑφίσταται ἡ κινητήριος δύναμις.

Τοῦτο ἐπιτυγχάνεται, ἐὰν εἰς ἀπόστασιν 10 cm ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τοποθετήσωμεν τὸν δακτύλιον δ, ὁ ὁποῖος ἀφήνει μὲν τὸν κύλινδρον καὶ διέρχεται ἐλευθέρως, συγκρατεῖ ὅμως τὸ πρόσθετον βάρος (σχ. 199). Οὕτως, ὅταν ὁ δακτύλιος δ εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν 10 cm καὶ ὁ δίσκος Δ εἰς 30 cm, βλέπομεν ὅτι ὁ κύλινδρος, ἀφοῦ εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου δευτερολέπτου φθάσῃ εἰς τὸν δακτύλιον δ, ἀφήνει τὸ πρόσθετον βάρος καὶ φθάνει εἰς τὸν δίσκον Δ μετὰ παρέλευσιν ἑνὸς ἀκόμη δευτερολέπτου, ἤτοι ἡ ταχύτης τοῦ κυλίνδρου εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου δευτερολέπτου εἶναι 20 cm/sec, ἥτις καὶ παραμένει σταθερά.



Σχ. 199. Ἡ ταχύτης μένει σταθερὰ μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τοῦ βαριδίου.

Ἐάν, ἐξ ἄλλου, ὁ δακτύλιος δ τεθῇ εἰς 40 cm, ὁ δίσκος Δ πρέπει νὰ τεθῇ εἰς 80 cm, ἵνα δεχθῇ τὸν κύλινδρον ἐντὸς μιᾶς χρονικῆς μονάδος, ἤτοι ἡ ταχύτης τοῦ κυλίνδρου εἰς τὸ τέλος τῆς δευτέρας χρονικῆς μονάδος εἶναι 40 cm/sec. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἐργαζόμενοι, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ταχύτης εἰς τὸ τέλος τῆς τρίτης χρονικῆς μονάδος εἶναι 60 cm/sec, εἰς τὸ τέλος τῆς τετάρτης 80 cm/sec. Ἤτοι αἱ κτηθεῖσαι ταχύτητες εἰς χρόνον 1, 2, 3 καὶ 4 sec εἶναι ἀντιστοίχως 20, 40, 60, 80 cm/sec ἢ 20×1, 20×2, 20×3, 20×4, δηλ. ἀνάλογοι τῶν χρόνων.

Παρατήρησις. Ἐκ τοῦ τύπου $s = 1/2 \cdot g \cdot t^2$, ἐὰν θέσωμεν $t = 1$ sec, εὑρίσκομεν ὅτι τὸ διανυόμενον ὑπὸ τοῦ πίπτοντος σώματος διάστημα ἐντὸς ἑνὸς δευτερολέπτου ἰσοῦται πρὸς τὸ ἥμισυ τῆς ἐπιταχύνσεως αὐτοῦ. Τοῦτο ἄλλως τε δεικνύεται πειραματικῶς διὰ τῶν διατάξεων τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου καὶ τῆς μηχανῆς Atwood.

Οὕτως ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, ὅπου ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι 9,81 m/sec², τὸ διανυόμενον διάστημα ὑπὸ τοῦ ἐλευθέρως πίπτοντος σώματος κατὰ τὸ πρῶτον δευτερόλεπτον τῆς κινήσεώς του εἶναι 4,9 μέτρα. Ἐὰν μεταφέρωμεν τὸ σῶμα ἐπὶ τοῦ Ἡλίου, ὅπου ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι 28 φορὰς μεγαλυτέρα, ἤτοι $28 \cdot 9{,}81$ m/sec², τὸ διανυόμενον διάστημα εἰς τὸ πρῶτον δευτερόλεπτον θὰ εἶναι $28 \cdot 9{,}81/2 = 137$ μέτρα. Ἐὰν τέλος τὸ σῶμα μεταφερθῇ εἰς τὴν Σελήνην, ὅπου ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος εἶναι $0{,}2 \cdot 9{,}81$ m/sec², τὸ διανυόμενον διάστημα εἶναι $0{,}2 \cdot 9{,}81/2 = 0{,}98$ m, ἤτοι περίπου 1 μέτρον.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Εἰς μηχανὴν Atwood οἱ δύο κύλινδροι ἔχουν ὁ εἷς μᾶζαν 500 gr καὶ ὁ ἄλλος 510 gr. Πόση ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ συστήματος, ὅταν κινῆται. ($g = 981$ cm/sec².)

Λύσις. Ἐὰν καλέσωμεν M τὴν μᾶζαν ἑκάστου κυλίνδρου καὶ m τὴν πρόσθετον μᾶζαν, ἡ ἐπιτάχυνσις, ὡς γνωστόν, θὰ δίδεται διὰ τοῦ τύπου :

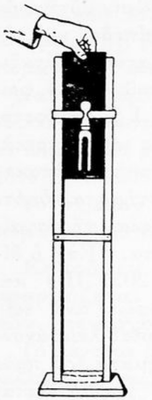
$$\gamma = \frac{m \cdot g}{2\,M + m}$$

Ἐπειδὴ δὲ $m = 510 - 500 = 10$ gr καὶ $M = 500$ gr, εὑρίσκομεν :

$$\underline{\gamma} = \frac{10 \cdot 981}{2 \cdot 500 + 10} = \underline{9{,}7 \text{ cm/sec}^2}$$

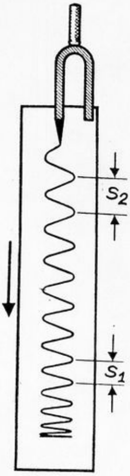
*** γ) Αὐτογραφικὴ διάταξις.** Ὁσάκις θέλομεν νὰ σπουδάσωμεν τὴν πτῶσιν σώματος ἀπ' εὐθείας καὶ οὐχὶ δι' ἐπιβραδύνσεως αὐτοῦ, ὡς ἐγένετο εἰς τὰς προηγουμένας περιγραφὰς τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου καὶ τῆς μηχανῆς τοῦ Atwood, καὶ τὸ ὕψος ἐξ οὗ πίπτει τὸ σῶμα εἶναι πολὺ μικρόν, π.χ. ὅταν πειραματιζώμεθα ἐντὸς δωματίου, χρησιμοποιοῦμεν εἰδικὰς κινηματογραφικὰς ἢ αὐτογραφικὰς διατάξεις, ἐκ τῶν ὁποίων ἀναφέρομεν τὴν ἑξῆς ἁπλουστάτην.

Χρησιμοποιοῦμεν σύνηθες διαπασῶν, τοῦ ὁποίου τὸ ἓν σκέλος φέρει κατάλληλον γραφίδα καὶ τοῦ ὁποίου ἡ συχνότης ν εἶναι ἐκ τῶν προτέρων γνωστή. Τὸ πῖπτον σῶμα εἶναι ὑαλίνη πλάξ, τῆς ὁποίας ἡ ἔμπροσθία ἐπιφάνεια περικαλύπτεται ὑπὸ λεπτοῦ στρώματος αἰθάλης (σχ. 200).



Σχ. 200. Διάταξις ὑαλίνης πλακὸς πρὸ παλλομένου διαπασῶν.

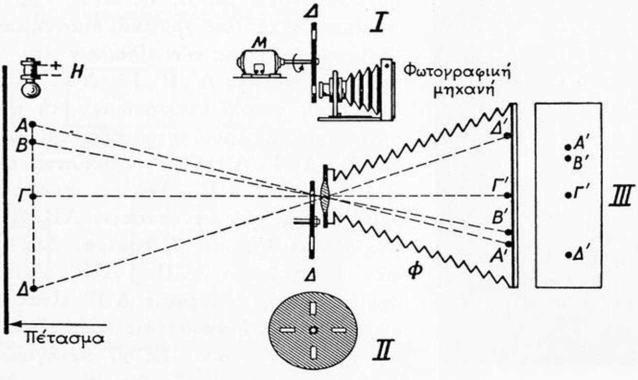
Ἐν ἀρχῇ ἡ πλὰξ φέρεται εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον καὶ τίθεται τὸ διαπασῶν εἰς κίνησιν, ὅτε ἡ γραφὶς αὐτοῦ θὰ γράψῃ μικρὰν εὐθεῖαν. Ἐὰν ὅμως ἀφήσωμεν ταυτοχρόνως τὴν πλάκα νὰ πέσῃ ἐλευθέρως, τότε ἡ γραφὶς θὰ χαράξῃ ἐπὶ τῆς αἰθάλης μίαν ἰδιαζούσης μορφῆς κυματοειδῆ καμπύλην (σχ. 201).



Σχ. 201. Κυματοειδὴς καμπύλη.

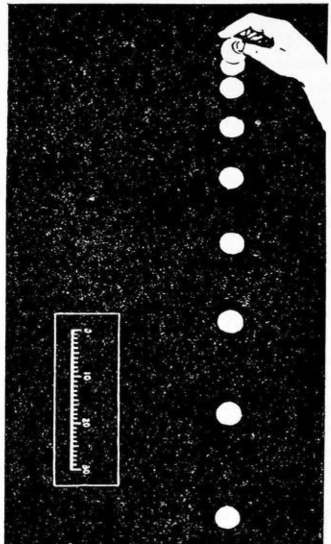
Ἐὰν καλέσωμεν διὰ $T = 1/\nu$ τὴν περίοδον τοῦ διαπασῶν καὶ μετρήσωμεν τὴν χρονικὴν ἀπόστασιν $t_2 - t_1$ δύο οἱωνδήποτε κυμάνσεων s_1 καὶ s_2, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ μέση ταχύτης κατὰ τὴν στιγμὴν t_1 εἶναι $\upsilon_1 = s_1/T$ καὶ κατὰ τὴν στιγμὴν t_2 εἶναι $\upsilon_2 = s_2/T$, τὸ δὲ χρονικὸν διάστημα $t_1 - t_2$ καθορίζεται ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν περιόδων τῶν περιεχομένων μεταξὺ s_1 καὶ s_2. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω δεδομένων δυνάμεθα νὰ καθορίζωμεν τὴν ἐπιτάχυνσιν g ὡς ἀκολούθως:

$$g = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{t_2 - t_1} = \frac{s_2 - s_1}{T(t_2 - t_1)}$$



Σχ. 202. Χρονοφωτογραφικὴ διάταξις ἐλευθέρως πίπτοντος σώματος. Τὸ Η παριστᾷ ἠλεκτρομαγνήτην συγκρατοῦντα τὴν σφαῖραν.

Ἐὰν ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα μὲ διαφόρου βάρους πλάκας, εὑρίσκομεν πάντοτε διὰ τὸ g τὴν αὐτὴν ἀριθμητικὴν τιμήν. Ἐφ' ὅσον διὰ τοῦ πειράματος τούτου εὑρίσκομεν, ὅτι ἡ πτῶσις τοῦ σώματος εἶναι εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη, τότε θὰ ἰσχύουν δι' αὐτὴν ὅλοι οἱ νόμοι τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως.

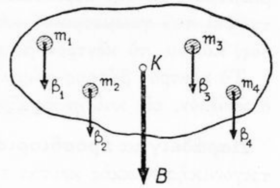


Σχ. 203. Χρονοφωτογραφικὴ εἰκὼν διὰ τὴν σπουδὴν τῆς κινήσεως σφαίρας πιπτούσης ἐλευθέρως.

δ) Χρονοφωτογραφικὴ μέθοδος. Ἡ μέθοδος αὕτη συνίσταται εἰς τὴν φωτογράφησιν πιπτούσης σφαίρας μὲ διαλείποντα φωτισμόν, χωρὶς νὰ ἐπιβραδύνωμεν τὴν πτῶσιν αὐτῆς, ὡς τοῦτο γίνεται μὲ τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον καὶ τὴν μηχανὴν τοῦ Atwood. Ἡ πειραματικὴ διάταξις εἶναι ἡ ἀκόλουθος. Ἔμπροσθεν τοῦ φακοῦ φωτογραφικῆς μηχανῆς (σχ. 202, I) στρέφεται ἰσοταχῶς δίσκος φέρων ὀπὰς εἰς συμμετρικὰς θέσεις. Ὁ φακὸς οὕτω καλύπτεται καὶ ἀποκαλύπτεται κατὰ ἴσα χρονικὰ διαστήματα, ὁπότε λαμβάνονται διαδοχικαὶ φωτογραφίαι τῆς σφαίρας κατὰ ἴσα χρονικὰ διαστήματα. Ἐὰν ὁ δίσκος φέρῃ π.χ. 4 ὀπὰς (σχ. 202, II) καὶ στρέφεται ὑπὸ ταχύτητα 5 στροφῶν ἀνὰ sec, αἱ διαδοχικαὶ φωτογραφίαι αἱ ὁποῖαι λαμβάνονται θὰ εἶναι κατὰ χρονικὰ διαστήματα ἴσα πρὸς 1/20 sec. Ἡ σφαῖρα συνήθως χρωματίζεται λευκὴ καὶ πίπτει ἔμπροσθεν μέλανος πετάσματος (σχ. 203).

Εἰς τὸ σχῆμα (202, III) δεικνύονται αἱ διαδοχικαὶ θέσεις Α, Β, Γ, Δ. . . τῆς πιπτούσης σφαίρας κατὰ ἴσα χρονικὰ διαστήματα καὶ αἱ ἀντίστοιχοι θέσεις τῶν εἰδώλων ἐπὶ τῆς φωτογραφικῆς πλακὸς Α', Β', Γ', Δ'. . . Ἐὰν εἰς τὴν θέσιν τοῦ φακοῦ θεωρήσωμεν τὸ σημεῖον Ο, τότε λόγῳ τῆς ὁμοιότητος τῶν τριγώνων ΑΟΒ, Α'ΟΒ', ΑΟΓ, Α'ΟΓ'. . . προκύπτει ὅτι αἱ ἀποστάσεις Α'Β', Α'Γ', Α'Δ'. . . τῶν εἰδώλων εἶναι ἀνάλογοι τῶν ἀποστάσεων ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ. . ., τὰς ὁποίας διήνυσεν ἡ σφαῖρα. Διὰ μετρήσεως τῶν ἀποστάσεων Α'Β', Α'Γ', Α'Δ'. . . εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ἀπόστασις Α'Γ' εἶναι τετραπλασία τῆς Α'Β', ἡ ἀπόστασις Α'Δ' εἶναι ἐννεαπλασία τῆς Α'Β' κ.ο.κ. Ἐξ οὗ συνάγομεν ὅτι τὰ διαστήματα, τὰ ὁποῖα διηνύθησαν ὑπὸ τοῦ εἰδώλου τῆς σφαίρας, εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ τετράγωνα τῶν χρόνων ἐντὸς τῶν ὁποίων διηνύθησαν. Ὁ νόμος οὗτος τῶν διαστημάτων ἰσχύει εἰς τὴν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν, συνεπῶς καὶ ἡ πτῶσις τῆς σφαίρας εἶναι κίνησις ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη.

112. Κέντρον βάρους. Ἓν στερεὸν σῶμα δύναται νὰ θεωρηθῇ ὅτι ἀποτελεῖται ἀπὸ μέγαν ἀριθμὸν ὑλικῶν σημείων καὶ συνεπῶς ἡ ὅλη μᾶζα τοῦ σώματος θὰ εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν μαζῶν ἑνὸς ἑκάστου ὑλικοῦ σημείου. Ἕκαστον τῶν ὑλικῶν τούτων σημείων ἕλκεται ὑπὸ τῆς Γῆς ὑπὸ δυνάμεως β_1, β_2, β_3. . ., οὕτω δὲ ἐπὶ ὁλοκλήρου τοῦ σώματος θὰ ἐνεργοῦν πολλαὶ δυνάμεις παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς, ἔχουσαι τὴν διεύθυνσιν τῆς κατακορύφου, ἡ συνισταμένη δὲ τῶν δυνάμεων τούτων ἀποτελεῖ τὸ ὁλικὸν β ά ρ ο ς τ ο ῦ σ ώ μ α τ ο ς καὶ θὰ ἔχῃ καὶ αὐτὸ τὴν διεύθυνσιν τῆς κατακορύφου (σχ. 204).

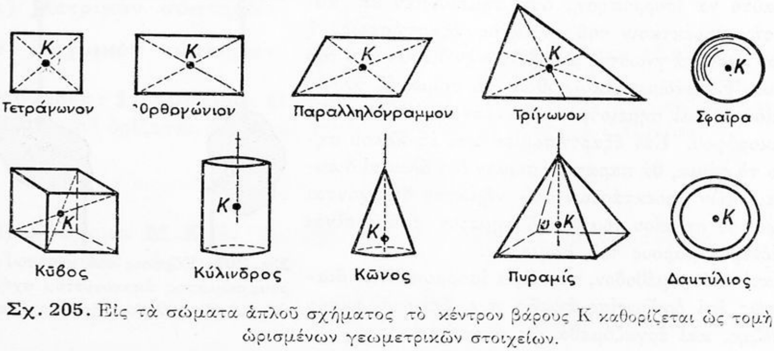


Σχ. 204. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ κέντρου βάρους.

Τὸ σημεῖον τῆς ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης Κ εἶναι τὸ **κέντρον βάρους** τοῦ σώματος τούτου.

Καλοῦμεν κ έ ν τ ρ ο ν β ά ρ ο υ ς ἑνὸς σώματος τὸ σημεῖον, εἰς τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται ἡ συνισταμένη ὅλων τῶν στοιχειωδῶν δυνάμεων (βαρῶν), τῶν ἐπενεργουσῶν ἐπὶ τοῦ σώματος τούτου.

Τὸ κέντρον βάρους σώματος θὰ ἔχῃ ἑπομένως τὰς ἰδιότητας τοῦ κέντρου τῶν παραλλήλων δυνάμεων (§ 48). Ἐὰν δηλαδὴ στρέψωμεν τὸ σῶμα ὁπωσδήποτε, αἱ δυνάμεις θὰ ἐξακολουθοῦν νὰ εἶναι παράλληλοι καὶ θὰ διατηροῦν ἐπίσης σταθερὰν τὴν ἀριθμητικὴν αὐτῶν τιμήν. Ἐπίσης τὸ κέντρον βάρους δὲν μεταβάλλεται, ἐὰν τὸ σῶμα μεταφερθῇ εἰς τόπον διαφόρου γεωγραφικοῦ πλάτους καὶ ὕψους. Γενικῶς τὸ κέντρον βάρους εἰς ἕκαστον σῶμα καθορίζεται ἐκ τῆς ἐξωτερικῆς του μορφῆς καὶ ἐκ τοῦ τρόπου τῆς διανομῆς τῆς ὕλης του.

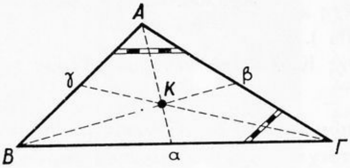


Σχ. 205. Εἰς τὰ σώματα ἁπλοῦ σχήματος τὸ κέντρον βάρους Κ καθορίζεται ὡς τομὴ ὡρισμένων γεωμετρικῶν στοιχείων.

Εὕρεσις τοῦ κέντρου βάρους. Προκειμένου περὶ ὁμογενῶν σωμάτων, δηλ. σωμάτων τῶν ὁποίων ὁ χῶρος πληροῦται ὁμοιομόρφως ὑπὸ ὕλης καὶ τὰ ὁποῖα ἔχουν ἁπλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα, τὸ κέντρον βάρους κατέχει ὡρισμένην θέσιν ἐξαρτωμένην ἐκ τοῦ σχήματος τοῦ σώματος. Οὕτω, ἐὰν τὸ σῶμα ἔχῃ σχῆμα λεπτῆς ράβδου, τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται εἰς τὸ μέσον αὐτῆς. Εἰς τὸ σχῆμα 205 δεικνύεται ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους Κ διαφόρων ὁμογενῶν σωμάτων ἐχόντων γεωμετρικὸν σχῆμα. Οὕτω βλέπομεν, εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ κύβου καὶ τῆς σφαίρας, ὅτι τὸ κέντρον βάρους κεῖται ἐπὶ τοῦ γεωμετρικοῦ κέντρου αὐτῶν, ἐνῷ, προκειμένου περὶ κυλίνδρου, πυραμίδος, κώνου, τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται ἐπὶ τοῦ γεωμετρικοῦ ἄξονος.

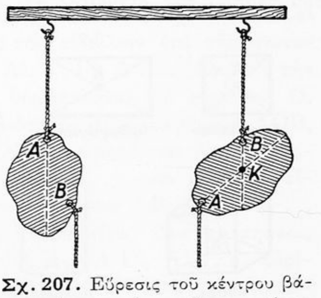
Τὸ κέντρον βάρους σώματος δύναται νὰ πίπτῃ καὶ ἔξω τοῦ σώματος, ὡς π.χ. εἰς δακτύλιον, εἰς κοίλην σφαῖραν, εἰς σκαμνίον κλπ.

Παράδειγμα προσδιορισμοῦ τοῦ κέντρου βάρους. Τὸ κέντρον βάρους λεπτῆς τριγωνικῆς πλακὸς κεῖται εἰς τὸ σημεῖον τῆς τομῆς τῶν διαμέσων της. Τοῦτο δεικνύομεν ὡς ἀκολούθως. Χωρίζομεν τὸ τρίγωνον (σχ. 206) διὰ πολὺ στενῶν λωρίδων παραλλήλων πρὸς τὴν πλευρὰν ΒΓ. Τὸ κέντρον βάρους ἑκάστης τῶν λωρίδων τούτων θὰ κεῖται εἰς τὸ μέσον αὐτῆς, δηλ. ἐπὶ τῆς Αα, ἡ ὁποία ἄγεται ἐκ τοῦ Α εἰς τὸ μέσον τῆς ἀπέναντι πλευρᾶς ΒΓ, ἤτοι ἐπὶ τῆς διαμέσου Αα. Οὕτω, δι' ἕκαστον στοιχειῶδες τμῆμα τῆς λωρίδος ὑπάρχει ἕτερον τμῆμα, τὸ ὁποῖον ἀπέχει ἐξ ἴσου ἀπὸ τῆς διαμέσου. Κατ' ἀνάλογον τρόπον σκεπτόμενοι, εὑρίσκομεν ὅτι τὸ κέντρον βάρους τῆς τριγωνικῆς πλακὸς θὰ κεῖται ἐπὶ τῶν διαμέσων Ββ καὶ Γγ καί, συνεπῶς, τὸ κέντρον βάρους τῆς τριγωνικῆς πλακὸς θὰ κεῖται εἰς τὸ κοινὸν σημεῖον τῆς τομῆς τῶν τριῶν διαμέσων.



Σχ. 206.

Πειραματικὸς προσδιορισμὸς τοῦ κέντρου βάρους. 'Εξαρτῶμεν τὸ σῶμα (σχ. 207) διὰ νήματος ἔκ τινος σημείου Α καὶ ἀφήνομεν αὐτὸ νὰ ἰσορροπήσῃ, ὅτε σημειοῦμεν ἐπ' αὐτοῦ τὴν προέκτασιν τοῦ νήματος ἐξαρτήσεως, ἡ ὁποία, κατὰ τὰ γνωστά, μᾶς δίδει τὴν διεύθυνσιν τοῦ βάρους. 'Εξαρτῶμεν ἀκολούθως τὸ σῶμα ἐξ ἄλλου σημείου Β καὶ σημειοῦμεν τὴν νέαν διεύθυνσιν τῆς κατακορύφου. 'Εὰν ἐξαρτήσωμεν καὶ ἐξ ἄλλου σημείου τὸ σῶμα, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ὅλαι αἱ διευθύνσεις τῶν προεκτάσεων τοῦ νήματος διέρχονται διὰ κοινοῦ σημείου τομῆς· τὸ σημεῖον τοῦτο εἶναι τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος.



Σχ. 207. Εὕρεσις τοῦ κέντρου βάρους σώματος ἀκανονίστου σχήματος διὰ τῆς μεθόδου τῆς ἐξαρτήσεως.

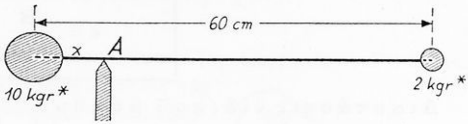
Κατ' ἄλλην μέθοδον, τὸ σῶμα ἰσορροπεῖται διαδοχικῶς ἐπὶ ὁριζοντίας ἀκμῆς, π.χ. ἐπὶ τοῦ ἄκρου τραπέζης, καὶ ἐργαζόμεθα ὡς ἀνωτέρω.

'Αριθμητικὸν παράδειγμα. Δύο σφαῖραι 10 kgr* καὶ 2 kgr* εὑρίσκονται εἰς τὰ ἄκρα ράβδου, ὑποτιθεμένης ἄνευ βάρους, μήκους 60 cm. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ θέσις καὶ τὸ κέντρον βάρους τοῦ συστήματος.

Λύσις. Πρὸς τοῦτο ἰσορροποῦμεν τὴν ράβδον ἐπὶ ὀξείας ἀκμῆς Α καὶ δεχόμεθα ὅτι ἡ μία σφαῖρα, τῆς ὁποίας τὴν μᾶζαν νοοῦμεν συγκεντρωμένην εἰς τὸ κέντρον, ἀπέχει κατὰ x cm ἀπὸ τοῦ κέντρου βάρους Α, ἐνῷ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς ἑτέρας σφαίρας θὰ ἀπέχῃ 60 — x.

Ἐὰν τὰ βάρη τῶν δύο μαζῶν εἶναι ἀντιστοίχως B_1 καὶ B_2, ἐπειδὴ τὸ σύστημα εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, αἱ ῥοπαὶ αὐτοῦ, ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Α, θὰ εἶναι ἴσαι μεταξύ των. Ἤτοι :

$$B_1 \cdot x = B_2\,(60 - x) \qquad (1)$$



Σχ. 208.

Λύοντες τὴν σχέσιν (1) ὡς πρὸς x, λαμβάνομεν :

$$x = \frac{B_2 \cdot 60}{B_1 + B_2} \qquad (2)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (2), ἐὰν θέσωμεν $B_1 = 10$ kgr* καὶ $B_2 = 2$ kgr*, εὑρίσκομεν ὅτι :

$$\underline{x = 10 \text{ cm}}$$

113. Πυκνότης. Εἰδικὸν βάρος.

Εἰς τὴν Εἰσαγωγὴν τοῦ βιβλίου (βλ. § 26 καὶ 27) ἐγνωρίσαμεν τὰ μεγέθη τῆς πυκνότητος καὶ τοῦ εἰδικοῦ βάρους. Ἐνταῦθα θὰ γνωρίσωμεν τὰς διαστάσεις καὶ μονάδας μετρήσεως αὐτῶν εἰς τὰ γνωστὰ συστήματα μονάδων.

α) Ὡς εἴδομεν, **ἡ πυκνότης (ρ) ἑνὸς σώματος ὁρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τῆς μάζης (m) τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου (V) αὐτοῦ.** Ἤτοι :

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V}} \qquad (1)$$

Διαστάσεις πυκνότητος.

α) Μετρικὸν σύστημα : $[\rho] = [L^{-3}\ M]$

β) Τεχνικὸν σύστημα : $[\rho] = \dfrac{[L^{-1}\ F\ T^2]}{[L^3]} = [L^{-4}\ F\ T^2]$

Μονάδες : 1) Σύστημα C.G.S. Ἐκ τῆς μονάδος μάζης 1 gr καὶ τῆς μονάδος ὄγκου 1 cm^3 ὁρίζεται ὡς μονὰς πυκνότητος εἰς τὸ σύστημα C.G.S. τό:

$$1\ \frac{gr}{cm^3}$$

2) Σύστημα M.K.S. Ἐκ τῆς μονάδος μάζης 1 kgr καὶ τῆς μονάδος ὄγκου 1 m^3 προκύπτει ὡς μονὰς τό :

$$1\ \frac{kgr}{m^3}$$

3) Τεχνικὸν σύστημα :

$$1\ \text{kgr}^* \cdot m^{-4} \cdot sec^2$$

Ἡ μονὰς αὐτὴ δὲν χρησιμοποιεῖται εἰς τὴν πρᾶξιν.

β) Εἰδικὸν βάρος (ϵ) σώματος καλοῦμεν τὸ πηλίκον τοῦ βάρους (B) τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου (V) αὐτοῦ. Ἤτοι :

$$\boxed{\epsilon = \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{V}}} \qquad (2)$$

Διαστάσεις εἰδικοῦ βάρους.

α) Μετρικὸν σύστημα : $[\varepsilon] = \frac{[L \ M \ T^{-2}]}{[L^3]} = [L^{-2} \ M \ T^{-2}]$

β) Τεχνικὸν σύστημα : $[\varepsilon] = [L^{-3} \ F]$

Μονάδες : 1) Σύστημα C.G.S. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2), ἐπειδὴ μονὰς βάρους εἶναι ἡ 1 dyn καὶ μονὰς ὄγκου τὸ 1 cm^3, προκύπτει ὡς μονὰς τοῦ εἰδικοῦ βάρους ἡ :

$$1 \ \frac{\mathbf{dyn}}{\mathbf{cm^3}}$$

2) Σύστημα M.K.S. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2) προκύπτει ὡς μονὰς τό :

$$1 \ \frac{\mathbf{Newton}}{\mathbf{m^3}}$$

3) Τεχνικὸν σύστημα. Ἐκ τῆς μονάδος βάρους 1 kgr* καὶ τῆς μονάδος ὄγκου 1 m^3 προκύπτει ἡ μονὰς τοῦ εἰδικοῦ βάρους:

$$1 \ \frac{\mathbf{kgr^*}}{\mathbf{m^3}}$$

Εἰς τὴν πρᾶξιν γίνεται συνήθως χρῆσις καὶ τῆς μονάδος:

$$1 \ \frac{\mathbf{gr^*}}{\mathbf{cm^3}}$$

Σχέσις εἰδικοῦ βάρους καὶ πυκνότητος. Ἡ ἐξίσωσις (2) δύναται νὰ λάβῃ καὶ ἄλλην μορφήν, ἐὰν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ὅτι $B = m \cdot g$. Οὕτω ἔχομεν:

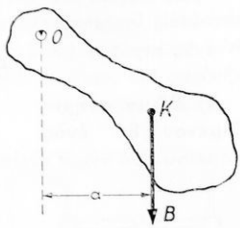
$$\varepsilon = \frac{B}{V} = \frac{m}{V} \cdot g = \rho \cdot g$$

ἤτοι: **τὸ εἰδικὸν βάρος σώματος ἰσοῦται πρὸς τὴν πυκνότητα αὐτοῦ ἐπὶ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος.**

Παρατήρησις. Εἰς τὴν ἀγγλικὴν καὶ ἀμερικανικὴν βιβλιογραφίαν ὡς « εἰδικὸν βάρος » ὁρίζεται ὁ λόγος τοῦ βάρους τοῦ σώματος πρὸς τὸ βάρος ἴσου ὄγκου ὕδατος 4 °C. Ἑπομένως πρόκειται περὶ καθαροῦ ἀριθμοῦ, ἀνεξαρτήτου πάσης μεταβολῆς τοῦ βάρους ἀπὸ τόπου εἰς τόπον. Ἡ αὐτὴ προφανῶς τιμὴ προκύπτει καὶ ἀπὸ τὸ πηλίκον τῆς μάζης τοῦ σώματος πρὸς τὴν μᾶζαν ἴσου ὄγκου ὕδατος 4 °C. Τὸ πηλίκον τοῦτο καλεῖται εἰς τὴν ἑλληνικήν, γερμανικὴν καὶ γαλλικὴν βιβλιογραφίαν « σχετικὴ πυκνότης », ἐνῷ ὡς εἰδικὸν βάρος ὁρίζεται τὸ μετὰ διαστάσεων μέγεθος $\varepsilon = B/V$.

Διὰ τοὺς συγγραφεῖς τοῦ παρόντος θὰ ἦτο προτιμοτέρα ἡ διεθνὴς παραδοχὴ φυσικοῦ μεγέθους, μὴ ἐξαρτωμένου ἀπὸ τὴν βαρύτητα, δηλ. τῆς πυκνότητος (ρ), τῆς ὁποίας ἡ τιμὴ κατὰ Νεύτωνα δὲν θὰ ἤλλαζεν ὁπουδήποτε τοῦ κόσμου. Ἐκ τούτου καὶ τῆς ἑκάστοτε ἐπιταχύνσεως, θὰ προέκυπτε τὸ γινόμενον $\rho \cdot g = \varepsilon$.

114. Ἰσορροπία τῶν στερεῶν σωμάτων. Τὴν ἰσορροπίαν τοῦ σώματος ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του θὰ ἐξετάσωμεν εἰς τὰς ἀκολούθους περιπτώσεις: 1) Ὅταν τὸ σῶμα εἶναι ἐξηρτημένον οὕτως, ὥστε νὰ δύναται νὰ στραφῇ περὶ ὁριζόντιον ἄξονα (ἢ περὶ σημεῖον) καὶ 2) Ὅταν τὸ σῶμα στηρίζεται ἐπὶ βάσεως δι' ἑνὸς ἢ καὶ περισσοτέρων σημείων αὐτοῦ.

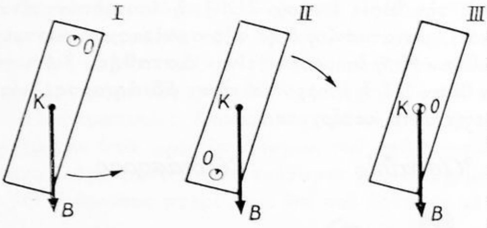


Σχ. 209.

Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ἡ μόνη δυνατὴ κίνησις τοῦ σώματος εἶναι ἡ στροφὴ αὐτοῦ περὶ τὸν ὁριζόντιον ἄξονα. Ἑπομένως, διὰ νὰ ἰσορροπῇ τὸ σῶμα, πρέπει ἡ κατακόρυφος ἡ διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου βάρους Κ νὰ συναντᾷ τὸν ἄξονα ἐξαρτήσεως Ο (σχ. 209) ἤ, μὲ ἄλλους λόγους, ἡ ῥοπὴ τὴν ὁποίαν δημιουργεῖ τὸ βάρος τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸν ὁριζόντιον ἄξονα τὸν διὰ τοῦ σημείου Ο διερχόμενον νὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν.

1) Ἰσορροπία σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα. Διακρίνομεν τρεῖς περιπτώσεις ἰσορροπίας:

α) Τὸ κέντρον βάρους Κ τοῦ σώματος εὑρίσκεται κάτωθεν τοῦ ἄξονος περιστροφῆς Ο (σχ. 210, Ι). Εἰς τὴν θέσιν ταύτην λέγομεν, ὅτι τὸ σῶμα εὑρίσκεται εἰς **εὐσταθῆ ἰσορροπίαν,** διότι τὸ σῶμα ἀπομακρυνόμενον ὀλίγον ἀπὸ τῆς θέσεως ταύτης ἐπανέρχεται ἀφ' ἑαυτοῦ εἰς τὴν ἀρχικὴν θέσιν.



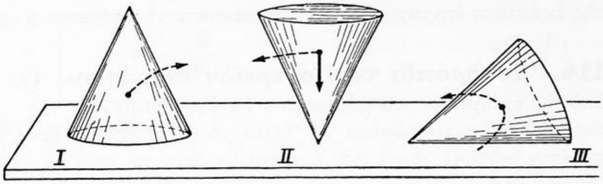
Σχ. 210. Ι εὐσταθής, ΙΙ ἀσταθής, ΙΙΙ ἀδιάφορος ἰσορροπία.

β) Τὸ κέντρον βάρους Κ τοῦ σώματος εὑρίσκεται ἄνωθεν τοῦ ἄξονος περιστροφῆς Ο (σχ. 210, ΙΙ). Εἰς τὴν θέσιν ταύτην λέγομεν, ὅτι τὸ σῶμα εὑρίσκεται εἰς **ἀσταθῆ ἰσορροπίαν,** διότι τὸ σῶμα ἀπομακρυνόμενον ὀλίγον ἀπὸ τῆς θέσεως ταύτης ἰσορροπίας του δὲν ἐπανέρχεται εἰς τὴν ἀρχικήν του θέσιν.

γ) Τὸ κέντρον βάρους Κ τοῦ σώματος κεῖται ἐπὶ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς Ο (σχ. 210, ΙΙΙ). Εἰς τὴν θέσιν ταύτην λέγομεν, ὅτι τὸ σῶμα ἔχει **ἀδιάφορον ἰσορροπίαν,** διότι τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ εἰς οἱανδήποτε θέσιν.

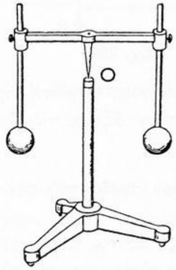
Εἰς τὰς τρεῖς ὡς ἄνω περιπτώσεις τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ, ὅταν ἡ ῥοπὴ τὴν ὁποίαν δημιουργεῖ τὸ βάρος Β ὡς πρὸς τὸν ἄξονα Ο εἶναι μηδέν.

2) Ἰσορροπία σώματος στηριζομένου ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου. Ἡ στήριξις δύναται νὰ γίνῃ: α) δι' ἑνὸς σημείου, β) διὰ δύο σημείων ἢ ἐπ' εὐθείας καὶ γ) διὰ πολλῶν σημείων μὴ κειμένων ἐπ' εὐθείας ἢ διὰ βάσεως. Τὸ σχῆμα 211 δεικνύει τὰ τρεῖς ταύτας περιπτώσεις ἰσορροπίας δι' ἑνὸς στρόβου (κ. σβούρας).



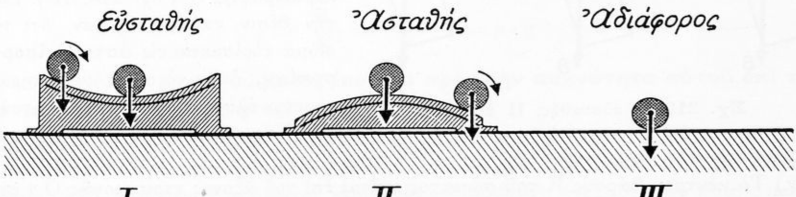
Σχ. 211. Στήριξις σώματος, Ι διὰ πολλῶν σημείων, ΙΙ δι' ἑνὸς σημείου, ΙΙΙ ἐπ' εὐθείας.

α) Σῶμα στηριζόμενον δι' ἑνὸς σημείου. Τὸ σῶμα εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, ὅταν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ ἀγομένη κατακόρυφος διέρχεται διὰ τοῦ σημείου Ο, διότι ἡ ῥοπὴ τοῦ βάρους τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ σημεῖον στηρίξεως τοῦ σώματος εἶναι μηδέν. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην διακρίνομεν καὶ τὰ τρία εἴδη τῆς ἰσορροπίας. Οὕτω, διὰ καταλλήλου ἑκάστοτε τοποθετήσεως τῶν σφαιρῶν εἰς τὴν συσκευὴν τοῦ σχήματος 212, τὸ κινητὸν σύστημα, ἤτοι αἱ δύο σφαῖραι μετὰ τοῦ ἄξονος συγκρατήσεως αὐτῶν, λαμβάνει τὴν θέσιν τῆς εὐσταθοῦς, ἀσταθοῦς καὶ ἀδιαφόρου ἰσορροπίας.



Σχ. 212. Διὰ μετατοπίσεως τῶν σφαιρῶν ἐπιτυγχάνομεν τὰ τρία εἴδη ἰσορροπίας.

Τὴν περίπτωσιν τῆς στηρίξεως δι' ἑνὸς σημείου δυνάμεθα νὰ πραγματοποιήσωμεν καὶ διὰ τὰ τρία εἴδη ἰσορροπίας διὰ σφαίρας στηριζομένης ἐπὶ κοίλης, κυρτῆς ἢ ὁριζοντίας ἐπιφανείας. Εἰς τὴν θέσιν Ι (σχ. 213) ἡ ἰσορροπία εἶναι **εὐσταθής,** διότι, μετατοπιζομένης τῆς σφαίρας, τὸ κέντρον τοῦ βάρους αὐτῆς ἀνέρχεται· εἰς τὴν θέσιν ΙΙ ἡ ἰσορροπία εἶναι **ἀσταθής,** διότι τὸ κέντρον βάρους κατέρχεται· εἰς δὲ τὴν θέσιν ΙΙΙ ἡ ἰσορροπία εἶναι **ἀδιάφορος,** διότι τὸ κέντρον βάρους αὐτῆς οὔτε ἀνέρχεται οὔτε κατέρχεται.

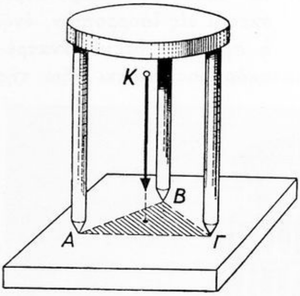


Σχ. 213. Ἰσορροπία σφαίρας ἐπὶ διαφόρων ἐπιφανειῶν.

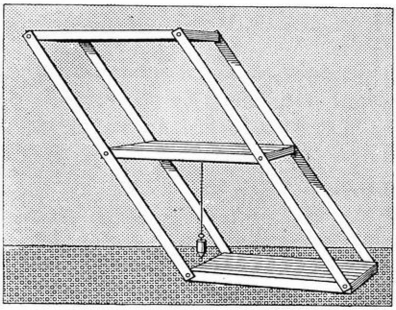
β) Σῶμα στηριζόμενον διὰ δύο σημείων. Τὸ σῶμα εὑρίσκεται ἐν γένει ἐν ἰσορροπίᾳ, ὅταν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου βάρους ἀγομένη κατακόρυφος συναντᾷ τὴν εὐθεῖαν τὴν ἑνοῦσαν τὰ δύο σημεῖα στηρίξεως, ἡ ὁποία καλεῖται ε ὐ θ ε ῖ α σ τ η ρ ί ξ ε ω ς.

Ἡ περίπτωσις αὕτη ἀναφαίνεται εἰς τὸν διαβήτην σχεδιάσεως, στηριζόμενον διὰ τῶν δύο ἀκμῶν αὐτοῦ.

γ) Σῶμα στηριζόμενον διὰ βάσεως. Ὅταν σῶμα στηρίζεται ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου διὰ βάσεως, καλοῦμεν β ά σ ι ν σ τ η ρ ί ξ ε ω ς τὴν ἐπιφάνειαν τὴν περικλειομένην ὑπὸ τῶν εὐθειῶν, αἱ ὁποῖαι ἑνώνουν τὰ ἄκρα σημεῖα στηρίξεως αὐτοῦ (σχ. 214). Σῶμα δὲ ἔχον βάσιν στηρίξεως εὑρίσκεται εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, ὅταν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ ἀγομένη κατακόρυφος συναντᾷ τὴν βάσιν. Ἐὰν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου βάρους ἀγομένη κατακόρυφος πίπτῃ ἐκτὸς τῆς βάσεως, τὸ σῶμα ἀνατρέπεται. Ἡ ἰσορροπία σώματος θεωρεῖται ἐν γένει εὐσταθής, ὅταν, τοῦ σώματος ἀπομακρυνομένου ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας του, τὸ κέντρον βάρους του ἀνέρχεται.



Σχ. 214. Ἡ βάσις στηρίξεως εἶναι ἡ γραμμοσκιασμένη ἐπιφάνεια ΑΒΓ.

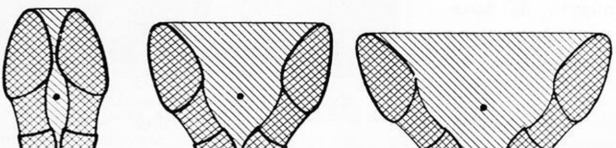


Σχ. 215. Ἀρθρωτὸν παραλληλόγραμμον.

Ἔστω ἤδη σῶμα εὑρισκόμενον εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν. Ἐὰν κλίνωμεν τοῦτο ὀλίγον καὶ ἀνατραπῇ, τότε λέγομεν ὅτι ἔχει μ ι κ ρ ὰ ν ε ὐ σ τ ά θ ε ι α ν. Ἐὰν τοὐναντίον ἡ γωνία, κατὰ τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ κλίνωμεν τὸ σῶμα διὰ νὰ ἀνατραπῇ, εἶναι μεγάλη, τότε λέγομεν ὅτι ἔχει μ ε γ ά λ η ν ε ὐ σ τ ά θ ε ι α ν.

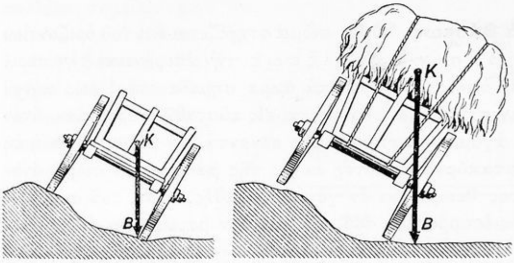
Πειραματικῶς δεικνύομεν τοῦτο διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ ἀρθρωτοῦ παραλληλογράμμου ὑπὸ μορφὴν πύργου, τοῦ σχήματος 215, ὅπου διὰ τοῦ νήματος τῆς στάθμης ἐλέγχομεν τὴν κατακόρυφον τὴν διερχομένην διὰ τοῦ κέντρου βάρους.

Ὁ ἄνθρωπος στηρίζεται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους μὲ τοὺς δύο πόδας του, ἔχει δὲ εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, ὅταν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ βάρους του ἀγομένη κατακόρυφος συναντᾷ τὸ ἔδαφος εἰς ἓν σημεῖον τῆς βάσεως στηρίξεως.



Σχ. 216. Ἡ εὐστάθεια τοῦ ἀνθρωπίνου σώματος ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς σχηματιζομένης βάσεως τῶν πελμάτων.

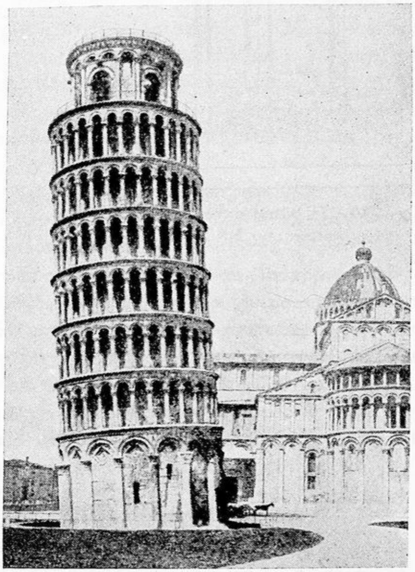
Ὅσον ἡ βάσις στηρίξεως εἶναι μεγαλυτέρα, τόσον καὶ ἡ εὐστάθειά του γίνεται μεγαλυτέρα (σχ. 216). Οἱ ἀχθοφόροι, ὅταν φέρουν ἐπὶ τῆς ράχεως βαρὺ φορτίον, κύπτουν πρὸς τὰ ἐμπρός. Οὕτω μετατίθεται τὸ κέντρον βάρους τοῦ συστήματος ἀνθρώπου - φορτίου, εἰς τρόπον ὥστε ἡ δι' αὐτοῦ ἀγομένη κατακόρυφος διέρχεται μεταξὺ τῶν ποδῶν καὶ ἡ ἰσορροπία εἶναι εὐσταθής.



Σχ. 217 καὶ 218. Τὸ ἁμάξιον ἀνατρέπεται, ὅταν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου βάρους κατακόρυφος πίπτῃ ἔξω τῆς βάσεως στηρίξεως.

Ἐπίσης εἰς τὰ σχήματα 217 καὶ 218, ἡ πρὸς τὰ ἀριστερὰ ἅμαξα εὑρίσκεται εἰς ἰσορροπίαν, ἐνῷ ἡ πρὸς τὰ δεξιὰ ἀνατρέπεται, διότι ἡ ἐκ τοῦ κέντρου βάρους ἀγομένη κατακόρυφος πίπτει ἔξω τῆς βάσεως στηρίξεως. Ἐξ ἄλλου παρατηροῦμεν εἰς τὰ αὐτὰ σχήματα, ὅτι τὸ κέντρον βάρους τῆς πρὸς τὰ ἀριστερὰ ἁμάξης εὑρίσκεται χαμηλότερον ἀπὸ τὸ κέντρον βάρους τῆς ἄλλης, ἤτοι ἡ ἰσορροπία θεωρεῖται ὡς εὐσταθεστέρα ὅσον χαμηλότερον κεῖται τὸ κέντρον βάρους.

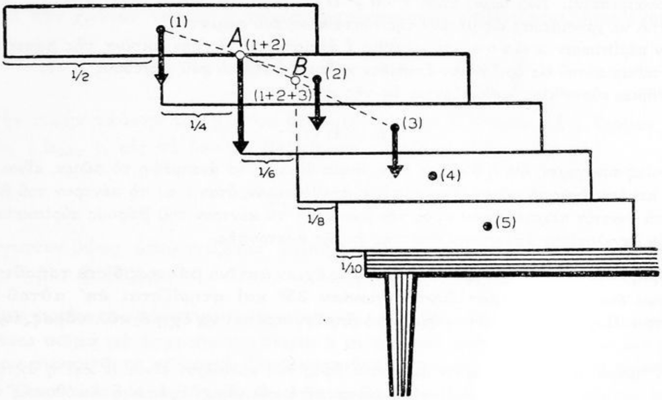
Περίπτωσιν ἐφαρμογῆς τῶν ἀνωτέρω ἐκτεθέντων ἀποτελεῖ ὁ ὀνομαστὸς κεκλιμένος **πύργος τῆς Πίζης** ἐν Ἰταλίᾳ (σχ. 219). Τὸ ὕψος τοῦ πύργου εἶναι 55,2 m καί, λόγῳ καθιζήσεως τοῦ ἐδάφους κατὰ τὴν ἐποχὴν τῆς κατασκευῆς, ὑπέστη κλίσιν $5^0\ 30'$. Βραδύτερον ἡ κλίσις ηὐξήθη, πρὸς ἀποφυγὴν δὲ καταρρεύσεως, ἐλήφθησαν μέτρα διὰ τὸν ὑποβιβασμὸν τοῦ κέντρου βάρους τοῦ πύργου, δι' ἀφαιρέσεως τῶν εἰς τὴν κορυφήν του μεγάλων κωδώνων καὶ στερεώσεως τοῦ ὑπεδάφους.



Σχ. 219. Ὁ ἱστορικὸς κεκλιμένος πύργος τῆς Πίζης.

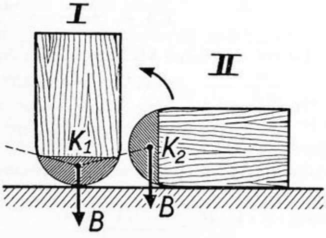
* Διὰ καταλλήλου στηρίξεως π.χ. πλίνθων, δυνάμεθα νὰ ἔχωμεν ἰσορροπίαν εἰς τοιοῦτον σημεῖον, ὥστε ὁλόκληρον τὸ μῆκος μιᾶς πλίνθου νὰ κεῖται ἔξω ἀπὸ τὸ σημεῖον τῆς βάσεως στηρίξεως.

Εἰς τὸ σχῆμα 220 τὸ σημεῖον Α εἶναι τὸ κέντρον βάρους τῶν δύο ἀνωτέρων πλίνθων, ἡ δὲ ἐξ αὐτοῦ ἀγομένη κατακόρυφος, ἐφ' ἧς κεῖται τὸ βάρος, διέρχεται διὰ τοῦ ἄκρου τῆς ἀμέσως κατωτέρας πλίνθου. Τὸ σημεῖον Β εἶναι τὸ κέντρον βάρους τῶν τριῶν ἀνωτέρων πλίνθων (1, 2, 3), ἡ δὲ ἀντίστοιχος συνισταμένη διέρχεται διὰ τοῦ ἄκρου τῆς ἀμέσως κατωτέρας πλίνθου κ.ο.κ. Πρακτικὴν ἐφαρμογὴν τῶν ἀνωτέρω ἔχομεν εἰς τὴν κατασκευὴν θόλων.

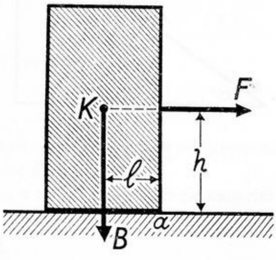


Σχ. 220. Ἡ ἀνωτάτη πλίνθος (1) εὑρίσκεται ἐξ ὁλοκλήρου ἔξω τῆς τραπέζης στηρίξεως, ἐνῷ τὸ ὅλον σύστημα εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ. Τὰ κλάσματα (1/10, 1/8...) ὑποδηλοῦν τὸ προεξέχον τμῆμα ἑκάστης πλίνθου ὡς πρὸς τὸ ἕτερον.

Εἰς τὴν περίπτωσιν σώματος μὴ ὁμογενοῦς, ἀποτελουμένου δηλ. ἀπὸ ὑλικὰ διαφόρου πυκνότητος, ἰσχύουν ὅσα ἐλέχθησαν ἀνωτέρω. Οὕτω κύλινδρος ἀποτελούμενος ἐξ ἐλαφροῦ ξύλου καὶ μολύβδου σχήματος ἡμισφαιρικοῦ, ἰσορροπεῖ μόνον εἰς ἣν θέσιν δεικνύει τὸ σχῆμα 221, I, στηριζόμενος δι' ἑνὸς σημείου ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου. Ἂν ἀπομακρυνθῇ ἐκ τῆς θέσεως ταύτης (σχ. 221, II) διὰ κλίσεως, ἐπανέρχεται πάλιν εἰς τὴν προτέραν θέσιν.



Σχ. 221. Τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ μόνον εἰς τὴν θέσιν I.



Σχ. 222. Μέτρον τῆς εὐσταθείας σώματος.

*** Συνθῆκαι εὐσταθείας βαρέος σώματος.** Θεωρήσωμεν ὅτι στερεὸν σῶμα, τοῦ ὁποίου κατακόρυφος τομὴ δι' ἐπιπέδου διερχομένου διὰ τοῦ κέντρου βάρους παριστᾶται ὑπὸ τοῦ σχήματος 222, στηρίζεται ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου. Ἔστω, πρὸς τούτοις, ὅτι ἐπὶ τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ K ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις F, ἡ ὁποία ἐπιδιώκει ν' ἀνατρέψῃ τὸ σῶμα διὰ περιστροφῆς αὐτοῦ περὶ τὴν κάτω ἀκμὴν ἀνατροπῆς α. Δεχόμεθα δὲ ἀκόμη ὅτι τὸ σῶμα, λόγῳ οἱουδήποτε κωλύματος (τριβῆς ἢ ἄλλου αἰτίου), δὲν δύναται νὰ ὀλισθαίνῃ ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῆς δυνάμεως F.

Ἡ ροπὴ τοῦ βάρους B ὡς πρὸς τὸν ἄξονα διὰ τοῦ α εἶναι $B \cdot l$, ἐνῷ ἡ ροπὴ τῆς δυνάμεως F ὡς πρὸς τὸν αὐτὸν ἄξονα εἶναι $F \cdot h$. Ἐφ' ὅσον $F \cdot h \leqq B \cdot l$, τὸ σῶμα θὰ εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ χωρὶς νὰ ἀνατρέπεται. Ἐὰν ὅμως εἶναι $F \cdot h > B \cdot l$, τότε τὸ σῶμα ἀνατρέπεται. Τὸ μέγεθος $B \cdot l$ δύναται νὰ χρησιμεύσῃ ὡς μέτρον τῆς εὐσταθείας τοῦ σώματος.

Εἰς τὴν περίπτωσιν κ ώ ν ο υ, τὸ μέγεθος l ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν ἀκτῖνα τῆς βάσεως αὐτοῦ r, καὶ ἡ εὐστάθεια αὐτοῦ εἰς ὁριζόντιον ἐπίπεδον καθορίζεται ὑπὸ τοῦ μεγέθους $B \cdot r$.

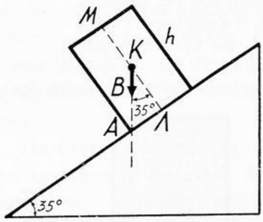
Αἱ συνθῆκαι εὐσταθείας καθορίζονται ἐκ τῆς σχέσεως :

$$F = B \cdot \frac{l}{h}$$

ἐκ τῆς ὁποίας συνάγομεν, ὅτι ἡ δύναμις F, ἡ ὁποία δύναται νὰ ἀνατρέψῃ τὸ σῶμα, εἶναι τόσον μεγαλυτέρα καὶ ἑπομένως τὸ σῶμα εἶναι τόσον εὐσταθέστερον, ὅταν : α) τὸ κέντρον τοῦ βάρους κεῖται ὅσον τὸ δυνατὸν πλησιέστερον πρὸς τὴν βάσιν, β) τὸ κέντρον τοῦ βάρους εὑρίσκεται εἰς ὅσον τὸ δυνατὸν μεγαλυτέραν ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς ἀκμῆς ἀνατροπῆς.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Κύλινδρος ἔχων ἀκτῖνα βάσεως 6 cm τοποθετεῖται ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου σχηματίζοντος γωνίαν 35° καὶ στηρίζεται ἐπ' αὐτοῦ διὰ μιᾶς βάσεώς του. Ποῖον τὸ ἀνώτατον ὕψος, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἔχῃ ὁ κύλινδρος, ἵνα μὴ ἀνατραπῇ.

Λύσις. Ἔστω ὅτι τὸ ζητούμενον ἀνώτατον ὕψος τοῦ κυλίνδρου εἶναι h καὶ ἡ ἀκτὶς αὐτοῦ r. Ἵνα μὴ ἀνατραπῇ ὁ κύλινδρος, πρέπει ἡ διεύθυνσις τοῦ βάρους αὐτοῦ νὰ διέρχεται διὰ τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου ἢ τοὐλάχιστον νὰ διέρχεται διὰ τῆς περιφερείας τῆς βάσεως, ἤτοι διὰ τοῦ σημείου Α (σχ. 223). Ὡς γνωστόν, τὸ κέντρον βάρους Κ ὁμογενοῦς κυλίνδρου εὑρίσκεται εἰς τὸ κέντρον συμμετρίας αὐτοῦ, συνεπῶς ἐπὶ τοῦ ἄξονος τοῦ κυλίνδρου καὶ εἰς τὸ μέσον αὐτοῦ. Ἄρα θὰ ἔχωμεν :



Σχ. 223.

$$K\Lambda = \frac{M\Lambda}{2} = \frac{h}{2} \qquad (1)$$

Ἐκ τοῦ τριγώνου ΑΚΛ προκύπτει ὅτι :

$$K\Lambda = r \cdot \sigma\varphi\, 35^0 \qquad (2)$$

Ἡ σχέσις (2), λόγῳ τῆς σχέσεως (1), γράφεται :

$$h = 2\, r \cdot \sigma\varphi\, 35^0 \qquad (3)$$

Θέτομεν εἰς τὴν σχέσιν (3) : $r = 6$ cm, $\sigma\varphi\, 35^0 = 1{,}428$ καὶ εὑρίσκομεν ὅτι τὸ ἀνώτατον ὕψος τοῦ κυλίνδρου πρέπει νὰ εἶναι :

$$\underline{h} = 2 \cdot 6 \cdot 1{,}428 = \underline{17{,}14 \text{ cm}}$$

115. Βολαί. α) Κατακόρυφος βολὴ πρὸς τὰ ἄνω.

Ἐφ' ὅσον τὸ σῶμα βάλλεται ὑπὸ ταχύτητα ἀρχικὴν υ_0 κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω, ἡ κίνησις αὐτοῦ δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς σύνθετος, ἤτοι: α) ἐκ μιᾶς κινήσεως εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῆς ὑπὸ ταχύτητα υ_0, διευθυνομένης πρὸς τὰ ἄνω, καὶ β) ἐξ ἑτέρας κινήσεως εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης, διευθυνομένης πρὸς τὰ κάτω, ἤτοι ἐχούσης φορὰν ἀντίθετον πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος υ_0. Οὕτω ἡ συνισταμένη κίνησις θὰ εἶναι εὐθύγραμμος ὁ μ α λ ῶ ς ἐ π ι β ρ α δ υ ν ο μ έ ν η μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα υ_0.

Οἱ τύποι οἱ ἰσχύοντες διὰ τὴν κίνησιν ταύτην εἶναι:

$$h = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2}\, g \cdot t^2 \quad (1) \qquad \text{καὶ} \qquad \upsilon = \upsilon_0 - g \cdot t \quad (2)$$

Ὁ χρόνος t ὁ ἀπαιτούμενος ἵνα τὸ σῶμα φθάσῃ εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς διαδρομῆς του ($h_{μεγ}$) εὑρίσκεται εὐκόλως ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2), ἐὰν θέσωμεν $υ = 0$, διότι κατὰ τὸν χρόνον τοῦτον ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ μηδενίζεται, ἤτοι ἔχομεν:

$$υ = υ_0 - g \cdot t = 0 \qquad \text{καὶ} \qquad t = \frac{υ_0}{g}$$

Ἐὰν τὴν τιμὴν ταύτην τοῦ χρόνου θέσωμεν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1), ἔχομεν τὸ μέγιστον ὕψος ($h_{μεγ}$), εἰς τὸ ὁποῖον θὰ φθάσῃ τὸ σῶμα, ἤτοι:

$$h_{μέγ} = \frac{υ_0^2}{2g}$$

Τὸ μέγιστον ὕψος ὑπολογίζεται ἐπίσης καὶ ἐκ τοῦ θεωρήματος τῆς κινητικῆς ἐνεργείας (βλ. § 102).

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Ἀπὸ γεφύρας ὕψους 40 m βάλλεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω σῶμα μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 5 m/sec. Μὲ πόσην ταχύτητα καὶ μετὰ πόσον χρόνον συναντᾷ τὸ σῶμα τὸ ὕδωρ κάτωθεν τῆς γεφύρας. (g = 10 m/sec².)

Λύσις. Ὅταν τὸ σῶμα ἀνέλθῃ εἰς τὸ μέγιστον ὕψος εἰς χρόνον t, τότε ἡ ταχύτης αὐτοῦ υ θὰ εἶναι μηδὲν καὶ θὰ ἔχωμεν ἐκ τῆς γνωστῆς σχέσεως :

$$υ = υ_0 - g \cdot t \qquad (1)$$

ὅτι :

$$0 = υ_0 - g \cdot t \qquad (2)$$

Συνεπῶς τὸ σῶμα, διὰ νὰ ἀνέλθῃ εἰς τὸ μέγιστον ὕψος, θὰ δαπανήσῃ χρόνον :

$$t = \frac{υ_0}{g} \qquad (3)$$

Τὸ μέγιστον ὕψος ($h_{μέγ}$), εἰς τὸ ὁποῖον θὰ ἀνέλθῃ, εἶναι, ὡς γνωστόν :

$$h_{μέγ} = \frac{υ_0^2}{2g} \qquad (4)$$

Ἐὰν καλέσωμεν h τὸ ὕψος τῆς γεφύρας, τότε προφανῶς τὸ σῶμα, κατερχόμενον ἐκ τοῦ μεγίστου ὕψους μέχρι τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος, θὰ ἔχῃ διανύσει συνολικῶς διάστημα :

$$h' = h_{μέγ} + h \qquad (5)$$

Λόγῳ τῆς σχέσεως (4) ἡ σχέσις (5) γράφεται :

$$h' = \frac{υ_0^2}{2g} + h \qquad (6)$$

Ἐπίσης, ἐὰν καλέσωμεν t_1 τὸν χρόνον καθόδου τοῦ σώματος, πίπτοντος ἐκ τοῦ μεγίστου ὕψους μέχρι τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος, θὰ ἔχωμεν :

$$h' = \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 \qquad (7)$$

ὅτε, βάσει τῆς σχέσεως (6), ἡ σχέσις (7) γράφεται :

$$\frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = \frac{υ_0^2}{2g} + h \qquad (8)$$

Λύομεν τὴν σχέσιν (8) ὡς πρὸς τὸν χρόνον t_1 καὶ λαμβάνομεν :

$$t_1 = \frac{\sqrt{υ_0^2 + 2g \cdot h}}{g} \qquad (9)$$

Ὁ συνολικὸς ἑπομένως ζητούμενος χρόνος θὰ εἶναι :

$$t_{\delta\lambda} = t + t_1 = \frac{\upsilon_0}{g} + \frac{\sqrt{\upsilon_0^2 + 2\,g\cdot h}}{g}$$

Οὕτω ἐκ τῶν δεδομένων τῆς ἀσκήσεως προκύπτει ὅτι :

$$\underline{t_{\delta\lambda}} = 0{,}5 + 2{,}87 = \underline{3{,}37\ \text{sec}}$$

Ἡ ταχύτης ὑπὸ τὴν ὁποίαν συναντᾷ τὸ ὕδωρ θὰ εἶναι :

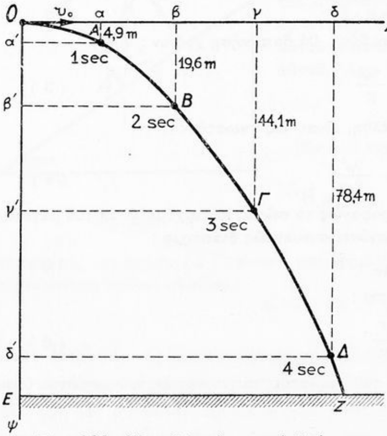
$$\underline{\upsilon} = g\cdot t_1 = 10\cdot 2{,}87 = \underline{28{,}7\ \text{m/sec}}$$

β) Κατακόρυφος βολὴ πρὸς τὰ κάτω. Ἐφ' ὅσον τὸ σῶμα βάλλεται κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω ὑπὸ ἀρχικὴν ταχύτητα υ_0, ἡ κίνησις αὕτη δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς σύνθετος, ἤτοι ἐκ μιᾶς κινήσεως ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα υ_0 καὶ ἄλλης εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης, προερχομένης ἐκ τοῦ βάρους τοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον εἶναι δύναμις σταθερὰ καὶ ἔχει φορὰν πρὸς τὰ κάτω. Οὕτω, ἡ συνισταμένη κίνησις θὰ εἶναι εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα υ_0.

Οἱ τύποι οἱ ἰσχύοντες διὰ τὴν κίνησιν ταύτην εἶναι:

$$h = \upsilon_0\cdot t + \frac{1}{2}\,g\cdot t^2 \qquad \textit{καὶ} \qquad \upsilon = \upsilon_0 + g\cdot t$$

γ) Ὁριζοντία βολή. Ἔστω ὅτι πυροβόλον εὑρισκόμενον εἰς ὕψος h ἀπὸ τοῦ ἐδάφους βάλλει βλῆμα ὁριζοντίως, μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα υ_0. Τὸ βλῆμα ἐξερχόμενον τοῦ πυροβόλου μετέχει δύο κινήσεων, ἤτοι μιᾶς εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῆς, κατὰ διεύθυνσιν ὁριζοντίαν, — ἐφ' ὅσον κατὰ τὴν διεύθυνσιν ταύτην οὐδεμία δύναμις ἐξασκεῖται ἐπ' αὐτοῦ —, καὶ ἑτέρας εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης, διευθυνομένης κατὰ τὴν κατακόρυφον καὶ προερχομένης ἐκ τοῦ βάρους τοῦ βλήματος. Πρὸς εὕρεσιν τῆς τροχιᾶς τοῦ κινητοῦ λαμβάνομεν ὀρθογωνίους ἄξονας, ΟΧ ὁριζόντιον κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος υ_0 καὶ ΟΨ κατακόρυφον (σχ. 224).



Σχ. 224. Παραβολικὴ τροχιὰ βλήματος ἐκσφενδονιζομένου ὁριζοντίως.

Ἐὰν τὸ βλῆμα μετεῖχε μιᾶς μόνον τῶν κινήσεων, π.χ. τῆς ὁριζοντίας, ἤτοι ἐὰν ἐπὶ τοῦ βλήματος δὲν ἐπέδρα τὸ βάρος του, τοῦτο θὰ ἐκινεῖτο εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς (ἰσοταχῶς) μὲ ταχύτητα υ_0. Οὕτω μετὰ παρέλευσιν χρόνου $t = 1$ sec τὸ βλῆμα θὰ ἔφθανε εἰς τὴν θέσιν α, μετὰ χρόνον $t = 2$ sec εἰς τὴν θέσιν β κ.ο.κ. Ἤτοι τὸ διανυόμενον διάστημα s_x κατὰ τὸν ὁριζόντιον ἄξονα τῶν Χ θὰ δίδεται ἀπὸ τὸν τύπον :

$$s_x = \upsilon_0\cdot t$$

Ἐὰν τὸ βλῆμα ἔπιπτεν ἐλευθέρως καὶ ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, θὰ ἐξετέλει ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν g. Τὸ διανυόμενον διάστημα s_ψ, κατὰ τὸν κατακόρυφον ἄξονα τῶν Ψ, θὰ δίδεται ἀπὸ τὸν τύπον:

$$s_\psi = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Οὕτω κατὰ τὸ τέλος τοῦ 1ου δευτερολέπτου θὰ εἶναι ἴσον πρός:

$$s_\psi = O\alpha' = \frac{1}{2} g \cdot 1^2 = 4{,}9 \text{ m}$$

ὅπου $g = 9{,}81$ m/sec². Καθ' ὅμοιον τρόπον ὑπολογίζοντες εὑρίσκομεν, ὅτι τὸ κατὰ τὸ τέλος τοῦ 2ου δευτερολέπτου διανυθὲν διάστημα Οβ' θὰ εἶναι τετραπλάσιον, ἤτοι 19,6 m, τὸ κατὰ τὸ τέλος τοῦ 3ου δευτερολέπτου ἐννεαπλάσιον (44,1 m) κ.ο.κ.

Ἐφ' ὅσον ὅμως τὸ βλῆμα μετέχει καὶ τῶν δύο κινήσεων εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, θὰ φθάσῃ, κατὰ τὸ τέλος τοῦ 1ου δευτερολέπτου, εἰς τὸ σημεῖον Α, τὸ ὁποῖον, συμφώνως πρὸς τὴν Ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, εἶναι τὸ ἄκρον Α τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν Οα καὶ Οα'. Καθ' ὅμοιον τρόπον σκεπτόμενοι εὑρίσκομεν τὰ σημεῖα Β, Γ, Δ. . . Ἐὰν ἑνώσωμεν τὰ σημεῖα ταῦτα διὰ συνεχοῦς γραμμῆς, εὑρίσκομεν τὴν τροχιάν, τὴν ὁποίαν θὰ ἀκολουθήσῃ τὸ κινητὸν καὶ ἥτις ἀποδεικνύεται ὅτι εἶναι καμπύλη παραβολή.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι τὸ σημεῖον Ζ, εἰς τὸ ὁποῖον τὸ βλῆμα πῖπτον ἐξ ὕψους h θὰ συναντήσῃ τὸ ἔδαφος, δύναται νὰ καθορισθῇ ἐκ τῆς ἀποστάσεως ΕΖ. Ἐπειδὴ δὲ αἱ δύο κινήσεις ἐκτελοῦνται ἀνεξαρτήτως ἡ μία τῆς ἄλλης, ἡ ἀπόστασις ΕΖ εἶναι τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον θὰ διανύῃ τὸ κινητὸν ὁριζοντίως εἰς χρόνον t, ὅστις εἶναι ὁ χρόνος, τὸν ὁποῖον τὸ βλῆμα, πῖπτον κατακορύφως ἐξ ὕψους h, χρειάζεται ἵνα φθάσῃ τὸ ἔδαφος. Ἐπειδὴ δὲ $h = 1/2 \cdot g \cdot t^2$, εὑρίσκομεν:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{καὶ ἑπομένως}: \ EZ = s = \upsilon_0 \cdot t = \upsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

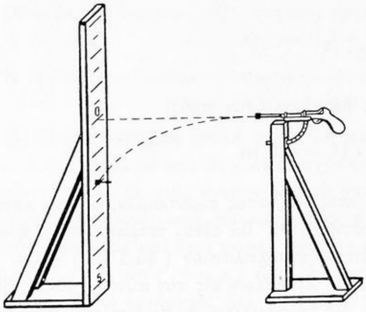
Ἐνταῦθα ἡ τροχιὰ τοῦ κινητοῦ εἶναι καμπυλόγραμμος, διότι αἱ δύο κινήσεις εἶναι ἀνομοειδεῖς, ἤτοι ἡ μία εὐθύγραμμος καὶ ὁμαλὴ καὶ ἡ ἄλλη εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη.

Ἡ ταχύτης τοῦ βλήματος εἴς τι σημεῖον τῆς τροχιᾶς του, π.χ. τὸ Γ (σχ. 224), εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν δύο ταχυτήτων, τὰς ὁποίας ἔχει εἰς χρόνον t, δηλαδὴ τῆς ὁριζοντίας, ἡ ὁποία εἶναι σταθερὰ καὶ ἴση πρὸς υ_0, καὶ τῆς κατακορύφου, ἡ ὁποία ἰσοῦται πρὸς $g \cdot t$. Ἐπειδὴ δὲ αἱ δύο συνιστῶσαι ταχύτητες εἶναι κάθετοι ἐπ' ἀλλήλας, ἡ τιμὴ τῆς ταχύτητος ἐπὶ τῆς τροχιᾶς εἰς Γ, τῆς ὁποίας ἡ διεύθυνσις συμπίπτει πρὸς τὴν τῆς ἐφαπτομένης εἰς Γ, παρέχεται ὑπὸ τοῦ τύπου:

$$\text{ταχύτης εἰς } \Gamma = \sqrt{\upsilon^2 + g^2 \cdot t^2}$$

Οὕτω, διὰ τιμὴν $\upsilon_0 = 600$ m/sec, $g = 10$ m/sec² καὶ $t = 30$ sec, προκύπτει: ταχύτης εἰς Γ $= \sqrt{600^2 + 10^2 \cdot 30^2} = 671$ m/sec περίπου.

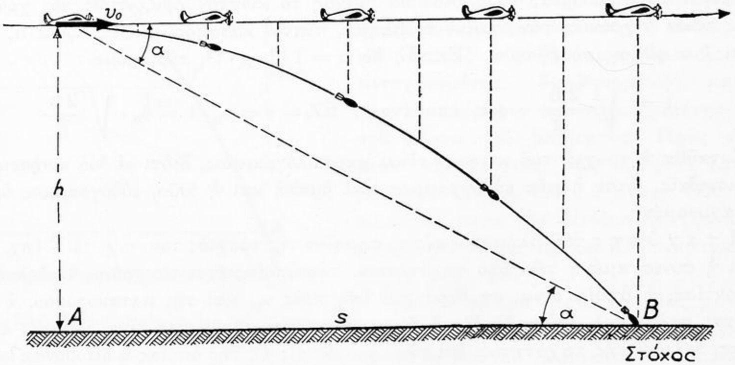
Ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ βλήματος κατά τινα στιγμὴν εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν ἐπιταχύνσεων τῶν δύο κινήσεων. Εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν, ἡ καθ' ὁριζοντίαν διεύθυνσιν κίνησις τοῦ βλήματος γίνεται μὲ ταχύτητα $\upsilon_0 =$ σταθ. καὶ συνεπῶς $\gamma = 0$, ἐνῷ ἡ ἑτέρα κίνησις, λαμβάνουσα χώραν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους, ἔχει ἐπιτάχυνσιν σταθερὰν g. Συνεπῶς ἡ ὁλικὴ ἐπιτάχυνσις τοῦ βλήματος εἶναι διαρκῶς ἴση πρὸς τὸ g.



Σχ. 225. Πειραματικὴ διάταξις διὰ τὴν ἐκσφενδόνισιν βλήματος εἰς ὁριζοντίαν βολήν.

Εἰς τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 225, πιστόλιον δι' ἐλατηρίου ἐκσφενδονίζει βλῆμα καὶ δεικνύεται ἡ παραβολικὴ τροχιὰ τὴν ὁποίαν τοῦτο ἀκολουθεῖ. Δυνάμεθα νὰ ἐπαληθεύσωμεν τοὺς ἀνωτέρω τύπους διὰ μετρήσεως, — ἐπὶ ξυλίνου μετρικοῦ κανόνος εὑρισκομένου εἰς ὡρισμένην γνωστὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ πιστολίου —, τῆς κατακορύφου ἀποστάσεως τῆς θέσεως εἰς τὴν ὁποίαν ἐνσφηνοῦται τὸ βλῆμα, ἐν σχέσει μὲ τὴν ὁριζοντίαν διεύθυνσιν.

* **Βομβαρδισμὸς ἀπὸ ἀεροπλάνου**. Ἐφαρμογὴν τῆς ὁριζοντίας βολῆς ἀποτελεῖ ὁ βομβαρδισμὸς ἀπὸ ἀεροπλάνου, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 226. Τὸ ἀεροπλάνον ἵπταται εἰς σταθερὸν ὕψος καὶ κινεῖται ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, διὰ νὰ βομβαρδισθῇ δὲ στόχος εὑρισκόμενος ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, πρέπει ὁ ἀεροπόρος ν' ἀφήσῃ τὴν βόμβαν εἰς ὡρισμένην ὁριζοντίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ στόχου.



Σχ. 226. Βομβαρδισμὸς ἀπὸ ἀεροπλάνου, στόχου εὑρισκομένου ἐπὶ τοῦ ἐδάφους.

Ἡ βόμβα, ἀφιεμένη ἐλευθέρα, μετέχει δύο κινήσεων, μιᾶς ὁριζοντίας, — ἡ ταχύτης τῆς ὁποίας συμπίπτει πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ ἀεροπλάνου,— καὶ ἑτέρας κατακορύφου, ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης ὑπὸ τὴν ἐπιτάχυνσιν g τῆς βαρύτητος. Συνεπείᾳ τῶν δύο τούτων κινήσεων, ἡ βόμβα ἀκολουθεῖ τὴν παραβολικὴν τροχιὰν τοῦ σχήματος καὶ οὕτω ἐπιτυγχάνει τὸν στόχον.

Ἄξιον παρατηρήσεως εἶναι ὅτι, ὅταν ἡ βόμβα φθάνῃ ἐπὶ τοῦ στόχου, τὸ ἀεροπλάνον εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς κατακορύφου τῆς διερχομένης διὰ τοῦ στόχου, τοῦτο δὲ προδήλως ἰσχύει, ὅταν δὲν λαμβάνωμεν ὑπ' ὄψιν τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος. Εἰς τὴν πραγματικότητα, λόγῳ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος, ἡ βόμβα ἐπὶ τοῦ στόχου δὲν εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου τῆς ἀγομένης ἐκ τῆς θέσεως τοῦ ἀεροπλάνου, ἀλλ' ὀλίγον ὄπισθεν αὐτῆς.

Διὰ νὰ καθορίσωμεν τὴν γωνίαν α, ὑπὸ τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ σκοπεύσῃ τὸν στόχον βομβαρδιστικὸν ἀεροπλάνον διὰ νὰ ἐπιτύχῃ αὐτόν, ἀπαιτοῦνται δύο στοιχεῖα, τὸ ὕψος h τοῦ ἀεροπλάνου ἀπὸ τοῦ ἐδάφους καὶ ἡ ταχύτης αὐτοῦ. Πράγματι, ἐκ τοῦ ὕψους h ὑπολογίζεται ὁ χρόνος πτώσεως τῆς βόμβας καὶ ἐκ τοῦ χρόνου καὶ ταχύτητος ὑπολογίζεται ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις s. Τότε ἐκ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου, τοῦ ὁποίου ἡ μία κάθετος πλευρὰ εἶναι τὸ ὕψος h καὶ ἡ ἄλλη, ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις s, εὑρίσκομεν : $\text{εφ}\,\alpha = h/s$.

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Ὑπὸ ποίαν γωνίαν, ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν, πρέπει ἀεροπόρος ἱπτάμενος ὑπὸ ταχύτητα $\upsilon_0 = 120$ m/sec καὶ εἰς ὕψος 4 000 m νὰ διοπτεύσῃ τὸν στόχον, ἵνα ἡ βόμβα ἐπιτύχῃ αὐτόν. Πῶς βλέπει τὴν βόμβαν κινουμένην ὁ ἀεροπόρος κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς πτώσεως αὐτῆς. ($g = 10$ m/sec², ἀντίστασις ἀέρος ἀμελητέα).

Λύσις. Ἡ βόμβα διὰ νὰ πέσῃ θὰ χρειασθῇ χρόνον t, ὁ ὁποῖος εὑρίσκεται ἀπὸ τὴν σχέσιν :

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

ὅτι εἶναι :

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (1)$$

Ἐπομένως, διὰ νὰ εὕρῃ τὸν στόχον, πρέπει νὰ ἀφεθῇ ἀπὸ ὁριζοντίαν ἀπόστασιν :

$$s = \upsilon_0 \cdot t = \upsilon_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (2)$$

Ὁ ἀεροπόρος πρέπει νὰ διοπτεύσῃ ὑπὸ γωνίαν α, ἡ ὁποία εὑρίσκεται εὐκόλως ἀπὸ τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον τοῦ σχήματος, διότι :

$$\text{εφ}\,\alpha = \frac{h}{s} \qquad (3)$$

Ἡ σχέσις (3), βάσει τῆς (2), γράφεται : $\text{εφ}\,\alpha = \dfrac{\sqrt{2g \cdot h}}{2\upsilon_0}$

ἐξ ἧς προκύπτει : $\underline{\alpha = 49^0\,40'}$

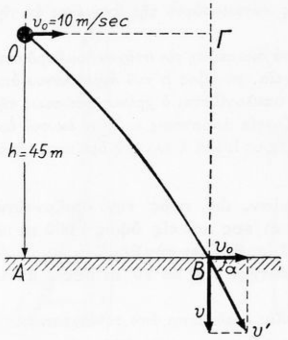
Ἐπειδὴ ἡ βόμβα θὰ ἔχῃ εἰς τὴν ὁριζοντίαν της κίνησιν ταχύτητα ἴσην μὲ τὴν ταχύτητα τοῦ ἀεροπλάνου, ὁ ἀεροπόρος θὰ βλέπῃ τὴν βόμβαν διαρκῶς κάτωθεν αὐτοῦ ν' ἀπομακρύνεται μὲ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην καὶ εὐθύγραμμον.

2. Ἀπὸ τῆς στέγης πύργου ὕψους 45 m βάλλεται ὁριζοντίως λίθος μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 10 m/sec. Μετὰ πόσον χρόνον ἀπὸ τῆς βολῆς καὶ εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς βάσεως τοῦ πύργου συναντᾷ ὁ λίθος τὸ ἔδαφος. Πόση εἶναι ἡ ταχύτης αὐτοῦ κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμὴν καὶ ἡ γωνία, τὴν ὁποίαν σχηματίζει ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος ὡς πρὸς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον. ($g = 10$ m/sec².)

Λύσις. Ὁ λίθος φθάνει εἰς τὸ σημεῖον Β τοῦ ἐδάφους κινούμενος ἐπὶ τῆς καμπύλης ΟΒ ἔστω εἰς χρόνον t. Συμφώνως πρὸς τὴν Ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν ὅτι ὁ λίθος πίπτει πρῶτον κατακορύφως καὶ διανύει τὴν ἀπόστασιν ΟΑ = h μὲ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην εἰς χρόνον t καὶ κατόπιν ὅτι κινεῖται ὁριζοντίως καὶ διανύει τὴν ἀπόστασιν ΑΒ = s μὲ σταθερὰν ταχύτητα υ_0, ἐπίσης εἰς χρόνον t.

Οὕτω, ἐπειδὴ ὁ ζητούμενος χρόνος t εἶναι ἴσος πρὸς τὸν χρόνον κατὰ τὸν ὁποῖον γίνεται ἡ κατακόρυφος κίνησις, δύναται νὰ εὑρεθῇ ἐκ τοῦ τύπου τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως :

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \qquad (1)$$



Σχ. 227.

ὅτι εἶναι :

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (2)$$

Θέτοντες εἰς τὴν σχέσιν (2) : h = 45 m, g = 10 m/sec², εὑρίσκομεν:

$$\underline{t = 3 \text{ sec}}$$

Κατὰ τὴν ὁριζοντίαν κίνησιν ὁ λίθος διανύει διάστημα :

$$s = υ_0 \cdot t \qquad (3)$$

Θέτοντες εἰς τὴν σχέσιν (3): $υ_0$ = 10 m/sec, t = 3 sec, εὑρίσκομεν ὅτι :

$$\underline{s = 30 \text{ m}}$$

Καλοῦμεν υ′ τὴν ζητουμένην ταχύτητα, ὑπὸ τὴν ὁποίαν πίπτει ὁ λίθος εἰς τὸ ἔδαφος κινούμενος ἐπὶ τῆς καμπύλης ΟΒ. Τότε, ὡς ἐκ τοῦ σχήματος προκύπτει, θὰ ἔχωμεν :

$$υ' = \sqrt{υ_0^2 + υ^2} \qquad (4)$$

Ἐπειδὴ ὅμως υ = g · t, ἡ σχέσις (4) γράφεται :

$$υ' = \sqrt{υ_0^2 + g^2 \cdot t^2} \qquad (5)$$

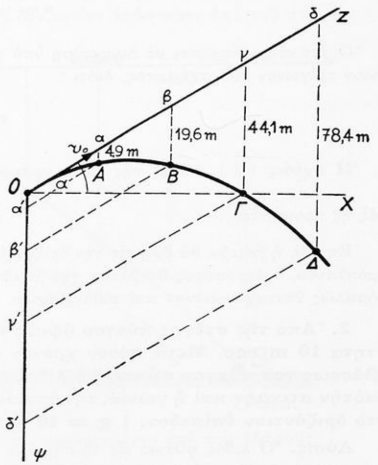
Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (5) προκύπτει ὅτι :

$$\underline{υ' = 31{,}6 \text{ m/sec}}$$

Ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος υ′ ὡς πρὸς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον προσδιορίζεται, ἐὰν εὑρεθῇ ἡ γωνία α. Ἐπειδὴ δὲ εφ α = $\frac{g \cdot t}{υ_0}$ = 3, εὑρίσκομεν ὅτι :

$$\underline{α = 71^0\ 34'}$$

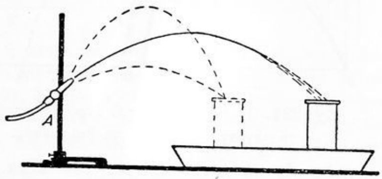
δ) Πλαγία βολή. Ἔστω ὅτι πυροβόλον ὅπλον εὑρισκόμενον ἐπὶ τοῦ ἐδάφους βάλλει βλῆμα ὑπὸ ἀρχικὴν ταχύτητα $υ_0$, σχηματίζουσαν γωνίαν α ὡς πρὸς τὸν ὁριζόντιον ἄξονα ΟΧ (σχ. 228). Τὸ βλῆμα ἐξερχόμενον τῆς κάννης μετέχει πάλιν δύο κινήσεων, ἤτοι μιᾶς εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῆς κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΟΖ καὶ ἑτέρας εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΟΨ. Οὕτω, ἐὰν ἐπὶ τοῦ βλήματος δὲν ἐπέδρα τὸ βάρος του, τοῦτο θὰ ἐκινεῖτο εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος $υ_0$, μετὰ παρέλευσιν δὲ χρόνου t = 1 sec τὸ βλῆμα θὰ ἔφθανεν εἰς τὴν θέσιν α, μετὰ χρόνον t = 2 sec εἰς τὴν θέσιν β κ.ο.κ.



Σχ. 228. Τροχιὰ βλήματος πλαγίας βολῆς.

Ἐξ ἄλλου, ἐὰν τὸ βλῆμα ἔπιπτεν ἐλευθέρως καὶ ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του, θὰ ἐξετέλει κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην ὑπὸ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν g. Ὑπολογίζοντες καθ' ὅμοιον τρόπον, ὅπως καὶ εἰς τὴν ὁριζοντίαν βολήν, εὑρίσκομεν ὅτι κατὰ τὸ τέλος τοῦ 1ου δευτερολέπτου θὰ διανύσῃ διάστημα Οα', τὸ ὁποῖον εἶναι ἴσον πρὸς 4,9 m, κατὰ τὸ τέλος τοῦ 2ου δευτερολέπτου διάστημα Οβ', τὸ ὁποῖον εἶναι τετραπλάσιον, ἤτοι 19,6 m κ.ο.κ. Ἐφ' ὅσον ὅμως τὸ βλῆμα μετέχει καὶ τῶν δύο κινήσεων εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, θὰ φθάσῃ, ὡς ἐλέχθη καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ὁριζοντίας βολῆς, κατὰ τὸ τέλος τοῦ 1ου δευτερολέπτου εἰς τὸ σημεῖον Α. Καθ' ὅμοιον τρόπον σκεπτόμενοι, εὑρίσκομεν τὰ σημεῖα Β, Γ, Δ. . . Ἐὰν ἑνώσωμεν τὰ σημεῖα ταῦτα διὰ συνεχοῦς γραμμῆς, εὑρίσκομεν τὴν τροχιάν, τὴν ὁποίαν θὰ ἀκολουθήσῃ τὸ κινητὸν καὶ ἥτις ἀποδεικνύεται ὅτι εἶναι π α ρ α β ο λ ή. Εἰς τὸ σημεῖον Γ συναντᾷ τὸ βλῆμα τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον· ἡ ΟΓ, δηλ. ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τοῦ σημείου ἀναχωρήσεως Ο τοῦ βλήματος καὶ τοῦ σημείου Γ, καλεῖται **βεληνεκές.**

Πρὸς εὕρεσιν τῆς ταχύτητος καὶ ἐπιταχύνσεως τοῦ βλήματος, καθ' ἑκάστην στιγμήν, εἰς τι τυχὸν σημεῖον τῆς τροχιᾶς του, ἐργαζόμεθα ὡς ἐλέχθη καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ὁριζοντίας βολῆς.



Σχ. 229. Βλητικὴ τροχιὰ φλεβὸς ὕδατος.

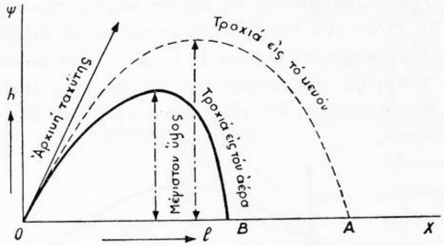
Πειραματικῶς δεικνύομεν τὴν πλαγίαν βολὴν δι' ἀκτῖνος ὕδατος (σχ. 229), τὸ ὁποῖον ἐκσφενδονίζομεν ἀπὸ τοῦ στομίου μικροῦ σωλῆνος Α συγκοινωνοῦντος δι' ἐλαστικοῦ σωλῆνος πρὸς δεξαμενὴν ὕδατος.

ε) Εὐθύφορος καὶ ἐπισκηπτικὴ βολή. Ἐὰν ἔκ τινος σημείου Ο (σχ. 230) γίνωνται αἱ βολαὶ τοῦ βλήματος μετὰ τῆς αὐτῆς ἀρχικῆς ταχύτητος $υ_0$, ὑπὸ διαφόρους ὅμως γωνίας, ἀλλὰ εἰς τὸ αὐτὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, ὅσον αὐξάνομεν τὴν γωνίαν βολῆς, τόσον αὐξάνεται καὶ τὸ βεληνεκές, γίνεται δὲ τοῦτο μέγιστον, ὅταν ἡ γωνία βολῆς γίνῃ ἴση πρὸς 45^0. Οὕτω εἰς τὸ σχῆμα 230 διὰ γωνίαν 15^0 τὸ βεληνεκὲς εἶναι τὸ διάστημα ΟΑ, διὰ γωνίαν 30^0 εἶναι τὸ διάστημα ΟΒ καὶ διὰ γωνίαν 45^0 εἶναι τὸ διάστημα ΟΓ. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν ὅμως νὰ αὐξάνωμεν τὴν γωνίαν βολῆς, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ βεληνεκὲς ἐλαττοῦται. Οὕτω διὰ γωνίαν 75^0 τὸ βεληνεκὲς εἶναι τὸ διάστημα ΟΑ. Ἀποδεικνύεται δὲ ὅτι, ἐὰν ἡ βολὴ γίνεται ὑπὸ δύο γωνίας, τῶν ὁποίων τὸ ἄθροισμα εἶναι 90^0, δηλ.

Σχ. 230. Τὸ αὐτὸ βεληνεκὲς ἐπιτυγχάνεται διὰ δύο γωνίας βολῆς, τῶν ὁποίων τὸ ἄθροισμα εἶναι 90^0.

15^0 καὶ 75^0 ἢ 30^0 καὶ 60^0 κ.ο.κ., πραγματοποιεῖται τὸ αὐτὸ βεληνεκές, ὡς τοῦτο δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα. Ἡ σκόπευσις ὑπὸ τὴν μικροτέραν γωνίαν ὀνομάζεται **εὐθύφορος,** ὑπὸ τὴν μεγαλυτέραν **ἐπισκηπτική.**

116. Βολὴ ἐντὸς τοῦ ἀέρος. Εἰς τὰ προηγούμενα ὑπεθέσαμεν, ὅτι τὸ βλῆμα κινεῖται ἐντὸς τοῦ κενοῦ χώρου. Ὅταν ὅμως τὸ βλῆμα κινῆται ἐντὸς τοῦ ἀέρος, ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἐπιδρᾷ σημαντικῶς καὶ ἐκτρέπει αἰσθητῶς αὐτὸ ἀπὸ τῆς τροχιᾶς του. Ὅσον δὲ μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ βλήματος, τόσον μεγαλυτέρα εἶναι καὶ ἡ ἀντίστασις τὴν ὁποίαν συναντᾷ εἰς τὸν ἀέρα καὶ τόσον περισσότερον ἀπέχει ἡ τροχιὰ ἀπὸ τῆς παραβολικῆς της μορφῆς.

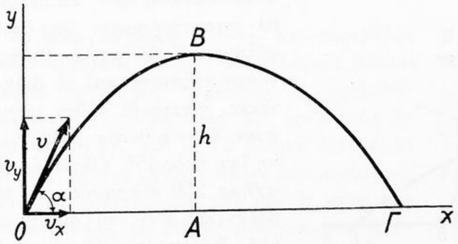


Σχ. 231. Ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἐλαττώνει τὸ μέγιστον ὕψος καὶ τὸ βεληνεκές.

Εἰς τὸ σχῆμα 231 δεικνύεται ἡ καμπύλη, τὴν ὁποίαν διαγράφει κινητὸν εἰς τὸ κενὸν καὶ εἰς τὸν ἀέρα, ὅπου παρατηροῦμεν ὅτι ὁ κατερχόμενος κλάδος τῆς τροχιᾶς εἰς τὸν ἀέρα εἶναι περισσότερον ἀπότομος τοῦ ἀνερχομένου καὶ τὸ βεληνεκὲς εἶναι μικρότερον. Ἡ τροχιὰ ΟΒ καλεῖται **βλητικὴ τροχιά.**

*** 117. Ἀναλυτικὴ σπουδὴ τῆς βολῆς ὑπὸ γωνίαν.** Τὸ πρόβλημα τῆς βολῆς, τόσον τῆς ὁριζοντίας ὅσον καὶ τῆς ὑπὸ γωνίαν, ἐσπουδάσαμεν διὰ γραφικῆς κατασκευῆς ἀνωτέρω, ἡ μέθοδος δὲ αὐτὴ παρέχει εἰς πρώτην προσέγγισιν ἱκανοποιητικὰ ἀποτελέσματα. Ἤδη θὰ ἐξετάσωμεν τὸ πρόβλημα τῆς βολῆς ὑπὸ γωνίαν δι' ἀναλυτικῆς μεθόδου.

Ἔστω ὅτι τὸ σῶμα βάλλεται ὑπὸ ἀρχικὴν ταχύτητα υ, σχηματίζουσαν γωνίαν α ὡς πρὸς τὸν ὁριζόντιον ἄξονα ΟΧ (σχ. 232). Ἡ τροχιὰ τοῦ βλήματος γνωρίζομεν ἐκ τῆς γραφικῆς κατασκευῆς, ὅτι εἶναι παραβολή. Πρὸς καθορισμὸν τοῦ μεγίστου ὕψους, εἰς τὸ ὁποῖον ἀνέρχεται τὸ βλῆμα, ἀναλύομεν τὴν ἀρχικὴν ταχύτητα υ εἰς δύο ὀρθογωνίους συνιστώσας κατὰ τὸν ἄξονα ΟΧ καὶ ΟΨ, τὰς ὁποίας ἀντιστοίχως παριστῶμεν διὰ $υ_x$ καὶ $υ_y$. Ἐκ τοῦ σχήματος εὑρίσκομεν εὐκόλως :



Σχ. 232. Διὰ τὴν ἀναλυτικὴν σπουδὴν τῆς βολῆς ὑπὸ γωνίαν.

$$υ_x = υ \cdot συν\ α \qquad (1)$$

$$υ_y = υ \cdot ημ\ α \qquad (2)$$

Ἡ κίνησις ὅμως τοῦ βλήματος δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς σύνθετος κίνησις, προερχομένη ἐκ τῆς ὁριζοντίας βολῆς τοῦ σώματος ὑπὸ τὴν ἀρχικὴν ταχύτητα $υ_x$, ἡ ὁποία παραμένει σταθερά, καὶ ἐκ τῆς κατακορύφου βολῆς πρὸς τὰ ἄνω ὑπὸ ἀρχικὴν ταχύτητα $υ_y$, ἡ ταχύτης δὲ ἀνόδου εἶναι μεταβλητὴ μετὰ τοῦ χρόνου, παρεχομένη ὑπὸ τοῦ τύπου : $υ_y - g \cdot t$.

Συμφώνως πρὸς τὴν Ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, τὸ μέγιστον ὕψος $h_{μέγ}$, τὸ ὁποῖον ἀποκτᾷ τὸ βλῆμα, εἶναι ἴσον πρὸς τὸ μέγιστον ὕψος, τὸ ὁποῖον ἀποκτᾷ τὸ βλῆμα βαλλόμενον κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω ὑπὸ τὴν ταχύτητα υ_y, ἤτοι εἶναι :

$$h_{\mu\acute{\varepsilon}\gamma} = \frac{\upsilon_y^2}{2\,g} = \frac{\upsilon^2\,\eta\mu^2\,\alpha}{2\,g} \qquad (3)$$

Ἐπειδὴ ἐκ τῆς σπουδῆς τῆς κατακορύφου πρὸς τὰ ἄνω βολῆς γνωρίζομεν ὅτι, ὅσον χρόνον χρειάζεται τὸ κινητὸν διὰ ν' ἀποκτήσῃ τὸ μέγιστον ὕψος, ἴσον χρόνον χρειάζεται διὰ νὰ κατέλθῃ ἐκ τοῦ ὕψους τούτου εἰς τὴν ἀρχικήν του θέσιν καὶ θὰ ἔχῃ τὴν ἰδίαν ταχύτητα υ_y, τότε, ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι τὸ σῶμα πίπτει ἐκ τοῦ μεγίστου ὕψους ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, θὰ εἶναι : $\upsilon_y = g \cdot t$, καί :

$$t = \frac{\upsilon_y}{g} = \frac{\upsilon \cdot \eta\mu\,\alpha}{g} \qquad (4)$$

Ἐπειδὴ δὲ ὁ χρόνος ἀνόδου εἶναι ἴσος πρὸς τὸν τῆς καθόδου, ἐὰν $T = 2\,t$ καλέσωμεν τὴν συνολικὴν διάρκειαν ἀνόδου καὶ καθόδου, θὰ ἔχωμεν, ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἐξισώσεως (4) :

$$T = \frac{2\,\upsilon\,\eta\mu\,\alpha}{g} \qquad (5)$$

Πρὸς ὑπολογισμὸν τῆς ἀποστάσεως $O\Gamma = R$, ἡ ὁποία παριστᾷ τὸ βεληνεκές, δεχόμεθα ὅτι, συμφώνως πρὸς τὴν Ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, ὅσον χρόνον χρειάζεται τὸ βλῆμα βαλλόμενον κατακορύφως νὰ ἀνέλθῃ καὶ νὰ κατέλθῃ, ἐπὶ τὸν αὐτὸν χρόνον θὰ κινῆται τὸ βλῆμα ὁριζοντίως ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα υ_x, ἑπομένως θὰ εἶναι : $R = \upsilon_x \cdot T$. Ἐὰν δὲ εἰς τὸν τύπον τοῦτον ἀντικαταστήσωμεν τὰς τιμὰς τῶν υ_x καὶ T, λαμβανομένας ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καὶ (5), εὑρίσκομεν :

$$R = \frac{2\,\upsilon^2\,\eta\mu\,\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\,\alpha}{g}$$

καί, ἐὰν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ὅτι : $2\,\eta\mu\,\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\,\alpha = \eta\mu\,2\,\alpha$, προκύπτει :

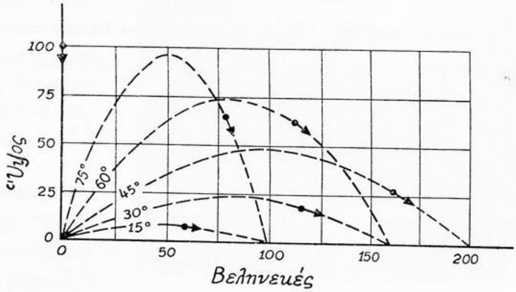
$$R = \frac{\upsilon^2}{g} \cdot \eta\mu\,2\,\alpha \qquad (6)$$

Ἐκ τοῦ τύπου τούτου παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ βεληνεκὲς λαμβάνει τὴν μεγίστην τιμήν, ὅταν $2\,\alpha = 90^0$ ἢ $\alpha = 45^0$, ὡς τοῦτο δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 233.

Ἐξ ἄλλου, ἐπειδή :

$$\eta\mu\,2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \eta\mu\,(\pi - 2\alpha) = \eta\mu\,2\,\alpha$$

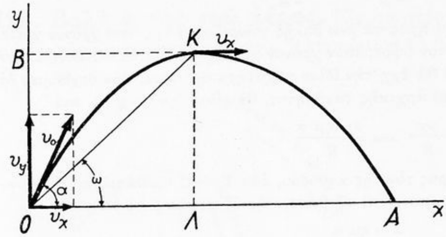
ἕπεται ὅτι, ἐὰν ἡ βολὴ γίνεται ὑπὸ δύο γωνίας, α καὶ $\frac{\pi}{2} - \alpha$, τῶν ὁποίων τὸ ἄθροισμα εἶναι 90^0, δηλ. 15^0 καὶ 75^0 ἢ 30^0 καὶ 60^0 κ.ο.κ., πραγματοποιεῖται τὸ αὐτὸ βεληνεκές, ὡς τοῦτο δεικνύεται ὑπὸ τοῦ σχήματος 233.



Σχ. 233. Τὸ μέγιστον βεληνεκὲς ἐπιτυγχάνεται ὑπὸ γωνίαν βολῆς 45^0.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Λίθος βάλλεται ὑπὸ γωνίαν 60^0, ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν, μὲ ταχύτητα 30 m/sec. Εἰς ποῖον ὕψος ἀνέρχεται οὗτος. Εἰς ποίαν ἀπόστασιν συναντᾷ τὸ ἔδαφος. Εἰς ποίαν θέσιν εὑρίσκεται οὗτος μετὰ 3 sec. Πόση ἡ ταχύτης αὐτοῦ εἰς τὴν ἀνωτάτην θέσιν. ($g = 10$ m/sec^2.)

Λύσις. Κατὰ τὴν Ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, ὁ λίθος θὰ χρειασθῇ τὸν αὐτὸν χρόνον t, εἴτε κινούμενος ὁριζοντίως μὲ σταθερὰν ταχύτητα $\upsilon_x = \upsilon_0 \cdot$ συν α, διὰ νὰ φθάσῃ εἰς τὸ σημεῖον Α, εἴτε διὰ νὰ ἀνέλθῃ εἰς τὸ σημεῖον Β καὶ ἀκολούθως νὰ ἐπιστρέψῃ πάλιν εἰς τὰ σημεῖον Ο, βαλλόμενος μὲ ταχύτητα $\upsilon_y = \upsilon_0 \cdot$ ημ α κατακορύφως καὶ πρὸς τὰ ἄνω.



Σχ. 234.

Ὁ χρόνος t ὑπολογίζεται ἐκ τοῦ τύπου τῆς ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένης κινήσεως :

$$h = \upsilon_y \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \qquad (1)$$

ὁ ὁποῖος ἰσχύει διὰ τὴν κατακόρυφον πρὸς τὰ ἄνω κίνησιν.

Ἐφ' ὅσον κατὰ τὴν κατακόρυφον κίνησιν ὁ λίθος ἐπιστρέφει εἰς τὸ σημεῖον ἀναχωρήσεως Ο, ἔπεται ὅτι τὸ διανυόμενον κατακορύφως διάστημα εἶναι μηδέν. Οὕτω, θέτοντες εἰς τὸν τύπον (1) $h = 0$, εὑρίσκομεν :

$$\frac{1}{2} g \cdot t^2 = \upsilon_y \cdot t \qquad (2)$$

ἤ, ἐπειδὴ τὸ t εἶναι διάφορον τοῦ μηδενός :

$$\frac{1}{2} g \cdot t = \upsilon_y \qquad (3)$$

Λύοντες τὴν σχέσιν (3) ὡς πρὸς t, λαμβάνομεν :

$$t = \frac{2\,\upsilon_y}{g} = \frac{2\,\upsilon_0 \cdot \eta\mu\ \alpha}{g} \qquad (4)$$

Συνεπῶς ἡ ἀπόστασις ΟΑ = R ὑπολογίζεται ἐκ τοῦ τύπου $R = \upsilon \cdot t$ τῆς ὁμαλῆς κινήσεως, ἐὰν θέσωμεν :

$$\upsilon = \upsilon_x = \upsilon_0 \cdot \sigma\upsilon\nu\ \alpha \text{ καὶ } t = \frac{2\,\upsilon_0 \cdot \eta\mu\ \alpha}{g}$$

Οὕτω λαμβάνομεν :

$$R = \frac{2\,\upsilon_0^2\,\eta\mu\ \alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\ \alpha}{g} \quad \text{ἢ} \quad \underline{R = \frac{\upsilon_0^2 \cdot \eta\mu\ 2\,\alpha}{g}} \quad (\text{τύπος βεληνεκοῦς}) \qquad (5)$$

Τὸ μέγιστον ὕψος ΟΒ, εἰς τὸ ὁποῖον θὰ ἀνέλθῃ, εὑρίσκεται ἐκ τοῦ τύπου (1), ἐὰν θέσωμεν $\upsilon_y = \upsilon_0 \cdot$ ημ α καὶ $t = \upsilon_0/g$. Οὕτω λαμβάνομεν :

$$h_{\mu\acute{\epsilon}\gamma} = \frac{\upsilon_0^2 \cdot \eta\mu^2\ \alpha}{2\,g} \qquad (6)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (5) καὶ (6) εὑρίσκομεν, δι' ἀντικαταστάσεως διὰ τῶν δεδομένων τῆς ἀσκήσεως, ὅτι :

$$\underline{R = 77{,}9\ \text{m}} \qquad \text{καὶ} \qquad \underline{h_{\mu\acute{\epsilon}\gamma} = 33{,}75\ \text{m}}$$

Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν θέσιν, εἰς τὴν ὁποίαν θὰ εἶναι ὁ λίθος μετὰ $t_1 = 3$ sec, ἂς καλέσωμεν x_1 τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν καὶ y_1 τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν, μετὰ τὴν πάροδον τοῦ ἀνωτέρω χρονικοῦ διαστήματος. Θὰ ἰσχύουν προφανῶς αἱ σχέσεις :

$$x_1 = \upsilon_0 \cdot \sigma\upsilon\nu\ \alpha \cdot t_1 \qquad (7)$$

$$y_1 = \upsilon_0 \cdot \eta\mu\ \alpha \cdot t_1 - \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 \qquad (8)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (7) καὶ (8) εὑρίσκομεν :

$$\underline{x_1 = 45 \text{ m}} \quad \text{καὶ} \quad \underline{y_1 = 32{,}85 \text{ m}}$$

Ἡ ζητουμένη ταχύτης εἰς τὴν ἀνωτάτην θέσιν K τῆς τροχιᾶς θὰ εἶναι ὁριζοντία καὶ συνεπῶς ἴση πρὸς υ_x. Ἄρα θὰ ἔχωμεν :

$$\upsilon_x = \upsilon_0 \cdot \text{συν}\,\alpha \qquad (9)$$

Οὕτω ἐκ τῆς σχέσεως (9) προκύπτει ὅτι :

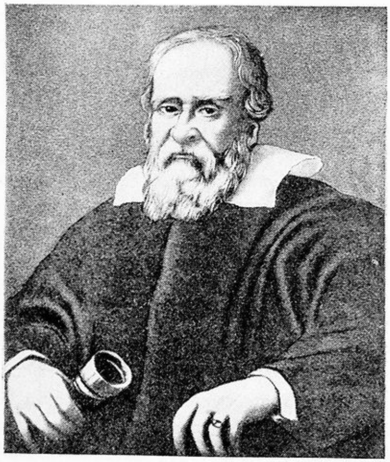
$$\underline{\upsilon_x = 15 \text{ m/sec}}$$

ΕΚΚΡΕΜΕΣ

Ἡ σπουδὴ τοῦ ἐκκρεμοῦς διαιρεῖται εἰς δύο μέρη: εἰς τὴν σπουδὴν τοῦ **μαθηματικοῦ (ἢ ἁπλοῦ)** ἐκκρεμοῦς καὶ εἰς τὴν τοῦ **φυσικοῦ (ἢ συνθέτου)** ἐκκρεμοῦς.

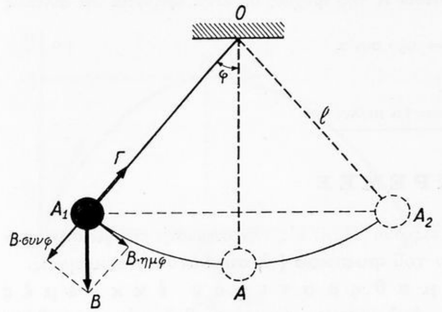
Εἰς τὴν Φυσικήν, καλοῦμεν μαθηματικὸν ἐκκρεμὲς ὑλικὸν σημεῖον ἐξηρτημένον ἀπὸ ἀκλονήτου σημείου διὰ νήματος ἄνευ βάρους καὶ μὴ ἐκτατοῦ.

Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ προκύπτει, ὅτι τὸ ἐκκρεμὲς τοῦτο ἀποτελεῖ ἔννοιαν καθαρῶς θεωρητικήν, μὴ δυνάμενον νὰ πραγματοποιηθῇ (εἰς τοῦτο δὲ ὀφείλεται καὶ ὁ χαρακτηρισμὸς αὐτοῦ ὡς μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς). **Τὸ φυσικὸν ἐκκρεμὲς ἐξ ἄλλου εἶναι πραγματοποιήσιμον καὶ συνίσταται ἐκ σώματος βαρέος, δυναμένου νὰ στρέφεται περὶ ἄξονα μὴ διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ.**



GALILEO GALILEI (1564 - 1642)
Ἰταλὸς Μαθηματικός, Ἀστρονόμος καὶ Φυσικός. Καθηγητὴς εἰς Πίζαν καὶ Πάδουαν. Ὁ Γαλιλαῖος εἶναι ὁ θεμελιωτὴς τῆς πειραματικῆς μεθόδου εἰς τὴν Φυσικήν. Ἐπειραματίσθη ἐπὶ τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων καὶ τοῦ ἐκκρεμοῦς.

118. Σπουδὴ τῆς κινήσεως τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς. Ἔστω μαθηματικὸν ἐκκρεμὲς ἀποτελούμενον ἀπὸ ὑλικὸν σημεῖον μάζης m, βάρους B καὶ μήκους l, ἐξηρτημένον διὰ νήματος ἀβαροῦς καὶ μὴ ἐκτατοῦ ἀπὸ τοῦ ἀκλονήτου σημείου O (σχ. 235). Ἐὰν απομακρύνωμεν τὸ ἐκκρεμὲς ἀπὸ τὴν θέσιν OA τῆς ἰσορροπίας του καὶ τὸ φέρωμεν εἰς τὴν θέσιν OA_1, τοῦτο δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ διατηρηθῇ εἰς τὴν θέσιν ταύτην. Πράγματι εἰς τὴν θέσιν A_1 ἐπενεργεῖ τὸ βάρος B τοῦ ἐκκρεμοῦς, τὸ ὁποῖον ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας, ἤτοι μίαν κατὰ τὴν προέκτασιν τοῦ νήματος, τὴν $B \cdot \text{συν}\,\varphi$, καὶ ἑτέραν τὴν $B \cdot \text{ημ}\,\varphi$ κάθετον ἐπ' αὐτήν, ὡς δεικνύει τὸ σχῆμα. Ἐκ τῶν δύο τούτων συνιστωσῶν δυνάμεων ἡ μὲν Β·συν φ ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς τάσεως Γ τοῦ νήματος, ἐνῷ ἡ Β·ημ φ εἶναι ἡ κινητήριος δύναμις. Ὅταν τὸ ἐκκρεμὲς ἀφεθῇ ἐλεύθερον, φέρεται ἐπιταχυνόμενον ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῆς κινητηρίου συνιστώσης πρὸς τὴν θέσιν ἰσορροπίας Α, τὴν ὁποίαν ὅμως λόγῳ τῆς ἀδρανείας ὑπερβαίνει καὶ ἐξακολουθεῖ κινούμενον πρὸς τὰ δεξιὰ διαγράφον τὸ τόξον AA_2. Κατὰ τὴν διάρκειαν ὅμως τῆς κινήσεως αὐτοῦ κατὰ μῆκος τοῦ τόξου τούτου, ἡ κίνησις εἶναι ἐπιβραδυνομένη. Εἰς τὴν θέσιν A_2, ἡ ὁποία εἶναι συμμετρικὴ τῆς θέσεως A_1 ἐκκινήσεως καὶ εἰς τὴν ὁποίαν ἡ ταχύτης του ἔχει μηδενισθῆ, τὸ ἐκκρεμὲς εὑρίσκεται ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας ὡς εἰς A_1 καί, ἑπομένως, ἄρχεται κινούμενον πρὸς τὰ ἀριστερὰ διαγράφον τὸ τόξον A_2A_1, ἐκτελοῦν οὕτω περιοδικὴν κίνησιν, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ μηχανικὴν ταλάντωσιν. Εἰς τὰ σημεῖα A_1 καὶ A_2, ὅπου τὸ ἐκκρεμὲς εὑρίσκεται εἰς τὸ ἄκρον τῆς τροχιᾶς του, ἀποκτᾷ δυναμικὴν μὲν ἐνέργειαν μεγίστην, διότι ἡ ἀνύψωσίς του εἶναι μεγίστη, ἐνῷ ἡ κινητική του ἐνέργεια εἶναι μηδέν, καθότι εἰς τὰ σημεῖα ταῦτα ἡ ταχύτης του εἶναι μηδέν.



Σχ. 235. Μαθηματικὸν ἐκκρεμές.

Εἰς τὴν θέσιν ἰσορροπίας Α ἡ μὲν δυναμικὴ ἐνέργεια εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, ἡ δὲ κινητικὴ ἐνέργεια εἶναι μεγίστη, ἐνῷ εἰς τὰς ἐνδιαμέσους θέσεις ἡ ἐνέργεια εἶναι ἐν μέρει δυναμικὴ καὶ ἐν μέρει κινητική· τὸ ἄθροισμα δὲ αὐτῶν εἶναι πάντοτε ἴσον πρὸς τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν εἰς A_1 ἢ A_2 ἢ πρὸς τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν εἰς Α.

Τὴν ὡς ἄνω κίνησιν τοῦ ἐκκρεμοῦς καλοῦμεν κίνησιν αἰωρήσεων (ἢ ταλαντώσεων). Ἡ μετάβασις τοῦ ἐκκρεμοῦς ἀπὸ τῆς θέσεως OA_1 εἰς τὴν OA_2 καλεῖται ἁπλῆ αἰώρησις (ταλάντωσις) καὶ ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος πρὸς τοῦτο διάρκεια τῆς ἁπλῆς αἰωρήσεως (ταλαντώσεως).

Ἡ μετάβασις τοῦ ἐκκρεμοῦς ἀπὸ τῆς θέσεως OA_1 εἰς OA_2 καὶ ἡ ἐπάνοδος ἐκ νέου εἰς τὴν θέσιν OA_1 ἀποτελεῖ πλήρη αἰώρησιν (ταλάντωσιν), ὁ δὲ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος πρὸς τοῦτο καλεῖται περίοδος τῆς κινήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς.

Τὸ μῆκος ΟΑ καλεῖται μῆκος τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς, ἡ δὲ γωνία A_1OA_2 καλεῖται πλάτος τῆς αἰωρήσεως (ταλαντώσεως). Πολλάκις ὡς πλάτος τῆς αἰωρήσεως λαμβάνεται ἡ γωνία φ, ἤτοι τὸ ἥμισυ τῆς ἀνωτέρω γωνίας.

Νόμοι τῆς κινήσεως τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς. Ἐὰν διὰ Τ καλέσωμεν τὴν περίοδον κινήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς, l τὸ μῆκος αὐτοῦ καὶ ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ πλάτος τῶν αἰωρήσεων εἶναι μικρὸν (ἤτοι ἡ γωνία φ μικροτέρα τῶν 2^0 ἕως 3^0), ἀποδεικνύεται, ὡς θὰ ἴδωμεν κατωτέρω, ὅτι ἡ περίοδος τῆς κινήσεως τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} \quad \text{ἤτοι :} \quad \boxed{\text{περίοδος} = 2\pi\sqrt{\frac{\text{μῆκος ἐκκρεμοῦς}}{\text{ἐπιτάχυνσις βαρύτητος}}}} \quad (1)$$

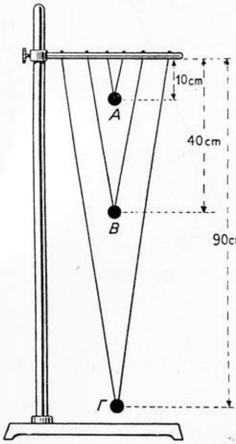
Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω τύπου συνάγομεν τοὺς ἀκολούθους νόμους τοῦ ἐκκρεμοῦς:

1. - Αἱ αἰωρήσεις μικροῦ πλάτους εἶναι ἰσόχρονοι· ἤ, κατ' ἄλλην διατύπωσιν, ἡ περίοδος τῆς κινήσεως δὲν ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ πλάτους τῶν αἰωρήσεων.

Ὁ νόμος ἐπιτρέπει τὸν προσδιορισμὸν τῆς περιόδου τῆς κινήσεως μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς. Οὕτω, ἐὰν ἐκτοπίσωμεν ἓν ἐκκρεμές, ὡς εἰς τὸ σχῆμα 236, καὶ ἀφήσωμεν αὐτὸ ἐλεύθερον, δυνάμεθα, μετροῦντες διὰ χρονομέτρου τὴν διάρκειαν π.χ. 50 αἰωρήσεων, νὰ προσδιορίσωμεν τὴν διάρκειαν μιᾶς ἁπλῆς αἰωρήσεως καὶ ἐξ αὐτῆς τὴν περίοδον τοῦ ἐκκρεμοῦς. Ἐκ τῆς παρατηρήσεως ταύτης δεικνύεται ὅτι, ἐφ' ὅσον ἡ ἀρχικὴ ἐκτροπὴ τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι μικρά, ἡ περίοδος τῆς κινήσεως εὑρίσκεται πάντοτε ἀνεξάρτητος τοῦ πλάτους. Ἡ ἀνωτέρω ἰδιότης τοῦ ἐκκρεμοῦς χρησιμοποιεῖται πρακτικῶς εἰς τὴν κατασκευὴν ὡρολογίων πρὸς μέτρησιν τοῦ χρόνου.

2. - Ἡ περίοδος τῆς κινήσεως εἶναι ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τοῦ μήκους τοῦ ἐκκρεμοῦς.

Ὁ νόμος οὗτος ἐπαληθεύεται διὰ χρησιμοποιήσεως ἐκκρεμῶν διαφόρου μήκους (σχ. 236). Οὕτω, καθ' ὃν χρόνον τὸ ἐκκρεμὲς μήκους π.χ. 90 cm ἐκτελεῖ μίαν πλήρη αἰώρησιν, τὸ ἐκκρεμὲς μήκους 40 cm ἐκτελεῖ δύο πλήρεις αἰωρήσεις καὶ τὸ ἐκκρεμὲς 10 cm ἐκτελεῖ τρεῖς πλήρεις αἰωρήσεις.



Σχ. 236. Τὰ μήκη τοῦ ἐκκρεμοῦς ἔχουν πρὸς ἄλληλα ὡς οἱ ἀριθμοὶ 1 : 4 : 9, ὅτε αἱ περίοδοι αὐτῶν εἶναι ὡς 1 : 2 : 3.

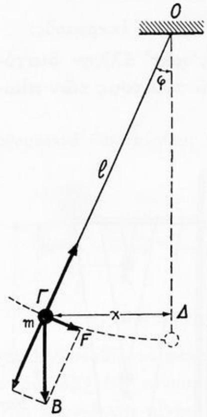
3. - Ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν τῆς ἐπιταχύνσεως g τῆς βαρύτητος.

Ἐκ τοῦ ὡς ἄνω τύπου βλέπομεν, ὅτι ἡ περίοδος τῆς κινήσεως ἐξαρτᾶται καὶ ἀπὸ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος, δηλ. ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς μεταβάλλεται μεταφερομένου τούτου ἀπὸ ἑνὸς τόπου εἰς ἄλλον. Τοῦτο ἔχει σπουδαιοτάτην σημασίαν, διότι ἐπιτρέπει τὴν διὰ τοῦ ἐκκρεμοῦς μέτρησιν τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος καὶ τῆς μεταβολῆς αὐτῆς· μέθοδος, ἥτις ἀποτελεῖ μίαν τῶν ἀκριβεστέρων πρὸς μέτρησιν τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος.

Ὁ χρόνος τῆς αἰωρήσεως ἐλαττοῦται, ὅταν αὐξάνεται ἡ ἔντασις g τῆς βαρύτητος. Αἱ αἰωρήσεις τοῦ ἐκκρεμοῦς γίνονται ταχύτεραι, ὅταν τοῦτο μεταφέρεται ἀπὸ τοῦ Ἰσημερινοῦ πρὸς τὸν πόλον, βραδύτεραι δέ, ὅταν φέρεται εἰς μεγαλύτερον ὕψος ὡς πρὸς τὸν ὁρίζοντα (βλ. § 110). Πειραματικῶς δυνάμεθα νὰ δείξωμεν τὴν μεταβολὴν τοῦ g διὰ τοῦ ἐκκρεμοῦς ὡς ἀκολούθως. Κάτωθεν ἐκκρεμοῦς πραγματοποιημένου ἐκ μικρᾶς σιδηρᾶς σφαίρας προσαρμόζομεν ἰσχυρὸν μόνιμον μαγνήτην. Διὰ τοῦ τρόπου τούτου ὁ μαγνήτης ἕλκει τὴν σφαῖραν μὲ δύναμιν τοιαύτην, ὥστε νὰ μεταβάλλῃ τὸ πραγματικὸν βάρος αὐτῆς. Ὅταν θέσωμεν τὸ ἐκκρεμὲς εἰς κίνησιν, παρατηροῦμεν ὅτι αἰωρεῖται μὲ μεγαλυτέραν συχνότητα, δηλ. μὲ μικροτέραν περίοδον, παρὰ εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν δὲν ἐπέδρα ὁ κάτωθεν μαγνήτης. Οὕτω διὰ τεχνητῆς αὐξήσεως τῆς τιμῆς τοῦ g ἐπιτυγχάνεται, ὥστε αἱ αἰωρήσεις νὰ γίνωνται μὲ μεγαλυτέραν συχνότητα καὶ ἑπομένως ἡ περίοδος αὐτοῦ καθίσταται μικροτέρα.

4. - Ἡ περίοδος τῆς κινήσεως εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς μάζης καὶ τοῦ ὑλικοῦ, ἐκ τοῦ ὁποίου ἀποτελεῖται τὸ ἐκκρεμές.

Εἰς τὸν τύπον (1) δὲν ἀναφέρεται ἡ μᾶζα τοῦ ἐκκρεμοῦς, ὁμοίως δὲ προκύπτει ὅτι καὶ ἡ φύσις τοῦ ὑλικοῦ, ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι κατεσκευασμένον τὸ ἐκκρεμές, οὐδεμίαν ἐπίδρασιν ἔχει ἐπὶ τῆς περιόδου. Τοῦτοδ εικνύεται συνήθως, κατὰ προσέγγισιν, διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως ἐκκρεμῶν ἀποτελουμένων ἐκ νημάτων λεπτῶν τοῦ αὐτοῦ μήκους, εἰς τὸ κάτω ἄκρον τῶν ὁποίων ἐξαρτῶνται μικραὶ σφαῖραι διαφόρου οὐσίας, π.χ. μολύβδου, ὀρειχάλκου, χάλυβος, ἐλεφαντοστοῦ κλπ., ὁπότε διὰ προσδιορισμοῦ τῆς περιόδου αὐτῶν βλέπομεν, ὅτι εἶναι ἡ ἰδία δι' ὅλα τὰ ἐκκρεμῆ.



Σχ. 237.

***Εὕρεσις τοῦ τύπου τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς.**

Θεωρήσωμεν τὴν χρονικὴν στιγμὴν κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ ἐκκρεμὲς εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν Γ, ὅπου ἡ ΟΓ σχηματίζει μετὰ τῆς κατακορύφου γωνίαν φ (σχ. 237). Ἡ κινοῦσα δύναμις F ἐνεργεῖ κατὰ τὴν ἐφαπτομένην τῆς τροχιᾶς καί, ὡς ἐκ τοῦ σχήματος ἐμφαίνεται, εἶναι $F = B \cdot \eta\mu\, \varphi = m\, g \cdot \eta\mu\, \varphi$. Ἐὰν ὅμως ἡ γωνία φ θεωρηθῇ πολὺ μικρὰ (1^0 - 2^0), τότε ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος εἶναι $\eta\mu\, \varphi = \varphi$ καὶ ἡ ἄνω σχέσις γράφεται $F = m\, g \cdot \varphi$. Ἐξ ἄλλου εἶναι $\varphi = x / l$, οὕτω δὲ προκύπτει :

$$F = m \cdot g\, \frac{x}{l} \qquad (2)$$

καὶ ἐξ αὐτῆς εὑρίσκομεν τὴν ἐπιτάχυνσιν :

$$\gamma = \frac{F}{m} = \frac{g}{l} \cdot x \qquad (3)$$

ὅπου γ ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ m. Ἐὰν τὴν σταθερὰν ποσότητα g/l καλέσωμεν k, εὑρίσκομεν

$$\gamma = k \cdot x \qquad (4)$$

Ἐκ τοῦ τύπου τούτου συνάγομεν, ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ m εἶναι ἀνάλογος τῆς ἑκάστοτε ἀποστάσεως αὐτοῦ ἀπὸ τῆς κατακορύφου.

Ἐφ' ὅσον ἡ γωνία φ εἶναι πολὺ μικρά, τὸ τόξον τὸ ὁποῖον διαγράφει ἡ μᾶζα m τοῦ ἐκκρεμοῦς δύναται ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος νὰ ταυτισθῇ πρὸς τὴν χορδήν του καὶ ἐπομένως δύναται νὰ θεωρηθῇ ὅτι τοῦτο κινεῖται ἐπ' εὐθείας.

Ἐὰν λογίσωμεν τὴν ἀπόστασιν $\Delta\Gamma = x$ ἐκ τοῦ Δ πρὸς Γ ὡς θετικὴν καὶ παραστήσωμεν αὐτὴν ὡς διάνυσμα, τότε ἡ ἐπιτάχυνσις γ, θεωρουμένη ὡς διάνυσμα, θὰ ἔχῃ πάντοτε τὴν ἀντίθετον φορὰν ἀπὸ τὴν ἀπόκλισιν, ἤτοι θὰ ἰσχύῃ ἡ διανυσματικὴ σχέσις :

$$\gamma = -k \cdot x \qquad (5)$$

Ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν ἀμφότερα τὰ μέλη τῆς ἐξισώσεως (5) ἐπὶ τὴν μᾶζαν m, θὰ ἔχωμεν :

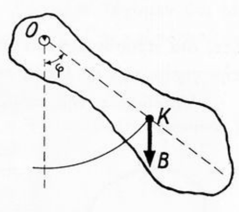
$$F = -\frac{m\, g}{l} \cdot x$$

Ἐπειδὴ m, g, l εἶναι σταθερά, προκύπτει ὅτι ἡ *δύναμις ἐπαναφορᾶς τοῦ ἐκκρεμοῦς εἰς τὴν θέσιν ἰσορροπίας του εἶναι ἀνάλογος τῆς μετατοπίσεώς του.*

Τοῦτο ἀποτελεῖ, κατὰ τὴν θεωρίαν τῶν Ταλαντώσεων (βλ. Στοιχεῖα Φυσικῆς, τόμος ΙΙ), τὸν ἀπαραίτητον ὅρον τῆς ἐμφανίσεως ἁπλῆς ἁρμονικῆς κινήσεως, ἐξ ἧς προκύπτει ὁ τύπος :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

119. Φυσικὸν ἐκκρεμές. Ὡς ὡρίσαμεν καὶ εἰς τὴν § 117, **φυσικὸν ἐκκρεμὲς** εἶναι κάθε στερεὸν σῶμα, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ στραφῇ περὶ ὁριζόντιον ἄξονα μὴ διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ. Ἐκ τῆς σπουδῆς τῆς ἰσορροπίας σώματος βαρέος, στρεπτοῦ περὶ ἄξονα κείμενον ἄνωθεν τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ (βλ. § 114), γνωρίζομεν ὅτι τὸ σῶμα εὑρίσκεται εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν. Ἐὰν ἀπομακρύνωμεν τὸ σῶμα ἀπὸ τῆς θέσεως ἰσορροπίας του καὶ ἀφήσωμεν τοῦτο ἀκολούθως ἐλεύθερον, τότε διὰ τοὺς αὐτοὺς λόγους, τοὺς ὁποίους ἐξεθέσαμεν καὶ εἰς τὴν σπουδὴν τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς, τὸ σῶμα θὰ ἐκτελῇ ταλαντώσεις καὶ ἡ γωνία φ θὰ μεταβάλλεται περιοδικῶς μετὰ τοῦ χρόνου (σχ. 238).



Σχ. 238. Φυσικὸν ἐκκρεμές.

Ἡ κίνησις τοῦ ἐκκρεμοῦς θὰ διήρκει ἐπ' ἄπειρον καὶ τὸ πλάτος τῶν αἰωρήσεων θὰ ἔπρεπε νὰ διατηρῆται σταθερόν· λόγῳ ὅμως τῶν διαφόρων ἀντιστάσεων, ἐκ τῆς τριβῆς εἰς τὸ σημεῖον στηρίξεως καὶ ἐκ τοῦ ἀέρος, τὸ πλάτος τῶν ταλαντώσεων συνεχῶς ἐλαττοῦται καὶ ταχέως ἐπανέρχεται τὸ ἐκκρεμὲς εἰς τὴν θέσιν ἰσορροπίας. Ὁ τύπος τοῦ συνθέτου ἐκκρεμοῦς διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς περιόδου, ὡς πολύπλοκος, παραλείπεται, διότι ἐξέρχεται τῶν ὁρίων τοῦ βιβλίου τούτου.

120. Ἐφαρμογαὶ τοῦ ἐκκρεμοῦς. α) Μέτρησις τοῦ χρόνου. Ὡς εἴδομεν ἀνωτέρω, αἱ μικροῦ πλάτους αἰωρήσεις τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἰσόχρονοι. Τὴν ἰδιότητα ταύτην ἐκμεταλλευόμεθα διὰ τὴν ρύθμισιν τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου πρὸς μέτρησιν τοῦ χρόνου διὰ τῶν ὡρολογιακῶν ἐκκρεμῶν.

Ὅταν ἡ ἁπλῆ αἰώρησις τοῦ ἐκκρεμοῦς ἔχῃ διάρκειαν 1 sec, τοῦτο καλεῖται ἐκκρεμὲς δευτερολέπτων. Πρὸς ὑπολογισμὸν τοῦ μήκους ἑνὸς ἐκκρεμοῦς δευτερολέπτων, λύομεν τὴν ἐξίσωσιν (1) τοῦ τύπου τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς ὡς πρὸς l, θέτοντες ὡς τιμὴν τοῦ $T = 2$ sec, ὅτε θὰ ἔχωμεν:

$$l = \frac{g \cdot T^2}{4\,\pi^2} = \frac{981 \cdot 4}{4 \cdot 9{,}86} = 99{,}5 \ \text{cm}$$

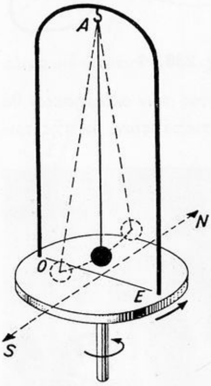
Ὁ **Γαλιλαῖος** εἰς νεαρὰν ἡλικίαν παρετήρησε τὰς αἰωρήσεις τοῦ πολυελαίου τοῦ καθεδρικοῦ ναοῦ τῆς Πίζης μετρῶν τὸν χρόνον μὲ τὸν σφυγμόν του. Ἡ παρατήρησις αὕτη τὸν ὡδήγησεν εἰς τὴν ἀνακάλυψιν τοῦ ὡρολογιακοῦ ἐκκρεμοῦς.

β) Τὸ ἐκκρεμὲς χρησιμοποιεῖται ἐπίσης διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος μὲ ἀκρίβειαν. Οὕτω, ἐὰν ἐπιλύσωμεν τὸν τύπον τοῦ ἐκκρεμοῦς ὡς πρὸς g, λαμβάνομεν:

$$g = 4\,\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

ὅτε, διὰ προσδιορισμοῦ τοῦ μήκους l καὶ τῆς περιόδου T τοῦ ἐκκρεμοῦς, εὑρίσκομεν τὴν τιμὴν τοῦ g. Πρὸς τοῦτο χρησιμοποιοῦνται εἰδικὰ ἐκκρεμῆ ἀκριβείας.

γ) **Ἀπόδειξις τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς περὶ ἄξονα. Ἐκκρεμὲς τοῦ Foucault (Φουκώ).** Πρῶτος ὁ Foucault ἐσκέφθη νὰ χρησιμοποιήσῃ τὸ ἐκκρεμές, διὰ νὰ ἀποδείξῃ πειραματικῶς τὴν περιστροφὴν τῆς Γῆς περὶ τὸν ἄξονά της. Ἡ πειραματικὴ ἀπόδειξις στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἰδιότητος, τὴν ὁποίαν ἔχει τὸ ἐκκρεμές, νὰ διατηρῇ ἀμετάβλητον εἰς τὸν χῶρον τὴν θέσιν τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως αὐτοῦ. Τὸ ἐπίπεδον τῆς αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς διατηρεῖται συνεχῶς ἀμετάβλητον καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν ἀκόμη κατὰ τὴν ὁποίαν ἐπὶ τοῦ νήματος ἐξαρτήσεως ἐπενεργεῖ δύναμις τείνουσα νὰ προκαλέσῃ στρέψιν τοῦ νήματος, διότι αὕτη ὡς μόνον ἀποτέλεσμα θὰ ἔχῃ νὰ στρέψῃ τὸ νῆμα καὶ τὸ ἐξ αὐτοῦ ἐξηρτημένον σῶμα περὶ ἑαυτό.



Σχ. 239. Κατὰ τὴν περιστροφὴν τὸ ἐπίπεδον τῆς αἰωρήσεως NS τοῦ ἐκκρεμοῦς παραμένει ἀμετάβλητον.

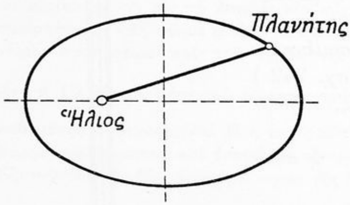
Τὴν ὡς ἄνω διατήρησιν τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς δυνάμεθα νὰ δείξωμεν διὰ τῆς ἐν σχήματι 239 εἰκονιζομένης διατάξεως. Αὕτη ἀποτελεῖται ἐκ μεταλλικοῦ πλαισίου ΟΑΕ διατασσομένου κατακορύφως καὶ δυναμένου νὰ τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν περὶ κατακόρυφον ἄξονα μὲ τὴν βοήθειαν καταλλήλου περιστροφικῆς μηχανῆς (π.χ. φυγοκεντρικῆς μηχανῆς). Ἀπὸ τοῦ σημείου Α ἐξαρτᾶται διὰ νήματος μικρὰ σφαῖρα, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ ἐκκρεμές. Ἐὰν θέσωμεν εἰς κίνησιν τὸ ἐκκρεμὲς εἰς τρόπον ὥστε τοῦτο νὰ αἰωρῆται κατὰ τὴν διεύθυνσιν π.χ. Βορρᾶς - Νότος (N - S) καὶ ἀκολούθως περιστρέψωμεν βραδέως τὴν συσκευήν, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ἐκκρεμὲς διατηρεῖ τὸ ἀρχικὸν ἐπίπεδον αἰωρήσεως αὐτοῦ.

Τὸ ἱστορικὸν πείραμα, τὸ ὁποῖον ἐξετέλεσεν ὁ Foucault τὸ 1851, ἔχει ἐν συντόμῳ ὡς ἑξῆς: Ἀπὸ τῆς ὀροφῆς τοῦ Πανθέου τῶν Παρισίων ἐξήρτησε σύρμα μήκους 79 m, εἰς τὸ κάτω ἄκρον τοῦ ὁποίου προσήρμοσε σφαῖραν ἐκ χαλκοῦ βάρους 25 kgr*, εἰς τὸ κάτω μέρος τῆς ὁποίας εἶχε προσαρμόσει μικρὰν ἀκίδα χαράσσουσαν τὸ ἴχνος τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς ἐπὶ στρώματος ἄμμου. Παρετηρήθη οὕτω ὅτι, μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου, μετεβάλλετο ἡ θέσις τοῦ ἴχνους τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως. Ἡ μετατόπισις αὕτη, ἡ ὁποία δεικνύει στροφὴν τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς, δὲν δύναται ἄλλως νὰ ἐξηγηθῇ ἢ διὰ τοῦ ὅτι ἡ Γῆ περιστρέφεται. Τὸ πείραμα τοῦτο δυνάμεθα νὰ ἐκτελέσωμεν μὲ ἐκκρεμὲς μήκους 5 - 10 m, ὁπότε μετὰ μίαν περίπου ὥραν παρατηροῦμεν σαφῶς τὴν ἀλλαγὴν τῆς διευθύνσεως τοῦ ἴχνους.

Ἡ ὡς ἄνω περίπτωσις τῆς διατηρήσεως τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς πραγματοποιεῖται ἀπολύτως ἐπὶ τῶν πόλων τῆς Γῆς καὶ διὰ παρατηρητὴν εὑρισκόμενον ἔξω τῆς Γῆς. Διὰ παρατηρητὴν ὅμως, ὁ ὁποῖος συμμετέχει τῆς κινήσεως τῆς Γῆς, τὸ ἐπίπεδον αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς φαίνεται στρεφόμενον κατὰ φορὰν ἀντίθετον τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς καὶ ἐντὸς μιᾶς ἀστρικῆς ἡμέρας ἐκτελεῖ μίαν πλήρη περιστροφήν. Ἐὰν δὲ δεχθῶμεν ὅτι τὸ ἐπίπεδον αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς ἐντὸς 24 ὡρῶν στρέφεται κατὰ 360^0, ἕπεται ὅτι ἐντὸς μιᾶς ὥρας θὰ περιστρέφεται κατὰ γωνίαν 15^0. Εἰς ἄλλας περιοχὰς τοῦ βορείου ἡμισφαιρίου, τὸ ἐπίπεδον αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς φαίνεται, διὰ παρατηρητὴν ἐπὶ τῆς Γῆς εὑρισκόμενον, ὅτι στρέφεται, ἀλλ' ἡ ὡριαία γωνία περιστροφῆς εἶναι μικροτέρα τῶν 15^0, εἰς τόπον δὲ γεωγραφικοῦ πλάτους φ ἡ ὡριαία γωνία περιστροφῆς $\psi = 15\,\eta\mu\,\varphi$, ἄρα εἰς τὸν Ἰσημερινὸν τὸ πείραμα ἀποτυγχάνει.

ΠΑΓΚΟΣΜΙΟΣ ΕΛΞΙΣ

121. Νόμοι τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν. Ἡ πτῶσις τῶν σωμάτων ἤγειρεν ἀπὸ ἀρχαιοτάτων χρόνων τὰς ἀπορίας τῶν ἐπιστημόνων. Σήμερον λέγομεν ὅτι τὰ σώματα ἕλκονται ὑπὸ τῆς Γῆς. Ἡ περιστροφὴ τῆς Σελήνης περὶ τὴν Γῆν καὶ τῶν πλανητῶν περὶ τὸν Ἥλιον ὑπῆρξεν, ἐπὶ πολλὰ ἔτη, ἕτερον σοβαρὸν πρόβλημα διὰ τοὺς ἐπιστήμονας. Τέλος κατὰ τὸν 17ον αἰῶνα ὁ Ἀστρονόμος Kepler, κατόπιν μακρᾶς μελέτης τῶν παρατηρήσεων, αἱ ὁποῖαι εἶχον γίνει ὑπὸ προγενεστέρων του, κατέληξεν εἰς τὴν διατύπωσιν τῶν τριῶν νόμων, οἱ ὁποῖοι διέπουν τὴν κίνησιν τῶν πλανητῶν καὶ οἱ ὁποῖοι εἶναι γνωστοὶ ὡς νόμοι τοῦ Κεπλέρου.



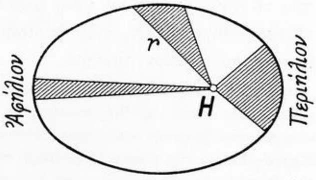
Σχ. 240. Ἐλλειπτικαὶ τροχιαὶ τῶν πλανητῶν μὲ τὸν Ἥλιον ὡς ἑστίαν.

JOHANNES KEPLER (1571 - 1630)
Γερμανὸς Ἀστρονόμος.

1. — Νόμος τῶν τροχιῶν. Αἱ τροχιαὶ τῶν πλανητῶν περὶ τὸν Ἥλιον εἶναι ἐλλείψεις, τῶν ὁποίων τὴν μίαν τῶν ἑστιῶν κατέχει ὁ Ἥλιος (σχ. 240).

2. — Νόμος τῶν ἐμβαδῶν. Αἱ τροχιαὶ τῶν πλανητῶν εἶναι ἐπίπεδοι, ἡ δὲ ἐπιβατικὴ ἀκτίς, ἡ συνδέουσα τὸν Ἥλιον πρὸς τὸν πλανήτην, διαγράφει εἰς ἴσους χρόνους ἴσα ἐμβαδὰ (σχ. 241).

3. — Νόμος τῶν περιόδων. Τὰ τετράγωνα τῶν χρόνων περιφορᾶς τῶν πλανητῶν περὶ τὸν Ἥλιον εἶναι ἀνάλογα πρὸς τοὺς κύβους τῶν μεγάλων ἀξόνων τῶν τροχιῶν αὐτῶν.

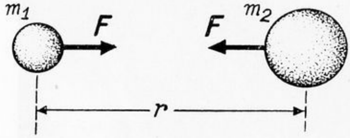


Σχ. 241. Τὰ τρία ἐμβαδὰ διαγράφονται εἰς ἴσους χρόνους καὶ εἶναι ἴσα.

Ὁ Kepler δὲν ἠδυνήθη νὰ δώσῃ θεωρητικὴν ἐξήγησιν τοῦ διατί οἱ πλανῆται ἐκινοῦντο πράγματι κατὰ τοὺς ἀνωτέρω νόμους, ἀλλ᾽ ἁπλῶς μόνον ἔδειξεν ὅτι, συμφώνως πρὸς τὰς παρατηρήσεις, οἱ πλανῆται ἐκινοῦντο ἀκολουθοῦντες τοὺς νόμους τούτους.

122. Παγκόσμιος ἕλξις. Ἐπὶ πεντήκοντα ἔτη οἱ ἀνωτέρω ἀναφερόμενοι νόμοι τοῦ Κ ε π λ έ ρ ο υ ἀπετέλεσαν τὸ σοβαρώτερον θέμα συζητήσεως καὶ ἐρεύνης μεταξὺ τῶν ἐπιστημονικῶν κύκλων, τέλος δὲ τὸ πρόβλημα ἐλύθη ὑπὸ τοῦ Ν ε ύ τ ω ν ο ς.

Οὗτος ἀπέδειξεν ὅτι οἱ νόμοι τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν ἠδύναντο νὰ ἐξαχθοῦν ὡς συμπέρασμα ἀπὸ μίαν μόνον ὑπόθεσιν, ἡ ὁποία, ὡς εἴδομεν (βλ. § 107), εἶναι γνωστὴ ὡς « **νόμος τῆς παγκοσμίου ἕλξεως** », τὸν ὁποῖον ὁ Νεύτων διετύπωσε (1686) ὡς ἀκολούθως: « **Δύο ὑλικὰ σώματα ἕλκονται ἀμοιβαίως διὰ δυνάμεως, ἡ ὁποία εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ γινόμενον τῶν μαζῶν αὐτῶν καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως αὐτῶν** ».



Σχ. 242. Αἱ δύο μᾶζαι ἕλκονται ἀμοιβαίως, μὲ δύναμιν F τῆς αὐτῆς ἐντάσεως.

Ἡ ἀναλυτικὴ ἔκφρασις τοῦ νόμου τούτου δίδεται ἀπὸ τὸν τύπον:

$$F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

ὅπου F ἡ μεταξὺ τῶν μαζῶν m_1 m_2 ἀναπτυσσομένη ἑλκτικὴ δύναμις, r ἡ μεταξὺ αὐτῶν ἀπόστασις (σχ. 242) καὶ k συντελεστὴς σταθερὸς διὰ πᾶν εἶδος ὕλης, καλούμενος **σταθερὰ τῆς παγκοσμίου ἕλξεως.**

Ἐκ τοῦ νόμου τοῦ Νεύτωνος προκύπτει, ὅτι ἡ σταθερὰ τῆς παγκοσμίου ἕλξεως ἔχει διαστάσεις:

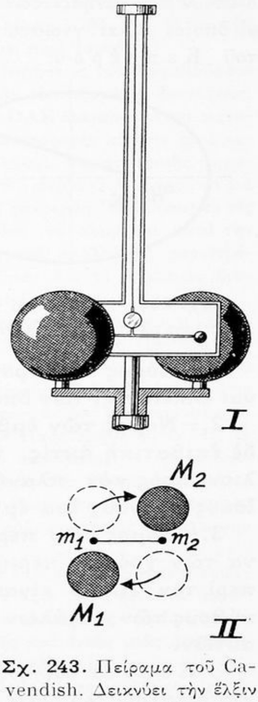
$$[\,k\,] = \frac{[\,F\,]\,[\,r^2\,]}{[\,m^2\,]}$$

Ἀκριβεῖς μετρήσεις ἔδωσαν τὴν τιμήν:

$$k = 6{,}674 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{dyn} \cdot \mathrm{cm}^2 \cdot \mathrm{gr}^{-2}$$

Ἡ ἐξαγωγὴ τῶν νόμων τοῦ Κ ε π λ έ ρ ο υ ἐκ τοῦ τύπου τούτου δύναται νὰ γίνῃ μόνον μὲ τὴν βοήθειαν ἀνωτέρων μαθηματικῶν, τῶν ὁποίων ἡ χρῆσις ἐκφεύγει τῶν ὁρίων τοῦ βιβλίου τούτου.

Παρατήρησις. Ἡ σταθερὰ k, ἐπειδὴ δὲν ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τῆς ὕλης, ἐκλήθη π α γ κ ό σ μ ι ο ς σ τ α θ ε ρ ά. Γενικῶς εἰς τὴν Φυσικὴν καλοῦμεν παγκοσμίους σταθεράς, μεγέθη μὴ ἐξαρτώμενα ἐκ τῆς φύσεως τῆς ὕλης, τοιαῦτα δὲ μεγέθη εἶναι εἰς τὴν Φυσικὴν ὀλίγα μόνον γνωστά.



Σχ. 243. Πείραμα τοῦ Cavendish. Δεικνύει τὴν ἕλξιν δύο κινητῶν σφαιρῶν m_1, m_2 καὶ δύο ἀκινήτων M_1, M_2.

*** Προσδιορισμὸς τῆς σταθερᾶς k.** Ἡ τιμὴ τοῦ k εὑρίσκεται, κατ' ἀρχήν, διὰ μετρήσεως τῆς δυνάμεως, μὲ τὴν ὁποίαν ἕλκονται δύο σφαῖραι γνωστῶν μαζῶν, εὑρισκόμεναι εἰς γνωστὴν ἀπ' ἀλλήλων ἀπόστασιν. Πρὸς τοῦτο, ἀρκεῖ δι' εὐπαθοῦς δυναμομέτρου νὰ προσδιορίσωμεν τὴν δύναμιν τὴν ἀσκουμένην ἀμοιβαίως μεταξὺ δύο γνωστῶν μαζῶν, εὑρισκομένων εἰς ὡρισμένην καὶ γνωστὴν ἀπόστασιν ἀπ' ἀλλήλων, ὅτε δι' ἐπιλύσεως τοῦ τύπου τοῦ Νεύτωνος ὡς πρὸς k εὑρίσκομεν τὴν τιμὴν τῆς σταθερᾶς ταύτης.

Μία ἀπὸ τὰς μεθόδους μετρήσεως εἶναι ἡ **μέθοδος διὰ τοῦ ζυγοῦ τοῦ Cavendish (Κάβεντις).** Δύο μικραὶ σφαῖραι m_1 καὶ m_2 ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὸ ἄκρον ἐλαφρᾶς ῥάβδου ἀνηρτημένης ἐκ τοῦ μέσου αὐτῆς διὰ λεπτοῦ νήματος (σχ. 243). Πλησίον τῶν σφαιρῶν τοποθετοῦνται δύο ἄλλαι σφαῖραι M_1 καὶ M_2, ἡ μία κατὰ τὴν μίαν καὶ ἡ ἄλλη κατὰ τὴν ἑτέραν πλευρὰν τῶν δύο σφαιρῶν m_1, m_2. Ἡ Νευτώνιος ἕλξις δημιουργεῖ μικρὸν ζεῦγος, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ στρέψιν τοῦ νήματος ἐξαρτήσεως καὶ τοῦ ὁποίου ἡ ῥοπὴ ἰσορροπεῖ τὴν ῥοπὴν τοῦ ζεύγους τῆς ἕλξεως. Ἐὰν αἱ σφαῖραι M_1 καὶ M_2 τοποθετηθοῦν εἰς τὴν ἀντίθετον θέσιν, προκύπτει ζεῦγος ἀντιθέτου ῥοπῆς. Ἐπειδὴ ἡ ῥοπὴ στρέψεως τοῦ σύρματος ἐξαρτήσεως εἶναι γνωστή, εἶναι δυνατὸν νὰ μετρηθῇ ἡ δύναμις ἡ ἀσκουμένη μεταξὺ τῶν σφαιρῶν καὶ ἑπομένως ἡ σταθερὰ τῆς παγκοσμίου ἕλξεως.

*** 123. Ἐφαρμογαί. Προσδιορισμὸς τῆς μάζης καὶ τῆς μέσης πυκνότητος τῆς Γῆς.** Ἡ γνῶσις τῆς σταθερᾶς τῆς παγκοσμίου ἕλξεως ἐπιτρέπει τὸν καθορισμὸν τῆς μάζης τῆς Γῆς καὶ ἐξ αὐτῆς τὸν καθορισμὸν τῆς μέσης πυκνότητός της. Εἰς τὴν Θεωρητικὴν Μηχανικὴν ἀποδεικνύονται αἱ δύο ἀκόλουθοι προτάσεις: α) Ἡ ἕλξις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ὑλικὴ σφαῖρα ὁμογενὴς ἢ ἐξ ὁμογενῶν στιβάδων ἀποτελουμένη, ἐπὶ σημείου εὑρισκομένου ἐκτὸς αὐτῆς, εἶναι ἡ ἰδία ὡς ἐὰν ἡ ὅλη μᾶζα τῆς σφαίρας ἦτο συγκεντρωμένη εἰς τὸ γεωμετρικὸν κέντρον αὐτῆς. β) Μᾶζα, ὁμοιομόρφως κατανεμημένη ἐπὶ σφαιρικῆς στιβάδος, οὐδεμίαν ἀσκεῖ δύναμιν ἐπὶ σημείου εὑρισκομένου εἰς τὸ ἐσωτερικὸν αὐτῆς.

Θεωρήσωμεν ἤδη σῶμα μάζης m εὑρισκόμενον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς. Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω προτάσεων καὶ τοῦ νόμου τῆς παγκοσμίου ἕλξεως, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἡ Γῆ ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος τούτου, εἶναι $F = k \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$, ὅπου M ἡ μᾶζα τῆς Γῆς ὑποτιθεμένης σφαιρικῆς καὶ R ἡ ἀκτὶς αὐτῆς. Ἐξ ἄλλου γνωρίζομεν ὅτι ἡ δύναμις αὕτη ἀποτελεῖ τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ ἑπομένως εἶναι $F = m \cdot g$, ὅπου g ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος.

Ἐξισοῦντες τὰς δύο ἀνωτέρω τιμὰς τῆς δυνάμεως F, εὑρίσκομεν:

$$m \cdot g = k \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \quad \text{ἐξ οὗ} \quad M = \frac{g \cdot R^2}{k}$$

Ἐὰν θέσωμεν $g = 981 \ \mathrm{cm \cdot sec^{-2}}$, $R = 6{,}37 \cdot 10^8 \ \mathrm{cm}$ καὶ $k = 6{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot \mathrm{gr^{-1} \cdot cm^3 \cdot sec^{-2}}$ ἢ $\mathrm{dyn \cdot cm^2 \cdot gr^{-2}}$, εὑρίσκομεν τὴν μᾶζαν τῆς Γῆς:

$$M = 5{,}97 \cdot 10^{27} \ \mathrm{gr}$$

Ἐξ ἄλλου, ἐὰν ρ παριστᾷ τὴν μέσην πυκνότητα τῆς Γῆς, θὰ εἶναι $\rho = \frac{m}{V}$, ὅπου $V = \frac{4}{3} \pi R^3$. Ἑπομένως $\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}$ · ἐὰν δὲ θέσωμεν $M = 5{,}97 \cdot 10^{27}$ gr, $R = 6{,}37 \cdot 10^8$ cm, εὑρίσκομεν:

$$\rho = 5{,}52 \ \mathrm{gr \cdot cm^{-3}}.$$

Ἡ ὡς ἄνω μέση πυκνότης παριστᾷ τὴν πυκνότητα, τὴν ὁποίαν θὰ ἔπρεπε νὰ εἶχεν ὁμογενὴς σφαῖρα τοῦ αὐτοῦ ὄγκου καὶ τῆς αὐτῆς μάζης πρὸς τὴν Γῆν, ἵνα ἀσκῇ τὴν αὐτὴν ἕλξιν, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ καὶ ἡ Γῆ. Ἐκ παρατηρήσεων ὅμως γνωρίζομεν, ὅτι ἡ μέση πυκνότης τῶν ἀνωτέρων στρωμάτων τῆς Γῆς εἶναι $2{,}5 \ \mathrm{gr \cdot cm^{-3}}$, ἐκ δὲ τούτου προκύπτει, ὅτι εἰς τὰ βαθύτερα μέρη τῆς Γῆς εἶναι συσσωρευμένα στρώματα, τῶν ὁποίων ἡ πυκνότης εἶναι μεγαλυτέρα ἐκείνης, ἣν ἐμφανίζουν τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς ἀπαντώμενα.

124. Πεδίον βαρύτητος. Ἡ ἕλξις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ἡ Γῆ ἐπὶ τῶν ἐπ' αὐτῆς σωμάτων, ἀποτελεῖ μερικὴν περίπτωσιν τῆς γενικῆς παγκοσμίου ἕλξεως. Ἐπειδὴ δὲ ὑλικὴ μᾶζα, εὑρισκομένη εἴς τινα περιοχὴν τοῦ περὶ τὴν Γῆν χώρου, ὑπόκειται εἰς τὴν ἐπενέργειαν τῆς ἑλκτικῆς δυνάμεως αὐτῆς, λέγομεν ὅτι ὁ περὶ τὴν Γῆν χῶρος ἀποτελεῖ **πεδίον βαρύτητος.**

Πεδίον γενικῶς καλεῖται εἰς τὴν Φυσικὴν ὁ χῶρος ἐκεῖνος, εἰς ἕκαστον σημεῖον τοῦ ὁποίου ἕνα φυσικὸν μέγεθος ἔχει ὡρισμένην τιμήν.

Ἔντασιν τοῦ πεδίου βαρύτητος εἴς τι σημεῖον αὐτοῦ καλοῦμεν χαρακτηριστικὸν τοῦ πεδίου διανυσματικὸν μέγεθος, τοῦ ὁποίου τὸ μέτρον ἰσοῦται μὲ τὸ πηλίκον τῆς ἀσκουμένης δυνάμεως (βάρος) διὰ τῆς μάζης ἐφ' ἧς ἡ δύναμις ἀσκεῖται.

Εἰς περιωρισμένον χῶρον, τὸ πεδίον βαρύτητος ἔχει εἰς ὅλα τὰ σημεῖα αὐτοῦ τὴν αὐτὴν ἔντασιν καὶ διεύθυνσιν, ὡς ἐκ τούτου δὲ καλεῖται ὁμοιόμορφον.

Ἡ ἔντασις τοῦ πεδίου τῆς βαρύτητος ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς εἶναι:

$$E = \frac{F}{m} = \frac{m \cdot g}{m} = g$$

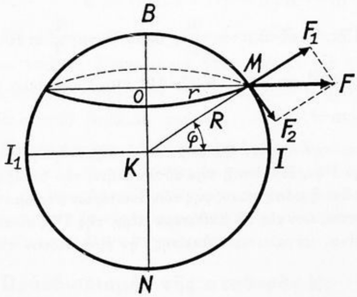
ἔνθα F ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ἡ Γῆ ἐπὶ μάζης m. Ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως εὑρίσκομεν τὴν ἐξίσωσιν διαστάσεων τοῦ E, ὡς καὶ τὴν μονάδα του. Οὕτω εἶναι :

$[\,E\,] = [\,L\,T^{-2}\,]$ καὶ μονὰς $E = 1\ \mathrm{cm \cdot sec^{-2}}$ ἢ $E = 1\ \mathrm{dyn \cdot gr^{-1}}$.

Ἐπίσης ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως βλέπομεν ὅτι ἡ ἔντασις τοῦ πεδίου βαρύτητος, ὡς καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις, ἔχουν τὴν αὐτὴν ἐξίσωσιν διαστάσεων καὶ ἑπομένως ἐκφράζονται διὰ τῆς αὐτῆς μονάδος. Ἡ ἀνωτέρω σύμπτωσις εἶναι χαρακτηριστικὴ τοῦ πεδίου βαρύτητος.

Ἡ ἔντασις τοῦ πεδίου τούτου ἰσοῦται πρὸς $981\ \mathrm{dyn \cdot gr^{-1}}$ ἢ $981\ \mathrm{cm \cdot sec^{-2}}$, ἤτοι ἡ ἔντασις τοῦ πεδίου βαρύτητος ἐκφράζεται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ, διὰ τοῦ ὁποίου ἐκφράζεται καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος g. Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου, πολλάκις οἱ ὅροι ἔντασις τῆς βαρύτητος καὶ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος χρησιμοποιοῦνται ἀδιαφόρως.

*** 125. Ἐπίδρασις τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς ἐπὶ τῆς ἐπιταχύνσεως.** Λόγῳ τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς περὶ τὸν ἄξονά της, ἐπὶ ἑκάστου σώματος εὑρισκομένου ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς ἀναπτύσσεται πλὴν τῆς ἑλκτικῆς δυνάμεως τῆς Γῆς καὶ φυγόκεντρος δύναμις. Ἔστω σῶμα μάζης m, εὑρισκόμενον ἐπὶ τῆς γηΐνης ἐπιφανείας, εἰς γεωγραφικὸν πλάτος φ (σχ. 244). Τὸ σῶμα, λόγῳ τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς περὶ τὸν ἄξονά της, διαγράφει παράλληλον κύκλον ἀκτῖνος OM = r καὶ ὡς ἐκ τούτου ὑπόκειται εἰς φυγόκεντρον δύναμιν F, τῆς ὁποίας ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ εἶναι $F = m \cdot \omega^2 \cdot r$, ὅπου ω ἡ γωνιακὴ ταχύτης τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς καὶ ἑπομένως τοῦ μετ' αὐτῆς συνδεδεμένου σώματος. Ἡ δύναμις F, τῆς ὁποίας ἡ διεύθυνσις δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 244, δύναται ν' ἀναλυθῇ εἰς δύο ὀρθογωνίους συνιστώσας, μίαν F_1 διευθυνομένην κατὰ τὴν KM, καὶ ἑτέραν F_2 κάθετον ἐπὶ τὴν πρώτην. Ἡ κατὰ τὴν KM συνιστῶσα ἔχει ἀριθμητικὴν τιμὴν $F_1 = m \cdot \omega^2 \cdot r \cdot$ συν φ.



Σχ. 244. Λόγῳ τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς, τὸ σῶμα εἰς M ὑφίσταται φυγόκεντρον δύναμιν F.

Ἐὰν δ' ἐξ ἄλλου λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι $F_1 = m \cdot \gamma'$, ὅπου γ' ἡ ἐπιτάχυνσις, τὴν ὁποίαν μεταδίδει ἡ δύναμις F_1 ἐπὶ τῆς μάζης m, θὰ εἶναι :

$$\gamma' = \omega^2 \cdot r \cdot \text{συν}\,\varphi \qquad (1)$$

Ἐκ τοῦ σχήματος 244 εὑρίσκομεν εὐκόλως $r = R \cdot \text{συν}\,\varphi$, οὕτω δὲ ἡ σχέσις (1) γράφεται :

$$\gamma' = \omega^2 \cdot R \cdot \text{συν}^2\,\varphi$$

Ἐπειδὴ δὲ $\omega = 7{,}3 \cdot 10^{-5}\ \text{sec}^{-1}$ καὶ $R = 6{,}4 \cdot 10^8$ cm, εὑρίσκομεν : $\gamma' = 3{,}4 \cdot \text{συν}^2\,\varphi$.

Ἡ ἐπιτάχυνσις αὕτη ἔχει τὴν μεγίστην τιμὴν εἰς τὸν Ἰσημερινόν, ἤτοι ὅταν τὸ σῶμα εὑρίσκεται εἰς Ι ($\varphi = 0$), μηδενίζεται δὲ εἰς τοὺς πόλους ($\varphi = 90^0$), πάντοτε ὅμως ἔχει ἀντίθετον φορὰν πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος.

Ἐὰν g_φ παριστᾷ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος εἰς πλάτος φ, τῆς Γῆς ὑποτιθεμένης ἀκινήτου, καὶ g'_φ τὴν ἐπιτάχυνσιν, ὅταν ἡ Γῆ περιστρέφεται περὶ ἄξονα, θὰ εἶναι :

$$g'_\varphi = g_\varphi - 3{,}4 \cdot \text{συν}^2\,\varphi$$

Ἐπειδὴ ὅμως ἡ Γῆ δὲν εἶναι τελεία σφαῖρα, ἀλλὰ πεπλατυσμένον ἐλλειψοειδὲς ἐκ περιστροφῆς, διότι ὁ ἄξων αὐτῆς ΒΝ εἶναι βραχύτερος κατὰ 1/300 τοῦ $I\,I_1$, ἡ ὡς ἄνω ἐπιτάχυνσις ἔχει ἀνάγκην συμπληρωματικῶν διορθώσεων ἐκ τοῦ λόγου τούτου.

Ἐκ πολυαρίθμων μετρήσεων καθιερώθη ὁ ἀκόλουθος τύπος :

$$g'_\varphi = 983{,}2 - 5{,}2\ \text{συν}^2\,\varphi \qquad \text{cm} \cdot \text{sec}^{-2}$$

Διὰ τὸν Ἰσημερινόν, ὅπου $\varphi = 0$, εἶναι $g' = 978\ \text{cm} \cdot \text{sec}^{-2}$, διὰ πλάτος 45^0 $g' = 981\ \text{cm} \cdot \text{sec}^{-2}$ καὶ διὰ τοὺς πόλους $g' = 983{,}3\ \text{cm} \cdot \text{sec}^{-2}$. Ἡ ὡς ἄνω διόρθωσις δὲν εἶναι κατὰ μέσον ὅρον ἀνωτέρα τοῦ 0,005 καὶ ὡς ἐκ τούτου δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν εἰς τὰς πλείστας τῶν ἐφαρμογῶν. Ἡ ἑτέρα συνιστῶσα F_2 τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως ἔχει τιμήν :

$$F_2 = F \cdot \text{ημ}\,\varphi = m \cdot r^2 \cdot \omega \cdot \text{ημ}\,\varphi = m \cdot \omega^2 \cdot R \cdot \text{ημ}\,\varphi \cdot \text{συν}\,\varphi$$

Ἡ συνιστῶσα αὕτη ἔχει μεγίστην τιμὴν εἰς πλάτος 45^0, μηδενίζεται δὲ εἰς τὸν Ἰσημερινὸν καὶ τοὺς πόλους. Ἡ συνιστῶσα αὕτη ἐπιδιώκει τὴν μετατόπισιν παντὸς σώματος ἐλευθέρου, κειμένου ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, πρὸς τὸν Ἰσημερινόν, εἰς αὐτὴν δὲ ἀποδίδεται ἡ πλάτυνσις τῆς Γῆς.

***126. Κίνησις τεχνητῶν δορυφόρων περὶ τὴν Γῆν.** Ἡ γηΐνη ἐπιτάχυνσις μειοῦται μετὰ τοῦ ὕψους καὶ τὸ ἔργον διὰ τὴν μετακίνησιν σώματος μάζης m κατὰ δεδομένον μῆκος ἐπὶ τῆς κατακορύφου ἐλαττοῦται ὅσον ὑψηλότερα εὑρισκόμεθα.

Τὸ ὅλον ἔργον τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἀνύψωσιν σώματος μάζης m ἀπὸ τοῦ ἐδάφους μέχρις ὕψους ὅπου πρακτικῶς δὲν ὑφίσταται ἡ ἕλξις τῆς Γῆς, ὑπολογίζεται βάσει τοῦ δυναμικοῦ τῆς Γῆς ὡς ἴσον πρός:

$$A = k \cdot \frac{M \cdot m}{R}$$

ἔνθα k ἡ σταθερὰ παγκοσμίου ἕλξεως, M ἡ μᾶζα τῆς Γῆς καὶ R ἡ ἀκτὶς αὐτῆς.

Ἑπομένως, ἵνα ἓν σῶμα, π.χ. ἓν διαστημόπλοιον, κατορθώσῃ νὰ ἐκφύγῃ τῆς γηΐνης βαρύτητος, πρέπει νὰ ἔχῃ κινητικὴν ἐνέργειαν $1/2\ m \cdot \upsilon^2$ τοὐλάχιστον, ἴσην πρὸς τὸ ἐν λόγῳ ἔργον, δηλ. τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν τῆς ἀνυψώσεως.

Προκύπτει συνεπῶς ἐκ τῆς ἰσότητος:

$$\frac{1}{2}\, m \cdot \upsilon_0{}^2 = k \cdot \frac{M \cdot m}{R}$$

ἡ σχέσις:

$$\upsilon_0 = \sqrt{\frac{2\,k \cdot M}{R}}$$

ἐκ τῆς ὁποίας λαμβάνομεν ὁρικὴν ταχύτητα $\upsilon_0 = 11{,}2$ km/sec ἢ 40 300 περίπου χιλιόμετρα ἀνὰ ὥραν.

Ἐὰν ὅμως θέλωμεν τὸ σῶμα νὰ διαγράψῃ κλειστὴν τροχιὰν περὶ τὴν Γῆν, τότε προφανῶς ἡ ταχύτης υ πρέπει νὰ εἶναι μικροτέρα τῆς $\upsilon_0 = 11{,}2$ km/sec, εὑρίσκομεν δὲ ταύτην ὡς ἑξῆς:

Ἐὰν ὁ τεχνητὸς δορυφόρος κινῆται κυκλικῶς περὶ τὴν Γῆν καὶ ἔχῃ μᾶζαν m, πρέπει νὰ ὑπάρχῃ ἰσότης τῆς ἕλξεώς του πρὸς τὴν Γῆν καὶ τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως. Ὅθεν θὰ ἔχωμεν:

$$k \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot \upsilon^2}{r}$$

ἔνθα r ἡ ἀπόστασις τοῦ δορυφόρου ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς Γῆς, ἤτοι $r = R + h$ (h = τὸ ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους).

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω σχέσεων προκύπτει διὰ $h \ll R$ (h πολὺ μικρότερον τοῦ R):

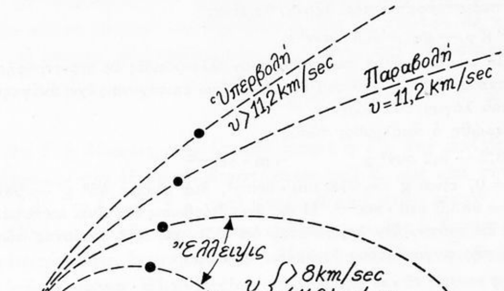
$$\upsilon = \sqrt{\frac{k \cdot m}{R}}$$

καὶ

$$\upsilon = \frac{\upsilon_0}{\sqrt{2}}$$

ἄρα υ περίπου ἴσον πρὸς 8 km/sec ἢ 28 800 km/h.

Διὰ ταχύτητας μεταξὺ 8 καὶ 11,2 χιλιομέτρων ἀνὰ sec, θὰ ἔχωμεν διαφόρου ἐκκεντρότητος ἐλλειπτικὰς τροχιάς, ἐνῷ διὰ ταχύτητας μικροτέρας τῶν 8 km/sec, τὸ σῶμα θὰ πέσῃ ἐπὶ τῆς Γῆς.

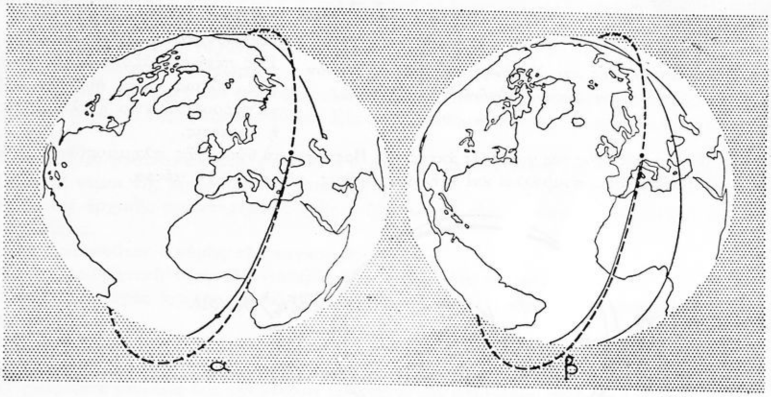


Σχ. 245. Ἀπεικόνισις τροχιῶν δορυφόρων διὰ ταχύτητας ὁλονὲν αὐξανομένας.

Διὰ νὰ δυνηθῶμεν νὰ θέσωμεν ἕνα τεχνητὸν δορυφόρον εἰς τὴν τροχιάν του, ἀνυψοῦμεν αὐτὸν εἰς ὕψος ἀνώτερον τῶν 100 km, πρὸς ἀποφυγὴν τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος, φροντίζοντες συγχρόνως νὰ ἀποκτήσῃ κατάλληλον κλίσιν καὶ ὁριζόντιον (ἐφαπτομενικὴν) ταχύτητα ἀνωτέραν τῶν 7 - 8 km/sec.

Ὁ πρῶτος τεχνητὸς δορυφόρος (Σπούτνικ I) ἐξαπελύθη εἰς Ρωσίαν (σχ. 246), πιθανῶς πλησίον τῆς Κασπίας θαλάσσης, τὴν 4ην Ὀκτωβρίου 1957 καὶ εἶχε μᾶζαν

83,6 kgr. Ἡ τροχιά του ἦτο ἐλλειπτικὴ μὲ περίγειον 228 km καὶ ἀπόγειον (μεγαλυτέρα ἀπόστασις ἀπὸ τῆς Γῆς) 947 km, ἐξετέλει δὲ περίπου 15 περιστροφὰς ἀνὰ 24ωρον. Λόγῳ τῶν ἐλαχίστων τριβῶν κατώρθωσε νὰ διατηρηθῇ ἐπὶ τρίμηνον ἐν κινήσει, μὲ μειούμενον ὁλονὲν ὕψος ἀπὸ τῆς Γῆς. Τέλος, κατὰ Ἰανουάριον τοῦ 1958, εἰσελθὼν εἰς πυκνότερα στρώματα τῆς ἀτμοσφαίρας, ὑπερεθερμάνθη καὶ ἐκάη διασκορπισθεὶς ὡς κονιορτὸς εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν.



Σχ. 246. Ἴχνη τροχιῶν τοῦ πρώτου τεχνητοῦ δορυφόρου (Σπούτνικ I). Εἰς τὸ σχῆμα δεικνύεται ἡ μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου μετατόπισις τῆς τροχιᾶς ὡς πρὸς τὴν Γῆν. (α) Συμπλήρωσις τῆς 1ης τροχιᾶς, (β) συμπλήρωσις 2ας τροχιᾶς περιστροφῆς τοῦ δορυφόρου.

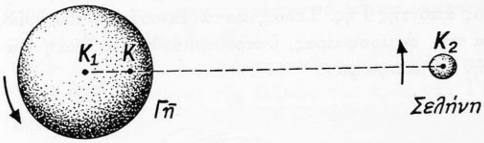
Ὁ ἀμέσως ἑπόμενος τεχνητὸς δορυφόρος «Ἐρευνητὴς» (Explorer I) ἐτέθη εἰς τὴν τροχιάν του τὴν 31 Ἰανουαρίου 1958 ὑπὸ τῶν Ἡνωμένων Πολιτειῶν, ἐκτοξευθεὶς ἀπὸ τὸ Ἀκρωτήριον Κανάβεραλ τῆς Φλωρίδος. Τὰ χαρακτηριστικά του ἦσαν: Μᾶζα 15 kgr, περίγειον 354 km, ἀπόγειον 2 557 km. Ἐξετέλει περίπου 12,5 στροφὰς ἀνὰ 24ωρον. Οὗτος θὰ καταστραφῇ περὶ τὸ τέλος τοῦ 1962, τηκόμενος καὶ ἐξαεριούμενος λόγῳ ὑπερθερμάνσεως ἐκ τριβῶν ἐν τῇ ἀτμοσφαίρᾳ.

*** 127. Πλημμυρὶς καὶ ἄμπωτις.** Εἰς τὰς ἀκτὰς ἰδίως τῶν ἀνοικτῶν θαλασσῶν παρατηρεῖται δὶς τῆς ἡμέρας μία ἀνύψωσις καὶ κατάπτωσις τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης (παλίρροια).

Ἡ παλιρροιακὴ κίνησις σχετίζεται μὲ τὴν περιστροφὴν τῆς Σελήνης, ἡ δὲ αἰτία τοῦ φαινομένου, καίτοι εἶχεν ἀπὸ πολλῶν αἰώνων προταθῇ, εὗρε τὴν πλήρη ἑρμηνείαν της ἀπὸ τὸν Νεύτωνα.

Τὸ σύστημα Γῆ - Σελήνη στρέφεται περὶ τὸ κοινὸν κέντρον βάρους (μάζης) αὐτοῦ (σχ. 247). Τὸ κέντρον αὐτὸ κεῖται, λόγῳ τῆς μεγάλης μάζης τῆς Γῆς ἐν σχέσει πρὸς τὴν τῆς Σελήνης, ἐντὸς τῆς Γῆς, εἰς τὰ 3/4 περίπου τῆς ἀκτῖνός της. Τὸ κέντρον ὅθεν τῆς Γῆς K_1, στρεφόμενον περὶ τὸ κέντρον βάρους τοῦ συστήματος K, ὑφίσταται φυγοκέντρισιν, τὴν ὁποίαν ἀντισταθμίζει ἡ παγκόσμιος ἕλξις μεταξὺ τῶν κέντρων Γῆς - Σελήνης (K_1, K_2).

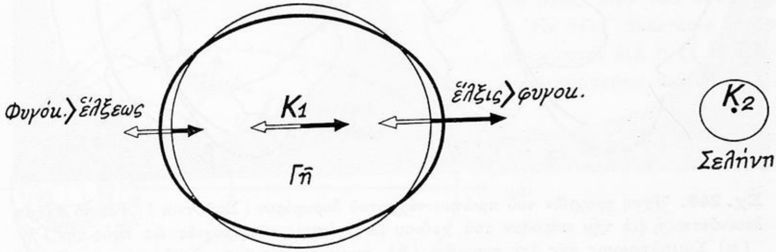
Ἐὰν ὅμως ὑπάρχῃ ἰσότης δυνάμεων εἰς τὴν περιοχὴν τοῦ κέντρου τῆς Γῆς (σχ. 248), δὲν συμβαίνει τὸ αὐτὸ εἰς τὴν πρὸς τὴν Σελήνην ἐστραμμένην πλευρὰν τῆς Γῆς ἢ τὴν ἀντίθετον. Καὶ εἰς μὲν τὴν πρώτην ὑπερτερεῖ λόγῳ τῆς μικροτέρας ἀποστάσεως ἡ ἕλξις, εἰς δὲ τὴν ἀντίθετον ἡ φυγόκεντρος.



Σχ. 247. Κέντρα Γῆς καὶ Σελήνης ὡς πρὸς τὸ κοινὸν κέντρον βάρους αὐτῶν Κ.

Ἑπομένως τὰ ὕδατα τῆς πλησιεστέρας πρὸς τὴν Σελήνην πλευρᾶς τῆς Γῆς ἀνυψοῦνται πρὸς αὐτήν, ἐνῷ τῆς ἀντιθέτου ἀνυψοῦνται τείνοντα νὰ ἀπομακρυνθοῦν τῆς Σελήνης. Αἱ ἀνυψώσεις αὗται μετακινοῦνται ὡς ἐκ τῆς στροφῆς τῆς Γῆς περὶ τὸν ἄξονά της κάθε ἡμέραν, οὕτως ὥστε δὶς τῆς ἡμέρας νὰ παρουσιάζονται ἡ πλημμυρὶς καὶ ἡ ἄμπωτις.

Εἰς τὴν Μάγχην καὶ πρὸς τὰς γαλλικὰς ἀκτὰς τῆς Βρετάνης τὸ ὕψος τῆς πλημμυρίδος εἰς ὡρισμένας περιπτώσεις, ὅπου συμβάλλει καὶ ἡ ἡλιακὴ δρᾶσις, φθάνει τὰ 16 μέτρα.



Σχ. 248. Ἐπίδρασις τῆς Σελήνης ἐπὶ τῆς πλατύνσεως τῆς Γῆς.

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α' Ἐρωτήσεις

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου βαρύτης. Πῶς καθορίζεται ἡ διεύθυνσις τῆς βαρύτητος καὶ ποῖον τὸ μέτρον τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος.

Τί καλοῦμεν βάρος σώματος καὶ ποῖαι αἱ ἐξισώσεις καὶ μονάδες μετρήσεως αὐτοῦ εἰς τὰ διάφορα συστήματα μονάδων.

Πότε ἡ μᾶζα σώματος καὶ τὸ βάρος αὐτοῦ ἐκφράζονται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ. Εἶναι τὰ δύο μεγέθη ἐκπεφρασμένα εἰς ἑνιαῖον σύστημα μονάδων ;

Ἡ ἰδία δύναμις ἡ ὁποία προκαλεῖ τὴν πτῶσιν τῶν σωμάτων, μήπως προκαλεῖ καὶ τὴν ὕψωσιν τῶν ἀεροστάτων ; Νὰ δικαιολογηθῇ ἡ ἀπάντησίς σας.

Πῶς ἀποδεικνύονται οἱ νόμοι τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων διὰ τοῦ σωλῆνος τοῦ Νεύτωνος, διὰ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, διὰ τῆς μηχανῆς τοῦ Atwood καὶ διὰ τῆς αὐτογραφικῆς διατάξεως καὶ χρονοφωτογραφικῆς μεθόδου.

Τί καλοῦμεν κέντρον βάρους σώματος.

Τί καλοῦμεν πυκνότητα σώματος καὶ ποῖαι αἱ ἐξισώσεις διαστάσεων καὶ μονάδες αὐτῆς εἰς τὰ διάφορα γνωστὰ συστήματα μονάδων.

Τί καλοῦμεν εἰδικὸν βάρος σώματος καὶ ποῖαι αἱ ἐξισώσεις διαστάσεων καὶ αἱ μονάδες αὐτοῦ εἰς τὰ διάφορα συστήματα μονάδων.

Ποία σχέσις ὑφίσταται μεταξὺ πυκνότητος καὶ εἰδικοῦ βάρους καὶ πότε ἡ πυκνότης καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος ἐκφράζονται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ.

Πόσα εἴδη ἰσορροπίας ἔχομεν καὶ ποῖα τὰ χαρακτηριστικὰ γνωρίσματα αὐτῶν.

Ποῖαι αἱ συνθῆκαι εὐσταθείας σώματος ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τοῦ βάρους του.

Νὰ εὑρεθῇ ὁ γενικὸς τύπος ὁ παρέχων τὸ διανυόμενον διάστημα μεταξὺ δύο διαδοχικῶν χρονικῶν μονάδων.

Πῶς μεταβάλλεται ἡ ἐπιτάχυνσις, ἡ ταχύτης καὶ τὸ διάστημα μετὰ τοῦ χρόνου εἰς τὴν περίπτωσιν σώματος πίπτοντος ἐλευθέρως.

Πῶς μεταβάλλεται ἡ ταχύτης σώματος μετὰ τοῦ διανυομένου διαστήματος εἰς τὴν περίπτωσιν σώματος πίπτοντος ἐλευθέρως.

Τί καλοῦμεν μαθηματικὸν ἐκκρεμές. Δώσατε ἑρμηνείαν τῆς κινήσεως μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς καὶ ποῖοι οἱ νόμοι τῆς κινήσεως αὐτοῦ. Εἰς ποῖον μαθηματικὸν τύπον περιλαμβάνονται οἱ ἀνωτέρω νόμοι.

Τί καλοῦμεν φυσικὸν ἐκκρεμὲς καὶ ποία ἡ διαφορὰ μεταξὺ αὐτοῦ καὶ τοῦ μαθηματικοῦ.

Ποῖοι οἱ νόμοι τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν.

Ἐκ ποίας ἀρχικῆς παρατηρήσεως ἤχθη ὁ Νεύτων εἰς τὴν διατύπωσιν τοῦ νόμου τῆς παγκοσμίου ἕλξεως.

Πῶς διατυποῦται ὁ νόμος τῆς παγκοσμίου ἕλξεως.

Ποία ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς σταθερᾶς k καὶ πῶς αὕτη καθορίζεται.

Ποίας ἐφαρμογὰς ἔχομεν ἐκ τοῦ καθορισμοῦ τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς τῆς σταθερᾶς τῆς παγκοσμίου ἕλξεως.

Τί καλοῦμεν πεδίον βαρύτητος καὶ πῶς εὑρίσκεται ἡ ἔντασις καὶ ἡ διεύθυνσις αὐτοῦ.

Ποία ἡ ἐπίδρασις τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς ἐπὶ τῆς ἐπιταχύνσεως.

Τί γνωρίζετε γενικῶς διὰ τὴν κίνησιν τῶν τεχνητῶν δορυφόρων περὶ τὴν Γῆν.

Πῶς ἐξηγεῖται ἡ πλημμυρὶς καὶ ἡ ἄμπωτις.

Β′ Προβλήματα

1. Σφαῖρα πίπτει ἐλευθέρως ἐξ ὕψους καὶ συναντᾷ τὸ ἔδαφος ἐντὸς 3 sec. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ὕψος ἐξ οὗ ἐβλήθη. ($g = 9,81$ m/sec².) (Ἀπ. $h = 44,14$ m.)

2. Λίθος βάλλεται ἀπὸ τοῦ στομίου φρέατος μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 30 m/sec καὶ φθάνει εἰς τὸν πυθμένα ἐντὸς 2 sec. Πόσον τὸ βάθος τοῦ φρέατος. (Ἀπ. $h = 79,62$ m.)

3. Σῶμα πίπτει ἐλευθέρως ἐπὶ 6 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ διάστημα τὸ διανυόμενον εἰς τὰ τελευταῖα 2 sec. ($g = 9,81$ m/sec².) (Ἀπ. $s = 98,1$ m.)

4. Ἀπὸ κατερχομένου ἀεροστάτου καὶ ἐξ ἀποστάσεως 100 m ἀπὸ τοῦ ἐδάφους ἀφίεται νὰ πέσῃ σῶμα. Πόση εἶναι ἡ ταχύτης καθόδου τοῦ ἀεροστάτου, ὅταν τὸ σῶμα φθάνῃ εἰς τὸ ἔδαφος ἐντὸς 2 sec. ($g = 9,81$ m/sec².) (Ἀπ. $\upsilon_0 = 40,19$ m/sec.)

5. Ἐκ ποίου ὕψους πρέπει νὰ πέσῃ ἄνθρωπος, ἵνα, ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος, ἔχῃ τὸ αὐτὸ συναίσθημα πρὸς ἀλεξιπτωτιστήν, ὁ ὁποῖος προσγειοῦται μὲ ταχύτητα 8 m/sec. ($g = 9,81$ m/sec².) (Ἀπ. $h = 3,26$ m.)

6. Σῶμα ἐλευθέρως πῖπτον ἔχει εἰς τὸ σημεῖον Α ταχύτητα 40 cm/sec καὶ εἰς τὸ κατώτερον σημεῖον Β ταχύτητα 150 cm/sec. Πόσον τὸ μῆκος τοῦ τμήματος ΑΒ. ($g = 9,81$ cm/sec².) (Ἀπ. ΑΒ $= 10,6$ cm.)

7. Βλῆμα βάλλεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 900 m/sec καὶ λόγῳ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος ἀνέρχεται εἰς ὕψος 8 600 m. Νὰ εὑρεθῇ ὁ λόγος τοῦ ὕψους τούτου πρὸς τὸ ὕψος εἰς τὸ ὁποῖον θὰ ἀνήρχετο ἐν τῷ κενῷ. ($g = 10$ m/sec^2.) ('Απ. 0, 212.)

8. 'Από τῆς κορυφῆς φρέατος βάθους 20 m ἀφίεται νὰ πίπτῃ σφαῖρα καὶ μετὰ πάροδον 1 sec ἀφίεται νὰ πίπτῃ καὶ δευτέρα σφαῖρα. Εἰς ποῖον ὕψος ἀπὸ τοῦ πυθμένος θὰ εὑρίσκεται ἡ δευτέρα σφαῖρα, ὅταν ἡ πρώτη φθάνῃ εἰς τὸν πυθμένα. ($g = 10$ m · sec^{-2}.) ('Απ. $x = 15$ m.)

9. Μὲ πόσην ταχύτητα πρέπει νὰ βληθῇ σῶμα κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω, ἵνα τὸ μέγιστον ὕψος εἶναι 20 m. Πόση ἡ ταχύτης αὐτοῦ εἰς ὕψος ἴσον πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ μεγίστου. ($g = 9{,}81$ m/sec^2.) ('Απ. $\upsilon_0 = 19{,}8$ m/sec, $\upsilon_0' = 14$ m/sec.)

10. Μὲ πόσην ἀρχικὴν ταχύτητα πρέπει νὰ βληθῇ σῶμα ἐξ ὕψους 10 m κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω, ἵνα τοῦτο φθάνῃ εἰς τὸ ἔδαφος μὲ ταχύτητα 20 m/sec. Πόσον χρόνον θὰ χρειασθῇ τὸ σῶμα διὰ νὰ φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος. ($g = 9{,}81$ m/sec^2.) ('Απ. $\upsilon_0 = 14{,}3$ m/sec, $t = 0{,}58$ sec.)

11. Μὲ πόσην ἀρχικὴν ταχύτητα πρέπει σῶμα νὰ βληθῇ ἐξ ὕψους 10 m κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω, ἵνα τοῦτο φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος ἐντὸς 1 sec. Πόση εἶναι ἡ τελικὴ ταχύτης. ($g = 9{,}81$ m/sec^2.) ('Απ. $\upsilon_0 = 5{,}1$ m/sec, $\upsilon = 14{,}91$ m/sec.)

12. Σῶμα βάλλεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω ἐκ τοῦ ἐδάφους μὲ ταχύτητα 10 m/sec. Εἰς ποῖον ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους θὰ εὑρίσκεται τὸ σῶμα μετὰ πάροδον 2 sec. ($g = 10$ m/sec^2.) ('Απ. $h = 0$.)

13. Σῶμα βάλλεται ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω ὑπὸ ταχύτητα 20 m/sec. Εἰς ποῖον ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους ἡ ταχύτης θὰ ἔχῃ ἐλαττωθῇ εἰς τὸ 1/4 τῆς ἀρχικῆς. ($g = 9{,}81$ m/sec^2.) ('Απ. $h = 19{,}13$ m.)

14. Σῶμα πίπτει ἐλευθέρως ἐξ ὕψους 20 m. Ταυτοχρόνως δεύτερον σῶμα βάλλεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 15 m/sec. Πότε καὶ εἰς ποῖον ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους συναντῶνται τὰ σώματα. ($g = 10$ m/sec^2.) ('Απ. $t = 1{,}33$ sec, 11,11 m.)

15. Σῶμα βάλλεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω μὲ ταχύτητα 20 cm/sec. Κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμὴν ἀπὸ τοῦ ἀνωτάτου σημείου, ὅπου δύναται νὰ φθάσῃ τὸ σῶμα, βάλλεται δεύτερον σῶμα πρὸς τὰ κάτω μὲ τὴν αὐτὴν ἀρχικὴν ταχύτητα. Πότε καὶ ποῦ συναντῶνται τὰ δύο σώματα. Ποῖαι αἱ ταχύτητες αὐτῶν κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην. ($g = 10$ m/sec^2.) ('Απ. $t = 0{,}5$ sec, 8,75 m, $\upsilon_1 = 15$ m/sec, $\upsilon_2 = 25$ m/sec.)

16. Σῶμα ὀλισθαίνει ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου. Τὸ ἐπίπεδον σχηματίζει γωνίαν 60^0 ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν. Νὰ προσδιορισθῇ α) ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις Χ καὶ β) ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις Ψ, τὴν ὁποίαν θὰ διανύσῃ τὸ σῶμα ἐντὸς 5 sec. ($g = 10$ m/sec^2.) ('Απ. $X = 54{,}1$ m, $\Psi = 93{,}75$ m.)

17. Σῶμα βάλλεται πρὸς τὰ ἄνω ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου γωνίας 30^0 ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν καὶ μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 40 m/sec μετρουμένην κατὰ μῆκος τῆς κλίσεως. Νὰ εὑρεθῇ α) ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ νὰ ἐπανέλθῃ τὸ σῶμα εἰς τὴν θέσιν ἐξ ἧς ἐβλήθη καὶ β) ἡ ἀπόστασις, τὴν ὁποίαν διήνυσεν ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου. ($g = 9{,}81$ m/sec^2.) ('Απ. α' $t = 16$ sec. β' $x = 160$ m.)

18. Σφαῖρα πίπτουσα ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου ὑφίσταται εἰς ἕκαστον δευτερόλεπτον αὔξησιν τῆς ταχύτητός της κατὰ 5 cm/sec. Πόση ἡ ταχύτης αὐτῆς μετὰ πάροδον 10 sec καὶ πόσον διάστημα διήνυσε. ('Απ. $\upsilon = 50$ cm/sec, $s = 250$ cm.)

19. 'Από τοῦ κατωτάτου ἄκρου κεκλιμένου ἐπιπέδου βάλλεται πρὸς τὰ ἄνω σφαῖρα μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 1 m/sec. 'Η ἐπιβράδυνσις εἶναι 20 cm/sec^2. Πόσον εἶναι τὸ μέγιστον διάστημα τὸ ὁποῖον διανύει ἡ σφαῖρα καὶ πόσον χρόνον ἐχρειάσθη. Εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ κατωτάτου ἄκρου τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου ἡ ταχύτης τῆς σφαίρας εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἥμισυ τῆς ἀρχικῆς. ('Απ. $s_{\mu\varepsilon\gamma} = 250$ cm. $s = 187{,}5$ cm.)

20. 'Εξ ἑνὸς σημείου Ο βάλλεται σφαῖρα ὁριζοντίως ὑπὸ ταχύτητα 10 m/sec κατὰ κατακορύφου τοίχου. 'Η σφαῖρα συναντᾷ τὸν τοῖχον εἰς σημεῖον Α', τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται κατὰ 40 cm κάτωθεν τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου τοῦ διερχομένου διὰ τῆς θέσεως βολῆς. Εἰς ποίαν ἀπόστασιν εὑρίσκεται ὁ τοῖχος ἀπὸ τοῦ σημείου Ο. ($g = 9{,}81$ m/sec^2.) ('Απ. $s = 2{,}86$ m.)

21. 'Αεροπλάνον ἵπταται ὁριζοντίως ὑπὸ ταχύτητα 400 km/h καὶ εἰς ὕψος 4 000 m. 'Εὰν ὁ ἀεροπόρος ἀφήσῃ ἀπὸ τοῦ ἀνωτέρου ὕψους βόμβαν, ὑπὸ ποίαν ταχύτητα φθάνει ἡ βόμβα εἰς τὸ ἔδαφος. ($g = 9{,}81$ m/sec^2.) ('Απ. $\upsilon' = 301{,}3$ m/sec.)

22. Σῶμα βάλλεται πρὸς τὰ ἄνω ὑπὸ γωνίαν 45^0 ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν. 'Υπὸ ποίαν γωνίαν, ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν, βλέπει παρατηρητὴς ἀπὸ τῆς θέσεως τῆς βολῆς τὸ σῶμα, ὅταν τοῦτο διέρχεται διὰ τοῦ ἀνωτάτου σημείου τῆς τροχιᾶς του. ('Απ. $\omega = 26^0\ 33'$.)

23. 'Υπὸ ποίαν γωνίαν βολῆς, ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν, πρέπει νὰ βληθῇ βλῆμα πρὸς τὰ ἄνω, ἵνα ὑπὸ ἀρχικὴν ταχύτητα 10 m/sec συναντήσῃ τὸ ὁριζόντιον ἔδαφος εἰς ἀπόστασιν 5 m ἀπὸ τῆς θέσεως βολῆς. Πόσον εἶναι τὸ μέγιστον ὕψος ἀνόδου. ($g = 10$ m/sec^2.)

('Απ. $\alpha = 15^0$, $\alpha = 75^0$, $h_{\mu\acute{\epsilon}\gamma} = 0{,}328$ m, $h'_{\mu\acute{\epsilon}\gamma} = 4{,}77$ m.)

24. Λίθος βάλλεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω, μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 38 m/sec. Νὰ ὑπολογισθῇ : α) 'Ο χρόνος τὸν ὁποῖον χρειάζεται ὁ λίθος διὰ νὰ ἀποκτήσῃ τὸ μέγιστον ὕψος, β) τὸ μέγιστον ὕψος, γ) ὁ χρόνος τὸν ὁποῖον χρειάζεται διὰ νὰ κατέλθῃ ἐκ νέου, δ) ἡ ταχύτης τὴν ὁποίαν θὰ ἔχῃ ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος.

('Απ. α' $t = 3{,}8$ sec. β' $h = 72{,}2$ m. γ' $t = 3{,}8$ sec. $\upsilon = 38$ m/sec.)

25. 'Απὸ κωδωνοστασίου, ὕψους 60 m, ἄνθρωπος βάλλει κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω λίθον, ὑπὸ ταχύτητα 25 m/sec. Ζητεῖται πόσον χρόνον θὰ χρειασθῇ ὁ λίθος διὰ νὰ φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος καὶ μὲ ποίαν ταχύτητα. ('Απ. $t_1 = 6{,}7$ sec, $\upsilon = 42$ m/sec.)

26. Δίδεται ἡ βάσις ΑΓ κεκλιμένου ἐπιπέδου καὶ ζητεῖται νὰ προσδιορισθῇ ἡ γωνία κλίσεως α, οὕτως ὥστε σῶμα ὀλισθαῖνον κατὰ μῆκος τούτου νὰ χρειασθῇ τὸν ἐλάχιστον δυνατὸν χρόνον διὰ νὰ κατέλθῃ. ('Απ. $\alpha = 45^0$.)

27. Νὰ εὑρεθοῦν οἱ χρόνοι οἱ ὁποῖοι ἀπαιτοῦνται, ἵνα πῖπτον σῶμα διατρέξῃ τὴν κατακόρυφον διάμετρον ΑΓ ἑνὸς κύκλου, καθὼς καὶ τὰς χορδὰς ΑΒ καὶ ΒΓ, ὅταν ἡ χορδὴ ΒΓ σχηματίζῃ τυχοῦσαν γωνίαν θ μετὰ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου. (Εἰσαγωγικαὶ ἐξετάσεις Πανεπιστημίου 'Αθηνῶν, τμῆμα Φυσικόν, 1954.)

$$\left(\text{'Απ. } t_1 = t_2 = t_3 = 2\sqrt{\frac{r}{g}}. \right)$$

28. 'Απὸ σημείου Α ἀφίεται νὰ πίπτῃ σῶμα ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος. 'Εξ ἑτέρου σημείου Β εὑρισκομένου ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου καὶ κάτωθεν τοῦ σημείου Α, εἰς ἀπόστασίν τινα ἀπ' αὐτοῦ, βάλλεται κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμὴν σῶμα κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα υ_0. Ζητοῦνται: α) Ποῦ καὶ εἰς ποίαν χρονικὴν στιγμὴν θὰ γίνῃ ἡ συνάντησις τῶν δύο σωμάτων. β) Ποῖαι θὰ εἶναι αἱ ἀντίστοιχοι ταχύτητες τῶν δύο κινητῶν κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς συναντήσεως. γ) Ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ ἀρχικὴ ταχύτης τοῦ πρὸς τὰ ἄνω ριπτομένου σώματος, ἵνα ἡ συνάντησις γίνῃ εἰς τὸ μέσον τῆς ΑΒ. Δίδεται ἡ ἔντασις τῆς βαρύτητος εἰς τὸν τόπον τοῦ πειράματος g εἰς μονάδας C.G.S.

$$\left(\text{'Απ. α' } t = \frac{s}{\upsilon_0},\ \mathrm{B\Gamma} = s - \frac{1}{2}\, g\, \frac{s^2}{\upsilon_0^2}.\ \beta'\ \upsilon_1 = g \cdot \frac{s}{\upsilon_0},\ \upsilon_2 = \upsilon_0 - g \cdot \frac{s}{\upsilon_0}.\ \gamma'\ \upsilon'_0 = \sqrt{g \cdot s}.\right)$$

29. "Οταν ἀερόστατον εὑρίσκεται εἰς ὕψος 600 m καὶ ἀνέρχεται ὑπὸ ταχύτητα 10 m/sec, ἀφίεται ἐλεύθερος εἷς λίθος. Νὰ εὑρεθῇ ὁ χρόνος ὅστις παρέρχεται ἀπὸ τὴν στιγμὴν τῆς ἀφέσεως, ἕως ὅτου ὁ λίθος συναντήσῃ τὸ ἔδαφος. ($g = 10$ m/sec^2.) ('Απ. $t = 120$ sec.)

30. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος εἰς τόπον, ὅπου μαθηματικὸν ἐκκρεμὲς μήκους 100 cm ἐκτελεῖ 100 πλήρεις αἰωρήσεις ἐντὸς 246 sec. ('Απ. $g = 979$ cm/sec^2.)

31. Ἐκκρεμὲς ἀποτελεῖται ἀπὸ λεπτὸν χαλύβδινον σύρμα μήκους 6 m, ἀπὸ τὸ ὁποῖον ἐξαρτᾶται μικρὰ βαρεῖα σφαῖρα. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ περίοδος τῆς κινήσεως καὶ ὁ ἀριθμὸς τῶν πλήρων αἰωρήσεων ἀνὰ πρῶτον λεπτόν. ($g = 9{,}81$ m/sec^2). (Ἀπ. $T = 4{,}91$ sec, $\nu = 12{,}2$ min^{-1}.)

32. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ μῆκος ἐκκρεμοῦς δευτερολέπτων εἰς τὸν Ἰσημερινόν, ὅπου ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης εἶναι 978,049 cm/sec^2. (Ἀπ. $l = 99{,}09$ cm.)

33. Μαθηματικὸν ἐκκρεμὲς ἐκτελεῖ εἰς 1 min 60 πλήρεις ταλαντώσεις. Κατὰ πόσον πρέπει νὰ βραχυνθῇ, ἵνα τοῦτο ἐκτελῇ εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον 90 πλήρεις ταλαντώσεις. ($g = 981$ cm/sec^2.) (Ἀπ. $l_1 - l_2 = 13{,}84$ cm.)

34. Ἐκκρεμὲς ἔχει περίοδον κινήσεως 2,14 sec εὑρισκόμενον εἰς ὕψος 5 km ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης. Ποία ἡ περίοδος τοῦ ἰδίου ἐκκρεμοῦς εἰς ὕψος 32 km ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης. (Δίδεται ἡ ἀκτὶς τῆς Γῆς $R = 6{,}3 \cdot 10^8$ cm.) (Ἀπ. $T = 2{,}15$ sec.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΣΤ'

ΟΡΜΗ. ΚΡΟΥΣΙΣ

128. Ὁρμὴ καὶ ὤθησις δυνάμεως. Καλοῦμεν ὁ ρ μ ὴ ν (J) ὑλικοῦ σημείου, χαρακτηριστικὸν διανυσματικὸν μέγεθος κινουμένου σώματος, τοῦ ὁποίου τὸ μέτρον ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς μάζης ἐπὶ τὴν ταχύτητα αὐτοῦ.

Ἑπομένως εἶναι:

$$\boxed{J = m \cdot \upsilon} \qquad \boxed{\text{ὁρμὴ} = \text{μᾶζα} \times \text{ταχύτης}} \qquad (1)$$

Ὅπως προκύπτει ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης, ἡ διεύθυνσις τῆς ὁρμῆς συμπίπτει μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος.

Προσδιορισμὸς ἐπιταχυνούσης δυνάμεως. Ἔστω ὅτι ἐπὶ σώματος μάζης m, εὑρισκομένου ἐν ἠρεμίᾳ, ἐπιδρᾷ ἡ σταθερὰ δύναμις F. Γνωρίζομεν ὅτι αὕτη μεταδίδει εἰς τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν σταθερὰν γ, εἶναι δέ:

$$F = m \cdot \gamma \qquad (2)$$

Ἐὰν ἡ δύναμις ἐπενεργῇ ἐπὶ χρόνον t, τὸ σῶμα εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου τούτου θὰ ἔχῃ ἀποκτήσει ταχύτητα $\upsilon = \gamma \cdot t$. Ἐκ τῆς ἰσότητος ταύτης εὑρίσκομεν $\gamma = \upsilon / t$ καί, ἀντικαθιστῶντες τὴν τιμὴν τοῦ γ εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1), εὑρίσκομεν:

$$F = \frac{m \cdot \upsilon}{t} \qquad (3)$$

Ἡ σχέσις (3) ἐκφράζει τὴν ἀκόλουθον γενικωτέραν πρότασιν: **«Ἡ ἐπιταχύνουσα δύναμις ἰσοῦται κατὰ τὸ μέτρον αὐτῆς πρὸς τὴν μεταβολὴν τῆς**

ορμής του σώματος ανά μονάδα χρόνου». Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης λαμβάνομεν εὐκόλως:

$$\boxed{F \cdot t = m \cdot \upsilon} \qquad (4)$$

Ἐξίσωσις διαστάσεων καὶ μονάδες.

α) Συστήματα μονάδων C.G.S. καὶ M.K.S. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) λαμβάνομεν:

$$[J] = [L\ M\ T^{-1}]$$

καὶ μονὰς τό:

$$1\ \text{gr} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^{-1} \text{ ἢ } 1\ \text{kgr} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-1}$$

β) Τεχνικὸν σύστημα. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) λαμβάνομεν:

$$[J] = [L^{-1}\ M\ T^2\ L\ T^{-1}] = [F\ T] \text{ καὶ μονὰς τό: } 1\ \text{kgr}^* \cdot \text{sec}$$

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Δύναμις 2 000 dyn ἐπενεργεῖ ἐπὶ σώματος μάζης 400 gr. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης καὶ ἡ ὁρμὴ τοῦ σώματος μετὰ παρέλευσιν 8 sec.

Λύσις. Ἐὰν καλέσωμεν γ τὴν ἐπιτάχυνσιν τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα, τότε, μετὰ παρέλευσιν χρόνου t ἀπὸ τῆς ἐνεργείας τῆς δυνάμεως, ἡ ταχύτης τοῦ σώματος θὰ εἶναι $\upsilon = \gamma \cdot t$ καὶ ἑπομένως ὁ θεμελιώδης τύπος τῆς Δυναμικῆς $F = m \cdot \gamma$ δύναται νὰ γραφῇ:

$$F = m \cdot \frac{\upsilon}{t}$$

Λύοντες τὸν τύπον τοῦτον ὡς πρὸς τὴν ταχύτητα υ, λαμβάνομεν:

$$\upsilon = \frac{F \cdot t}{m}$$

Ἐπειδὴ αἱ τιμαὶ τῶν μεγεθῶν ἔχουν δοθῇ εἰς τὸ σύστημα C.G.S., προτιμῶμεν νὰ ἐργασθῶμεν εἰς τὸ σύστημα τοῦτο. Οὕτω, θέτοντες εἰς τὸν ἀνωτέρω τύπον : $m = 400$ gr, $F = 2\,000$ dyn καὶ $t = 8$ sec, εὑρίσκομεν:

$$\underline{\upsilon = 40\ \text{cm/sec}}$$

Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν ζητουμένην ὁρμὴν τοῦ σώματος, χρησιμοποιοῦμεν τὸν γνωστὸν τύπον τῆς ὁρμῆς:

$$J = m \cdot \upsilon$$

καί, ἐργαζόμενοι εἰς τὸ σύστημα C.G.S., εὑρίσκομεν ἐκ τοῦ τύπου τούτου:

$$\underline{J = 16\,000\ \text{gr} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}}$$

Ὤθησις δυνάμεως. Τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως (F) ἐπὶ τὸν χρόνον ἐπενεργείας αὐτῆς (Δt) καλοῦμεν ὤθησιν (ἢ ὦσιν) δυνάμεως (Ω), ἤτοι :

$$\boxed{\Omega = F \cdot \Delta t} \qquad (5)$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (4) προκύπτει, ὅτι «ἡ ὤθησις δυνάμεως ἰσοῦται πρὸς τὴν μεταβολὴν τῆς ὁρμῆς», ἤτοι :

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \upsilon - m \cdot \upsilon_0 = \Delta J \qquad (6)$$

Ὅπου $m \cdot \upsilon_0$ παριστᾷ τὴν ἀρχικὴν ὁρμὴν τοῦ σώματος καὶ $m \cdot \upsilon$ τὴν τελικήν. Διὰ τῆς σχέσεως ταύτης δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν τιμὴν τῆς δυνάμεως, τῆς ἀπαιτουμένης ἵνα τὸ ὑλικὸν σημεῖον ὑποστῇ δεδομένην μεταβολὴν ταχύτητος ἐντὸς ὡρισμένου χρόνου. Οὕτω:

$$F = \frac{m \cdot \upsilon - m \cdot \upsilon_0}{\Delta t} \quad \text{ἢ} \quad F = \frac{m \cdot \Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{\Delta J}{\Delta t} \qquad (7)$$

Ἡ ἐξίσωσις $F = \Delta J / \Delta t$ ἔχει πολὺ γενικωτέραν σημασίαν τῆς ἐξισώσεως $F = m \cdot \gamma$ καὶ χρησιμοποιεῖται εὐρύτερον εἰς τὴν νεωτέραν Θεωρητικὴν Μηχανικήν, καθόσον αὕτη περιλαμβάνει τόσον τὴν μεταβολὴν τῆς μάζης Δm, ὅσον καὶ τῆς ταχύτητος $\Delta \upsilon$.

Ἐφαρμογαί. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἐξισώσεων συνάγομεν, ὅτι σῶμα εὑρισκόμενον ἐν κινήσει δὲν ἠμπορεῖ νὰ σταματήσῃ ἀκαριαίως καί, ὅσον μικρότερον εἶναι τὸ ἀπαιτούμενον χρονικὸν διάστημα διὰ νὰ σταματήσῃ, τόσον μεγαλυτέρα ἡ ἀπαιτουμένη δύναμις. Οὕτω βόμβα, ἡ ὁποία ρίπτεται ἀπὸ ἀεροπλάνου εὑρισκομένου εἰς ὕψος ὀλίγων χιλιάδων μέτρων, φθάνουσα κάτω ἔχει μεγάλην ὁρμήν. Ὅταν προσπίπτῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἢ ἐπὶ χαλυβδίνου καταστρώματος πλοίου, τότε πρέπει εἴτε νὰ σταματήσῃ εἰς βραχὺ χρονικὸν διάστημα εἴτε νὰ διατρυπήσῃ τὸ κατάστρωμα. Ἐπειδὴ ὅμως κατὰ τὴν πρόσκρουσιν τῆς βόμβας ἐπὶ τοῦ καταστρώματος ἀναπτύσσεται κολοσσιαία δύναμις λόγῳ τῆς μικρᾶς διαρκείας τῆς κρούσεως, τὸ χαλύβδινον κατάστρωμα δὲν δύναται νὰ παράσχῃ τὴν ἀπαιτουμένην δύναμιν διὰ τὸ σταμάτημα τῆς βόμβας· διὰ τοῦτο δὲ αὕτη διαπερᾷ τὸ κατάστρωμα. Ἐξ ἄλλου, κατὰ τὴν πρόσκρουσιν τῆς βόμβας ἐπὶ τοῦ καταστρώματος, ἡ δύναμις δὲν ἔχει σταθερὰν τιμὴν καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς προσκρούσεως, ἀλλὰ μεταβάλλεται μεταξὺ ἐκτενῶν ὁρίων. Ἡ τιμὴ τῆς δυνάμεως εἰς πᾶσαν στιγμὴν κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς προσκρούσεως θὰ ἦτο γνωστή, ἐὰν ἦτο γνωστὴ ἡ ταχύτης μεταβολῆς τῆς ὁρμῆς· ἐπειδὴ ὅμως τὸ μέγεθος τοῦτο δὲν εἶναι εὔκολον νὰ μετρηθῇ, δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὴν δύναμιν μόνον διὰ τοῦ μεγέθους τῆς παραμορφώσεως τὴν ὁποίαν προκαλεῖ.

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. Πρὸς κατανόησιν τοῦ μεγέθους τῆς δυνάμεως, ἡ ὁποία ἀναπτύσσεται εἰς περίπτωσιν καθ' ἣν αὐτοκίνητον προσκρούει ἐπὶ ἀκλονήτου κωλύματος καὶ σταματᾷ ἐντὸς βραχυτάτου χρονικοῦ διαστήματος, ἀναφέρομεν τὸ κάτωθι παράδειγμα:

1. Αὐτοκίνητον 1 τόννου ὑπὸ ταχύτητα 50 km/h προσκρούει ἐπὶ ἀκλονήτου κωλύματος καὶ σταματᾷ ἐντὸς 0,1 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ δύναμις.

Λύσις. Ἐργαζόμεθα μὲ τὸ Τ.Σ. μονάδων καὶ ἐφαρμόζομεν τὴν ἐξίσωσιν (7), λαμβάνοντες ὑπ' ὄψιν ὅτι $g = 10 \text{ m/sec}^2$. Ἡ μᾶζα τοῦ αὐτοκινήτου εἶναι 1000 kgr, διαιρουμένη δὲ διὰ 10 μετατρέπεται εἰς τεχνικὰς μονάδας (Τ.Μ.), ἤτοι $m = 100$ Τ.Μ. μάζης.

Ἡ ταχύτης τοῦ αὐτοκινήτου εἰς m/sec θὰ εἶναι $\upsilon = 50 \cdot 10^2/3\,600 = 14$ m/sec, ὅθεν, τιθεμένου εἰς τὸν τύπον $\upsilon_0 = 0$, $\upsilon = 14$ m/sec καὶ $t = 0{,}1$ sec, εὑρίσκομεν:

$$F = \frac{100 \cdot 14}{0{,}1} = -\ 14\,000 \text{ kgr}^*$$

Ἤτοι, ἡ ἀπαιτουμένη δύναμις διὰ τὸ σταμάτημα τοῦ αὐτοκινήτου εἶναι 14 000 kgr* καὶ τὸ ἀρνητικὸν σημεῖον δικαιολογεῖται, διότι ἡ δύναμις αὕτη πρέπει νὰ εἶναι ἀντιθέτου φορᾶς τῆς ταχύτητος τοῦ αὐτοκινήτου, ἐφ' ὅσον λόγῳ τῆς προσκρούσεως ἡ ταχύτης τοῦ αὐτοκινήτου ἐκμηδενίζεται.

Εἰς τὴν ὡς ἄνω ἀναπτυσσομένην δύναμιν ὀφείλονται αἱ καταστρεπτικαὶ συνέπειαι κατὰ τὴν πρόσκρουσιν αὐτοκινήτου ἐπὶ ἀκλονήτου κωλύματος, ὡς καὶ ἐν γένει κατὰ τὰς συγκρούσεις.

2. Πόση δύναμις ἀπαιτεῖται, ἵνα μᾶζα 500 gr μεταβάλῃ τὴν ταχύτητά της κατὰ 1 m/sec ἐντὸς 2 sec.

Λύσις. Ἐὰν καλέσωμεν F τὴν ἀπαιτουμένην δύναμιν ἵνα μεταβληθῇ ἡ ὁρμὴ καὶ t τὸν ἀντίστοιχον χρόνον, τότε ἡ ὤθησις τῆς δυνάμεως Ω θὰ εἶναι:

$$\Omega = F \cdot t \tag{1}$$

Ἐπίσης, ἐὰν καλέσωμεν m τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος καὶ $(\upsilon - \upsilon_0)$ τὴν μεταβολὴν τῆς ταχύτητος αὐτοῦ, τότε ἡ μεταβολὴ τῆς ὁρμῆς ΔJ τοῦ σώματος θὰ εἶναι:

$$\Delta J = m\,(\upsilon - \upsilon_0) \tag{2}$$

Ἐπειδὴ ὅμως, ὡς γνωστόν, ἡ ὤθησις τῆς δυνάμεως ἰσοῦται μὲ τὴν μεταβολὴν τῆς ὁρμῆς, θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν:

$$F \cdot t = m\,(\upsilon - \upsilon_0) \tag{3}$$

Λύομεν τὴν σχέσιν (3) ὡς πρὸς F καὶ λαμβάνομεν:

$$F = \frac{m\,(\upsilon - \upsilon_0)}{t} \tag{4}$$

Θέτομεν εἰς τὴν σχέσιν (4) τὰ δεδομένα τῆς ἀσκήσεως εἰς τὸ σύστημα C.G.S. καὶ εὑρίσκομεν:

$$\underline{F = 25\,000 \text{ dyn}}$$

129. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς.

Ἐκ τοῦ πρώτου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος γνωρίζομεν ὅτι, ἐφ' ὅσον ὑλικὸν σημεῖον εὑρίσκεται ἐν κινήσει χωρὶς νὰ ἐπενεργῇ ἐπ' αὐτοῦ δύναμις, τοῦτο κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς, ἤτοι ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα. Διὰ νὰ μεταβληθῇ ἡ ταχύτης τοῦ ὑλικοῦ σημείου, πρέπει νὰ ἐπενεργήσῃ ἐπ' αὐτοῦ δύναμις. Ὅταν ὅμως ἡ ταχύτης αὐτοῦ παραμένῃ κατὰ τὴν κίνησιν σταθερά, ἡ ὁρμή του, κινουμένου χωρὶς τὴν ἐπενέργειαν δυνάμεως, εἶναι σταθερὰ καί, διὰ νὰ μεταβληθῇ, πρέπει προφανῶς νὰ ἐπενεργήσῃ ἐπ' αὐτοῦ δύναμις.

Τοῦτο ἐπεκτείνεται καὶ εἰς τὸ στερεὸν σῶμα, καθὼς καὶ εἰς σύστημα σωμάτων, ἤτοι:

« Εἰς σύστημα (*) δύο ἢ περισσοτέρων σωμάτων, εἰς τὸ ὁποῖον δὲν ἐπενεργοῦν ἐξωτερικαὶ δυνάμεις ἀλλὰ μόνον ἐσωτερικαί, τὸ διανυσματικὸν ἄθροισμα τῶν ὁρμῶν τῶν σωμάτων τοῦ συστήματος παραμένει σταθερὸν κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ χρόνου ».

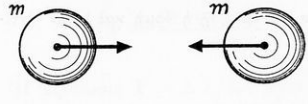
Ἡ πρότασις αὕτη ἀποτελεῖ τὴν καλουμένην « **ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς** », ἀναφέρεται δὲ εἰς τὸ διανυσματικὸν ἄθροισμα τῶν ἐπὶ μέρους ὁρμῶν.

Ἐὰν ἡ ὁρμὴ ἑνὸς τῶν σωμάτων τοῦ συστήματος μεταβληθῇ κατὰ ποσόν τι, τότε καὶ ἡ ὁρμὴ τῶν ὑπολοίπων σωμάτων μεταβάλλεται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε τὸ

(*) Τὸ σύστημα τοῦτο καλεῖται « ἀποκεκλεισμένον σύστημα », δηλ. σύστημα ἐπὶ τοῦ ὁποίου δὲν ἐπιδροῦν ἐξωτερικαὶ δυνάμεις ἤ, ἐὰν ἐπιδροῦν, ἡ συνισταμένη αὐτῶν ἰσοῦται πρὸς μηδέν.

διανυσματικὸν ἄθροισμα νὰ ἀντιστοιχῇ εἰς μεταβολὴν ὁρμῆς ἴσην καὶ ἀντιθέτου φορᾶς πρὸς τὴν μεταβολὴν τῆς ὁρμῆς τοῦ πρώτου σώματος.

Ἐφαρμογή. Ὡς ἐφαρμογὴν τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς ἀναφέρομεν τὸ ἀκόλουθον παράδειγμα. Θεωρήσωμεν τὴν περίπτωσιν δύο σφαιρῶν τῆς αὐτῆς μάζης, αἱ ὁποῖαι κινοῦνται μὲ ἴσας ταχύτητας ἀλλὰ κατ' ἀντίθετον φορὰν (σχ. 249). Αἱ δύο σφαῖραι ἀποτελοῦν σύστημα ἀποκεκλεισμένον ἐκ δύο σωμάτων, τῶν ὁποίων ἡ ὁρμὴ ἔχει ἄθροισμα μηδέν, διότι ἡ ὁρμὴ τῆς μιᾶς θὰ εἶναι $m \cdot \upsilon$ καὶ τῆς ἄλλης $- m \cdot \upsilon$, ἐπειδὴ ἡ ταχύτης τῆς δευτέρας ἔχει ἀντίθετον φορὰν ἀπὸ τὴν τῆς πρώτης. Ἑπομένως θὰ ἔχωμεν: $m \cdot \upsilon - m \cdot \upsilon = 0$.



Σχ. 249. Διὰ τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς.

Αἱ δύο σφαῖραι θὰ ἔλθῃ στιγμὴ κατὰ τὴν ὁποίαν θὰ συγκρουσθοῦν καὶ ἑκάστη τούτων θὰ ἀσκῇ δύναμιν μικροτάτης διαρκείας ἐπὶ τῆς ἑτέρας. Ἐπειδὴ ὅμως πρὸ τῆς συγκρούσεως αὐτῶν εἶχον ἄθροισμα ὁρμῶν μηδέν, πρέπει, συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, καὶ μετὰ τὴν σύγκρουσιν, ἤτοι μετὰ τὴν ἔκλειψιν τῶν δυνάμεων, τὸ ἄθροισμα τῶν ὁρμῶν αὐτῶν νὰ παραμένῃ μηδέν. Οὕτω, εἰς τὴν περίπτωσιν χαλυβδίνων σφαιρῶν, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἐλαστικαί, μετὰ τὴν σύγκρουσιν αὗται ἀποχωρίζονται, ἀλλ' αἱ ταχύτητές των πρέπει νὰ ἔχουν τιμὴν τοιαύτην, ὥστε τὸ ἄθροισμα τῶν ὁρμῶν νὰ παραμένῃ πάλιν μηδέν.

Παράδειγμα τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς εἶναι ἡ ἀνάκρουσις (κλώτσισμα) τῶν πυροβόλων. Πράγματι, πρὸ τῆς ἐκπυρσοκροτήσεως ἡ ὁρμὴ πυροβόλου καὶ ὀβίδος εἶναι μηδέν, διότι ἀρχικῶς ἡ ταχύτης ἀμφοτέρων εἶναι μηδέν. Ὅταν τὸ πυροβόλον ἐκπυρσοκροτῇ, ἡ ὀβὶς ἀποκτᾷ ὁρμὴν μὲ διεύθυνσιν πρὸς τὰ ἐμπρός, ἐνῷ τὸ πυροβόλον ἀποκτᾷ ὁρμὴν πρὸς τὰ ὀπίσω, εἰς τρόπον ὥστε τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα νὰ εἶναι πάλιν μηδέν.

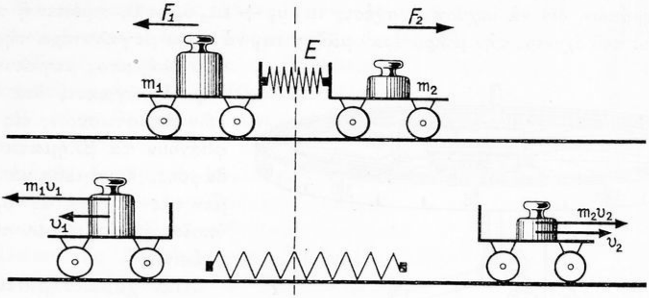
Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ἐκπυρσοκροτήσεως τοῦ πυροβόλου, δυνάμεις ἐπενεργοῦν καὶ ἐπ' αὐτοῦ καὶ ἐπὶ τῆς ὀβίδος, αἱ δυνάμεις ὅμως αὗται δὲν εἶναι ἐξωτερικαί, ἀλλ' ἐσωτερικαὶ τοῦ συστήματος πυροβόλου - ὀβίδος. Ἐὰν ὅμως ἐξετάσωμεν ἁπλῶς μόνον τὴν ὀβίδα, δι' αὐτὴν ἡ δύναμις εἶναι ἐξωτερικὴ καὶ προκαλεῖ μεταβολὴν τῆς ὁρμῆς τοῦ σώματος. Συμφώνως ὅμως πρὸς τὸ τρίτον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος, μία δύναμις δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἀναφαίνεται μόνη, ἀλλὰ πρέπει νὰ ἐμφανισθῇ ἡ ἴση καὶ ἀντίθετος ἐπ' αὐτῆς, ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ ἐπὶ τοῦ πυροβόλου καὶ προκαλεῖ ἐπ' αὐτοῦ τὴν ἀνάπτυξιν ὁρμῆς ἴσης κατὰ μέγεθος, ἀλλ' ἀντιθέτου διευθύνσεως πρὸς τὴν τῆς ὀβίδος.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Πυροβόλον ὅπλον ἔχει βλῆμα μάζης 60 gr, ἐνῷ ἡ μᾶζα τοῦ πυροβόλου εἶναι 5 000 gr, τὸ βλῆμα δὲ ἀποκτᾷ κατὰ τὴν ἐκπυρσοκρότησιν ταχύτητα 600 m/sec. Πόση εἶναι ἡ ταχύτης ἀνακρούσεως τοῦ πυροβόλου.

Λύσις. Ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὴν σχέσιν, ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν ὁρμῶν πρὸ τῆς ἐκπυρσοκροτήσεως καὶ μετὰ τὴν ἐκπυρσοκρότησιν πρέπει νὰ εἶναι μηδέν, ἐὰν καλέσωμεν διὰ υ_1 τὴν ταχύτητα τοῦ βλήματος καὶ διὰ υ_2 τὴν ταχύτητα τοῦ πυροβόλου μετὰ τὴν ἐκπυρσοκρότησιν, τότε, ἐὰν m_1 ἡ μᾶζα τοῦ βλήματος καὶ m_2 ἡ μᾶζα τοῦ πυροβόλου, πρέπει αἱ τιμαὶ τῶν ὁρμῶν τοῦ πυροβόλου νὰ εἶναι κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν ἴσαι, ἀλλὰ νὰ ἔχουν τὸ ἀντίθετον σημεῖον. Ἡ ἰσότης τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν ἐκφράζεται διὰ τῆς σχέσεως:

$$m_1 \cdot \upsilon_1 = -m_2 \cdot \upsilon_2 \quad \text{ἐξ οὗ, κατ' ἀπόλυτον τιμὴν} \quad \upsilon_2 = \frac{m_1}{m_2} \cdot \upsilon_1$$

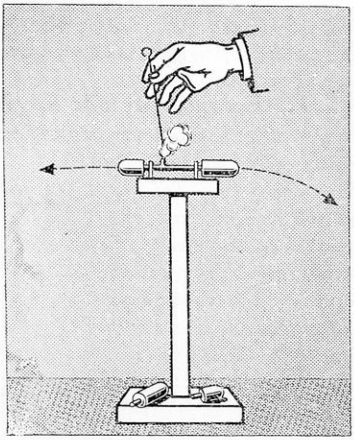
Ἐὰν δὲ θέσωμεν εἰς τὸν τελευταῖον τύπον τὰ δεδομένα, εὑρίσκομεν $\upsilon_2 = 7{,}2$ m/sec καὶ ἐκ τοῦ ἐξαγομένου τούτου βλέπομεν, ὅτι ἡ ταχύτης ἀνακρούσεως τοῦ πυροβόλου εἶναι κατὰ πολὺ μικροτέρα τῆς τοῦ βλήματος, διότι ἡ μᾶζα τοῦ πυροβόλου εἶναι κατὰ πολὺ μεγαλυτέρα τῆς τοῦ βλήματος.



Σχ. 250. Δύο ἁμάξια ἔχοντα μάζας μὲ λόγον 1 : 2 διανύουν εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον διαστήματα ἔχοντα λόγον 2 : 1.

130. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς.

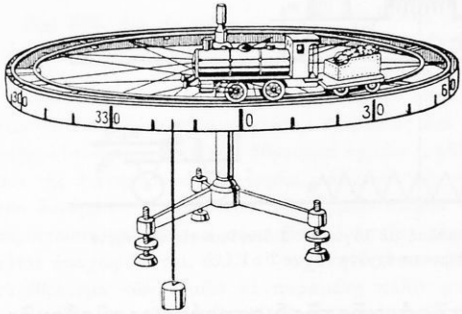
Δύο εὐκίνητα καὶ ἐλαφρὰ ἁμάξια τοποθετοῦνται ἐπὶ λείας πλακός, συνδέονται δὲ μεταξύ των διὰ συμπιεσθέντος ἐλατηρίου Ε (σχ. 250). Αἱ μᾶζαι τῶν δύο ἁμαξίων εἶναι ἴσαι καὶ ἐπ' αὐτῶν τοποθετοῦμεν δύο ἄλλας μάζας. Ἐὰν αἱ δύο πρόσθετοι μᾶζαι εἶναι ἴσαι καὶ ἀφήσωμεν τὸ ἐλατήριον νὰ διαταθῇ, βλέπομεν ὅτι τὰ δύο ἁμάξια ἀπομακρύνονται εἰς ἴσας ἀποστάσεις, κατ' ἀντίθετον φοράν. Οὕτω εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ πειράματος ἡ συνολικὴ ὁρμὴ τῶν δύο ἁμαξίων ἦτο μηδέν, ἀλλὰ καὶ εἰς τὸ τέλος τοῦ πειράματος, δηλ. μετὰ τὴν ἐπενέργειαν τῆς δυνάμεως τοῦ ἐλατηρίου, ἡ συνολικὴ ὁρμὴ εἶναι πάλιν μηδέν. Ἐὰν ἤδη μεταβάλωμεν τὰς δύο προσθέτους μάζας ἐπὶ τῶν ἁμαξίων, ὥστε ἡ μία νὰ εἶναι m_1 διπλασία τῆς m_2, τότε, ὅταν πάλιν διαταθῇ τὸ ἐλατήριον, τὸ ἓν τῶν ἁμαξίων πρέπει νὰ ἀποκτήσῃ ταχύτητα υ_1 καὶ τὸ ἄλλο υ_2, ὥστε νὰ ἰσχύῃ ἡ σχέσις $m_1 \cdot \upsilon_1 = -m_2 \cdot \upsilon_2$, ἤτοι $m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2 = 0$. Πράγματι, ἐὰν ἐκτελέσωμεν τὸ πείραμα τοῦτο, παρατηροῦμεν ὅτι, ἐὰν ἡ μᾶζα τοῦ πρὸς τὰ ἀριστερὰ ἁμαξίου εἶναι



Σχ. 251. Ἐπαλήθευσις τῆς ἀρχῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς διὰ διπλοῦ πιστολίου.

διπλασία τῆς μάζης τοῦ πρὸς τὰ δεξιά, τότε τὸ ἁμάξιον τὸ πρὸς τὰ δεξιὰ φθάνει εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον εἰς διπλασίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ πρὸς τὰ ἀριστερά.

Τὴν ἀνωτέρω ἀρχὴν δυνάμεθα νὰ δείξωμεν ἐπίσης διὰ μικρᾶς βλητικῆς συσκευῆς (σχ. 251), ἡ ὁποία δύναται νὰ ἐκσφενδονίζῃ ταυτοχρόνως δύο βλήματα διαφόρων μαζῶν καὶ εἰς τὴν ὁποίαν ἡ κινητήριος δύναμις προέρχεται ἐκ τῆς πιέσεως τῶν ἀερίων τῶν προερχομένων ἐκ τῆς καύσεως τῆς πυρίτιδος. Ἐὰν m_1, m_2 αἱ μᾶζαι τῶν δύο βλημάτων, διὰ νὰ ἰσχύσῃ ἡ σχέσις $m_1 \upsilon_1 + m_2 \upsilon_2 = 0$, πρέπει ἡ ταχύτης τοῦ βλήματος τοῦ ἔχοντος τὴν μικροτέραν μᾶζαν m_1 νὰ εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ταχύτητος τοῦ βλήματος μεγαλυτέρας μάζης m_2. Πράγματι, διὰ μετρήσεως τῶν ἀποστάσεων, εἰς τὰς ὁποίας φθάνουν τὰ βλήματα ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὰς ταχύτητας υ_1 καὶ υ_2, αἱ ὁποῖαι ἐπαληθεύουν τὴν ἀνωτέρω σχέσιν.

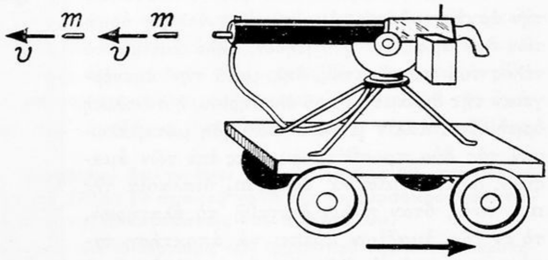


Σχ. 252. Πειραματικὴ διάταξις ἀποδεικνύουσα τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς.

Λίαν χαρακτηριστικὸν ἐπίσης πείραμα εἶναι ἡ κίνησις μικροῦ σιδηροδρόμου ἐπὶ σιδηροτροχιᾶς ἐχούσης σχῆμα κυκλικὸν (σχ. 252), ἡ ὁποία δύναται νὰ περιστρέφεται μὲ ἐλαφρὰν τριβὴν περὶ κατακόρυφον ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου. Τὸ πείραμα δεικνύει ὅτι, ὅταν ὁ σιδηρόδρομος κινῆται κατὰ τὴν μίαν φοράν, ἡ σιδηροτροχιὰ στρέφεται περὶ τὸν ἄξονά της κατὰ τὴν ἀντίθετον φοράν.

***131. Ἐφαρμογαὶ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς.** Χαρακτηριστικὰ παραδείγματα, εἰς τὰ ὁποῖα ἀναφαίνεται ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, εἶναι τὰ ἀκόλουθα.

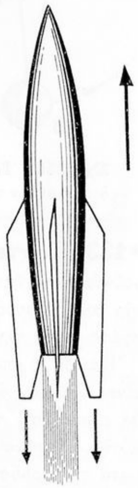
Πυροβόλον (σχ. 253) μετὰ τοῦ βλήματός του ἀποτελεῖ ἀποκεκλεισμένον σύστημα. Ἐὰν ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῆς ἐσωτερικῆς δυνάμεως, ὀφειλομένης εἰς τὴν πίεσιν τῶν ἀερίων τῶν προερχομένων ἐκ τῆς καύσεως τῆς πυρίτιδος, τὸ βλῆμα μάζης m ἀποκτήσῃ ταχύτητα υ καὶ ἑπομένως ὁρμὴν $m \cdot \upsilon$, τότε καὶ τὸ πυροβόλον μάζης m' ἀποκτᾷ ταχύτητα υ', ἔχουσαν διεύθυνσιν ἀντίθετον τῆς υ καὶ ὁρμὴν $m' \cdot \upsilon'$



Σχ. 253. Ὅταν τὸ βλῆμα ἐκτοξεύεται πρὸς τὰ ἔμπρός, τὸ πυροβόλον ὠθεῖται πρὸς τὰ ὀπίσω.

ἀντίθετον τῆς $m \cdot \upsilon$. Συμφώνως δὲ πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, πρέπει νὰ εἶναι $m \cdot \upsilon = -m' \cdot \upsilon'$ καὶ $m \cdot \upsilon + m' \cdot \upsilon' = 0$, ἤτοι ἡ συνολικὴ ὁρμὴ πρὸ καὶ μετὰ τὴν ἐκπυρσοκρότησιν παρέμεινεν ἀμετάβλητος.

Ὁμοίως, ὅταν ἐπιβάτης μάζης m ἵσταται ἀκίνητος ἐντὸς πλοιαρίου μάζης m', ἐπίσης ἀκινήτου πλησίον ἀποβάθρας, ἡ συνολικὴ ὁρμὴ τοῦ συστήματος ἐπιβάτης + πλοιάριον εἶναι μηδέν. Ἐὰν ὅμως ὁ ἐπιβάτης ἐπιχειρήσῃ διὰ πηδήματος νὰ ἐξέλθῃ ἐκ τοῦ πλοιαρίου εἰς τὴν ἀποβάθραν μὲ ταχύτητα υ, ἀποκτᾷ ὁρμὴν $m \cdot \upsilon$, ὁπότε καὶ τὸ πλοιάριον μετατοπίζεται μὲ ταχύτητα υ' διευθύνσεως ἀντιθέτου πρὸς τὴν υ καὶ ἀποκτᾷ ὁρμὴν $m' \cdot \upsilon'$. Εἶναι δὲ πάλιν $m \cdot \upsilon = -m' \cdot \upsilon'$ ἢ $m \cdot \upsilon + m' \cdot \upsilon' = 0$, ἤτοι ἡ συνολικὴ ὁρμὴ παραμένει πάλιν ἀμετάβλητος.



Σχ. 254.

Σπουδαιοτάτην ἐφαρμογὴν εὑρίσκει ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς εἰς τὰ ἀεριοπροωθούμενα βλήματα (πυραύλους) (σχ. 254) καὶ εἰς τὰ ἀεριοπροωθούμενα ἀεροπλάνα, ὡς θὰ ἴδωμεν εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Ἀεροδυναμικῆς. Λόγῳ τῆς καύσεως τοῦ καυσίμου, μᾶζα ἀερίου ἐκβάλλεται ἐκ τοῦ ὀπισθίου μέρους τοῦ πυραύλου ἢ τοῦ ἀεροπλάνου ὑπὸ μεγάλην ταχύτητα. Ἡ ἐξερχομένη μᾶζα ἀερίου ἔχει, λόγῳ τῆς ταχύτητός της, ὁρμὴν διευθυνομένην πρὸς τὰ ὀπίσω.

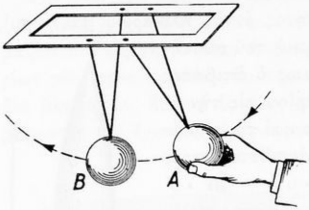
Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, γεννᾶται οὕτω ὁρμὴ τοῦ πυραύλου ἢ τοῦ ἀεροπλάνου διευθυνομένη πρὸς τὰ ἐμπρός. Ἐπειδὴ ὅμως ἡ μᾶζα τοῦ ἐκβαλλομένου ἀερίου εἶναι σχετικῶς μικρά, πρέπει τὰ ἀέρια νὰ ἐκβάλλωνται ὑπὸ ἐξόχως μεγάλας ταχύτητας, εἰς τρόπον ὥστε ἡ ὁρμὴ τοῦ πυραύλου ἢ τοῦ ἀεροπλάνου, τῶν ὁποίων ἡ μᾶζα εἶναι πολὺ μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν μᾶζαν τῶν ἐκβαλλομένων ἀερίων, νὰ ἀντιστοιχῇ εἰς ἱκανὴν ταχύτητα προωθήσεως.

ΚΡΟΥΣΙΣ

132. Γενικά. Ὅταν δύο σώματα κινούμενα μὲ ὡρισμένας ταχύτητας ἐπιπίπτουν τὸ ἓν ἐπὶ τοῦ ἄλλου ἤ, ὡς ἄλλως λέγομεν, συγκρούωνται, τότε λαμβάνει χώραν μεταξὺ τῶν δύο σωμάτων ἰδιάζουσα ἀλληλεπενέργεια, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν εἰς τὴν Φυσικὴν **κροῦσιν** τῶν σωμάτων.

Ἡ εὐθεῖα γραμμή, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος ἐπὶ τοῦ κοινοῦ ἐφαπτομένου ἐπιπέδου τῶν δύο σωμάτων εἰς τὸ σημεῖον ἐπαφῆς, καλεῖται γ ρ α μ μ ὴ κ ρ ο ύ σ ε ω ς καί, ἐφ' ὅσον αἱ ταχύτητες τῶν συγκρουομένων σωμάτων εἶναι παράλληλοι πρὸς τὴν γραμμὴν κρούσεως, ἡ κροῦσις λέγεται **εὐθεῖα,** ἐν ἐναντίᾳ δὲ περιπτώσει ἡ κροῦσις λέγεται **πλαγία.**

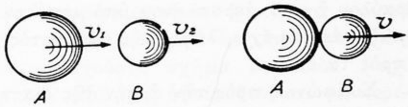
Ἐξ ἄλλου, ἐὰν τὰ κέντρα βάρους τῶν συγκρουομένων σωμάτων κεῖνται ἐπὶ τῆς γραμμῆς κρούσεως, ἡ κροῦσις λέγεται **κεντρική,** ἐὰν δὲ ταῦτα δὲν κεῖνται ἐπ' εὐθείας, ἡ κροῦσις λέγεται **ἔκκεντρος.** Ἐνταῦθα θέλομεν περιορισθῆ μόνον εἰς τὴν ἐξέτασιν τῆς κεντρικῆς κρούσεως, τὴν ὁποίαν ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ συναντῶμεν εἰς τὴν Φυσικήν.



Σχ. 255. Ἐλαστικὴ κροῦσις διὰ σφαιρῶν τῆς αὐτῆς μάζης.

Περαιτέρω ἡ κροῦσις διακρίνεται α) εἰς τὴν **τελείως ἐλαστικήν,** ὅταν τὰ συγκρουόμενα σώματα (σχ. 255) εἶναι τελείως ἐλαστικὰ καὶ ἑπομένως δὲν ἀναφαίνεται μετατροπὴ ἐνεργείας εἰς ἄλλην μορφήν, β) εἰς τὴν **τελείως μὴ ἐλαστικὴν** κροῦσιν, ὅταν τὰ συγκρουόμενα σώματα εἶναι τελείως μὴ ἐλαστικά, ὁπότε λαμβάνει χώραν μετατροπὴ ἐνεργείας εἰς ἄλλην μορφήν, καὶ γ) εἰς τὴν **ἡμιελαστικήν,** ἡ ὁποία ἀποτελεῖ ἐνδιάμεσον φαινόμενον μεταξὺ τῶν δύο ἀνωτέρω περιπτώσεων.

***133. Συντελεστὴς κρούσεως.** Φαντασθῶμεν ὅτι δύο σφαῖραι Α καὶ Β κινοῦνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα υ_1 καὶ υ_2 ἀντιστοίχως καὶ κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν (σχ. 256), εἶναι δὲ $\upsilon_1 > \upsilon_2$, ὅτε ἡ διαφορὰ ταχυτήτων τῆς Α ἐν σχέσει πρὸς τὴν Β εἶναι $\upsilon_1 - \upsilon_2$.



Σχ. 256. Αἱ δύο μὴ ἐλαστικαὶ σφαῖραι Α καὶ Β μετὰ τὴν κροῦσιν κινοῦνται ὡς ἓν σῶμα.

Ἐπειδὴ ἡ σφαῖρα Β προηγεῖται τῆς Α, εἶναι φανερόν, ἀφοῦ $\upsilon_1 > \upsilon_2$, ὅτι ἡ σφαῖρα Α θὰ προφθάσῃ τὴν Β καὶ θὰ ἐπιπέσῃ ἐπ' αὐτῆς. Δεχόμεθα πρὸς τούτοις ὅτι, εὐθὺς μετὰ τὴν κροῦσιν, αἱ δύο σφαῖραι ἀποχωρίζονται καὶ ὅτι ἡ Α κινεῖται μετὰ τὴν κροῦσιν ὑπὸ ταχύτητα υ'_1 καὶ ἡ Β ὑπὸ ταχύτητα υ'_2, ὅτε ἡ διαφορὰ ταχυτήτων τῆς Α μετὰ τὴν κροῦσιν ἐν σχέσει πρὸς τὴν Β θὰ εἶναι προδήλως $\upsilon'_1 - \upsilon'_2$.

Ἡ διαφορὰ τῶν ταχυτήτων μετὰ τὴν κροῦσιν πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν ταχυτήτων πρὸ τῆς κρούσεως, ἀλλὰ μὲ ἀντίθετον σημεῖον, ἀποτελεῖ διὰ τὰ συγκρουόμενα σώματα χαρακτηριστικὴν σταθερὰν καὶ καλεῖται **συντελεστὴς κρούσεως (κ),** ὥστε:

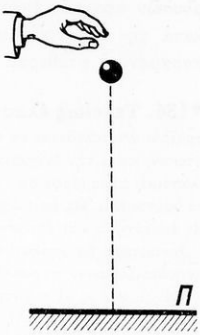
$$\varkappa = -\frac{\upsilon'_1 - \upsilon'_2}{\upsilon_1 - \upsilon_2} = \frac{\upsilon'_2 - \upsilon'_1}{\upsilon_1 - \upsilon_2}$$

Ὁ Νεύτων ἀπέδειξεν ὅτι ὁ συντελεστὴς οὗτος εἶναι ἀνεξάρτητος τῶν ταχυτήτων τῶν συγκρουομένων σωμάτων, ἐξαρτᾶται δὲ μόνον ἀπὸ τὰς ἐρχομένας εἰς ἐπαφὴν οὐσίας καὶ εἶναι διὰ τοῦτο σταθερὸς δι' ἕκαστον ζεῦγος συγκρουομένων σωμάτων.

Παραδείγματα συντελεστῶν κρούσεως

ὕαλος — ὕαλος	$\varkappa = 0{,}95$	σίδηρος — μόλυβδος	$\varkappa = 0{,}14$
σίδηρος — σίδηρος	$\varkappa = 0{,}66$	τελείως ἐλαστικὰ	$\varkappa = 1$
μόλυβδος — μόλυβδος	$\varkappa = 0{,}20$	τελείως μὴ ἐλαστικὰ	$\varkappa = 0$

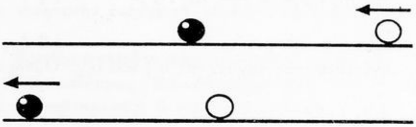
Παράδειγμα ἐλαστικῆς κρούσεως, μὲ τιμὴν τοῦ κ μὴ διαφέρουσαν πολὺ ἀπὸ τὴν μονάδα, εἶναι ἡ ἀναπήδησις τῆς μπάλλας ποδοσφαίρου, ὅταν αὐτὴ προσκρούσῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους. Ἐπίσης, παράδειγμα τελείας ἐλαστικῆς κρούσεως ἀποτελεῖ σφαῖρα χαλυβδίνη ἀφιεμένη νὰ πέσῃ ἐξ ὕψους ἐπὶ χαλυβδίνης πλακὸς (σχ. 257), ὅτε αὐτὴ μετὰ τὴν κροῦσιν ἀναπηδᾷ ἀνερχομένη εἰς τὸ αὐτὸ σχεδὸν ὕψος ἐξ οὗ κατέπεσε.



Σχ. 257. Ἐλαστικὴ κροῦσις.

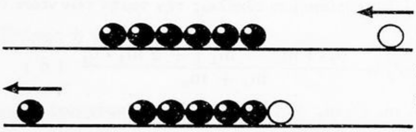
Ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς εἰς τὴν κροῦσιν. Τὸ φαινόμενον τῆς κρούσεως ἀποτελεῖ ἐφαρμογὴν τόσον τοῦ ἀξιώματος τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, ὅσον καὶ τοῦ ἀξιώματος τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, ὡς δεικνύεται διὰ τῶν κάτωθι πειραμάτων.

1) Ἐπὶ καταλλήλου αὔλακος τοποθετοῦμεν εἰς τὸ μέσον αὐτῆς μικρὰν χαλυβδίνην σφαῖραν, ὥστε νὰ ἰσορροπῇ. Ἐὰν ἐπ' αὐτῆς προσπέσῃ ἰσομεγέθης χαλυβδίνη σφαῖρα ὑπὸ ταχύτητα υ, τότε ἡ ἀκίνητος σφαῖρα κινεῖται ὑπὸ τὴν ἰδίαν ταχύτητα, ἐνῷ ἡ προσκρούουσα ἀκινητεῖ (σχ. 258). Τὸ ἄθροισμα δὲ τῶν ὁρμῶν τῶν δύο σφαιρῶν παραμένει πρὸ καὶ μετὰ τὴν κροῦσιν ἀμετάβλητον (διότι ἡ κροῦσις εἶναι τελείως ἐλαστική). Τὸ ἀποτέλεσμα εἶναι ὅτι, λόγῳ τῆς ἰσότητος τῶν μαζῶν, ἡ ὁρμὴ μεταβιβάζεται τελείως ἀπὸ τῆς μιᾶς σφαίρας εἰς τὴν ἄλλην.

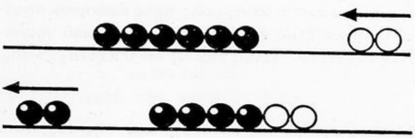


Σχ. 258. Χαλυβδίνη σφαῖρα προσκρούουσα ἐπὶ ἰσομεγέθους ἠρεμούσης σφαίρας.

2) Τὸ αὐτὸ πείραμα ἐπαναλαμβάνομεν, ὅτε ἀφίεται νὰ προσπέσῃ ἡ κινουμένη σφαῖρα ὄχι ἐπὶ μιᾶς, ἀλλὰ ἐπὶ συνόλου ὁμοίων σφαιρῶν εὑρισκομένων ἐπὶ τῆς αὔλακος καὶ ἐν ἐπαφῇ μεταξύ των, ὁπότε παρατηροῦμεν ὅτι ἡ κινουμένη σφαῖρα προσπίπτει ἐπὶ τῆς ὁμάδος τῶν ἀκινήτων σφαιρῶν καὶ προσκολλᾶται ἐπ' αὐτῶν, ἐνῷ ἡ τελευταία ἐκ τῆς ὁμάδος τῶν ἀκινήτων σφαιρῶν κινεῖται μὲ τὴν ἰδίαν ταχύτητα. Τοῦτο συμβαίνει διότι ἡ πρώτη σφαῖρα ὠθεῖ τὴν δευτέραν, ἡ δευτέρα τὴν τρίτην, μεταβιβαζομένης οὕτω τῆς ὁρμῆς ἀπὸ τῆς πρώτης εἰς τὴν τελευταίαν σφαῖραν, ἡ ὁποία κινεῖται μὲ τὴν ἰδίαν ὁρμὴν τὴν ὁποίαν εἶχεν ἡ ἀρχικὴ σφαῖρα (σχ. 259).



Σχ. 259. Χαλυβδίνη σφαῖρα προσκρούουσα ἐπὶ ὁμάδος ἰσομεγεθῶν σφαιρῶν.



Σχ. 260. Δύο σφαῖραι προσκρούουσαι ταυτοχρόνως ἐπὶ ὁμάδος ἰσομεγεθῶν ἠρεμουσῶν σφαιρῶν.

3) Ἐὰν ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα μὲ δύο σφαίρας, τότε ἐκ τῆς σειρᾶς τῶν ἠρεμουσῶν σφαιρῶν ἐκφεύγουν αἱ δύο τελευταῖαι (σχ. 260). Τοῦτο συμβαίνει, διότι κατὰ τὴν ἐλαστικὴν κροῦσιν ἡ συνολικὴ ἐνέργεια καὶ ἡ συνολικὴ ὁρμὴ πρέπει νὰ παραμένουν σταθεραί.

***134. Τελείως ἐλαστικὴ κροῦσις.** Ἡ περίπτωσις αὕτη πραγματοποιεῖται, ὅταν αἱ δύο σφαῖραι ἀποτελοῦνται ἐκ τελείως ἐλαστικοῦ ὑλικοῦ, ὡς π.χ. χάλυβος. Εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν, κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ φαινομένου τῆς κρούσεως λαμβάνει χώραν κατὰ τὴν πρώτην φάσιν ἐλαστικὴ παραμόρφωσις, ἡ ὁποία κατὰ τὴν ἑπομένην φάσιν, διαρκοῦσαν ὅσον καὶ ἡ πρώτη, παύει νὰ ὑφίσταται. Ὡς ἐκ τούτου εἰς τὴν ἐλαστικὴν κροῦσιν δὲν λαμβάνει χώραν μετατροπὴ ἐνεργείας εἰς θερμότητα καὶ ἑπομένως ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια παραμένει ἀμετάβλητος.

Κατωτέρω θὰ ὑπολογίσωμεν τὸ πρόβλημα δύο σφαιρῶν κινουμένων ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δηλ. μετατοπιζομένων παραλλήλως (κεντρικὴ κροῦσις) καὶ μὲ διαφόρους ταχύτητας.

Ἐὰν υ_1 καὶ υ_2 αἱ ταχύτητες τῶν δύο σφαιρῶν πρὸ τῆς κρούσεως, υ'_1 καὶ υ'_2 αἱ ταχύτητες αὐτῶν μετὰ τὴν κροῦσιν, ἐπειδὴ κατὰ τὸ φαινόμενον τῆς ἐλαστικῆς κρούσεως τόσον ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ὅσον καὶ ἡ ὁρμὴ παραμένουν ἀμετάβλητοι, προκύπτουν αἱ ἐξισώσεις:

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot \upsilon'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon'^2_2 \qquad (1)$$

καὶ

$$m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2 = m_1 \cdot \upsilon'_1 + m_2 \cdot \upsilon'_2 \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν δύο τούτων ἐξισώσεων δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὰς ταχύτητας υ'_1 καὶ υ'_2. Οὕτω ἐκ τῆς (1) εὑρίσκομεν εὐκόλως:

$$m_1 \cdot (\upsilon_1^2 - \upsilon'^2_1) = m_2 \cdot (\upsilon'^2_2 - \upsilon_2^2) \qquad (3)$$

καὶ ἐκ τῆς (2) προκύπτει:

$$m_1 \cdot (\upsilon_1 - \upsilon'_1) = m_2 \cdot (\upsilon'_2 - \upsilon_2) \qquad (4)$$

Διὰ διαιρέσεως τῶν (3) καὶ (4) κατὰ μέλη ἔχομεν:

$$\upsilon_1 + \upsilon'_1 = \upsilon'_2 + \upsilon_2 \qquad (5)$$

Ἐὰν πρὸς τὴν ἐξίσωσιν (5) συνδυάσωμεν τὴν (2), εὑρίσκομεν εὐκόλως τὴν τιμὴν τῶν νέων ταχυτήτων:

$$\upsilon'_1 = \frac{\upsilon_1 \cdot (m_1 - m_2) + 2\, m_2 \cdot \upsilon_2}{m_1 + m_2} \quad \text{καὶ} \quad \upsilon'_2 = \frac{\upsilon_2 \cdot (m_2 - m_1) + 2\, m_1 \cdot \upsilon_1}{m_1 + m_2} \qquad (6)$$

Ἐὰν αἱ μᾶζαι τῶν δύο σφαιρῶν εἶναι ἴσαι, ἤτοι $m_1 = m_2$, αἱ ἐξισώσεις (6) παρέχουν:

$$\upsilon'_1 = \upsilon_2 \quad \text{καὶ} \quad \upsilon'_2 = \upsilon_1$$

ἤτοι αἱ σφαῖραι ἀνταλλάσσουν ἁπλῶς τὰς ταχύτητάς των. Ἐὰν δὲ ἡ δευτέρα σφαῖρα ἠρεμῇ πρὸ τῆς κρούσεως, μετὰ τὴν κροῦσιν λαμβάνει τὴν ταχύτητα τῆς πρώτης, αὕτη δὲ μένει μετὰ τὴν κροῦσιν ἀκίνητος.

Ἐπίσης ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι, ἐὰν σφαῖρα συγκρούεται κεντρικῶς πρὸς ἀκίνητον σφαῖραν πολὺ μεγαλυτέρας μάζης ἤ, ὅπερ τὸ αὐτό, προσπίπτῃ καθέτως ἐπὶ ἀκινήτου ἐλαστικοῦ τοιχώματος, ἀναπηδᾷ (ἀνακλᾶται) καθέτως μὲ τὴν ἰδίαν ταχύτητα. Ἤτοι, ἐὰν $\upsilon_2 = 0$ καὶ $m_2 > m_1$, τότε εἶναι $\upsilon'_2 = 0$ καὶ $\upsilon'_1 = -\upsilon_1$.

***135. Τελείως μὴ ἐλαστικὴ κροῦσις.** Ὅταν ἡ σφαῖρα m_1 ἐπιπέσῃ ἐπὶ τῆς m_2, τότε ἀμφότεραι αἱ σφαῖραι ἐξακολουθοῦν, μετὰ τὴν κροῦσιν, κινούμεναι ὡς ἓν σῶμα (βλ. σχ. 256) μὲ κοινὴν ταχύτητα υ, ἡ ὁποία εὑρίσκεται δι' ἐφαρμογῆς τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς. Οὕτως, ἡ συνολικὴ ὁρμὴ τῶν δύο σφαιρῶν πρὸ τῆς παραγωγῆς τοῦ φαινομένου τῆς κρούσεως εἶναι $m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2$, ἐνῷ μετὰ τὴν κροῦσιν εἶναι $(m_1 + m_2)\, \upsilon$.

Ἐὰν ἐκφράσωμεν ἀναλυτικῶς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, ἔχομεν τὴν ἐξίσωσιν:

$$m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2 = (m_1 + m_2) \cdot \upsilon \qquad (7)$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη, ὡς περιέχουσα ἕνα μόνον ἄγνωστον υ, ἐπαρκεῖ διὰ τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος, εὑρίσκομεν δέ:

$$\upsilon = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2}{m_1 + m_2} \qquad (8)$$

Διερεύνησις. 1) $\upsilon_2 = 0$, ἤτοι ἡ σφαῖρα m_2 εἶναι ἀκίνητος, τότε:

$$\upsilon = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1$$

ἐὰν δὲ εἶναι καὶ $m_1 = m_2$, τότε θὰ ἔχωμεν $\upsilon = \upsilon_1/2$.

2) $\upsilon_2 = 0$ καὶ $m_2 = \infty$· τότε εἶναι $\upsilon = 0$. Ἡ περίπτωσις αὕτη πραγματοποιεῖται, ὅταν ἡ σφαῖρα m_1 ἐπιπίπτῃ ἐπὶ ἀκλονήτου κωλύματος.

3) $m_1 = m_2$ καὶ $\upsilon_1 = -\upsilon_2$. Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει ὁ ἀριθμητὴς τῆς σχέσεως (7) εἶναι μηδέν, ἑπομένως αἱ σφαῖραι μετὰ τὴν κροῦσιν αὐτῶν παραμένουν ἀκίνητοι.

Κατὰ τὴν τελείως μὴ ἐλαστικὴν κροῦσιν μέρος τῆς κινητικῆς ἐνεργείας καταναλίσκεται εἰς θερμότητα προερχομένην ἐκ τοῦ ἔργου τοῦ ἀπαιτουμένου διὰ τὴν μόνιμον παραμόρφωσιν τῶν σωμάτων, ἡ ὁποία παράγεται κατὰ τὴν κροῦσιν καὶ ἑπομένως δὲν ἰσχύει ἡ ἐξίσωσις (1).

Τὸ ποσὸν τῆς μετατρεπομένης κινητικῆς ἐνεργείας εἰς θερμότητα εὑρίσκεται, ἐὰν συγκρίνωμεν τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν τῶν δύο σφαιρῶν πρὸ καὶ μετὰ τὴν κροῦσιν.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Δύο μὴ ἐλαστικαὶ μᾶζαι 16 gr καὶ 4 gr κινοῦνται κατ' ἀντιθέτους διευθύνσεις ὑπὸ ταχύτητα 30 cm/sec καὶ 50 cm/sec ἀντιστοίχως. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ κοινὴ ταχύτης υ μετὰ τὴν σύγκρουσιν.

Λύσις. Ἂς καλέσωμεν m_1, m_2 τὰς μάζας τῶν δύο σωμάτων καὶ υ_1, υ_2 ἀντιστοίχως τὰς ταχύτητας, τὰς ὁποίας ἔχουν ταῦτα πρὸ τῆς κρούσεως. Ἐπίσης ἂς καλέσωμεν υ τὴν κοινὴν ταχύτητα αὐτῶν μετὰ τὴν κροῦσιν. Τότε θὰ ἔχωμεν ὅτι ἡ ὁρμὴ τοῦ συστήματος πρὸ τῆς κρούσεως ($J_{\pi\rho\grave{o}}$) θὰ ἰσοῦται πρός:

$$J_{\pi\rho\grave{o}} = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 \qquad (1)$$

Ἐπίσης ἡ ὁρμὴ τοῦ συστήματος μετὰ τὴν κροῦσιν ($J_{\mu\varepsilon\tau\grave{\alpha}}$):

$$J_{\mu\varepsilon\tau\grave{\alpha}} = (m_1 + m_2) \cdot \upsilon \qquad (2)$$

Συμφώνως δὲ πρὸς τὴν Ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, θὰ ἰσχύῃ ἡ σχέσις:

$$m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 = (m_1 + m_2) \cdot \upsilon \qquad (3)$$

Λύομεν τὴν σχέσιν (3) ὡς πρὸς υ καὶ λαμβάνομεν:

$$\upsilon = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2}{m_1 + m_2} \qquad (4)$$

Ἐργαζόμενοι εἰς τὸ σύστημα C.G.S., θέτομεν εἰς τὴν σχέσιν (4) τὰς τιμάς: $m_1 = 16$ gr, $m_2 = 4$ gr, $\upsilon_1 = 30$ cm/sec, $\upsilon_2 = 50$ cm/sec, καὶ εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ζητουμένη ταχύτης τοῦ συστήματος μετὰ τὴν κροῦσιν εἶναι:

$$\underline{\underline{\upsilon = 14 \ \text{cm/sec}}}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α' Ἐρωτήσεις

Ποῖος ὁ ὁρισμὸς τοῦ μεγέθους ὁρμὴ καὶ ποία ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων αὐτοῦ, ὡς καὶ αἱ μονάδες μετρήσεως.

Ποῖος ὁ ὁρισμὸς τῆς ὤσεως δυνάμεως καὶ ποῖαι αἱ ἐξισώσεις διαστάσεων καὶ μονάδες μετρήσεως αὐτῆς.

Ποία ἡ σχέσις μεταξὺ ὁρμῆς καὶ ὤσεως καὶ πῶς συνάγεται αὕτη.

Εἰς ποίας ἐφαρμογὰς χρησιμοποιεῖται ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς.

Ὅταν εἷς πύραυλος (ρουκέτα) ἐκρήγνυται, τί συμβαίνει ὡς πρὸς τὴν συνολικὴν ὁρμὴν αὐτοῦ (ἡ βαρύτης δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν).

Ποδοσφαιριστὴς κτυπᾷ ἄνευ φόβου τὴν σφαῖραν (μπάλλαν) μὲ ὅλην τὴν δύναμιν τοῦ ποδός του, διστάζει ὅμως νὰ πράξῃ τὸ αὐτὸ μὲ σάκκον τοῦ αὐτοῦ μεγέθους καὶ σχήματος πρὸς τὴν σφαῖραν, ἀλλὰ πλήρη τσιμέντου. Ποῖος ὁ λόγος;

Τί ὀνομάζομεν κροῦσιν καὶ ποῖα τὰ κυριώτερα εἴδη κρούσεως.

Τί καλεῖται συντελεστὴς κρούσεως.

Β' Προβλήματα

1. Σῶμα μάζης 2 kgr κινεῖται ὑπὸ ταχύτητα 1 m/sec. Πόση ἡ ὁρμή του. ($g = 10$ m/sec^2.)
(Ἀπ. $J = 0{,}2$ kgr* · sec.)

2. Ἡ ὁρμὴ σώματος εἶναι 40 000 gr · cm · sec^{-1}. Πόση δύναμις ἀπαιτεῖται, διὰ νὰ τεθῇ τὸ σῶμα ἐν ἠρεμίᾳ ἐντὸς 8 sec. (Ἀπ. $F = 5\,000$ dyn.)

3. Σφαῖρα μάζης 8 gr βάλλεται ὁριζοντίως καὶ εἰσχωρεῖ ἐντὸς τεμαχίου ξύλου βάρους 9 kgr*, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ κινῆται ἐλευθέρως. Ἡ ταχύτης τοῦ ξύλου καὶ τῆς σφαίρας μετὰ τὴν κροῦσιν εἶναι 40 cm/sec. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀρχικὴ ταχύτης τῆς σφαίρας. (Ἀπ. 45 050 cm/sec.)

4. Πυροβόλον 600 kgr* εἶναι τοποθετημένον ἐπὶ τροχοφόρου ὀχήματος καὶ βάλλει βλῆμα 10 kgr* ὑπὸ ταχύτητα 700 m/sec, ὑπὸ γωνίαν 3° ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ὁριζοντία ταχύτης ἀνακρούσεως τοῦ πυροβόλου. (Ἀπ. $\upsilon_1 = 10{,}1$ m/sec.)

5. Τεμάχιον σκυροκονιάματος (béton) διαστάσεων 0,07 m, 0,07 m, 0,07 m πίπτει ἐλευθέρως ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος ἐξ ὕψους 11 m ἀπὸ οἰκοδομῆς. Ζητοῦνται: α) Ἡ ὁρμὴ καὶ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια αὐτοῦ εἰς ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους ἴσον πρὸς τὸ ὕψος μέσου ἀνδρὸς (1,7 m). β) Ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ εἰς τὸ ὕψος αὐτὸ διὰ προσκρούσεως ἐπὶ κωλύματος, ἂν ὑποτεθῇ ὅτι αὕτη διαρκεῖ 0,1 sec. Δίδεται ἡ πυκνότης τοῦ σκυροκονιάματος $\rho = 2{,}2$ gr/cm^3. ($g = 10$ m/sec^2.)
(Ἀπ. α' $J = 1{,}02$ kgr* · sec, $E_{\kappa\iota\nu} = 7{,}07$ kgr*m. β' $F = 10{,}2$ kgr*.)

6. Σφαῖρα πυροβόλου ὅπλου μάζης $m = 20$ gr κινουμένη ὁριζοντίως ὑπὸ ταχύτητα υ ἐνσφηνοῦται ἐπὶ τεμαχίου ξύλου μάζης $M = 1$ kgr, τὸ ὁποῖον εἶναι προσδεδεμένον διὰ νήματος μήκους $l = 1$ m ἀπὸ σταθερὸν σημεῖον Ο. Τὸ τεμάχιον τοῦ ξύλου, ὅταν ἐνσφηνωθῇ ἐπ' αὐτοῦ ἡ σφαῖρα, ἐκτρέπεται καὶ σχηματίζει τὸ νῆμα γωνίαν 60° μετὰ τῆς κατακορύφου. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ποσὸν τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τῆς σφαίρας, τὸ ὁποῖον μετετράπη εἰς θερμότητα. ($g = 10$ m/sec^2.)
(Ἀπ. $Q = 25{,}5$ kgr*m.)

7. Σφαῖρα μάζης 15 gr βάλλεται ὁριζοντίως ἐπὶ ξυλίνου τεμαχίου μάζης 3 kgr ἐξηρτημένου ἀπὸ ἐπίμηκες νῆμα καὶ ἡ σφαῖρα ἐνσωματοῦται ἐντὸς τοῦ ξύλου. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης τῆς σφαίρας, ὅταν κατὰ τὴν κροῦσιν τὸ ξύλινον τεμάχιον ἐκτρέπεται καὶ ἀνυψοῦται κατὰ 10 cm ἀπὸ τῆς ἀρχικῆς θέσεως. ($g = 981$ cm/sec^2.) (Ἀπ. $\upsilon = 281{,}4$ m/sec.)

8. Δύο σφαῖραι μάζης 30 gr καὶ 80 gr κινοῦνται κατ' ἀντιθέτους φορὰς μὲ ταχύτητας —6 m/sec καὶ +4 m/sec ἀντιστοίχως. Ποία ἡ ταχύτης αὐτῶν μετὰ τὴν κροῦσιν. (Ὁ συντελεστὴς κρούσεως εἶναι $\varkappa = 0{,}4$.) ('Απ. $\upsilon_1' = 418{,}2$ cm/sec, $\upsilon_2' = 18{,}2$ cm/sec.)

9. Εἰς τὸ ἄνω πρόβλημα, πόση ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς θερμότητα κατὰ τὴν κροῦσιν. ('Απ. $Q = 0{,}263 \cdot 10^7$ erg $= 0{,}263$ Joule.)

10. Σῶμα μάζης 400 gr κινεῖται ἐπ' εὐθείας ὑπὸ ταχύτητα 8 m/sec. Ἕτερον σῶμα μάζης 600 gr κινεῖται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας καὶ κατὰ τὴν ἰδίαν διεύθυνσιν ὑπὸ ταχύτητα 12 m/sec. Τὸ δεύτερον σῶμα προσκρούει ἐπὶ τοῦ πρώτου καί, ἐφ' ὅσον ἡ κροῦσις θεωρεῖται μὴ ἐλαστική, νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κοινὴ ταχύτης τῶν δύο σωμάτων μετὰ τὴν κροῦσιν. ('Απ. $\upsilon = 10{,}4$ m/sec.)

11. Νὰ ὑπολογισθῇ εἰς τὴν περίπτωσιν κεντρικῆς καὶ μὴ ἐλαστικῆς κρούσεως τὸ ποσὸν τῆς ἐνεργείας, τὸ ὁποῖον μετατρέπεται κατὰ τὴν κροῦσιν τῶν σωμάτων εἰς θερμότητα. Μᾶζαι σωμάτων m_1 καὶ m_2, ταχύτητες αὐτῶν υ_1 καὶ υ_2. ('Απ. $Q = \dfrac{m_1 m_2 (\upsilon_1 - \upsilon_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$)

12. Δύο σώματα ζυγίζουν ὁμοῦ 20 kgr* καὶ κινοῦνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, ἀλλὰ κατ' ἀντιθέτους φοράς, τὸ ἓν μὲ ταχύτητα 4 m/sec καὶ τὸ ἄλλο μὲ ταχύτητα 12 m/sec, καὶ συγκρούονται. Ἡ κροῦσις θεωρεῖται μὴ ἐλαστική, ἡ δὲ κοινὴ ταχύτης τῶν δύο σωμάτων εἶναι 3 m/sec κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως τοῦ πρώτου σώματος. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ βάρος ἑκάστου τῶν σωμάτων. ('Απ. $B_1 = 18{,}75$ kgr*, $B_2 = 1{,}25$ kgr*.)

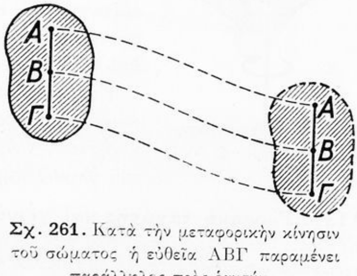
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ζ'

ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΟΥ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

Εἰς τὸ Κεφάλαιον τοῦτο θὰ περιορισθῶμεν εἰς τὴν ἀνάπτυξιν ὡρισμένων μόνον γνώσεων ἐκ τῆς Κινηματικῆς καὶ Δυναμικῆς τοῦ στερεοῦ σώματος, διότι ἡ πλήρης σπουδὴ εἶναι λίαν δυσχερὴς διὰ στοιχειῶδες βιβλίον Φυσικῆς.

136. Εἴδη κινήσεων. 1. Μεταφορικὴ κίνησις. Ἡ ἁπλουστέρα ἐκ τῶν δυνατῶν κινήσεων ἑνὸς στερεοῦ σώματος εἶναι ἡ μεταφορικὴ κίνησις.

Στερεὸν σῶμα λέγομεν, ὅτι ἐκτελεῖ μεταφορικὴν κίνησιν, ὅταν ὅλα τὰ σημεῖα αὐτοῦ ἔχουν καθ' ἑκάστην χρονικὴν στιγμὴν ἴσας ταχύτητας κατὰ μέγεθος, διεύθυνσιν καὶ φοράν.



Σχ. 261. Κατὰ τὴν μεταφορικὴν κίνησιν τοῦ σώματος ἡ εὐθεῖα ΑΒΓ παραμένει παράλληλος πρὸς ἑαυτήν.

Κατὰ τὴν κίνησιν ταύτην (σχ. 261), ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ σώματος διαγράφουν τροχιὰς ἴσας καὶ παραλλήλους. Ἐὰν αἱ τροχιαὶ εἶναι εὐθύγραμμοι, τότε ἔχομεν εὐθύγραμμον μεταφοράν, ἐὰν δὲ καὶ αἱ ταχύτητες τῶν σημείων τοῦ σώματος εἶναι σταθεραί, τότε ἔχομεν ἰσοταχῆ μεταφοράν.

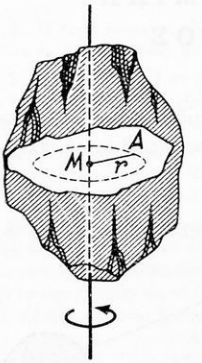
Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι ἡ σπουδὴ τῆς μεταφορικῆς κινήσεως ἑνὸς σώματος ἀνάγεται εἰς τὴν σπουδὴν τῆς κινήσεως ἑνὸς μόνον ὑλικοῦ σημείου, διότι, ἐφ' ὅσον ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ σώματος ἐκτελοῦν τὴν ἰδίαν κίνησιν, ἀρκεῖ νὰ ἐξετάσωμεν τὴν κίνησιν ἑνὸς μόνον σημείου. Ὡς τοιοῦτο δὲ σημεῖον θεωροῦμεν συνήθως τὸ κέντρον μάζης ἢ βάρους τοῦ σώματος, εἰς τὸ ὁποῖον μάλιστα δεχόμεθα ὅτι συγκεντροῦται ἡ ὅλη μᾶζα αὐτοῦ.

Οὕτω, προκειμένου περὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας στερεοῦ σώματος, ἐκτελοῦντος μεταφορικὴν κίνησιν, ἐὰν κατά τινα στιγμὴν τοῦ χρόνου ἡ ταχύτης αὐτοῦ εἶναι υ, τότε ἡ κινητικὴ ἐνέργεια αὐτοῦ θὰ ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} M \cdot \upsilon^2$$

ὅπου Μ ἡ μᾶζα τοῦ σώματος συγκεντρωμένη εἰς ἓν σημεῖον αὐτοῦ (π.χ. τὸ κέντρον μάζης). Ἐκ τοῦ τύπου τούτου συνάγομεν ὅτι: **« ἡ κινητικὴ ἐνέργεια σώματος ἐκτελοῦντος κίνησιν μεταφορᾶς εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ τρόπου κατὰ τὸν ὁποῖον διανέμεται ἡ ὕλη ἐντὸς τοῦ σώματος ».**

2. Κίνησις περιστροφικὴ περὶ ἄξονα. Σῶμα στερεὸν δύναται νὰ κινῆται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε εὐθεῖα γραμμὴ κειμένη ἐντὸς αὐτοῦ, καλουμένη ἄξων, νὰ διατηρῇ ἀμετάβλητον θέσιν ἐν τῷ χώρῳ, πάντα δὲ τὰ ἄλλα σημεῖα τοῦ στερεοῦ σώματος νὰ διαγράφουν περὶ τὸν ἄξονα περιφερείας κύκλων, τῶν ὁποίων τὰ κέντρα κεῖνται ἐπὶ τοῦ ἄξονος, ἐνῷ τὰ ἐπίπεδα εἶναι κάθετα ἐπ' αὐτοῦ (σχ. 262). Ἡ ὡς ἄνω κίνησις τοῦ στερεοῦ σώματος καλεῖται **περιστροφὴ περὶ ἄξονα.**



Σχ. 262. Περιστροφὴ σώματος περὶ ἄξονα.

Εἶναι φανερὸν ὅτι κατὰ τὴν κίνησιν ταύτην πάντα τὰ σημεῖα τοῦ σώματος δὲν ἔχουν κατὰ τὴν αὐτὴν χρονικὴν στιγμὴν τὴν ἰδίαν ταχύτητα, ἀλλὰ τὰ μὲν κείμενα ἐπὶ τοῦ ἄξονος, ἐφ' ὅσον οὗτος κεῖται ἐντὸς τοῦ σώματος, παραμένουν ἀκίνητα, ἐνῷ τῶν ὑπολοίπων ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον περισσότερον ἀπέχουν ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς.

Ἐπειδὴ ἡ κίνησις ἑκάστου σημείου τοῦ σώματος εἶναι κίνησις κυκλική, ἰσχύουν προφανῶς οἱ νόμοι τῆς κυκλικῆς κινήσεως, τοὺς ὁποίους ἐσπουδάσαμεν εἰς τὴν κινηματικὴν τοῦ ὑλικοῦ σημείου.

***137. Γωνιακὴ ταχύτης καὶ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις.** Ἡ ἑκάστοτε ἐν τῷ χώρῳ θέσις στερεοῦ σώματος, στρεφομένου περὶ δεδομένον ἄξονα, καθορίζεται ἐκ τῆς γωνίας φ, τὴν ὁποίαν σχηματίζει ὡρισμένον ἐπίπεδον διερχόμενον διὰ τοῦ ἄξονος καὶ στερεῶς συνδεδεμένον πρὸς τὸ σῶμα, ἐν σχέσει πρὸς ἕτερον νοητὸν ἐπίπεδον, διερχόμενον ἐπίσης διὰ τοῦ ἄξονος, τὸ ὁποῖον ὅμως θεωροῦμεν κατὰ συνθήκην ὡς ἀκίνητον ἐν τῷ χώρῳ. Ἡ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου μεταβολὴ τῆς γωνίας φ καλεῖται **γωνιακὴ ταχύτης (ω)** καὶ ἐκφράζεται τόσον εἰς τὸ Μετρικὸν σύστημα, ὅσον καὶ εἰς τὸ Τ.Σ. μονάδων εἰς ἀκτίνια κατὰ δευτερόλεπτον ($rad \cdot sec^{-1}$).

Εἰς περίπτωσιν ὅμως καθ' ἣν ἡ μεταβολὴ τῆς γωνίας φ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου δὲν εἶναι σταθερά, τότε καλοῦμεν **στιγμιαίαν γωνιακὴν ταχύτητα** τὸ ὅριον $\Delta\varphi/\Delta t$, τοῦ Δt τείνοντος πρὸς τὸ μηδέν, ὅπου $\Delta\varphi$ παριστᾷ τὴν πολὺ μικρὰν γωνίαν, κατὰ τὴν ὁποίαν στρέφεται τὸ σῶμα εἰς τὸ πολὺ μικρὸν χρονικὸν διάστημα Δt.

Ἐὰν ἡ μεταβολὴ τῆς γωνιακῆς ταχύτητος εἰς ἑκάστην χρονικὴν μονάδα παραμένῃ σταθερά, τότε ἡ σταθερὰ αὕτη μεταβολὴ καλεῖται **γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις (ω')**.

Εἰς ἣν ὅμως περίπτωσιν ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις μεταβάλλεται χρονικῶς, καλοῦμεν **στιγμιαίαν γωνιακὴν ἐπιτάχυνσιν** τὸ ὅριον $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$, τοῦ Δt τείνοντος πρὸς τὸ μηδέν, ὅπου $\Delta\omega$ παριστᾷ τὴν πολὺ μικρὰν μεταβολὴν τῆς γωνιακῆς ταχύτητος εἰς τὸ ἀπείρως μικρὸν χρονικὸν διάστημα Δt.

138. Ροπὴ ἀδρανείας ὑλικοῦ σημείου καὶ στερεοῦ σώματος ὡς πρὸς ἄξονα. Ἔστω ὑλικὸν σημεῖον μάζης m εἰς ἀπόστασιν r ἀπό τινος ἄξονός του. **Ὀνομάζομεν ῥοπὴν ἀδρανείας (Θ) τοῦ ὑλικοῦ σημείου ὡς πρὸς τὸν ἄξονα τοῦτον χαρακτηριστικὸν μέγεθος στρεπτοῦ σώματος, τοῦ ὁποίου τὸ μέτρον ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς μάζης τοῦ ὑλικοῦ σημείου ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως αὐτοῦ ἀπὸ τοῦ ἄξονος,** ἤτοι :

$$\boxed{\Theta = m \cdot r^2} \qquad (1)$$

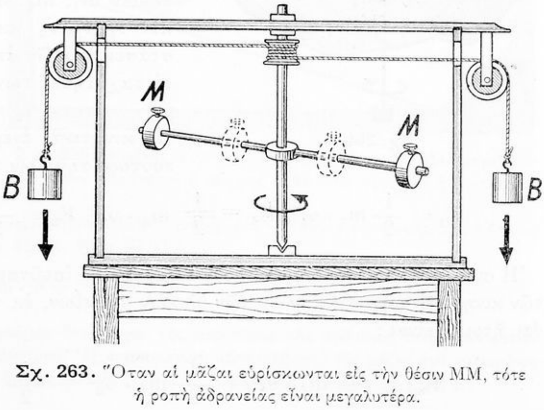
Κατ' ἐπέκτασιν, καλοῦμεν **ῥοπὴν ἀδρανείας στερεοῦ σώματος** ὡς πρὸς ἄξονα, τὸ ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν ἀδρανείας ὅλων τῶν ὑλικῶν σημείων, ἐκ τῶν ὁποίων ἀποτελεῖται τὸ σῶμα ὡς πρὸς τὸν αὐτὸν ἄξονα, ἤτοι :

$$\Theta = \left(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots\right) \text{ ἢ συντομώτερον } \Theta = \sum m_n r_n^2 \qquad (2)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (1) εὑρίσκομεν τὴν ἐξίσωσιν διαστάσεων καὶ τὰς μονάδας μετρήσεως τῆς ῥοπῆς ἀδρανείας.

α) **Συστήματα μονάδων C.G.S. καὶ M.K.S.** $[\Theta] = [L^2 M]$ καὶ μονάς : $\Theta = 1$ $gr \cdot cm^2$ ἢ $1\ kgr \cdot m^2$.

β) **Τεχνικὸν σύστημα μονάδων.** $[\Theta] = [L^{-1} F T^2 L^2] = [L F T^2]$ καὶ μονάς : $\Theta = 1$ $kgr^* \cdot m \cdot sec^2$.



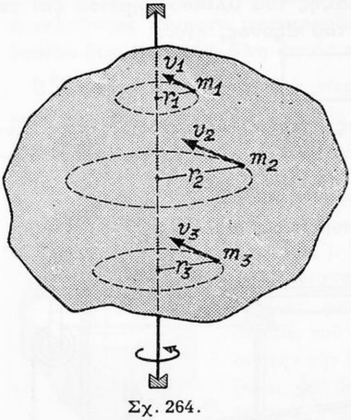
Σχ. 263. Ὅταν αἱ μᾶζαι εὑρίσκωνται εἰς τὴν θέσιν ΜΜ, τότε ἡ ῥοπὴ ἀδρανείας εἶναι μεγαλυτέρα.

Ὡς εἶναι εὐνόητον, ἡ τιμὴ τῆς ῥοπῆς ἀδρανείας ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸν τρόπον διανομῆς τῆς ὕλης εἰς τὸ σῶμα, ἐν σχέσει πρὸς τὸν θεωρούμενον ἄξονα, καὶ εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον τὰ ὑλικὰ σημεῖα ἀπέχουν περισσότερον ἀπὸ τὸν ἄξονα.

Ἡ ροπὴ ἀδρανείας σώματος ἀποτελεῖ χαρακτηριστικὸν μέγεθος αὐτοῦ, τὸ ὁποῖον καθορίζει τὴν διανομὴν τῆς μάζης τοῦ σώματος, ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἄξονα πρὸς ὃν ἀναφέρεται. Ἐν ἄλλοις λόγοις, δύο σώματα ἔχοντα τὴν αὐτὴν μᾶζαν δύνανται νὰ παρουσιάζουν διάφορον ροπὴν ἀδρανείας ὡς πρὸς τὸν αὐτὸν ἄξονα, ἀναλόγως πρὸς τὴν διανομὴν τῆς μάζης ἐν σχέσει πρὸς αὐτά. Τοῦτο δεικνύεται πειραματικῶς διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχ. 263, ὅπου διὰ μεταθέσεως τῶν ἴσων μαζῶν εὑρίσκομεν ἑκάστοτε διάφορον τιμὴν ροπῆς ἀδρανείας.

Ἡ ροπὴ ἀδρανείας σώματος δὲν δύναται ἐν γένει νὰ ὑπολογισθῇ διὰ τῶν στοιχειωδῶν Μαθηματικῶν, διότι ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ ἀθροίσματος (2), τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἐξ ἀπείρως μεγάλου ἀριθμοῦ ὅρων, ἕκαστος τῶν ὁποίων ἔχει ἀπείρως μικρὰν τιμήν, ἀπαιτεῖ τὴν γνῶσιν Ἀνωτέρων Μαθηματικῶν.

139. Κινητικὴ ἐνέργεια σώματος στρεφομένου περὶ σταθερὸν ἄξονα. Ροπὴ ἀδρανείας.



Σχ. 264.

Θεωρήσωμεν ἓν στερεὸν σῶμα (σχ. 264) στρεφόμενον περὶ δεδομένον ἄξονα μὲ σταθερὰν γωνιακὴν ταχύτητα ω. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος τούτου θὰ ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν κινητικῶν ἐνεργειῶν ὅλων τῶν ὑλικῶν σημείων, ἐκ τῶν ὁποίων ἀποτελεῖται τὸ σῶμα τοῦτο. Ἡ ἐνέργεια αὐτὴ ὑπολογίζεται ὡς ἀκολούθως: Ἐὰν θεωρήσωμεν διάφορα ὑλικὰ σημεῖα ἐκ τῶν ὁποίων ἀποτελεῖται τὸ σῶμα καὶ καλέσωμεν m_1, m_2, m_3 κ.ο.κ. τὰς μάζας αὐτῶν καὶ r_1, r_2, r_3 κ.ο.κ. τὰς ἀντιστοίχους ἀποστάσεις αὐτῶν ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς, αἱ ταχύτητες τῶν σημείων τούτων θὰ εἶναι $\upsilon_1 = \omega \cdot r_1$, $\upsilon_2 = \omega \cdot r_2$, $\upsilon_3 = \omega \cdot r_3$ κ.ο.κ. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἑκάστου τῶν ὑλικῶν τούτων σημείων θὰ εἶναι :

$$E_1 = \frac{1}{2} m_1 \cdot \upsilon_1^2, \; E_2 = \frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon_2^2, \; E_3 = \frac{1}{2} m_3 \cdot \upsilon_3^2 \text{ κ.ο.κ.}$$

Ἡ συνολικὴ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος θὰ ἰσοῦται ἑπομένως πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν κινητικῶν ἐνεργειῶν ὅλων τῶν ὑλικῶν σημείων, ἐκ τῶν ὁποίων τοῦτο ἀποτελεῖται, ἤτοι θὰ εἶναι :

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \cdot \upsilon_3^2 + \ldots \qquad (1)$$

Ἐὰν ἐξ ἄλλου λάβωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι $\upsilon_1 = \omega \cdot r_1$, $\upsilon_2 = \omega \cdot r_2$, $\upsilon_3 = \omega \cdot r_3$ κ.ο.κ.

καὶ ἐξαγάγωμεν ἐκ τῆς σχέσεως (1) τοὺς κοινοὺς παράγοντας 1/2 καὶ ω^2, προκύπτει ἡ σχέσις:

$$E_{\kappa\iota\nu} = 1/2 \cdot \omega^2 \,[\, m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 + m_3 \cdot r_3^2 + \ldots \,] \qquad (2)$$

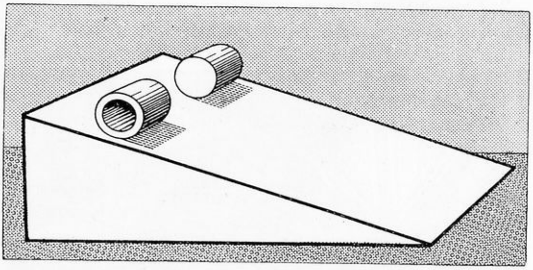
Τὸ ἐν παρενθέσει (2) ἄθροισμα παριστᾶται συντομώτερον ὡς ἑξῆς : $\sum m \cdot r^2$. Τὸ ἄθροισμα τοῦτο καλεῖται **ροπὴ ἀδρανείας** τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς καὶ συμβολίζεται διὰ τοῦ Θ. Οὕτω ὁ τύπος (2) γράφεται ἤδη ὡς ἑξῆς :

$$\boxed{E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}\,\Theta \cdot \omega^2}$$

Ἤτοι: « **ἡ κινητικὴ ἐνέργεια σώματος περιστρεφομένου περὶ ἄξονα ἰσοῦται πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ γινομένου τῆς ῥοπῆς ἀδρανείας τοῦ σώματος, ὡς πρὸς τὸν ἄξονα τοῦτον, ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς γωνιακῆς ταχύτητος** ».

***140. Ἐπίδρασις τῆς ῥοπῆς ἀδρανείας ἐπὶ σώματος κυλιομένου.** Ἡ ῥοπὴ ἀδρανείας σώματος ἔχει μεγίστην σημασίαν εἰς τὴν περίπτωσιν σώματος κυλιομένου. Πράγματι τὸ σῶμα, λόγῳ τῆς περιστροφικῆς κινήσεως αὐτοῦ περὶ ἄξονα, κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς κυλίσεως παρουσιάζει ὡρισμένην ῥοπὴν ἀδρανείας, ἡ ὁποία συντελεῖ φαινομενικῶς εἰς τὴν αὔξησιν τῆς μάζης αὐτοῦ, οὕτω δὲ τὸ σῶμα καθίσταται ἀδρανέστερον.

Θεωρήσωμεν π.χ. ὅτι κύλινδρος μάζης m κινεῖται μὲ ταχύτητα υ, ὀλισθαίνων χωρὶς νὰ κυλίεται. Ἡ κινητικὴ αὐτοῦ ἐνέργεια εἶναι $E_{\kappa\iota\nu} = 1/2 \cdot m \cdot \upsilon^2$. Ἐὰν ὁ αὐτὸς κύλινδρος κινῆται κυλιόμενος (σχ. 265) μὲ τὴν αὐτὴν ταχύτητα υ, τότε οὗτος, ἐκτὸς τῆς μεταφορικῆς κινήσεως, ἐκτελεῖ ταυτοχρόνως καὶ κίνησιν περιστροφῆς περὶ τὸν ἄξονά του ὑπὸ γωνιακὴν ταχύτητα $\omega = \upsilon/r$, ὅπου r ἡ ἀκτὶς τοῦ κυλίνδρου. Ἑπομένως ἡ κινητική του ἐνέργεια εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν θὰ εἶναι ἄθροισμα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας μεταφορᾶς $m \cdot \upsilon^2/2$ καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας περιστροφῆς $\Theta \cdot \omega^2/2 = \Theta \cdot \upsilon^2/2\,r^2$, ὅπου Θ ἡ ῥοπὴ ἀδρανείας τοῦ κυλίνδρου ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς του, ὁ ὁποῖος συμπίπτει πρὸς τὸν γεωμετρικὸν ἄξονα, ἤτοι θὰ εἶναι:



Σχ. 265. Κοῖλος κύλινδρος κυλιόμενος παρουσιάζει μεγαλυτέραν ἀδράνειαν ἢ πλήρης κύλινδρος τῆς αὐτῆς μάζης.

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}\, m \cdot \upsilon^2 + \frac{1}{2}\,\Theta \cdot \frac{\upsilon^2}{r^2} = \frac{1}{2}\,\upsilon^2 \cdot \left(m + \frac{\Theta}{r^2} \right)$$

Ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως παρατηροῦμεν ὅτι, λόγῳ τῆς περιστροφικῆς κινήσεως, ἐπέρχεται φαινομενικὴ αὔξησις τῆς μάζης τοῦ κυλίνδρου. Ἡ φαινομενικὴ αὕτη αὔξησις τῆς μάζης τοῦ κυλιομένου κυλίνδρου λέγομεν συνήθως ὅτι ὀφείλεται εἰς τὴν ἀδράνειαν περιστροφῆς.

***141. Ἐφαρμογαί. 1. Κυλιόμενος κύλινδρος ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου.** Ὡς εἴδομεν προηγουμένως, ὅταν πλήρης κύλινδρος μάζης m κατέρχεται ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου γωνίας φ κυλιόμενος, ὑφίσταται φαινομενικὴν αὔξησιν τῆς μάζης του, ἡ δὲ νέα μᾶζα αὐτοῦ εἶναι:

$$M = m + \frac{\Theta}{r^2}$$

ὅπου r ἡ ἀκτὶς τοῦ κυλίνδρου καὶ Θ ἡ ροπὴ ἀδρανείας ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς. Ἐὰν δὲ F παριστᾷ τὴν ἐπιταχύνουσαν δύναμιν, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις, τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ ὁ κύλινδρος, εἶναι:

$$F = M \cdot \gamma = \left(m + \frac{\Theta}{r^2} \right) \cdot \gamma \qquad (1)$$

Ἡ ἐπιτάχυνσις αὕτη εἶναι προδήλως μικροτέρα τῆς ἐπιταχύνσεως, τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ ὁ κύλινδρος, ὅταν κινῆται ὀλισθαίνων ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου.

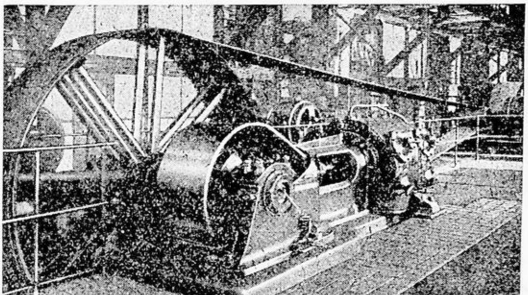
Ἐὰν ἤδη θεωρήσωμεν κοῖλον κύλινδρον τῶν αὐτῶν διαστάσεων καὶ τῆς αὐτῆς μάζης, ἀλλὰ ἀποτελούμενον ἐκ διαφόρου οὐσίας, οὗτος, λόγῳ τῆς κυλίσεως αὐτοῦ ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ὑφίσταται αὔξησιν τῆς μάζης αὐτοῦ, ἡ ὁποία καθίσταται $M' = m + \frac{\Theta'}{r^2}$.

Ἐπειδὴ δὲ ἡ ἐπιταχύνουσα δύναμις παραμένει ἀμετάβλητος, δεδομένου ὅτι ὁ κοῖλος κύλινδρος ἔχει τὸ αὐτὸ βάρος πρὸς τὸν πλήρη, ὁ πρῶτος θ' ἀποκτήσῃ ἐπιτάχυνσιν γ', παρεχομένην ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$F = M' \cdot \gamma' = \left(m + \frac{\Theta'}{r^2} \right) \cdot \gamma'$$

εἶναι δὲ $\gamma' < \gamma$, διότι $\Theta' > \Theta$. Οὕτως, ἐὰν ἀπὸ τῆς κορυφῆς κεκλιμένου ἐπιπέδου ἀφήσωμεν ταυτοχρόνως ἐλευθέρους δύο κυλίνδρους τῶν αὐτῶν διαστάσεων καὶ τῆς αὐτῆς μάζης, ἐκ τῶν ὁποίων ὁ εἷς μὲν νὰ εἶναι πλήρης, ὁ δὲ ἕτερος κοῖλος (σχ. 265), ὁ πλήρης κύλινδρος θὰ φθάσῃ ἐνωρίτερον εἰς τὴν βάσιν τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου ἢ ὁ κοῖλος.

2. Σφόνδυλος. Ὁ σφόνδυλος ἀποτελεῖται ἐκ δακτυλίου μεταλλικοῦ (τροχοῦ) μεγάλης μάζης συγκεντρωμένης κυρίως εἰς τὴν περιφέρειάν του (σχ. 266). Οὗτος χρησιμεύει διὰ νὰ προφυλάσσῃ τὴν μηχανὴν ἢ τὸν κινητῆρα ἀπὸ ἀποτόμους μεταβολὰς (αὐξήσεις ἢ ἐλαττώσεις) τῆς γωνιακῆς της ταχύτητος καί, ὡς ἐκ τούτου, διατηρεῖ περίπου σταθερὸν τὸν ἀριθμὸν τῶν στροφῶν τῆς μηχανῆς, ἐπὶ τῆς ὁποίας ἔχει προσαρμοσθῆ. Ἡ λειτουργία τοῦ σφονδύλου ἔχει ὡς ἑξῆς:



Σχ. 266. Σφόνδυλος συνδεδεμένος δι' ἱμάντος πρὸς μηχανήν.

α) Ὅταν ἡ μηχανὴ τίθεται εἰς κίνησιν, ὁ σφόνδυλος, λόγῳ τῆς ἀδρανείας του, ρυθμίζει τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς κινήσεως τῆς μηχανῆς, καθ' ὅλην τὴν χρονικὴν διάρκειαν, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται μέχρις ὅτου ἡ μηχανὴ ἀποκτήσῃ τὸν κανονικὸν ρυθμὸν στροφῶν ἢ τὴν κανονικὴν γωνιακὴν ταχύτητα ω_1. Οὕτως ὑπὸ τοῦ σφονδύλου ἀπορροφᾶται ἐνέργεια, ἡ ὁποία ἀποταμιεύεται ὡς κινητικὴ ἐνέργεια ἐπ' αὐτοῦ. Κατὰ τὴν στιγμὴν δὲ καθ' ἣν ὁ σφόνδυλος ἔχει ἀποκτήσει τὴν κανονικὴν ταχύτητα, ὅτε θὰ ἔχῃ γωνιακὴν ταχύτητα ω_1, ἡ κινητική του ἐνέργεια θὰ εἶναι:

$$E_{1\,\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}\,\Theta \cdot \omega_1^2 \qquad (1)$$

ὅπου Θ ἡ ροπὴ ἀδρανείας ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς.

β) Ἐὰν κατά τινα στιγμὴν τὸ φορτίον μειωθῇ, τότε, ἐπειδὴ τὸ ἔργον τῆς κινητηρίου δυνάμεως εἶναι ἀνώτερον τοῦ ἔργου τοῦ φορτίου ἢ τῆς ἀντιστάσεως, ὑπάρχει περίσσεια ἐνεργείας καί, ἐπομένως, ὁ ἀριθμὸς τῶν στροφῶν τῆς μηχανῆς θὰ αὐξηθῇ ἀποτόμως. Ὁ σφόνδυλος ὅμως ἀντιτίθεται εἰς τοῦτο καί, διὰ προσλήψεως ἐνεργείας, βαθμιαίως ὑφίσταται αὔξησιν τῆς γωνιακῆς ταχύτητος αὐτοῦ ἀπὸ ω_1 εἰς ω_2, ἡ δὲ νέα του κινητικὴ ἐνέργεια εἶναι:

$$E_{2\,\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}\,\Theta \cdot \omega_2^2 \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (1) καὶ (2) εὑρίσκομεν, ὅτι ὁ σφόνδυλος προσέλαβεν ἐνέργειαν:

$$E = \frac{1}{2}\,\Theta\,(\omega_2^2 - \omega_1^2) \quad \text{ἐξ ἧς:} \quad \omega_2^2 - \omega_1^2 = \frac{2\,E}{\Theta} \qquad (3)$$

γ) Τὸ ἀντίστροφον θὰ συμβῇ, ἐὰν τὸ φορτίον αὐξηθῇ, ὅτε πάλιν ἡ γωνιακὴ ταχύτης τοῦ σφονδύλου θὰ ἐλαττωθῇ εἰς ω_2 καὶ ὁ σφόνδυλος θ' ἀποδώσῃ ἐνέργειαν ὑπολογιζομένην καθ' ὅμοιον τρόπον.

Ὅταν αἱ ἀκτῖνες τοῦ σφονδύλου r_1 καὶ r_2 ἐλάχιστα διαφέρουν μεταξύ των, ἐπιτρέπεται νὰ θεωρήσωμεν ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος, ὅτι $r_1 = r_2 = R$, ὁπότε ἡ ῥοπὴ ἀδρανείας τοῦ δακτυλίου γίνεται $\Theta = M \cdot R^2$, ὅπου M ἡ μᾶζα τοῦ δακτυλίου, καὶ ὁ τύπος (3) γράφεται:

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = \frac{2\,E}{M \cdot R^2}$$

δηλαδὴ ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος θὰ εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον τὸ γινόμενον $M \cdot R^2$ ἢ ἡ ῥοπὴ ἀδρανείας τοῦ σφονδύλου εἶναι μεγαλυτέρα. Διὰ τῆς τοιαύτης λειτουργίας τοῦ σφονδύλου ἐπιτυγχάνεται ὁμοιομορφία εἰς τὴν κίνησιν τοῦ κινήτῆρος ἢ τῆς μηχανῆς.

***142. Στροφορμή.** **Καλοῦμεν στροφορμὴν (G) (ἢ ὁρμὴν περιστροφῆς) περιστρεφομένου σώματος, χαρακτηριστικὸν διανυσματικὸν μέγεθος στρεφομένου σώματος, τοῦ ὁποίου τὸ μέτρον ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς ῥοπῆς ἀδρανείας Θ ἐπὶ τὴν γωνιακὴν ταχύτητα ω.** Ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορὰ τῆς στροφορμῆς συμπίπτει πρὸς τὴν τοῦ παραστατικοῦ διανύσματος τῆς γωνιακῆς ταχύτητος. Οὕτως ἔχομεν :

$$\boxed{G = \Theta \cdot \omega}$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη ἐπιτρέπει τὴν εὕρεσιν τῶν ἐξισώσεων διαστάσεων καὶ τῶν μονάδων τῆς ὁρμῆς περιστροφῆς.

α) Συστήματα μονάδων C.G.S. καὶ M.K.S.

$[G] = [L^2\,M\,T^{-1}]$

καὶ μονάς : $G = 1$ gr · cm² · sec⁻¹ ἢ 1 kgr · m² · sec⁻¹.

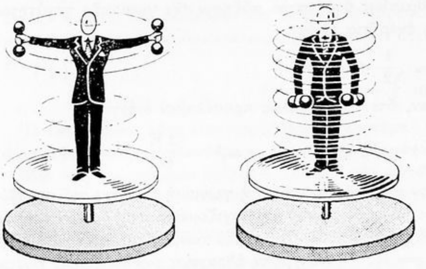
β) Τεχνικὸν σύστημα μονάδων.

$[G] = [L\,F\,T^2\,T^{-1}] = [L\,F\,T]$

καὶ μονάς : $G = 1$ kgr* · m · sec.

***143. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς στροφορμῆς.** Ὅπως διὰ τὴν περίπτωσιν τῆς μεταφορικῆς κινήσεως, οὕτω καὶ διὰ τὴν περίπτωσιν τῆς περιστροφικῆς ἰσχύει ἀνάλογος ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, ἡ ὁποία διατυποῦται ὡς ἑξῆς : **« Ἐφ' ὅσον ἐπὶ στερεοῦ σώματος ἐν κινήσει εὑρισκομένου οὐδεμία ἐπενεργεῖ ῥοπή, τότε ἡ στροφορμὴ αὐτοῦ παραμένει σταθερά ».**

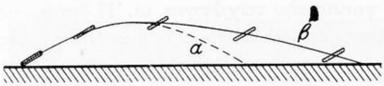
Πειραματικῶς δυνάμεθα νὰ δείξωμεν τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς στροφορμῆς διὰ τῆς ἀκολούθου διατάξεως. Ἐπὶ βάθρου στρεπτοῦ, μὲ ἐλαχίστας τριβάς, περὶ κατακόρυφον ἄξονα τοποθετεῖται ὄρθιος ἄνθρωπος κρατῶν εἰς τὰς δύο τεταμένας χεῖράς του βάρη (σχ. 267). Ἐὰν τὸ βάθρον δι' ὠθήσεως τοῦ ἀνθρώπου τεθῇ εἰς περιστροφικὴν κίνησιν, οὗτος ἀποκτᾷ σταθερὰν γωνιακὴν ταχύτητα περιστροφῆς καὶ ἐπομένως ὡρισμένην στροφορμήν.



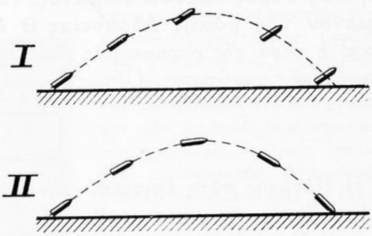
Σχ. 267. Μὲ τεταμένας τὰς χεῖρας ὁ ἄνθρωπος παρουσιάζει μεγαλυτέραν ῥοπὴν ἀδρανείας, ἐνῷ ἡ γωνιακὴ ταχύτης τοῦ συστήματος περιστροφῆς ἐλαττοῦται.

Φαντασθῶμεν ἤδη ὅτι, καθ' ὃν χρόνον ὁ ἄνθρωπος περιστρέφεται, συμπτύσσει τὰς χεῖρας αὐτοῦ, ὅτε, λόγῳ τῆς μεταβολῆς τῆς διανομῆς τῆς μάζης περὶ τὸν ἄξονα περιστροφῆς, ἡ ῥοπὴ ἀδρανείας αὐτοῦ μεταβάλλεται καὶ μάλιστα ἐλαττοῦται. Ἀμέσως ὅμως βλέπομεν ὅτι ἡ γωνιακὴ ταχύτης περιστροφῆς τοῦ συστήματος αὐξάνεται, ἀντιστρόφως δέ, ἐὰν ὁ ἄνθρωπος ἀνοίξῃ τὰς χεῖράς του, ἡ γωνιακὴ ταχύτης ἐλαττοῦται μέχρι τοιούτου βαθμοῦ, ὥστε ἡ νέα στροφορμὴ αὐτοῦ νὰ καταστῇ ἴση πρὸς τὴν ἀρχικήν.

Λόγῳ τῆς διατηρήσεως ἐν τῷ χώρῳ τοῦ ἄξονος τῆς στροφορμῆς, ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος ἐπὶ τῶν κινουμένων ἐντὸς αὐτοῦ ἐπιφανειῶν, προκαλεῖται μήκυνσις τῆς ἐμβελείας τοῦ δίσκου εἰς τὴν δισκοβολίαν (σχ. 268) καὶ ὀρθὴ κλίσις τοῦ βλήματος πυροβόλων ὅπλων (σχ. 269).



Σχ. 268. Διὰ τῆς περιστροφῆς τοῦ δίσκου ἐπιτυγχάνεται μεγαλύτερον βεληνεκές.



Σχ. 269. Τροχιὰ ἑνὸς βλήματος εἰς τὸ κενὸν (I) καὶ εἰς τὸν ἀέρα (II).

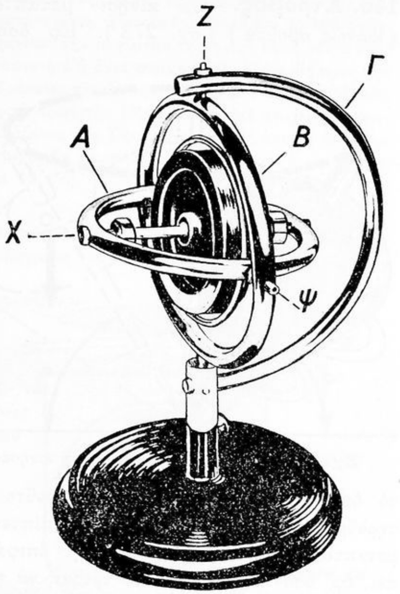
Ἐξ ἄλλου εἰς τὴν αὐτὴν σταθερότητα τοῦ ἄξονος ὀφείλεται ἡ εὐστάθεια τῶν τροχῶν ποδηλάτου κινουμένου ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου, ὁπότε ὁ ἄξων τῆς στροφορμῆς παραμένει σταθερὸς κατὰ τὴν διεύθυνσίν του, μετακινούμενος ἁπλῶς καὶ μόνον παραλλήλως πρὸς ἑαυτόν.

144. Γυροσκόπιον. Τὸ γυροσκόπιον εἶναι συνήθης τροχός, τοῦ ὁποίου ἡ ῥοπὴ ἀδρανείας γίνεται ἀρκετὰ μεγάλη διὰ τῆς συγκεντρώσεως τοῦ πλείστου μέρους τῆς μάζης του εἰς τὴν περιφέρειαν καὶ ὁ ὁποῖος ἐξαρτᾶται διὰ συστήματος Cardano (Καρντάνο), δηλαδὴ συστήματος τριῶν δακτυλίων τῶν ὁποίων οἱ ἄξονες περιστροφῆς εἶναι κάθετοι μεταξύ των, ἐξασφαλίζοντος οὕτω τὴν ἐλευθερίαν τῶν κινήσεων αὐτοῦ πρὸς πᾶσαν διεύθυνσιν.

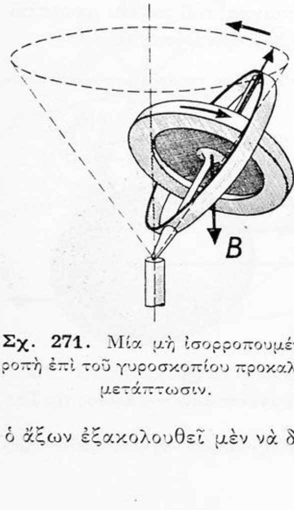
Ἡ ὡς ἄνω ἐξάρτησις Cardano παρέχει εἰς τὸ γυροσκόπιον τρεῖς βαθμοὺς ἐλευθερίας περιστροφῆς. Οὕτως, ὅταν σῶμα ἔχῃ τὴν δυνατότητα νὰ περιστρέφεται περὶ ἕνα μόνον προδιαγεγραμμένον ἄξονα, λέγομεν ὅτι ἔχει ἕ ν α β α θ μ ὸ ν ἐ λ ε υ θ ε ρ ί α ς π ε ρ ι σ τ ρ ο φ ῆ ς. Ἐὰν ὅμως τοῦτο δύναται νὰ περιστρέφεται περὶ δύο ἄξονας καθέτους, τότε ἔχει δ ύ ο β α θ μ ο ὺ ς ἐ λ ε υ θ ε ρ ί α ς π ε ρ ι σ τ ρ ο φ ῆ ς καί, ἐὰν δύναται νὰ περιστρέφεται περὶ τρεῖς ἄξονας καθέτους ὁμοίως ἐν τῷ χώρῳ, τότε ἔχει τ ρ ε ῖ ς β α θ μ ο ὺ ς ἐ λ ε υ θ ε ρ ί α ς π ε ρ ι σ τ ρ ο φ ῆ ς.

Ἐὰν τὸ γυροσκόπιον, ἐλεύθερον ἐξωτερικῶν δυνάμεων, περιστρέφεται ταχέως (σχ. 270), ὁ ἄξων του Χ διατηρεῖ σταθερὰν διεύθυνσιν παραμένων πάντοτε παράλληλος πρὸς ἑαυτόν, ἀνεξαρτήτως τῶν κινήσεων τὰς ὁποίας δύναται νὰ λάβῃ ὁλόκληρον τὸ σύστημα τῆς ἐξαρτήσεώς του.

Λόγῳ τῆς ἰδιότητός του ταύτης, τὸ γυροσκόπιον δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ ὡς π υ ξ ί ς, ἥτις παραμένει ἀνεξάρτητος τῶν μαγνητικῶν διαταράξεων.



Σχ. 270. Τὸ γυροσκόπιον διατηρεῖ ἀμετάβλητον τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος Χ περιστροφῆς.

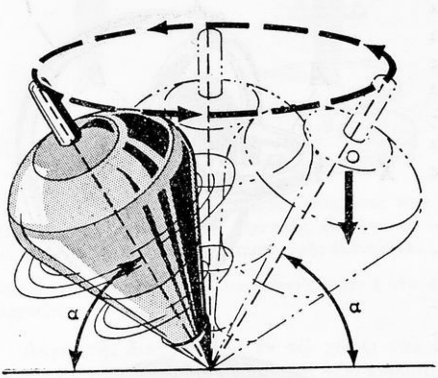


Σχ. 271. Μία μὴ ἰσορροπουμένη ροπὴ ἐπὶ τοῦ γυροσκοπίου προκαλεῖ μετάπτωσιν.

Διὰ τοῦτο ἡ γ υ ρ ο σ κ ο π ι κ ὴ π υ ξ ὶ ς εὐρύτατα χρησιμοποιεῖται ἐπὶ τῶν πλοίων καὶ τῶν ἀεροσκαφῶν, ὡς συμπλήρωμα τῆς μαγνητικῆς πυξίδος.

145. Μετατόπισις τοῦ ἄξονος γυροσκοπίου. Ἐὰν τὸ γυροσκόπιον ὑπόκειται εἰς μίαν μὴ ἰσορροπουμένην ροπήν, ὡς π.χ. δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 271, ὅπου τὸ βάρος τοῦ γυροσκοπίου, ἐνεργοῦν ἐπὶ τοῦ κέντρου βάρους του, τείνει συνεχῶς νὰ κλίνῃ τὸν ἄξονα πρὸς τὰ κάτω, τὸ γυροσκόπιον συμπεριφέρεται κατὰ ἕνα ἐντελῶς ἰδιαίτερον τρόπον. Ἀντὶ δηλαδὴ νὰ ὑποχωρήσῃ εἰς τὴν ροπὴν ταύτην, λαμβάνον μίαν θέσιν ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ὁριζοντίαν, καθὼς θὰ ἠδύνατό τις νὰ ἀναμένῃ, ὁ ἄξων ἐξακολουθεῖ μὲν νὰ διατηρῇ τὴν κλίσιν του, ἀλλὰ κινεῖται πρὸς τὰ πλάγια κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε τὸ ἀνώτερον ἄκρον αὐτοῦ νὰ διαγράφῃ ὁριζοντίαν περιφέρειαν. Ἡ χαρακτηριστικὴ αὐτὴ κίνησις τοῦ γυροσκοπίου καλεῖται **μετάπτωσις.**

146. Στρόβος. Τὴν κίνησιν μεταπτώσεως γυροσκοπίου δεικνύει ὁ στρόβος (κοινῶς σβοῦρα) (σχ. 272). Ἐφ᾽ ὅσον ὁ στρόβος δὲν περιστρέφεται περὶ τὸν ἄξονά του, δὲν δύναται νὰ ἰσορροπήσῃ στηριζόμενος κατακορύφως ἐπὶ τῆς ἀκίδος του, ἀλλὰ καταπίπτει.

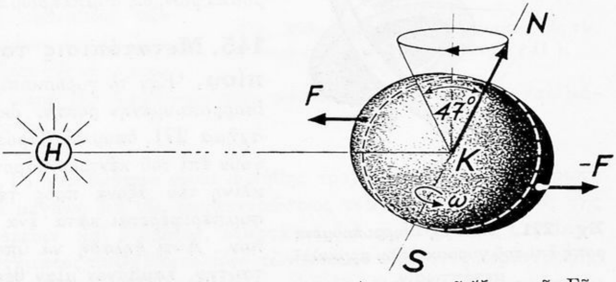


Σχ. 272. Στρόβος ἐν περιστροφικῇ κινήσει.

Ἐὰν ὅμως τεθῇ εἰς περιστροφικὴν κίνησιν καὶ τοποθετηθῇ τελείως κατακορύφως, οὕτως ὥστε νὰ ἐξουδετεροῦται τελείως τὸ βάρος του, ἰσορροπεῖ, διότι τότε ἀποτελεῖ γυροσκόπιον ἐλεύθερον δυνάμεων καὶ ἐπομένως ὁ ἄξων περιστροφῆς αὐτοῦ, ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖ ἐλεύθερον ἄξονα, διατηρεῖ τὴν θέσιν αὐτοῦ εἰς τὸν χῶρον.

Ἐὰν ἤδη κλίνωμεν ὀλίγον τὸν στρόβον, εἰς τρόπον ὥστε νὰ ἐκδηλωθῇ ἡ ἐπενέργεια τοῦ βάρους του, τὸ ὁποῖον προηγουμένως ἐξουδετεροῦτο ὑπὸ τοῦ σημείου ὑποστηρίξεως, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ στρόβος δὲν καταπίπτει, ἀλλὰ ὁ ἄξων αὐτοῦ ἐκτελεῖ κίνησιν μεταπτώσεως διαγράφων κωνικὴν ἐπιφάνειαν, τὸ ἄνοιγμα δὲ τοῦ κώνου πρέπει, ἐφ᾽ ὅσον δὲν ὑφίστανται τριβαί, νὰ παραμένῃ σταθερόν. Εἰς τὴν πραγματικότητα ὅμως, ἐπειδὴ ἡ κίνησις τοῦ στρόβου δὲν εἶναι ἀπηλλαγμένη τριβῶν, ἡ ταχύτης περιστροφῆς αὐτοῦ ἐλαττοῦται, συνεπείᾳ δὲ τούτου τὸ ἄνοιγμα τοῦ κώνου μεταπτώσεως ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον αὐξάνεται καὶ τέλος ὁ στρόβος ἀνατρέπεται.

***147. Μετάπτωσις τοῦ ἄξονος τῆς Γῆς.** Ἡ Γῆ ἀποτελεῖ ἕνα τεράστιον γυροσκόπιον. Ἐὰν δὲν ὑφίστατο τὴν ἐπίδρασιν ἐξωτερικῶν δυνάμεων, ἡ διεύθυνσις τοῦ ἄξονος εἰς τὸν χῶρον θὰ παρέμενεν αἰωνίως σταθερά. Ἡ Γῆ ὅμως δὲν εἶναι ἀκριβῶς σφαιρική, ἀλλὰ φέρει τὸ καλούμενον ἰσημερινὸν ἐξόγκωμα, δηλαδὴ ἡ Γῆ εἶναι πεπλατυσμένη περὶ τὸν Ἰσημερινόν, ὁ δὲ Ἥλιος ἀσκεῖ ἰσχυρὰν ἑλκτικὴν δύναμιν ἐπὶ τοῦ ἐξογκώματος τούτου. Εἰς τὸ σχῆμα 273 ἡ τομὴ τῆς ἐξογκώσεως ταύτης εἶναι γραμμοσκιασμένη. Ἡ γωνία τὴν ὁποίαν σχηματίζει ὁ ἄξων



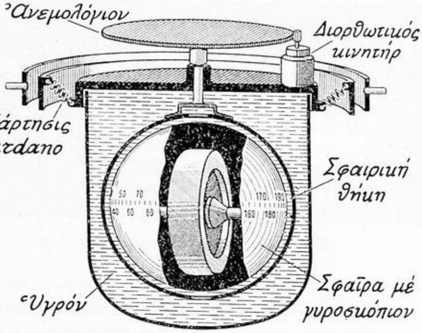
Σχ. 273. Ἡ ἕλξις τοῦ Ἡλίου προκαλεῖ μετάπτωσιν τοῦ ἄξονος τῆς Γῆς.

τῆς Γῆς μετὰ τῆς καθέτου ἐπὶ τὴν ἐ κ λ ε ι π τ ι κ ή ν, δηλ. τὴν τροχιὰν τὴν ὁποίαν διαγράφει τὸ κέντρον βάρους τῆς Γῆς περὶ τὸν Ἥλιον, εἶναι ἴση πρὸς 23,5°.

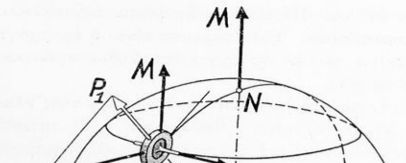
Τὸ πεπλατυσμένον σχῆμα τῆς Γῆς ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τὴν ἐπ' αὐτῆς ἐνέργειαν μιᾶς ῥοπῆς, ὀφειλομένης εἰς τὰς ἕλξεις F καὶ —F τοῦ Ἡλίου ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐξογκώματος. Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ῥοπῆς ταύτης ἡ Γῆ ἐκτελεῖ βραδεῖαν μετάπτωσιν, ἡ ὁποία ἔχει περίοδον 25 800 ἐτῶν. Ἡ ῥοπὴ αὐτὴ δὲν εἶναι βεβαίως σταθερά, ἀλλὰ λαμβάνει τὴν μεγίστην της τιμὴν κατὰ τὰς τ ρ ο π ὰ ς καὶ μηδενίζεται κατὰ τὰς ἰ σ η μ ε ρ ί α ς, ὁπότε ἡ Γῆ ἔχει συμμετρικὴν θέσιν ὡς πρὸς τὴν εὐθεῖαν ΚΗ. Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου καὶ τῆς ἐπιδράσεως τῆς Σελήνης, ἡ κίνησις δὲν εἶναι ἁπλῶς μεταπτωτική, ἀλλὰ ἐκτὸς τῆς μεταπτώσεως ταύτης ὁ ἄξων τῆς Γῆς κινεῖται ἐπὶ πτυχωτῆς κωνικῆς ἐπιφανείας. Τὴν ἰδιάζουσαν ταύτην κίνησιν τοῦ ἄξονος τῆς Γῆς, συνεπείᾳ τῆς ὁποίας τὸ ἄκρον αὐτοῦ δὲν διαγράφει περιφέρειαν κύκλου, ἀλλὰ πτυχωτὴν καμπύλην, καλοῦμεν κ λ ό ν η σ ι ν, ἡ δὲ περίοδος τῆς κλονητικῆς κινήσεως αὐτῆς εἶναι 19 ἔτη.

***148. Ἐφαρμογαὶ τοῦ γυροσκοπίου.** Σπουδαιοτάτην ἐφαρμογὴν τοῦ γυροσκοπίου ἀποτελεῖ ἡ γυροσκοπικὴ πυξίς, ἡ ὁποία εἶναι ἀπηλλαγμένη τῶν σφαλμάτων καὶ μειονεκτημάτων τῆς μαγνητικῆς πυξίδος. Αἱ γυροσκοπικαὶ πυξίδες χρησιμοποιοῦνται πάντοτε εἰς τὰ ὑποβρύχια καὶ συχνὰ ἐπὶ ἄλλων πλοίων, εἶναι δὲ ἰδιαιτέρως χρήσιμοι εἰς τὴν ἀεροπορίαν.

α) Γυροσκοπικὴ πυξίς. Εἰς τὴν γυροσκοπικὴν πυξίδα τὸ γυροσκόπιον εὑρίσκεται ἐντὸς σφαίρας, ἡ ὁποία αἰωρεῖται ἐντὸς ἰξώδους (πηκτοῦ) ὑγροῦ, περιβαλλομένη ὑπὸ σφαιρικῆς θήκης συνδεομένης πρὸς τὸν δίσκον ἀνεμολογίου (σχ. 274).



Σχ. 274. Γυροσκοπικὴ πυξίς.



Σχ. 275. Ἐπίδρασις τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς ἐπὶ τοῦ γυροσκοπίου.

Τὸ γυροσκόπιον, τοῦ ὁποίου τὸ κέντρον βάρους κεῖται κάτω τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, στρέφεται (δι' ἠλεκτρομαγνητικῆς ἐπιδράσεως) μέχρις 20 000 στροφῶν ἀνὰ λεπτὸν καὶ τείνει νὰ κρατήσῃ τὸν ἄξονά του σταθερὸν καὶ ἐν τῷ ὁριζοντίῳ ἐπιπέδῳ. Λόγῳ ὅμως τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς, ἀσκεῖται ἐπὶ τοῦ γυροσκοπίου ῥοπὴ καὶ τελικῶς ὁ ἄξων, κείμενος ἐν ὁριζοντίῳ ἐπιπέδῳ, προσανατολίζεται κατὰ τὴν διεύθυνσιν Βορρᾶ - Νότου.

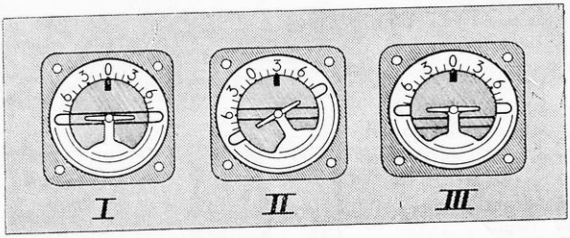
Ἔστω π.χ. ὅτι τὸ γυροσκόπιον εὑρίσκεται εἰς τὸν Ἰσημερινὸν τῆς Γῆς (θέσις A_1, σχ. 275), μὲ τὸν ἄξονα τῆς στροφορμῆς δεικνύοντα πρὸς ἀνατολὰς διάνυσμα B. Ἡ ῥοπὴ περιστροφῆς τῆς Γῆς ὁρίζει τὸ διάνυσμα M, ὁπότε ἐξ αὐτῶν προκύπτει τὸ διάνυσμα P τῆς μεταπτωτικῆς περιστροφῆς μὲ διεύθυνσιν διερχομένην διὰ τοῦ γυροσκοπίου καὶ τοῦ κέντρου τῆς Γῆς. Τὸ γυροσκόπιον ὅθεν θὰ στραφῇ περὶ τὴν διεύθυνσιν PA_1O, ὥστε ἡ προηγουμένη φορὰ τῆς στροφορμῆς του

(B) νὰ ἐκφύγῃ ἀπὸ ἀνατολῶν καὶ νὰ δείξῃ τὸν Βορρᾶν. Μόλις συμβῇ τοῦτο, τὸ B καὶ M γίνονται παράλληλα καὶ παύει νὰ ὑφίσταται τὸ P (ἐξωτερικὸν γινόμενον παραλλήλων διανυσμάτων ἴσον μηδέν).

Ἐὰν πάλιν τὸ γυροσκόπιον δὲν εὑρίσκεται εἰς περιοχὴν τοῦ Ἰσημερινοῦ τῆς Γῆς, ἀλλὰ εἰς ἄλλο τι γεωγραφικὸν πλάτος (θέσις A_-), τότε ἡ διεύθυνσις τοῦ P θὰ κεῖται ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ἀντιστοίχου κύκλου τοῦ πλάτους καὶ ὡς ἐκ τούτου ἀναλύεται τὸ P εἰς δύο συνιστώσας, ἐξ ὧν ἡ P_1, κειμένη ἐπὶ διευθύνσεως διερχομένης διὰ τοῦ κέντρου τῆς Γῆς, παίζει τὸν αὐτὸν ρόλον ὅπως τὸ ὅλον διάνυσμα P εἰς τὸν Ἰσημερινόν.

β) Ἐφαρμογὴ τοῦ γυροσκοπίου εἰς τὴν ἀεροπορίαν. Ὁ γυροσκοπικὸς τροχός, διατηρούμενος ἐν περιστροφικῇ κινήσει διὰ καταλλήλου μηχανισμοῦ, διατηρεῖ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, ἀνεξαρτήτως τῶν κλονισμῶν ἢ περιστροφῶν τοῦ ἀεροπλάνου. Ἐντεῦθεν ἐνεργεῖ ἀκριβῶς ὡς μαγνητικὴ βελόνη.

Τὰ γυροσκόπια χρησιμοποιοῦνται ἐπίσης εἰς τὴν αὐτόματον πλοηγίαν τῶν ἀεροπλάνων. Ὑποτεθείσθω ὅτι τὸ ἀεροπλάνον ἵπταται μὲ κατεύθυνσιν πρὸς Βορρᾶν καὶ τὸ γυροσκόπιον στρέφεται δεξιοστρόφως ἐπὶ ἄξονος παραλλήλου πρὸς τὴν κίνησίν του. Ἐὰν τὸ ἀεροπλάνον ἐκτραπῇ πρὸς τὰ δεξιά, τὸ ἐμπρόσθιον ἄκρον τοῦ ἄξονος τοῦ γυροσκοπίου θὰ στρέφεται πρὸς τὰ κάτω, κλεῖον οὕτω π.χ. ἓν ἠλεκτρικὸν κύκλωμα, τὸ ὁποῖον ἐνεργεῖ ἐπὶ τῶν μοχλῶν, πρὸς ἐπαναφορὰν τοῦ ἀεροπλάνου εἰς τὴν κανονικήν του πορείαν.



Σχ. 276. Γυροσκοπικὴ πυξὶς ἀεροπλάνου.

Εἰς τὸ σχῆμα 276 δεικνύεται ὁ γυροσκοπικὸς δείκτης τοῦ ὁρίζοντος, I εἰς τὴν ὁριζοντίαν πτῆσιν, II εἰς ἀριστερὰν κλίσιν 30^0 καὶ III εἰς τὴν ἀνύψωσιν ἀεροπλάνου.

γ) Ἐφαρμογὴ τοῦ γυροσκοπίου εἰς τὴν ναυσιπλοΐαν. Ἐνδιαφέρουσα εἶναι ἡ ἐφαρμογὴ τοῦ γυροσκοπίου διὰ τὴν εὐστάθειαν τῶν πλοίων, ἐναντίον τῶν ἐκ τῆς τρικυμίας κλυδωνισμῶν καὶ ἑπομένως πρὸς ἀπαλλαγὴν τῶν ἐπιβατῶν ἀπὸ τῆς ναυτίας.

Εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ ναυτία ὀφείλεται εἰς τὴν ἐπιτάχυνσιν, ἡ ὁποία ἐκδηλοῦται κατὰ τοὺς κλυδωνισμούς, λαμβάνει δὲ σοβαρὰν μορφήν, ὅταν αἱ ἐπιταχύνσεις φθάνουν τὰ 2 - 3 m/sec^2 (δηλ. περίπου 1/3 g). Τὸ φαινόμενον τοῦτο εἶναι ἐντονώτερον κατὰ τοὺς πλαγίους κλυδωνισμοὺς παρὰ κατὰ τοὺς διαμήκεις, λόγῳ τοῦ ὅτι ἡ ροπὴ ἀδρανείας τοῦ πλοίου κατὰ τὴν ἐγκαρσίαν ἔννοιαν εἶναι πολὺ μικροτέρα ἐν συγκρίσει πρὸς τὴν κατὰ μῆκος ἔννοιαν, ἐπὶ πλέον δὲ οἱ κατὰ μῆκος κλυδωνισμοὶ ἐλαττοῦνται δι᾽ αὐξήσεως τῆς ταχύτητος τοῦ πλοίου. Οἱ πλάγιοι κλυδωνισμοὶ ὀφείλονται εἰς τὴν διάβασιν τῶν κυμάτων ἐγκαρσίως πρὸς τὸ σκάφος. Τότε ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος ὑψοῦται πρὸς τὸ ἓν μέρος καὶ ταπεινοῦται πρὸς τὸ ἕτερον, οὕτω δὲ ἐπακολουθεῖ περιοδικὴ μετατόπισις τοῦ κέντρου τῆς τρόπιδος (καρένας), ἡ ὁποία προκαλεῖ τὸν κλυδωνισμὸν τοῦ πλοίου. Ἐὰν ἡ περίοδος τοῦ κλυδωνισμοῦ συμπίπτει μὲ τὴν περίοδον τῆς κυματοειδοῦς κινήσεως τῆς θαλάσσης, ὁ κλυδωνισμὸς προσλαμβάνει κλίσεις σημαντικοῦ εὔρους, αἱ δὲ ἐπιταχύνσεις τῆς περιοδικῆς κινήσεως ὑπερβαίνουν τότε τὰ ἀνεκτὰ ὅρια, προκαλοῦσαι βαρείας φυσιολογικὰς διαταραχάς.

Διὰ τῶν γυροσκοπίων εὐσταθείας ἐπιδιώκεται κυρίως ἡ καταπολέμησις τῶν πλαγίων κλυδωνισμῶν τοῦ σκάφους. Ἡ ἐγκατάστασις περιλαμβάνει συνήθως ἓν γυροσκόπιον εὐσταθείας μὲ κατακόρυφον ἄξονα καὶ ἓν γυροσκόπιον ἐλέγχου μὲ ἄξονα ὁριζόντιον, διατεταγμένα ἐγκαρσίως πρὸς τὸ πλοῖον.

149. ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΞ ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΕΩΣ

Μεταφορική κίνησις	Περιστροφική κίνησις
Διάστημα s	Γωνία στροφῆς φ
Γραμμική ταχύτης υ	Γωνιακή ταχύτης ω
Γραμμική ἐπιτάχυνσις γ	Γωνιακή ἐπιτάχυνσις ω'
$\boxed{\begin{aligned} s &= \varphi \cdot r \\ \upsilon &= \omega \cdot r \\ \gamma &= \omega' \cdot r \end{aligned}}$	
Μᾶζα m	Ροπή ἀδρανείας Θ
Δύναμις $F = m \cdot \gamma$	Ροπή $M = \Theta \cdot \omega'$
Κινητική ἐνέργεια $E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2$	Κινητική ἐνέργεια $E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} \Theta \cdot \omega^2$
Ὁρμή $J = m \cdot \upsilon$	Στροφορμή $G = \Theta \cdot \omega$
Ἔργον $A = F \cdot s$ (ἐσωτ. γινόμενον)	Ἔργον $A = M \cdot \varphi = F \cdot r \cdot \varphi$
Ἰσχύς $N = F \cdot \upsilon$	Ἰσχύς $N = M \cdot \omega$
$F = \frac{\Delta J}{\Delta t}$	$M = \frac{\Delta G}{\Delta t}$
	$M = F \cdot r$ (ἐξωτ. γινόμενον)

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α΄ Ἐρωτήσεις

Ποῖα τά κυριώτερα εἴδη κινήσεων στερεοῦ σώματος καί ποία ἡ μεταξύ αὐτῶν διαφορά.

Τί καλοῦμεν γωνιακήν ταχύτητα καί γωνιακήν ἐπιτάχυνσιν σώματος ἐκτελοῦντος περιστροφήν περί ἄξονα.

Τί ὀνομάζομεν ροπήν ἀδρανείας ὑλικοῦ σημείου περιστρεφομένου περί ἄξονα καί πῶς ὁρίζεται ἡ ροπή ἀδρανείας σώματος στρεπτοῦ περί ἄξονα.

Πῶς ὑπολογίζεται ἡ κινητική ἐνέργεια σώματος ἐκτελοῦντος κίνησιν μεταφορᾶς.

Νά δοθῇ ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων τῆς ροπῆς ἀδρανείας εἰς τό σύστημα C.G.S., M.K.S. καί τό Τ.Σ., ὡς καί αἱ ἀντίστοιχοι μονάδες μετρήσεως αὐτῆς.

Πῶς ὑπολογίζεται ἡ κινητική ἐνέργεια σώματος στρεφομένου περί ἄξονα. Ποίαν σημασίαν ἔχει ἡ ροπή ἀδρανείας σώματος στρεπτοῦ περί ἄξονα.

Τί καλοῦμεν στροφορμήν καί ποῖαι αἱ ἐξισώσεις διαστάσεων καί μονάδες αὐτῆς.

Ποῖον τό περιεχόμενον τοῦ ἀξιώματος τῆς διατηρήσεως τῆς στροφορμῆς καί ποῖαι αἱ ἐφαρμογαί αὐτοῦ.

Τί καλοῦμεν ἐν γένει γυροσκόπιον.
Τί καλοῦμεν μεταπτωτικὴν κίνησιν τοῦ ἄξονος περιστροφῆς γυροσκοπίου.
Ἐξηγήσατε τὴν μετάπτωσιν τοῦ ἄξονος τῆς Γῆς.
Ποῖαι αἱ κυριώτεραι ἐφαρμογαὶ τῆς γυροσκοπικῆς πυξίδος.

Β' Προβλήματα

1. Ἀκονιστικὸς τροχὸς διαμέτρου 20 cm καὶ πάχους 4 cm κινεῖται ὑπὸ συχνότητα 50 στροφῶν ἀνὰ sec. Ἡ μᾶζά του εἶναι 3 kgr. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κινητική του ἐνέργεια. (Ροπὴ ἀδρανείας $\Theta = 1/2 \cdot m \cdot r^2$, $g = 10$ m/sec^2.) (Ἀπ. $E_{\kappa\iota\nu} = 73{,}95$ kgr*m.)

2. Τροχὸς 35 kgr*, ἀκτῖνος 60 cm, κατέρχεται ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου ὕψους 15 m. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης μεταφορᾶς τοῦ τροχοῦ, ὅταν εὑρίσκεται εἰς τὴν βάσιν τοῦ ἐπιπέδου. Νὰ θεωρηθῇ ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ τροχοῦ συγκεντροῦται ἐπὶ τῆς περιφερείας του. ($g = 9{,}8$ m/sec^2.) (Ἀπ. $\upsilon = 12{,}12$ m/sec.)

3. Σφαῖρα μάζης 1 kgr κυλίεται ἐπὶ ὁριζοντίας ἐπιφανείας μὲ ταχύτητα 20 m/sec. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κινητική της ἐνέργεια εἰς Joule. (Ἡ ροπὴ ἀδρανείας τῆς σφαίρας ὡς πρὸς ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου της ἰσοῦται πρὸς $\Theta = 2/5\ m \cdot r^2$.) (Ἀπ. $E_{\kappa\iota\nu} = 280$ Joule.)

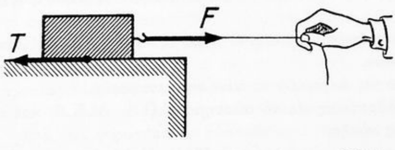
4. Τροχὸς μάζης 45 kgr ἔχει ἀκτῖνα περιφορᾶς 45 cm. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ γωνιακὴ ταχύτης ἡ ἀναπτυσσομένη ἐπ' αὐτοῦ, ὅταν λαμβάνῃ τὴν κίνησίν του ἀπὸ κινητῆρα ἰσχύος 3/4 HP εἰς χρονικὸν διάστημα 6 sec, θεωρουμένου ὅτι δὲν λαμβάνει χώραν ἀπώλεια ἐνεργείας. ($g = 10$ m/sec^2.) (Ἀπ. $\omega = 27{,}6$ rad/sec.)

5. Τροχὸς μετ' ἄξονος τίθεται εἰς περιστροφὴν περὶ τὸν ὁριζόντιον ἄξονά του μὲ τὴν βοήθειαν βάρους $B = 4$ kgr* προσδεδεμένου ἐπὶ σχοινίου, τὸ ὁποῖον περιτυλίσσεται περὶ τὸν ἄξονα αὐτοῦ, ἀκτῖνος $r = 5$ cm. Τὸ βάρος πίπτει κατακορύφως διανύον διάστημα $s = 2$ m εἰς χρόνον $t = 10$ sec, ἀναχωροῦν ἐκ τῆς ἠρεμίας. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ροπὴ ἀδρανείας Θ τοῦ τροχοῦ καὶ ἄξονος. (Ἀπ. $\Theta = 2{,}44 \cdot 10^7$ gr · cm^2.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Η'

ΤΡΙΒΗ. ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΣ

150. Τριβή. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ὅταν σῶμα κινῆται ὀλισθαῖνον ἢ κυλιόμενον ἐπὶ ὁριζοντίας ἐπιφανείας ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, διὰ τὴν διατήρησιν τῆς κινήσεως ἀπαιτεῖται ὅπως ἐπενεργῇ ἐπὶ τοῦ σώματος δύναμις. Πρὸς διατήρησιν δηλαδὴ τῆς κινήσεως ἀπαιτεῖται κατανάλωσις ἔργου, διότι ἄλλως τὸ σῶμα μετὰ βραχὺ χρονικὸν διάστημα ἐπανέρχεται ἀφ' ἑαυτοῦ εἰς τὴν ἠρεμίαν. Ἐφ' ὅσον ὅμως, μολονότι ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπενεργεῖ δύναμις, τοῦτο κινεῖται ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, δέον κατ' ἀνάγκην νὰ δεχθῶμεν ὅτι, καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως,



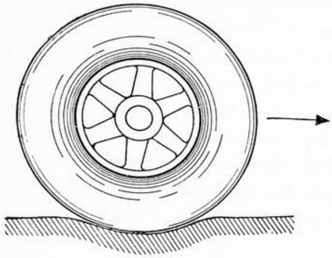
Σχ. 277. Περίπτωσις τριβῆς ὀλισθήσεως. Ἡ δύναμις T ἔχει πάντοτε φορὰν ἀντίθετον πρὸς τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος.

ἐπενεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος δύναμις ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν κινητήριον δύναμιν (σχ. 277).

Ἡ δύναμις αὕτη, ἡ ὁποία καλεῖται δύναμις τριβῆς ἢ συντομώτερον **τριβὴ** (Τ), ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νὰ ἐπαναφέρῃ τὸ σῶμα εἰς τὴν ἠρεμίαν, εὐθὺς ὡς ἡ κινητήριος δύναμις ἐκλείψῃ. Ὅθεν ἡ τριβὴ εἶναι δύναμις, ἡ ὁποία διευθύνεται ἀντιθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος καὶ κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ὁποίας ἀναφαίνεται.

Κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος παρατηροῦμεν ὅτι, λόγῳ τοῦ καταναλισκομένου ἔργου, ἀναπτύσσεται θερμότης, ἡ ὁποία προκαλεῖ αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας τῶν τριβομένων σωμάτων.

Ἐφ' ὅσον τὸ σῶμα κινεῖται ὀλισθαῖνον (σχ. 277), ἡ τριβὴ καλεῖται **τριβὴ ὀλισθήσεως,** ἐνῷ, ὅταν κινῆται κυλιόμενον (σχ. 278), ἡ τριβὴ καλεῖται **τριβὴ κυλίσεως.**

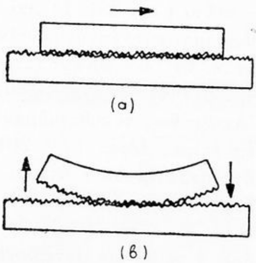


Σχ. 278. Περίπτωσις τριβῆς κυλίσεως.

Τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν ἐὰν παρεμβάλωμεν ἓν δυναμόμετρον μεταξὺ τῆς χειρός μας καὶ τοῦ ἕλκοντος τὸ σῶμα νήματος.

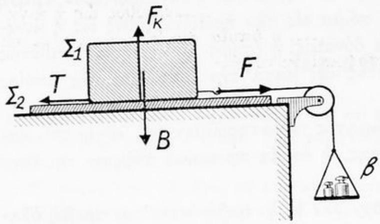
Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι εἶναι δυσκολώτερον νὰ θέσωμεν εἰς κίνησιν σῶμα εὑρισκόμενον εἰς ἠρεμίαν, παρὰ νὰ διατηρήσωμεν τὴν κίνησιν αὐτοῦ ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, ὅταν τὸ σῶμα ἤθελε τεθῆ εἰς κίνησιν. Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου διακρίνομεν τὴν **κινητικὴν τριβὴν (τριβὴ κινήσεως),** ἡ ὁποία εἶναι ἴση, ἀλλ' ἀντιθέτου διευθύνσεως πρὸς τὴν δύναμιν τὴν ἀπαιτουμένην διὰ τὴν διατήρησιν σταθερᾶς τῆς ταχύτητος τοῦ κινουμένου σώματος, ἐνῷ ἡ **στατικὴ τριβὴ (τριβὴ ἠρεμίας)** εἶναι ἴση, ἀλλ' ἀντιθέτου διευθύνσεως πρὸς τὴν δύναμιν τὴν ἀπαιτουμένην διὰ τὴν ἐκκίνησιν τοῦ σώματος· εἶναι δὲ ἡ κινητικὴ τριβὴ μικροτέρα τῆς στατικῆς.

Ἡ τριβὴ ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι αἱ ἐπιφάνειαι τῶν τριβομένων σωμάτων παρουσιάζουν ἀνωμαλίας (ἐξοχὰς καὶ ἐσοχάς), αἱ ὁποῖαι πολλάκις δὲν εἶναι ὁραταὶ διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ. Λόγῳ ὅμως συμπιέσεως τῶν ἐπιφανειῶν, αἱ ἐξοχαὶ τῆς μιᾶς ἐπιφανείας εἰσχωροῦν εἰς τὰς ἐσοχὰς τῆς ἄλλης (σχ. 279) καὶ διὰ νὰ κινήσωμεν τὸ σῶμα πρέπει νὰ ἐξασκήσωμεν δύναμιν, διὰ νὰ ὑπερνικήσωμεν τὸ ἀποτέλεσμα τῶν ἀνωμαλιῶν τῶν ἐπιφανειῶν αὐτῶν.



Σχ. 279. Τριβὴ ὀλισθήσεως (α) καὶ κυλίσεως (β).

151. Τριβὴ ὀλισθήσεως. Τὸ μέγεθος τῆς δυνάμεως τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν διὰ συσκευῆς, ἡ ὁποία ὀνομάζεται **τριβόμετρον** (σχ. 280). Ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου τῆς τραπέζης τοποθετοῦμεν τὸ ἓν τῶν σωμάτων Σ_2, τὸ ὁποῖον ἔχει σχῆμα πλακός, ὥστε ἡ ἄνω ἐπιφάνεια αὐτοῦ νὰ εἶναι ἐπίπεδος καὶ ὁριζοντία. Ἐπὶ τῆς πλακὸς ταύτης θέτομεν τὸ ἕτερον σῶμα Σ_1, τὸ ὁποῖον ἐξασκεῖ δύναμιν ἐπὶ τοῦ πρώτου διὰ τοῦ βάρους του, σύρομεν δὲ τοῦτο διὰ νήματος. Τὸ νῆμα διέρχεται διὰ τροχαλίας, φέρει δὲ εἰς τὸ ἕτερον ἄκρον αὐτοῦ μικρὸν δίσκον, εἰς τὸν ὁποῖον δυνάμεθα νὰ τοποθετήσωμεν σταθμά. Διὰ καταλλήλου φορτίσεως τοῦ δίσκου διὰ βάρους, δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν ὥστε τὸ σῶμα Σ_1 νὰ τεθῇ εἰς κίνησιν καὶ νὰ διατηρῇ τὴν κίνησιν αὐτοῦ ὁμαλήν, δηλ. τὸ σῶμα Σ_1 νὰ ὀλισθαίνῃ ἰσοταχῶς.



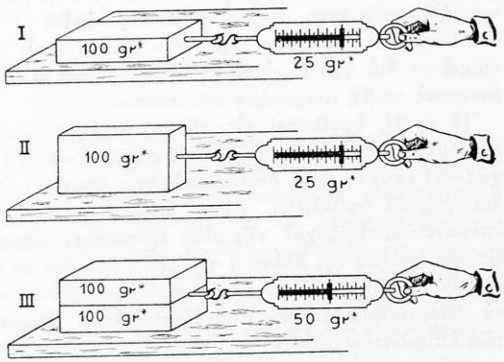
Σχ. 280. Τριβόμετρον διὰ τὸν πειραματικὸν προσδιορισμὸν τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως.

Προφανῶς ἡ δύναμις F εἶναι τότε ἴση κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν πρὸς τὴν δύναμιν τριβῆς (T) τῶν δύο σωμάτων. Διότι, ἐὰν μὲν ἦτο αὕτη μικροτέρα, δὲν θὰ προεκάλει τὴν κίνησιν τοῦ σώματος, ἐὰν δὲ ἦτο μεγαλυτέρα, θὰ προσέδιδεν εἰς τὸ κινούμενον σῶμα κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην. Ἐφ' ὅσον ὅμως τὸ σῶμα κινεῖται ἰσοταχῶς, ἡ κινητήριος δύναμις ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς δυνάμεως τριβῆς, ἥτις εἶναι δύναμις κειμένη εἰς τὸ ἐπίπεδον συνεπαφῆς τῶν δύο σωμάτων καὶ ἀντιθέτου διευθύνσεως πρὸς τὴν κινητήριον δύναμιν καὶ τὴν ὁποίαν θὰ καλοῦμεν ἐφεξῆς τ ρ ι β ή ν.

Νόμοι τῆς τριβῆς. Διὰ πολλῶν πειραμάτων καθωρίσθησαν οἱ ἀκόλουθοι νόμοι τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως :

1) Ἡ τριβὴ εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ἐμβαδοῦ τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν.

Οὕτω λαμβάνομεν τεμάχιον π.χ. ξύλου σχήματος παραλληλεπιπέδου (σχ. 281, I) καὶ τοποθετοῦμεν αὐτὸ ἐπὶ ὁριζοντίας τραπέζης καὶ διὰ δυναμομέτρου μετροῦμεν τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως. Ἀκολούθως τοποθετοῦμεν τοῦτο ἐπὶ ἑτέρας ἕδρας (σχ. 281, II), ὅτε παρατηροῦμεν ὅτι αἱ ἐνδείξεις τῶν δυναμομέτρων I καὶ II εἶναι αἱ αὐταὶ (δηλ. 25 gr*), δηλ. ἡ τριβὴ δὲν μετεβλήθη.



Σχ. 281. Ἡ δύναμις τῆς τριβῆς εἶναι ἀνάλογος τῆς καθέτου δυνάμεως (I καὶ III) καὶ ἀνεξάρτητος τοῦ ἐμβαδοῦ τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν (I καὶ II).

2) Ἡ τριβὴ εἶναι ἀνάλογος τῆς καθέτου δυνάμεως ($\mathbf{F}_\kappa$), ἡ ὁποία συμπιέζει τὰς τριβομένας ἐπιφανείας.

Ὁ νόμος οὗτος ἀποδεικνύεται πειραματικῶς διὰ τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 281, I καὶ III, ὅπου ἐπὶ δύο σωμάτων τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας τὸ ἓν ἔχει διπλάσιον βάρος τοῦ ἄλλου. Δηλαδὴ ἡ κάθετος δύναμις εἰς III εἶναι διπλασία ἢ εἰς I, ὁπότε καὶ ἡ δύναμις τῆς τριβῆς ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς III (50 gr*) εἶναι διπλασία τῆς ἀντιστοιχούσης εἰς I (25 gr*).

3) Ἡ τριβὴ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν.

Οὕτω, ἐὰν λάβωμεν δύο σώματα τοῦ αὐτοῦ βάρους, ἀλλὰ τοῦ ἑνὸς ἡ τριβομένη ἐπιφάνεια νὰ εἶναι τραχυτέρα τοῦ ἄλλου, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως τοῦ δευτέρου σώματος εἶναι μεγαλυτέρα.

4) Ἡ τριβὴ μεταξὺ τῶν ἐπιφανειῶν δύο σωμάτων εἶναι σταθερὰ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως, δηλ. εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς ταχύτητος τῆς κινήσεως, ἐφ' ὅσον αὕτη δὲν ὑπερβαίνει ὡρισμένον ὅριον.

Οὕτω παρατηροῦμεν ὅτι τὸ δυναμόμετρον δεικνύει τὴν αὐτὴν πάντοτε ἔνδειξιν, εἴτε βραδέως εἴτε ταχέως κινεῖται τὸ σῶμα.

Συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως. Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ τριβομέτρου ἡ κάθετος πίεσις F_κ εἶναι τὸ βάρος B τοῦ ὑπερκειμένου σώματος, ὅτε κατὰ τὰ ἀνωτέρω πειραματικὰ δεδομένα ἔχομεν :

$T = \eta \cdot F_\kappa$	Τριβὴ κατὰ τὴν ὀλίσθησιν

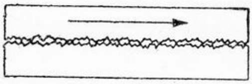
ὅπου η ἀριθμὸς σταθερὸς καλούμενος **συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως,** ἐξαρτώμενος μόνον ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν δ ύ ο ἐν ἐπαφῇ τριβομένων ἐπιφανειῶν.

Διαστάσεις. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς ἔχει διαστάσεις :

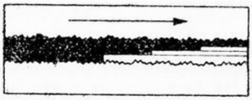
$$[\eta] = \frac{[T]}{[F]} = 0, 0, 0$$

εἶναι δηλ. καθαρὸς ἀριθμός, ὡς πηλίκον δυνάμεως διὰ δυνάμεως.

Παραδείγματα συντελεστοῦ τριβῆς ὀλισθήσεως (η)	
Ξύλον ἐπὶ ξύλου σκληροῦ	0,25 – 0,50
Ξύλον ἐπὶ ξύλου μὲ στρῶμα σάπωνος	0,20
Μέταλλον ἐπὶ ξύλου	0,50 – 0,60
Μέταλλον ἐπὶ μετάλλου ξηροῦ	0,15 – 0,20
Μέταλλον ἐπὶ μετάλλου ὑγροῦ	0,30
Δέρμα ἐπὶ ξύλου	0,27 – 0,38
Δέρμα ἐπὶ μετάλλου	0,58



(α)

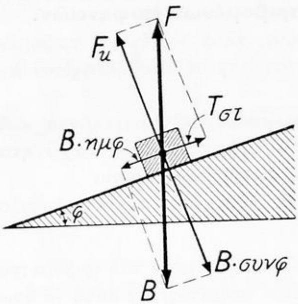


(β)

Σχ. 282. Διὰ παρεμβολῆς τοῦ λιπαντικοῦ μέσου ὁ συντελεστὴς τριβῆς γίνεται μικρότερος.

Ὅταν μεταξὺ τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν παρεμβάλωμεν λιπαρὰ μέσα (ἔλαιον, λίπος), ἡ τριβὴ δύναται νὰ ὑποβιβασθῇ οὐσιωδῶς. Τοῦτο ὀφείλεται κυρίως εἰς τὸ ὅτι, ἀντὶ ἡ τριβὴ νὰ γίνεται μεταξὺ τῶν δύο στερεῶν σωμάτων (ἐξωτερικὴ τριβή), λαμβάνει χώραν τριβὴ στρώματος λιπαροῦ μέσου ἐπὶ ἑτέρου στρώματος λιπαροῦ μέσου (ἐσωτερικὴ τριβή), ὡς δεικνύουν τὰ σχήματα 282, α καὶ β.

*** 152. Σῶμα ἠρεμοῦν ἢ ὀλισθαῖνον κατὰ μῆκος κεκλιμένου ἐπιπέδου. Γωνία τριβῆς. α) Ἠρεμοῦν σῶμα.** Ὅταν θέσωμεν ἓν σῶμα ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου, τοῦ ὁποίου ἡ κλίσις εἶναι πολὺ μικρά, τὸ σῶμα θὰ εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ.



Σχ. 283. Ὅταν ἡ γωνία φ εἶναι μικροτέρα τῆς γωνίας τριβῆς, τὸ σῶμα εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ.

Ἐπὶ τοῦ ἠρεμοῦντος σώματος ἐξασκοῦνται τότε δύο δυνάμεις, ἤτοι τὸ βάρος B τοῦ σώματος καὶ ἡ δύναμις F ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου (σχ. 283). Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ δύναμις F εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὸ βάρος B τοῦ σώματος. Ἡ κινητήριος συνιστῶσα B · ημ φ δὲν δύναται νὰ κινήσῃ τὸ σῶμα πρὸς τὰ κάτω, διότι ὑφίσταται ἡ δύναμις τριβῆς $T_{στ}$ (σ τ α τ ι κ ὴ τ ρ ι β ή). Ἡ στατικὴ τριβὴ ($T_{στ}$) ὑπολογίζεται εὐκόλως ἐκ τῆς συνθήκης ἰσορροπίας, ὡς φαίνεται ἐκ τοῦ σχήματος. Οὕτω ἰσχύουν αἱ σχέσεις:

$$F_{\varkappa} - B\ \text{συν}\,\varphi = 0 \quad (1) \quad \text{καὶ} \quad T_{στ} - B\ \text{ημ}\,\varphi = 0 \quad (2)$$

β) Ὀλισθαῖνον σῶμα. Ὅταν αὐξάνωμεν βαθμηδὸν τὴν γωνίαν φ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, διὰ μίαν ὡρισμένην τιμὴν τῆς γωνίας φ, τὸ σῶμα ἀρχίζει νὰ ὀλισθαίνῃ μὲ σ τ α θ ε ρ ὰ ν ταχύτητα.

Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐξασκοῦνται, ὡς καὶ εἰς τὴν προηγουμένην περίπτωσιν τῆς ἠρεμίας, δύο δυνάμεις, ἤτοι τὸ βάρος B καὶ ἡ ἐκ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου προερχομένη δύναμις F, ἡ ὁποία ἀναλύεται εἰς τὰς συνιστώσας $F_{\varkappa}$ καὶ T.

Ἐπειδὴ τὸ σῶμα εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ ὡς πρὸς τοὺς δύο ἄξονας, θὰ ἰσχύουν αἱ σχέσεις:

$$F_{\varkappa} - B \cdot \text{συν}\,\varphi_{τρ} = 0 \quad (3) \qquad \text{καὶ} \qquad T - B \cdot \text{ημ}\,\varphi_{τρ} = 0 \qquad (4)$$

ὡς ἐπίσης καὶ ἡ:

$$T = \eta \cdot F_{\varkappa} \qquad (5)$$

ἀφοῦ εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ τριβὴ T εἶναι τριβὴ ὀλισθήσεως.

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (3), (4) καὶ (5) προκύπτει ἡ σχέσις:

$$\boxed{\text{εφ}\,\varphi_{τρ} = \eta}$$

ἤτοι: **« ὅταν σῶμα ὀλισθαῖνον κατέρχεται ὁμαλῶς ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ἡ ἐφαπτομένη τῆς γωνίας κλίσεως μᾶς παρέχει τὸν συντελεστὴν τριβῆς ὀλισθήσεως ».**

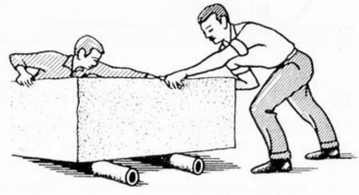
Ἡ ὡς ἄνω γωνία φ, τῆς ὁποίας ἡ ἐφαπτομένη ἰσοῦται πρὸς τὸν συντελεστὴν τριβῆς, καλεῖται **γωνία τριβῆς.**

Ἐὰν ἡ γωνία κλίσεως γίνῃ μ ε γ α λ υ τ έ ρ α τῆς γωνίας τριβῆς, αἱ δυνάμεις B · ημ φ καὶ T δὲν ἰσορροποῦν πλέον, καθότι, αὐξανομένης τῆς γωνίας φ, ἡ μὲν δύναμις B · ημ φ αὐξάνεται, ἐνῷ ἡ δύναμις T ἐλαττοῦται, λόγῳ ἐλλείψεως δὲ ἰσορροπίας τὸ σῶμα κατέρχεται ἐ π ι τ α χ υ ν ό μ ε ν ο ν.

153. Τριβὴ κυλίσεως. Ὅταν σῶμα μετατοπίζεται κυλιόμενον, τότε πάλιν ὑπεισέρχεται ἡ τριβή, ἡ ὁποία ὅμως εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην καλεῖται **τριβὴ κυλίσεως.** Ἡ δαπάνη διὰ τὴν παραγωγὴν ὡρισμένου ἔργου εἶναι μικροτέρα εἰς τὴν περίπτωσιν τριβῆς κυλίσεως παρὰ εἰς τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως. Διὰ τὴν μεταφορὰν δηλ. ἑνὸς σώματος ἐπὶ κυλιομένων κυλίνδρων ἀπαιτεῖται δύναμις κατὰ πολὺ μικροτέρα τῆς δυνάμεως, ἡ ὁποία χρειάζεται διὰ νὰ μεταφέρωμεν τὸ αὐτὸ σῶμα δι' ὀλισθήσεως.

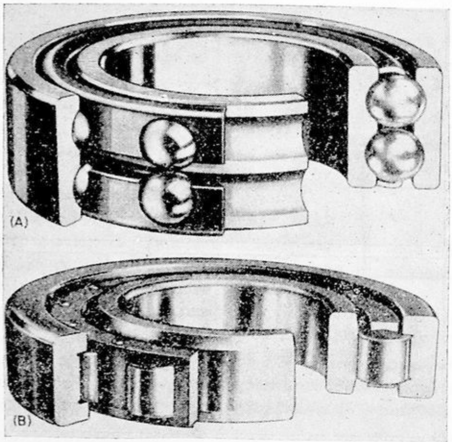
Διὰ τὸν λόγον τοῦτον ἡ ἀνακάλυψις τοῦ τροχοῦ θεωρεῖται ὡς μία τῶν σημαντικωτέρων ἀνακαλύψεων, διότι, ἐνῷ εἰς τὰ ἀρχαῖα ὀχήματα ἡ κίνησις ἦτο κίνησις ὀλισθήσεως, διὰ τῆς ἀνακαλύψεως τοῦ τροχοῦ ἡ κίνησις τῶν ὀχημάτων μετετράπη εἰς κίνησιν κυλίσεως, οὕτω δὲ ἀπαιτεῖται πολὺ μικροτέρα δύναμις πρὸς ὑπερνίκησιν τῆς τριβῆς.

Τοῦτο ἄλλως τε παρατηροῦμεν εἰς τὴν περίπτωσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἀχθοφόροι θέλουν νὰ μεταφέρουν βαρὺ ἀντικείμενον. Ἀντὶ νὰ ὠθοῦν αὐτὸ στηριζόμενον ἀπ' εὐθείας ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ὅτε πρὸς ὑπερνίκησιν τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως πρέπει νὰ καταβάλλουν μεγάλην δύναμιν, τοποθετοῦν τὸ σῶμα ἐπὶ κυλίνδρων ἐκ σιδήρου ἢ ξύλου (σχ. 284), εἰς τρόπον ὥστε νὰ μετατρέψουν τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως εἰς τριβὴν κυλίσεως, ὅσον δὲ μεγαλυτέρα εἶναι ἡ διάμετρος τῶν τροχῶν, τόσον μικροτέρα δύναμις καταβάλλεται.



Σχ. 284.

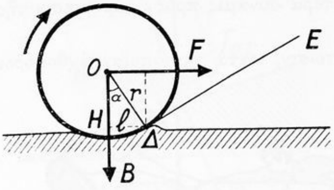
Ἐπίσης διὰ τὸν αὐτὸν λόγον ἐφοδιάζομεν τὰς βάσεις ἢ τοὺς πόδας στηρίξεως διαφόρων βαρέων ἀντικειμένων διὰ τροχῶν, διότι κατὰ τὴν μετατόπισιν αὐτῶν ἔχομεν νὰ ἀντιμετωπίσωμεν τὴν κατὰ πολὺ μικροτέραν τριβὴν κυλίσεως ἀπὸ τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως. Ἐπίσης εἰς τοὺς ἄξονας τῶν μηχανῶν, ἐφ' ὅσον τὰ ἕδρανα (κουζινέτα) αὐτῶν εἶναι ἐφωδιασμένα διὰ χαλυβδίνων σφαιρῶν (ἐνσφαίρων τριβέων, κοινῶς ρουλεμάν) (σχ. 285), ἡ τριβὴ τῶν ἀξόνων ἀνάγεται εἰς τριβὴν κυλίσεως.



Σχ. 285. Ἔνσφαιροι τριβεῖς (ρουλεμάν), μὲ 2 σφαίρας (Α) καὶ κυλινδρικοῦ σχήματος (Β).

Ἡ τριβὴ κυλίσεως ὀφείλεται εἰς τὴν ἀντίστασιν τὴν προερχομένην ἐκ τοῦ γεγονότος, ὅτι τὸ ὑπόβαθρον ἐπὶ τοῦ ὁποίου κινεῖται τὸ κυλιόμενον σῶμα ὑφίσταται ἐλαφρὰν κοίλωσιν, ἐνῷ τὸ κυλιόμενον σῶμα ὑφίσταται ἐλαφρὰν ἄμβλυνσιν, ὅταν εὑρίσκωνται εἰς ἐπαφήν, καὶ ἀπαιτεῖται μικρὸν χρονικὸν διάστημα, ἵνα τὰ σώματα ἀναλάβουν τὴν κανονικήν των κατάστασιν, ἐξαφανιζομένων τῶν ἀνωτέρω παραμορφώσεων, αἵτινες εἶναι συνήθως παροδικαί. Τὸ ἀποτέλεσμα ὅθεν εἶναι, ὅτι τὸ κυλιόμενον σῶμα (π.χ. κύλινδρος) εἶναι ὑποχρεωμένον κατὰ τὴν κύλισιν αὐτοῦ νὰ ἀναρριχᾶται συνεχῶς ὑπὸ μικρὰν κλίσιν, ὡς δεικνύεται ὑπὸ μεγέθυνσιν εἰς τὸ σχῆμα 286 ὑπὸ τῆς γραμμῆς ΔΕ.

***Συντελεστὴς τριβῆς κυλίσεως.** Ἐὰν διὰ B καλέσωμεν τὴν κάθετον δύναμιν τὴν προερχομένην ἀπὸ τοῦ βάρους τοῦ σώματος καὶ διὰ F τὴν κινητήριον δύναμιν καὶ λάβωμεν τὰς ροπὰς ὡς πρὸς ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ σημείου Δ καὶ κάθετον ἐπὶ τοῦ σχήματος, τότε πρέπει, ἐπειδὴ τὸ σῶμα εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν B καὶ F ὡς πρὸς τὸν διὰ τοῦ Δ ἄξονα νὰ εἶναι μηδὲν (σχ. 286). Ἐὰν θέσωμεν $H\Delta = l$ καὶ $O\Delta = r$, τότε θὰ εἶναι: Ροπὴ δυνάμεως $B = B \cdot l$, ροπὴ δυνάμεως $F = F \cdot OH$. Ἀλλὰ $OH = r \cdot$ συν α, ἑπομένως ἡ ροπὴ τῆς δυνάμεως $F = F \cdot r \cdot$ συν α. Ἡ συνθήκη ὅθεν ἰσορροπίας εἶναι:



Σχ. 286. Ὅταν ὁ κύλινδρος κυλίεται ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, πρέπει νὰ ἐξασκῆται ἐπὶ τοῦ ἄξονος ἡ δύναμις F.

$$B \cdot l - F \cdot r \cdot \text{συν}\,\alpha = 0 \qquad (1)$$

καὶ

$$F = l \cdot \frac{B}{r \cdot \text{συν}\,\alpha} \qquad (2)$$

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις ἡ γωνία α εἶναι μικρά, ὅτε συν α ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος ἰσοῦται πρὸς τὴν μονάδα, καὶ τότε ἔχομεν:

$$F = l \cdot \frac{B}{r} \qquad (3)$$

Ἡ σταθερὰ ποσότης l καλεῖται **συντελεστὴς τριβῆς κυλίσεως** καὶ ἔχει διαστάσεις μήκους· οὗτος εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς ταχύτητος κυλίσεως καὶ τῆς θερμοκρασίας καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν πλαστικότητα τῶν ὑλικῶν, ἐκ τῶν ὁποίων εἶναι κατεσκευασμένον τὸ κυλιόμενον σῶμα καὶ τὸ ἐπίπεδον ἐπὶ τοῦ ὁποίου κυλίεται.

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω τύπου (3) συνάγεται ὅτι ἡ δύναμις F, ἡ ἀναγκαία διὰ νὰ κινῆται τὸ σῶμα ἰσοταχῶς, εἶναι ἀνάλογος τοῦ βάρους τοῦ σώματος.

Ἐπίσης ἐκ τοῦ τύπου τούτου προκύπτει ὅτι ἡ δύναμις F διὰ τὴν ὑπερνίκησιν τῆς τριβῆς κυλίσεως μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως τῆς ἀκτῖνος τοῦ κυλιομένου σώματος καὶ ἐκ τούτου ἐξηγεῖται, διατί συμφέρει ἡ χρησιμοποίησις τροχῶν μεγάλης διαμέτρου εἰς τὰ ὀχήματα.

Συντελεσταὶ κυλίσεως l εἰς cm	
Ὄχημα ἐπὶ κοινῆς ὁδοῦ	0,20
Ὄχημα ἐπὶ ἀσφαλτοστρωμένης ὁδοῦ .	0,01
Σιδηρόδρομος	0,002

Ἐπίσης, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ κοίλωσις τοῦ ὑποβάθρου, τόσον μεγαλύτερον εἶναι τὸ συν α καί, ἑπομένως, ὅσον στερεωτέρα εἶναι ἡ ἐπιφάνεια, ἐφ' ἧς κυλίεται τὸ σῶμα, τόσον μικροτέρα εἶναι ἡ τριβὴ κυλίσεως. Οὕτω ὁ συντελεστὴς τριβῆς κυλίσεως ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ὑλικοῦ τῶν τροχῶν καὶ ἐκ τοῦ ὑλικοῦ τῆς ἐπιφανείας, ἐπὶ τῆς ὁποίας οὗτοι κυλίονται.

Σημείωσις. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καθίσταται σαφές, ὅτι τὰ δύο μεγέθη τῶν συντελεστῶν, τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως καὶ τῆς τριβῆς κυλίσεως, δὲν ἐπιδέχονται σύγκρισιν, ἀφοῦ ὁ μὲν συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως εἶναι καθαρὸς ἀριθμός, ὁ δὲ συντελεστὴς τριβῆς κυλίσεως ἔχει διαστάσεις μήκους.

154. Συντελεστὴς ἕλξεως.

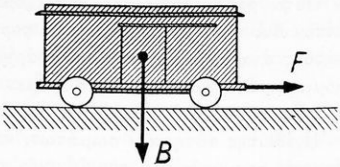
Κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς κινήσεως τῶν ὀχημάτων ἰδιαιτέραν σημασίαν ἔχει ἡ τριβὴ κυλίσεως.

Ἐκ τῆς παρατηρήσεως καὶ τοῦ πειράματος εὑρίσκεται ὅτι ἡ δύναμις F, ἡ ὁποία χρειάζεται διὰ νὰ κινήσῃ ἕνα ὄχημα ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, εἶναι ἀνάλογος τῆς καθέτου δυνάμεως $F_{κάθ}$ μὲ τὴν ὁποίαν συμπιέζονται οἱ τροχοί, δηλ. εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ βάρος B τοῦ ὀχήματος (σχ. 287).

Ἤτοι ἔχομεν ὅτι :

$$F = φ \cdot F_{κάθ} \quad ἢ \quad F = φ \cdot B$$

Ὁ συντελεστὴς φ καλεῖται **συντελεστὴς ἕλξεως,** ὁρίζεται δὲ ὡς τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως F τῆς ἀναγκαιούσης διὰ νὰ κινηθῇ τὸ ὄχημα διὰ τῆς καθέτου δυνάμεως $F_{κάθ}$, ἤτοι :



Σχ. 287.

$\text{Συντελεστὴς ἕλξεως} = \dfrac{\text{δύναμις ἕλξεως}}{\text{κάθετος δύναμις}}$	$φ = \dfrac{F}{F_{κάθ}}$

Τὰ σιδηροδρομικὰ ὀχήματα, τὰ ὁποῖα ὡς γνωστὸν κυλίονται ἐπὶ σιδηροδρομικῶν γραμμῶν, ἔχουν συντελεστὴν ἕλξεως $φ = 4 \cdot 10^{-3}$, ἐνῷ ὀχήματα μὲ σιδηροῦς τροχοὺς κυλιόμενα ἐπὶ συνήθους ὁδοῦ ἔχουν περίπου $φ = 3 \cdot 10^{-2}$.

Διὰ τὴν διατήρησιν τῆς κινήσεως τοῦ ὀχήματος ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα θὰ ἀπαιτηθῇ δύναμις ἴση πρὸς τὸ γινόμενον τοῦ συντελεστοῦ ἕλξεως ἐπὶ τὴν κάθετον δύναμιν. Οὕτω π.χ. διὰ σιδηροδρομικὸν ὄχημα βάρους 5 τόννων θὰ ἀπαιτηθῇ δύναμις :

$$F = 5\,000 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 20 \ \text{kgr}^*$$

Ἐὰν τὸ ὄχημα τοῦτο δὲν ἐκυλίετο, διότι ἐστερεῖτο τροχῶν καὶ ὠλίσθαινεν ἐπὶ τῶν σιδηροτροχιῶν (συντελεστὴς τριβῆς $η = 0{,}1$), τότε διὰ τὴν ἕλξιν θὰ ἀπητεῖτο δύναμις :

$$F = 5\,000 \cdot 0{,}1 = 500 \ \text{kgr}^*$$

Ἐκ τοῦ παραδείγματος τούτου καταφαίνεται ἡ σημασία τῆς χρησιμοποιήσεως τροχῶν. Ἐν γένει ὁ συντελεστὴς ἕλξεως ἐξαρτᾶται εἰς τροχοφόρον ὄχημα ἀπὸ τὸν συντελεστὴν τριβῆς κυλίσεως καὶ τὴν ἀκτῖνα τοῦ τροχοῦ, εἶναι δὲ οὗτος τόσον μικρότερος, ὅσον ὁ συντελεστὴς τριβῆς κυλίσεως εἶναι μικρότερος καὶ ἡ ἀκτὶς τοῦ τροχοῦ μεγαλυτέρα.

ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΣ

155. Ἐλαστικαὶ παραμορφώσεις. Κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς Μηχανικῆς ὑπεθέσαμεν, ὅτι τὰ ὑλικὰ σώματα εἶναι ἀπολύτως στερεά, δηλ. ὅτι αἱ δυνάμεις αἱ ὁποῖαι ἐπενεργοῦν ἐπ' αὐτῶν οὐδεμίαν ἀπολύτως προκαλοῦν μεταβολήν, εἴτε τοῦ σχήματος εἴτε τοῦ ὄγκου αὐτῶν. Ἡ ὑπόθεσις ὅμως αὕτη δὲν ἰσχύει εἰς τὴν πραγματικότητα, διότι σῶμα ἀπολύτως στερεὸν δὲν ὑπάρχει πράγματι εἰς τὴν Φύσιν.

Ὅλως ἀντιθέτως παρατηροῦμεν ὅτι ὅλα τὰ ἐν τῇ Φύσει σώματα, τόσον κατὰ τὸν ὄγκον, ὅσον καὶ κατὰ τὸ σχῆμα, μεταβάλλονται ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῶν ἐπ' αὐτῶν ἐπενεργουσῶν δυνάμεων.

Οὕτω ράβδος ἐκ ξύλου στηριζομένη κατὰ τὰ δύο ἄκρα καὶ πιεζομένη περὶ τὸ μέσον διὰ τῆς ἐπενεργείας ἑνὸς φορτίου κάμπτεται, ὅταν δὲ ἡ φόρτισις παύσῃ, ἡ ράβδος ἀναλαμβάνει πάλιν τὴν ἀρχικήν της μορφήν. Ὁμοίως τεμάχιον ἐλαστικοῦ κόμμεως ἐπιμηκύνεται ἐὰν ἕλξωμεν τὰ δύο ἄκρα του ἀντιθέτως, ὅταν δὲ καταπαύσῃ ἡ ἕλξις, τότε τὸ ἐλαστικὸν κόμμι ἀναλαμβάνει πάλιν τὸ ἀρχικόν του μῆκος.

Ἡ ἰδιότης αὕτη τῶν σωμάτων, κατὰ τὴν ὁποίαν ταῦτα τείνουν ν' ἀναλάβουν τὴν ἀρχικήν των μορφὴν ἢ τὸν ἀρχικόν των ὄγκον, ὅταν ὑποστοῦν τὴν παροδικὴν ἐνέργειαν ἐξωτερικοῦ φορτίου, ὀνομάζεται **ἐλαστικότης**, τὰ δὲ ἐν τῇ Φύσει ὑπάρχοντα στερεὰ σώματα, ὡς ἐκ τῆς ἀνωτέρω ἰδιότητος αὐτῶν, καλοῦνται **ἐλαστικὰ σώματα.**

Θεωροῦμεν ὅτι ἓν σῶμα εἶναι **τελείως ἐλαστικόν,** ἐὰν τοῦτο ἀναλαμβάνῃ ἐπακριβῶς, μετὰ τὴν ἀποφόρτισιν, τὸ ἀρχικὸν σχῆμα καὶ τὸν ἀρχικὸν αὐτοῦ ὄγκον. Λέγομεν δὲ ὅτι τὸ θεωρούμενον σῶμα εἶναι **πλαστικόν,** ἐάν, μετὰ τὴν ἀποφόρτισιν, δὲν ἐπανέρχεται ἀκριβῶς εἰς τὴν προτέραν του κατάστασιν, ἀλλὰ ὑφίσταται, ὅπως λέγομεν, **μόνιμον παραμόρφωσιν.** Ἡ ἰδιότης τῶν σωμάτων, κατὰ τὴν ὁποίαν ταῦτα δύνανται νὰ ὑποστοῦν μονίμους παραμορφώσεις ὑπὸ τὴν ἐνέργειαν ἐξωτερικῶν δυνάμεων, ὀνομάζεται **πλαστικότης.**

Οὕτω, ὅταν πιέζωμεν διὰ τῆς χειρός μας τόπι ἀπὸ καουτσούκ, τοῦτο παραμορφοῦται, ἀλλ' ἡ παραμόρφωσίς του εἶναι παροδική, διότι, ὅταν ἀφήσωμεν τὸ τόπι ἐλεύθερον, βλέπομεν ὅτι τοῦτο ἀναλαμβάνει ἀφ' ἑαυτοῦ τὴν ἀρχικήν του μορφήν. Ὅλως ἀντιθέτως, ἐὰν κτυπήσωμεν σφαῖραν ἀπὸ μόλυβδον ἰσχυρῶς μὲ σφυρίον, βλέπομεν ὅτι ἡ σφαῖρα παραμορφοῦται, ἡ δὲ παραμόρφωσις παραμένει μονίμως καὶ μετὰ τὴν πάροδον τοῦ κτυπήματος, δεδομένου ὅτι ἡ μολυβδίνη σφαῖρα δὲν ἠμπορεῖ νὰ ἀναλάβῃ ἀφ' ἑαυτῆς τὸ ἀρχικόν της σχῆμα.

Τὰ διάφορα ὑλικά, ἐκ τῶν ὁποίων ἀποτελοῦνται τὰ ἐν τῇ Φύσει στερεὰ σώματα, παρουσιάζουν τὰς δύο ταύτας ἰδιότητας εἰς διαφορετικὴν ἔκτασιν. Ἄλλα διατηροῦν τὴν ἐλαστικότητά των, ἀκόμη καὶ ἂν φορτωθοῦν μὲ ἰσχυρότατα φορτία, ὅπως εἶναι π.χ. οἱ χάλυβες, ἄλλα μεταβαίνουν ταχέως εἰς τὴν πλαστικότητα, ὅπως εἶναι π.χ. ὁ μόλυβδος καὶ ὁ κασσίτερος, ἄλλα στεροῦνται τελείως ἐλαστικότητος, ὅπως π.χ. ὁ κηρός, καὶ ἄλλα τέλος στεροῦνται τελείως πλαστικότητος, ὅπως π.χ. ἡ ὕαλος, οἱ βεβαμμένοι χάλυβες καὶ ἔν τινι μέτρῳ ὁ χυτοσίδηρος.

Ἐφ' ὅσον αἱ μεταβολαὶ τὰς ὁποίας ὑφίσταται ἓν στερεὸν σῶμα εἶναι τοιαῦται ὥστε, ἅμα παύσουν ἐπιδρῶσαι αἱ ἐξωτερικαὶ δυνάμεις, νὰ ἐπανέρχεται τὸ σῶμα εἰς τὴν ἀρχικήν του κατάστασιν, λέγομεν ὅτι ἡ ἐλαστικὴ παραμόρφωσις εἶναι **ἐκτὸς τῶν ὁρίων τῆς ἐλαστικότητος.**

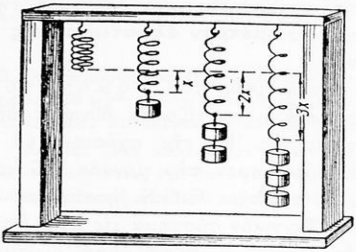
Ὅριον ἐλαστικότητος διὰ τὴν θεωρουμένην ἐλαστικὴν παραμόρφωσιν ὀνομάζομεν τὴν μεγίστην παραμόρφωσιν, μετὰ τὴν ὁποίαν τὸ σῶμα ἐπανέρχεται ἐντελῶς εἰς τὴν ἀρχικήν του κατάστασιν.

Ἅμα ἡ παραμόρφωσις ὑπερβῇ τὸ ὅριον τῆς ἐλαστικότητος, μέρος αὐτῆς εἶναι μόνιμον, παραμένει δηλ. καὶ ἀφοῦ παύσουν ἐπιδρῶσαι ἐπὶ τοῦ σώματος αἱ ἐξωτερικαὶ δυνάμεις.

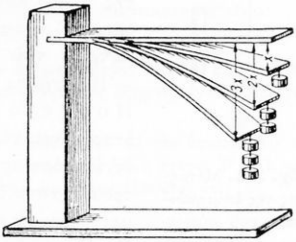
Ἐὰν αἱ δυνάμεις αἱ ἐπενεργοῦσαι ἐπὶ τοῦ σώματος εἶναι τοιαῦται, ὥστε νὰ προκαλοῦν μεταβολὴν τῶν γραμμικῶν διαστάσεων τοῦ σώματος, ὡς π.χ. αἱ δυνάμεις ἐφελκυσμοῦ ἢ συνθλίψεως, τότε διακρίνομεν **ἐλαστικότητα ἐφελκυσμοῦ (ἑλκυσμοῦ)** ἢ **συνθλίψεως.** Ἐὰν αἱ δυνάμεις προκαλοῦν κάμψιν τοῦ σώματος, τότε διακρίνομεν **ἐλαστικότητα κάμψεως.** Ἐὰν δὲ τέλος αὗται προκαλοῦν περιστροφὴν τῶν διαφόρων μερῶν αὐτοῦ, τότε διακρίνομεν **ἐλαστικότητα στρέψεως.**

Κατὰ τὸν ἐφελκυσμὸν τὸ σῶμα τείνει νὰ διασπασθῇ ὑπὸ δύο ἴσων καὶ ἀντιθέτων δυνάμεων, ἐνῷ κατὰ τὴν σύνθλιψιν τὸ σῶμα τείνει νὰ συνθλιβῇ ὑπὸ τὴν ἐνέργειαν δύο ἴσων καὶ ἀντιθέτων δυνάμων. Κατὰ τὴν κάμψιν ἡ δύναμις ἢ αἱ δυνάμεις ἐνεργοῦν καθέτως πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον ὑποτίθεται συνήθως ὑπὸ μορφὴν πρισματικῆς ράβδου, στηριζομένης ἐπὶ δύο ἢ περισσοτέρων στηριγμάτων ἢ ἀκόμη πεπακτωμένης μόνον κατὰ τὸ ἓν ἄκρον.

Ἐξ ἄλλου κατὰ τὴν στρέψιν αἱ δυνάμεις ἀποτελοῦν ζεῦγος μὲ ἐπίπεδον κάθετον ἐπὶ τὸν ἄξονα τῆς ράβδου, τὴν ὁποίαν τείνουν νὰ περιστρέψουν.



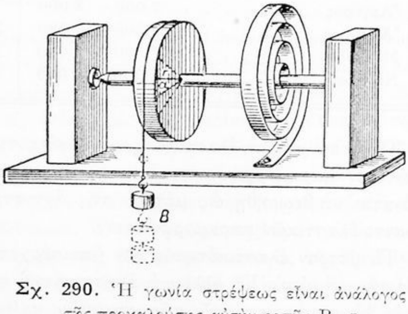
Σχ. 288. Ὁ ἐφελκυσμὸς εἶναι ἀνάλογος τῆς τεινούσης δυνάμεως.



Σχ. 289. Ἡ κάμψις εἶναι ἀνάλογος τῆς τεινούσης δυνάμεως.

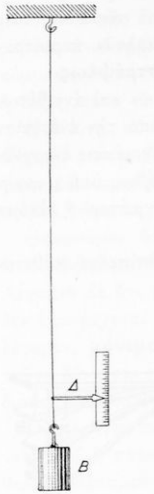
156. Νόμος τοῦ Hooke (Χούκ).

Ὁ νόμος τοῦ Hooke διατυποῦται ὡς ἀκολούθως: **« Ἐφ᾽ ὅσον ἡ ἔντασις τῶν ἐπενεργουσῶν ἐξωτερικῶν δυνάμεων ἐπὶ σώματος εὑρίσκεται κάτω τοῦ ὁρίου ἐλαστικότητος, αἱ παραμορφώσεις τοῦ σώματος, δι᾽ ἑλκυσμοῦ, κάμψεως ἢ στρέψεως, εἶναι ἀνάλογοι τῆς ἐντάσεως τῶν παραμορφουσῶν δυνάμεων (ἢ ροπῶν) ».** Τὰ σχήματα 288, 289 καὶ 290 δεικνύουν πειραματικὰς διατάξεις διὰ τὴν σπουδὴν τοῦ νόμου τοῦ Hooke.



Σχ. 290. Ἡ γωνία στρέψεως εἶναι ἀνάλογος τῆς προκαλούσης αὐτὴν ροπῆς B · r.

***157. Μέτρον ἐλαστικότητος. Ἐπιμήκυνσις σύρματος.** Θεωρήσωμεν σύρμα μεταλλικὸν ἐξηρτημένον διὰ τοῦ ἑνὸς ἄκρου αὐτοῦ ἐξ ἀκλονήτου σημείου, π.χ. ἀπὸ τῆς ὀροφῆς δωματίου, ἐνῷ εἰς τὸ ἕτερον ἄκρον αὐτοῦ ἐξαρτῶμεν μικρὸν βάρος, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ ἐλαφρὰν διάτασιν τοῦ σύρματος, οὕτως ὥστε τοῦτο νὰ ἀποκτήσῃ μόνιμον μῆκος l (σχ. 291). Ἐὰν ἤδη τείνωμεν τὸ σύρμα διὰ δυνάμεως βάρους Β, τότε τὸ σύρμα ὑφίσταται ἐπιμήκυνσιν, δεικνύεται δὲ ὅτι ἡ ἐπιμήκυνσις αὐτοῦ εἶναι : 1) Ἀνάλογος τῆς τεινούσης δυνάμεως. 2) Ἀνάλογος τοῦ μήκους αὐτοῦ. 3) Ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς τομῆς του. Ἤτοι :



Σχ. 291. Μέτρησις τῆς ἐπιμηκύνσεως τοῦ σύρματος, προκαλουμένης ὑπὸ βάρους Β.

$$\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S} \cdot l \qquad (1)$$

ὅπου Δl ἡ ἐπιμήκυνσις, l τὸ μῆκος τοῦ σύρματος, S τὸ ἐμβαδὸν τῆς τομῆς αὐτοῦ, ἐνῷ E ἀποτελεῖ χαρακτηριστικὴν σταθερὰν τῆς ὕλης τοῦ σύρματος, ἡ ὁποία καλεῖται **μέτρον ἐλαστικότητος** ἢ **μέτρον τοῦ Young (Γιάνγκ).**

Ἡ σχέσις (1) ἐκφράζει ἀναλυτικῶς τὸν νόμον τοῦ Hooke, ὁ ὁποῖος ἰσχύει ἐφ' ὅσον ἡ φορτίζουσα δύναμις δὲν ὑπερβαίνει τὸ ὅριον τῆς ἐλαστικότητος. Ἐκ τῆς σχέσεως (1), δι' ἐπιλύσεως αὐτῆς ὡς πρὸς E, εὑρίσκομεν τὴν μονάδα τοῦ μέτρου ἐλαστικότητος. Οὕτω, εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ἡ σταθερὰ E μετρεῖται εἰς dyn/cm² καὶ εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα εἰς kgr*/m². Συνήθως εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς ἡ φορτίζουσα δύναμις ἐκφράζεται εἰς kgr*, ἐνῷ ἡ τομὴ εἰς mm². Ὁ κάτωθι πίναξ παρέχει τὰς τιμὰς τοῦ μέτρου ἐλαστικότητος διά τινας οὐσίας.

Παραδείγματα μέτρου ἐλαστικότητος (εἰς kgr*/mm²)			
Ἄργυρος	7 000 – 8 000	Ὀρείχαλκος	8 000 – 10 000
Ἀργίλιον	6 300 – 7 200	Σίδηρος (σφυρήλ.)	20 000 – 22 000
Μόλυβδος	1 500 – 1 700	Χαλκὸς	10 000 – 13 000
Νικέλιον	20 000 – 22 000	Χάλυψ	20 000 – 22 000

Ὅσον τὸ μέτρον ἐλαστικότητος οὐσίας τινὸς ἔχει μεγαλυτέραν τιμήν, τόσον ὀλιγώτερον παραμορφώσιμον εἶναι τὸ σῶμα καί, ἑπομένως, τὸ μέτρον ἐλαστικότητος δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς μέτρον τῆς ἀντιστάσεως, τὴν ὁποίαν προβάλλει τὸ σῶμα ἔναντι ἐλαστικῶν παραμορφώσεων.

Τὸ μέτρον ἐλαστικότητος δὲν ὑπεισέρχεται μόνον εἰς τὸν ἐφελκυσμόν, ἀλλὰ καὶ εἰς τὴν κάμψιν. Ἐξ ἄλλου ἡ ἐλαστικότης στρέψεως, ἡ ὁποία παρατηρεῖται καὶ εἰς τοὺς ἄξονας περιστροφῆς τῶν μηχανῶν, καθορίζεται ὑπὸ τοῦ **μέτρου στρέψεως.**

Θλίψις. Ἐὰν ἡ φορὰ τῆς δυνάμεως τῆς ἐξασκουμένης ἐπὶ τοῦ σώματος εἶναι ἀντίθετος ἢ εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ἐπιμηκύνσεως, τότε τὸ σῶμα, ἀντὶ νὰ ἐπιμηκυνθῇ, ὑφίσταται συστολήν, καὶ τότε λέγομεν ὅτι τὸ ὑλικὸν ὑφίσταται **θλίψιν.**

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Ἐλαστικὴ ράβδος μήκους 4 m καὶ τομῆς 0,5 cm² ἐπιμηκύνεται κατὰ 1 mm, ὅταν ἐξαρτηθῇ ἀπὸ αὐτὴν βάρος 225 kgr*. Πόσον τὸ μέτρον ἐλαστικότητος τῆς ράβδου. ($g = 10$ m/sec²).

Λύσις. Ἐὰν καλέσωμεν Δl τὴν ἐπιμήκυνσιν τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ ράβδος, E τὸ μέτρον ἐλαστικότητος, F τὴν τείνουσαν δύναμιν, S τὸ ἐμβαδὸν τῆς τομῆς τῆς ράβδου καὶ l τὸ μῆκος αὐτῆς, τότε κατὰ τὸν νόμον τοῦ Hooke θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν:

$$\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S} \cdot l \qquad (1)$$

ἐξ ἧς λύοντες ὡς πρὸς E λαμβάνομεν:

$$E = \frac{F \cdot l}{\Delta l \cdot S} \qquad (2)$$

Ἐργαζόμενοι εἰς τὸ σύστημα C.G.S., θέτομεν εἰς τὸν τύπον (2) : $F = 225 \cdot 10^6$ dyn, $l = 400$ cm, $S = 0{,}5$ cm², $\Delta l = 0{,}1$ cm, καὶ εὑρίσκομεν ὅτι τὸ μέτρον ἐλαστικότητος εἶναι:

$$\underline{E = 18 \cdot 10^{11} \text{ dyn/cm}^2}$$

2. Κατακορύφως ἐξηρτημένον σπειροειδὲς ἐλατήριον ἐπιμηκύνεται κατὰ 8 cm ὑπὸ βάρους 120 gr*. Πόση ἡ σταθερὰ τοῦ ἐλατηρίου καὶ πόσον τὸ βάρος ἐξηρτημένου σώματος, τὸ ὁποῖον διατείνει τὸ ἐλατήριον κατὰ 14,6 cm.

Λύσις. Ἐὰν καλέσωμεν F τὴν τείνουσαν τὸ ἐλατήριον δύναμιν καὶ Δl τὴν ἐπιμήκυνσιν τοῦ ἐλατηρίου, τότε, ἐφ' ὅσον δὲν ὑπερβαίνομεν τὸ ὅριον ἐλαστικότητος, ἰσχύει ἡ σχέσις $F = k \cdot \Delta l$, ὅπου k εἶναι ἡ σταθερὰ τοῦ ἐλατηρίου. Ἐκ τῶν δεδομένων τῆς ἀσκήσεως ἐξάγεται ὅτι:

$$\underline{k} = \frac{F}{\Delta l} = \frac{120}{8} = \underline{15 \text{ gr}^*/\text{cm}}$$

Ἐὰν τώρα καλέσωμεν B τὸ βάρος τὸ ὁποῖον ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἐλατηρίου καὶ ἐπιμηκύνει τοῦτο κατὰ Δl_1, θὰ ἔχωμεν:

$$B = k \cdot \Delta l_1$$

Θέτομεν: $k = 15$ gr*/cm, $\Delta l_1 = 14{,}6$ cm, καὶ εὑρίσκομεν:

$$\underline{B = 219 \text{ gr}^*}$$

158. Ἀντοχὴ τῶν ὑλικῶν. Εἴδομεν ἤδη ὅτι, ὅταν αἱ ἐπενεργοῦσαι ἐπὶ σώματος δυνάμεις ὑπερβοῦν ὡρισμένον ὅριον, τὸ ὅριον τῆς ἐλαστικότητος, τὸ σῶμα λαμβάνει μόνιμον παραμόρφωσιν, μὴ ἐπανερχόμενον εἰς τὴν ἀρχικήν του μορφὴν εὐθὺς ὡς ἐκλείψουν αἱ ἐπενεργοῦσαι δυνάμεις. Οὕτω εἰς τὴν περίπτωσιν ἐλαστικότητος ἐφελκυσμοῦ, ἐφ' ὅσον ἡ ἐφαρμοζομένη δύναμις ἔχει τιμὴν κάτω τοῦ ὁρίου ἐλαστικότητος, ἡ ἐπιμήκυνσις τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ σύρμα ἢ ἡ ράβδος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐπενεργοῦσαν δύναμιν, τὸ δὲ σύρμα ἀναλαμβάνει τὴν ἀρχικὴν αὐτοῦ μορφὴν εὐθὺς ὡς ἐκλείψῃ ἡ ἐπενεργοῦσα δύναμις. Ὅταν ὅμως ὑπερβῶμεν τὸ ὅριον τῆς ἐλαστικότητος, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἐπιμήκυνσις δὲν εἶναι ἀνάλογος τῆς δυνάμεως, ἀλλὰ πολὺ μεγαλυτέρα, ἐὰν δὲ παύσῃ ἡ δύναμις ἐπενεργοῦσα, τὸ σύρμα δὲν ἀναλαμβάνει τὸ ἀρχικὸν αὐτοῦ μῆκος. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν αὐξάνοντες τὴν φορτίζουσαν δύναμιν, παρατηροῦμεν ὅτι ἐπέρχεται στιγμὴ καθ' ἣν διὰ μικρὰν αὔξησιν τοῦ φορτίου ἐπέρχεται δυσαναλόγως μεγάλη ἐπιμήκυνσις, ὡς ἐὰν ὑπερενικήθησαν αἱ ἐσωτερικαὶ ἐλαστικαὶ δυνάμεις, ἐνῷ ταυτοχρόνως παρατηροῦνται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σύρματος ἰδιόρρυθμοι σχηματισμοί, διὰ τῶν ὁποίων ὑποδηλοῦται ὅτι ἔλαβον χώραν ἐσωτερικαὶ μετατοπίσεις τῶν στοιχειωδῶν συστατικῶν τοῦ σύρματος. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν περαιτέρω φορτίζοντες τὸ σύρμα, παρατηροῦμεν ὅτι εἴς τινα θέσιν αὐτοῦ γεννᾶται ἀπότομος λέπτυνσις καὶ τὸ σύρμα θραύεται. Τὸ φορτίον τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὴν θραῦσιν τοῦ σύρματος μετρεῖ τὴν ἀντοχὴν εἰς τὴν θραῦσιν αὐτοῦ, εἶναι δὲ αὕτη ἀνάλογος τῆς τομῆς τοῦ σύρματος καὶ ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς οὐσίας ἐκ τῆς ὁποίας τοῦτο ἀποτελεῖται.

Ὥστε ἡ θραῦσις ἑνὸς ὑλικοῦ ἐπέρχεται ὄχι ὅταν ἡ τείνουσα δύναμις ὑπερβῇ μίαν ὡρισμένην τιμήν, ἀλλ' ὅταν τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως διὰ τοῦ ἀντιστοίχου ἐμβαδοῦ ὑπερβῇ τὴν ὡρισμένην τιμήν. Τὸ σταθερὸν τοῦτο πηλίκον καλεῖται **ὅριον θραύσεως**, ἐκφράζεται δὲ τοῦτο εἰς kgr*/mm².

Παραδείγματα ὁρίου θραύσεως (εἰς kgr*/mm²)		
Μόλυβδος 2	Χρυσὸς 27	Ὀρείχαλκος 60
Κασσίτερος 2	Χαλκὸς 40	Ὕαλος 80
Ἀργίλιον .... 20 – 30	Σίδηρος .... 40 – 60	Χάλυψ .... 80 – 130

Ἀνάλογα φαινόμενα ἰσχύουν καὶ διὰ τὴν συμπίεσιν ἢ κάμψιν τῶν διαφόρων ὑλικῶν.

Εἰς τὰς τεχνικὰς κατασκευὰς λαμβάνεται πρόνοια, ὥστε ἡ τάσις εἰς ὅλα τὰ σημεῖα νὰ εἶναι μικροτέρα τοῦ ὁρίου θραύσεως. Εἰς τὰς περιπτώσεις ἐκείνας, εἰς τὰς ὁποίας ἡ καταστροφὴ μιᾶς κατασκευῆς θὰ εἶχε μεγάλας συνεπείας (π.χ. θραῦσις τοῦ συρματοσχοίνου γερανοῦ, ἀνελκυστῆρος κλπ.) λαμβάνεται πρόνοια, ὥστε ἡ μεγίστη τάσις νὰ εἶναι ἀρκετὰς φορὰς μεγαλυτέρα τῆς τάσεως θραύσεως. Ὁ συντελεστὴς οὗτος ἀσφαλείας λαμβάνεται συνήθως μεγαλύτερος τοῦ 10.

159. Ἰδιότητες τῶν στερεῶν σωμάτων. Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω ἰδιοτήτων τὰ στερεὰ σώματα παρουσιάζουν καὶ τὰς ἀκολούθους ἰδιότητας, αἱ ὁποῖαι εὑρίσκουν ἐφαρμογὴν εἰς τὴν τεχνικήν.

1) Ἡ ἀντίστασις τὴν ὁποίαν ἀντιτάσσει σῶμά τι (π.χ. ὀρυκτόν), ὅταν δι' αἰχμηροῦ ἢ ὀξέος ὀργάνου προσπαθῶμεν νὰ διεισδύσωμεν μεταξὺ τῶν μορίων του, καλεῖται **σκληρότης** τοῦ σώματος. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς σκληρότητος τῶν σωμάτων ὁ Mohs (Μὸς) καθώρισε κλίμακα ἀντιστοιχοῦσαν εἰς δέκα βαθμοὺς σκληρότητος, ἕκαστος δὲ βαθμὸς ἀντιπροσωπεύεται ὑπὸ ἑνὸς ἐκ τῶν μᾶλλον διαδεδομένων ὀρυκτῶν, ὡς δεικνύει ὁ ἔναντι πίναξ. Ἡ διὰ τῆς κλίμακος τοῦ Mohs δοκιμασία τῆς σκληρότητος στηρίζεται εἰς τὸ ὅτι α) ἐκ δύο σωμάτων σκληρότερον εἶναι τὸ χαράσσον τὸ ἄλλο καὶ β) ὅταν δύο σώματα ἀλληλοχαράσσωνται ἢ δὲν ἀλληλοχαράσσωνται, ἔχουν τὴν αὐτὴν σκληρότητα.

Σκληρομετρικὴ κλῖμαξ τοῦ Mohs	
1. Τάλκης	**6.** Ὀρθόκλαστον
2. Γύψος	**7.** Χαλαζίας
3. Ἀσβεστίτης	**8.** Τοπάζιον
4. Φθορίτης	**9.** Κορούνδιον
5. Ἀπατίτης	**10.** Ἀδάμας

2) Μεταξὺ δύο σωμάτων ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον θραύεται εὐκολώτερον διὰ σφυροκοπημάτων, θεωρεῖται σχετικῶς περισσότερον **εὔθραυστον** ἀπὸ τὸ ἄλλο. Οὕτω, ἡ ὕαλος καὶ ὁ πάγος εἶναι πολὺ εὔθραυστα σώματα, ἐνῷ τὸ ἀντίθετον συμβαίνει μὲ τὸν μόλυβδον καὶ τὸν χαλκόν.

3) Τὸ **ὄλκιμον** τῶν σωμάτων καθορίζομεν διὰ τοῦ μεγέθους τῆς διαμέτρου τῶν συρμάτων, τὰ ὁποῖα δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν δι' αὐτῶν, ὅσον δὲ μικροτέρα εἶναι ἡ διάμετρος, τόσον περισσότερον ὄλκιμον θεωρεῖται τὸ σῶμα. Οὕτω, ὁ λευκόχρυσος ἀποτελεῖ πολὺ ὄλκιμον σῶμα, διότι δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν πολὺ μικρᾶς διαμέτρου σύρματα, π.χ. τάξεως μεγέθους 10^{-5} cm. Ἐπίσης ἡ ὕαλος, ὅταν ἔχῃ ἐπαρκῶς θερμανθῇ, ἀποτελεῖ πολὺ ὄλκιμον σῶμα. Πράγματι, ἐὰν κρατοῦντες διὰ τῶν χειρῶν μας ἀπὸ τὰ δύο ἄκρα λεπτὴν ὑαλίνην ράβδον θερμάνωμεν αὐτὴν ἐπαρκῶς εἰς τὸ μέσον, ὥστε νὰ καταστῇ μαλακή, τότε, ἐὰν διατείνωμεν αὐτὴν ταχέως διὰ τῶν δύο ἄκρων, εἶναι δυνατὸν νὰ σχηματισθοῦν νήματα ὑάλου τόσον λεπτά, ὥστε νὰ εἶναι σχεδὸν ἀόρατα διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ.

4) Τὸ **ἐλατὸν** τῶν σωμάτων καθορίζεται ἐκ τῆς λεπτότητος τῶν φύλλων, τὰ ὁποῖα δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν ἐξ αὐτῶν. Ὁ χρυσός, ὁ ἄργυρος κλπ. εἶναι λίαν ἐλατὰ σώματα, διότι δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν ἐξ αὐτῶν φύλλα μικροτάτου πάχους. Τὰ γνωστὰ φύλλα ἐκ κασσιτέρου ἢ ἀργιλίου εἰς τὰ κυτία σιγαρέττων ἢ σοκολάτας, τὰ ὁποῖα ἔχουν πάχος 10 μικρῶν (10 μ), ἤτοι 0,001 cm, ἀποδεικνύουν ἐπίσης τὸ ἐλατὸν τῶν ἀνωτέρω μετάλλων.

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α΄ Ἐρωτήσεις

Τί νοοῦμεν διὰ τῶν ὅρων τριβὴ καὶ δύναμις τριβῆς.

Πότε ἡ τριβὴ καλεῖται ὀλισθήσεως. Ποῖοι οἱ νόμοι, τοὺς ὁποίους ἀκολουθεῖ ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως.

Τί καλοῦμεν συντελεστὴν τριβῆς ὀλισθήσεως καὶ τί ἄλλο γνωρίζετε περὶ αὐτοῦ.

Τί καλοῦμεν γωνίαν τριβῆς καὶ πῶς καθορίζεται αὕτη.

Πῶς ὑπολογίζεται ἡ δύναμις τριβῆς καὶ ποία ἡ σχέσις μεταξὺ αὐτῆς καὶ τῆς κινητηρίου δυνάμεως τοῦ σώματος.

Πῶς δυνάμεθα νὰ μειώσωμεν τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως.

Πότε ἡ τριβὴ καλεῖται κυλίσεως καὶ διὰ ποῖον λόγον εἰς τὴν πρᾶξιν προτιμῶμεν τὴν τριβὴν κυλίσεως ἀπὸ τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως.

Διὰ ποῖον λόγον χρησιμοποιοῦμεν εἰς τὰ διάφορα ὀχήματα τροχούς.

Διὰ ποῖον λόγον εἰς τὰ ἕδρανα τῶν στρεφομένων ἀξόνων χρησιμοποιοῦμεν ἐνσφαίρους τριβεῖς.

Εἰς ποίαν περίπτωσιν ἐπιδιώκομεν πρακτικῶς τὴν χρησιμοποίησιν τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως καὶ τί φαινόμενον παρατηρεῖται εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν.

Τί νοοῦμεν διὰ τῶν ὅρων ἐλαστικότης καὶ ἐλαστικὰ σώματα.

Ποῖον τὸ περιεχόμενον τοῦ νόμου τοῦ Hooke.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου ὅριον ἐλαστικότητος καὶ τί συμβαίνει, ὅταν ὑπερβαίνωμεν τὸ ὅριον ἐλαστικότητος.

Εἰς ποίας περιπτώσεις ἐκδηλοῦται ἡ ἐλαστικότης τῶν σωμάτων.

Τί καλοῦμεν μέτρον ἐλαστικότητος ἐφελκυσμοῦ καὶ ποῖαι αἱ μονάδες μετρήσεως αὐτοῦ.

Β' Προβλήματα

1. Δύναμις 10 kgr* σύρει σῶμα μάζης 10 Τ. Μ. ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως εἶναι $\eta = 0{,}04$. Τί κίνησις προκύπτει. ($g = 10$ m/sec².) (Ἀπ. $\gamma = 0{,}6$ m/sec².)

2. Πόση εἶναι ἡ ἀρχικὴ ταχύτης σώματος, τὸ ὁποῖον ἀφοῦ διανύσῃ διάστημα 100 m ἠρεμεῖ λόγῳ τριβῆς. ($\eta = 0{,}01$.) (Ἀπ. $\upsilon_0 = 4{,}43$ m/sec.)

3. Πόση ἡ ἀρχικὴ ταχύτης αὐτοκινήτου, ὅταν δι' ἀποτόμου λειτουργίας τῶν φρένων του ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους διανύῃ 20 m μέχρις ὅτου ἠρεμήσῃ. ($\eta = 0{,}5$, $g = 10$ m/sec².) (Ἀπ. $\upsilon_0 = 14{,}2$ m/sec $= 51{,}1$ km/h.)

4. Αὐτοκίνητον κινούμενον ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους ὑφίσταται πέδησιν καὶ διανύει διάστημα 40 m διὰ νὰ ἠρεμήσῃ. Ἐὰν δεχθῶμεν συντελεστὴν τριβῆς ὀλισθήσεως $\eta = 0{,}5$, πόση εἶναι ἡ ἀρχικὴ ταχύτης καὶ ἡ ἐπιβράδυνσις κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς πεδήσεως. ($g = 10$ m/sec².) (Ἀπ. $\upsilon_0 = 20$ m/sec, $\gamma = 5$ m/sec².)

5. Σῶμα μάζης 20 gr, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐπενεργεῖ σταθερὰ δύναμις 800 dyn, διανύει ἐντὸς 4 sec ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους διάστημα 200 cm. Πόση εἶναι ἡ τριβή του. (Ἀπ. $T = 300$ dyn.)

6. Πόση δύναμις ἀπαιτεῖται, ἵνα μεταδοθῇ εἰς ὄχημα βάρους 18 ton* καὶ ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους ἐντὸς 1 min ταχύτης ἐκ τῆς ἠρεμίας ἴση πρὸς 10 m/sec. ($\eta = 0{,}005$, $g = 10$ m/sec².) (Ἀπ. $F = 390$ kgr*.)

7. Αὐτοκίνητον βάρους 1000 kgr* κινεῖται ἐπὶ ὁριζοντίου δρόμου ὑπὸ ταχύτητα 72 km/h. Ποίαν ἰσχὺν ἀποδίδει ὁ κινητήρ του, ὅταν $\eta = 0{,}02$ καὶ ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἀντιστοιχῇ εἰς δύναμιν 10 kgr*. (Ἀπ. $N = 8$ PS.)

8. Σῶμα μάζης 1 kgr εὑρίσκεται ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου. Ἐπὶ τοῦ σώματος προσαρμόζομεν ὁριζόντιον σχοινίον, τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ τροχαλίας ἄνευ τριβῆς καὶ φορτίζεται κατὰ τὸ ἕτερον ἄκρον αὐτοῦ ὑπὸ βάρους 400 gr*. Ζητεῖται: α) Πόση θὰ ἦτο ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ σώματος, ἐὰν τὸ ἐπίπεδον δὲν παρουσιάζῃ τριβήν. β) Πόση ἡ ἐπιτάχυνσις, ὅταν $\eta = 0{,}2$. ($g = 981$ cm/sec².) (Ἀπ. α' $\gamma = 280$ cm/sec². β' $\gamma_1 = 140$ cm/sec².)

9. Αὐτοκίνητον κινεῖται ἐπὶ ἀσφαλτικοῦ αὐτοκινητοδρόμου καὶ ἐπιδιώκει νὰ διαγράψῃ καμπύλην διαδρομὴν ἀκτῖνος 10 m. Πόση ἡ ἀνωτέρα ἐπιτρεπομένη ταχύτης, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ ἀναπτύξῃ ὁ ὁδηγός, δεδομένου ὅτι $\eta = 0{,}3$. ($g = 10$ m/sec².) (Ἀπ. $\upsilon_{\varepsilon\lambda} = 5{,}4$ m/sec.)

10. Ἄνθρωπος δύναται ἐπὶ βραχὺ χρονικὸν διάστημα ν' ἀναπτύξῃ δύναμιν 70 kgr*. Μὲ τὴν δύναμιν ταύτην ἐκσφενδονίζει ὁριζοντίως ἐπὶ παγωμένης λίμνης τεμάχιον πάγου μάζης 8 kgr. Ἐὰν κατὰ τὴν ἐκσφενδόνισιν ἡ χεὶρ διαγράφῃ διάστημα 120 cm, ἐπὶ πόσον χρόνον θὰ κινῆται ὀλισθαῖνον τὸ τεμάχιον πάγου ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς παγωμένης λίμνης, ὅταν ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως εἶναι $\eta = 0{,}02$. ($g = 10$ m/sec².) (Ἀπ. $t = 72{,}5$ sec.)

11. Ἡ διάμετρος ὀρειχαλκίνης ράβδου εἶναι 6 mm. Ζητεῖται πόση δύναμις εἰς dyn δύναται νὰ προκαλέσῃ ἐπιμήκυνσιν αὐτῆς κατὰ 0,20 % τοῦ μήκους της. (Μέτρον ἐλαστικότητος ὀρειχάλκου $9 \cdot 10^{11}$ dyn/cm².) (Ἀπ. $F = 5{,}1 \cdot 10^8$ dyn.)

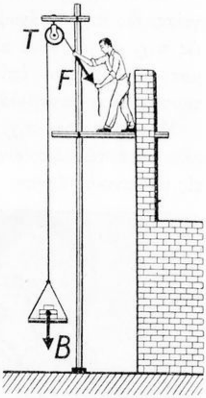
12. Ράβδος ἐκ σιδήρου μήκους 4 m καὶ τομῆς 1 cm² ἐπιμηκύνεται κατὰ 0,46 mm διὰ φορτίου 100 kgr*. Πόσον τὸ μέτρον ἐλαστικότητος τοῦ σιδήρου εἰς kgr*/mm² καὶ dyn/cm². (Ἀπ. $E = 87 \cdot 10^2$ kgr*/mm² $= 8{,}5 \cdot 10^{11}$ dyn/cm².)

13. Σύρμα χαλύβδινον μήκους 4 m καὶ τομῆς 2 mm² ἐξηρτημένον μονίμως κατὰ τὸ ἓν ἄκρον ὑφίσταται κατὰ τὸ ἕτερον ἄκρον δύναμιν 40 kgr*. Τὸ μέτρον ἐλαστικότητος εἶναι $2{,}2 \cdot 10^4$ kgr*/mm². Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιμήκυνσις τοῦ σύρματος. (Ἀπ. $\Delta l = 3{,}64$ mm.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Θ΄

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΑΠΛΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ

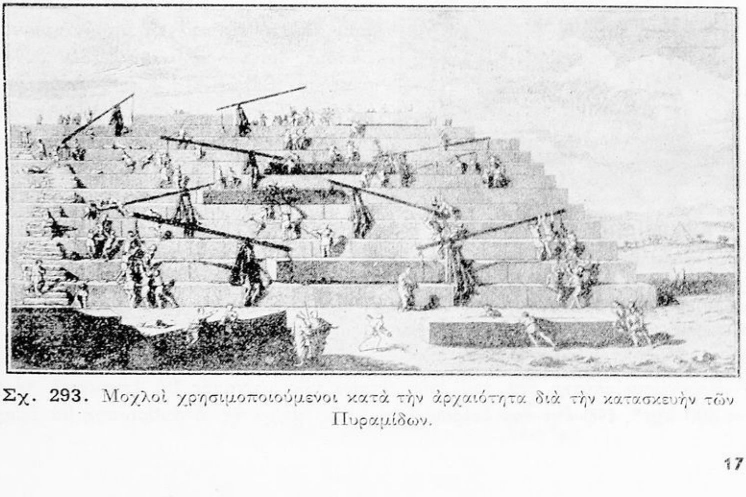
160. Μηχαναί. Εἰς τὴν περίπτωσιν ἐργάτου, ὁ ὁποῖος ἀνυψώνει βάρος Β, εἴδομεν (σελ. 142) ὅτι οὗτος καταβάλλει δύναμιν F, ἴσην καὶ ἀντιθέτου διευθύνσεως ὡς πρὸς τὸ ἀνυψούμενον βάρος (ἀντίστασιν). Τὴν ἐργασίαν τῆς ἀνυψώσεως τοῦ βάρους Β δύναται νὰ ἐκτελέσῃ πολὺ εὐκολώτερον ὁ ἐργάτης, ἐάν, ἀντὶ νὰ ἕλκῃ τὸ σχοινίον ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω, χρησιμοποιήσῃ μίαν τροχαλίαν Τ (σχ. 292), τὴν ὁποίαν στερεώνει ἐπὶ ἀκλονήτου σημείου, διὰ τῆς αὔλακος δὲ τῆς ὁποίας διέρχεται τὸ σχοινίον ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω. Τοῦτο ὅμως, ὡς ἐκ πείρας γνωρίζομεν, ἀποτελεῖ δι' αὐτὸν ἐργασίαν εὐκολωτέραν παρὰ ἐὰν σύρῃ τὸ σχοινίον ἀπ' εὐθείας ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Ἡ ὡς ἄνω χρησιμοποιουμένη τροχαλία, διὰ μέσου τῆς ὁποίας ὁ ἐργάτης ἀνυψώνει τὸ βάρος Β, ἀποτελεῖ ἁπλῆν μηχανήν.



Σχ. 292. Ἡ τροχαλία εἶναι ἁπλῆ μηχανή.

Εἰς τὴν Φυσικὴν καλοῦμεν μηχανὴν γενικῶς πᾶσαν διάταξιν, ἡ ὁποία μᾶς ἐπιτρέπει νὰ μετασχηματίζωμεν προσφερομένην ἐνέργειαν οἱασδήποτε μορφῆς εἰς ἐνέργειαν ἄλλης μορφῆς κατὰ τὸν πλεονεκτικώτερον τρόπον.

Οὕτως εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς τροχαλίας χρησιμοποιοῦ-



Σχ. 293. Μοχλοὶ χρησιμοποιούμενοι κατὰ τὴν ἀρχαιότητα διὰ τὴν κατασκευὴν τῶν Πυραμίδων.

μεν κατὰ πλεονεκτικώτερον τρόπον τὴν μυϊκήν μας δύναμιν πρὸς ἀνύψωσιν βάρους Β, διότι ἀλλάσσομεν τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως χωρὶς νὰ μεταβάλλωμεν τὴν ἔντασιν αὐτῆς. Εἰς ἄλλας περιπτώσεις ἁπλῶν μηχανῶν θὰ ἴδωμεν, ὅτι εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπερνικήσωμεν δεδομένην ἀντίστασιν καταβάλλοντες μικροτέραν δύναμιν.

Εἰς τὴν Μηχανικὴν περιοριζόμεθα εἰς τὴν σπουδὴν τῶν μηχανῶν ἐκείνων, αἱ ὁποῖαι ἔχουν καθαρῶς μηχανικὸν χαρακτῆρα καὶ εἰς τὰς ὁποίας τόσον ἡ ἀρχικῶς διατιθεμένη ἐνέργεια, ὅσον καὶ ἡ ὑπὸ τῆς μηχανῆς ἀποδιδομένη εἶναι καθαρῶς μηχανικὴ ἐνέργεια.

Ἐκ τῶν μηχανῶν ἄλλαι μὲν χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν μεταβολὴν δυναμικῆς ἐνεργείας, ὡς π.χ. αἱ ἀνυψωτικαὶ μηχαναί, ἄλλαι εἰς τὴν μεταβολὴν κινητικῆς ἐνεργείας, ὡς π.χ. αἱ μηχαναὶ αἱ χρησιμοποιούμεναι εἰς τὴν μετάδοσιν ἐπιταχύνσεως ἐπὶ σώματος κινουμένου ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου, τέλος ἄλλαι χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν ταυτόχρονον μεταβολὴν τῆς δυναμικῆς καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας.

Μηχαναὶ εἶναι π.χ. οἱ βενζινοκινητῆρες, οἱ ἠλεκτρικοὶ κινητῆρες, αἱ ἀτμομηχαναὶ κλπ., διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτυγχάνεται νὰ μετατρέπεται ἐνέργεια μιᾶς ἄλλης μορφῆς εἰς μηχανικὸν ἔργον.

Γενικῶς εἰς τὴν Μηχανικὴν εἰς τὰς μηχανὰς τὰς ὁποίας ἐξετάζομεν λαμβάνει χώραν μετατροπὴ τῶν δύο παραγόντων, τοῦ *ἔργου*, δηλ. τῆς δυνάμεως, καὶ τῆς *μετατοπίσεως*.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ (287 - 212 π.Χ.)
Ἕλλην Μαθηματικός, Φυσικὸς καὶ Μηχανικός. Μαθητὴς τοῦ Εὐκλείδου. Ἦτο γνώστης τῶν ἰδιοτήτων τῶν μοχλῶν καὶ πολυσπάστων. Ἔκαμε διαφόρους ἀνακαλύψεις εἰς τὴν Γεωμετρίαν καὶ Μηχανικήν.

161. Χρυσοῦς κανὼν τῆς Μηχανικῆς. Φαντασθῶμεν ὅτι ἄνθρωπος πρόκειται ν' ἀνυψώσῃ φορτίον 300 kgr* εἰς ὕψος 5 m. Εἶναι φανερὸν ὅτι τὸ ἔργον τοῦτο δὲν δύναται νὰ ἐκτελεσθῇ ὑπὸ τοῦ ἀνθρώπου ἀπ' εὐθείας, ἄνευ ὑποδιαιρέσεως τοῦ βάρους, διότι ὁ ἄνθρωπος δὲν δύναται ν' ἀνυψώσῃ βάρος 300 kgr*. Δύναται ὅμως νὰ ἐκτελέσῃ τὸ ἔργον τοῦτο τμηματικῶς, δι' ὑποδιαιρέσεως τοῦ βάρους π.χ. εἰς 10 ἴσα μέρη, ἕκαστον ἐκ 30 kgr*, ὅτε θὰ ἐκτελεσθῇ εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις συνολικὸν ἔργον 1500 kgr*m.

Διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως ὅμως καταλλήλου μηχανῆς, ὡς θὰ ἴδωμεν περαιτέρω (π.χ. πολυσπάστου), εἶναι δυνατὸν εἰς τὸν ἄνθρωπον νὰ ἐκτελέσῃ τὸ ἔργον τοῦτο χωρὶς νὰ ὑποδιαιρέσῃ τὸ βάρος, ἀλλ' εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἐπὶ τοῦ ἑνὸς ἄκρου τῆς μηχανῆς θὰ ἐπενεργῇ τὸ βάρος $F_1 = 300$ kgr*, ἐνῷ ἐπὶ τοῦ ἑτέρου ἄκρου τῆς μηχανῆς ὁ ἄνθρωπος θὰ ἐφαρμόζῃ δύναμιν $F_2 = 30$ kgr* πρὸς ἰσορρόπησιν αὐτοῦ. Ἐξ ἄλλου, ἐνῷ τὸ πρὸς ἀνύψωσιν βάρος $F_1 = 300$ kgr* θὰ μετατοπίζεται ἐπὶ δρόμου μήκους $l_1 = 5$ m, ἡ δύναμις F_2 θὰ ἐπιδρᾷ ἐπὶ δρόμου μήκους $l_2 = 50$ m, εἰς τρόπον ὥστε νὰ προκύπτῃ ἡ σχέσις :

$$\boxed{F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2}$$

Οὕτω : **« ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν χάνεται εἰς δρόμον, οἱ δὲ διανυόμενοι δρόμοι εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν δυνάμεων »**.

Ἡ ἀνωτέρω πρότασις ἀποτελεῖ τὸν χρυσοῦν κανόνα τῆς Μηχανικῆς.

***162. Μηχανικὸν πλεονέκτημα. Λόγος ταχυτήτων. Ἀπόδοσις.** α) Μηχανικὸν πλεονέκτημα. Προκειμένου περὶ ἁπλῶν μηχανῶν, καλοῦμεν μηχανικὸν πλεονέκτημα (Μ.Π.) τὸν λόγον τῆς ἀντιστάσεως ἢ φορτίου διὰ τῆς καταβαλλομένης δυνάμεως πρὸς ἰσορρόπησιν αὐτοῦ, ἤτοι:

$$\text{μηχανικὸν πλεονέκτημα} = \frac{\text{φορτίον}}{\text{δύναμις}} = \frac{F_\varphi}{F_\delta} \qquad (1)$$

Παράδειγμα: Ἐὰν μηχανὴ εἶναι κατεσκευασμένη οὕτως, ὥστε διὰ δυνάμεως $F_\delta = 25$ kgr* νὰ ἰσορροποῦμεν φορτίον $F_\varphi = 500$ kgr*, τότε θὰ εἶναι:

$$\text{Μ.Π.} = \frac{500}{25} = 20$$

Γενικῶς δὲ αἱ ἁπλαῖ μηχαναὶ ἔχουν μηχανικὸν πλεονέκτημα μεγαλύτερον τῆς μονάδος.

β) Λόγος ταχυτήτων. Ἐὰν ἡ δύναμις F_δ μετατοπίσῃ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της κατὰ s_δ εἰς χρόνον t, τότε εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ἀντιστάσεως ἢ φορτίου F_φ μετατοπίζεται κατὰ s_φ. Ἐὰν δὲ διὰ υ_φ καὶ υ_δ καλέσωμεν ἀντιστοίχως τὰς ταχύτητας μετατοπίσεως τῶν σημείων ἐφαρμογῆς φορτίου καὶ δυνάμεως, τότε θὰ εἶναι:

$$t = \frac{s_\varphi}{\upsilon_\varphi} \quad \text{καὶ} \quad t = \frac{s_\delta}{\upsilon_\delta} \quad \text{ἢ} \quad \frac{\upsilon_\delta}{\upsilon_\varphi} = \frac{s_\delta}{s_\varphi} \qquad (2)$$

Τὸ πηλίκον τοῦτο τῶν ταχυτήτων (ἢ τὸ ἴσον πρὸς αὐτὸ τῶν μετατοπίσεων) καλοῦμεν λόγον ταχυτήτων (Λ.Τ.), ἤτοι:

$$\text{λόγος ταχυτήτων} = \frac{\text{ταχύτης δυνάμεως}}{\text{ταχύτης φορτίου}} = \frac{\text{μετατόπισις δυνάμεως}}{\text{μετατόπισις φορτίου}} \qquad (3)$$

γ) Ἀπόδοσις. Εἰς ὅλας τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς τῶν ἁπλῶν μηχανῶν δὲν ἰσχύει ἀκριβῶς ἡ ἐξίσωσις τοῦ χρυσοῦ κανόνος. Πράγματι, λόγῳ τῶν ἀναποφεύκτων τριβῶν, τὸ ἀποδιδόμενον ἔργον εἶναι μικρότερον τοῦ προσφερομένου. Εἰς τὰς μηχανὰς (ἁπλᾶς ἢ συνθέτους) ἐπιδιώκεται πάντοτε, ὅπως ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῶν δύο ἀνωτέρω ἔργων εἶναι ὅσον τὸ δυνατὸν μικροτέρα. Ἐκφράζομεν δὲ τὰς ἐκ τῶν τριβῶν ἀπωλείας διὰ τοῦ μεγέθους ἀπόδοσις. Καλοῦμεν ἀπόδοσιν ἁπλῆς μηχανῆς τὸν λόγον τοῦ ἔργου (ὠφελίμου ἔργου), τοῦ παραγομένου ὑπὸ τοῦ φορτίου κατά τι χρονικὸν διάστημα, πρὸς τὸ ἔργον (διατιθέμενον ἔργον), τὸ παραγόμενον ὑπὸ τῆς δυνάμεως κατὰ τὸ αὐτὸ χρονικὸν διάστημα, ἤτοι:

$$\text{ἀπόδοσις} = \frac{\text{ἔργον φορτίου}}{\text{ἔργον δυνάμεως}} = \frac{F_\varphi \cdot s_\varphi}{F_\delta \cdot s_\delta} \qquad (4)$$

Ἡ ἐξίσωσις ὅμως (4) ἐπὶ τῇ βάσει τῶν (1) καὶ (2) δύναται νὰ γραφῇ:

$$\text{ἀπόδοσις} = \frac{F_\varphi \cdot s_\varphi}{F_\delta \cdot s_\delta} = \frac{F_\varphi \,/\, F_\delta}{s_\delta \,/\, s_\varphi} = \frac{\text{Μ.Π.}}{\text{Λ.Τ.}} \qquad (5)$$

ἤτοι, ἡ ἀπόδοσις ἁπλῆς μηχανῆς ἰσοῦται πρὸς τὸν λόγον τοῦ Μ.Π. καὶ τοῦ Λ.Τ. Εἰς περίπτωσιν μηχανῆς ἄνευ ἀπωλειῶν (ἀπηλλαγμένης τριβῶν), ἡ ἀπόδοσις ἰσοῦται πρὸς τὴν μονάδα καὶ ἐπομένως Μ.Π. = Λ.Τ. Εἰς περίπτωσιν ὅμως μηχανῆς μετ' ἀπωλειῶν, ἡ ἀπόδοσις εἶναι μικροτέρα τῆς μονάδος καὶ ἑπομένως Μ.Π. < Λ.Τ.

Οὕτω, εἰς τὴν προηγουμένην μηχανὴν ἄνευ ἀπωλειῶν, ἡ μετατόπισις τῆς δυνάμεως εἶναι 20 φορὰς μεγαλυτέρα τῆς τοῦ φορτίου, ἑπομένως θὰ εἶναι Λ.Τ. = 20, ἤτοι:

$$\text{ἀπόδοσις} = \frac{\text{Μ.Π.}}{\text{Λ.Τ.}} = \frac{20}{20} = 1 \quad \text{ἢ} \quad \text{ἄλλως: } 100\,\%$$

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Ἔστω ὅτι μηχανὴ εἶναι κατεσκευασμένη οὕτως, ὥστε νὰ ἔχῃ Λ.Τ. = 12, καὶ ὅτι ἡ ἐφαρμοζομένη δύναμις F_δ = 10 kgr* ἰσορροπεῖ φορτίον 100 kgr*.

Τὸ Μ.Π. τῆς μηχανῆς εἶναι προδήλως 100 : 10 = 10· ἐπειδὴ δὲ τοῦτο εἶναι μικρότερον τοῦ Λ.Τ., ἡ μηχανὴ παρουσιάζει ἀπωλείας, ἡ δὲ ἀπόδοσις αὐτῆς εἶναι:

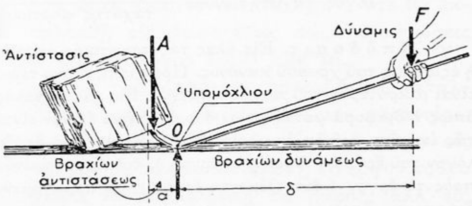
$$\text{ἀπόδοσις} = \frac{\text{Μ.Π.}}{\text{Λ.Τ.}} = \frac{10}{12} = 0{,}83 \quad \text{ἢ ἄλλως: } 83\,\%$$

Παρατήρησις. Συνήθως τὸ μηχανικὸν πλεονέκτημα καλεῖται καὶ πραγματικὸν μηχανικὸν πλεονέκτημα, ἐνῷ ὁ λόγος ταχυτήτων καλεῖται καὶ θεωρητικὸν μηχανικὸν πλεονέκτημα.

163. Σπουδὴ τῶν ἁπλῶν μηχανῶν.

Αἱ συνθετώτεραι τῶν μηχανῶν, ὅταν ἀναλυθοῦν, δεικνύεται ὅτι ἀποτελοῦνται ἐκ στοιχειωδῶν διατάξεων, καλουμένων **ἁπλῶν μηχανῶν,** αἱ ὁποῖαι διακρίνονται εἰς δύο βασικοὺς τύπους: εἰς τὸν **μοχλὸν** καὶ εἰς τὸ **κεκλιμένον ἐπίπεδον.** Εἰς τὰς ἁπλᾶς μηχανὰς « τύπου μοχλοῦ » καταλέγονται ὁ μοχλός, ἡ τροχαλία, τὸ πολύσπαστον, τὸ βαροῦλκον, ὡς καὶ οἱ διάφοροι τύποι τροχῶν. Εἰς τὰς ἁπλᾶς μηχανὰς « τύπου κεκλιμένου ἐπιπέδου » ἀνήκουν τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, ὁ σφὴν καὶ ὁ κοχλίας.

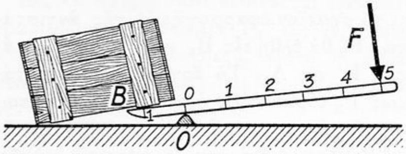
Ἡ σπουδὴ τῆς ἰσορροπίας ἐν γένει τῶν ἁπλῶν μηχανῶν γίνεται κατὰ τρεῖς τρόπους: α) Διὰ τῆς σπουδῆς τῶν συνθηκῶν ἰσορροπίας τῶν ἐπὶ τῆς μηχανῆς ἐπενεργουσῶν δυνάμεων, β) δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῶν ῥοπῶν (§ 57) καὶ γ) δι' ἐφαρμογῆς τοῦ ἀξιώματος τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας ἤ, ἄλλως, τοῦ χρυσοῦ κανόνος τῆς Μηχανικῆς.



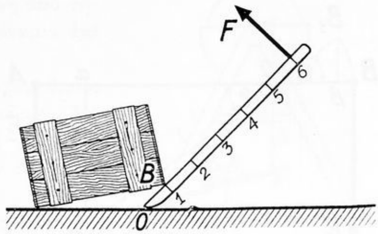
Σχ. 294. Χαρακτηριστικὰ στοιχεῖα μοχλοῦ (λοστοῦ).

164. Μοχλός.

Καλοῦμεν **μοχλὸν** σῶμα στερεὸν δυνάμενον νὰ στρέφεται περὶ σταθερὸν ἄξονα ἢ σημεῖον. Διὰ τοῦ μοχλοῦ κατορθοῦμεν ὥστε, ἐφαρμόζοντες μίαν δύναμιν ἐπί τινος σημείου αὐτοῦ, νὰ ἰσορροποῦμεν ἢ ὑπερνικῶμεν ἄλλην δύναμιν (ἀντίστασιν), ἡ ὁποία ἐξασκεῖται εἰς ἄλλο σημεῖον αὐτοῦ. Ἡ ἀπόστασις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς ἀντιστάσεως ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς, ὅταν αὕτη διευθύνεται καθέτως ἐπὶ τὸν μοχλόν, καλεῖται μ ο χ λ ο β ρ α χ ί ω ν (ἢ βραχίων) ἀ ν τ ι σ τ ά σ ε ω ς καὶ ἡ ἀπόστασις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως, ὅταν αὕτη διευθύνεται ἐπίσης καθέτως ἐπὶ τὸν μοχλόν, ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς, καλεῖται



Σχ. 295. Μοχλὸς μὲ δύο βραχίονας.



Σχ. 296. Μοχλὸς μὲ ἕνα βραχίονα.

μ ο χ λ ο β ρ α χ ί ω ν (ἢ βραχίων) δ υ ν ά μ ε ω ς. Ὁ ἄξων περιστροφῆς τοῦ μοχλοῦ καλεῖται **ὑπομόχλιον** (σχ. 294).

Τοὺς μοχλοὺς διακρίνομεν εἰς μοχλοὺς μὲ δύο βραχίονας, ὅταν δηλαδὴ τὸ ὑπομόχλιον O εὑρίσκεται μεταξὺ δυνάμεως καὶ ἀντιστάσεως (σχ. 295), καὶ εἰς μοχλοὺς μὲ ἕνα βραχίονα, ὅταν δηλαδὴ τὸ ὑπομόχλιον O εὑρίσκεται εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ μοχλοῦ (σχ. 296).

Παρατήρησις. Εἰς παλαιοτέραν ἐποχὴν οἱ μοχλοὶ διεκρίνοντο εἰς τρία εἴδη, ἤτοι: **μοχλὸν πρώτου εἴδους,** ὅταν τὸ ὑπομόχλιον εὑρίσκετο μεταξὺ δυνάμεως καὶ ἀντιστάσεως, τὸ εἶδος δὲ τοῦτο ἀντιστοιχεῖ εἰς μοχλὸν μὲ δύο βραχίονας· **μοχλὸν δευτέρου εἴδους** καὶ **μοχλὸν τρίτου εἴδους,** ἀμφότερα δὲ τὰ εἴδη τῶν μοχλῶν ἀντιστοιχοῦν εἰς μοχλὸν μὲ ἕνα βραχίονα. Εἰς τὸν μοχλὸν δευτέρου εἴδους ἡ ἀντίστασις κεῖται μεταξὺ ὑπομοχλίου καὶ δυνάμεως, εἰς δὲ τὸν μοχλὸν τρίτου εἴδους ἡ δύναμις κεῖται μεταξὺ ὑπομοχλίου καὶ ἀντιστάσεως.

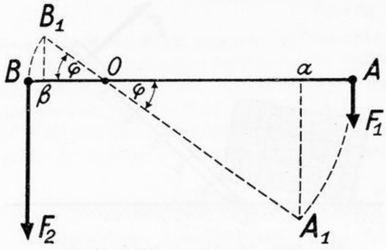
Συνθήκη ἰσορροπίας μοχλοῦ. Εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Στατικῆς εἴδομεν (βλ. § 59) ὅτι, ὅταν ἐπὶ σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα ἐπενεργοῦν διάφοροι δυνάμεις καὶ τὸ σῶμα ἰσορροπῇ, τότε τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς ἰσοῦται πρὸς μηδέν. Ἔστω ὅτι ἐπὶ τοῦ μοχλοῦ (σχ. 294) ἐπιδρᾷ ἡ δύναμις F, τὴν ὁποίαν καταβάλλει ὁ ἄνθρωπος, καὶ ἡ ἀντίστασις A, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ πρὸς ἀνύψωσιν σῶμα. Διὰ νὰ ἰσορροπῇ ὁ μοχλός, πρέπει τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων τούτων, ὡς πρὸς τὸ σημεῖον O, νὰ εἶναι ἴσον πρὸς μηδέν. Ἐν καταστάσει ἰσορροπίας τοῦ μοχλοῦ, ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων F καὶ A ἐπενεργεῖ ἐπὶ τοῦ ὑπομοχλίου καὶ ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως αὐτοῦ. Οὕτω, συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, ἡ συνθήκη ἰσορροπίας τοῦ μοχλοῦ εἶναι ἡ ἀκόλουθος, ἡ ὁποία ἰσχύει γενικῶς δι' ὅλα τὰ εἴδη τῶν μοχλῶν :

$$F \cdot \delta - A \cdot \alpha = 0 \quad \text{ἢ} \quad F \cdot \delta = A \cdot \alpha \quad \text{ἢ} \quad \frac{F}{A} = \frac{\alpha}{\delta} \qquad (1)$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν ὅτι : **« ὅσον ὁ μοχλοβραχίων δυνάμεως εἶναι μεγαλύτερος τοῦ μοχλοβραχίονος ἀντιστάσεως, τόσον ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν**

καταβάλλομεν διὰ νὰ ὑπερνικήσωμεν δεδομένην ἀντίστασιν, εἶναι μικροτέρα ».

Τὴν συνθήκην ἰσορροπίας μοχλοῦ εὑρίσκομεν ἐπίσης ἐφαρμόζοντες τὴν **ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τοῦ ἔργου** (βλ. § 102). Φαντασθῶμεν ὅτι μοχλὸς ΒΟΑ περιστρέφεται κατὰ γωνίαν φ πολὺ μικρὰν καὶ λίαν βραδέως (σχ. 297). Εἶναι φανερὸν ὅτι τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς Β τῆς ἀντιστάσεως F_2 θὰ ἔλθῃ εἰς B_1 καὶ τὸ τῆς δυνάμεως F_1 εἰς A_1. Τὸ ἔργον τῆς ἀντιστάσεως F_2 εὑρίσκεται, ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὴν ἀντίστασιν ἐπὶ τὴν προβολὴν τῆς μετατοπίσεως ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν αὐτῆς, ἤτοι $B_1 \cdot \beta$, ὅτε ἔχομεν :



Σχ. 297. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τοῦ ἔργου.

$$\text{Ἔργον ἀντιστάσεως} = F_2 \cdot (B_1 \beta).$$

Ἀναλόγως δέ, διὰ τὴν δύναμιν θὰ ἔχωμεν :

$$\text{Ἔργον δυνάμεως} = F_1 \ (A_1 \alpha)$$

Ἐξ ἄλλου, ἐπειδὴ ὁ μοχλὸς ἐν ἀρχῇ εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, εἶναι :

$$F_2 \cdot (OB) = F_1 \ (OA) \quad \text{καὶ} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{OA_1}{OB_1}$$

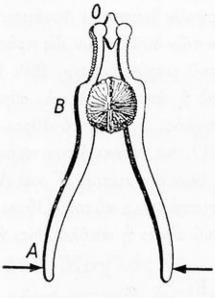
Ἐπίσης ἐκ τῶν ὁμοίων ὀρθογωνίων τριγώνων $OA_1\alpha$ καὶ $OB_1\beta$ προκύπτει ὅτι :

$$\frac{B_1\beta}{A_1\alpha} = \frac{OB_1}{OA_1} = \frac{OB}{OA} = \frac{F_1}{F_2}$$

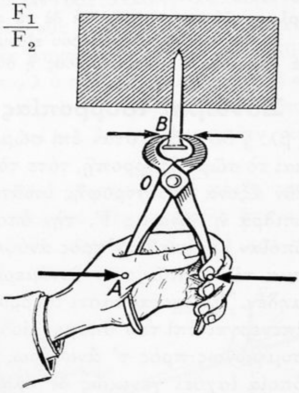
ἐκ δὲ τῶν σχέσεων τούτων προκύπτει ὅτι :

$$F_1 \cdot (A_1\alpha) = F_2 \cdot (B_1\beta)$$

Ἤτοι: **« τὸ ἔργον τῆς δυνάμεως κατὰ τὴν μετατόπισιν τοῦ μοχλοῦ εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἔργον τῆς ἀντιστάσεως ».** Δηλαδή : **« ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν, τὸ χάνομεν εἰς δρόμον, οἱ δὲ διανυόμενοι δρόμοι εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν δυνάμεων ».** (Χρυσοῦς κανὼν τῆς Μηχανικῆς).



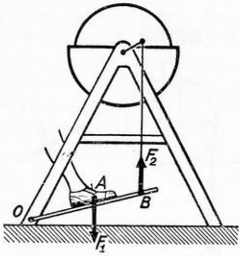
Σχ. 298. Καρυοθραύστης.



Σχ. 299. Τανάλια.
Τὸ ὑπομόχλιον εὑρίσκεται εἰς Ο.

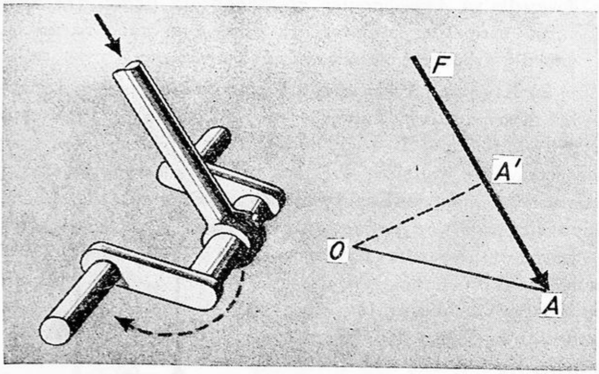
Παραδείγματα μοχλῶν. Ὁ μοχλὸς εὑρίσκει ἐφαρμογὴν εἰς πλεῖστα ὄργανα, ὡς εἶναι π.χ. ὁ ζυγὸς κ.ἄ. Εἰς τὴν πρᾶξιν γίνεται καθημερινὴ χρῆσις αὐτοῦ, πλεῖστα δὲ ἐργαλεῖα οἰκιακῆς χρήσεως εἶναι μοχλοί, ὡς π.χ. τὸ ψαλίδι, εἰς τὸ ὁποῖον τὸ ὑπομόχλιον εὑρίσκεται μεταξὺ δύο δυνάμεων, ὁ καρυοθραύστης (σχ. 298), ὅπου τὸ ὑπομόχλιον εὑρίσκεται εἰς τὸ ἄκρον Ο, ἡ τανάλια (σχ. 299), ὅπου ἡ δύναμις ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τῆς χειρὸς εἰς Α προκαλεῖ πολὺ μεγαλυτέραν δύναμιν ἐπὶ τοῦ καρφίου εἰς Β.

Εἰς τὸ σχῆμα 300 δεικνύεται σμυριδοτροχός, ὅπου, ἐφαρμόζοντες δύναμιν F_1 εἰς Α, κατορθοῦμεν, διὰ καταλλήλου μηχανισμοῦ, ὥστε ἡ δύναμις ἀντιστάσεως F_2 νὰ θέσῃ εἰς περιστροφικὴν κίνησιν τὸν ἄνωθεν εὑρισκόμενον τροχόν.



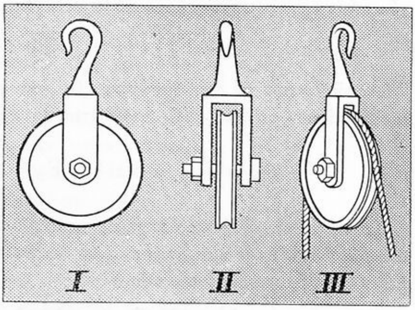
Σχ. 300. Σμυριδοτροχός.

Τὸ σχῆμα 301 δεικνύει τὴν ἀρχὴν τῆς λειτουργίας τοῦ σμυριδοτροχοῦ. Οὕτω ἡ ἀσκουμένη δύναμις F ἔχει διάφορον ἑκάστοτε ῥοπήν, δεδομένου ὅτι ὁ μοχλοβραχίων ΟΑ′ μεταβάλλεται μετὰ τῆς περιστροφῆς ἀπὸ μηδὲν ἕως τὴν τιμὴν ΟΑ.



Σχ. 301. Μεταβλητὴ ῥοπὴ περιστροφῆς.

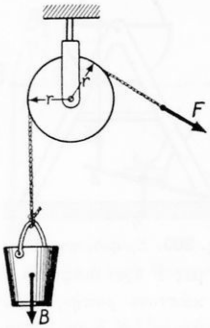
165. Τροχαλίαι. Ἡ τροχαλία ἀποτελεῖται ἀπὸ δίσκον, συνήθως ἐκ μετάλλου ἢ ξύλου, φέροντα κατὰ τὴν περιφέρειαν αὔλακα, ἐπὶ τῆς ὁποίας τοποθετεῖται σχοινίον ἢ ἄλυσος. Ὁ δίσκος εἶναι στρεπτὸς περὶ ἄξονα, ὅστις διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου του καὶ στηρίζεται ἐπὶ στελέχους κεκαμμένου εἰς σχῆμα Π, τὸ ὁποῖον καλεῖται τ ρ ο χ α λ ι ο θ ή κ η (σχ. 302).



Σχ. 302. Τροχαλίαι εἰς διαφόρους ὄψεις.

Τροχαλιῶν διακρίνομεν δύο εἴδη : τὴν ἀ κ ί ν η τ ο ν ἢ π α γ ί α ν καὶ τὴν κ ι ν η τ ὴ ν ἢ ἐ λ ε υ θ έ ρ α ν.

1) Ἀκίνητος (ἢ παγία) τροχαλία. Εἰς αὐτὴν ἡ τροχαλιοθήκη στερεοῦται μονίμως ἀπὸ ἀκλονήτου ὑποστηρίγματος, εἰς τρόπον ὥστε, κατὰ τὴν περιστροφὴν αὐτῆς περὶ ἄξονα, ἡ τροχαλία δὲν μετατοπίζεται εἰς τὸν χῶρον (σχ. 303). Ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἄκρου τοῦ σχοινίου ἐξαρτᾶται τὸ πρὸς ἀνύψωσιν σῶμα Β, ἐνῷ ἐπὶ τοῦ ἄλλου ἄκρου ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις F, διὰ τῆς ὁποίας πρόκειται νὰ ἀνυψωθῇ τὸ σῶμα. Ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι εἰς τὴν τροχαλίαν οἱ δύο βραχίονες τῶν δυνάμεων εἶναι αἱ ἀκτῖνες r τῆς περιφερείας τῆς τροχαλίας, αἱ ροπαὶ τῶν δύο δυνάμεων Β καὶ F ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς θὰ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, θὰ ἔχωμεν δέ :



Σχ. 303. Ἀκίνητος τροχαλία.

$$B \cdot r - F \cdot r = 0 \quad \text{καὶ} \quad B \cdot r = F \cdot r, \quad \text{ἤτοι: } F = B$$

Ὥστε διὰ τῆς ἀκινήτου τροχαλίας δὲν ἐπιτυγχάνομεν ἐλάττωσιν τῆς ἀπαραιτήτου διὰ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ σώματος δυνάμεως, ἀλλ' ἁπλῶς διευκολύνομεν τὴν ἐργασίαν. Ἀντὶ δηλ. νὰ σύρωμεν ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω, δυνάμεθα νὰ ἀνυψώσωμεν τὸ βάρος διὰ μέσου τῆς ἀκινήτου τροχαλίας σύροντες ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω, ὁπότε ὁ ἄνθρωπος καταπονεῖται ὀλιγώτερον.

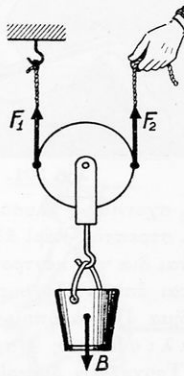
2) Κινητὴ (ἢ ἐλευθέρα) τροχαλία. Αὕτη ἀποτελεῖ ἀνεστραμμένην ἀκίνητον τροχαλίαν, εἰς τὸ ἄγκιστρον δὲ τῆς τροχαλιοθήκης ἀναρτᾶται τὸ βάρος Β (σχ. 304). Τὸ ἓν τῶν σχοινίων τῆς τροχαλίας προσδένεται εἰς ἀκλόνητον σημεῖον, ἐνῷ ἐπὶ τοῦ ἄλλου ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις (τὰ δύο σχοινία εἶναι παράλληλα). Ἐπειδὴ τὸ βάρος Β κατανέμεται ἐξ ἴσου εἰς τὰ δύο σχοινία καὶ ἡ F_1 ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τοῦ ἀκλονήτου σημείου ἐξαρτήσεως, ἕπεται ὅτι θὰ εἶναι $F_2 = B/2$.

Ὅτι διὰ τὴν ἰσορροπίαν ἀπαιτεῖται δύναμις ἴση πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ βάρους δεικνύεται καὶ ὡς ἑξῆς : Ἐπὶ τῆς τροχαλίας ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις F_1, F_2 καὶ Β, τῶν ὁποίων τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν ὡς πρὸς τὸν ἄξονα τῆς τροχαλίας θὰ εἶναι ἴσον πρὸς μηδέν, ἤτοι :

$$F_1 \cdot r + B \cdot 0 - F_2 \cdot r = 0 \quad \text{ἤτοι:} \quad F_1 = F_2$$

Ἀφοῦ λοιπὸν αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 εἶναι ἴσαι, ἀντισταθμίζουν τὸ βάρος Β καὶ οὕτω θὰ ἔχωμεν :

$$F_1 = \frac{B}{2} \quad \text{καὶ} \quad F_2 = \frac{B}{2}$$



Σχ. 304. Κινητὴ τροχαλία.

Ὥστε μὲ τὴν βοήθειαν κινητῆς τροχαλίας, προκειμένου νὰ ἀνυψώσωμεν ἓν σῶμα, πρέπει νὰ καταβάλωμεν δύναμιν ἴσην πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ βάρους τοῦ ἀνυψουμένου σώματος.

Κινητὴ τροχαλία μὲ μὴ παράλληλα σχοινία. Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας παραμένει ἀμετάβλητος καὶ ὅταν τὰ δύο σχοινία δὲν εἶναι παράλληλα, ἀλλὰ σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν. Οὕτω, ἐφ' ὅσον ὑφίσταται ἰσορροπία, πρέπει τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν τριῶν δυνάμεων F_1,

F_2 καὶ B (σχ. 305) ὡς πρὸς τὸν ἄξονα τῆς τροχαλίας νὰ εἶναι ἴσον πρὸς μηδέν, ἤτοι:

$$F_1 \cdot r + B \cdot 0 - F_2 \cdot r = 0 \quad \text{ἢ} \quad F_1 = F_2 \qquad (1)$$

ὅπου r ἡ ἀκτὶς τῆς τροχαλίας.

Ἐξ ἄλλου, ἐφ' ὅσον ὑφίσταται ἰσορροπία, πρέπει ἡ δύναμις F (σχ. II), δηλ. ἡ συνισταμένη τῶν δύο ἴσων δυνάμεων F_1 καὶ F_2, νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν δύναμιν B, ἤτοι:

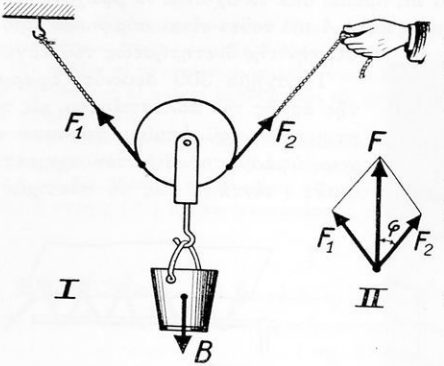
$$F = B \qquad (2)$$

Ἀλλὰ ἐκ τοῦ προκύπτοντος παραλληλογράμμου, τὸ ὁποῖον εἶναι ἐν προκειμένῳ ῥόμβος, ἀφοῦ $F_1 = F_2$, ἔχομεν:

$$\frac{F}{2} = F_2 \cdot \text{συν}\,\varphi \qquad (3)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (2) καὶ (3) προκύπτει ἡ ζητουμένη σχέσις:

$$F_2 = \frac{B}{2 \cdot \text{συν}\,\varphi} \qquad (4)$$

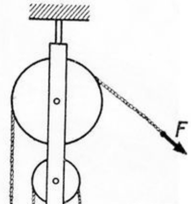


Σχ. 305. Κινητὴ τροχαλία μὲ μὴ παράλληλα σχοινία.

Ἐὰν $\varphi = 0^0$, δηλ. τὰ σχοινία ἦσαν παράλληλα, θὰ εἶναι συν $\varphi = 1$ καὶ ὁ τύπος (4) γράφεται $F_2 = B/2$, ὡς εὕρομεν ἀνωτέρω.

3) Πολύσπαστον. Ἐὰν τὴν κινητὴν τροχαλίαν συνδυάσωμεν πρὸς ἀκίνητον, προκύπτει τὸ **πολύσπαστον,** συνήθη μορφὴν τοῦ ὁποίου δεικνύει τὸ σχῆμα 306. Διὰ τοῦ συνδυασμοῦ τούτου ἐπιτυγχάνεται ἀφ' ἑνὸς μὲν ἡ ἐξάσκησις μικροτέρας δυνάμεως, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἡ μεταβολὴ τῆς διευθύνσεως αὐτῆς. Τὸ πολύσπαστον χρησιμεύει διὰ τὴν μετακίνησιν, συνήθως ἀνύψωσιν, βαρέων σωμάτων.

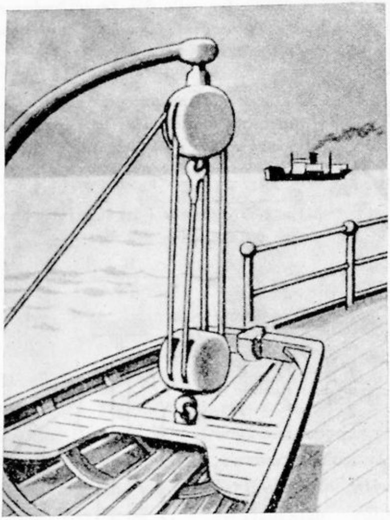
Σχ. 306. Συνήθεις μορφαὶ πολυσπάστων.



Σχ. 307. Πολύσπαστον.

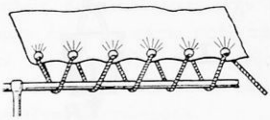
Τὸ βάρος B (σχ. 307) κατανέμεται ἐξ ἴσου εἰς 4 σχοινία, ἐκ τούτου δὲ ἕπεται ὅτι ἐπὶ ἑκάστου σχοινίου θὰ ἐξασκῆται δύναμις ἴση πρὸς τὸ 1/4 τοῦ βάρους B. Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας λοιπὸν εἶναι : $F = \frac{B}{4}$

Διὰ νὰ μετακινηθῇ τὸ βάρος κατὰ 1 m, πρέπει ὅλα τὰ σχοινία νὰ βραχυνθοῦν κατὰ 1 m, δηλ. πρέπει νὰ σύρωμεν τὸ σχοινίον κατὰ 4 m· τοῦτο εἶναι σύμφωνον πρὸς τὴν Ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τοῦ ἔργου.



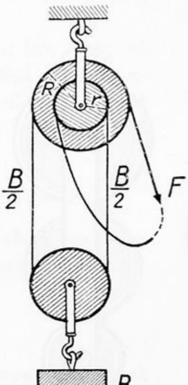
Σχ. 308. Πολύσπαστον συγκρατοῦν τὴν λέμβον πλοίου.

Τὸ σχῆμα 309 δεικνύει ἐφαρμογὴν τῆς ἀρχῆς τοῦ πολυσπάστου, εἰς τὸ σύστημα διὰ τοῦ ὁποίου τείνομεν τεμάχιον ὑφάσματος διὰ τὸν σχηματισμὸν σκιᾶς (τέντα). Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο, καλούμενον σύσπαστον, δὲν ὑπάρχουν τροχαλίαι διὰ τὴν ἐλάττωσιν τῶν τριβῶν, ἀλλὰ τὸ σχοινίον ὀλισθαίνει ἐπὶ τῶν μεταλλικῶν κρίκων, οἱ ὁποῖοι σχηματίζουν τὰς ὀπὰς τοῦ ὑφάσματος, καὶ ἐπὶ τοῦ σιδηροῦ στελέχους, ἐπὶ τοῦ ὁποίου τοῦτο προσδένεται.

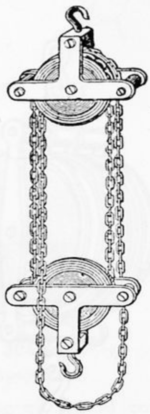


Σχ. 309. Τύπος συσπάστου ἄνευ τροχαλιῶν.

***166. Διαφορικὴ τροχαλία.** Ἡ διαφορικὴ τροχαλία εἰκονίζεται εἰς τὸ θεωρητικὸν διάγραμμα (σχ. 310) καὶ ἀποτελεῖται ἐκ διδύμου ἀκινήτου τροχαλίας, τῆς ὁποίας αἱ δύο τροχαλίαι ἔχουν διαφόρους ἀκτῖνας, καὶ ἐκ μιᾶς κινητῆς τροχαλίας. Αἱ τροχαλίαι αὗται συνδέονται διὰ σχοινίου ἄνευ πέρατος, ἤτοι ἀτέρμονος. Ἐὰν διὰ R καλέσωμεν τὴν ἀκτῖνα τῆς μεγάλης ἀκινήτου τροχαλίας, διὰ r τῆς μικρᾶς καὶ ἐξαρτήσωμεν ἀπὸ τῆς κινητῆς τροχαλίας τὸ βάρος B, τὸ ὁποῖον διαμοιράζεται ἐξ ἴσου ἐπὶ τῶν δύο σχοινίων ἑκατέρωθεν τῆς κινητῆς τροχαλίας, δυνάμεθα νὰ ἰσορροπήσωμεν αὐτὸ διὰ τῆς δυνάμεως F.



Σχ. 310. Διὰ τὴν συνθήκην ἰσορροπίας διαφορικῆς τροχαλίας.



Σχ. 311. Διαφορικὴ τροχαλία μὲ ἅλυσον.

Ἐὰν ἐφαρμόσωμεν τὸ θεώρημα τῶν ῥοπῶν, ὡς πρὸς ἄξονα περιστροφῆς τὸν ἄξονα τῆς διδύμου ἀμεταθέτου τροχαλίας, θὰ εἶναι:

$$F \cdot R + \frac{B}{2} r - \frac{B}{2} R = 0 \quad \text{καὶ} \quad F = \frac{R - r}{2\,R} \cdot B \qquad (1)$$

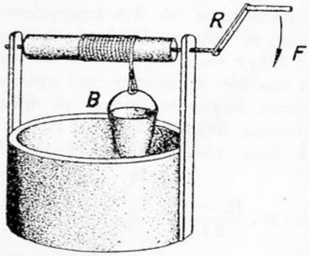
ἤτοι ἡ δύναμις F ἡ ἰσορροποῦσα τὸ ἐξηρτημένον βάρος B εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον ἡ διαφορὰ τῶν ἀκτίνων τῶν τροχαλιῶν τῆς διδύμου τροχαλίας εἶναι μικροτέρα.

Εἰς τὴν πρᾶξιν αἱ τροχαλίαι ἀντικαθίστανται δι' ὀδοντωτῶν τροχῶν, τὸ δὲ σχοινίον διὰ σιδηρᾶς ἁλύσου, τῆς ὁποίας οἱ κρίκοι ἐμπλέκονται εἰς τοὺς ὀδόντας τῶν ὀδοντωτῶν τροχῶν, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 311.

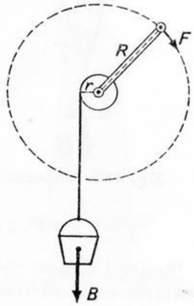
Ἐὰν διὰ Z καλέσωμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν ὀδόντων τοῦ μεγαλυτέρου τῶν τροχῶν καὶ z τοῦ μικροτέρου τῶν τροχῶν, τοῦ πρὸς τὸ ἄνω μέρος διδύμου ὀδοντωτοῦ τροχοῦ, θὰ εἶναι $2\pi \cdot R = \beta \cdot Z$ καὶ $2\pi r = \beta z$, ὅπου β ἡ ἀπόστασις τῶν κέντρων δύο διαδοχικῶν ὀδόντων τῶν ὀδοντωτῶν τροχῶν, ὅτε ἡ σχέσις (1) δι' ἀντικαταστάσεως τῶν τιμῶν τῶν R καὶ r ἀνάγεται εἰς τήν:

$$F = \frac{Z - z}{2\,Z} \cdot B$$

167. Βαροῦλκον. Τὸ βαροῦλκον ἀποτελεῖται ἐκ στερεοῦ κυλίνδρου, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν μὲ τὴν βοήθειαν μοχλοῦ (κ. μανιβέλα) (σχ. 312). Ἐπὶ τοῦ βαρούλκου στηρίζεται μονίμως τὸ ἓν ἄκρον σχοινίου, τὸ ὁποῖον ἀκολούθως περιελίσσεται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ. Εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ σχοινίου ἀναρτᾶται τὸ πρὸς ἀνύψωσιν βάρος B, ἐνῷ εἰς τὸ ἄκρον τοῦ μοχλοῦ ἐπιδρᾷ ἡ δύναμις F. Ἐὰν θεωρήσωμεν τὸ βαροῦλκον ἐν τομῇ (σχ. 313), ἡ ἀκτὶς τοῦ μικροῦ κύκλου r παριστᾷ τὴν ἀκτῖνα τοῦ βαρούλκου, ἡ ὁποία εἶναι καὶ βραχίων τῆς ἀντιστάσεως, ἐνῷ ἡ ἀκτὶς τοῦ μεγάλου κύκλου R, ἡ ὁποία εἶναι καὶ βραχίων δυνάμεως, παριστᾷ τὸ μῆκος τοῦ μοχλοῦ, εἰς τὸ ἄκρον τοῦ ὁποίου ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις F.



Σχ. 312. Βαροῦλκον.

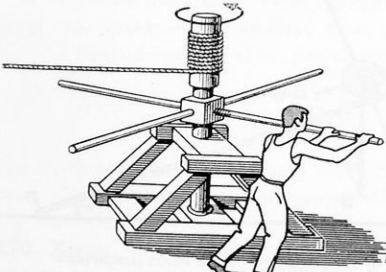


Σχ. 313. Διὰ τὴν συνθήκην ἰσορροπίας βαρούλκου.

Δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῶν ῥοπῶν, διὰ τὴν περίπτωσιν ἰσορροπίας, λαμβάνομεν:

$$B \cdot r - F \cdot R = 0,$$

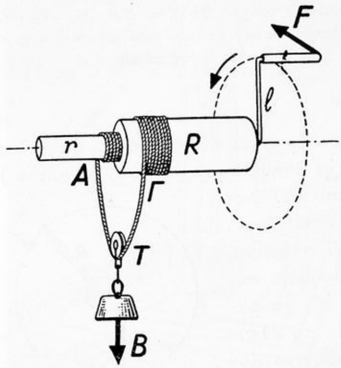
ἐξ οὗ: $$F = \frac{r}{R} \cdot B$$



Σχ. 314. Ἐργάτης.

ἤτοι ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἰσορροπεῖ ὡρισμένον βάρος, εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ ἀκτὶς τοῦ βαρούλκου καὶ ὅσον μεγαλύτερον τὸ μῆκος τοῦ μοχλοῦ. Ἐὰν ὁ ἄξων τοῦ βαρούλκου, ἀντὶ νὰ τοποθετηθῇ ὁριζοντίως, διαταχθῇ κατακορύφως, τότε προκύπτει ἑτέρα ἁπλῆ μηχανή, ἡ ὁποία καλεῖται **ἐργάτης** καὶ διὰ τὴν ὁποίαν ἰσχύει ἡ αὐτὴ συνθήκη ἰσορροπίας (σχ. 314). Ὁ ἐργάτης χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν ἕλξιν βαρέων ἀντικειμένων.

***168. Διαφορικὸν βαροῦλκον.** Τοῦτο εἶναι βαροῦλκον, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἐκ δύο κυλίνδρων ἐχόντων τὸν αὐτὸν ἄξονα, ἀλλὰ διαφόρους ἀκτῖνας (σχ. 315).



Σχ. 315. Διαφορικὸν βαροῦλκον.

Σχοινίον τυλίσσεται ἐπὶ τῶν δύο τούτων κυλίνδρων κατὰ δύο διαφόρους φοράς, εἰς τρόπον ὥστε τὸ ἓν μέρος νὰ τυλίσσεται ἐπὶ τοῦ ἑνὸς κυλίνδρου καθ' ὃν χρόνον τὸ ἄλλο ἐκτυλίσσεται ἐπὶ τοῦ ἄλλου κυλίνδρου. Τὸ σχοινίον διέρχεται διὰ τῆς αὔλακος ἐλευθέρας τροχαλίας, ἡ ὁποία φέρει τὸ πρὸς ἀνύψωσιν βάρος B.

Κατὰ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ βάρους B καὶ διὰ μίαν πλήρη περιστροφὴν τοῦ στροφάλου, τὸ μέρος τοῦ σχοινίου ΓΤ γίνεται βραχύτερον κατὰ $2\pi \cdot R$, ἐνῷ τὸ μέρος τοῦ σχοινίου πρὸς τὸ ΤΑ ἐπιμηκύνεται κατὰ $2\pi \cdot r$. Οὕτω τὸ μῆκος ΓΤΑ βραχύνεται κατὰ $2\pi \cdot R - 2\pi \cdot r = 2\pi (R - r)$ καί, συνεπῶς, ἕκαστον τῶν δύο τμημάτων τοῦ σχοινίου ΓΤ καὶ ΤΑ γίνεται βαχύτερον κατὰ τὸ ἥμισυ τῆς ὅλης ἐπιβραχύνσεως, δηλαδὴ κατὰ $\pi (R - r)$.

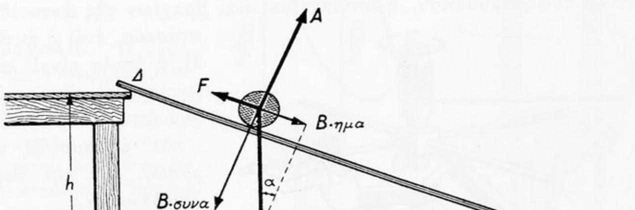
Ἐξισοῦντες τὰ ἔργα τῶν δυνάμεων F καὶ B, ἔχομεν :

$$F \cdot 2\pi \cdot l = \pi (R - r) \cdot B \quad \text{ἢ} \quad F = B \cdot \frac{R - r}{2\,l}$$

Ἐπειδὴ ἡ διαφορὰ τῶν ἀκτίνων τῶν κυλίνδρων ($R - r$) δύναται νὰ γίνῃ ὅσον θέλομεν μικρά, δυνάμεθα νὰ ἀνυψώσωμεν διὰ τοῦ διαφορικοῦ βαρούλκου βάρος πολὺ μεγαλύτερον παρὰ διὰ τοῦ κοινοῦ βαρούλκου.

169. Κεκλιμένον ἐπίπεδον.

Τοῦτο ἀποτελεῖται ἐκ στερεᾶς δοκοῦ παρουσιαζούσης κλίσιν πρὸς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον, χρησιμοποιεῖται δὲ κυρίως διὰ τὴν ἀνύψωσιν ἢ καταβίβασιν βαρέων ἀντικειμένων μὲ καταβολὴν δυνάμεως μικροτέρας τοῦ βάρους (σχ. 316). Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας εὐ-



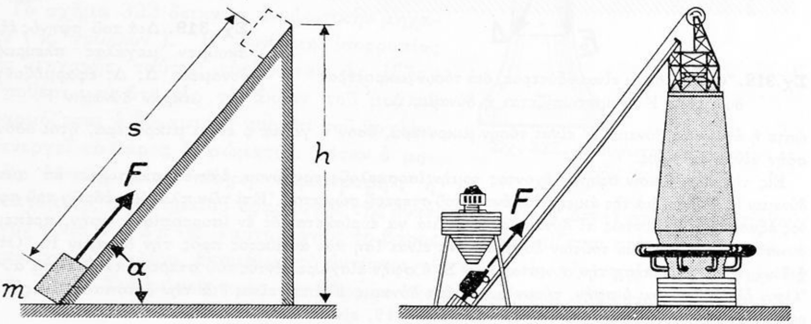
Σχ. 316. Ἡ δύναμις F ἡ ἀνυψοῦσα τὸ σῶμα εἶναι μικροτέρα τοῦ βάρους του B.

ρίσκεται εὐκόλως ὡς ἑξῆς : Θεωρήσωμεν ὅτι ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου γωνίας α εὑρίσκεται σῶμα βάρους B. Τὸ βάρος B ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας, μίαν παράλληλον πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, τὴν $B \cdot \eta\mu\, \alpha$, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ τὴν κινητήριον συνιστῶσαν, καὶ ἄλλην, τὴν $B \cdot \sigma\upsilon\nu\, \alpha$, κάθετον πρὸς αὐτό. Ἡ κάθετος συνιστῶσα $B \cdot \sigma\upsilon\nu\, \alpha$, ἐφ' ὅσον τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ, ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως A τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου. Ἑπομένως πρέπει ἐπὶ τοῦ σώματος νὰ ἐπενεργῇ δύναμις F ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν $B \cdot \eta\mu\, \alpha$, ἤτοι θὰ ἔχωμεν :

$$F = B \cdot \eta\mu\, \alpha$$

Ἡ δύναμις F εἶναι τόσον μικροτέρα τοῦ βάρους B τοῦ σώματος, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ γωνία α τῆς κλίσεως τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου.

Ἐφαρμογὴν τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου ἔχομεν εἰς τὰ βαγονέττα τῶν ὑψικαμίνων, τὰ ὁποῖα τροφοδοτοῦν αὐτὰς μὲ καύσιμον ὑλικὸν (σχ. 317).



Σχ. 317. Πρακτικὴ ἐφαρμογὴ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου εἰς τὴν Βιομηχανίαν.

Ἡ τείνουσα δύναμις F εἶναι προφανῶς μικροτέρα τοῦ βάρους, ἀλλὰ ἡ διαδρομὴ s μέχρι τῶν χειλέων τῆς καμίνου εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ ὕψους h, καθ' ὃν λόγον τὸ βάρος τοῦ βαγονέττου B εἶναι μεγαλύτερον τῆς συνιστώσης F. Ἤτοι :

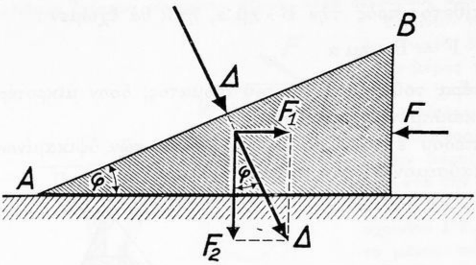
$$\frac{F}{B} = \eta\mu\, \alpha = \frac{h}{s}$$

ἄρα τὸ ἔργον τῆς ἀνυψώσεως εἶναι τὸ αὐτό : $B \cdot h = F \cdot s$ (Ἀξίωμα διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, μὴ πραγματοποίησις ἀεικινήτου).

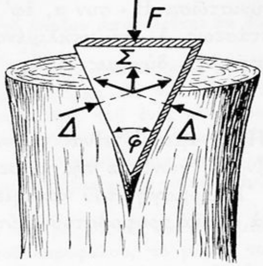
170. Σφήν. Ἡ μηχανὴ αὐτή, τύπου κεκλιμένου ἐπιπέδου, ἔχει εὐρυτάτην ἐφαρμογὴν καὶ ἀποτελεῖται ἐκ πρίσματος, συνήθως ἀπὸ ξύλον ἢ σίδηρον, ἔχοντος τομὴν ὀρθογώνιον ἢ συνήθως ἰσοσκελοῦς τριγώνου. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ὁ σφὴν καλεῖται ἁ π λ ο ῦ ς (σχ. 318), εἰς δὲ τὴν δευτέραν δ ι π λ ο ῦ ς (σχ. 319).

Ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν πρόκειται νὰ ὑπερνικήσωμεν διὰ τοῦ σφηνὸς εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν ὑποτείνουσαν πλευρὰν AB· δύναται δὲ αὔτη ν' ἀναλυθῇ εἰς δύο συνιστώσας, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μὲν μία, ἡ F_2, εἶναι κάθετος πρὸς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον ἐπὶ τοῦ ὁποίου στηρίζεται ὁ σφήν, ἡ δὲ ἄλλη, ἡ F_1, παράλληλος πρὸς αὐτό. Ἡ πρώτη τῶν συνιστωσῶν ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τοῦ ὑποστηρίγματος, ἐνῷ ἡ δευτέρα F_1 τείνει νὰ μετατοπίσῃ τὸν σφῆνα καί, ἵνα οὗτος συγκρατηθῇ, πρέπει νὰ ἐνεργήσωμεν διὰ δυνάμεως F ἴσης καὶ ἀντιθέτου πρὸς τὴν F_1. Εἶναι δέ, ὡς εὐκόλως ἐκ τοῦ σχήματος 318 δεικνύεται:

$$F_1 = F = \Delta \cdot \eta\mu\, \varphi$$



Σχ. 318. Ὅσον ὁ σφὴν εἶναι ὀξύτερος, διὰ τόσον μικροτέρας δυνάμεως F ἀντιμετωπίζεται ἡ δύναμις Δ.



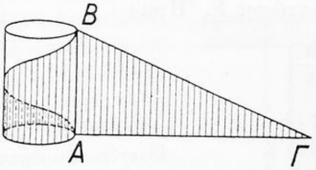
Σχ. 319. Διὰ τοῦ σφηνὸς ἐξασκοῦμεν μεγάλας πλευρικὰς δυνάμεις Δ, Δ, ἐφαρμόζοντες μικρὰν δύναμιν F.

ὥστε ἡ ἀναγκαία δύναμις F εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον ἡ γωνία φ εἶναι μικροτέρα, ἤτοι ὅσον ὁ σφὴν εἶναι ὀξύτερος.

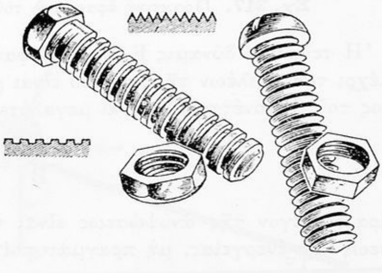
Εἰς τὴν περίπτωσιν σφηνὸς ἔχοντος τομὴν ἰσοσκελοῦς τριγώνου, ἐὰν ἐξασκήσωμεν ἐπ' αὐτοῦ δύναμιν F, εἰσδύει διὰ τῆς ἀκμῆς του ἐντὸς τοῦ στερεοῦ σώματος. Ἐπὶ τῶν πλαγίων ἑδρῶν τοῦ σφηνὸς ἐξασκοῦνται καθέτως αἱ δυνάμεις Δ,Δ. Διὰ νὰ εὑρίσκεται δὲ ἐν ἰσορροπίᾳ ὁ σφήν, πρέπει ἡ συνισταμένη Σ τῶν δύο τούτων δυνάμεων νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν δύναμιν F. Ὅταν ἡ δύναμις F ὑπερνικήσῃ τὴν συνισταμένην Σ, ὁ σφὴν εἰσχωρεῖ ἐντὸς τοῦ στερεοῦ καὶ διασπᾷ αὐτό. Ὅσον ὀξύτερος εἶναι ὁ σφήν, τόσον μικροτέρα δύναμις F ἀπαιτεῖται διὰ τὴν διάσπασιν ἑνὸς στερεοῦ. Ὡς εὐκόλως συνάγεται ἐκ τοῦ σχήματος 319, εἶναι:

$$\frac{F}{2} = \Delta \cdot \eta\mu \frac{\varphi}{2} \quad \text{ἢ} \quad F = 2\, \Delta \cdot \eta\mu \frac{\varphi}{2}$$

ἤτοι ἡ δύναμις F εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον ὁ σφὴν εἶναι ὀξύτερος.



Σχ. 320. Τρόπος γενέσεως σπειρώματος κοχλίου.

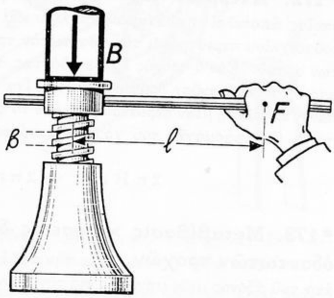


Σχ. 321. Εἴδη σπειρωμάτων κοχλίου μετὰ τῶν περικοχλίων. Ἄτρακτος μὲ ἕλικα τριγωνικῆς ἐγκαρσίας τομῆς καὶ τετραγωνικῆς τομῆς.

Ἐφαρμογὴν τοῦ σφηνὸς ἀποτελοῦν ὅλα τὰ τμητικὰ ὄργανα, ὡς ἡ μάχαιρα, τὸ ξυράφιον κ.τ.λ.

171. Κοχλίας. Ἐὰν τεμάχιον χάρτου, ἔχοντος ὀρθογώνιον τριγωνικὸν σχῆμα, περιελίξωμεν ἐπὶ κυλίνδρου, δεικνύεται διὰ ποίου τρόπου ἐκ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου προκύπτει ὁ **κοχλίας** (σχ. 320). Ἡ ὑποτείνουσα ΒΓ ὁρίζει μίαν γραμμὴν ἐπὶ τοῦ κυλίνδρου τῆς μορφῆς τοῦ σχήματος, ἡ ὁποία καλεῖται στερεὰ ἕλιξ. Ἐὰν εἰς τὸν κύλινδρον προσθέσωμεν συνεχῆ προεξοχὴν τῆς μορφῆς τῆς στερεᾶς ἕλικος, ἔχομεν τὸν κοχλίαν. Σωλὴν δὲ μὲ ἐσωτερικὴν ἐσοχὴν ἀναλόγου μορφῆς καὶ διαστάσεων δίδει τὸ περικόχλιον. Εἰς τὸν κυρίως κοχλίαν τὸ σπείρωμα εἶναι ἐξέχον, ἐνῷ εἰς τὸ περικόχλιον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιστρέφεται καὶ μετατοπίζεται ὁ κοχλίας, τὸ σπείρωμα εἶναι εἰσέχον (σχ. 321). Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν σπειρῶν τοῦ κοχλίου καλεῖται βῆμα αὐτοῦ καί, ὅταν ὁ κοχλίας ἐκτελῇ μίαν πλήρη περιστροφήν, οὗτος ὑφίσταται μετατόπισιν ἴσην πρὸς τὸ βῆμα αὐτοῦ.

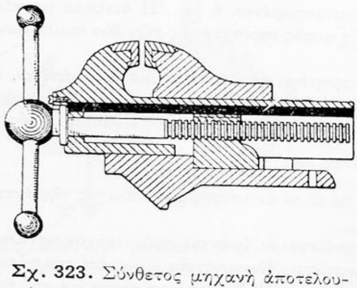
Ὁ κοχλίας ἔχει πολλὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς καὶ κυρίως εἰς τὰ πιεστήρια, ὡς καὶ εἰς ἄλλας μηχανάς.

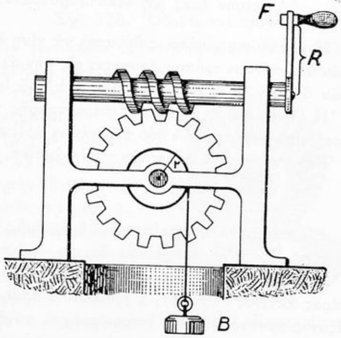


Σχ. 322. Ἀνυψωτὴρ αὐτοκινήτου (κοινῶς γρύλλος).

Τὸ σχῆμα 322 δεικνύει ἀνυψωτικὴν μηχανὴν (κ. γρύλλον). Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας τῆς μηχανῆς ταύτης εὑρίσκεται ὡς ἑξῆς: Ὑποθέσωμεν ὅτι εἰς τὸ ἄκρον τοῦ μοχλοῦ ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις F καὶ ἐπὶ τοῦ κοχλίου ἐπενεργεῖ τὸ βάρος Β σώματος. Ὅταν ὁ μοχλὸς ἐκτελῇ μίαν πλήρη περιστροφήν, ἡ μετατόπισις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως F εἶναι $2\pi \cdot l$ καὶ τὸ ἀντιστοιχοῦν ἔργον εἶναι $F \cdot 2\pi \cdot l$. Ταυτοχρόνως τὸ βάρος Β μετατοπίζεται πρὸς τὰ ἄνω κατὰ τὸ βῆμα β τοῦ κοχλίου, ἑπομένως τὸ ἀντιστοιχοῦν ἔργον εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν θὰ εἶναι $B \cdot \beta$. Συμφώνως πρὸς τὴν Ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τοῦ ἔργου, ἔχομεν :

$$F \cdot 2\pi \cdot l = B \cdot \beta \text{ ἢ } F = \frac{\beta}{2\pi \cdot l} \cdot B$$


Σχ. 323. Σύνθετος μηχανὴ ἀποτελουμένη ἐκ κοχλίου καὶ μοχλοῦ. Συνδήκτωρ (κοινῶς μέγγενη).



Σχ. 324. Ἀτέρμων κοχλίας.

ἤτοι ἡ δύναμις ἡ ἐφαρμοζομένη πρὸς ἰσορρόπησιν τοῦ βάρους Β εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον τὸ βῆμα τοῦ κοχλίου εἶναι μικρότερον καὶ ὁ βραχίων l μεγαλύτερος.

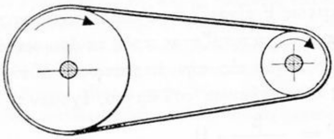
Ὁ κοχλίας, ἐκτὸς τῆς εὐρυτάτης ἐφαρμογῆς τὴν ὁποίαν εὑρίσκει εἰς τὰς μηχανὰς (π.χ. πιεστήρια κτλ.), ἔχει εὐρυτάτην ἐφαρμογὴν καὶ εἰς τὰ ὄργανα ἀκριβείας δι' ἐπιστημονικὰς μετρήσεις.

Τὸ σχῆμα 323 δεικνύει τύπον συνθέτου μηχανῆς (μέγγενη), ἡ ὁποία συνδυάζει τὴν ἀρχὴν τοῦ κοχλίου καὶ τὴν ἀρχὴν τοῦ μοχλοῦ.

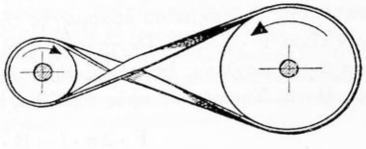
***172. Ἀτέρμων κοχλίας.** Ἑτέρα μηχανὴ λίαν διαδεδομένη εἶναι ὁ **ἀτέρμων κοχλίας,** ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖ συνδυασμὸν κοχλίου καὶ ὀδοντωτοῦ τροχοῦ (σχ. 324). Μία πλήρης περιστροφὴ τοῦ κοχλίου περιστρέφει τὸν ὀδοντωτὸν τροχὸν κατὰ διάστημα ἴσον μεταξὺ δύο διαδοχικῶν ὀδόντων αὐτοῦ. Ἐὰν ὁ τροχὸς ἔχῃ z ὀδόντας, τότε δέον τὸ ἄκρον τοῦ μοχλοῦ νὰ ἐκτελέσῃ z περιστροφάς, ἤτοι νὰ διανύσῃ δρόμον $2\pi R z$, ἵνα ὁ τροχὸς καὶ τὸ μετ' αὐτοῦ στερεῶς συνεζευγμένον τύμπανον ἐκτελέσῃ μίαν περιστροφήν, ὅτε τὸ φορτίον B ἀνυψοῦται κατὰ $2\pi r$, ὅπου r ἡ ἀκτὶς τοῦ τυμπάνου. Δι' ἐφαρμογῆς τοῦ χρυσοῦ κανόνος τῆς Μηχανικῆς, θὰ ἔχωμεν:

$$2\pi R z \cdot F = 2\pi r \cdot B \qquad \text{καὶ} \qquad F = \frac{r}{R} \cdot \frac{1}{z} \cdot B$$

***173. Μεταβίβασις κινήσεως διὰ τροχαλιῶν ἢ τροχῶν μὲ ἱμάντα καὶ δι' ὀδοντωτῶν τροχῶν.** Εἰς τὴν πρᾶξιν παρουσιάζεται ἡ περίπτωσις τῆς μεταβιβάσεως ἰσχύος ἀπὸ τοῦ ἄξονος μιᾶς μηχανῆς εἰς τὸν ἄξονα ἄλλης μηχανῆς. Τοῦτο δύναται νὰ γίνῃ, ἐὰν ἐφοδιάσωμεν τοὺς δύο ἄξονας τῶν μηχανῶν διὰ καταλλήλων τροχαλιῶν ἢ τροχῶν καὶ συνδέσωμεν αὐτοὺς δι' ἱμάντος ἀτέρμονος, ἐφαπτομένου τῆς ἐπιφανείας ἀμφοτέρων τῶν τροχῶν (σχ. 325).



Σχ. 325.



Σχ. 326.

Ἀτέρμων ἱμὰς μὴ διασταυρούμενος (σχ. 325) καὶ διασταυρούμενος (σχ. 326).

Ἡ μετάδοσις κινήσεως δύναται νὰ γίνῃ δι' ἱμάντων διεσταυρωμένων ἢ μή. Ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῶν δύο τούτων τρόπων ἔγκειται εἰς τὴν ἀλλαγὴν ἢ μὴ τῆς φορᾶς περιστροφῆς τῶν δύο τυμπάνων, τῶν ὁποίων γίνεται ἡ σύνδεσις διὰ τοῦ ἱμάντος.

Ἡ γραμμικὴ ταχύτης τῆς περιστροφῆς τοῦ ἱμάντος παραμένει σταθερὰ καί, κατὰ συνέπειαν, ἡ γραμμικὴ ταχύτης τῶν δύο τυμπάνων πρέπει νὰ εἶναι ἐπίσης σταθερὰ καὶ ἴση πρὸς τὴν τοῦ ἱμάντος.

Ἐὰν τὰ τύμπανα ἔχουν τὴν αὐτὴν ἀκτῖνα, καὶ αἱ γωνιακαὶ ταχύτητες συνεπῶς θὰ εἶναι ἴσαι, διότι :

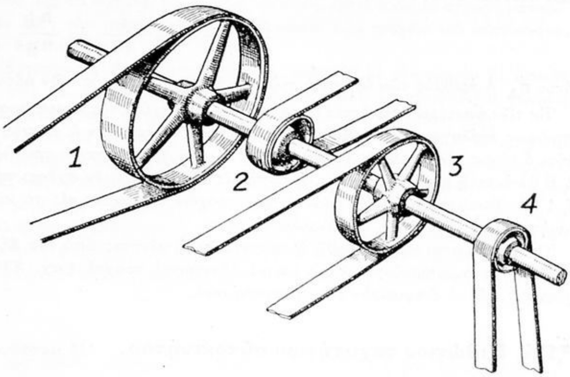
$$\upsilon = \omega_1 \cdot r = \omega_2 \cdot r$$

Εἰς πᾶσαν ἄλλην περίπτωσιν ὁ ἀριθμὸς τῶν στροφῶν θὰ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀντιστοίχου ἀκτῖνος, δεδομένου ὅτι $\omega = 2\pi \cdot \nu$.

Εἰς τὰ Ἐργοστάσια, συνήθως, πολύστροφος κινητὴρ συνδέεται δι' ἱμάντος πρὸς τροχὸν μεγαλυτέρας ἀκτῖνος (σχ. 327, 1), ὁπότε ὁ ἀριθμὸς στροφῶν μειοῦται. Ἐν συνεχείᾳ ὅμως ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄξονος προσαρμόζονται ἕτεροι τροχοί, συνδεδεμένοι δι' ἱμάντος πρὸς διάφορα μηχανήματα τοῦ ἐργοστασίου (π.χ. τόρνους, τρύπανα, πλάνες κ.τ.λ.). Οὕτω διὰ καταλλήλου ὑπολογισμοῦ τῶν ἀντιστοίχων ἀκτίνων τῶν τροχῶν μεταδίδομεν εἰς τὰ μηχανήματα τὸν ἀπαιτούμενον ἀριθμὸν στροφῶν.

Ἡ μετάδοσις τῆς κινήσεως γίνεται πολλάκις διὰ δύο ὀδοντωτῶν τροχῶν, συζευγνυομένων δι' ἀτέρμονος ἁλύσου ἐμπλεκομένης εἰς τοὺς ὀδόντας τῶν τροχῶν. Ἐφαρμογὴν τοῦ τρόπου τούτου μεταδόσεως κινήσεως συναντῶμεν εἰς τὸ ποδήλατον.

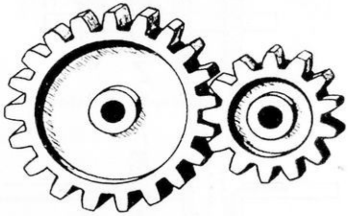
Ἐν τούτοις ὁ τρόπος οὗτος τῆς μεταβιβάσεως ἰσχύος δι' ἱμάντος ἀπὸ τοῦ ἄξονος μιᾶς μηχανῆς εἰς τὸν ἄξονα ἑτέρας εἶναι μειονεκτικός, διότι παρατηρεῖται ὀλίσθησις τοῦ ἱμάντος, ἡ ὁποία ἐξαρτᾶται τόσον ἐκ τοῦ ἱμάντος, ὅσον καὶ ἐκ τοῦ εἴδους τῆς μεταβιβαζομένης ἰσχύος, ἡ ὀλίσθησις δὲ αὕτη ἀποφεύγεται, ἐὰν ἡ μεταβίβασις γίνῃ ὄχι δι' ἱμάντος, ἀλλὰ δι' ὀδοντωτῶν τροχῶν προσαρμοζομένων ἐπὶ τῶν ἀξόνων τῆς μηχανῆς, τῶν ὁποίων οἱ ὀδόντες ἐμπλέκονται μεταξύ των.



Σχ. 327. Μετάδοσις κινήσεως πρὸς διαφόρους μηχανὰς ἀπὸ κεντρικὸν τροχὸν (1), συνδεδεμένον δι' ἱμάντος πρὸς κινητῆρα.

Ἔστω ὅτι δύο τροχοὶ A καὶ B (σχ. 329) ἔχουν ἀκτῖνας r_A καὶ r_B καὶ ἀριθμὸν ὀδόντων n_A καὶ n_B. Ἐπειδὴ ὁ ἀριθμὸς τῶν ὀδόντων εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν περιφέρειαν καί, ἑπομένως, πρὸς τὴν ἀκτῖνα, θὰ εἶναι:

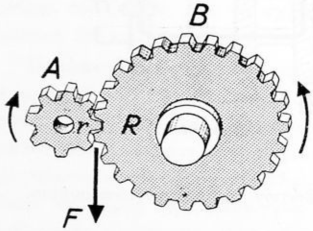
$$\frac{n_A}{n_B} = \frac{r_A}{r_B}$$


Σχ. 328. Ὀδοντωτοὶ τροχοί.

Ἐπειδὴ δὲ ἐξ ἄλλου αἱ ταχύτητες σημείων τῶν περιφερειῶν τῶν ὀδόντων πρέπει νὰ ἔχουν κοινὴν τιμὴν υ, εἶναι δὲ $\upsilon = \omega \cdot r$, τότε ὁ λόγος U τῶν γωνιακῶν ταχυτήτων τῶν δύο τροχῶν θὰ εἶναι:

$$U = \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{\upsilon / r_A}{\upsilon / r_B} = \frac{r_B}{r_A} = \frac{n_B}{n_A}$$

ἤτοι ὁ λόγος τῶν γωνιακῶν ταχυτήτων εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ὀδόντων.



Σχ. 329. Αἱ γωνιακαὶ ταχύτητες δύο ὀδοντωτῶν τροχῶν εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀδόντων των.

Ἡ διάταξις τοῦ σχήματος 329 δεικνύει μηχανισμὸν διὰ δύο ὀδοντωτῶν τροχῶν, διὰ τοῦ ὁποίου δυνάμεθα νὰ πολλαπλασιάσωμεν τὴν ῥοπὴν δυνάμεως. Οὕτω, ὁ ὀδοντωτὸς τροχὸς A, τοῦ ὁποίου οἱ ὀδόντες ἐμπλέκονται πρὸς τοὺς ὀδόντας τοῦ μεγαλυτέρου τροχοῦ B, μεταδίδει μέσῳ τῆς κινητηρίου διατάξεως, πρὸς τὴν ὁποίαν εἶναι συνεζευγμένος διὰ τοῦ ἄξονος, δύναμιν F, τῆς ὁποίας ἡ ῥοπὴ εἶναι $F \cdot r$. Ἡ δύναμις F, ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται καὶ ἐπὶ τοῦ μεγαλυ-


Σχ. 330. Κωνικοὶ ὀδοντωτοὶ τροχοί.

τέρου τροχοῦ ἀκτῖνος R, δημιουργεῖ ροπὴν F · R, οὕτω δὲ ἡ ροπὴ αὐξάνεται κατὰ λόγον R/r, ἐνῷ ἡ ταχύτης περιστροφῆς ἠλαττώθη κατὰ λόγον r/R. Εἰς τοὺς ὀδοντωτοὺς τροχοὺς ὁ ἀριθμὸς τῶν ὀδόντων εἶναι ἀνάλογος τῶν ἀκτίνων τῶν τροχῶν καὶ δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τὴν σχέσιν :

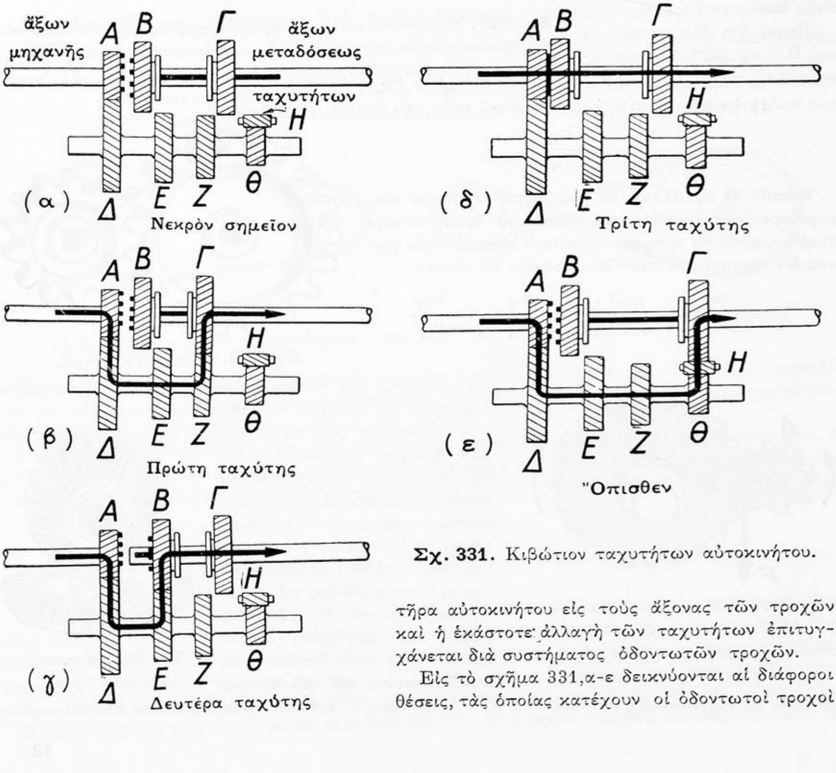
$$\frac{\text{ροπὴ A}}{\text{ροπὴ B}} = \frac{r}{R} = \frac{n_A}{n_B}$$

ὅπου n_A ὁ ἀριθμὸς τῶν ὀδόντων τοῦ A καὶ n_B ὁ ἀριθμὸς τῶν ὀδόντων τοῦ B.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι αἱ γωνιακαὶ ταχύτητες περιστροφῆς τῶν δύο τροχῶν εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀδόντων. Οὕτω, ἐὰν ὁ τροχὸς A ἔχῃ 8 ὀδόντας καὶ ὁ B 24, τότε ὁ λόγος τῶν στροφῶν θὰ εἶναι 24 : 8 = 3, ἤτοι, ὅταν ὁ τροχὸς A ἐκτελῇ τρεῖς περιστροφάς, ὁ B θὰ ἐκτελῇ μίαν. Ἐξ ἄλλου, ἡ ροπὴ εἰς A θὰ εἶναι, ἐν σχέσει πρὸς τὴν ροπὴν εἰς B, ὡς 8 : 24 ἢ 1 : 3. Τοιαῦται διατάξεις ὀδοντωτῶν τροχῶν ὑπάρχουν εἰς τὸ κιβώτιον ταχυτήτων τῶν αὐτοκινήτων (βλ. σχ. 331), εἰς ὡρολόγια κλπ.

Ὅταν πρόκειται νὰ μεταδοθῇ ἡ περιστροφικὴ κίνησις ἀπὸ ἕνα ἄξονα εἰς ἄλλον, κάθετον ἐπὶ τὸν πρῶτον, χρησιμοποιοῦνται κ ω ν ι κ ο ὶ ὀδοντωτοὶ τροχοὶ (σχ. 330). Τοιαῦται διατάξεις ὑπάρχουν π.χ. εἰς τὸ διαφορικὸν τῶν αὐτοκινήτων.

***174. Κιβώτιον ταχυτήτων αὐτοκινήτου.** Ἡ μετάδοσις τῆς ἰσχύος ἀπὸ τὸν κινη-



Σχ. 331. Κιβώτιον ταχυτήτων αὐτοκινήτου.

τῆρα αὐτοκινήτου εἰς τοὺς ἄξονας τῶν τροχῶν καὶ ἡ ἑκάστοτε ἀλλαγὴ τῶν ταχυτήτων ἐπιτυγχάνεται διὰ συστήματος ὀδοντωτῶν τροχῶν.

Εἰς τὸ σχῆμα 331,α-ε δεικνύονται αἱ διάφοροι θέσεις, τὰς ὁποίας κατέχουν οἱ ὀδοντωτοὶ τροχοὶ ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἐπιζητούμενον λόγον ταχυτήτων. Ἡ μηχανὴ θεωρεῖται ὅτι στρέφει τὸν ἄξονα καὶ τὸν ὀδοντωτὸν τροχὸν Α ἐξ ἀριστερῶν τοῦ σχήματος.

Ἡ θέσις τῶν τροχῶν συνδέσεως εἰς τὸ σχῆμα (α) εἶναι τοιαύτη, ὥστε οὐδεμία στροφὴ μεταφέρεται εἰς τὸν ἄξονα τῶν τροχῶν ΒΓ, τὸν προκαλοῦντα τὴν κίνησιν τῶν τροχῶν τοῦ αὐτοκινήτου (νεκρὸν ἢ οὐδέτερον σημεῖον λειτουργίας).

Εἰς τὸ ἑπόμενον σχῆμα (β) ὁ τροχὸς Γ ἔχει μετακινηθῆ καὶ συνδεθῆ μὲ τὸν τροχὸν Ζ. Ἐπειδὴ ὁ τροχὸς Δ εἶναι μεγαλύτερος τοῦ Α καὶ ὁ τροχὸς Ζ μικρότερος τοῦ Γ, μεταδίδεται τελικῶς μικρὸς ἀριθμὸς στροφῶν (1η ταχύτης· ὑπὸ σταθερὰν ἰσχὺν μεγάλη ροπὴ περιστροφῆς).

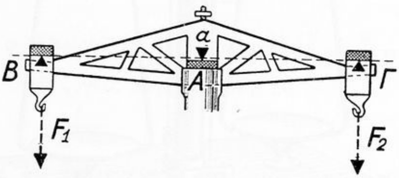
Εἰς τὸ ἑπόμενον σχῆμα (γ) συνδέεται ὁ τροχὸς Β πρὸς τὸν τροχὸν Ε. Ἐπειδὴ δὲ οἱ τροχοὶ Β καὶ Ε εἶναι ἴσοι, ὁ ἀριθμὸς τῶν στροφῶν αὐξάνεται (2α ταχύτης· μικροτέρα ροπὴ περιστροφῆς).

Εἰς τὸ σχῆμα (δ) οἱ δύο ἄξονες συνδέονται ἀμέσως, ἄνευ μεσολαβήσεως ὀδοντωτῶν τροχῶν (3η ταχύτης· ἀριθμὸς στροφῶν μηχανῆς ὁ αὐτὸς μὲ τὸν ἀριθμὸν στροφῶν τοῦ ἄξονος κινήσεως).

Τέλος εἰς τὸ σχῆμα (ε) μεσολαβήσει τοῦ τροχίσκου Η ἀναστρέφεται ἡ φορὰ τῆς κινήσεως (ταχύτης ὄπισθεν· ἠλαττωμένος ἀριθμὸς στροφῶν καί, κατὰ συνέπειαν, ηὐξημένη ἡ ροπή).

Δέον νὰ παρατηρηθῇ ὅτι οἱ τροχοὶ Β καὶ Γ ὀλισθαίνουν ἐπὶ τοῦ ἄξονος μεταδόσεως ταχυτήτων ἐν εἴδει συρτῶν.

175. Ζυγός. Ὁ ζυγός, ὡς ἁπλῆ μηχανή, ἀποτελεῖ μοχλὸν μὲ δύο ἴσους βραχίονας καί, ἑπομένως, εἰς αὐτὸν ὁ ἄξων περιστροφῆς κεῖται εἰς τὸ μέσον. Τὸ κύριον μέρος αὐτοῦ εἶναι ἡ **φάλαγξ** (σχ. 332), ἡ ὁποία κατασκευάζεται ἐξ ἐλαφροῦ καὶ ἀνθεκτικοῦ μετάλλου καὶ ἔχει τὸ σχῆμα πρισματικῆς ράβδου. Ἡ φάλαγξ, κατὰ τὸ μέσον αὐτῆς, φέρει πρισματικὴν ἀκμὴν α ἐκ χάλυβος ἢ ἐξ ἄλλης σκληρᾶς οὐσίας (ἀχάτου κλπ.), διὰ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἐπὶ ὁριζοντίας χαλυβδίνης πλακός, τοποθετημένης ἐπὶ κατακορύφου στήλης, ἥτις στερεοῦται μονίμως ἐπὶ τῆς βάσεως Α τοῦ ζυγοῦ. Εἰς τὰ ἄκρα τῆς φάλαγγος τοποθετοῦνται πρὸς τούτοις δύο πρισματικαὶ ἀκμαί, ἀπὸ τῶν ὁποίων ἐξαρτῶνται οἱ δύο ἰσοβαρεῖς δίσκοι τοῦ ζυγοῦ. Εἰς τὸ σχῆμα 333 εἰκονίζεται ζυγὸς λίαν χρήσιμος εἰς τὰ ἐπιστημονικὰ ἐργαστήρια.

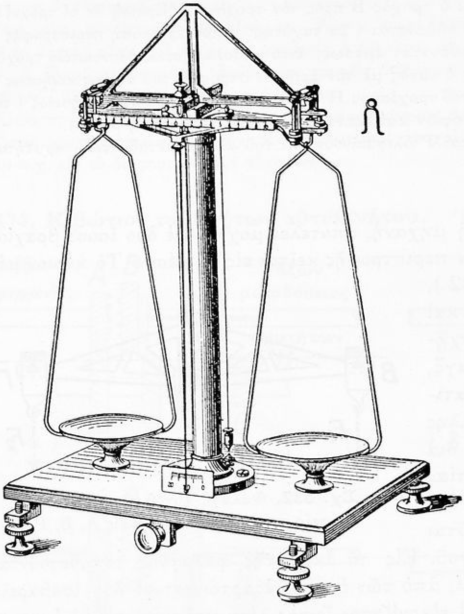


Σχ. 332. Φάλαγξ ζυγοῦ. Διακρίνονται αἱ τρεῖς πρισματικαὶ ἀκμαὶ εἰς Α, Β, Γ.

Ἡ **εὐαισθησία** τοῦ ζυγοῦ καθορίζεται ἐκ τῆς γωνίας, κατὰ τὴν ὁποίαν ἀποκλίνει ἡ φάλαγξ τοῦ ζυγοῦ ἀπὸ τῆς ὁριζοντίας θέσεως, διὰ τῆς προσθήκης ὡρισμένου βάρους, π.χ. 0,001 gr*, ἐπὶ τοῦ ἑνὸς τῶν δίσκων αὐτοῦ. Ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι αὕτη, τόσον περισσότερον εὐαίσθητος εἶναι ὁ ζυγός. Ἡ εὐαισθησία τοῦ ζυγοῦ εἶναι τόσον μεγαλυτέρα : 1) ὅσον τὸ μῆκος τῶν βραχιόνων τῆς φάλαγγος εἶναι μεγαλύτερον, 2) ὅσον τὸ βάρος τῆς φάλαγγος εἶναι μικρότερον καὶ 3) ὅσον τὸ κέντρον βάρους τῆς φάλαγγος εὑρίσκεται πλησιέστερον πρὸς τὸ σημεῖον στηρίξεως αὐτοῦ, δηλ. πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς.

Ἀκριβὴς ζύγισις. Ὁ ζυγὸς θεωρεῖται ὡς **ἀκριβής,** ὅταν ἡ φάλαγξ παραμένῃ ὁριζοντία, ἐφ' ὅσον οἱ δίσκοι εἶναι εἴτε ἀφόρτιστοι εἴτε φορτισμένοι δι' ἴσων βαρῶν. Ἡ συνθήκη δὲ ἀκριβείας τοῦ ζυγοῦ εἶναι, ὅτι οἱ δύο βραχίονες αὐτοῦ πρέπει νὰ εἶναι ἀκριβῶς ἴσοι. Δυνάμεθα ὅμως νὰ ἐπιτύχωμεν ἀκριβῆ ζύγισιν καὶ διὰ ζυγοῦ μὲ ἀ ν ί σ ο υ ς βραχίονας, ἀρκεῖ νὰ χρησιμοποιήσωμεν μίαν τῶν ἀκολούθων μεθόδων :

α) Μέθοδος τῆς ἀντικαταστάσεως. Θέτομεν τὸ πρὸς ζύγισιν σῶμα ἐπὶ τοῦ ἑνὸς τῶν δίσκων τοῦ ζυγοῦ καὶ ἰσορροποῦμεν αὐτὸ θέτοντες ἐπὶ τοῦ ἑτέρου δίσκου οἱαδήποτε σώματα, ὡς π.χ. χόνδρους μολύβδου, ἄμμον κλπ. Ἀκολούθως ἀφαιροῦμεν τὸ σῶμα ἐκ τοῦ δίσκου καὶ εἰς αὐτὸν θέτομεν σταθμά, μέχρις ὅτου ὁ ζυγὸς ἰσορροπήσῃ καὶ πάλιν. Τὸ βάρος τῶν σταθμῶν τούτων εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ζητούμενον βάρος τοῦ σώματος.



Σχ. 333. Ἐργαστηριακὸς ζυγός.

β) Μέθοδος τῆς διπλῆς ζυγίσεως. Εἰς περίπτωσιν καθ' ἣν ὁ ζυγὸς δὲν εἶναι ἀκριβής, δηλ. δὲν ἔχει ἴσους βραχίονας, εὑρίσκομεν τὸ ἀκριβὲς βάρος τοῦ σώματος διὰ δ ι π λ ῆ ς ζ υ γ ί σ ε ω ς. Οὕτω θέτομεν τὸ σῶμα, βάρους ἀγνώστου Β, ἐπὶ τοῦ πρὸς τ' ἀριστερὰ δίσκου τοῦ ζυγοῦ, εἰς τὸν ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ βραχίων l_1, καὶ ἰσορροποῦμεν αὐτὸν διὰ σταθμῶν β_1 τιθεμένων ἐπὶ τοῦ δεξιοῦ δίσκου τοῦ ζυγοῦ, εἰς τὸν ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ βραχίων l_2, ὁπότε ἡ φάλαγξ πρέπει νὰ διατίθεται ὁριζοντίως. Δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς τῆς φάλαγγος, θὰ ἔχωμεν :

$$B \cdot l_1 = \beta_1 \cdot l_2$$

Ἤδη τοποθετοῦμεν τὸ σῶμα ἐπὶ τοῦ πρὸς τὰ δεξιὰ δίσκου τοῦ ζυγοῦ καὶ ἰσορροποῦμεν αὐτὸν διὰ σταθμῶν β_2 τιθεμένων ἐπὶ τοῦ πρὸς τ' ἀριστερὰ δίσκου τοῦ ζυγοῦ, ὁπότε θὰ ἔχωμεν πάλιν : $B \cdot l_2 = \beta_2 \cdot l_1$. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω δύο σχέσεων, διὰ διαιρέσεως αὐτῶν κατὰ μέλη, εὑρίσκομεν :

$$B = \sqrt{\beta_1 \cdot \beta_2}$$

Συνθήκη ἰσορροπίας ζυγοῦ. Ἔστω $A_1 A_2$ ἡ φάλαγξ τοῦ ζυγοῦ, στρεπτὴ περὶ τὸ μέσον αὐτῆς Ο, εἶναι δὲ $OA_1 = OA_2 = l$ (σχ. 334). Εἶναι φανερὸν ὅτι, ἵνα ἡ φάλαγξ ἰσορροπῇ ὁριζοντίως, πρέπει αἱ εἰς τὰ ἄκρα αὐτῆς ἐφηρμοσμέναι δυνάμεις F_1 καὶ F_2 νὰ εἶναι ἴσαι. Ἐὰν ὅμως $F_2 > F_1$, τότε ἡ φάλαγξ δὲν θὰ ἰσορροπῇ ἐν ὁριζοντίᾳ θέσει, ἀλλὰ θὰ λάβῃ ἄλλην θέσιν ἰσορροπίας, ἡ ὁποία θὰ σχηματίζῃ γωνίαν φ, ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν θέσιν. Ἡ γωνία φ καθορίζεται ὡς ἀκολούθως:

Δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν ὡς πρὸς τὸν ἄξονα Ο, ἔχομεν:

$$F_1 \cdot \alpha + B \cdot x - F_2 \cdot \alpha = 0$$

ἔνθα Β τὸ βάρος τῆς φάλαγγος. Ἀλλ' εἶναι:

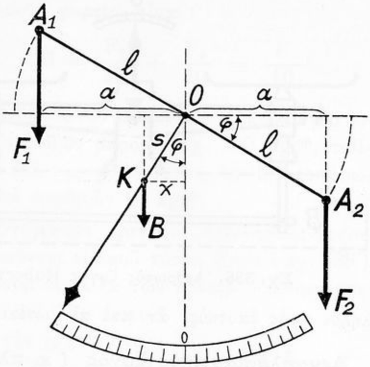
$$\alpha = l \cdot \text{συν}\,\varphi \quad \text{καὶ} \quad x = s \cdot \text{ημ}\,\varphi$$

ὅπου s = ΟΚ, ἡ ἀπόστασις τοῦ κέντρου βάρους Κ τῆς φάλαγγος ἀπὸ τοῦ Ο· καί, ἐπομένως:

$$F_1 \cdot l \cdot \text{συν}\,\varphi + B \cdot s \cdot \text{ημ}\,\varphi - F_2 \cdot l \cdot \text{συν}\,\varphi = 0$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν:

$$\text{εφ}\,\varphi = \frac{F_2 - F_1}{B \cdot s} \cdot l$$

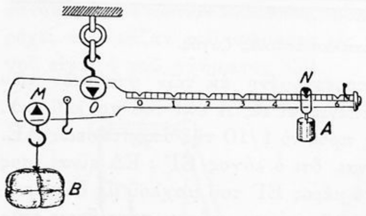


Σχ. 334. Αἱ ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ ἐπενεργοῦσαι δυνάμεις.

Διὰ μικρᾶς γωνίας φ ἔχομεν: εφ φ = φ. Θεωροῦντες ἤδη τὸ πηλίκον $\dfrac{\varphi}{F_2 - F_1}$ ὡς μέτρον τῆς εὐαισθησίας τοῦ ζυγοῦ, λαμβάνομεν:

$$\frac{\varphi}{F_2 - F_1} = \frac{l}{B \cdot s}$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης παρατηροῦμεν ὅτι ἡ εὐαισθησία τοῦ ζυγοῦ εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον τὸ βάρος τῆς φάλαγγος τοῦ ζυγοῦ εἶναι μικρότερον, τὸ μῆκος τῶν βραχιόνων μεγαλύτερον καὶ ἡ ἀπόστασις κέντρου βάρους ἀπὸ τοῦ ἄξονος μικροτέρα.

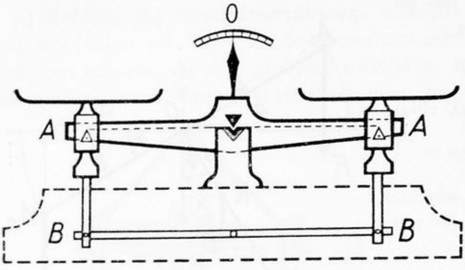


Σχ. 335. Ρωμαϊκὸς ζυγός. Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας εἶναι: Β · ΟΜ = Α · ΟΝ.

Ἐπειδὴ αἱ δύο πρῶται τῶν ἀνωτέρω συνθηκῶν εὐαισθησίας τοῦ ζυγοῦ ἀντιτίθενται πρὸς ἀλλήλας, διὰ τὴν κατασκευὴν τοῦ ζυγοῦ ἀκριβείας λαμβάνεται μέριμνα ὥστε, διὰ καταλλήλου συμβιβασμοῦ τῶν ἀνωτέρω ἀντιτιθεμένων συνθηκῶν, νὰ ἐπιτυγχάνεται ἡ μεγαλυτέρα δυνατὴ εὐαισθησία.

Ἐκ τῶν προηγουμένων συνάγεται ὅτι, ἵνα ἡ φάλαγξ ἰσορροπῇ ὁριζοντίως, πρέπει εφ φ = 0, τοῦτο δὲ ἐπιτυγχάνεται μόνον ὅταν $F_2 - F_1 = 0$, ἤτοι $F_1 = F_2$.

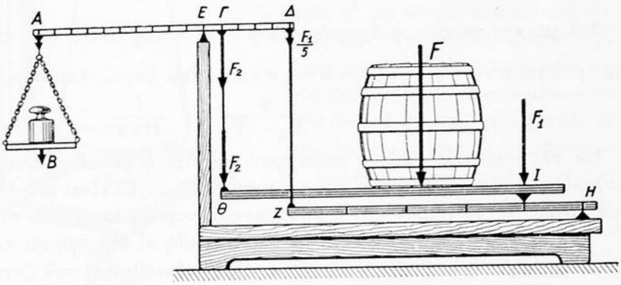
Διάφοροι τύποι ζυγῶν. Λίαν συνήθης εἶναι ὁ **στατὴρ (ἢ ρωμαϊκὸς ζυγός)**, τοῦ ὁποίου ἡ φάλαγξ ἔχει δύο ἀνίσους βραχίονας (σχ. 335). Διὰ νὰ ἰσορροπῇ οὗτος ἄνευ φορτίου, πρέπει τὸ μεταθετὸν βάρος νὰ εὑρίσκεται εἰς τὸ μηδέν. Τὸ ὑπὸ ζύγισιν βάρος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τοῦ ἄκρου τοῦ μικροτέρου βραχίονος εἰς Μ καὶ ἰσορροπεῖται διὰ τοῦ μετατιθεμένου βάρους Α κατὰ μῆκος τοῦ μεγαλυτέρου βραχίονος. Ἡ θέσις αὕτη παρέχει ἐπὶ τῆς βαθμολογημένης ράβδου τὸ ζητούμενον βάρος τοῦ σώματος.



Σχ. 336. Ἀρθρωτὸς ζυγὸς Roberval.

Λίαν συνήθης εἶναι καὶ ὁ ζυγὸς δι' ἀρθρωτοῦ παραλληλογράμμου (Roberval - Ρομπερβάλ), ὁ ὁποῖος φέρει δύο παραλλήλους φάλαγγας ΑΑ καὶ ΒΒ (σχ. 336). Λόγῳ τῆς διατάξεως ταύτης, οἱ δίσκοι διατηροῦνται πάντοτε παράλληλοι πρὸς ἑαυτούς, ἂν καὶ αἱ γωνίαι τοῦ παραλληλογράμμου μεταβάλλονται.

Δεκαπλασιαστικὸς ζυγὸς (κ. πλάστιγξ). Διὰ τοῦ ζυγοῦ τούτου ἐπιτυγχάνομεν νὰ ζυγίζωμεν βαρέα ἀντικείμενα χρησιμοποιοῦντες μικρὰ σταθμά. Ἀποτελεῖται ἐξ ἑνὸς μοχλοῦ ΑΔ μὲ δύο ἀνίσους βραχίονας καὶ ἐξ ἑνὸς μοχλοῦ μὲ ἕνα βραχίονα ΖΗ (σχ. 337). Ἡ πλάστιγξ ἐφοδιάζεται μὲ τὴν τράπεζαν ΘΙ διὰ τὴν τοποθέτησιν τοῦ φορτίου. Ἡ τράπεζα ΘΙ πιέζει τὸν μοχλὸν ΖΗ εἰς Ι



Σχ. 337. Δεκαπλασιαστικὸς ζυγός.

καὶ ἕλκει τὸν μοχλὸν ΑΔ εἰς Γ. Ἡ δύναμις ἡ προερχομένη ἐκ τῶν σταθμῶν τῶν τοποθετουμένων εἰς τὸν δίσκον τῆς πλάστιγγος ἐπενεργεῖ εἰς Α ἐπὶ τοῦ μοχλοῦ ΑΔ. Ἡ ἀπόστασις ΕΓ ρυθμίζεται, ὥστε νὰ εἶναι ἴση πρὸς τὸ 1/10 τῆς ἀποστάσεως ΑΕ.

Οὐσιῶδες διὰ τὸν δεκαπλασιαστικὸν ζυγὸν εἶναι, ὅτι ὁ λόγος ΕΓ : ΕΔ εἶναι ἴσος πρὸς τὸν λόγον ΙΗ : ΖΗ. Πρὸς τούτοις πρέπει τὸ μέρος ΕΓ τοῦ μοχλοῦ μὲ δύο βραχίονας νὰ εἶναι τὸ 1/10 τοῦ βραχίονος ΑΕ. Διὰ τοῦ τρόπου τούτου στηρίξεως ἐπιτυγχάνεται, ὥστε ἡ τράπεζα ΘΙ νὰ μετακινῆται παραλλήλως πρὸς ἑαυτήν.

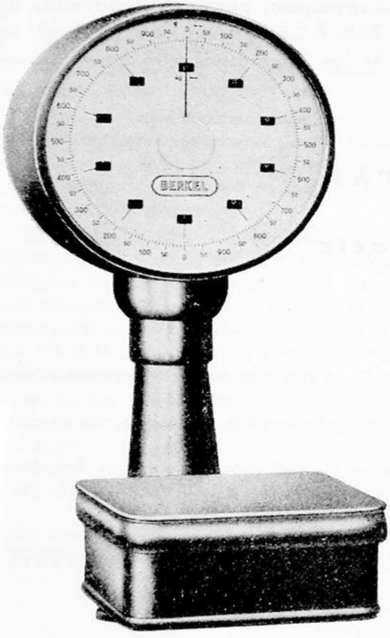
Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας εἶναι ἡ ἑξῆς : Ἔστω F τὸ φορτίον, τὸ ὁποῖον κεῖται ἐπὶ τῆς πλακὸς ΘΙ καὶ τὸ ὁποῖον ἀναλύεται εἰς τὰ φορτία F_1 καὶ F_2 ἐπενεργοῦντα ἀντιστοίχως ἐπὶ τῶν σημείων Ι καὶ Θ, ὅτε ἔχομεν :

$$F = F_1 + F_2$$

Εἰς Ι ἐπενεργεῖ τὸ φορτίον F_1. Ἐπὶ τῶν Ζ καὶ Δ ὑφίσταται δύναμις $F_1/5$ καὶ εἰς Α μεταβιβάζεται $F_1/10$. Εἰς Θ καὶ Γ ἐπενεργεῖ φορτίον F_2 καὶ ἐπὶ τοῦ Α μεταβιβάζεται φορτίον $F_2/10$. Τὸ εἰς Α ἐπενεργοῦν συνολικῶς φορτίον εἶναι :

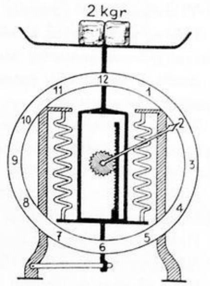
$$B = \frac{F_1}{10} + \frac{F_2}{10} = \frac{F}{10}$$

Οὕτω διὰ τοῦ δεκαπλασιαστικοῦ ζυγοῦ δυνάμεθα σῶμα βάρους π.χ. 100 kgr*, τιθέμενον ἐπὶ τῆς πλάστιγγος, νὰ ἰσορροπήσωμεν διὰ σταθμῶν 10 kgr*.



Σχ. 338. Νεώτερος τύπος αὐτομάτου ζυγοῦ ἐμπορίου.

Αὐτόματοι ζυγοί. Τελευταίως χρησιμοποιοῦνται εἰδικοῦ τύπου ζυγοὶ (σχ. 338), οἱ ὁποῖοι εἶναι ἐκ τῶν προτέρων βαθμολογημένοι καὶ δὲν ἀπαιτοῦν τὴν χρῆσιν σταθμῶν. Ἡ μέτρησις τῆς μάζης διὰ τῶν ζυγῶν τούτων ἐπιτυγχάνεται ὡς ἑξῆς : Ἐπὶ τῆς πλακὸς ἢ ἐπὶ τοῦ δίσκου τοῦ ζυγοῦ τοποθετοῦμεν τὸ σῶμα, ὅτε διὰ καταλλήλου μηχανισμοῦ, ὁμοίου σχεδὸν πρὸς τὸν ζυγὸν Roberval, ὁ δείκτης τοῦ ζυγοῦ μετατοπίζεται ἐνώπιον κλίμακος καὶ σταματᾷ ἔναντι ὡρισμένου ἀριθμοῦ, ὁ ὁποῖος παρέχει τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος εἰς χιλιόγραμμα ἢ γραμμάρια. Ἀνάλογος τύπος ζυγοῦ εἶναι ὁ τοῦ σχήματος 339.



Σχ. 339. Ζυγὸς οἰκιακῆς χρήσεως.

Σχ. 340. Τὸ βάρος παρέχεται ἀπ' εὐθείας ἐπὶ τῆς βαθμολογημένης κλίμακος.

Εἰς τὸ σχῆμα 340 δεικνύεται ἄλλος τύπος ζυγοῦ αὐτομάτου, ὁ **ζυγὸς ἐπιστολῶν.** Ὅταν ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ τοποθετηθῇ ἓν σῶμα, ἡ φάλαγξ στρέφεται καὶ τὸ κέντρον βάρους αὐτῆς μετατοπίζεται οὕτως, ὥστε ἡ δημιουργουμένη ροπὴ νὰ ἀντισταθμισθῇ ἀπὸ τὴν ροπὴν τοῦ πρὸς ζύγισιν βάρους. Οὕτω, ὅταν ὁ ζυγὸς εἶναι κενός, ἡ συνθήκη ἰσορροπίας αὐτοῦ εἶναι: $B_1 \cdot \alpha_1 = B_2 \cdot \alpha_2$, ὅταν δὲ ἐπὶ τοῦ δίσκου τεθῇ ἀντικείμενον, ἰσχύει ἡ σχέσις : $(B_1 + \beta) \cdot \alpha'_1 = B_2 \cdot \alpha'_2$.

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α' Ἐρωτήσεις

Τί καλοῦμεν μηχανὰς καὶ τί ἁπλᾶς μηχανάς.

Πῶς γίνεται ἡ σπουδὴ τῆς ἁπλῆς μηχανῆς.

Τί ἐκφράζει ὁ χρυσοῦς κανὼν τῆς Μηχανικῆς.

Πόσας κατηγορίας ἁπλῶν μηχανῶν διακρίνομεν καὶ ποῖα τὰ εἴδη τῶν συνηθεστέρων ἁπλῶν μηχανῶν τῶν ἀνηκουσῶν εἰς ἑκάστην κατηγορίαν.

Διατί ἡ ψαλὶς τῶν φανοποιῶν ἔχει μακρὰς λαβὰς καὶ βραχείας λεπίδας, ἡ δὲ ψαλὶς τῶν ραπτῶν ἀκριβῶς τὰ ἀντίθετα;

Νὰ τοποθετηθοῦν ἡ δύναμις, ἡ ἀντίστασις καὶ τὸ ὑπομόχλιον εἰς ἑκάστην ἀπὸ τὰς ἑπομένας ἐφαρμογὰς τῆς ἀρχῆς τοῦ μοχλοῦ : α) εἰς τὸ σάρωθρον μετὰ ξυλολαβῆς, β) εἰς τὸν πῆχυν τῆς χειρὸς τοῦ ἀνθρώπου, γ) εἰς τὸ ποδόφρενον τοῦ αὐτοκινήτου.

Ποίας ἁπλᾶς μηχανὰς παριστοῦν ὁ βιδολόγος, τὸ χειροτρύπανον τῶν ξυλουργῶν, τὰ ὀστᾶ τῶν δύο σιαγόνων, τὸ τρύπανον τῶν μηχανουργείων, τὸ ποδήλατον, ἡ σμίλη, ἡ κρεατοκοπτικὴ μηχανή.

Ποία ἡ συνθήκη ἰσορροπίας τῶν διαφόρων ἁπλῶν μηχανῶν.

Νὰ ἐξηγηθῇ ἡ ἀρχὴ τῆς ζυγίσεως διὰ τοῦ στατῆρος.

Πῶς γίνεται ἡ ζύγισις διὰ τῆς μεθόδου τῆς διπλῆς ζυγίσεως.

Ποία ἡ συνθήκη ἰσορροπίας ζυγοῦ.

Β' Προβλήματα

1. Διὰ νὰ ἐξαγάγωμεν ἓν καρφίον ἀπὸ τεμαχίου ξύλου, ἀπαιτεῖται δύναμις 100 kgr*. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ δύναμις ἡ ἀπαιτουμένη διὰ τὴν ἐξαγωγὴν τοῦ καρφίου μὲ κατάλληλον ἐξολκέα, τοῦ ὁποίου τὸ ὑπομόχλιον ἀπέχει 4 cm ἀπὸ τοῦ καρφίου καὶ ἡ λαβὴ 20 cm ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου.

(Ἀπ. F = 20 kgr*.)

2. Χειραμάξιον μετὰ τοῦ φορτίου του ζυγίζει 60 kgr*. Ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις τῶν λαβῶν ἀπὸ τοῦ κέντρου βάρους τοῦ φορτισμένου ἁμαξίου εἶναι 120 cm καὶ ἡ ἀπόστασις τοῦ κέντρου βάρους ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ τροχοῦ εἶναι 45 cm. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ δύναμις, ἡ ὁποία πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ ἑκάστης λαβῆς τοῦ ἁμαξίου, διὰ νὰ διατίθεται τὸ χειραμάξιον ὁριζοντίως.

(Ἀπ. F = 8,18 kgr*.)

3. Εἰς μοχλὸν μὲ δύο ἀνίσους βραχίονας ὁ βραχίων ἀντιστάσεως εἶναι 30 cm καὶ ὁ βραχίων δυνάμεως 70 cm. Πόση εἶναι ἡ δύναμις ἡ ὁποία ἰσορροπεῖ φορτίον 84 kgr* καὶ πόσος εἶναι ὁ δρόμος τὸν ὁποῖον πρέπει νὰ διανύσῃ ἡ δύναμις, ὅταν τὸ φορτίον ἀνυψοῦται κατὰ 9 cm.

(Ἀπ. F = 36 kgr*, x = 21 cm.)

4. Μεταθετὴ τροχαλία ζυγίζει μετὰ τῆς τροχαλιοθήκης 2 kgr*. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ ἐλαχίστη δύναμις, διὰ νὰ ἀνυψώσῃ φορτίον 125 kgr*, ὅταν ἡ τριβὴ εἶναι ἀμελητέα.

(Ἀπ. F = 63,5 kgr*.)

5. Πολύσπαστον περιλαμβάνει τροχαλιοθήκας, ἑκάστη τῶν ὁποίων περιέχει 4 τροχαλίας. Ἡ κινητὴ τροχαλιοθήκη ζυγίζει 4 kgr*. Ποία δύναμις ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἀνύψωσιν βάρους 640 kgr*. Πόσος εἶναι ὁ δρόμος τὸν ὁποῖον διανύει τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως, ὅταν τὸ φορτίον ἀνυψοῦται κατὰ 2,4 m. (Ἀπ. F = 80,5 kgr*, s = 19,2 m.)

6. Εἰς ζυγὸν μὲ δύο βραχίονας ὁ εἷς τῶν βραχιόνων εἶναι ὀλίγον μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν ἄλλον. Ἐὰν ἀντικείμενον εὑρίσκεται εἰς τὸν δίσκον A_1, ἰσορροπεῖται μὲ σταθμὰ 24,98 gr* τιθέμενα εἰς τὸν δίσκον A_2. Ὅταν τὸ ἀντικείμενον τεθῇ εἰς τὸν δίσκον A_2, τότε ἰσορροπεῖται μὲ σταθμὰ 24,50 gr* τιθέμενα εἰς τὸν δίσκον A_1. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ λόγος τῶν βραχιόνων τοῦ ζυγοῦ καὶ τὸ πραγματικὸν βάρος τοῦ σώματος. (Ἀπ. B = 24,74 gr*, $l_1/l_2 = 1{,}019$.)

7. Διαφορικὴ τροχαλία ἀποτελεῖται ἐκ διδύμου ἀμεταθέτου τροχαλίας, τῆς ὁποίας αἱ τροχαλίαι ἔχουν ἀκτῖνας r = 10 cm καὶ R = 11 cm, καὶ ἐκ μιᾶς μεταθετῆς τροχαλίας. Συνεχὲς σχοινίον διέρχεται διὰ τῆς ἄνω τροχαλίας 11 cm, ἀκολούθως διὰ τῆς ἐλευθέρας τροχαλίας πρὸς τὰ κάτω καὶ τέλος διὰ τῆς τροχαλίας 10 cm. Ἡ δύναμις F ἐξασκεῖται πρὸς τὰ κάτω ἐπὶ τοῦ σχοινίου καὶ χρησιμεύει διὰ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ βάρους B. Νὰ καθορισθῇ α) τὸ θεωρητικὸν μηχανικὸν πλεονέκτημα (Θ.Μ.Π.) καὶ β) πόση ἡ ἀπόδοσις τῆς μηχανῆς, ἐὰν δύναμις F = 50 kgr* ἀπαιτῆται διὰ τὴν ἀνύψωσιν φορτίου 700 kgr*. (Ἀπ. Θ.Μ.Π. = 22, 0,64.)

8. Τὰ δύο τύμπανα διαφορικοῦ βαρούλκου ἔχουν διαμέτρους 30 cm καὶ 20 cm ἀντιστοίχως. Τὸ μῆκος τοῦ στροφάλου εἶναι 40 cm. Ἐὰν ἐργάτης ἀσκῇ ἐπὶ τοῦ στροφάλου καθέτως δύναμιν 18 kgr*, ποῖον βάρος δύναται νὰ ἀνυψώσῃ, ὅταν ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεως τῆς μηχανῆς ταύτης εἶναι 0,8. (Ἀπ. B = 230,4 kgr*.)

ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΟΝΑΔΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΛΥΣΙΝ ΑΠΛΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

176. Τὰ συστήματα C.G.S. καὶ Τεχνικόν. Τὸ ἀρχικῶς εἰς τὴν Φυσικὴν ἐπικρατῆσαν σύστημα μονάδων, τὸ ὁποῖον ἀνήκει εἰς τὸ γενικώτερον σύστημα τῶν τριῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν [L M T], εἶναι τὸ γνωστὸν σύστημα C.G.S. (cm, gr, sec.).

Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο αἱ μονάδες δυνάμεως καὶ ἔργου (dyn καὶ erg) εἶναι σχετικῶς πρὸς τὰς μυϊκὰς προσπαθείας τοῦ ἀνθρώπου πολὺ μικραὶ καὶ συνεπῶς δυσκόλως ἀντιληπταί.

Προέκυψεν ὅθεν ἡ ἀνάγκη εἰσαγωγῆς νέου συστήματος μὲ βασικὴν μονάδα δυνάμεως τὸ χιλιόγραμμον βάρους (kgr*) καὶ τὴν ἐξ αὐτοῦ προκύπτουσαν μονάδα ἔργου, τὸ χιλιογραμμόμετρον (kgr*m). Τὸ νέον σύστημα, χρήσιμον εἰς τὴν Βιομηχανίαν, διαφέρει οὐσιωδῶς ἀπὸ τὸ σύστημα C.G.S., διότι ἀνήκει εἰς ἄλλην κατηγορίαν θεμελιωδῶν μεγεθῶν, τὴν [L F T].

Ὡς ἐκ τούτου, τὰ μεγέθη τῆς Φυσικῆς ἔχουν διαφόρους διαστάσεις, ἀναλόγως τοῦ ποῖον σύστημα θεμελιωδῶν μεγεθῶν χρησιμοποιοῦμεν. Οὕτω π.χ. ἡ ὁρμὴ εἰς μὲν τὸ [L M T] ἔχει διαστάσεις 1, 1, —1, ἐνῷ διὰ τὸ [L F T] ἔχει διαστάσεις 0, 1, 1, μὲ ἀντιστοίχους μονάδας διὰ μὲν τὸ C.G.S. cm · gr · sec^{-1}, διὰ δὲ τὸ Τεχνικὸν σύστημα kgr* · sec.

Ἡ διαφορὰ αὕτη τῶν διαστάσεων καὶ ἀντιστοίχως τῶν μονάδων, ἐπιφέρει πολλάκις σύγχυσιν καὶ εἰδικώτερον εἰς λύσεις προβλημάτων, ὅπου ὑπεισέρχεται ἡ μᾶζα, ἡ ὁποία εἶναι θεμελιῶδες μέγεθος διὰ τὸ C.G.S. καὶ παράγωγον διὰ τὸ Τεχνικὸν σύστημα, ὁπότε ἡ μὴ πλήρης γνῶσις τῆς διαφορᾶς ταύτης μᾶς ὁδηγεῖ εἰς ἐσφαλμένα ἀποτελέσματα. Ἔστω π.χ. τὸ πρόβλημα :

Σῶμα μάζης 2 kgr περιστρέφεται ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς ἀκτῖνος 20 m μὲ ταχύτητα 3 m/sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ φυγόκεντρος δύναμις εἰς kgr* καὶ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια εἰς kgr*m.

Λύσις. Εἰς τὸ πρόβλημα θὰ χρησιμοποιηθοῦν οἱ γνωστοὶ τύποι $F = m \cdot \upsilon^2/r$ καὶ $E_{\kappa\iota\nu} = 1/2\, m \cdot \upsilon^2$, ζητεῖται δὲ ἡ ἀπάντησις εἰς μονάδας τοῦ Τεχνικοῦ συστήματος.

Ἂν λύσωμεν θέτοντες $F = 2 \cdot 3^2/20 = 0{,}9$ kgr*, εὑρίσκομεν ἐσφαλμένον ἀποτέλεσμα, ὅπως καὶ διὰ τὴν ἐνέργειαν $E = 1/2 \cdot 2 \cdot 3^2 = 9$ kgr*, διότι τὸ 2 εἶναι χιλιόγραμμα μάζης, δηλαδὴ μονὰς μὴ ἀνήκουσα εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα, εἰς τὸ ὁποῖον ζητοῦμεν τὰς ἀπαντήσεις.

Ἔστω τώρα ὅτι εἰς τὴν ἐκφώνησιν τοῦ προβλήματος ἐδίδετο « Σῶμα βάρους 2 kgr* », ἀντὶ μάζης 2 kgr.

Πάλιν ἡ ὡς ἄνω λύσις θὰ ἦτο ἐσφαλμένη, διότι οἱ τύποι ἀπαιτοῦν τιμὴν μάζης καὶ ὄχι βάρους. Ἄλλωστε σῶμα βάρους, δηλαδὴ ἕλξεως πρὸς τὴν Γῆν, 2 kgr* δὲν εἶναι δυνατὸν παρὰ νὰ εἶναι μάζης 2 kgr (βλ. σχ. 192 σελ. 170). Μόνον εἰς περιπτώσεις μὴ κανονικῆς βαρύτητος λόγῳ κατακορύφων ἐπιταχύνσεων ἢ ἐπεμβάσεως ἄλλου πεδίου, π.χ. σῶμα σιδηροῦν ἄνωθεν μαγνητῶν, ἢ ἀκόμη λόγῳ μὴ συνήθως νοουμένης θέσεως ὡς πρὸς τὴν Γῆν (εἰς ὕψος, εἰς βάθος, εἰς τοὺς πόλους κ.τ.λ.), θὰ δείξῃ ἕνας ζυγὸς δι' ἐλατηρίου (οὐχὶ δι' ἰσορροπίας μὲ σταθμὰ) διάφορον βάρος διὰ τὴν αὐτὴν μᾶζαν, δεδομένου ὅτι αἱ διαιρέσεις τοῦ ζυγοῦ ἔχουν χαραχθῆ μὲ βάσιν τὴν κανονικὴν βαρύτητα, δηλ. μὲ g Παρισίων ($g = 980{,}97$ cm/sec²). Πάντως, ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ πρέπει εἰς τὸ πρόβλημα νὰ μᾶς δοθῇ ἢ νὰ ὑπολογισθῇ ἡ εἰδικὴ νέα τιμὴ τῆς ἐπιταχύνσεως, διότι ἄλλως νοεῖται ἡ τιμὴ τοῦ g ἐν Παρισίοις. Ὥστε, εἴτε ἔχομεν σῶμα βάρους 2 kgr*, εἴτε μάζης 2 kgr, ἡ λύσις ὡς ἐγένετο εἶναι ἐσφαλμένη, θὰ διορθωθῇ δὲ ἂν θέσωμεν τὴν ὀρθὴν τιμὴν τῆς μάζης, δηλαδὴ μὲ βάσιν τὴν μονάδα μάζης τοῦ Τεχνικοῦ συστήματος, δεδομένου ὅτι κάθε 9,8 χιλιόγραμμα ὑλικοῦ τινος ἀποτελοῦν 1 μονάδα μάζης τοῦ Τεχνικοῦ συστήματος (βλ. σχ. 136 σελ. 119). Οὕτω ἄνθρωπος βάρους 60 χιλιογράμμων ἔχει μᾶζαν 6,12 Τεχνικῶν μονάδων.

Ἐπαναλαμβάνομεν ὅτι εἰς τὰ 60 χιλιόγραμμα βάρους ἀντιστοιχοῦν 6,12 μονάδες μάζης τοῦ Τεχνικοῦ συστήματος καὶ ὄχι τὰ 60 χιλιόγραμμα μάζης, τὰ ὁποῖα ἀνήκουν εἰς ἄλλο σύστημα.

Ἐπανερχόμενοι εἰς τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος, θὰ γράψωμεν διὰ $m = 2/9{,}8 = 0{,}204$ Τ.Μ. :

$$F = \frac{0{,}204 \cdot 3^2}{20} = 0{,}092 \text{ kgr* } \text{καὶ } E = \frac{1}{2}\, 0{,}204 \cdot 3^2 = 0{,}92 \text{ kgr*m}$$

Ἐφ' ὅσον λοιπὸν μᾶς ζητοῦνται ἢ ἐπιθυμοῦμεν νὰ δώσωμεν ἀπαντήσεις εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα, ἡ πρώτη μας ἐργασία θὰ συνίσταται εἰς τὸ νὰ μετατρέψωμεν βάρη ἢ μάζας σωμάτων ἐκφραζομένας μὲ kgr* ἢ kgr, εἰς μονάδας μάζης τοῦ Τεχνικοῦ συστήματος, ἄλλως θὰ σφάλωμεν.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Ποδηλάτης μάζης (ἢ βάρους) 90 χιλιογράμμων διαγράφει καμπύλην τροχιὰν ἀκτῖνος 20 m μὲ ταχύτητα 4 m/sec. Ζητεῖται ἡ φυγόκεντρος δύναμις καὶ ἡ κινητική του ἐνέργεια.

Λύσις. Ὁ ποδηλάτης, εἴτε βάρους 90 kgr*, εἴτε μάζης 90 kgr, ἐκπροσωπεῖται ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας βαρύτητος ἀπὸ μᾶζαν 9,2 Τεχνικῶν μονάδων. Ἄρα :

$$F = \frac{9{,}2 \cdot 4^2}{20} = 7{,}36 \text{ kgr*} \quad \text{καὶ} \quad E = \frac{1}{2} \cdot 9{,}2 \cdot 4^2 = 73{,}6 \text{ kgr*m}$$

Τὸ αὐτὸ πρόβλημα εἰς τὸ σύστημα C.G.S. θὰ λυθῇ ὡς κάτωθι :

Ὁ ποδηλάτης μάζης 90 kgr (εἴτε βάρους 90 kgr*, ἐφ' ὅσον δὲν μᾶς ἐδόθη εἰδικὴ τιμὴ ἐπιταχύνσεως) θὰ ἔχῃ μᾶζαν 90 000 gr. Ἄρα :

$$F = \frac{9 \cdot 10^4 \cdot (\,4 \cdot 10^2\,)^2}{2\,000} = 7{,}2 \cdot 10^6 \text{ dyn}$$

καί :

$$E = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 10^4 \cdot (\,4 \cdot 10^2\,)^2 = 7{,}2 \cdot 10^8 \text{ erg}$$

177. Τὸ σύστημα M.K.S. Τὸ σύστημα M.K.S., μὲ μονάδας τὸ μέτρον, τὸ χιλιόγραμμον μάζης καὶ τὸ δευτερόλεπτον, προῆλθε κυρίως ἀπὸ τὴν εὐκολίαν τοῦ ὑπολογισμοῦ ἠλεκτρικῶν μεγεθῶν ἐν συνδυασμῷ πρὸς τέταρτον θεμελιῶδες μέγεθος, ὅπως π.χ. ἡ ἔντασις ρεύματος (ἢ ἡ ποσότης ἠλεκτρισμοῦ), ὁπότε προέκυψε τὸ σύστημα **Giorgi (Τζιόρτζι),** τὸ M.K.S.A. (ἢ M.K.S.Q.) Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἀνήκουν αἱ μονάδες Joule καὶ Watt, ἔχει ὅμως μίαν νέαν, διὰ τοὺς πολλούς, μονάδα δυνάμεως, τὴν Newton (N, Νιοῦτον), ἡ ὁποία συνδέεται μὲ τὴν μονάδα ἔργου (Joule, Τζοὺλ) μέσῳ τῆς μονάδος μήκους (μέτρον), ἤτοι :

$$\text{Joule} = \text{Newton} \cdot \text{mètre}$$

Ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι τὸ 1 Joule ἰσοῦται πρὸς 10^7 erg καὶ τὸ 1 m πρὸς 10^2 cm, τότε ἡ 1 Νιοῦτον εἶναι ἴση πρὸς 10^5 dyn :

$$10^7 \text{ erg} = 1 \text{ N} \cdot 10^2 \text{ cm}$$

ἄρα

$$1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyn} = \frac{1}{9{,}81} \text{ kgr*}$$

Ἤ, ἀκόμη : 1 Newton εἶναι δύναμις ἴση πρὸς τὴν σταθερὰν δύναμιν ἥτις, δρῶσα ἐπὶ 1 kgr, προσδίδει εἰς αὐτὸ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν μὲ $\gamma = 1$ m/sec^2.

Κατόπιν τῶν ἀνωτέρω, παρατηροῦμεν ὅτι αἱ μονάδες μέτρον, χιλιόγραμμον μάζης, δευτερόλεπτον, Νιοῦτον, Τζούλ, Βὰτ κ.λ.π., ἀνήκουν εἰς τὸ αὐτὸ σύστημα. Δὲν περιλαμβάνονται δὲ αἱ μονάδες χιλιογράμμου βάρους, χιλιογραμμόμετρον καὶ αἱ σχετικαί των.

Ὅλα τὰ νεώτερα ξένα βιβλία ἀπομακρύνονται τοῦ Τεχνικοῦ συστήματος καί, ἐν συνεχείᾳ, τοῦ C.G.S., περιοριζόμενα εἰς τὸ M.K.S., τὸ ὁποῖον φαίνεται νὰ ἐκτοπίζῃ, λόγῳ τῶν πλεονεκτημάτων του, τὰ ἄλλα συστήματα. Ἀσφαλῶς τὸ αὐτὸ πρέπει νὰ συμβῇ καὶ ἐν Ἑλλάδι, μετὰ τὴν ἤδη γενομένην ἐφαρμογὴν τοῦ μετρικοῦ συστήματος, ἀποφευγομένου οὕτω τοῦ Τεχνικοῦ συστήματος μὲ τὸ προκαλοῦν σύγχυσιν χιλιόγραμμον βάρους, τὸ ὁποῖον συνδέεται μὲ πολλὰς προϋποθέσεις καὶ ὁδηγεῖ εἰς παρερμηνείας (βλ. παρατήρησιν σελ. 286).

Ἀφ' ἑτέρου, ἀπομακρυνόμεθα τοῦ συστήματος C.G.S. μὲ τὰς μικρὰς του μονάδας, διατηροῦμεν ὅμως τὰ οὐσιώδη χαρακτηριστικά του μεγέθη, δηλ. τὸ μῆκος, τὴν μᾶζαν, τὸν χρόνον. Πράγματι, τὸ M.K.S. εἶναι ἕνα ὁμογενές, ἀλλὰ μεγαλυτέρων μονάδων σύστημα ὡς πρὸς τὸ C.G.S.

Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον, τὰ ἀποτελέσματα τῶν μετρήσεων εἶναι ἀριθμοὶ μικρότεροι καὶ εὐχρηστότεροι. Εἰς τοὺς ὑπολογισμοὺς π.χ., ἀντὶ $\upsilon = 150$ cm/sec, γράφομεν $\upsilon = 1{,}5$ m/sec, ἀντὶ $1{,}7 \cdot 10^6$ dyn, γράφομεν 17 N κ.ο.κ.

Τὸ σύστημα τοῦτο συνιστῶμεν ἰδιαιτέρως διὰ τὴν εὐκολίαν καὶ ἁπλότητα τῶν ἀποτελεσμάτων προβλήματός τινος. Δὲν σφάλλεται κανεὶς εὐκόλως χρησιμοποιῶν τὸ M.K.S. καὶ τὰς μονάδας του, ἀρκεῖ νὰ γνωρίζῃ καλῶς ποῖαι βασικαὶ μονάδες ἀνήκουν εἰς αὐτό, ὡς φαίνεται εἰς τὸν Πίνακα :

Μέγεθος	C.G.S.	Συντελεστὴς	M.K.S.	Συντελεστὴς	Τ.Σ., M.K*.S.
μῆκος	cm	: 100	m	1	m
μᾶζα	gr	: 1000	kgr	: 9,81	T.M.
χρόνος	sec	: 1	sec	1	sec
δύναμις	dyn	: 10^5	Newton	: 9,81	kgr*
ἔργον	erg	: 10^7	Joule	: 9,81	kgr*m

Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ τιμὴ δυνάμεως εἰς δύνας πρέπει νὰ διαιρεθῇ μὲ τὸν συντελεστὴν 10^5 διὰ νὰ τραπῇ εἰς Νιοῦτον, τὰ δὲ Νιοῦτον, διαιρούμενα διὰ 9,81, δίδουν χιλιόγραμμα βάρους. Ἐπίσης τὰ ἔργια, διαιρούμενα διὰ 10^7, τρέπονται εἰς Τζούλ, αὐτὰ δὲ πάλιν, διαιρούμενα διὰ 9,81, τρέπονται εἰς χιλιογραμμόμετρα.

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Σῶμα βάρους 8 kgr* πίπτει ἀπὸ ὕψους 10 m· ποῖον τὸ παραγόμενον ἔργον καὶ ποία ἡ τελική του ταχύτης.

Λύσις. α) Ἡ λύσις εἰς τὸ σύστημα M.K.S. θὰ γραφῇ ὡς ἀκολούθως :

$$A = B \cdot h = m \cdot g \cdot h = 8 \cdot 9{,}81 \cdot 10 = 784{,}8 \text{ Joule}$$

$$784{,}8 \text{ (Joule)} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \upsilon^2 \text{ (Joule)}$$

καί :

$$\upsilon = \sqrt{196{,}2} = \text{περίπου } 14 \text{ m/sec}$$

Εἶναι συνεπῶς σφάλμα νὰ γράψωμεν :

$$A = B \cdot h = 80 \text{ kgr*m} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \upsilon^2$$

Διότι τὸ μὲν 80 kgr*m ἀνήκει εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα, τὸ δὲ 8 kgr εἰς τὸ M.K.S.

β) Τὸ πρόβλημα λύεται εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα, ἂν θέσωμεν τὴν ὀρθὴν τιμὴν τῆς μάζης 8 : 9,81, ἤτοι :

$$80 \text{ (kgr*m)} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}82 \cdot \upsilon^2 \text{ (kgr*m)}$$

ὁπότε προκύπτει ἡ προηγουμένως εὑρεθεῖσα ὀρθὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος εἰς m/sec.

γ) Ἡ λύσις τοῦ αὐτοῦ προβλήματος εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ἔχει ὡς ἑξῆς :

$$8 \cdot 9{,}81 \cdot 1000 \text{ (dyn)} \cdot 1000 \text{ (cm)} = \frac{1}{2} \cdot 8000 \text{ (gr)} \cdot \upsilon^2 \text{ (cm}^2\text{/sec}^2\text{)}$$

καί:

$$\upsilon = \sqrt{1962000} = 1400 \text{ cm/sec}$$

Συγκρίνοντες τελικῶς τοὺς τρεῖς τρόπους λύσεων, παρατηροῦμεν τὴν εὐκολίαν χρησιμοποιήσεως τοῦ συστήματος M.K.S., ὅπου διατηροῦμεν τοὺς γνωστούς μας τύπους :

$$A = m \cdot g \cdot h \quad \textit{καὶ} \quad E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2$$

Ἐπίσης τὸ προηγούμενον πρόβλημα τοῦ ποδηλάτου (σελ. 283) θὰ ἔχῃ διὰ τὸ M.K.S. ὡς κάτωθι :

$$F = \frac{m \cdot \upsilon^2}{r} = \frac{90 \cdot 4^2}{20} = 72 \text{ Newton}$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 4^2 = 720 \text{ Joule}$$

2. Σῶμα μάζης 90 kgr κρέμαται ἀπὸ δυναμόμετρον. Ποία ἡ ἔνδειξίς του εἰς kgr* ἐν στατικῇ ἰσορροπίᾳ καὶ ποία ἐν δυναμικῇ ἰσορροπίᾳ, ὅταν τὸ δυναμόμετρον σύρεται πρὸς τὰ ἄνω μὲ ἐπιτάχυνσιν 3 m/sec.

Λύσις. α) Ἐν ἠρεμίᾳ θὰ ἔχωμεν προφανῶς ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας βαρύτητος ἔνδειξιν B = 90 kgr*.

β) Ἐν κινήσει, θὰ προστεθῇ εἰς τὸ βάρος τοῦτο ἡ ἐξ ἀδρανείας ἀντίδρασις τοῦ σώματος ἐπὶ τοῦ ἐλατηρίου. Τὸ ἐλατήριον τοῦ δυναμομέτρου θὰ ταθῇ περισσότερον καὶ ἐν ἰσορροπίᾳ θὰ δεικνύῃ σταθερῶς φαινομενικὸν βάρος B′ μεγαλύτερον τῶν 90 kgr*, τοῦτο δὲ ἐφ' ὅσον χρόνον διαρκεῖ ἡ δρῶσα δύναμις, ἡ προσδίδουσα τὴν ἐπιτάχυνσιν· ἄρα :

$$B' = B + m \cdot \gamma \quad \text{ἢ} \quad m \cdot g' = m \cdot g + m \cdot \gamma$$

Ἑπομένως :

$$m \cdot g' = 90 \cdot 9{,}81 + 90 \cdot 3 \text{ (Newton)}$$

καί :

$$B' = m \cdot g' = 1152{,}9 \text{ Newton}$$

Αὕτη εἶναι ἡ νέα ἔνδειξις, ἥτις τρέπεται : α) διὰ διαιρέσεως μὲ 9,81 εἰς 117,7 kgr* καὶ β) διὰ πολλαπλασιασμοῦ μὲ 10^5 εἰς $115{,}29 \cdot 10^6$ dyn.

Ὡς καταφαίνεται ἐκ τῶν ἀνωτέρω, ἡ λύσις καὶ αἱ ἀριθμητικαὶ πράξεις εἶναι ἁπλαῖ, ἀποφευγομένης τῆς εἰσαγωγῆς τῆς μᾶλλον μὴ γνωρίμου Τεχνικῆς μονάδος μάζης καὶ τῶν πολλῶν ψηφίων τῶν πράξεων μὲ τὸ σύστημα C.G.S.

Εἰς τὸ παράδειγμα τοῦτο σημειοῦμεν ὅτι ἔχομεν ἰσορροπίαν δράσεως καὶ ἀντιδράσεως καὶ ὅμως τὸ σῶμα κινεῖται. Πράγματι, μόνον ὅταν δύο ἴσαι ἐξωτερικαὶ δυνάμεις δροῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ συστήματος καὶ κατ' ἀντιθέτους φοράς, ἀκινητοῦν τὸ σῶμα ἀλληλεξουδετερούμεναι, γενικώτερον δέ, ὅταν ἡ συνισταμένη τῶν ἐξωτερικῶν δυνάμεων εἶναι ἴση πρὸς μηδέν.

Παρατήρησις. Πρὸς ἀποφυγὴν τοῦ ὅρου χιλιόγραμμον βάρους, χρησιμοποιεῖται ἐν τῇ ξένῃ βιβλιογραφίᾳ καὶ ἐν μέρει παρ' ἡμῖν ὁ ὅρος **kilopond (kp).** Ἐὰν τελικῶς ἐπικρατήσῃ τοῦτο, τότε τὸ χιλιόγραμμον (kgr) θὰ νοῆται πάντοτε ὡς μονὰς μάζης καὶ τὸ kilopond (kp) πάντοτε ὡς μονὰς δυνάμεως (βάρους). Ἀντιστοίχως τὸ kgr*m θὰ συμβολίζεται μὲ kpm.

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι΄

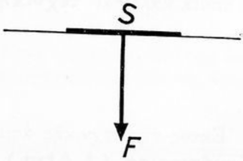
ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

178. Προεισαγωγικαὶ γνώσεις. Εἰς τὴν Φυσικὴν καλοῦμεν γενικῶς **ρευστά,** τὰ ὑγρὰ καὶ τὰ ἀέρια, τὸ δὲ κεφάλαιον τῆς Μηχανικῆς, τὸ ὁποῖον ἀσχολεῖται μὲ τὴν σπουδὴν τῶν μηχανικῶν ἰδιοτήτων τῶν ρευστῶν, καλεῖται **Μηχανικὴ τῶν ρευστῶν.**

Ἡ Μηχανικὴ τῶν ρευστῶν ὑποδιαιρεῖται εἰς τὴν Ὑδροστατικήν, ἡ ὁποία ἐξετάζει τὴν συμπεριφορὰν τῶν ὑγρῶν εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας, τὴν Ἀεροστατικήν, ἡ ὁποία ἐξετάζει τὰ ἀέρια εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας, καὶ τὴν Ὑδροδυναμικὴν καὶ Ἀεροδυναμικήν, ἡ ὁποία ἐξετάζει ἀπὸ κοινοῦ τὴν συμπεριφορὰν τῶν ὑγρῶν καὶ ἀερίων ἐν κινήσει.

Κατὰ τὴν μελέτην τῆς Μηχανικῆς τῶν ρευστῶν, διακρίνομεν τὰ ρευστὰ εἰς τέλεια (ἰδανικὰ) καὶ εἰς πραγματικὰ (φυσικά). Ὡς τέλειον ρευστὸν θεωροῦμεν τὸ ρευστὸν ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον εἶναι ἀπηλλαγμένον τριβῶν. Εἰς τὴν πραγματικότητα ὅμως τὰ ρευστὰ παρουσιάζουν τριβήν, ἀφ' ἑνὸς μὲν μεταξὺ τῶν τοιχωμάτων τῶν περιεχόντων αὐτὰ δοχείων, ἀφ' ἑτέρου δὲ μεταξὺ τῶν μορίων αὐτῶν (καλουμένην ἐσωτερικὴν τριβήν). Ἐφ' ὅσον τὸ ρευστὸν εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, ἡ τριβὴ εἶναι ἄνευ σημασίας.

179. Πίεσις. Κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς Μηχανικῆς τῶν ρευστῶν συναντῶμεν τὸ μέγεθος **πίεσις. Καλοῦμεν πίεσιν μονόμετρον μέγεθος, τοῦ ὁποίου τὸ μέτρον ἰσοῦται πρὸς τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως τῆς ἀσκουμένης ἐπὶ ἐπιφανείας τινὸς διὰ τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς ἐπιφανείας.**



Σχ. 341.

Οὕτω, ἐὰν F ἡ δύναμις ἡ ἐπενεργοῦσα ὁμοιομόρφως ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας S (σχ. 341), τότε ἡ πίεσις p ἐκφράζεται διὰ τῆς σχέσεως :

$$\boxed{p = \frac{F}{S}} \quad \text{ἤτοι :} \quad \boxed{\text{πίεσις} = \frac{\text{δύναμις ἐξασκουμένη ἐπὶ ἐπιφανείας}}{\text{ἐμβαδὸν ἐπιφανείας}}} \qquad (1)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης εὑρίσκομεν τὴν συνολικὴν δύναμιν F τὴν ἀσκουμένην ἐπὶ διδομένης ἐπιφανείας S, ὅταν δοθῇ ἡ πίεσις p, ἤτοι :

$$\boxed{F = p \cdot S} \qquad (2)$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὴν ἐξίσωσιν διαστάσεων καὶ τὰς μονάδας μετρήσεως τῆς πιέσεως, ὡς ἀκολούθως :

Διαστάσεις καὶ μονάδες πιέσεως. α) Μετρικὸν σύστημα μονάδων.

$$[\,p\,] = \frac{[\,L\,M\,T^{-2}\,]}{[\,L^2\,]} = [\,L^{-1}\,M\,T^{-2}\,]$$

Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. μονὰς πιέσεως εἶναι ἡ :

$$\mathbf{1\ \frac{dyn}{cm^2}}$$

Εἰς τὸ σύστημα M.K.S. μονὰς πιέσεως εἶναι ἡ :

$$\mathbf{1\ \frac{Newton}{m^2}}$$

β) Τεχνικὸν σύστημα μονάδων (Τ.Σ.).

$$[\,p\,] = \frac{[\,F\,]}{[\,L^2\,]} = [\,L^{-2}\ F\,]$$

καὶ μονὰς τό :

$$\mathbf{1\ \frac{kgr^*}{m^2}}$$

καθότι εἰς τὸ σύστημα τοῦτο μονὰς δυνάμεως εἶναι τὸ 1 kgr* καὶ μονὰς ἐμβαδοῦ τὸ 1 m^2.

Εἰς τὴν πρᾶξιν ὅμως χρησιμοποιεῖται, ἀντ' αὐτῆς, ἡ μονάς :

$$\mathbf{1\ \frac{kgr^*}{cm^2}}$$

ἡ ὁποία καλεῖται **τεχνικὴ ἀτμόσφαιρα** (1 at), εἶναι δέ :

$$\boxed{1\ \text{at} = 1\ \frac{\text{kgr}^*}{\text{cm}^2}}$$

Ἐκτὸς τῆς τεχνικῆς ἀτμοσφαίρας, εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιεῖται ἡ **φυσικὴ ἀτμόσφαιρα (1 Atm),** ὀλίγον διαφέρουσα τῆς πρώτης. Εἶναι δέ :

$$\boxed{1\ \text{Atm} = 1{,}033\ \frac{\text{kgr}^*}{\text{cm}^2}}$$

Ἡ μονὰς αὕτη ἰσοῦται μὲ τὴν πίεσιν τὴν ὁποίαν, κατὰ μέσον ὅρον, ἐξασκεῖ ἡ ἀτμόσφαιρα εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης. Οὕτω ἡ φυσικὴ ἀτμόσφαιρα διαφέρει τῆς τεχνικῆς ἀτμοσφαίρας κατὰ 3,3%.

Ἄλλη μονὰς πιέσεως εἶναι τὸ **1 Torr** (ἐκ τοῦ ὀνόματος τοῦ διασήμου Ἰταλοῦ Φυσικοῦ Torricelli, Τοριτσέλλι), τὸ ὁποῖον ἰσοῦται μὲ τὴν πίεσιν, τὴν ὁποίαν προκαλεῖ εἰς βάσιν της στήλη ὑδραργύρου ὕψους 1 mm, ὡς ἐκ τούτου δὲ καλεῖται καὶ

1 χιλιοστόμετρον στήλης ὑδραργύρου (1 mm Hg), ἤτοι :

$$\boxed{1\ \mathrm{Torr} = 1\ \mathrm{mm\ Hg}}$$

Οὕτω, ὡς θὰ ἴδωμεν κατωτέρω, ἡ φυσικὴ ἀτμόσφαιρα ἀντιστοιχεῖ εἰς 760 Torr.

Ἄλλαι μονάδες πιέσεως. Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω μονάδων, χρησιμοποιοῦνται συνήθως καὶ αἱ ἑξῆς :

1 χιλιοστὸν στήλης ὕδατος $(1\ \mathrm{mm\ H_2O}) = \frac{1}{13,6}\ \mathrm{Torr} = 0,0736\ \mathrm{Torr}$

Ἡ πίεσις τοῦ φωταερίου π.χ. μετρεῖται εἰς mm H_2O.

Εἰς τὴν Μετεωρολογίαν χρησιμοποιεῖται, συνήθως, ἡ μονὰς 1 Bar (Μπάρ), εἶναι δέ :

$$\mathbf{1\ Bar} = 10^6\ \frac{\mathrm{dyn}}{\mathrm{cm^2}}$$

Συνεπῶς ἡ μονὰς πιέσεως εἰς τὸ σύστημα C.G.S. (δηλ. ἡ 1 dyn/cm²) δύναται νὰ ὀνομασθῇ καὶ **1 μικρομπὰρ** ($1\ \mu\mathrm{Bar} = 1\ \mathrm{dyn/cm^2}$).

Εἰς τὴν Μετεωρολογίαν ἔχει καθιερωθῇ διεθνῶς ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις νὰ ἐκφράζεται εἰς **μιλλιμπὰρ** (mBar, millibar). Εἶναι δέ :

$$\mathbf{1\ mBar} = 1000\ \frac{\mathrm{dyn}}{\mathrm{cm^2}}$$

Οὕτω προκύπτει ὅτι 1000 mBar εἶναι περίπου 750 mm Hg, δηλ. 1 mBar = 3/4 mm Hg = 3/4 Torr, ὡς ἐπίσης 760 Torr = 1013,3 mBar.

Εἰς τὸ ἀγγλοσαξωνικὸν σύστημα μονὰς πιέσεως εἶναι: 1 pound (lb) ἀνὰ τετραγωνικὴν ἴντζαν. Εἶναι δέ:

$$1\ \mathrm{at} = 14,2\ \mathrm{lb/in^2}$$

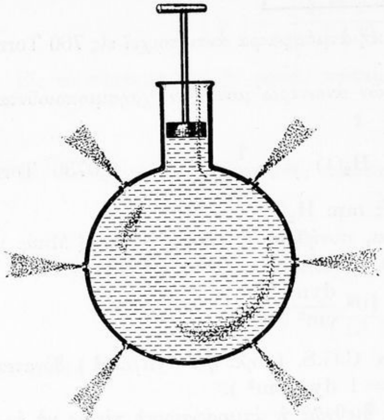
Οὕτω πίεσις ἀεροθαλάμου αὐτοκινήτου μετρουμένη διὰ μανομέτρου πρατηρίου βενζίνης δεικνύοντος 23 psi (pound per square inch) δηλοῖ πίεσιν 1,6 περίπου ἀτμοσφαιρῶν ἄνω τῆς ἀτμοσφαιρικῆς τοιαύτης.

Παραδείγματα πιέσεων

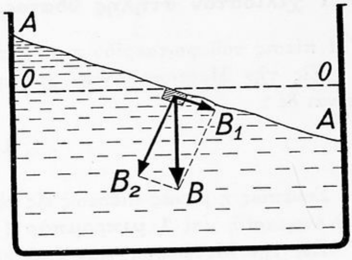
Πίεσις φωταερίου	80	mm στήλης ὕδατος
Πίεσις ἀρτηριακοῦ αἵματος ὑγιοῦς ἀνθρώπου	12–14	cm Hg
Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἰς ἐπιφάνειαν θαλάσσης	760	Torr
Πίεσις ἀεροθαλάμων αὐτοκινήτου	1,6	at
Πίεσις δικτύου ὑδρεύσεως	6	at
Πίεσις εἰς φιάλην διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος	55	at
Πίεσις εἰς φιάλην ὀξυγόνου (πλήρη)	150	at

180. Θεμελιώδεις ἀρχαὶ τῆς Ὑδροστατικῆς. 1. Ὑγρὸν εὑρισκόμενον ἐν ἰσορροπίᾳ ἐντὸς δοχείου ἐξασκεῖ ἐπὶ οἱουδήποτε μέρους τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου δύναμιν διευθυνομένην πρὸς τὰ ἔξω αὐτοῦ.

2. Ἡ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ μικροῦ τμήματος ἐπιφανείας τοιχώματος εἶναι κάθετος ἐπὶ τὸ τοίχωμα καὶ ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ του (σχ. 342).

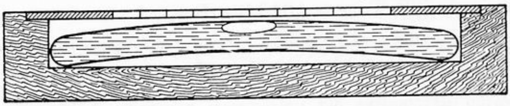


Σχ. 342. Διὰ πιέσεως τοῦ ἐμβολέως ἐξασκοῦνται δυνάμεις κάθετοι ἐπὶ τὰ τοιχώματα τοῦ δοχείου.



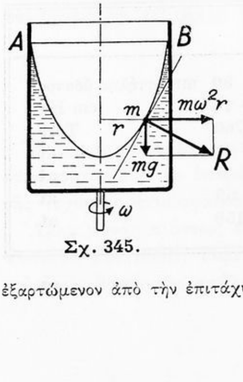
Σχ. 343. Τὸ ὑγρὸν ἠρεμεῖ, ὅταν ἡ στάθμη καταστῇ ὁριζοντία.

181. Ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ὑγροῦ. Ὅταν ὑγρὸν ὑπόκειται εἰς τὴν ἐπίδρασιν τῆς βαρύτητος, τότε, ὡς ἐκ τῆς εὐκινησίας τῶν μορίων αὐτοῦ, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ, ἐν ἰσορροπίᾳ εὑρισκομένου, πρέπει νὰ διατίθεται καθέτως ἐπὶ τὴν δύναμιν τῆς βαρύτητος, ἤτοι ὁριζοντίως, ὑποτιθεμένου ὅτι ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ δὲν ἐπιδροῦν ἄλλαι δυνάμεις. Διότι, ἐὰν ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ἦτο ἡ ΑΑ (σχ. 343) καὶ θεωρήσωμεν ἓν μικρὸν τμῆμα τοῦ ὑγροῦ, τὸ βάρος Β αὐτοῦ δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς τὰς συνιστώσας B_1 καὶ B_2. Ἐκ τούτων ἡ συνιστῶσα B_1 θέτει εἰς κίνησιν τὸ ὑγρὸν καὶ εἶναι φανερὸν ὅτι αὕτη θὰ μηδενισθῇ, ὅταν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ γίνῃ ὁριζοντία (θέσις ΟΟ). Τοῦτο δεικνύεται διὰ τοῦ νήματος τῆς στάθμης (βλ. § 108).



Σχ. 344. Ὑπόδειγμα ἀεροστάθμης.

Ἐφαρμογὴν τῶν ἀνωτέρω ἀποτελεῖ ἡ **ἀεροστάθμη** (σχ. 344), ἡ ὁποία χρησιμεύει διὰ τὴν ὁριζοντίωσιν διαφόρων βάσεων, ὡς π.χ. εἰς ὀπτικὰ ὄργανα, ζυγοὺς κ.ἄ.



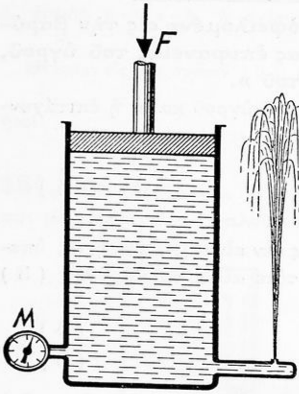
Σχ. 345.

*** Παρατήρησις.** Ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ὑγροῦ, μὴ εὑρισκομένου ἐν ἰσορροπίᾳ, δὲν εἶναι ὁριζοντία, ἀλλὰ λαμβάνει σχῆμα ἐξαρτώμενον ἀπὸ τὴν ἐπιτάχυνσιν, τὴν ὁποίαν ἔχει τὸ ὑγρόν. Οὕτω, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ὑγροῦ εὑρισκομένου ἐντὸς δοχείου, τὸ ὁποῖον ἔχει τεθῇ εἰς περιστροφήν, καθίσταται κοίλη καὶ τὸ κεντρικὸν μέρος αὐτῆς κατέρχεται εἰς πολὺ χαμηλότερον ἐπίπεδον (σχ. 345).

Τὸ φαινόμενον τοῦτο προκύπτει, διότι εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν σωματίδιον τοῦ ὑγροῦ m δὲν εὑρίσκεται μόνον ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τοῦ βάρους του $m \cdot g$, ἀλλά, λόγῳ τῆς περιστροφικῆς κινήσεως αὐτοῦ, ὑφίσταται καὶ ἡ φυγόκεντρος δύναμις $F = m \cdot \omega^2 \cdot r$, ἡ ὁποία, συνδυαζομένη μετὰ τοῦ βάρους $m \cdot g$, παρέχει συνισταμένην τὴν R. Ὡς ἐκ τούτου, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εἰς τὴν θεωρουμένην περιοχὴν m προσανατολίζεται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν συνισταμένην τῆς δυνάμεως βαρύτητος καὶ τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως.

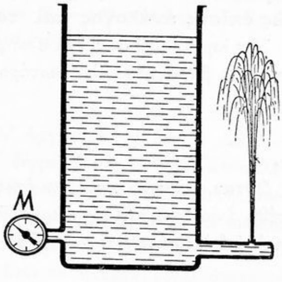
182. Πίεσις ἐντὸς ὑγρῶν.

Κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς Ὑδροστατικῆς διακρίνομεν δύο περιπτώσεις πιέσεων: α) Τὴν πίεσιν τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ὑγρὸν ἐντὸς τῆς μάζης αὐτοῦ ἢ ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ περιέχοντος αὐτὸ δοχείου, λόγῳ δυνάμεως ἐπιφερομένης δι᾽ ἐμβολέως, ὅταν τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται ἐντὸς κλειστοῦ δοχείου (σχ. 346).



Σχ. 346. Ἡ πίεσις ὀφείλεται εἰς τὴν δύναμιν ποὺ ἀσκεῖται ἐπὶ τοῦ ἐμβολέως.

β) Τὴν πίεσιν τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ὑγρὸν λόγῳ πεδίου δυνάμεων. Οὕτω, διὰ νὰ ὑπάρξῃ πίεσις, πρέπει τὸ ὑγρὸν νὰ εὑρίσκεται ἐντὸς τοῦ πεδίου βαρύτητος (σχ. 347). Εἰς τὴν εἰδικὴν ταύτην περίπτωσιν ἡ πίεσις καλεῖται **ὑδροστατικὴ πίεσις.** Εἰς τὰ ὡς ἄνω σχήματα οἱ πίδακες καὶ τὰ μανόμετρα (βλ. § 184) δεικνύουν ὅτι ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ ἐπικρατεῖ πίεσις.



Σχ. 347. Ἡ πίεσις ὀφείλεται εἰς τὴν βαρύτητα.

183. Ὑδροστατικὴ πίεσις.

Θεωρήσωμεν ὑγρὸν τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ ἐντὸς ἀνοικτοῦ δοχείου. Εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ ὑγροῦ ἀσκεῖται πίεσις (ὑδροστατικὴ) προερχομένη ἐκ τοῦ βάρους τῶν ὑπερκειμένων στρωμάτων τοῦ ὑγροῦ.

Σχ. 348. Ὑπολογισμὸς τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως.

Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν πίεσιν εἰς ἓν σημεῖον τοῦ ὑγροῦ εὑρισκόμενον εἰς βάθος τι ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας αὐτοῦ (σχ. 348), φανταζόμεθα ἐπιφάνειαν S εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο ἀποτελοῦσαν τὴν βάσιν ὑγρᾶς κατακορύφου κυλινδρικῆς στήλης ὕψους h. Τὸ βάρος B τῆς ὑγρᾶς κυλινδρικῆς στήλης ἰσοῦται, ὡς γνωστόν, μὲ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ ἐπὶ τὸν ὄγκον τοῦ κυλίνδρου καί, ὡς ἐκ τούτου : $$B = \varepsilon \cdot V = \varepsilon \cdot h \cdot S \qquad (1)$$

Τὸ βάρος τοῦτο ἐξουδετεροῦται διὰ δυνάμεως F ἐξασκουμένης ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας S τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου, εἶναι δὲ αὕτη ἴση πρός :

$$F = p \cdot S \qquad (2)$$

Ἐφ' ὅσον ὅμως τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, αἱ δύο αὗται δυνάμεις θὰ εἶναι ἴσαι, ἤτοι $B = F$, καὶ ἐπομένως ἐκ τῶν ἄνω σχέσεων (1) καὶ (2) θὰ ἔχωμεν :

$$p \cdot S = \varepsilon \cdot h \cdot S$$

Ἤτοι :

$p = \varepsilon \cdot h$	Θεμελιώδης νόμος τῆς Ὑδροστατικῆς	(3)

Οὕτω συνάγομεν ὅτι : **« Ἡ πίεσις ἐντὸς ὑγροῦ, ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν βαρύτητα, εἶναι ἀνάλογος τοῦ βάθους ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ὡς ἐπίσης ἀνάλογος καὶ τοῦ εἰδικοῦ βάρους αὐτοῦ ».**

Ἂν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ὅτι $\varepsilon = \rho \cdot g$, ὅπου ρ ἡ πυκνότης τοῦ ὑγροῦ καὶ g ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος, ἡ ἀνωτέρω σχέσις (1) γίνεται :

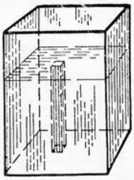
$$\boxed{p = \rho \cdot g \cdot h} \qquad (4)$$

Ὅταν εἰς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ἡ πίεσις δὲν εἶναι μηδενική, ὡς ὑπετέθη ἀνωτέρω, ἀλλὰ ἐπικρατεῖ ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, τότε αἱ ὡς ἄνω σχέσεις (3) καὶ (4) γράφονται ὡς ἑξῆς :

$$p = p_{\text{ἀτμ}} + \varepsilon \cdot h \qquad (5)$$

ἤ : $$p = p_{\text{ἀτμ}} + \rho \cdot g \cdot h \qquad (6)$$

Σημείωσις. Εἰς τὴν Ὑδροστατικὴν συνηθίζομεν νὰ ἐκφράζωμεν τὴν πίεσιν διὰ τοῦ ὕψους ὑγρᾶς στήλης, νοοῦντες οὕτω τὸ βάρος τῆς στήλης ἐκ τοῦ ὑγροῦ, ἐχούσης βάσιν 1 cm² καὶ ὕψος τὸ τῆς ὑγρᾶς στήλης (σχ. 349). Οὕτως, ἐὰν ἔχωμεν στήλην ὑγροῦ εἰδικοῦ βάρους ε καὶ βάσεως ἐμβαδοῦ S, λαμβάνομεν ἐκ τῆς ἐξισώσεως ὁρισμοῦ τῆς πιέσεως :



Σχ. 349.

$$p = \frac{F}{S} = \frac{\varepsilon \cdot h \cdot S}{S} = \varepsilon \cdot h \qquad (1)$$

ὅπου, ἀντὶ F, ἐτέθη τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ τοῦ περιεχομένου εἰς στήλην βάσεως S καὶ ὕψους h.

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Πόση εἶναι α) ἡ πίεσις στήλης ὑδραργύρου ὕψους 760 mm, β) πόσον τὸ ὕψος στήλης ὑδραργύρου, ἡ ὁποία ἀσκεῖ πίεσιν 1 at ($\varepsilon_{\text{ὑδρ}}$ = 13,6 gr*/cm³).

Λύσις. α) Ἐὰν καλέσωμεν p τὴν ζητουμένην πίεσιν, ε τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑδραργύρου καὶ h τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης, τότε ὁ τύπος τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως εἶναι:

$$p = \varepsilon \cdot h \qquad (1)$$

Θέτομεν: $\varepsilon = 13,6 \text{ gr*/cm}^3$, $h = 76$ cm, καὶ εὑρίσκομεν:

$$\underline{p = 1033,6 \text{ gr*/cm}^2}$$

β) Λύομεν τὸν τύπον (1) ὡς πρὸς h, ὅτε ἔχομεν:

$$h = \frac{p}{\varepsilon} \qquad (2)$$

Θέτομεν: $p = 1$ at $= 1000 \text{ gr*/cm}^2$, $\varepsilon = 13,6 \text{ gr*/cm}^3$, καὶ εὑρίσκομεν ὅτι τὸ ζητούμενον ὕψος εἶναι:

$$\underline{h = 73,6 \text{ cm} = 736 \text{ mm}}$$

2. Πόσην δύναμιν ἀσκεῖ τὸ ὕδωρ ἐπὶ ἐπιφανείας 1 dm² εἰς βάθος 50 m.

Λύσις. Ἐὰν καλέσωμεν S τὸ ἐμβαδὸν τῆς πιεζομένης ἐπιφανείας καὶ p τὴν πίεσιν ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπ' αὐτῆς, τότε ἡ δύναμις ἡ ἐξασκουμένη ἐπ' αὐτῆς θὰ εἶναι:

$$F = p \cdot S \qquad (1)$$

ἤ, ἐπειδὴ $p = \varepsilon \cdot h$, ἡ σχέσις (1) γράφεται:

$$F = \varepsilon \cdot h \cdot S \qquad (2)$$

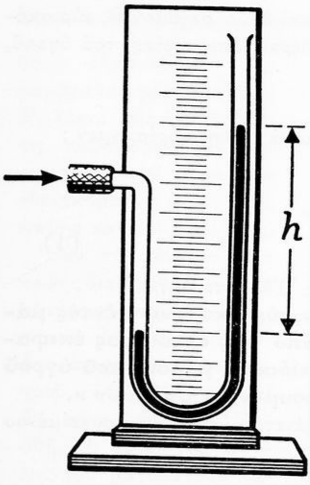
Θέτομεν εἰς τὴν σχέσιν (2): $\varepsilon = 1 \text{ gr*/cm}^3$, $h = 5\,000$ cm, $S = 100 \text{ cm}^2$, καὶ εὑρίσκομεν:

$$F = 1 \cdot 5\,000 \cdot 100 = 5 \cdot 10^5 \text{ gr*}$$

ἤτοι:

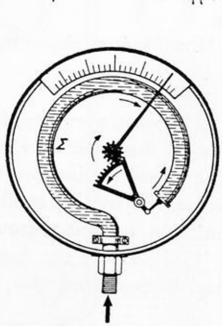
$$\underline{F = 500 \text{ kgr*}}$$

184. Μανόμετρα. Τὴν πίεσιν ὑγροῦ μετροῦμεν δι' ὀργάνων, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **μανόμετρα.** Ἁπλοῦν τύπον **μανομέτρου δι' ὑγρῶν** (σχ. 350) ἀποτελεῖ ὁ σωλὴν σχήματος U περιέχων ὑγρὸν γνωστῆς πυκνότητος (π.χ. ὑδράργυρον, ὕδωρ). Τὸ ἓν σκέλος αὐτοῦ συνδέεται μὲ τὸν χῶρον, ὅπου πρόκειται νὰ μετρηθῇ ἡ πίεσις p, ἐνῷ τὸ ἕτερον εἶναι ἀνοικτὸν καὶ ὑφίσταται ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις.



Σχ. 350. Ἀνοικτὸν μανόμετρον δι' ὑγροῦ.

Ἡ πίεσις μετρεῖται συνήθως ἐκ τῆς διαφορᾶς τοῦ ὕψους h τῶν ἐλευθέρων ἐπιφανειῶν τοῦ ὑγροῦ ἀπ' εὐθείας εἰς χιλιοστὰ ἢ ἑκατοστὰ στήλης (ὑδραργύρου ἢ ὕδατος), ὡς ἐπίσης καὶ δι' ὑπολογισμοῦ, διὰ τῆς σχέσεως : $p = \varepsilon \cdot h$, ὅπου ε τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἐν τῷ μανομέτρῳ ὑγροῦ. Οὕτω, ἐὰν τὸ ὑγρὸν ἦτο ὕδωρ ($\varepsilon = 1 \text{ gr*/cm}^3$) καὶ τὸ ὕψος τῆς στήλης 15 cm, ἡ πίεσις θὰ εἶναι $p = 15 \text{ gr*/cm}^2$.



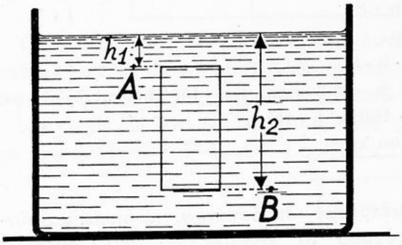
Σχ. 351. Μεταλλικὸν μανόμετρον.

Ἄλλος τύπος εἶναι τὸ **μεταλλικὸν μανόμετρον** (σχ. 351). Ἀποτελεῖται ἐκ καμπύλου μεταλλικοῦ σωλῆνος, ἡ διατομὴ τοῦ ὁποίου ἔχει σχῆμα ἐλλείψεως. Ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου ἐπενεργεῖ ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἐπιδιώκομεν νὰ μετρήσωμεν. Οὕτω ὁ σωλὴν ὑφίσταται παραμορφώσεις, αἱ ὁποῖαι ἐξαρτῶνται ἐκ τοῦ μεγέθους τῆς ἐπιφερομένης πιέσεως. Τὸ ἄκρον τοῦ σωλῆνος καταλήγει εἰς σύστημα μοχλῶν καὶ ὀδόντων, οἵτινες ἀναγκάζουν δείκτην νὰ στρέφεται ἔμπροσθεν καταλλήλως βαθμολογημένης κλίμακος. Εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Ἀεροστατικῆς (βλ. § 225) θὰ γνωρίσωμεν καὶ ἄλλους τύπους μανομέτρων.

185. Θεμελιῶδες θεώρημα τῆς Ὑδροστατικῆς. Θεωρήσωμεν σημεῖον Α (σχ. 352) εὑρισκόμενον ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου, ἀπέχοντος κατὰ h_1 ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Ὡς ἀνωτέρω ὑπελογίσθη, ἡ πίεσις, ἡ ὁποία θὰ ὑφίσταται εἰς τὸ βάθος τοῦτο, θὰ ἰσοῦται πρός :

$$p_1 = \varepsilon \cdot h_1$$

δηλ. θὰ εἶναι ἴση πρὸς τὸ βάρος ὑγρᾶς στήλης ἐχούσης βάσιν τὴν μονάδα ἐπιφανείας (1 cm^2) καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τοῦ Α ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας. Ἐὰν ἤδη θεωρήσωμεν καὶ ἄλλο σημεῖον Β, εὑρισκόμενον εἰς βάθος h_2 μεγαλύτερον τοῦ h_1 ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, θὰ ἔχωμεν πάλιν :



Σχ. 352. Διαφορὰ πιέσεως ἐντὸς ὑγροῦ.

$$p_2 = \varepsilon \cdot h_2$$

Δι' ἀφαιρέσεως τῶν δύο ἐξισώσεων (1) καὶ (2) κατὰ μέλη, εὑρίσκομεν :

$$p_2 - p_1 = \varepsilon \, (h_2 - h_1)$$

Ἐπειδὴ ὅμως $h_2 - h_1 = h$, προκύπτει ὅτι :

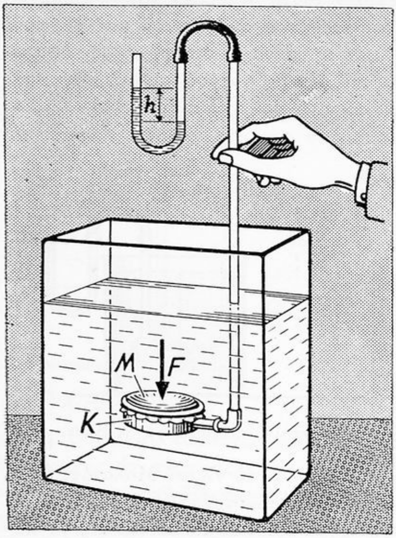
$$p_2 - p_1 = \varepsilon \cdot h \qquad (1)$$

Ἡ σχέσις αὕτη ἐκφράζει τὸ ἀκόλουθον θεώρημα τῆς Ὑδροστατικῆς :

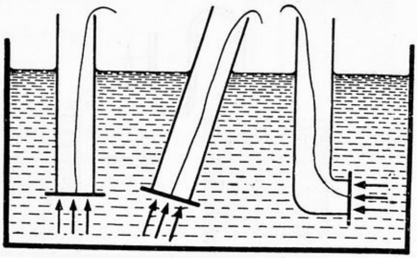
« Ἡ διαφορὰ τῶν πιέσεων μεταξὺ δύο σημείων, εὑρισκομένων ἐντὸς μάζης ὑγροῦ ἐν ἰσορροπίᾳ καὶ εἰς διάφορον βάθος ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τοῦ εἰδικοῦ βάρους τοῦ ὑγροῦ ἐπὶ τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τῶν δύο θεωρουμένων σημείων ».

Ἡ ἐπίδρασις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν προκειμένου περὶ διαφορῶν πιέσεων, διότι αὕτη ἀπαλείφεται.

186. Πειραματικὴ μέτρησις τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως. Ἡ συσκευὴ ἡ εἰκονιζομένη εἰς τὸ σχῆμα 353 χρησιμεύει διὰ τὴν κατάδειξιν καὶ μέτρησιν τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως. Αὕτη ἀποτελεῖται ἐκ μεταλλικῆς κάψης Κ κλειομένης κατὰ τὴν μίαν ἐπιφάνειαν δι' ἐλαστικῆς μεμβράνης Μ, διὰ τοῦ πλευρικοῦ δὲ σωλῆνος συγκοινωνεῖ πρὸς μανόμετρον. Ἐὰν ἡ κάψα εἶναι ἐκτὸς τοῦ δοχείου, τὸ ὑγρὸν εἰς τὰ δύο σκέλη τοῦ μανομέτρου (περιέχοντος συνήθως ὕδωρ ἢ οἰνόπνευμα) εὑρίσκεται εἰς τὴν αὐτὴν στάθμην. Ἐὰν ὅμως βυθισθῇ



Σχ. 353. Μέτρησις τῆς πιέσεως ἐντὸς ὑγροῦ.



Σχ. 354. Ἡ πίεσις εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ τῆς πιεζομένης ἐπιφανείας διὰ τὸ αὐτὸ βάθος.

ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, τὸ ὑγρὸν τοῦ μανομέτρου κατέρχεται εἰς τὸ ἓν σκέλος καὶ ἀνέρχεται εἰς τὸ ἄλλο. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι τὸ ὕδωρ ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς μεμβράνης μίαν δύναμιν F, λόγῳ τῆς ὁποίας αὕτη παραμορφοῦται καὶ συμπιέζει τὸν ἀέρα τὸν εὑρισκόμενον ἐντὸς τῆς κάψης καὶ τοῦ σωλῆνος.

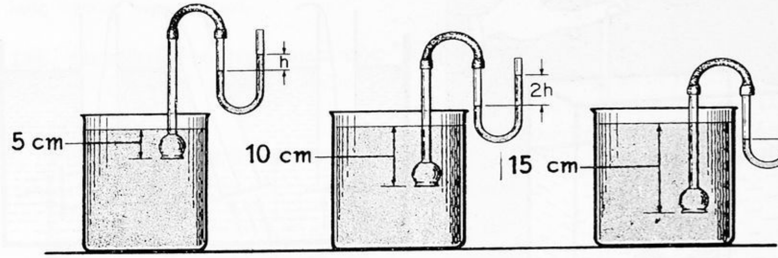
Ἐὰν τὸ κέντρον τῆς κάψης διατηρῆται εἰς τὴν αὐτὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ὁπωσδήποτε καὶ ἂν αὕτη προσανατολισθῇ, τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ μανομέτρου παραμένει ἀμετάβλητον.

Ἐὰν ὅμως ἡ κάψα βυθίζεται περισσότερον ἢ

Σχ. 355. Τὰ τρία μανόμετρα δεικνύουν τὴν αὐτὴν ἔνδειξιν, καθότι μετροῦν τὴν πίεσιν εἰς τὸ αὐτὸ βάθος τοῦ δοχείου.

ὀλιγώτερον, τὸ ὕψος τῆς στήλης καὶ ἑπομένως ἡ πίεσις αὐξάνεται ἢ ἐλαττοῦται.

Κατὰ τρόπον ἁπλούστερον δυνάμεθα νὰ δείξωμεν τοῦτο διὰ τῶν τριῶν σωλήνων τοῦ σχήματος 354, τῶν ὁποίων οἱ πυθμένες ἀποτελοῦνται ἐκ λεπτοῦ καὶ ἐλαφροῦ μετάλλου. Ἐάν, κρατοῦντες ἐν ἀρχῇ τὸν μεταλλικὸν πυθμένα ἐν ἐπαφῇ πρὸς τὸν σωλῆνα διὰ τοῦ νήματος, βυθίσωμεν αὐτὸν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, τότε ὁ πυθμὴν συγκρατεῖται λόγῳ τῆς κάτωθεν αὐτοῦ ἀσκουμένης δυνάμεως, ἕνεκα τῆς πιέσεως τὴν ὁποίαν

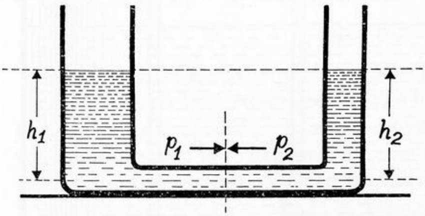


Σχ. 356. Ἡ πίεσις ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ βάθος ὅπου εὑρίσκεται ἡ πιεζομένη ἐπιφάνεια.

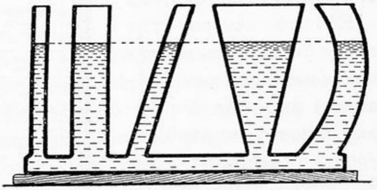
ἀσκεῖ τὸ ὑγρόν, καὶ οὕτω δυνάμεθα ν' ἀφήσωμεν ἐλεύθερον τὸ νῆμα. Μολονότι δὲ αἱ ἐπιφάνειαι τῶν πυθμένων αὐτῶν εἶναι διαφόρως προσανατολισμέναι, αἱ δυνάμεις αἱ ἀσκούμεναι ἐπ' αὐτῶν ἔχουν τὴν ἰδίαν τιμήν, ἐφ' ὅσον οὗτοι εὑρίσκονται εἰς τὸ αὐτὸς βάθος. Πράγματι, παρατηροῦμεν ὅτι οἱ πυθμένες ἀποσπῶνται μόνον ὅταν χύσωμεν ὕδωρ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου καὶ φθάσῃ εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον, ὅπου εὑρίσκεται τὸ ἔξωθεν ὕδωρ.

Τὰ σχήματα 355 καὶ 356 δεικνύουν ἀναλόγους πειραματικὰς διατάξεις.

187. Ἀρχὴ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων. Ἐὰν εἰς τὴν συσκευὴν τοῦ σχήματος 357 τεθῇ ὕδωρ ἢ ἄλλο ὑγρόν, ὅταν ἀποκατασταθῇ ἰσορροπία, ἡ στάθμη

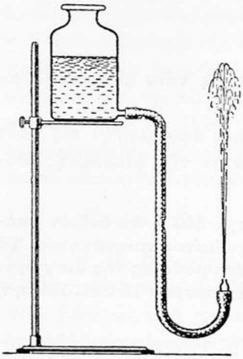


Σχ. 357. Συγκοινωνοῦντα δοχεῖα. Ἑκατέρωθεν τῆς τομῆς τοῦ σωλῆνος αἱ πιέσεις εἶναι ἴσαι.



Σχ. 358. Εἰς τὰ πέντε δοχεῖα, μολονότι εἶναι διαφόρου σχήματος, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον.

τοῦ ὑγροῦ εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον. Πράγματι, ἐὰν θεωρήσωμεν ἐγκαρσίαν τομὴν εἰς τὸν ὁριζόντιον σωλῆνα καὶ καλέσωμεν διὰ h_1 καὶ h_2 τὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, αἱ ἑκατέρωθεν πιέσεις ἐπὶ τῆς τομῆς θὰ εἶναι ἀντιστοίχως :



Σχ. 359. Πίδαξ.

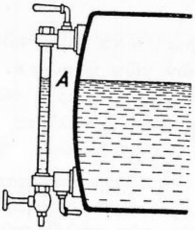
$$p_1 = \varepsilon \cdot h_1 \quad \text{καὶ} \quad p_2 = \varepsilon \cdot h_2$$

Ἐπειδὴ ὅμως τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, θὰ εἶναι :

$$\varepsilon \cdot h_1 = \varepsilon \cdot h_2$$

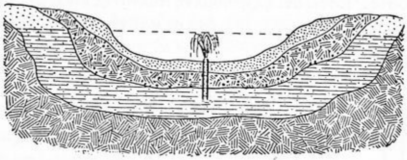
ἤτοι :

$$h_1 = h_2$$



Σχ. 360. Ὑδροδείκτης.

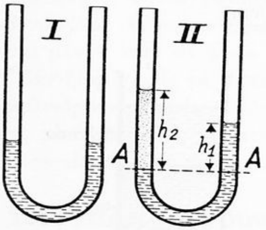
Τὸ ἀνωτέρω φαινόμενον καλεῖται **ἀρχὴ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων,** δεικνύεται δὲ πρὸς τούτοις καὶ διὰ τοῦ σχήματος 358 καὶ εὑρίσκει πολλὰς ἐφαρμογὰς ἐν τῇ πράξει, ὡς εἰς τὴν διανομὴν τοῦ ὕδατος, εἰς τοὺς πίδακας (σχ. 359), εἰς τοὺς ὑδροδείκτας (σχ. 360), εἰς τὰ ἀρτεσιανὰ φρέατα (σχ. 361) κλπ.



Σχ. 361. Τὸ ὑδατοφόρον στρῶμα περικλείεται μεταξὺ δύο ἀδιαβρόχων στρωμάτων.

188. Ἰσορροπία δύο μὴ μειγνυομένων ὑγρῶν εὑρισκομένων ἐντὸς δύο συγκοινωνούντων δοχείων.

Ἡ ἀρχὴ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων δὲν εὑρίσκει ἐφαρμογὴν εἰς τὴν περίπτωσιν δοχείων περιεχόντων ὑγρὰ μὲ διαφορετικὰ εἰδικὰ βάρη. Οὕτω, ἐὰν εἰς τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 362 θέσωμεν ὕδωρ καὶ ἀκολούθως εἰς τὸ ἓν σκέλος προσθέσωμεν ἔλαιον, παρατηροῦμεν ὅτι αἱ στάθμαι τοῦ ὑγροῦ εὑρίσκονται εἰς διάφορα ἐπίπεδα. Ἐὰν φέρωμεν τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον ΑΑ ἀπὸ τῆς ὁρικῆς ἐπιφανείας τῶν δύο ὑγρῶν εἰς τὸ ἓν σκέλος τοῦ σωλῆνος, τότε αἱ πιέσεις, αἱ ὁποῖαι ὑφίστανται ἑκατέρωθεν τῆς ἐγκαρσίας τομῆς, εἶναι :



Σχ. 362. Συγκοινωνοῦντα δοχεῖα μὲ ὑγρὰ διαφόρου πυκνότητος.

$$p_1 = \varepsilon_1 \cdot h_1 \quad \text{καὶ} \quad p_2 = \varepsilon_2 \cdot h_2$$

ὅπου h_1 τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὕδατος ὑπὲρ τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον εἰς τὸ ἓν σκέλος καὶ ε_1 τὸ εἰδ. βάρος αὐτοῦ, καὶ h_2, ε_2 τὰ ἀντίστοιχα μεγέθη διὰ τὸ ἕτερον σκέλος. Αἱ πιέσεις, αἱ προερχόμεναι ἐκ τῶν ὑγρῶν στηλῶν κάτωθεν τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου, δὲν λαμβάνονται ὑπ' ὄψιν, διότι ἐξουδετεροῦνται. Δεδομένου ὅτι τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, εἶναι :

καί :

$$\varepsilon_1 \cdot h_1 = \varepsilon_2 \cdot h_2$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

ἤτοι : **« τὰ ὕψη τῶν στηλῶν εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα τῶν εἰδικῶν βαρῶν τῶν ὑγρῶν ».**

Ἐπίσης ἡ ἀρχὴ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων δὲν εὑρίσκει ἐφαρμογὴν εἰς τοὺς τριχοειδεῖς σωλῆνας, ὡς θὰ ἴδωμεν περαιτέρω εἰς τὸ Κεφάλαιον τῆς Μοριακῆς Φυσικῆς.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Εἰς σωλῆνα σχήματος U (σχ. 363) τὸ δεξιὸν σκέλος περιέχει ὑδράργυρον, ἐνῷ τὸ ἕτερον πληροῦται μὲ ὑγρὸν ἀγνώστου πυκνότητος. Τὸ ὕψος τῶν στηλῶν τοῦ ὑγροῦ εἰς τὰ δύο σκέλη ἀπὸ τῆς ὁρικῆς ἐπιφανείας τῆς διαχωριζούσης τὰ δύο ὑγρὰ εἶναι εἰς τὸ δεξιὸν σκέλος 2 cm καὶ εἰς τὸ ἀριστερὸν 14 cm. Πόση ἡ πυκνότης τοῦ ὑγροῦ. ($\rho_{\upsilon\delta\rho}$ = 13,6 gr/cm³.)

Λύσις. Ἔστω ὅτι ἡ ζητουμένη πυκνότης εἶναι ρ_1, τὸ ὕψος τοῦ ὑγροῦ h_1, ἡ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου ρ_2 καὶ τὸ ὕψος τοῦ ὑδραργύρου h_2. Ἐπὶ τῆς διαχωριστικῆς ἐπιφανείας αἱ πιέσεις αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται ὑπὸ τῶν δύο ὑγρῶν θὰ εἶναι ἴσαι, διότι ἡ διαχωριστικὴ ἐπιφάνεια εἶναι ὁριζόντιον ἐπίπεδον. Ἄρα θὰ ἔχωμεν:

$$p_1 = p_2 \qquad (1)$$

Ἀλλὰ ἐκ τοῦ τύπου τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως ἔχομεν: $p_1 = \rho_1 \cdot g \cdot h_1$ καὶ $p_2 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2$, ὅτε ἡ σχέσις (1) γίνεται:

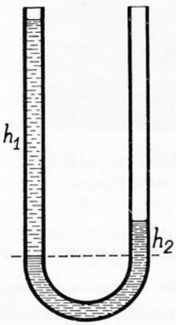
$$\rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 \qquad (2)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (2) λαμβάνομεν, ἐὰν λύσωμεν ὡς πρὸς ρ_1 :

$$\rho_1 = \frac{\rho_2 \cdot h_2}{h_1}$$

καί, ἐὰν θέσωμεν τὰ δεδομένα τῆς ἀσκήσεως : $\rho_2 = 13{,}6$ gr/cm³, $h_2 = 2$ cm, $h_1 = 14$ cm, εὑρίσκομεν:

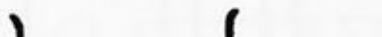
$$\underline{\rho_1 = 1{,}94 \text{ gr/cm}^3}$$



Σχ. 363.

189. Ἰσορροπία ὑγρῶν μὴ μειγνυομένων.

Ἐντὸς ὑγροῦ, ἐν ἰσορροπίᾳ εὑρισκομένου, ἡ στάθμη ἡ ἀποτελοῦσα τὴν ἐπιφάνειαν, ὅπου ἡ πίεσις ἔχει τὴν αὐτὴν τιμὴν εἰς ὅλα τὰ σημεῖα αὐτῆς, εἶναι, ὡς εἴδομεν (§ 181), εἰς μικρὰν περιοχήν, ὁριζόντιον ἐπίπεδον. Ἐὰν ἐντὸς δοχείου τοποθετήσωμεν διάφορα ὑγρὰ μὴ μειγνυόμενα, π.χ. ὑδράργυρον, ὕδωρ, ἔλαιον, καὶ ἀναταράξωμεν αὐτά, παρατηροῦμεν ὅτι, μετὰ τὴν ἀποκατάστασιν ἰσορροπίας, αἱ διαχωρίζουσαι αὐτὰ ἐπιφάνειαι εἶναι ὁριζόντια ἐπίπεδα καὶ διατάσσονται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἡ πυκνότης αὐτῶν νὰ βαίνῃ αὐξανομένη ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω (σχ. 364).

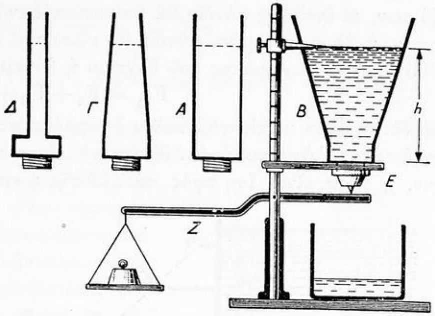


Σχ. 364. Τὰ μὴ μειγνυόμενα ὑγρὰ διατάσσονται ἀναλόγως τῆς πυκνότητος αὐτῶν.

190. Δυνάμεις λόγῳ πιέσεως ἀσκούμεναι ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου. Θεωρήσωμεν δοχεῖον περιέχον ὑγρὸν εἰδικοῦ βάρους ε (σχ. 365) καὶ ἔστω h ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις τοῦ πυθμένος ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Ἡ πίεσις εἰς οἱονδήποτε σημεῖον τοῦ πυθμένος εἶναι $p = \varepsilon \cdot h$. Ἐὰν ὁ πυθμὴν ἔχῃ ἐπιφάνειαν S, τότε ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν οὗτος θὰ ὑφίσταται εἶναι :

$$F = p \cdot S = \varepsilon \cdot h \cdot S$$

ἤτοι : « **Ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται πυθμὴν δοχείου λόγῳ τοῦ βάρους τοῦ περιεχομένου ὑγροῦ, ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος ὑγρᾶς στήλης ἐχούσης βάσιν τὸν πυθμένα τοῦ δοχείου καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν αὐτοῦ ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ** ».



Σχ. 365. Διάταξις διὰ τὴν πειραματικὴν ἀπόδειξιν τῶν δυνάμεων, αἵτινες ἐξασκοῦνται ἐπὶ τοῦ πυθμένος.

Ἐκ τούτων προκύπτει ὅτι ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ὁ πυθμήν, εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς ποσότητος τοῦ περιεχομένου εἰς τὸ δοχεῖον ὑγροῦ καὶ ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τῆς ἐκτάσεως τοῦ πυθμένος καὶ ἐκ τῆς κατακορύφου ἀποστάσεως αὐτοῦ ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ἐν ἰσορροπίᾳ ὑγροῦ.

Πειραματικὴ ἀπόδειξις. Ἐπὶ καταλλήλου βάσεως (σχ. 365) κοχλιοῦται κυλινδρικὸν δοχεῖον ἄνευ πυθμένος. Ὁ πυθμὴν τοῦ δοχείου, ἀποτελούμενος π.χ. ἐκ δίσκου μεταλλικοῦ, εἶναι προσηρμοσμένος ἐπὶ τοῦ ἑνὸς ἄκρου φάλαγγος ζυγοῦ καί, διὰ σταθμῶν τιθεμένων ἐπὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ἑτέρας φάλαγγος ἐξηρτημένου δίσκου τοῦ ζυγοῦ, ἐπιτυγχάνομεν ὥστε ὁ πυθμὴν νὰ κλείῃ ὑδατοστεγῶς τὸ δοχεῖον. Ἐὰν ἀκολούθως θέσωμεν ὕδωρ ἐντὸς τοῦ δοχείου, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ πυθμὴν ἀποσπᾶται μόνον ὅταν τὸ ὕδωρ ἀνέλθῃ μέχρις ὕψους h, τὸ ὁποῖον σημειοῦμεν διὰ δείκτου. Ἐὰν ἤδη, χωρὶς νὰ μεταβάλωμεν τὰ σταθμά, τοποθετήσωμεν διαδοχικῶς ἀντὶ τοῦ κυλινδρικοῦ δοχείου ἄλλα δοχεῖα (Β, Γ, Δ) διαφόρου σχήματος καὶ ἐκτελέσωμεν τὸ αὐτὸ πείραμα, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ πυθμὴν ἀποσπᾶται, ὅταν τὸ ὕδωρ φθάνῃ πάντοτε εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος h.

191. Πίεσις καὶ δυνάμεις ἐπὶ τῶν πλευρικῶν τοιχωμάτων. Τὰ πλευρικὰ τοιχώματα δοχείου περιέχοντος ὑγρὸν ὑφίστανται καὶ αὐτὰ δύναμιν, ἡ ὁποία, ὡς γνωρίζομεν ἤδη, εἶναι κάθετος ἐπὶ τὸ τοίχωμα. Ἡ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ μικρᾶς ἐπιφανείας S τοῦ τοιχώματος εἶναι:

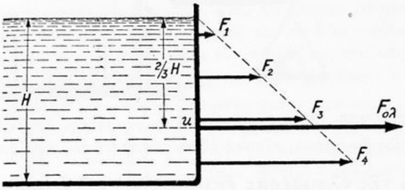
$$F = p \cdot S = \varepsilon \cdot h \cdot S$$

Συμφώνως πρὸς τὰ ἀνωτέρω, ἡ ἐπί τινος τμήματος ἐπιφανείας πλευρικοῦ τοιχώματος τοῦ δοχείου ἐπενεργοῦσα δύναμις ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος ὑγρᾶς στήλης ἐχούσης βάσιν τὴν θεωρουμένην ἐπιφάνειαν καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τοῦ κέντρου αὐτῆς ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.

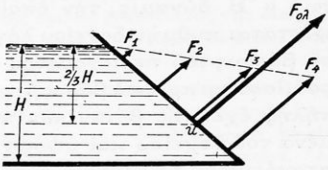
Ἐφ' ὅσον αἱ δυνάμεις εἶναι κάθετοι ἐπὶ τὸ τοίχωμα καὶ παράλληλοι συνεπῶς μεταξύ των, αἱ ἐντάσεις αὐτῶν θὰ βαίνουν αὐξανόμεναι ὅσον τὸ βάθος γίνεται μεγαλύτερον, ἡ δὲ συνισταμένη αὐτῶν θὰ εἶναι καὶ αὐτὴ παράλληλος. Οὕτω εἰς τὸ σχῆμα 366 ἐπὶ τοῦ τοιχώματος τοῦ δοχείου ἡ δύναμις:

$$F_{ολ} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$$

τὸ δὲ σημεῖον κ, εἰς τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις αὕτη, καλεῖται κέντρον πιέσεως. Ἀποδεικνύεται δὲ ὅτι τὸ κέντρον πιέσεως (κ) εὑρίσκεται εἰς ἀπόστασιν, ἡ ὁποία εἶναι ἴση πρὸς τὰ 2/3 τῆς κατακορύφου ἀποστάσεως ἀπὸ τῆς ἐλευ-



Σχ. 366. Κατανομὴ τῶν δυνάμεων ἐπὶ πλευρικοῦ τοιχώματος.



Σχ. 367. Ἡ δύναμις Fολ εἶναι ἡ συνισταμένη.

θέρας ἐπιφανείας. Ἐὰν τὸ τοίχωμα εἶναι πλάγιον, τότε τὸ σύστημα τῶν παραλλήλων δυνάμεων δὲν εἶναι ὁριζόντιον, ὡς ἐπίσης δὲν εἶναι ὁριζοντία καὶ ἡ συνισταμένη αὐτῶν δύναμις (σχ. 367).

Ὑπολογισμὸς τῆς δυνάμεως. Ἡ πίεσις εἴς τι σημεῖον τοιχώματος, π.χ. φράγματος, εὑρισκόμενον εἰς βάθος h, δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως $p = ε \cdot h$. Εἰς τὸ ἀνώτερον σημεῖον τοῦ φράγματος ἔχομεν $p = 0$ (ἂν παραλείψωμεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν), διότι $h = 0$, ἐνῷ εἰς τὸ κατώτατον σημεῖον, εὑρισκόμενον εἰς βάθος Η, ἡ πίεσις εἶναι ἡ μεγίστη, δηλ. $p = ε \cdot H$. Εἰς ἐνδιάμεσα βάθη ἡ πίεσις ἔχει τιμὰς ἐνδιαμέσους. Ἡ ἰδία κατανομὴ ὑφίσταται καὶ διὰ τὰς δυνάμεις, ὡς εἴ ομεν ἀνωτέρω. Ἡ συνολικὴ δύναμις ἐπὶ τοῦ φράγματος εἶναι ἀκριβῶς ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων τούτων, εὑρίσκεται δὲ αὕτη, ὡς δεικνύεται θεωρητικῶς, διὰ τῆς σχέσεως :

$$F_{ολ} = \overline{p} \cdot S$$

Ἡ **μέση πίεσις** ($\overline{p}$) εἶναι ἐκείνη ἡ πίεσις, ἥτις ἐξασκεῖται εἰς τὸ κέντρον βάρους τῆς ἐπιφανείας τοῦ τοιχώματος. Προκειμένου περὶ φράγματος, τοῦ ὁποίου ἡ ἐπιφάνεια τοῦ τοιχώματος εἶναι ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον, τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται εἰς βάθος Η/2, ὅπου Η τὸ βάθος τοῦ φράγματος, ὅτε ἡ μέση πίεσις εἶναι :

$$\overline{p} = ε \cdot \frac{H}{2}$$

ἡ δὲ συνολικὴ δύναμις θὰ εἶναι ἴση πρός :

$$F_{ολ} = ε \cdot \frac{H}{2} \cdot S$$

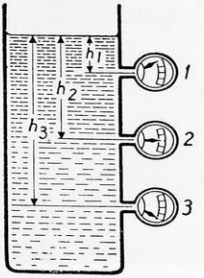
Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Φράγμα λίμνης ἔχει ὕψος 9 m καὶ μῆκος $l = 30$ m. Ποία ἡ ἐπ' αὐτοῦ ἐξασκουμένη δύναμις ($F_{ολ}$).

Λύσις. Ἐφαρμόζοντες τὰ ἀνωτέρω εἰς τὰ δεδομένα τοῦ προβλήματος, ἔχομεν :

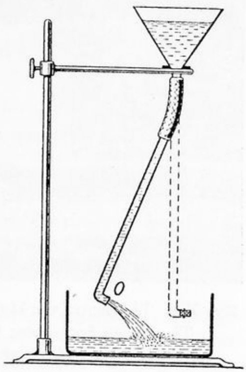
$$\overline{p} = \varepsilon \cdot \frac{H}{2} = 1 \cdot \frac{900}{2} = 450 \ \frac{gr^*}{cm^2}$$

$$F_{ολ} = \overline{p} \cdot S = \varepsilon \cdot \frac{H}{2} \cdot S = 1 \cdot 450 \cdot 900 \cdot 3\,000 = 122 \cdot 10^7 \ gr^* = 1220 \text{ τόννοι}$$

Πειραματικῶς δεικνύομεν τὰ ἀνωτέρω διὰ τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 368, ὅπου τὸ μανόμετρον (3) δεικνύει μεγαλυτέραν πίεσιν ἀπὸ τὰ μανόμετρα (2) καὶ (1). Εἰς τὸ σχῆμα 369, ἐφ' ὅσον ὁ σωλὴν εἶναι κλειστός, αἱ πλευρικῶς ἀσκούμεναι πιέσεις ὡς ἴσαι καὶ ἀντίθετοι ἐξουδετεροῦνται ἀμοιβαίως. Ἐὰν ὅμως εἰς τινα περιοχὴν τοῦ σωλῆνος, π.χ. εἰς O, ἀνοίξωμεν τὴν ὀπήν, ὥστε νὰ παραχθῇ ἐκροὴ ὑγροῦ, ἡ πρὸς τὰ δεξιὰ δύναμις εἰς τὴν περιοχὴν ἐκροῆς δὲν ὑφίσταται, οὕτω δὲ ἀπομένει ἡ πρὸς τὰ ἀριστερά, ἡ ὁποία, ἐφ' ὅσον διαρκεῖ ἡ ἐκροή, ἐκτρέπει τὸν κατακόρυφον σωλῆνα πρὸς τὰ ἀριστερὰ τῆς κατακορύφου θέσεως αὐτοῦ.



Σχ. 368. Ἡ πλευρικὴ πίεσις εἶναι ἑκάστοτε διάφορος καὶ ἀνάλογος τοῦ ὕψους τῆς ὑγρᾶς στήλης.

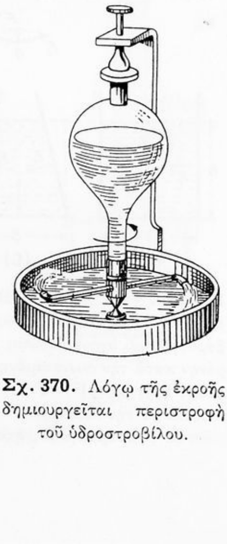


Σχ. 369. Δοχεῖον ἀντιδράσεως.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς λειτουργεῖ καὶ ἡ συσκευὴ τοῦ ὑ δ ρ ο σ τ ρ ο β ί λ ο υ (σχ. 370). Ἐκ τῆς ἐκροῆς τοῦ ὑγροῦ διὰ δύο ὀπῶν καταλλήλως διατεταγμένων, δημιουργεῖται ζεῦγος δυνάμεων λόγῳ ἀντιδράσεως, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ περιστροφικὴν κίνησιν.

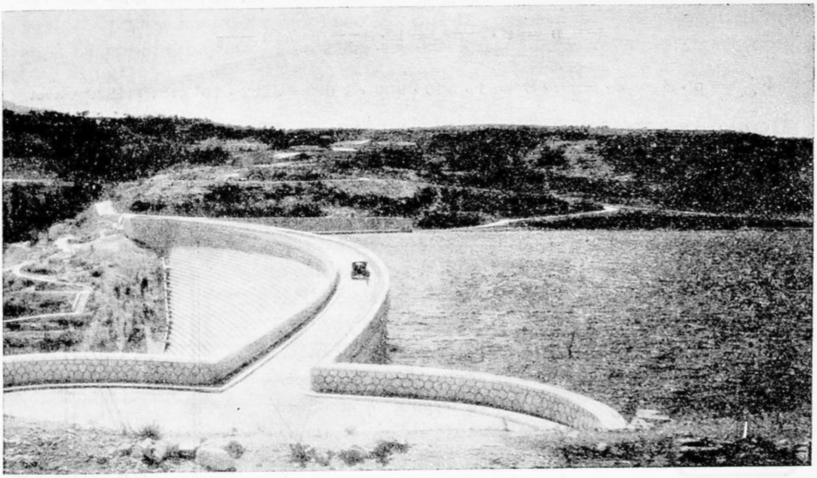
Ὁ **Pascal** (Πασκὰλ) ἐξετέλεσε τὸ ἀκόλουθον πείραμα. Εἰς βαρέλιον στερεόν, ἐφήρμοσεν ἐπὶ τῆς ἄνω βάσεως αὐτοῦ κατακόρυφον λεπτὸν σωλῆνα ὕψους 10 m καὶ ἐπλήρωσε τοῦτο ὕδατος, ὅτε παρετήρησεν ὅτι τὸ βαρέλιον διερράγη. Ἐπὶ ἑκάστου cm^2 τῆς ἐσωτερικῆς ἐπιφανείας τοῦ βαρελίου ὑφίσταται, κατὰ τὰ ἀνωτέρω, δύναμις $F = 1$ kgr*, τὸ σύνολον δὲ τῆς ἐπιφανείας ὑφίσταται, ὡς ἐκ τούτου, δύναμιν ὑπερβαίνουσαν τὴν ἀντοχήν του.

Εἰς τὸ σχῆμα 371 δεικνύεται τὸ φράγμα τῆς λίμνης τοῦ Μαραθῶνος, τὸ ὁποῖον συγκρατεῖ τὰ ὕδατα τῆς περιοχῆς διὰ τὴν ὕδρευσιν τῶν Ἀθηνῶν καὶ περιχώρων.



Σχ. 370. Λόγῳ τῆς ἐκροῆς δημιουργεῖται περιστροφὴ τοῦ ὑδροστροβίλου.

Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ πάχος τοῦ φράγματος βαίνει βαθμιαίως ἐλαττούμενον ἐκ τῶν θεμελίων πρὸς τὰ ἄνω.



Σχ. 371. Τὸ φράγμα τῆς λίμνης τοῦ Μαραθῶνος διὰ τὴν ὕδρευσιν τῶν Ἀθηνῶν καὶ περιχώρων. Τὸ φράγμα ἔχει μῆκος 285 m, πλάτος εἰς τὴν βάσιν 48 m καὶ εἰς τὴν στέψιν 4,5 m. Ἡ χωρητικότης τῆς λίμνης εἶναι 41 000 000 m^3. Κατεσκευάσθη τὸ 1931.

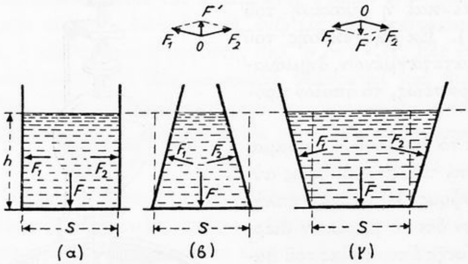
192. Δυνάμεις ἀσκούμεναι ἐπὶ τοῦ συνόλου τῶν τοιχωμάτων.

Ὑδροστατικὸν παράδοξον. Τὰ τρία δοχεῖα τοῦ σχήματος 372, τὰ ὁποῖα ἔχουν πυθμένα τοῦ αὐτοῦ ἐμβαδοῦ, πληροῦνται ὑγροῦ μέχρι τοῦ αὐτοῦ ὕψους. Μολονότι ὁ πυθμὴν εἰς ἕκαστον τῶν δοχείων ὑφίσταται, συμφώνως πρὸς τὰ ἀνωτέρω λεχθέντα, τὴν αὐτὴν δύναμιν:

$$F = \varepsilon \cdot h \cdot S$$

ἐν τούτοις, τιθέμενα ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ, δεικνύουν διαφορὰν βάρους, διότι ὁ ζυγὸς δεικνύει πάντοτε τὸ βάρος τοῦ περιεχομένου ὑγροῦ εἰς ἕκαστον τῶν δοχείων.

Τοῦτο δικαιολογεῖται, διότι ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ δὲν ἐπενεργοῦν μόνον αἱ ἐπὶ τοῦ πυθμένος δυνάμεις,



Σχ. 372. (α) Τὸ βάρος Β τοῦ ὑγροῦ ἰσοῦται μὲ τὴν ἐπὶ τοῦ πυθμένος ἐξασκουμένην δύναμιν F. (β) Τὸ βάρος Β τοῦ ὑγροῦ ἰσοῦται μὲ τὴν δύναμιν F ἠλαττωμένην κατὰ τὴν συνισταμένην F′ τῶν πλευρικῶν δυνάμεων, ἤτοι $B = F - F'$. (γ) Τὸ βάρος Β τοῦ ὑγροῦ ἰσοῦται μὲ τὴν δύναμιν F ηὐξημένην κατὰ τὴν συνισταμένην F′, ἤτοι : $B = F + F'$.

ἀλλὰ καὶ αἱ πλευρικαί. Πράγματι, εἰς τὸ δοχεῖον (α) δὲν ὑφίστανται κατακόρυφοι συνιστῶσαι, ἐνῷ εἰς τὸ δοχεῖον (β) αἱ πλευρικαὶ δυνάμεις παρέχουν κατακορύφους συνιστώσας πρὸς τὰ ἄνω. Αἱ πλευρικαὶ δυνάμεις ἐν τῷ δοχείῳ (γ) παρέχουν κατακορύφους συνιστώσας πρὸς τὰ κάτω, ἐνῷ αἱ ὁριζόντιοι ἐξουδετεροῦνται. Αἱ δυνάμεις τὰς ὁποίας ἐπιφέρει τὸ ὑγρὸν ἐπὶ τῶν πλευρικῶν τοιχωμάτων καὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου θὰ ἔχουν μίαν συνισταμένην δύναμιν, ἡ ὁποία εἶναι πάντοτε ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ.

Σημείωσις. Ἡ πειραματικὴ ἀπόδειξις γίνεται διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 365. Ὡς ἐκ τοῦ ἀνωτέρω πειράματος δεικνύεται, τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ καὶ ἡ δύναμις ἐπὶ ἐπιφανείας, π.χ. τοῦ πυθμένος δοχείου, εἶναι ἔννοιαι ἐντελῶς διάφοροι, διότι ἡ δύναμις ἐπὶ τῆς θεωρουμένης ἐπιφανείας παρέχεται ὑπὸ τοῦ τύπου $F = p \cdot S$, ὅπου p ἡ πίεσις καὶ S ἡ ἐπιφάνεια, ἡ δὲ ὡς ἄνω ἔκφρασις προδήλως οὐδεμίαν σχέσιν ἔχει μὲ τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ.

Ἐπειδὴ εἰς τὴν ἐποχὴν τοῦ Pascal αἱ ἀνωτέρω ἔννοιαι δὲν εἶχον πλήρως διευκρινισθῆ, διὰ τοῦτο τὸ πείραμα τοῦ σχήματος 372 ἐκλήθη « **ὑδροστατικὸν παράδοξον** ».

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Ἡ βάσις ὑαλίνου δοχείου ἔχει διάμετρον 20 cm καὶ ἡ κορυφὴ 30 cm, ἐνῷ τὸ βάθος του εἶναι 22 cm καὶ τὸ βάρος αὐτοῦ 1,5 kgr*. Τὸ δοχεῖον τοποθετεῖται ἐπὶ τραπέζης καὶ πληροῦται δι' ὕδατος. (Ὁ ὄγκος τοῦ δοχείου εἶναι 10,9 λίτρα). Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου, ὡς καὶ ἡ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ὑπὸ τοῦ δοχείου καὶ τοῦ περιεχομένου αὐτοῦ, ἐπὶ τῆς τραπέζης.

Λύσις. Ἡ δύναμις F ἡ ἐξασκουμένη ἐπὶ τοῦ πυθμένος εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ βάρους τοῦ περιεχομένου ὑγροῦ (ὑδροστατικὸν παράδοξον), ἐξαρτᾶται δὲ μόνον ἀπὸ τὸ ἐμβαδὸν S τοῦ πυθμένος, ἀπὸ τὸ ὕψος h τοῦ ὑγροῦ καὶ ἀπὸ τὸ εἰδικὸν βάρος ε τοῦ ὑγροῦ. Ἤτοι:

$$F = \varepsilon \cdot h \cdot S$$

ἤ, ἐπειδὴ $S = \pi \cdot \delta^2/4$, ἔχομεν:

$$F = \varepsilon \cdot h \cdot \frac{\pi \cdot \delta^2}{4}$$

Θέτομεν: $\varepsilon = 1$ gr*/cm³, $h = 22$ cm, $\delta = 20$ cm, καὶ εὑρίσκομεν:

$$\underline{F = 6\,908 \text{ gr*}}$$

Ἡ δύναμις F_1 ἡ ἐξασκουμένη ἐπὶ τῆς τραπέζης θὰ εἶναι προφανῶς τὸ βάρος B_1 τοῦ ὕδατος σὺν τὸ βάρος B_2 τοῦ δοχείου. Ἤτοι:

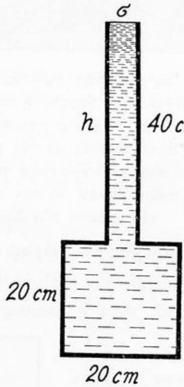
$$F_1 = B_1 + B_2$$

ἤ, ἐπειδὴ $B_1 = \varepsilon \cdot V$, θὰ ἔχωμεν:

$$F_1 = \varepsilon \cdot V + B_2$$

Θέτομεν: $\varepsilon = 1$ gr*/cm³, $V = 10{,}9\ lt = 10\,900$ cm³, $B_2 =$ 1500 gr*, καὶ εὑρίσκομεν:

$$\underline{F_1 = 12\,400 \text{ gr*}}$$



Σχ. 373.

2. Κλειστὸν δοχεῖον κυβικοῦ σχήματος, πλευρᾶς 20 cm, φέρει κατὰ τὴν ἄνω ἕδραν σωλῆνα ὕψους 40 cm καὶ τομῆς 10 cm². Ἐὰν τὸ δοχεῖον καὶ ὁ σωλὴν πληροῦνται τελείως δι' ὕδατος, νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ δυνάμεις ἐπὶ ἑκάστης τῶν ἑδρῶν.

Λύσις. Ἔστω α ἡ ἀκμὴ τοῦ κυβικοῦ δοχείου, h τὸ ὕψος τοῦ σωλῆνος καὶ σ ἡ τομὴ αὐτοῦ.

Αἱ δυνάμεις αἱ ἐξασκούμεναι ἐπὶ ἑκάστης τῶν ἑδρῶν εἶναι αἱ ἑξῆς:

α) Ἐπὶ τῆς κάτω ἐπιφανείας:

$$\underline{p_1} = \varepsilon\,(h+\alpha)\cdot\alpha^2 = 1\,(40+20)\cdot 20^2 = \underline{24\,000\ gr^*}$$

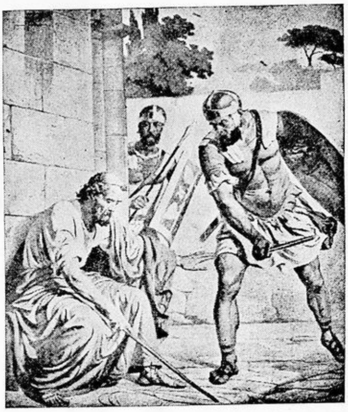
β) Ἐπὶ τῆς ἄνω ἐπιφανείας:

$$\underline{p_2} = \varepsilon\cdot h\,(\alpha^2-\sigma) = 1\cdot 40\,(20^2-10) = \underline{15\,600\ gr^*}$$

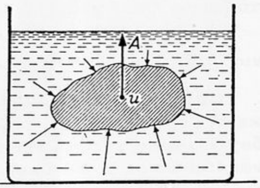
γ) Ἐπὶ ἑκάστης ἐκ τῶν πλευρικῶν ἐπιφανειῶν:

$$\underline{p_3} = \varepsilon\left(h+\frac{\alpha}{2}\right)\alpha^2 = 1\cdot(40+10)\cdot 20^2 = \underline{20\,000\ gr^*}$$

193. Ἄνωσις. Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους. Ὅταν σῶμα εὑρίσκεται βυθισμένον ἐντὸς ὑγροῦ ἐν ἰσορροπίᾳ, ὑφίσταται ἐκ μέρους τοῦ ὑγροῦ δυνάμεις κατὰ πάσας τὰς διευθύνσεις, αἱ ὁποῖαι εἶναι κάθετοι ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας εἰς κάθε σημεῖον τοῦ σώματος. Οὕτω, τὸ σῶμα τοῦ σχήματος 374 ὑφίσταται δυνάμεις ἐπὶ ὅλης τῆς ἐπιφανείας του, λόγῳ τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως.



Ὁ **Ἀρχιμήδης** πρῶτος διετύπωσε τὴν ὑδροστατικὴν ἀρχήν, ἡ ὁποία φέρει τὸ ὄνομά του. Ἡ εἰκὼν παριστᾷ τὸν Ἀρχιμήδην ἀποδιώκοντα μὲ τὴν φράσιν « μή μου τοὺς κύκλους τάραττε » τοὺς στρατιώτας, οἱ ὁποῖοι ἤθελον νὰ τὸν συλλάβουν κατὰ τὴν ἅλωσιν τῶν Συρακουσῶν.



Σχ. 374.

Ὅλαι αὐταὶ αἱ δυνάμεις ἔχουν μίαν συνισταμένην καί, ἐπειδὴ ἡ πίεσις εἰς τὰ κατώτερα σημεῖα τοῦ σώματος εἶναι μεγαλυτέρα παρὰ εἰς τὰ ἀνώτερα σημεῖα, ἡ συνισταμένη αὕτη διευθύνεται πρὸς τὰ ἄνω καὶ καλεῖται **ἄνωσις (Α),** τὸ δὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς (κ) τῆς δυνάμεως καλεῖται **κέντρον ἀνώσεως.** Ὁ **Ἀρχιμήδης** διετύπωσε διὰ τὴν ἄνωσιν τὴν ἀκόλουθον ἀρχήν :

« Πᾶν σῶμα εὑρισκόμενον ἐντὸς ὑγροῦ ἐν ἰσορροπίᾳ, ὑφίσταται ἄνωσιν ἴσην πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ ».

Οὕτω, ἐὰν ε εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ καὶ V ὁ ὄγκος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ, τότε ἡ ἄνωσις Α εἶναι ἴση πρός :

$A = \varepsilon\cdot V$	Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους

Ὑπολογισμὸς τῆς ἀνώσεως. Ἡ ἄνωσις ὑπολογίζεται εὐκόλως εἰς τὴν περίπτωσιν σώματος ἔχοντος σχῆμα πρίσματος. Ἐπὶ τοῦ πρίσματος (σχ. 375), λόγῳ τῶν πιέσεων, ἐξασκοῦνται αἱ ἀκόλουθοι δυνάμεις : α) Αἱ δυνάμεις ἐπὶ τῶν κατακορύφων παραπλεύρων ἐπιφανειῶν, αἱ ὁποῖαι ὅμως ἀλληλοαναιροῦνται, β) αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν δύο βάσεων καὶ αἱ ὁποῖαι εἶναι ἀντιστοίχως ἴσαι πρός :

$$F_1 = p_1 \cdot S = \varepsilon \cdot h_1 \cdot S \qquad \text{καὶ} \qquad F_2 = p_2 \cdot S = \varepsilon \cdot h_2 \cdot S$$

ὅπου ε τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ καὶ S τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως τοῦ πρίσματος.

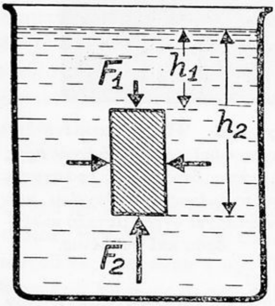
Ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων τούτων, δηλαδὴ ἡ ἄνωσις Α, ἰσοῦται πρός :

$$A = F_2 - F_1 = \varepsilon\,(h_2 - h_1) \cdot S$$

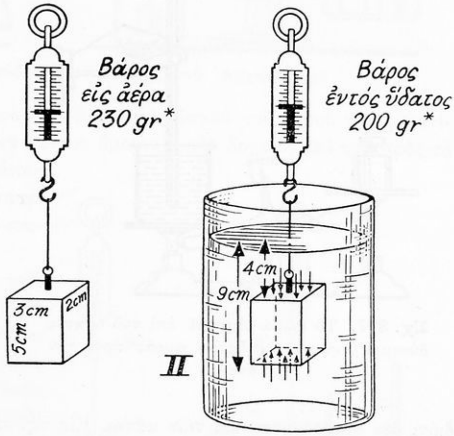
Ἐπειδὴ δὲ $(h_2 - h_1) \cdot S$ εἶναι ὁ ὄγκος V τοῦ πρίσματος, ἡ ἄνωσις εἶναι :

$$A = \varepsilon \cdot V$$

Τὸ γινόμενον $\varepsilon \cdot V$ παριστᾷ προδήλως τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.



Σχ. 375. Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ἀνώσεως.



Σχ. 376. Ἡ ἀπώλεια βάρους ὀφείλεται εἰς τὴν διαφορὰν δυνάμεων ἐπὶ τῆς ἄνω καὶ κάτω βάσεως τοῦ σώματος.

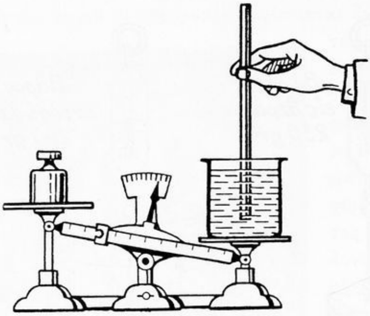
Ἐφαρμογή. Ἐὰν ὑποτεθῇ ὅτι τὸ ὑγρὸν εἶναι ὕδωρ ($\varepsilon = 1$ gr*/cm³ $= 981$ dyn/cm³) καὶ τὸ σῶμα ἔχει ἐγκαρσίαν τομὴν 6 cm² (2×3), ἡ δὲ ἄνω ἐπιφάνεια αὐτοῦ εὑρίσκεται εἰς βάθος 4 cm καὶ ἡ κάτω ἐπιφάνεια εἰς βάθος 9 cm, ἡ ἄνωσις Α θὰ εἶναι: $A = \varepsilon \cdot V = 6 \cdot (9 - 4) = 30$ gr* $= 30 \cdot 981$ dyn, ἤτοι: $A = 29\,430$ dyn.

Ὡς ὅμως εὐκόλως δεικνύεται, ἐὰν ἐξαρτήσωμεν τὸ σῶμα ἀπὸ δυναμομέτρου (σχ. 376), τοῦτο εἰς τὸν ἀέρα δεικνύει ὅτι τὸ σῶμα ἔχει βάρος π.χ. 230 gr*. Ἐὰν ἐμβαπτισθῇ τοῦτο ἐντὸς ὕδατος, τὸ δυναμόμετρον δεικνύει βάρος 200 gr* καί, ἑπομένως, τὸ βάρος τὸ ὁποῖον ἔχασεν εἶναι ἴσον πρὸς τὸ βάρος (εἰς gr*) τοῦ ἐκτοπισθέντος ὕδατος, τοῦ ὁποίου ὁ ὄγκος θὰ εἶναι προδήλως 30 cm³, ἤτοι ὅσος ὁ ὄγκος τοῦ σώματος $6 \times 5 = 30$ cm³.

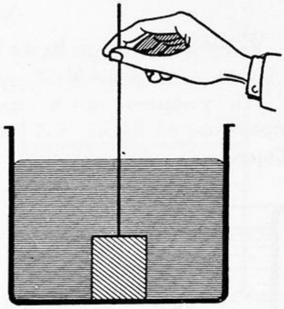
Ἀντίστροφος ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους. Ἐφ' ὅσον τὸ ὑγρὸν ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ βυθισμένου σώματος δύναμιν ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω, καὶ τὸ σῶμα, κατὰ τὴν ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως, ἀντιδρᾷ ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ διὰ δυνάμεως ἀντιθέτου, μεταδιδομένης ἐπὶ τοῦ ὑποστηρίγματος τοῦ δοχείου.

Οὕτω λοιπόν, σῶμα βυθισμένον ἐντὸς ὑγροῦ καὶ εὑρισκόμενον ἐν ἠρεμίᾳ, ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ δύναμιν ἴσην πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.

Πειραματικῶς δεικνύομεν τοῦτο ὡς ἀκολούθως: Ἐπὶ τοῦ δίσκου ζυγοῦ τοποθετοῦμεν δοχεῖον πλῆρες ὕδατος καὶ ἰσορροποῦμεν διὰ σταθμῶν. Ἐὰν ἀκολούθως βυθίσωμεν ἐντὸς τοῦ ὕδατος ἓν σῶμα, π.χ. μίαν ράβδον, χωρὶς ὅμως αὕτη νὰ ἐφάπτεται τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου (σχ. 377), παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἰσορροπία τοῦ ζυγοῦ καταστρέφεται καὶ ὁ ζυγὸς κλίνει πρὸς τὸ μέρος τῆς ράβδου. Ὅταν ἡ βάσις τοῦ σώματος ἐφαρμόζεται τελείως ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου, τότε τὸ σῶμα δὲν ὑφίσταται ἄνωσιν,



Σχ. 377. Τὸ σῶμα ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ ὕδατος δύναμιν ἴσην καὶ ἀντιθέτου φορᾶς πρὸς τὴν ἄνωσιν.

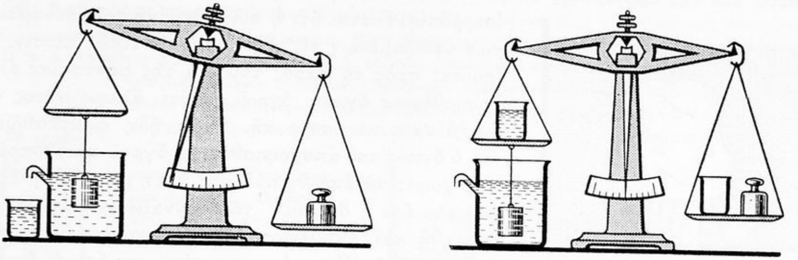


Σχ. 378. Ἡ ἐξασκουμένη δύναμις ὠθεῖ τὸν κύλινδρον πρὸς τὰ κάτω, ὅταν οὗτος ἐφάπτεται τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου καὶ δὲν ὑπάρχει ὑγρὸν μεταξὺ κυλίνδρου καὶ πυθμένος.

διότι δὲν διαβρέχεται ἐκ τῶν κάτω. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων ἔχει φορὰν πρὸς τὰ κάτω.

Τοῦτο δεικνύομεν πειραματικῶς ὡς ἀκολούθως : Δοχεῖον τὸ ὁποῖον ἔχει ἐπίπεδον πυθμένα πληροῦται δι' ὑδραργύρου, ἐντὸς δὲ αὐτοῦ βυθίζομεν σιδηροῦν κύλινδρον (σχ. 378). Ἐὰν ἀφήσωμεν τὸν κύλινδρον ἐλεύθερον, οὗτος, λόγῳ τῆς ἀνώσεως, ἀνέρχεται καὶ ἐπιπλέει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου. Ἐὰν ὅμως βυθίσωμεν τὸν κύλινδρον αὐτὸν μέχρι τοῦ πυθμένος, εἰς τρόπον ὥστε ἡ κάτω βάσις του νὰ ἐφάπτεται ἐντελῶς τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου, χωρὶς οὕτω νὰ παρεμβάλλεται μεταξὺ ὑδράργυρος, καὶ ἀφήσωμεν αὐτὸν ἐλεύθερον, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ὁ κύλινδρος δὲν ἀνέρχεται.

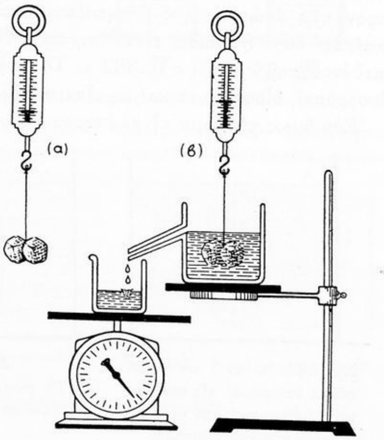
194. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους. Αὕτη γίνεται διὰ τοῦ ζυγοῦ (ὑδροστατικοῦ ζυγοῦ). Πρὸς τοῦτο ἐξαρτῶμεν διὰ νήματος σῶμα ἀπὸ τοῦ πρὸς τὰ ἀριστερὰ δίσκου τοῦ ζυγοῦ καὶ ἰσορροποῦμεν τὸν ζυγὸν διὰ σταθμῶν τιθεμένων ἐπὶ τοῦ ἑτέρου τῶν δίσκων. Ἀκολούθως τοποθετοῦμεν κάτωθεν τοῦ ἐξηρτημένου σώματος δοχεῖον πλῆρες ὕδατος καὶ φροντίζομεν, ὥστε τὸ σῶμα νὰ βυθίζεται τελείως ἐντὸς αὐτοῦ. Ἀμέσως παρατηροῦμεν ὅτι ὁ ζυγὸς κλίνει πρὸς τὸ μέρος τῶν σταθμῶν καί, ἑπομένως, συνάγομεν ὅτι τὸ σῶμα ὑπέστη ἄνωσιν (σχ. 379). Ἐὰν συλλέξωμεν εἰς δοχεῖον τὸ ἐκτοπισθὲν ὕδωρ, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅταν



Σχ. 379. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους.

θέσωμεν τὸ συλλεγὲν ὕδωρ ἐπὶ τοῦ πρὸς τὰ ἀριστερὰ δίσκου τοῦ ζυγοῦ καὶ φροντίσωμεν, πρὸς ἀντιστάθμισιν, νὰ θέσωμεν ἕτερον ὅμοιον κενὸν δοχεῖον ἐπὶ τοῦ πρὸς τὰ δεξιὰ δίσκου τοῦ ζυγοῦ, ἡ ἰσορροπία ἀποκαθίσταται ἐκ νέου. Ἐκ τούτου προκύπτει ὅτι τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπισθέντος ὑγροῦ παρέχει τὴν ἄνωσιν.

Ἄλλη διάταξις χρησιμεύουσα διὰ τὸν αὐτὸν σκοπὸν εἶναι ἡ ἀκόλουθος. Ἀπὸ ζυγοῦ δι' ἐλατηρίου ἐξαρτῶμεν διὰ νήματος σῶμα, π.χ. λίθον, καὶ εὑρίσκομεν τὸ βάρος αὐτοῦ εἰς τὸν ἀέρα (σχ. 380,α). Ἀκολούθως ἐπὶ βάσεως (σχ. 380,β) τοποθετοῦμεν δοχεῖον φέρον πλαγίως σωλῆνα ἐκροῆς καὶ ἐπὶ τοῦ δίσκου ἑτέρου δυναμομετρικοῦ ζυγοῦ τοποθετοῦμεν ἕτερον δοχεῖον. Ἐντὸς τοῦ πρώτου δοχείου τοποθετοῦμεν ὕδωρ, μέχρις ὅτου ἡ στάθμη αὐτοῦ φθάσῃ τὸ ὕψος τοῦ σωλῆνος ἐκροῆς, καὶ βυθίζομεν τὸ σῶμα ἐντὸς τοῦ ὕδατος.

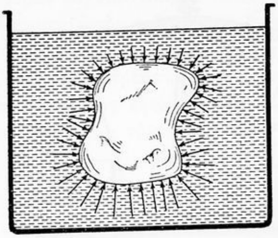


Σχ. 380. α) Ζύγισις τοῦ λίθου εἰς τὸν ἀέρα. β) Ἡ ἀπώλεια βάρους τοῦ λίθου ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπισθέντος ὑγροῦ.

Ὁ ζυγὸς μὲ ἐλατήριον δεικνύει ὅτι τὸ σῶμα ἔχασεν ἐκ τοῦ βάρους του. Ἐπειδὴ ὅμως τὸ ἐκτοπιζόμενον ὕδωρ ἐκρέει διὰ τοῦ σωλῆνος ἐκροῆς πρὸς τὸ κάτωθι αὐτοῦ δοχεῖον, τὸ εὑρισκόμενον ἐπὶ τοῦ δυναμομετρικοῦ ζυγοῦ, δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὸ βάρος του, τὸ ὁποῖον εὑρίσκομεν ἴσον πρὸς τὸ βάρος τὸ ὁποῖον ἔχασε τὸ σῶμα.

Θεωρητικὴ ἀπόδειξις. Θεωρητικῶς, ἡ πρότασις αὕτη δύναται νὰ ἀποδειχθῇ διὰ τοῦ ἀκολούθου συλλογισμοῦ :

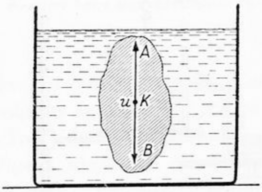
Ἔστω ὑγρὸν εὑρισκόμενον ἐν ἰσορροπίᾳ. Διὰ τῆς φαντασίας δυνάμεθα νὰ ἀποχωρίσωμεν ἐκ τῆς μάζης αὐτοῦ τούτου τοῦ ὑγροῦ ὡρισμένον ὄγκον (σχ. 381). Ὁ ὄγκος αὐτὸς ὑφίσταται ἐκ μέρους τοῦ ὑπολοίπου ὑγροῦ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι εἶναι κάθετοι ἐπὶ τῆς ἐξωτερικῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ, ἐφ' ὅσον δὲ τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, ἕπεται ὅτι ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων, τῶν ὀφειλομένων εἰς τὴν ὑδροστατικὴν πίεσιν, θὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος τοῦ διὰ τῆς φαντασίας ἀποχωρισθέντος ὄγκου ὑγροῦ, διότι ἄλλως οὗτος δὲν θὰ ἠδύνατο νὰ ἰσορροπῇ. Ἐὰν ἤδη φαντασθῶμεν ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ ἀποχωρισθέντος ὑγροῦ στερεοποιεῖται, χωρὶς νὰ ἐπέλθῃ οὐδεμία ἄλλη μεταβολή, εἶναι φανερὸν ὅτι ἡ διανομὴ τῶν δυνάμεων δὲν θὰ μεταβληθῇ καί, ἑπομένως, οὔτε ἡ συνισταμένη αὐτῶν (ἡ ἄνωσις). Ἐκ τούτου συνάγομεν ὅτι ἡ ἄνωσις θὰ εἶναι πάλιν ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἀποχωρισθέντος ὄγκου ρευστοῦ.



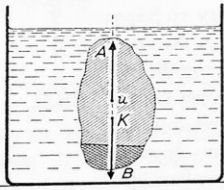
Σχ. 381.

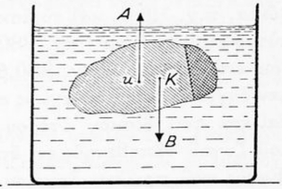
195. Ἰσορροπία στερεοῦ σώματος βυθισμένου ἐντὸς ὑγροῦ. Ἐὰν τὸ σῶμα εἶναι ὁμοιογενὲς καὶ εἶναι βυθισμένον τελείως ἐντὸς τοῦ ὕδατος, τὸ κέντρον τῆς ἀνώσεως (κ) συμπίπτει πρὸς τὸ κέντρον βάρους (Κ) τοῦ σώματος καί, ἐφ' ὅσον ἡ ἄνωσις εἶναι ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ σώματος, τότε τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ (σχ. 382). Τὸ σῶμα εὑρίσκεται εἰς ἀδιάφορον ἰσορροπίαν, διότι ἰσορροπεῖ, οἱοσδήποτε καὶ ἂν εἶναι ὁ προσανατολισμὸς τοῦ σώματος ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ.

Ἐὰν ὅμως τὸ σῶμα εἶναι ἑτερογενὲς καὶ τὸ βάρος αὐτοῦ εἶναι ἴσον πρὸς τὴν ἄνωσιν, τότε τὸ κέντρον ἀνώσεως δὲν συμπίπτει πρὸς τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος (σχ. 383). Τὸ σῶμα τότε ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ ἰσορροπεῖ, μόνον ὅταν τὸ κέντρον τῆς ἀνώσεως (κ) εὑρίσκεται ἄνωθεν τοῦ κέντρου βάρους του (Κ) καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου, μάλιστα δὲ εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην εὑρίσκεται εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν. Πράγματι, ἐὰν ἐκτοπίσωμεν τὸ σῶμα ἀπὸ τῆς ἰσορροπίας του καὶ φέρωμεν τοῦτο εἰς τὴν θέσιν τοῦ σχήματος 384, τότε παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἄνωσις καὶ τὸ κέντρον βάρους σχηματίζουν ζεῦγος δυνάμεων, τὸ ὁποῖον τείνει νὰ ἐπαναφέρῃ τὸ σῶμα εἰς τὴν κατάστασιν εὐσταθοῦς ἰσορροπίας.



Σχ. 382. Ὅταν A = B, τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ εἰς οἱονδήποτε βάθος καὶ ὑπὸ οἱονδήποτε προσανατολισμόν.





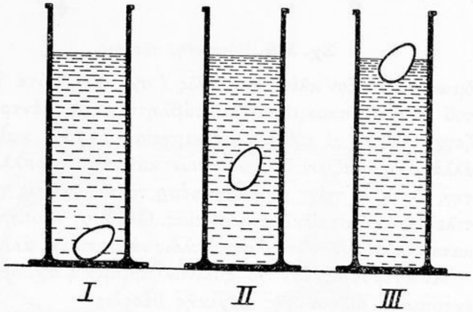
Σχ. 383. Σχ. 384.
Τὸ σῶμα (σχ. 383) εὑρίσκεται εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, διότι κατὰ τὴν μετατόπισίν του (σχ. 384) ἐμφανίζεται ζεῦγος δυνάμεων ἐπαναφορᾶς.

Διὰ τὸν λόγον τοῦτον τὰ σκάφανδρα ἑρματίζονται, ἐνῷ εἰς τὰ πλοῖα τὰ βαρύτερα ἀντικείμενα, ὡς π.χ. αἱ μηχαναί, καθὼς καὶ τὸ ἕρμα εἰς τὰ ὑποβρύχια, τοποθετοῦνται εἰς ὅσον τὸ δυνατὸν χαμηλότερον σημεῖον, ὑποβιβαζομένου οὕτω καὶ τοῦ κέντρου τοῦ βάρους των.

***196. Διάφοροι περιπτώσεις ἀνώσεως.** Προκειμένου περὶ τῆς ἀνώσεως, διακρίνομεν τρεῖς περιπτώσεις. Οὕτω, ἐὰν καλέσωμεν Β τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ Α τὴν ἄνωσιν, θὰ ἔχωμεν: 1) $B > A$, τὸ σῶμα βυθίζεται. 2) $B = A$, τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ. 3) $B < A$, τὸ σῶμα βυθιζόμενον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ καὶ ἀφιέμενον ἐλεύθερον ἐπανέρχεται καὶ ἐπιπλέει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, βυθιζόμενον μόνον ἐν μέρει, εἰς τρόπον ὥστε τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος τοῦ σώματος.

Σχ. 385. Κολυμβητὴς τοῦ Καρτεσίου.

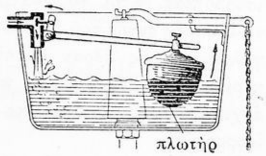
Τὰς τρεῖς ταύτας περιπτώσεις δεικνύομεν διὰ τοῦ κλασσικοῦ πειράματος τοῦ **κολυμβητοῦ τοῦ Καρτεσίου** (σχ. 385). Διὰ ρυθμίσεως τῆς πιέσεως, τὴν ὁποίαν ἐπιφέρομεν διὰ τῆς χειρός μας ἐπὶ τῆς μεμβράνης, ἀφήνομεν νὰ εἰσέρχεται μεγάλη ἢ μικρὰ ποσότης ὕδατος ἐντὸς τοῦ εἰς σχῆμα ἀνθρωπαρίου πλωτῆρος Ο καὶ μεταβάλλομεν οὕτω τὸ βάρος αὐτοῦ, ἐνῷ ἡ ἄνωσις παραμένει ἀμετάβλητος.



Σχ. 386. Αἱ τρεῖς περιπτώσεις ἀνώσεως.

Ἐπίσης ᾠὸν βυθίζεται εἰς ὕδωρ καθαρόν, ἐνῷ ἰσορροπεῖ ἐντὸς καταλλήλου διαλύματος μαγειρικοῦ ἅλατος καὶ ἐπιπλέει ἐντὸς κεκορεσμένου διαλύματος μαγειρικοῦ ἅλατος (σχ. 386). Διὰ τὸ πείραμα τοῦτο ἀπαιτεῖται ἡ χρησιμοποίησις νωποῦ ᾠοῦ, διότι ᾠὸν παλαιόν, τοῦ ὁποίου ὁ θύλακος ἀέρος ἔχει μεγεθυνθῆ, δύναται νὰ ἐπιπλέῃ εἰς τὴν ἐπιφάνειαν καὶ τοῦ καθαροῦ ὕδατος.

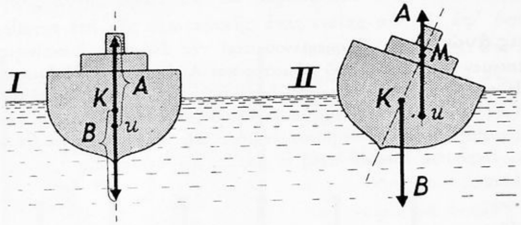
Ἐφαρμογὰς τῶν ἀνωτέρω συναντῶμεν εἰς τὰ ὑποβρύχια, τὰς πλωτὰς δεξαμενὰς (βλέπε κατωτέρω), εἰς τὰ πλοῖα, εἰς τοὺς ἀσφαλιστικοὺς πλωτῆρας (φλοτὲρ) κλπ. Ἡ παροχὴ τοῦ ὕδατος ρυθμίζεται ὑπὸ τοῦ πλωτῆρος εἰς τὴν ὑδαταποθήκην τοῦ σχήματος 387. Οὕτω, ὅταν ἡ δεξαμενὴ πληρωθῇ, ὁ πλωτὴρ ἀνυψοῦται λόγῳ τῆς ἀνώσεως καὶ κλείει τὴν βαλβῖδα εἰσροῆς τοῦ ὕδατος.



Σχ. 387. Ἀσφαλιστικὸς πλωτήρ.

197. Ἰσορροπία ἐπιπλεόντων σωμάτων. Ἐπὶ ἐπιπλέοντος σώματος ἐπενεργοῦν δύο δυνάμεις, ἤτοι τὸ βάρος Β τοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ δύναμιν κατακορύφως διευθυνομένην πρὸς τὰ κάτω καὶ ἐφηρμοσμένην εἰς τὸ κέντρον βάρους Κ αὐτοῦ, καὶ ἡ ἄνωσις Α, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ δύναμιν διευθυνομένην κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω, ἴσην πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ καὶ ἐφηρμοσμένην εἰς τὸ κέντρον ἀνώσεως κ, τὸ ὁποῖον συμπίπτει πρὸς τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ. Αἱ δύο δυνάμεις — βάρος καὶ ἄνωσις — ἔχουν τὴν αὐτὴν ἀριθμητικὴν τιμήν, ἀλλὰ εἶναι ἀντιθέτου φορᾶς, διότι τὸ βάρος διευθύνεται κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω καὶ ἡ ἄνωσις κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω.

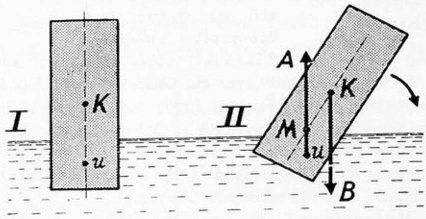
Ἐφ' ὅσον αἱ εὐθεῖαι ἐπενεργείας τοῦ βάρους καὶ τῆς ἀνώσεως κεῖνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ. Οὕτω τὸ ἐπιπλέον πλοῖον (σχ. 388, I) ἰσορροπεῖ, διότι αἱ εὐθεῖαι ἐπενεργείας βάρους καὶ ἀνώσεως κεῖνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, εἰκονιζομένης δι' ἐστιγμένης γραμμῆς, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ ἄξονα συμμετρίας τοῦ πλοίου. Ἐὰν



Σχ. 388. Εὐσταθὴς πλεῦσις.

ὅμως τὸ πλοῖον κλίνῃ ἐλαφρῶς (σχ. II), τότε ἡ μὲν θέσις τοῦ κέντρου βάρους K τοῦ πλοίου παραμένει ἀμετάβλητος, τὸ κέντρον ὅμως ἀνώσεως (κ) μετατοπίζεται. Οὕτω αἱ εὐθεῖαι ἐπενεργείας βάρους καὶ ἀνώσεως δὲν κεῖνται ἐπ' εὐθείας, ἀλλὰ σχηματίζουν ζεῦγος ἴσων καὶ ἀντιπαραλλήλων δυνάμεων, ἔχον ροπὴν τοιαύτην, ὥστε νὰ τείνῃ νὰ ἐπαναφέρῃ τὸ πλοῖον εἰς τὴν ἀρχικήν του θέσιν, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ θέσιν εὐσταθοῦς ἰσορροπίας. Οὕτω οἱ ναυπηγοὶ κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν πλοίου δὲν κατασκευάζουν τοῦτο ὥστε ἁπλῶς νὰ ἐπιπλέῃ, ἀλλὰ καὶ ἡ θέσις αὕτη νὰ εἶναι εὐσταθής.

Ἀντιστρόφως, ἐὰν τὸ ξύλινον πρῖσμα (σχ. 389, I), τὸ ὁποῖον ἀρχικῶς ἐπιπλέει, ἐκτοπισθῇ ὀλίγον τῆς ἀρχικῆς θέσεως ἰσορροπίας αὐτοῦ, τότε γεννᾶται πάλιν ζεῦγος, τὸ ὁποῖον ὅμως ἀπομακρύνει τὸ πρῖσμα τῆς ἀρχικῆς θέσεως ἰσορροπίας, ἤτοι τὸ ἀνατρέπει, ὥστε νὰ ἐπιπλέῃ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ μὲ τὴν μεγάλου μήκους ἕδραν αὐτοῦ. Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ξυλίνου πρίσματος ἡ ἀρχικὴ θέσις εἶναι θέσις **ἀσταθοῦς** ἰσορροπίας.

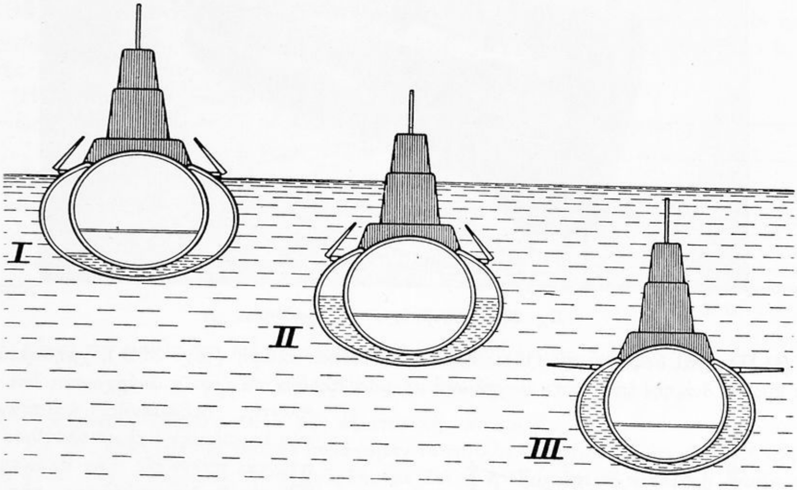


Σχ. 389. Ἀσταθὴς πλεῦσις.

Διὰ νὰ εὑρίσκεται ἐπιπλέον σῶμα εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, τοῦτο ἐξαρτᾶται ἐξ ὡρισμένου σημείου τὸ ὁποῖον καλεῖται **μετάκεντρον** (M) καὶ ἔχει σταθερὰν θέσιν ἐπὶ τοῦ σώματος. Τοῦτο παρουσιάζει τὴν ἰδιότητα, ὥστε ἡ ἄνωσις νὰ ἐπενεργῇ μέσῳ αὐτοῦ τόσον εἰς τὴν κανονικὴν θέσιν, ὅσον καὶ εἰς τὴν κεκλιμένην. Οὕτω εἰς τὴν θέσιν (I) ἡ ἄνωσις A ἐπενεργεῖ κατὰ τὴν ἐστιγμένην γραμμήν, ἐνῷ εἰς τὴν θέσιν (II) κατὰ τὸ κατακόρυφον βέλος A, τὸ ὁποῖον τέμνει τὸν ἄξονα συμμετρίας εἰς τὸ σημεῖον M, δηλ. εἰς τὸ μετάκεντρον.

Σῶμα ἐπιπλέον εὑρίσκεται εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, ὅταν τὸ μετάκεντρον M κεῖται ἄνωθεν τοῦ κέντρου βάρους K (σχ. 388, II), καὶ εἰς ἀσταθῆ, ὅταν εὑρίσκεται κάτωθεν αὐτοῦ (σχ. 389, II). Ἡ ἀπόστασις MK καλεῖται μετακεντρικὸν ὕψος· ἐὰν τοῦτο εἶναι μέγα, τὸ πλοῖον εἶναι πολὺ εὐσταθές.

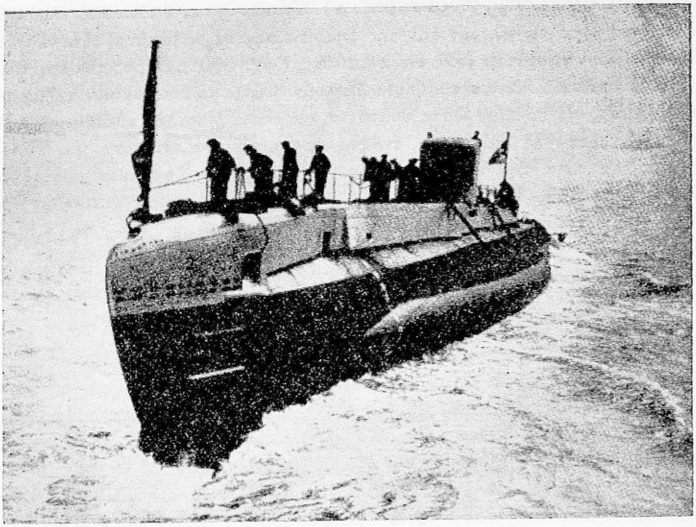
198. Ἐφαρμογαὶ τῆς ἀνώσεως. α) Ὑποβρύχια. Ταῦτα ἀποτελοῦν πλοῖα, τὰ ὁποῖα δύνανται εἴτε νὰ πλέουν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης, εἴτε νὰ καταδύωνται καὶ νὰ πλέουν ὑπὸ τὴν ἐπιφάνειαν αὐτῆς (σχ. 390). Πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον τὸ σκάφος τοῦ πλοίου κατασκευάζεται διπλοῦν. Οὕτω τὸ ἐξωτερικὸν σχῆμα τοῦ σκάφους ρυθμίζεται, εἰς τρόπον ὥστε τοῦτο νὰ παρουσιάζῃ καλὴν εὐστάθειαν, ὅταν πλέῃ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης, ἐπίσης δὲ κατασκευάζεται ἰσχυρότερον, ὥστε νὰ ἀντέχῃ εἰς τὴν πίεσιν, τὴν ὁποίαν ὑποφέρει ἐν καταδύσει. Τὸ διάκενον μεταξὺ τῶν δύο σκαφῶν χωρίζεται εἰς διαμερίσματα, εἴς τινα τῶν ὁποίων εἰσάγεται ὕδωρ θαλάσσιον



Σχ. 390. Ὑποβρύχιον. I, θέσις πλεύσεως, μικρὰ ποσότης ὕδατος ὡς ἕρμα. II, ἡ ποσότης τοῦ ὕδατος αὐξάνει καὶ τὸ ὑποβρύχιον βυθίζεται. III, τὸ ὑποβρύχιον μετεωρίζεται καὶ ἡ περαιτέρω κίνησίς του ἐλέγχεται διὰ τῶν πτερυγίων.

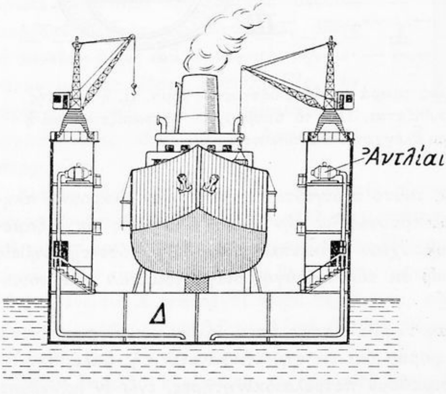
πρὸς κατάδυσιν τοῦ ὑποβρυχίου. Πρὸς τοῦτο ἀνοίγονται ἀφ᾽ ἑνὸς μὲν οἱ κρουνοὶ πληρώσεως, ἀφ᾽ ἑτέρου δὲ οἱ ἐξαεριστικοὶ κρουνοὶ διὰ τὴν ἔξοδον τοῦ ἐντὸς τῆς δεξαμενῆς εὑρισκομένου ἀέρος. Ὅταν τὸ ὑποβρύχιον πρόκειται νὰ ἀναδυθῇ, τότε τῇ βοηθείᾳ πεπιεσμένου ἀέρος ἐκδιώκεται τὸ ὕδωρ ἐκ τῶν ἐν λόγῳ διαμερισμάτων καὶ τοιουτοτρόπως ἀναδύεται.

Ἡ κίνησις, τόσον εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης, ὅσον καὶ ἐν καταδύσει, γίνεται διὰ τῶν αὐτῶν μηχανῶν, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης ὡς κινητήριος μηχανὴ τῶν ἑλίκων χρησιμεύουν πετρελαιοκινητῆρες, ἐνῷ ἐν καταδύσει χρησιμοποιοῦνται ἠλεκτροκινητῆρες κινούμενοι διὰ τοῦ ρεύματος συσσωρευτῶν, οἱ ὁποῖοι φορτίζονται καθ᾽ ὃν χρόνον τὸ ὑποβρύχιον πλέει εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης.

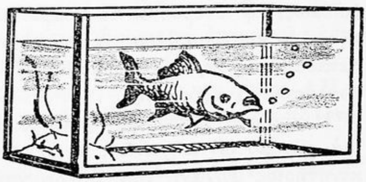


Σχ. 391. Ὑποβρύχιον ἐν ἀναδύσει.

β) Πλωταὶ δεξαμεναί. Οὕτω καλοῦνται εἰδικὰ σκάφη (σχ. 392), χρησιμεύοντα κυρίως διὰ τὴν ἐπισκευὴν μεγάλων ἢ μικρῶν πλοίων, τὰ ὁποῖα ἀνέρχονται ἐπὶ τῆς πλωτῆς δεξαμενῆς, ὑφίστανται τὴν ἐπισκευὴν καὶ ἀκολούθως ρίπτονται πάλιν εἰς τὴν θάλασσαν. Ὅταν τὰ διαμερίσματα τῆς δεξαμενῆς εἶναι πλήρη ὕδατος, αὕτη βυθίζεται μέχρις ὡρισμένου βάθους. Ὅταν τὸ πλοῖον εἰσχωρήσῃ ἐντὸς τῆς δεξαμενῆς, ἐκκενώνουν



Σχ. 392. Πλωτὴ δεξαμενή. Τὸ σκάφος εὑρίσκεται ἤδη ἄνωθεν τῆς θαλάσσης.



Σχ. 393. Ἰχθὺς μετεωριζόμενος.

τὸ ὕδωρ ἀπὸ τὰ διαμερίσματα δι' ἀντλιῶν, μέχρις ὅτου ἡ δεξαμενὴ ἀνέλθῃ, ὁπότε τὸ πλοῖον εὑρίσκεται καθ' ὁλοκληρίαν ἔξω τῆς θαλάσσης. Εἰς τὴν θέσιν ταύτην ἡ δεξαμενὴ ἐκτοπίζει τόσον ὕδωρ, ὥστε τὸ βάρος αὐτοῦ νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος: δεξαμενὴ + πλοῖον.

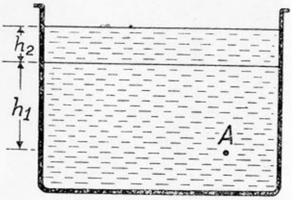
γ) Ὅταν οἱ ἰχθύες μετεωρίζονται ἐντὸς τοῦ ὕδατος (σχ. 393), ἡ μέση πυκνότης αὐτῶν εἶναι ἴση πρὸς τὴν τοῦ ὕδατος.

Τοῦτο ρυθμίζεται ὑπὸ τῶν ἰχθύων δι' εἰδικῆς κύστεως (νηκτικὴ κύστις), τῆς ὁποίας ὁ ὄγκος αὐξομειοῦται καὶ οὕτω ρυθμίζεται ἡ μέση πυκνότης τοῦ ἰχθύος ὡς πρὸς τὸ περιβάλλον αὐτὸν ὕδωρ.

199. Μετάδοσις τῶν πιέσεων. Θεωρήσωμεν ὑγρὸν εὑρισκόμενον ἐν ἠρεμίᾳ ἐντὸς δοχείου καὶ ἔστω τυχὸν σημεῖον αὐτοῦ Α εὑρισκόμενον εἰς ἀπόστασιν h_1 ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας αὐτοῦ (σχ. 394).

Ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις τοῦ σημείου Α εἶναι, ὡς γνωστόν, ἴση πρός:

$$p_1 = \varepsilon \cdot h_1$$



Σχ. 394.

Ἐὰν ἤδη προσθέσωμεν ἐντὸς τοῦ δοχείου καὶ νέαν ποσότητα ὑγροῦ, ὥστε ἡ ἐλευθέρα στάθμη αὐτοῦ νὰ ἀνέλθῃ κατὰ h_2, ἡ πίεσις ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς ἀρχικῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ θὰ εἶναι ἴση πρός:

$$p_2 = \varepsilon \cdot h_2$$

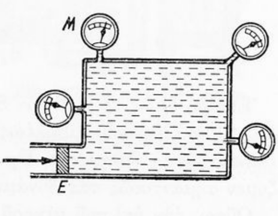
Εἶναι προφανὲς ὅτι εἰς τὸ σημεῖον Α ἡ πίεσις θὰ εἶναι ἤδη ἴση πρός:

$$p_{ολ} = \varepsilon (h_1 + h_2) = \varepsilon \cdot h_1 + \varepsilon \cdot h_2 = p_1 + p_2$$

ἤτοι ἡ πίεσις ηὐξήθη κατὰ τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν p_2.

Ἐκ τοῦ ἐξαγομένου τούτου συνάγομεν τὸ γενικὸν συμπέρασμα ὅτι, ἀφοῦ τὸ σημεῖον Α εἶναι τυχὸν σημεῖον τοῦ ὑγροῦ, ἕπεται ὅτι **« ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ ἠρεμοῦντος ὑγροῦ μεταδίδεται εἰς κάθε σημεῖον ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ ».**

200. Ὑδροστατικὴ ἀρχὴ τοῦ Pascal (Πασκάλ). Πίεσις προερχομένη ἀπὸ ἔμβολον. Θεωρήσωμεν ἐντὸς δοχείου ὑγρόν, π.χ. ὕδωρ. Ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου καὶ εἰς διαφόρους θέσεις ὑπάρχουν μανόμετρα, ἐνῷ εἰς ἄλλην θέσιν ὑπάρχει ἐμβολεὺς (σχ. 395). Ἐὰν διὰ τοῦ ἐμβολέως ἐξασκήσωμεν πίεσιν ἐπὶ τοῦ ὕδατος, παρατηροῦμεν ὅτι ὅλα τὰ μανόμετρα δεικνύουν τὴν ἰδίαν ἔνδειξιν.



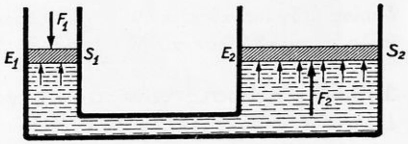
Σχ. 395. Ἡ πίεσις εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ τῆς πιεζομένης ἐπιφανείας.

Ἡ **ἀρχὴ τοῦ Pascal** καθορίζει τὸν τρόπον τῆς μεταδόσεως πιέσεως ἐντὸς ὑγροῦ, τὸ ὁποῖον ὑποτίθεται ὡς μὴ ὑποκείμενον εἰς τὴν ἐπενέργειαν τῆς βαρύτητος, καὶ διατυποῦται ὡς ἑξῆς:

« Ἐὰν εἴς τι σημεῖον ὑγροῦ, ἐν ἰσορροπίᾳ εὑρισκομένου καὶ μὴ ὑποκειμένου εἰς τὴν ἐπίδρασιν τῆς βαρύτητος, ἐπιφέρωμεν ὡρισμένην πίεσιν, αὕτη μεταβιβάζεται δι' ὅλης τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ ἐξ ὁλοκλήρου καὶ ἀμετάβλητος καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις ».

Εἰς τὸ σχῆμα 396 παριστᾶται δοχεῖον πλῆρες μὲ ὑγρόν, τὸ ὁποῖον εἰς δύο

BLAISE PASCAL (1623 - 1662)
Γάλλος Φιλόσοφος καὶ Μαθηματικός. Ἐδημοσίευσεν ἔργα ἀναφερόμενα εἰς τὴν Γεωμετρίαν, Ὑδροστατικήν, ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς μεταδόσεως τῆς πιέσεως ἐντὸς τῶν ὑγρῶν.



Σχ. 396. Ἡ πίεσις μεταδίδεται ὁμοιομόρφως εἰς τὸ ὑγρόν.

περιοχάς του κλείεται ὑδατοστεγῶς δι' εὐκινήτων ἐμβολέων E_1 καὶ E_2, τῶν ὁποίων αἱ ἐπιφάνειαι ἔχουν ἐμβαδὸν ἀντιστοίχως S_1 καὶ S_2. Ἐὰν ἐπὶ τοῦ ἐμβολέως E_1 ἐξασκήσωμεν δύναμιν F_1, τότε ἡ πίεσις ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ θὰ εἶναι ἴση πρὸς $p = F_1/S_1$. Κατὰ τὴν ἀρχὴν τοῦ Pascal, ἡ πίεσις αὕτη μεταβιβάζεται μέσῳ τοῦ ὑγροῦ ἀμετάβλητος καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις, συνεπῶς καὶ εἰς τὴν κάτω ἐπιφάνειαν τοῦ ἐμβολέως E_2, καὶ εἶναι ἴση πρὸς p. Ἑπομένως ἡ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ τῆς κάτω ἐπιφανείας τοῦ ἐμβολέως ἐπιφανείας S_2 εἶναι $F_2 = p \cdot S_2$. Ἵνα ὁ ἐμβολεὺς οὗτος ἰσορροπῇ, πρέπει ἄνωθεν νὰ ἐπενεργῇ ἐπ' αὐτοῦ δύναμις ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν F_2. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω εὑρίσκομεν:

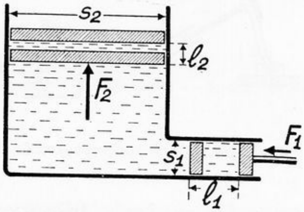
$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \qquad \text{ἤτοι :} \qquad F_2 = F_1 \cdot \frac{S_2}{S_1}$$

Ἐπειδὴ ὅμως τὸ ἐμβαδὸν S_2 τοῦ μεγάλου ἐμβολέως εἶναι μεγαλύτερον τοῦ ἐμβαδοῦ S_1 τοῦ μικροῦ ἐμβολέως, ἕπεται ὅτι ἡ δύναμις F_2 θὰ εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ἐπενεργούσης δυνάμεως F_1, ἑπομένως διὰ τῆς διατάξεως ταύτης πολλαπλασιάζομεν σημαντικῶς τὰς δυνάμεις τὰς ἐπενεργούσας ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβολέως.

Οὕτω, ἐὰν ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβολέως E_1 ἐφαρμόσωμεν δύναμιν $F_1 = 1$ kgr* καὶ ὁ λόγος τῶν ἐμβαδῶν τῶν ἐμβολέων εἶναι $S_2/S_1 = 100$, τότε ἡ δύναμις F_2 ἡ ἀναπτυσσομένη εἰς τὸν μεγάλον ἐμβολέα E_2 θὰ εἶναι ἴση πρὸς $F_2 = 100$ kgr*.

***Θεωρητικὴ ἀπόδειξις.** Θεωρήσωμεν ὑγρὸν εὑρισκόμενον ἐντὸς δοχείου, τὸ ὁποῖον εἰς δύο τυχούσας περιοχὰς αὐτοῦ κλείεται ὑδατοστεγῶς δι' εὐκινήτων καὶ ἄνευ βάρους ἐμβολέων, τῶν ὁποίων αἱ ἐπιφάνειαι ἔστωσαν S_1 καὶ S_2 (σχ. 397).

'Εὰν φαντασθῶμεν ὅτι ἐπὶ τοῦ ἑνὸς ἐμβολέως ἐπενεργεῖ δύναμις F_1, ὁμοιομόρφως κατανεμημένη ἐπὶ ὁλοκλήρου τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ, τότε οὗτος, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως ταύτης, μετατίθεται πρὸς τὰ ἔσω κατὰ μῆκος l_1, ὁ δὲ ἕτερος ἐμβολεὺς μετατοπίζεται πρὸς τὰ ἔξω κατὰ μῆκος l_2, εἰς τρόπον ὥστε νὰ εἶναι:



Σχ. 397. Διὰ τὴν θεωρητικὴν ἀπόδειξιν τῆς ἀρχῆς τοῦ Pascal.

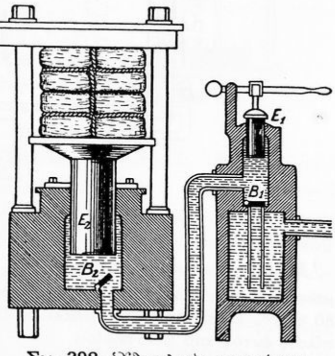
$$l_1 \cdot S_1 = l_2 \cdot S_2 \qquad (1)$$

δεδομένου ὅτι τὸ ὑγρὸν εἶναι ἀσυμπίεστον. Τὸ ὑπὸ τῆς δυνάμεως F_1 παραγόμενον ἔργον, κατὰ τὴν μετατόπισιν τοῦ ἐμβολέως, εἶναι $F_1 \cdot l_1 = p_1 \cdot S_1 \cdot l_1$, ὅπου ὑποτίθεται ὅτι $p_1 = F_1/S_1$ παριστᾷ τὴν πίεσιν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐμβολέως S_1. Συμφώνως ὅμως πρὸς τὸ ἀξίωμα τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ τῆς δυνάμεως F_1 κατὰ τὴν μετατόπισιν τοῦ ἐμβολέως S_1 δέον νὰ εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἔργον τῆς δυνάμεως F_2 κατὰ τὴν μετατόπισιν τοῦ ἑτέρου ἐμβολέως κατὰ τὸ διάστημα l_2, ἤτοι πρέπει νὰ εἶναι $F_2 \cdot l_2 = p_1 \cdot S_1 \cdot l_1$, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι ἡ μετατόπισις τοῦ ὑγροῦ λαμβάνει χώραν ἄνευ ἀπωλειῶν ἐνεργείας, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον συμβαίνει εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν, διότι ἔχομεν δεχθῆ τὸ ὑγρὸν ὡς τέλειον ρευστόν, ἤτοι ἀπηλλαγμένον τριβῆς. 'Επὶ τῇ βάσει ὅμως τῆς ἐξισώσεως (1) εὑρίσκομεν ὅτι εἶναι: $F_2 \cdot l_2 = p_1 \cdot S_2 \cdot l_2$, ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν $F_2 = p_1 \cdot S_2$ καί:

$$p_1 = \frac{F_2}{S_2} \qquad (2)$$

ἡ παράστασις ὅμως F_2/S_2 παριστᾷ τὴν πίεσιν p_2, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ τὸ ὑγρὸν ἐπὶ τοῦ ἐμβολέως S_2· ἑπομένως εὑρίσκομεν $p_1 = p_2$.

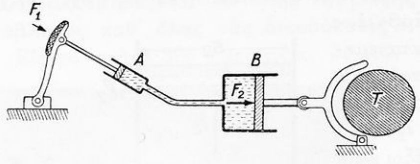
Τὰ ἀνωτέρω ἐκτεθέντα, τὰ ὁποῖα ἰσχύουν διὰ τὴν ἐπιφάνειαν τῶν ἐμβολέων S_1 καὶ S_2, οἵτινες ἀποτελοῦν τμήματα μεταθετὰ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, ἰσχύουν προφανῶς καὶ δι' οἱονδήποτε ἄλλο τμῆμα τῶν τοιχωμάτων αὐτοῦ, ἐφ' ὅσον ἡ ἐκλογὴ τῶν περιοχῶν S_1 καὶ S_2 ἐγένετο ὅλως αὐθαιρέτως.



Σχ. 398. 'Υδραυλικὸν πιεστήριον.

'Εφαρμογαί. 'Υδραυλικὸν πιεστήριον. 'Επὶ τῆς ἀρχῆς αὐτῆς στηρίζεται ἡ κατασκευὴ τοῦ **ὑδραυλικοῦ πιεστηρίου,** τομὴ τοῦ ὁποίου δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα

398. Ἐὰν ὁ λόγος τῶν μοχλοβραχιόνων εἶναι 5 : 1, τότε δύναμις π.χ. 10 kgr*, ἐφαρμοζομένη εἰς τὸ ἄκρον τοῦ μοχλοῦ, μεταβιβάζεται ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβολέως E_1 ὡς δύναμις 50 kgr*. Ἐὰν δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μεγάλου ἐμβολέως E_2 εἶναι 1000 φορὰς μεγαλυτέρα τῆς τοῦ μικροῦ, ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἀναπτύσσει τὸ πιεστήριον, εἶναι 50 000 kgr*.

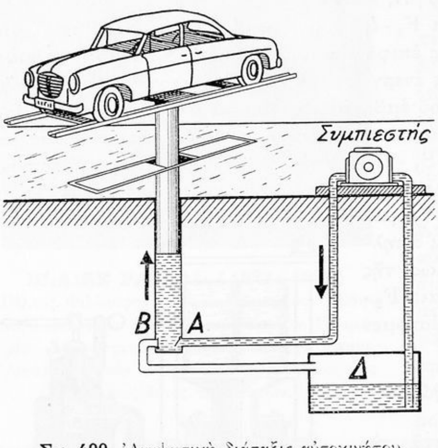


Σχ. 399. Ὑδραυλικὴ τροχοπέδη αὐτοκινήτου.

Τὸ ὑδραυλικὸν πιεστήριον χρησιμεύει διὰ τὴν συμπίεσιν σωμάτων τῶν ὁποίων θέλομεν νὰ περιορίσωμεν τὸν ὄγκον (π.χ. βάμβακος) ἢ οὐσιῶν ἀπὸ τὰς ὁποίας θέλομεν νὰ ἐκθλίψωμεν ὑγρὰ (π.χ. ἐλαίας) ἢ γενικῶς διὰ τὴν ἐξάσκησιν μεγάλων δυνάμεων (π.χ. εἰς ἐργοστάσια, βαρείας βιομηχανίας κλπ.).

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζονται καὶ αἱ ὑδραυλικαὶ τροχοπέδαι (φρένα) αὐτοκινήτου. Εἰς τὸ σχῆμα 399 ἡ δύναμις F_1, ἀσκουμένη μέσῳ τοῦ ἐμβόλου A μικρᾶς ἐπιφανείας, δημιουργεῖ ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου μεγάλης ἐπιφανείας B δύναμιν F_2, ἡ ὁποία μεταβιβάζεται εἰς τὴν πρὸς αὐτὰ συνεζευγμένην τροχοπέδην T.

Ὁμοίως τὸ σχῆμα 400 δεικνύει ὑδραυλικὸν πιεστήριον ἀνυψοῦν αὐτοκίνητον πρὸς ἐπιθεώρησιν καὶ λίπανσιν. Ἡ πίεσις ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ μέσῳ πεπιεσμένου ἀέρος.



Σχ. 400. Ἀνυψωτικὴ διάταξις αὐτοκινήτου.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Εἰς ὑδραυλικὸν πιεστήριον ὁ μέγας ἐμβολεὺς ἔχει διάμετρον 1 m καὶ ὁ μικρὸς 5 cm. Διὰ τοῦ πιεστηρίου θέλομεν νὰ ἀναπτύξωμεν δύναμιν 80 ton*. Πόση δύναμις πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβολέως. Πόση εἶναι ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ πιεστηρίου.

Λύσις. Ἐὰν καλέσωμεν F_1 τὴν δύναμιν τὴν ὁποίαν ἐξασκοῦμεν ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβολέως, S_1 τὸ ἐμβαδὸν τῆς τομῆς τοῦ μικροῦ ἐμβολέως, F_2 τὴν δύναμιν τὴν ὁποίαν λαμβάνομεν ἐπὶ τοῦ μεγάλου ἐμβολέως καὶ S_2 τὸ ἐμβαδὸν τῆς τομῆς τοῦ μεγάλου ἐμβολέως, τότε, ὡς γνωστόν, ἰσχύει ἡ σχέσις:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2} \qquad (1)$$

Ἐπειδὴ δὲ $S_1 = \frac{\pi \cdot \delta_1^2}{4}$ καὶ $S_2 = \frac{\pi \cdot \delta_2^2}{4}$, ἡ σχέσις (1) γράφεται:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\delta_1^2}{\delta_2^2} \qquad (2)$$

Λύομεν τὴν σχέσιν (2) ὡς πρὸς F_1 καὶ εὑρίσκομεν:

$$F_1 = F_2 \cdot \frac{\delta_1^2}{\delta_2^2} \qquad (3)$$

Θέτοντες εἰς τὴν σχέσιν (3) τὰ δεδομένα, ἤτοι: $F_2 = 80 \cdot 10^3$ kgr*, $\delta_1 = 5$ cm, $\delta_2 =$ 100 cm, εὑρίσκομεν:

$$\underline{F_1 = 200 \text{ kgr*}}$$

Ἐξ ἄλλου:

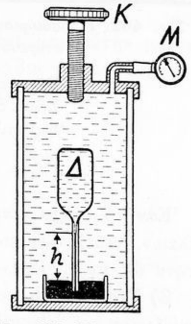
$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_1}{\pi \cdot \delta_1^2/4} \qquad (4)$$

ὁπότε δι' ἀντικαταστάσεως τῶν μεγεθῶν διὰ τῶν ἀντιστοίχων τιμῶν εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ζητουμένη πίεσις εἶναι:

$$\underline{p = 10{,}2 \text{ kgr*/cm}^2 = 10{,}2 \text{ at}}$$

***201. Συμπιεστότης τῶν ὑγρῶν.** Ἐὰν ἐγκλείσωμεν μᾶζαν ὕδατος εἰς κυλινδρικὸν δοχεῖον (σχ. 401) κλειόμενον ὑδατοστεγῶς, καλούμενον π ι ε σ ί μ ε τ ρ ο ν, ἐξασκήσωμεν δὲ διὰ τοῦ κοχλίου Κ ἰσχυρὰν πίεσιν μετρουμένην διὰ τοῦ μανομέτρου Μ, δεικνύεται ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ ὑγροῦ τοῦ ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ εὑρισκομένου ἐλαττοῦται, ἀλλ' ὄχι αἰσθητῶς.

Οὕτω τὸ δοχεῖον Δ πληροῦται διὰ τοῦ ὑπὸ ἐξέτασιν ὑγροῦ καὶ τίθεται ἀνεστραμμένον ἐντὸς λεκάνης ὑδραργύρου, τὸ ὅλον δὲ τοποθετεῖται ἐντὸς τοῦ παχυτοίχου ὑαλίνου κυλίνδρου. Ὁ ὄγκος τοῦ δοχείου Δ δὲν μεταβάλλεται, καθότι ἐξωτερικῶς καὶ ἐσωτερικῶς ὑφίσταται τὴν αὐτὴν πίεσιν. Ἡ ἐλάττωσις ἐξ ἄλλου τοῦ περιεχομένου ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ ὑγροῦ δεικνύεται ἀπὸ τὴν ἀνύψωσιν τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου κατά τι. Ὅπως δεικνύεται πειραματικῶς, τὰ στερεὰ σώματα παρουσιάζουν μικροτέραν συμπιεστότητα ἀπὸ τὰ ὑγρά, ἐνῷ τὰ ἀέρια εἶναι ἐξόχως συμπιεστά.



Σχ. 401. Πιεσίμετρον.

202. Μέτρησις τῆς πυκνότητος στερεῶν καὶ ὑγρῶν.

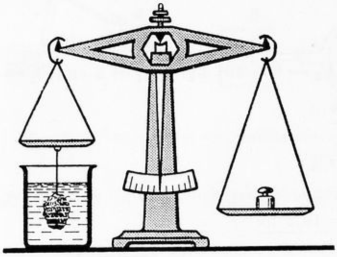
1. Ἐκ τῆς μάζης καὶ τοῦ ὄγκου. Διὰ νὰ μετρήσωμεν τὴν πυκνότητα σώματος ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ τύπου $\rho = m/V$, ἀρκεῖ νὰ προσδιορίσωμεν τὴν μᾶζαν καὶ τὸν ὄγκον τοῦ σώματος.

Ἡ μᾶζα τοῦ σώματος προσδιορίζεται διὰ ζυγίσεως. Προκειμένου περὶ **στερεοῦ** σώματος, ὁ ὄγκος αὐτοῦ, ἐφ' ὅσον τὸ σῶμα ἔχει ἁπλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα (κύβος, σφαῖρα, κύλινδρος, παραλληλεπίπεδον κλπ.), εὑρίσκεται διὰ μετρήσεως τῶν διαστάσεων αὐτοῦ καὶ ἐπὶ τῇ βάσει γνωστῶν τύπων τῆς Γεωμετρίας. Ἐὰν τὸ σῶμα ἔχῃ ἀκανόνιστον σχῆμα, προσδιορίζομεν τὸν ὄγκον αὐτοῦ μὲ τὴν βοήθειαν ὀγκομετρικοῦ κυλίνδρου (βλ. σχ. 11), ἐντὸς τοῦ ὁποίου θέτομεν ὑγρὸν γνωστῆς πυκνότητος καὶ ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον ὕδωρ, ὑπολογίζομεν δὲ τὸν ὄγκον δι' ἐκτοπίσεως τοῦ ὑγροῦ, ὡς ἐν § 17 ἐλέχθη.

Ἐὰν m' ἡ ἐκτοπιζομένη μᾶζα ὑγροῦ καὶ ρ' ἡ πυκνότης αὐτοῦ, τότε εἶναι:

$$V = \frac{m'}{\rho'}$$

Διὰ μετρήσεις ἀκριβείας πρέπει νὰ ἔχωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος δὲν εἶναι ἀκριβῶς $\rho' = 1$ gr/cm³, ἀλλ' αὕτη ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς θερμοκρασίας. Διὰ συνήθεις ὅμως μετρήσεις δεχόμεθα, ἀνεξαρτήτως τῆς θερμοκρασίας, διὰ τὸ ὕδωρ, ὅτι $\rho' = 1$ gr/cm³ καί, ἑπομένως, τόσον ἡ μᾶζα εἰς gr, ὅσον καὶ ὁ ὄγκος εἰς cm³, ἐκφράζονται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ. Τὸ ὕδωρ δέον νὰ εἶναι ἀπεσταγμένον καὶ ἄνευ φυσαλίδων.



Σχ. 402. Προσδιορισμὸς πυκνότητος στερεοῦ.

Προκειμένου περὶ **ὑγροῦ,** τὴν μὲν μᾶζαν αὐτοῦ εὑρίσκομεν διὰ ζυγίσεως, τὸν δὲ ὄγκον δι' ὀγκομετρικοῦ κυλίνδρου (βλ. σχ. 11). Τὸ πηλίκον τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ διὰ τοῦ ὄγκου αὐτοῦ μᾶς δίδει τὴν πυκνότητα.

2. Μέθοδος τῆς ἀνώσεως. α) Στερεά. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς πυκνότητος κάμνομεν τὰς ἀκολούθους ζυγίσεις διὰ τοῦ ὑδροστατικοῦ ζυγοῦ (σχ. 402) :

Σῶμα εἰς τὸν ἀέρα .... $= \alpha$ εἰς gr
Σῶμα ἐντὸς ὕδατος (πυκνότητος ρ') .... $= \beta$ εἰς gr
Ἐκτοπιζομένη μᾶζα ὕδατος .... $m' = (\alpha - \beta)$ εἰς gr

$$V = \frac{m'}{\rho'} \text{ εἰς cm}^3 \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{\alpha}{\alpha - \beta} \cdot \rho' \text{ εἰς gr/cm}^3$$

Ἐὰν τὸ σῶμα εἶναι διαλυτὸν εἰς τὸ ὕδωρ, χρησιμοποιοῦμεν ἄλλο ὑγρὸν (π.χ. ἔλαιον, τερεβινθέλαιον κλπ.) γνωστῆς πυκνότητος καὶ προσδιορίζομεν τὴν πυκνότητα ὡς προηγουμένως, ἀνάγομεν δὲ αὐτὴν ἀκολούθως ὡς πρὸς ὕδωρ.

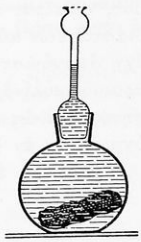
β) Ὑγρά. Ἡ πυκνότης ὑγροῦ καθορίζεται διὰ προσδιορισμοῦ τῆς μάζης καὶ τοῦ ὄγκου τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ διὰ **πλωτῆρος,** ἀποτελουμένου ἐκ στερεοῦ σώματος, συνήθως ἐξ ὑάλου, πυκνότητος μεγαλυτέρας ἀπὸ τὴν πυκνότητα τοῦ ὑγροῦ.

Πρὸς τοῦτο ἐκτελοῦμεν τὰς ἀκολούθους ζυγίσεις:

Πλωτὴρ εἰς τὸν ἀέρα .... $= \alpha$ εἰς gr
Πλωτὴρ εἰς τὸ ὕδωρ .... $= \beta$ εἰς gr
Πλωτὴρ εἰς τὸ ὑγρὸν .... $= \gamma$ εἰς gr
Ἐκτοπιζομένη μᾶζα ὕδατος .... $m' = (\alpha - \beta)$ εἰς gr
Ἐκτοπιζομένη μᾶζα ὑγροῦ................ $m = (\alpha - \gamma)$ εἰς gr

$$V = \frac{m'}{\rho'} \text{ εἰς cm}^3 \quad \rho = \frac{\alpha - \gamma}{\alpha - \beta} \cdot \rho' \text{ εἰς gr/cm}^3$$

3. Μέθοδος διὰ ληκύθου. Διὰ μεγαλυτέραν ἀκρίβειαν προσδιορισμοῦ τῆς πυκνότητος χρησιμεύει ἡ **λήκυθος,** συνηθεστέρα μορφὴ τῆς ὁποίας εἶναι ἡ εἰς τὸ σχῆμα 403 εἰκονιζομένη. Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ ὑάλινον δοχεῖον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου προσαρμόζεται ὑάλινον πῶμα, καταλῆγον εἰς λεπτὸν σωλῆνα φέροντα ἐπ' αὐτοῦ μίαν χαραγήν, μέχρι τῆς ὁποίας δέον νὰ πληροῦται πάντοτε ἡ λήκυθος.



Σχ. 403. Λήκυθος.

α) Στερεά. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς πυκνότητος στερεοῦ σώματος τεμαχίζομεν αὐτὸ εἰς μικρὰ μέρη ἢ τὸ κονιοποιοῦμεν, ὥστε νὰ διέρχεται διὰ τοῦ στομίου τῆς ληκύθου, κάμνομεν δὲ τὰς ἀκολούθους ζυγίσεις διὰ τοῦ ζυγοῦ.

Ζυγίζομεν τὸ σῶμα καὶ εὑρίσκομεν τὸ βάρος αὐτοῦ. Ἀκολούθως ζυγίζομεν τὴν λήκυθον πλήρη ἀπεσταγμένου ὕδατος μέχρι τῆς χαραγῆς, τοποθετοῦντες ἐπὶ τοῦ ἰδίου δίσκου τοῦ ζυγοῦ καὶ τὸ σῶμα. Κατόπιν θέτομεν τὸ σῶμα ἐντὸς τῆς λυκήθου καί, ἀφοῦ ἀφαιρέσωμεν τὸ πλεονάζον ὕδωρ μέχρις ὅτου ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια αὐτοῦ φθάσῃ πάλιν μέχρι τῆς χαραγῆς, ζυγίζομεν ἐκ νέου. Ὁ ὑπολογισμὸς γίνεται ὡς ἀκολούθως:

Σῶμα εἰς τὸν ἀέρα .... $= \alpha$ εἰς gr $=$ m
Λήκυθος μὲ ὕδωρ καὶ σῶμα εἰς τὸν ἀέρα ...... $= \beta$ εἰς gr
Λήκυθος μὲ ὕδωρ καὶ σῶμα ἐντὸς ληκύθου .... $= \gamma$ εἰς gr
Ἐκτοπιζομένη μᾶζα ὕδατος (πυκνότητος ρ′) ..m′ $= (\beta - \gamma)$ εἰς gr

$$V = \frac{m'}{\rho'} \text{ εἰς cm}^3 \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{\alpha}{\beta - \gamma} \cdot \rho' \text{ εἰς gr/cm}^3$$

β) Ὑγρά. Ζυγίζομεν τὴν λήκυθον κενήν. Ἀκολούθως πληροῦμεν αὐτὴν μέχρι τῆς χαραγῆς κατ' ἀρχὰς μὲ ἀπεσταγμένον ὕδωρ καὶ ἀκολούθως διὰ τοῦ ὑγροῦ, τοῦ ὁποίου ζητοῦμεν τὴν πυκνότητα. Ὁ ὑπολογισμὸς γίνεται ὡς ἀκολούθως:

Λήκυθος κενὴ .... $= \alpha$ εἰς gr
Λήκυθος μὲ ὑγρὸν .... $= \beta$ εἰς gr
Λήκυθος μὲ ὕδωρ (πυκνότητος ρ′) .... $= \gamma$ εἰς gr

$$m = (\beta - \alpha) \text{ εἰς gr}, \; V = \frac{\gamma - \alpha}{\rho'} \text{ εἰς cm}^3, \; \rho = \frac{\beta - \alpha}{\gamma - \alpha} \cdot \rho' \text{ εἰς gr/cm}^3$$

Παρατηρήσεις. 1.— Ἐφ' ὅσον ἡ πυκόντης ἐκφράζεται εἰς gr/cm³ καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος εἰς gr*/cm³, αἱ ἀριθμητικαὶ τιμαὶ τῶν δύο τούτων μεγεθῶν συμπίπτουν. Οὕτω ἡ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 13,6 gr/cm³, ἀλλὰ καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος του ἐκφράζεται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ.

2.— Σχετικὴ πυκνότης ἑνὸς σώματος καλεῖται τὸ πηλίκον τῆς μάζης τοῦ σώματος m διὰ τῆς μάζης m′ ἴσου ὄγκου ὕδατος ἀπεσταγμένου καὶ θερμοκρασίας 4 °C, ἤτοι:

$$\rho_{\sigma\chi} = \frac{m}{m'}$$

Σχετικὸν εἰδικὸν βάρος ἑνὸς σώματος καλεῖται τὸ πηλίκον τοῦ βάρους B τοῦ σώματος πρὸς τὸ βάρος β′ ἴσου ὄγκου ὕδατος ἀπεσταγμένου 4 °C, ἤτοι:

$$\varepsilon_{\sigma\chi} = \frac{B}{\beta'}$$

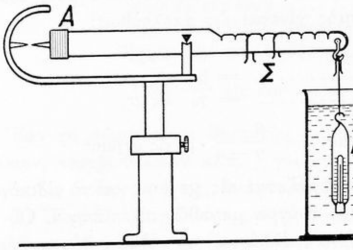
Ἡ σχετικὴ πυκνότης, ὡς ἐκ τοῦ ἄνω ὁρισμοῦ, ἐκφράζεται δι' ἑνὸς καθαροῦ ἀριθμοῦ, δηλ. ἄνευ διαστάσεων. Οὕτω ἡ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 13,6 gr/cm³, τοῦ δὲ ὕδατος 1 gr/cm³, ἄρα ἡ σχετικὴ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 13,6. Κατ' ἀνάλογον τρόπον προκύπτει ὅτι καὶ τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος ἐκφράζεται δι' ἑνὸς ἀριθμοῦ καὶ συνεπῶς ὁ αὐτὸς ἀκριβῶς ἀριθμὸς ἐκφράζει τὰ ἀνωτέρω μεγέθη διὰ τὸ αὐτὸ σῶμα, δηλ. καὶ τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 13,6.

Οἱ ὁρισμοὶ οὗτοι, οἵτινες ἐχρησιμοποιοῦντο εἰς παλαιοτέραν ἐποχὴν πρὸς καθορισμὸν τῆς πυκνότητος καὶ τοῦ εἰδικοῦ βάρους, τείνουν νὰ ἐγκαταλειφθοῦν σήμερον, διότι μᾶς φέρουν εἰς τὸ ἄτοπον συμπέρασμα, ὅτι πυκνότης καὶ εἰδικὸν βάρος ἀποτελοῦν μεγέθη ἄνευ διαστάσεων.

3. — Εἰς τὸ Κεφάλαιον τῆς Θερμότητος θὰ γνωρίσωμεν λεπτομερέστερον, ὅτι τὸ ὕδωρ εἰς τὴν θερμοκρασίαν 4 °C ἔχει τὴν μεγαλυτέραν αὐτοῦ πυκνότητα. Ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἰς τὴν θερμοκρασίαν ταύτην τῶν 4 °C λαμβάνεται ἴση πρὸς 1 gr/cm³.

4. — Ὅλαι αἱ ἀνωτέρω μέθοδοι δὲν παρέχουν τὴν ἀκριβῆ πυκνότητα, ἀλλὰ προσεγγίζουσαν τιμὴν αὐτῆς ἱκανοποιητικὴν διὰ τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογάς. Ἐκ τῆς οὕτως ὅμως ὁριζομένης πυκνότητος εἶναι δυνατόν, διὰ καταλλήλων διορθώσεων, νὰ εὕρωμεν τὴν ἀκριβῆ πυκνότητα.

***203. Ζυγὸς τοῦ Mohr (Μόρ).** Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους στηρίζεται ὁ προσδιορισμὸς τῆς πυκνότητος τῶν ὑγρῶν διὰ τοῦ **ζυγοῦ τοῦ Mohr.** Οὗτος ἀποτελεῖται ἐκ μοχλοῦ μὲ δύο βραχίονας, εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ ὁποίου τοποθετεῖται ὑάλινος πλωτὴρ Π, ὁ ὁποῖος ἀντισταθμίζεται εἰς τὸν ἀέρα δι' ἀντιβάρου Α, εὑρισκομένου εἰς τὸ ἕτερον ἄκρον τοῦ μοχλοῦ (σχ. 404).



Σχ. 404. Ζυγὸς Mohr. Ἀνάγνωσις: 1,35 gr/cm³.

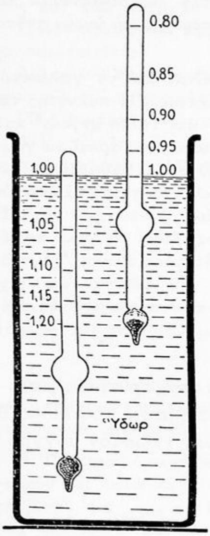
Ὁ ζυγὸς ἐφοδιάζεται διὰ σειρᾶς σταθμῶν Σ ὑπὸ μορφὴν ἱππέων. Τὸ βάρος τοῦ μεγαλυτέρου τῶν ἱππέων, τὸ ὁποῖον λαμβάνεται ὡς μονάς, ἐκλέγεται κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε, ὅταν οὗτος τίθεται εἰς τὸ ἄκρον τοῦ μοχλοῦ, ἀπὸ τοῦ ὁποίου εἶναι ἐξηρτημένος ὁ πλωτὴρ Π, ἰσορροπεῖ τὴν ἄνωσιν τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ὁ πλωτήρ, ὅταν οὗτος βυθίζεται ἐντὸς ὕδατος ἀπεσταγμένου καὶ θερμοκρασίας 4 °C. Ἐὰν ὁ πλωτὴρ βυθίζεται ἐντὸς ὑγροῦ ἀγνώστου πυκνότητος, τότε ἡ ἄνωσις αὐτοῦ ἰσορροπεῖται διὰ σταθμῶν τιθεμένων εἰς διαφόρους θέσεις, συγκειμένας συνήθως ἐκ 10 ἐγκοπῶν, ἐπὶ τοῦ βραχίονος, ἐκ τοῦ ὁποίου ἐξαρτᾶται ὁ πλωτήρ.

Ὁ ζυγὸς εἶναι ἐφωδιασμένος διὰ διαφόρων ἱππέων, τῶν ὁποίων τὰ βάρη εἶναι 1/10 καὶ 1/100 τοῦ βάρους τοῦ ἱππέως, ὁ ὁποῖος ἔχει ἐκλεγῆ ὡς μονὰς βάρους.

204. Πυκνόμετρα - Ἀραιόμετρα. Ὄργανα λίαν διαδεδομένα, τὰ ὁποῖα ἐπιτρέπουν τὸν ταχὺν καὶ σχετικῶς ἀκριβῆ προσδιορισμὸν τῆς πυκνότητος τῶν ὑγρῶν, εἶναι τὰ **πυκνόμετρα** καὶ **ἀραιόμετρα,** ὀνομασίαν τὴν ὁποίαν λαμβάνουν ἀναλόγως τῆς βαθμολογίας αὐτῶν, προκειμένου νὰ χρησιμοποιηθοῦν διὰ πυκνότητας μεγαλυτέρας ἢ μικροτέρας τῆς πυκνότητος τοῦ ὕδατος. Ταῦτα εἶναι ἐν γένει πλωτῆρες (σχ. 405), οἱ ὁποῖοι συνίστανται ἐκ κοίλου ὑαλίνου κυλινδρικοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον εἰς τὸ κάτω μέρος ἀπολήγει εἰς διόγκωσιν ἑρματισμένην καταλλήλως, συνήθως δι' ὑδραργύρου ἢ σφαιριδίων μολύβδου (σκάγια). Πρὸς τὰ ἄνω ἀπολήγουν εἰς στέλεχος, ἤτοι εἰς ἐπιμήκη μικρᾶς διαμέτρου σωλῆνα, ὁ ὁποῖος φέρει κλίμακα βαθμολογημένην συνήθως εἰς gr/cm³. Ἡ λειτουργία των στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους, κατὰ τὴν ὁποίαν εἰς τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας τὰ σώματα βυθίζονται ἐντὸς τῶν ὑγρῶν τόσον ὀλιγώτερον, ὅσον πυκνότερον εἶναι τὸ ὑγρόν. Ἡ βαθμολογία τῶν ὀργάνων γίνεται ἐπὶ τῇ βάσει προτύπων ὑγρῶν, τῶν ὁποίων ἡ πυκνότης εἶναι ἐκ τῶν προτέρων γνωστή.

Διὰ νὰ μετρήσωμεν τὴν πυκνότητα ὑγροῦ τινος διὰ τοῦ πυκνομέτρου, ἀρκεῖ νὰ βυθίσωμεν αὐτὸ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ καί, ὅταν ἰσορροπήσῃ, νὰ ἀναγνώσωμεν τὴν ἔνδειξιν ἐπὶ τῆς κλίμακος τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ. Οὕτω, συμφώνως πρὸς τὸν τρόπον βαθμολογίας, ἡ ἔνδειξις αὕτη παριστᾷ τὴν ζητουμένην πυκνότητα εἰς gr/cm^3.

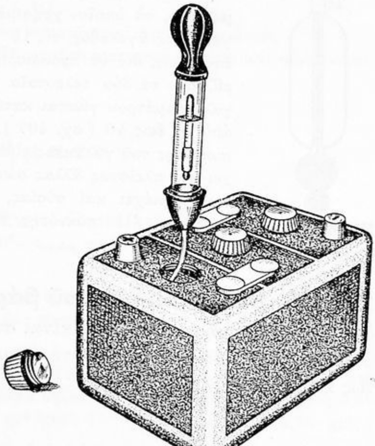
***205. Πρακτικαὶ κλίμακες.** Ἐκτὸς τῆς βαθμολογίας εἰς gr/cm^3, ὑπάρχουν καὶ ἄλλαι κλίμακες αὐθαιρέτου βαθμολογίας, αἱ ὁποῖαι ὅμως ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἐκτοπίζονται. Ἐκ τούτων λίαν ἐν χρήσει ἀκόμη εἰς τὴν πρᾶξιν εἶναι ἡ βαθμολογία πυκνομέτρων ἢ ἀραιομέτρων **Baumé** (Μπωμέ), κυρίως διὰ τὸν ἔλεγχον τῶν πυκνοτήτων τῶν ὑγρῶν τῶν χρησιμοποιουμένων εἰς τοὺς συσσωρευτὰς (σχ. 406), διαλυμάτων ἅλατος κλπ.



Σχ. 405. Πυκνόμετρον καὶ ἀραιόμετρον ἐντὸς ὕδατος.

Οὕτω, δι᾽ ὑγρὰ πυκνότερα τοῦ ὕδατος τὸ μηδὲν τῆς κλίμακος Baumé ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν πυκνότητα $1\ gr/cm^3$, οἱ δὲ ἄνω τοῦ μηδενὸς βαθμοὶ ἀντιστοιχοῦν εἰς πυκνότητας μεγαλυτέρας τοῦ $1\ gr/cm^3$.

Δι᾽ ὑγρὰ ἀραιότερα τοῦ ὕδατος, 10 βαθμοὶ Baumé ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν πυκνότητα $1\ gr/cm^3$, οἱ δὲ μεγαλύτεροι τῶν 10 βαθμῶν εἰς πυκνότητας μικροτέρας τοῦ $1\ gr/cm^3$. Ἡ σχέσις τῶν βαθμῶν Baumé πρὸς τὴν πυκνότητα παρέχεται ἀπὸ εἰδικοὺς πίνακας, ἢ δι᾽ ὑπολογισμοῦ, ὡς κατωτέρω:

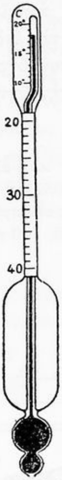


Σχ. 406. Πυκνόμετρον συσσωρευτῶν ἐντὸς σιφωνίου.

Ὑγρὰ ἐλαφρότερα τοῦ ὕδατος	Ὑγρὰ βαρύτερα τοῦ ὕδατος
$\text{πυκνότης} = \dfrac{140}{\text{βαθμοὶ Baumé} + 130}$	$\text{πυκνότης} = \dfrac{145}{145 - \text{βαθμοὶ Baumé}}$
$\text{βαθμοὶ Baumé} = \dfrac{140}{\text{πυκνότης}} - 130$	$\text{βαθμοὶ Baumé} = 145 - \dfrac{145}{\text{πυκνότης}}$

***206. Οἰνοπνευματόμετρον.** Τὸ ὄργανον τοῦτο εἶναι ὅμοιον πρὸς τὰ προηγούμενα — τύπου ἀραιομέτρου — καὶ δι᾽ αὐτοῦ προσδιορίζομεν δι᾽ ἀπ᾽ εὐθείας ἀναγνώσεως τὴν κατ᾽ ὄγκον περιεκτικότητα τῶν οἰνοπνευματούχων ὑγρῶν. Τὸ οἰνοπνευματόμετρον δίδει ἀκριβεῖς ἐνδείξεις μόνον εἰς ὑγρὰ τὰ ὁποῖα περιέχουν ὕδωρ καὶ οἰνόπνευμα. Διὰ νὰ προσδιορίσωμεν οὕτω τὸ ποσὸν τοῦ οἰνοπνεύματος, τὸ περιεχόμενον π.χ. εἰς τὸν οἶνον, ἀποστάζομεν γνωστὸν ὄγκον οἴνου (π.χ. 250 cm^3)· ἀκολούθως εἰς τὸ ἐκ τῆς ἀποστάξεως ληφθὲν οἰνόπνευμα προσθέτομεν ὕδωρ ἀπεσταγμένον, μέχρις ὅτου λάβωμεν τὸν ἀρχικὸν ὄγκον τοῦ οἴνου (250 cm^3). Ἐὰν εἰς τὸ μεῖγμα τοῦτο βυθίσωμεν τὸ οἰνοπνευματόμετρον, θὰ λάβωμεν μίαν ἔνδειξιν, π.χ. 20. Τοῦτο σημαίνει ὅτι 20% τοῦ ὄγκου τοῦ μείγματος ἀποτελεῖται ἐξ οἰνοπνεύματος.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω παρατηροῦμεν ὅτι αἱ ἐνδείξεις τοῦ οἰνοπνευματομέτρου ἀναφέρονται μόνον εἰς μείγματα οἰνοπνεύματος καὶ ὕδατος. Ἑπομένως, ἐὰν βυθίσωμεν τὸ ὄργανον τοῦτο ἐντὸς οἴνου, δὲν θὰ μᾶς δεικνύῃ τὴν εἰς οἰνόπνευμα περιεκτικότητά του, ἕνεκα τῶν ξένων οὐσιῶν τὰς ὁποίας περιέχει τὸ ὑγρὸν τοῦτο.



Σχ. 407. Γαλακτόμετρον.

***Γαλακτόμετρον.** Ἕτερος τύπος πυκνομέτρου εἶναι καὶ τὸ **γαλακτόμετρον,** τὸ ὁποῖον χρησιμεύει διὰ τὸν ἔλεγχον τοῦ γάλακτος. Ἡ πυκνότης τοῦ γάλακτος ἀγελάδος, εἰς 15 °C, κυμαίνεται μεταξὺ 1,027 καὶ 1,035 gr/cm^3 καί, ἑπομένως, διὰ νὰ προσδιορίσωμεν τὴν πυκνότητα τοῦ γάλακτος, ἀρκεῖ νὰ γνωρίζωμεν τὰ δύο τελευταῖα δεκαδικὰ ψηφία. Ὡς ἐκ τούτου, ἡ βαθμολογία τοῦ γαλακτομέτρου γίνεται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἡ κλῖμαξ αὐτοῦ νὰ δεικνύῃ ἀπὸ 20 ἕως 40 (σχ. 407), τοῦτο δὲ σημαίνει 1,020 ἕως 1,040 gr/cm^3. Ἡ πυκνότης τοῦ γάλακτος εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τοῦ ὕδατος, διότι τὸ γάλα περιέχει καὶ πλείστας ἄλλας οὐσίας, ὡς π.χ. σάκχαρον καὶ διάφορα ἅλατα. Ἐν τούτοις περιέχει καὶ οὐσίας, αἵτινες εἶναι ἐλαφρότεραι τοῦ ὕδατος, ὡς π.χ. βούτυρον. Ἡ πυκνότης δὲν χαρακτηρίζει βεβαίως τὴν σύνθεσιν τοῦ γάλακτος.

207. Μέτρησις τοῦ εἰδικοῦ βάρους. Ὅλαι αἱ ἀνωτέρω ἀναφερθεῖσαι μέθοδοι μετρήσεως τῆς πυκνότητος εἶναι συγχρόνως καὶ μέθοδοι μετρήσεως τοῦ εἰδικοῦ βάρους, καθότι, ὅταν εἶναι γνωστὴ ἡ πυκνότης ἑνὸς σώματος, εἶναι γνωστὸν συγχρόνως καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος αὐτοῦ.

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α' Ἐρωτήσεις

Ποῖαι εἶναι αἱ θεμελιώδεις ἀρχαὶ τῆς Ὑδροστατικῆς.

Δώσατε τὸν ὁρισμὸν τῆς πιέσεως. Ποῖαι αἱ ἐξισώσεις διαστάσεων πιέσεως καὶ αἱ μονάδες εἰς τὸ σύστημα C.G.S. καὶ εἰς τὸ Τ.Σ. Ἄλλαι μονάδες ὑπάρχουν;

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου ὑδροστατικὴ πίεσις καὶ πῶς αὕτη ἐκφράζεται. Ποία πρότασις ἰσχύει διὰ τὴν ὑδροστατικὴν πίεσιν.

Πῶς καθορίζεται ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ὁ πυθμὴν δοχείου περιέχοντος ὑγρὸν ἐν ἰσορροπίᾳ.

Διὰ ποῖον λόγον ἡ συνισταμένη ὅλων τῶν πιέσεων ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων καὶ ἐπὶ τοῦ πυθμένος δοχείου ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος τοῦ περιεχομένου ὑγροῦ.

Πῶς ὑπολογίζεται ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἐπιφάνεια ἐντὸς ὑγροῦ ἢ τοίχωμα δοχείου περιέχοντος ὑγρὸν καὶ ποῦ θεωροῦμεν ὅτι αὕτη ἐφαρμόζεται.

Νὰ δειχθῇ ἀναλυτικῶς ἡ συνθήκη ἰσορροπίας συγκοινωνούντων δοχείων: α) εἰς τὴν περίπτωσιν ἑνὸς ὑγροῦ καὶ β) εἰς τὴν περίπτωσιν δύο ὑγρῶν διαφόρου πυκνότητος.

Ἀναφέρατε διαφόρους πρακτικὰς ἐφαρμογὰς τῆς ἀρχῆς τῶν συγκοινωνούντων δοχείων.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου ἄνωσις, ποῦ ὀφείλεται αὕτη καὶ πῶς ὑπολογίζεται.

Πῶς δεικνύομεν καὶ μετροῦμεν πειραματικῶς τὴν ἄνωσιν.

Πῶς διατυποῦται ἡ ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους καὶ ποίας ἐφαρμογὰς ἔχει αὕτη.

Ποία εἶναι ἡ συνθήκη διὰ τὴν ἰσορροπίαν σώματος ἐπιπλέοντος ἐντὸς ὑγροῦ.

Πῶς διατυποῦται ἡ ἀρχὴ τοῦ Pascal, ἐπὶ τῇ βάσει τίνων ἀρχῶν δύναται ν' ἀποδειχθῇ ἀναλυτικῶς καὶ πῶς αὕτη ἀποδεικνύεται πειραματικῶς.

Ποίαν πρακτικὴν ἐφαρμογὴν ἔχει ἡ ἀρχὴ τοῦ Pascal. Πῶς αὕτη πραγματοποιεῖται καὶ ποῦ χρησιμοποιεῖται.

Διὰ ποῖον λόγον πρέπει νὰ ἀποφεύγωμεν τὸν ὁρισμὸν τοῦ εἰδικοῦ βάρους ὡς τὸν λόγον τοῦ βάρους τοῦ σώματος πρὸς τὸ βάρος ἴσου ὄγκου ὕδατος 4 ^{0}C.

Πῶς δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν τὸ εἰδικὸν βάρος στερεῶν καὶ ὑγρῶν σωμάτων.

Διὰ ποῖον σκοπὸν χρησιμεύουν τὰ πυκνόμετρα. Πῶς ταῦτα κατασκευάζονται καὶ πῶς διακρίνονται ἀναλόγως τοῦ εἴδους τῆς βαθμολογίας των.

Β' Προβλήματα

1. Ποῖα εἶναι ἀντιστοίχως τὰ ὕψη στηλῶν ὑδραργύρου, ὕδατος καὶ οἰνοπνεύματος, αἱ ὁποῖαι ἀσκοῦν πίεσιν 5 000 μBar. ($\varepsilon_{\text{ὑδρ.}} = 13{,}6$ gr*/cm³, $\varepsilon_{\text{οἰνόπ.}} = 0{,}79$ gr*/cm³.)

(Ἀπ. 0,376 cm, 5,1 cm, 6,45 cm.)

2. Τεμάχιον χαλκοῦ, εἰδικοῦ βάρους $\varepsilon_1 = 8{,}9$ gr*/cm³, ἔχει βάρος 523 gr* εἰς τὸν ἀέρα καὶ 447 gr* ὅταν εἶναι βυθισμένον εἰς ὕδωρ. Νὰ ἐξακριβωθῇ ἐὰν τὸ σῶμα εἶναι πλῆρες ἢ κοῖλον· ἐὰν εἶναι κοῖλον, νὰ καθορισθῇ ὁ ὄγκος τῆς κοιλότητος. (Ἀπ. $V_{\text{κοιλ.}} = 17{,}33$ cm³.)

3. Τεμάχιον ὀρειχάλκου ἔχει βάρος 400 gr* καὶ ἀποτελεῖται κατὰ 65 % τοῦ βάρους αὐτοῦ ἀπὸ χαλκὸν καὶ κατὰ 35 % ἀπὸ ψευδάργυρον. Πόσην ἄνωσιν ὑφίσταται ἐντὸς ἐλαίου εἰδ. βάρους 0,87 gr*/cm³. ($\varepsilon_{\text{χαλκοῦ}} = 8{,}9$ gr*/cm³, $\varepsilon_{\text{ψευδ.}} = 7{,}1$ gr*/cm³.) (Ἀπ. 42,56 gr*.)

4. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ θαλασσίου ὕδατος εἰς 0 ^{0}C εἶναι 1,03 gr*/cm³. Πόσον τοῖς ἑκατὸν τοῦ ὄγκου ἑνὸς παγοβούνου βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὕδατος, ὅταν τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ πάγου εἶναι 0,917 gr*/cm³.

(Ἀπ. 89 %.)

5. Ἡ πυκνότης τοῦ θαλασσίου ὕδατος εἶναι 1,03 gr/cm³. Νὰ καθορισθῇ ὁ ἀριθμὸς τῶν κυβικῶν μέτρων τοῦ ἐκτοπιζομένου θαλασσίου ὕδατος ὑπὸ πλοίου ἐκτοπίσματος 5 000 τόννων.

(Ἀπ. $V = 4{,}86 \cdot 10^3$ m³.)

6. Τεμάχιον ξύλου διαστάσεων 5 cm × 4 cm καὶ ὕψους 3 cm ἐπιπλέει εἰς ὕδωρ βυθιζόμενον κατὰ 2,5 cm. Πόση μᾶζα ἀργιλίου (πυκνότητος 2,6 gr/cm³) πρέπει νὰ τοποθετηθῇ ἐπὶ τῆς κορυφῆς τοῦ τεμαχίου ξύλου, ἵνα τοῦτο μετὰ τοῦ ἀργιλίου βυθίζεται τελείως ἐντὸς τοῦ ὕδατος.

(Ἀπ. $m_1 = 16{,}25$ gr.)

7. Νὰ ὑπολογισθῇ εἰς gr*/cm² πίεσις εἰς βάθος 15 m ὑπὸ τὴν ἐπιφάνειαν λίμνης, χωρὶς νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. (Ἀπ. $p = 1500$ gr*/cm².)

8. Ὁ ὑδράργυρος ἔχει πυκνότητα 13,56 gr/cm³. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ πίεσις στήλης ὕψους 76 cm: α) εἰς dyn/cm² καὶ β) εἰς kgr*/m². (Ἀπ. $p = 1{,}01 \cdot 10^6$ dyn/cm², 10 330 kgr*/m².)

9. Εἰς πόσον βάθος ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὑγροῦ, εἰδικοῦ βάρους 0,75 gr*/cm³, ἡ πίεσις ἡ δημιουργουμένη ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ εἶναι 24 gr*/cm². (Ἀπ. $h = 32$ cm.)

10. Δεξαμενὴ ἔχει μῆκος 6 m, πλάτος 4 m καὶ βάθος 2 m. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ δύναμις εἰς kgr*, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ὁ πυθμήν, ὅταν ἡ δεξαμενὴ εἶναι: α) πλήρης ὕδατος, β) ὅταν κατὰ τὰ 0,75 εἶναι πλήρης ὑγροῦ εἰδικοῦ βάρους 8 gr*/cm³. ('Απ. F = 48 000 kgr*, 288 000 kgr*.)

11. Σφαῖρα χαλκοῦ ἔχει βάρος 890 gr*, βυθιζομένη δ' ἐν ὕδατι χάνει ἐκ τοῦ βάρους της 112,25 gr*. Ἡ σφαῖρα εἶναι πλήρης ἢ κοίλη; Καὶ εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν, πόσος ὁ ὄγκος τῆς κοιλότητος. ('Απ. $V_{κοιλ.} = 12{,}58$ cm³.)

12. Κύλινδρος ὕψους 20 cm ἐξαρτᾶται καταλλήλως ἀπὸ ζυγοῦ, εἰς τρόπον ὥστε ὁ κύλινδρος νὰ βυθίζεται κατὰ 5 cm ἐντὸς ὕδατος. Διὰ νὰ ἰσορροπήσῃ ὁ ζυγός, δέον νὰ προστεθοῦν 54 gr ἐπὶ τοῦ ἑτέρου τῶν δίσκων. Ὅταν ὁ κύλινδρος βυθίζεται κατὰ 12 cm εἰς ἕτερον ὑγρὸν πυκνότητος 0,83 gr/cm³, ἀπαιτοῦνται 22 gr διὰ τὴν ἀποκατάστασιν τῆς ἰσορροπίας. Ζητοῦνται ἡ μᾶζα καὶ ἡ πυκνότης τῆς ὕλης τοῦ κυλίνδρου. ('Απ. m = 86,25 gr, ρ = 0,67 gr/cm³.)

13. Κοῖλος κύλινδρος, κλειστὸς κατ' ἀμφότερα τὰ ἄκρα, ἐπιπλέει ὄρθιος εἰς τὸ ὕδωρ. Τὸ ἐξωτερικὸν ὕψος τοῦ κυλίνδρου εἶναι 35 cm, ἐνῷ τὸ ἐσωτερικὸν εἶναι 33 cm καὶ ἡ ἐξωτερικὴ διάμετρος αὐτοῦ 20 cm. Ἐὰν τοποθετηθῇ ἐπὶ τοῦ ἄνω μέρους τοῦ κυλίνδρου πρόσθετος μᾶζα 4 510 gr, οὗτος θὰ βυθισθῇ μέχρι τῆς στάθμης τοῦ ὑγροῦ ἐν τῷ δοχείῳ. Ἐπὶ τῇ ὑποθέσει ὅτι ὁ κύλινδρος ἔχει τὸ αὐτὸ πάχος καθ' ὅλον τὸ ὕψος αὐτοῦ, νὰ ὑπολογισθῇ ἡ πυκνότης τῆς ὕλης τοῦ κυλίνδρου. ('Απ. ρ = 2,496 gr/cm³.)

14. Ἡ ἄνωσις, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται σῶμα εἰς ὕδωρ, εἶναι 65 gr*. Πόση ἡ ἄνωσις τοῦ αὐτοῦ σώματος, ὅταν βυθίζεται εἰς οἰνόπνευμα εἰδικοῦ βάρους 0,8 gr*/cm³ καὶ εἰς ὑδράργυρον εἰδικοῦ βάρους 13,6 gr*/cm³. ('Απ. 52 gr*, 884 gr*.)

15. Πόσον τὸ βάρος εἰς gr* σφαίρας χαλκοῦ ἀκτῖνος 4 cm, ὅταν αὕτη βυθίζεται ἐντὸς πετρελαίου εἰδικοῦ βάρους 0,84 gr*/cm³. (Εἰδικὸν βάρος χαλκοῦ 8,9 gr*/cm³.) ('Απ. 2 149,7 gr*.)

16. Τεμάχιον κασσιτέρου μάζης 20 gr καὶ τεμάχιον χαλκοῦ ἐξαρτῶνται ἀπὸ τῶν ἄκρων νήματος διερχομένου διὰ τροχαλίας, ὅτε τὸ σύστημα εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, ὅταν τὰ δύο σώματα εἶναι βυθισμένα εἰς ὕδωρ. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ μᾶζα τοῦ χαλκοῦ. (Πυκνότης κασσιτέρου 7,3 gr/cm³, χαλκοῦ 8,9 gr/cm³.) ('Απ. m = 19,45 gr.)

17. Κύλινδρος ἐκ ξύλου πυκνότητος 0,6 gr/cm³ ἰσορροπεῖ ἐντὸς ὕδατος. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ ὄγκος τοῦ κυλίνδρου ὁ εὑρισκόμενος ἔξω τοῦ ὕδατος. ('Απ. V' = 0,4 V.)

18. Εἰς σύστημα ὁμοίων συγκοινωνούντων δοχείων θέτομεν ἐν ἀρχῇ ὑδράργυρον καὶ εἰς τὸ πρὸς τ' ἀριστερὰ σκέλος προσθέτομεν ὡρισμένην ποσότητα ὕδατος, εὑρίσκομεν δὲ ὅτι, μετὰ τὴν ἀποκατάστασιν τῆς ἰσορροπίας, ἡ κατωτέρα στάθμη τοῦ ὑδραργύρου εὑρίσκεται εἰς ὕψος 38,5 cm, ἡ δὲ ἀνωτέρα εἰς ὕψος 41,6 cm, ἐνῷ ἡ στάθμη τῆς ὑδατίνης στήλης εἶναι 80,7 cm. Πόση ἡ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου. ('Απ. 13,6 gr/cm³.)

19. Ἐν ὑδραυλικῷ πιεστηρίῳ, ἡ διάμετρος τοῦ μικροῦ ἐμβολέως εἶναι 1,6 cm καὶ ἡ τοῦ μεγάλου 32 cm. Ὁ μοχλοβραχίων τῆς δυνάμεως εἶναι 60 cm καὶ ὁ τῆς ἀντιστάσεως 10 cm. Ποία ἡ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ὑπὸ τοῦ πιεστηρίου, ὅταν ἡ ἐφαρμοζομένη δύναμις εἶναι 12 kgr*. ('Απ. F = 28 800 kgr*.)

20. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ ὄγκος τοῦ ὑδραργύρου ὁ ἀπαιτούμενος νὰ τεθῇ εἰς κυλινδρικὸν ὑάλινον σωλῆνα βάρους 40 gr* καὶ ἐξωτερικῆς τομῆς 2 cm², ἵνα οὗτος βυθισθῇ κατὰ 20 cm ἐντὸς ὑγροῦ εἰδικοῦ βάρους 1,5 gr*/cm³. (Πυκνότης ὑδραργύρου 13,6 gr/cm³.) ('Απ. V = 1,47 cm³.)

21. Τεμάχιον σιδήρου βάρους 200 gr* ὑφίσταται ἐντὸς τοῦ ὕδατος ἄνωσιν 27,2 gr*. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ ὄγκος τῶν χασμάτων τὰ ὁποῖα ἐσωτερικῶς παρουσιάζει. (Εἰδικὸν βάρος σιδήρου 7,8 gr*/cm³.) ('Απ. V = 1,55 cm³.)

22. Εἰς σύστημα δύο κατακορύφως συγκοινωνούντων σωλήνων τῆς αὐτῆς ἐσωτερικῆς διαμέτρου 0,9 cm θέτομεν ὑδράργυρον. Ἀκολούθως, εἰς τὸ ἓν πρὸς τ' ἀριστερὰ σκέλος θέτομεν 30 gr ὕδατος, εἰς δὲ τὸ ἕτερον πρὸς τὰ δεξιὰ 52 gr οἰνοπνεύματος. Ποία εἶναι ἡ κατάστασις ἰσορροπίας. (Εἰδικὸν βάρος ὑδραργύρου 13,6 gr*/cm³, εἰδικὸν βάρος οἰνοπνεύματος 0,79 gr*/cm³.) ('Απ. $h_1 = 104$ cm, $h_2 = 2{,}55$ cm, $h_3 = 47$ cm.)

23. Τεμάχιον σμύριδος ζυγίζει 52 gr* εἰς τὸν ἀέρα καὶ 39 gr* εἰς τὸ ὕδωρ. Πόσον τὸ εἰδικὸν βάρος τῆς σμύριδος. (Ἀπ. $\varepsilon = 4$ gr*/cm³.)

24. Τεμάχιον ἀργιλίου πυκνότητος 2,7 gr/cm³ ζυγίζει 67 gr* εἰς τὸν ἀέρα καὶ 45 gr* ὅταν βυθίζεται εἰς τερεβινθέλαιον. Ποία ἡ πυκνότης τοῦ τερεβινθελαίου. (Ἀπ. $\rho = 0{,}88$ gr/cm³.)

25. Σῶμα μάζης 36 gr ἔχει βάρος 31,96 gr*, ὅταν βυθίζεται ἐντὸς ὑγροῦ εἰδικοῦ βάρους 1,26 gr*/cm³. Πόση ἡ πυκνότης τοῦ σώματος. (Ἀπ. $\rho = 11{,}25$/cm³.)

26. Ἓν λίτρον γάλακτος ζυγίζει 1032 gr* καὶ τὸ βούτυρον τὸ ὁποῖον περιέχει εἶναι 4 % κατ' ὄγκον καὶ ἔχει πυκνότητα 0,865 gr/cm³. Πόση ἡ πυκνότης τοῦ ἀποβουτυρωθέντος γάλακτος. (Ἀπ. $\rho = 1{,}04$ gr/cm³.)

27. Δοχεῖον περιέχει ὕδωρ καὶ ἔλαιον πυκνότητος 0,87 gr/cm³, τὰ ὁποῖα διαχωρίζονται δι' ὁρικῆς ἐπιφανείας. Στερεὸν σῶμα ἐπιπλέει βυθιζόμενον κατὰ 70 % τοῦ ὄγκου του εἰς τὸ ὕδωρ καὶ κατὰ τὸ ὑπόλοιπον εἰς τὸ ἔλαιον. Πόση ἡ πυκνότης τοῦ στερεοῦ σώματος. (Ἀπ. $\rho = 0{,}951$ gr/cm³.)

28. Σῶμα ἔχει ἐντὸς τοῦ ἀέρος βάρος 33 gr* καὶ ἐντὸς τοῦ ὕδατος 30 gr*. Τὸ σῶμα προσαρμόζεται ἐπὶ τεμαχίου ξύλου, τὸ ὁποῖον ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα 10 gr*. Ὅταν τὸ σύστημα βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὕδατος, ζυγίζει 20 gr*. Πόση ἡ πυκνότης τοῦ ξύλου. (Ἀπ. 0,5 gr/cm³.)

29. Τεμάχιον σακχάρου ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα 20 gr*, ἐνῷ ὅταν βυθίζεται ἐντὸς κηροζίνης, εἰς τὴν ὁποίαν δὲν διαλύεται, ζυγίζει 10 gr*. Ἡ πυκνότης τῆς κηροζίνης εἶναι 0,8 gr/cm³. Νὰ καθορισθοῦν: α) Ἡ πυκνότης τοῦ σακχάρου ἐν σχέσει πρὸς τὴν κηροζίνην. β) Ἡ πυκνότης τοῦ σακχάρου ἐν σχέσει πρὸς τὸ ὕδωρ. (Ἀπ. $\rho_{1,\sigma\chi} = 2$, $\rho_{\sigma\chi} = 1{,}6$.)

30. Νὰ καθορισθῇ ἡ πυκνότης τῆς γλυκερίνης ἐκ τῶν ἀκολούθων δεδομένων. Δοχεῖον μάζης 15 gr πληροῦται ὑπὸ ὕδατος καὶ τὸ σύνολον ζυγίζει 65 gr*. Ἀκολούθως τὸ αὐτὸ δοχεῖον πληροῦται μὲ γλυκερίνην καὶ τὸ σύνολον ζυγίζει 78 gr*. (Ἀπ. $\rho = 1{,}26$ gr/cm³.)

31. Ὁμογενὲς μεταλλικὸν σῶμα ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα 40,47 gr* καὶ ἐντὸς τοῦ ὕδατος 34,77 gr*. α) Πόσον εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος αὐτοῦ καὶ β) πόσον ζυγίζει ἐντὸς τοῦ οἰνοπνεύματος. (Εἰδ. βάρος οἰνοπνεύματος $\varepsilon = 0{,}79$ gr*/cm³.) (Ἀπ. α' $\varepsilon = 7{,}1$ gr*/cm³, β' 35,97 gr*.)

32. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ εἰδικοῦ βάρους τῆς παραφίνης γίνονται αἱ ἀκόλουθοι μετρήσεις. Ἡ παραφίνη ζυγίζεται εἰς τὸν ἀέρα, ὅτε τὸ βάρος αὐτῆς εὑρίσκεται 7,83 gr*. Ἀκολούθως διὰ νήματος ἀμελητέου βάρους ἐξαρτῶμεν ἀπὸ τὴν παραφίνην μεταλλικὸν τεμάχιον καί, ὅταν ἡ παραφίνη εὑρίσκεται εἰς τὸν ἀέρα καὶ τὸ μέταλλον ἐντὸς τοῦ ὕδατος, τὸ σύστημα ἔχει βάρος 43,38 gr*. Τέλος, ὅταν καὶ ἡ παραφίνη καὶ τὸ μέταλλον βυθίζωνται εἰς τὸ ὕδωρ, τὸ βάρος τοῦ συστήματος εἶναι 34,38 gr*. (Ἀπ. 0,87 gr*/cm³.)

33. Ὡρισμένη πίεσις ἰσορροπεῖται ὑπὸ στήλης ὕδατος ὕψους 60 cm. Ἡ αὐτὴ πίεσις ἰσορροπεῖται ὑπὸ στήλης διαλύματος ἅλατος ὕψους 50 cm. Πόση ἡ πυκνότης τοῦ διαλύματος. (Ἀπ. $\rho = 1{,}2$ gr/cm³.)

34. Τεμάχιον ξύλου δρυὸς ζυγίζει 100 gr* εἰς τὸν ἀέρα καὶ σῶμα ζυγίζει 150 gr* εἰς τὸ ὕδωρ. Τὸ σῶμα προσαρμόζεται εἰς τὸ ξύλον καὶ τὸ σύστημα ἐντὸς τοῦ ὕδατος ζυγίζει 110 gr*. Πόσον τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ξύλου. (Ἀπ. $\varepsilon = 0{,}714$ gr*/cm³.)

35. Σῶμα πυκνότητος 2 gr/cm³ ἀφίεται ἐξ ὕψους 15 m ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας βαθείας λίμνης. Νὰ εὑρεθῇ εἰς ποῖον βάθος ἐντὸς τοῦ ὕδατος θὰ εἰσχωρήσῃ τὸ σῶμα μετὰ πάροδον 5 sec ἀπὸ τὴν στιγμὴν καθ' ἣν ἐγγίζει τὸ ὕδωρ. ($g = 10$ m/sec².) (Ἀπ. 149,1 m.)

36. Δοχεῖον πλῆρες ὑγροῦ, εἰδικοῦ βάρους ε, μέχρις ὕψους h ὑπεράνω τοῦ πυθμένος, κλείεται ἄνωθεν διὰ κινητοῦ ἐμβόλου ἐμβαδοῦ S_0. Ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου ἐξασκεῖται δύναμις F. Ποία ἡ δύναμις ἐπὶ τοῦ πυθμένος, ἔχοντος ἐμβαδὸν S.

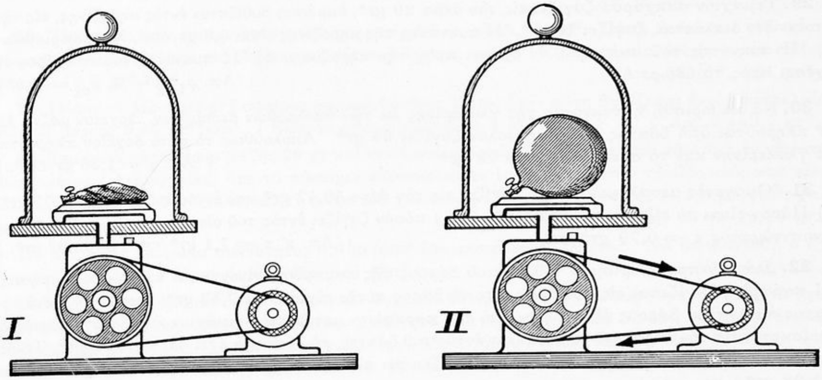
$$\left(\text{Ἀπ. } F' = \varepsilon \cdot S \cdot h + \frac{F \cdot S}{S_0}. \right)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΑ΄

ΑΕΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

208. Γενικὰ περὶ ἀερίων. Ἡ **Ἀεροστατικὴ** ἀσχολεῖται μὲ τὴν σπουδὴν τῶν ἀερίων, εὑρισκομένων εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας. Τὰ ἀέρια ἀποτελοῦν τὴν ἁπλουστέραν μορφὴν τῆς ὕλης, ἔχουν δὲ ὡς κύριον γνώρισμα, ὅτι τὰ μόρια αὐτῶν παρουσιάζουν μεγάλην εὐκινησίαν.

Ἡ μελέτη τῶν φαινομένων, τὰ ὁποῖα ἐμφανίζουν τὰ ἀέρια εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας, χωρίζεται ἀπὸ τὴν Ὑδροστατικήν, λόγῳ χαρακτηριστικῶν ἰδιοτήτων, τὰς ὁποίας τὰ ἀέρια παρουσιάζουν ἐν συγκρίσει πρὸς τὰ ὑγρά. Αἱ ἰδιότητες δὲ αὗται εἶναι αἱ ἑξῆς: α) Τὰ ἀέρια ἔχουν τὴν ἰδιότητα τῆς ἐκτάσεως, δηλ. δὲν ἔχουν ὡρισμένον ὄγκον, ἀλλὰ τείνουν νὰ καταλάβουν πάντα τὸν προσφερόμενον εἰς αὐτὰ χῶρον. Τοῦτο δεικνύομεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Ἐντὸς κύστεως (κ. μπαλλόνι)



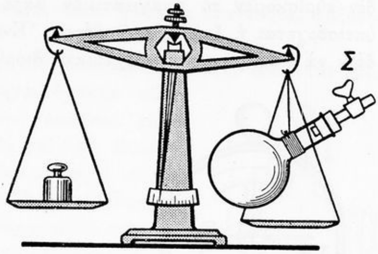
Σχ. 408. Δι' ἀφαιρέσεως τοῦ ἀέρος ἐκ τοῦ κώδωνος, ἡ κύστις διογκοῦται.

φυσῶμεν ὀλίγον ἀέρα καὶ ἀκολούθως δένομεν τὸν λαιμόν της καλῶς διὰ νήματος. Ἐὰν τοποθετήσωμεν αὐτὴν ὑπὸ τὸν κώδωνα ἀεραντλίας καὶ ἀρχίσωμεν νὰ ἀφαιροῦμεν τὸν ἀέρα, παρατηροῦμεν ὅτι αὕτη διογκοῦται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον (σχ. 408). β) Τὰ ἀέρια, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὰ ὑγρά, εἶναι λίαν συμπιεστά. Οὕτω, ἐὰν ἐγκλείσωμεν ἀέρα εἰς κύλινδρον καὶ συμπιέσωμεν αὐτὸν ἰσχυρῶς δι' ἐμβολέως, ὁ ἀὴρ δύναται νὰ καταλάβῃ ἐλάχιστον ὄγκον· ἐὰν ὅμως παύσῃ νὰ ὑφίσταται ἡ πίεσις τοῦ ἐμβολέως, οὗτος ὠθεῖται πρὸς τὰ ἔξω καὶ τὸ ἀέριον διαστέλλεται εἰς τὸν ἀρχικόν του ὄγκον.

Αἱ ἀρχαὶ τῆς Ὑδροστατικῆς ἰσχύουν καὶ διὰ τὰ ἀέρια· εἰς τὴν Ἀεροστατικὴν δὲ θὰ περιορισθῶμεν νὰ ἐξετάσωμεν τὰς ἰδιότητας ἐκείνας τῶν ἀερίων, αἱ ὁποῖαι ὀφείλονται εἰς τὴν ἔκτασιν καὶ συμπιεστότητα αὐτῶν.

209. Βάρος τῶν ἀερίων. Τὰ ἀέρια, ὅπως καὶ ὅλα τὰ ἄλλα σώματα, ὑπόκεινται εἰς τὴν ἕλξιν τῆς Γῆς (ὅταν εὑρίσκωνται ἐντὸς πεδίου βαρύτητος) καί, ἑπομένως, ἔχουν βάρος.

Προκειμένου διὰ τὸ μᾶλλον σύνηθες ἀντιπροσωπευτικὸν ἀέριον σῶμα ἐπὶ τῆς Γῆς, τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα, διὰ νὰ ἀποδείξωμεν ὅτι οὗτος ἔχει βάρος, ἐκτελοῦμεν τὸ ἑξῆς πείραμα: Ἀπὸ φιάλην, τῆς ὁποίας ὁ λαιμὸς φέρει στρόφιγγα Σ, ἀφαιροῦμεν δι' ἀντλίας τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα καί, ἀφοῦ ἐξαρτήσωμεν αὐτὴν ἀπὸ τὸ ἓν σκέλος τῆς φάλαγγος ζυγοῦ, τὴν ἰσορροποῦμεν διὰ σταθμῶν. Κατόπιν ἀνοίγομεν τὴν στρόφιγγα καὶ ἀφήνομεν νὰ εἰσέλθῃ ἀτμοσφαιρικὸς ἀήρ.



Σχ. 409. Ὅταν ἐντὸς τῆς φιάλης εἰσέλθῃ ἀήρ, ὁ ζυγὸς κλίνει πρὸς τὸ μέρος αὐτῆς.

Παρατηροῦμεν τότε ὅτι ὁ ζυγὸς κλίνει πρὸς τὸ μέρος τῆς φιάλης (σχ. 409), ἐξ οὗ συνάγομεν ὅτι ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ ἔχει βάρος. Διὰ νὰ ἐπαναφέρωμεν τὴν ἰσορροπίαν, πρέπει νὰ προσθέσωμεν νέα σταθμά, εἰς τὸ μέρος τοῦ δίσκου ὅπου εὑρίσκεται τὸ ἀντίβαρον, τὰ ὁποῖα παριστοῦν προφανῶς τὸ βάρος τοῦ ἀέρος τοῦ εἰσαχθέντος εἰς τὴν φιάλην.

Τὸ εἰδικὸν βάρος τῶν ἀερίων, ἐν συγκρίσει πρὸς τὰ ἄλλα σώματα, εἶναι λίαν μικρόν. Οὕτω τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀέρος ὑπὸ συνήθεις συνθήκας (δηλ. ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν καὶ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος) εἶναι :

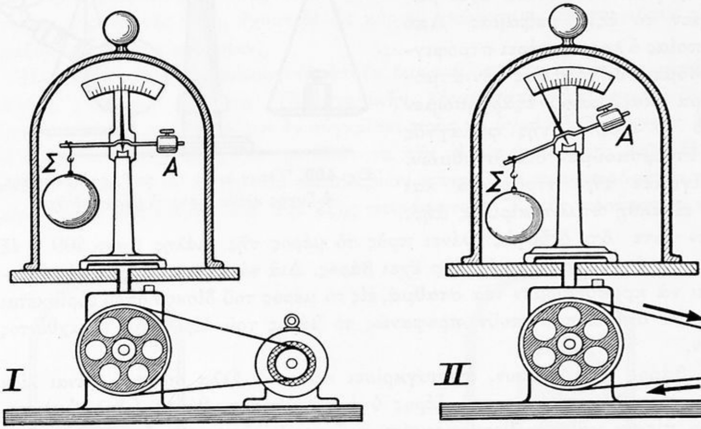
$$\varepsilon_{\text{ἀέρ.}} = 0{,}001\,293 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$$

ἤτοι προκύπτει ὅτι, 1 λίτρον ἀέρος (δηλ. 1000 cm^3) ἔχει βάρος 1,293 gr* (δηλ. περίπου 1,3 gr*) καὶ συνεπῶς ἓν κυβικὸν μέτρον ἀέρος ζυγίζει 1,293 kgr* (περίπου 1,3 kgr*), ἐνῷ ἓν κυβικὸν μέτρον ὕδατος ζυγίζει, ὡς γνωστόν, 1000 kgr*.

210. Ἄνωσις τῶν ἀερίων. Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους. Σῶμα εὑρισκόμενον ἐντὸς ἀερίου μάζης, ἡ ὁποία ὑπόκειται εἰς τὴν ἐπενέργειαν τῆς βαρύτητος, ὑφίσταται, ὡς καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ὑγρῶν, κατὰ πάσας τὰς διευθύνσεις δυνάμεις καθέτους ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν αὐτοῦ. Ἡ συνισταμένη ὅλων τῶν δυνάμεων τούτων εἶναι δύναμις διευθυνομένη ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω, καλουμένη **ἄνωσις,** ἡ δὲ ἀριθμητικὴ τιμὴ αὐτῆς ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος τοῦ ὑπὸ τοῦ σώματος ἐκτοπιζομένου ὄγκου τοῦ ἀερίου.

Ἡ ἄνωσις τῶν ἀερίων δεικνύεται διὰ συσκευῆς, ἡ ὁποία καλεῖται βαροσκόπιον (σχ. 410). Ἡ κοίλη σφαῖρα Σ ἰσορροπεῖται εἰς τὸν ἀέρα ὑπὸ τοῦ ἀντιβάρου Α ἔχοντος λίαν μικρὸν ὄγκον. Ἐὰν τὴν συσκευὴν θέσωμεν ὑπὸ τὸν κώδωνα τῆς ἀεραντλίας καὶ ἀφαιρεθῇ ὁ ἀήρ, ἡ ἰσορροπία καταστρέφεται, ἡ δὲ φάλαγξ κλίνει πρὸς τὸ μέρος τῆς σφαίρας, διότι προηγουμένως ἡ σφαῖρα, λόγῳ τοῦ ὄγκου της, ὑφίστατο μεγαλυτέραν ἄνωσιν ἀπὸ τὸ ἀντίβαρον. Ὅτε ὅμως ἀφῃρέθη ὁ ἀήρ, ἡ ἄνωσις ἐξέλιπε καὶ ἡ φάλαγξ κλίνει πρὸς τὴν σφαῖραν, ἡ ὁποία πραγματικῶς ἦτο βαρυτέρα τοῦ ἀντιβάρου.

Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι, ὅταν ζυγίζωμεν σῶμα εἰς τὸν ἀέρα, δὲν εὑρίσκομεν τὸ πραγματικὸν βάρος αὐτοῦ, ἀλλὰ τὸ φαινόμενον βάρος, διότι ὑπεισέρχεται ἡ ἄνωσις τοῦ ἀέρος. Ἕνεκα τούτου, εἰς τὰς ζυγίσεις ἀκριβείας δέον νὰ ἐπιφέρωμεν τὴν σχετικὴν διόρθωσιν, ἡ ὁποία γίνεται δι' ὑπολογισμοῦ.



Σχ. 410. Ὅταν ἀφαιρεθῇ ὁ ἀήρ, ὁ ζυγὸς κλίνει πρὸς τὸ μέρος τῆς σφαίρας Σ.

Ἡ **ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους** διὰ τὰ ἀέρια διατυποῦται ὡς ἑξῆς :

« Πᾶν σῶμα εὑρισκόμενον ἐντὸς ἀερίου ὑφίσταται ἄνωσιν ἴσην πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀερίου ».

Ἡ ἄνωσις Α ἰσοῦται μὲ τὸ εἰδικὸν βάρος Σ τοῦ ἀερίου ἐπὶ τὸν ὄγκον V τοῦ σώματος, ἤτοι :

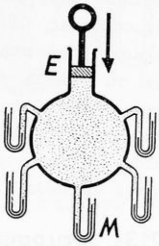
$$\boxed{A = \varepsilon \cdot V}$$

211. Πίεσις ἐξασκουμένη ὑπὸ τῶν ἀερίων. Ἐπειδή, ὡς εἴδομεν ἀνωτέρω, τὰ ἀέρια ἔχουν βάρος, εἶναι ἑπόμενον ὅτι ἓν στρῶμα ἀερίου πιέζει τὸ κάτωθεν αὐτοῦ εὑρισκόμενον καὶ ἡ πίεσις, ὡς συμβαίνει καὶ εἰς τὰ ὑγρά, μεταβάλλεται μετὰ τοῦ ὕψους.

Διακρίνομεν πιέσεις ὀφειλομένας εἰς τὸ βάρος τῶν ἀερίων, ὅταν εὑρίσκωνται ἐντὸς πεδίου βαρύτητος, καὶ πιέσεις ὀφειλομένας εἰς τὴν κινητικὴν κατάστασιν τῶν μορίων τῶν ἀερίων.

Ἐπειδὴ τὸ εἰδικὸν βάρος τῶν ἀερίων εἶναι πολὺ μικρόν, ἡ πίεσις ἡ προερχομένη ἐκ τοῦ βάρους αὐτῶν θεωρεῖται ἀμελητέα, ἐν συγκρίσει πρὸς τὴν πίεσιν τὴν ὀφειλομένην εἰς τὴν κινητικὴν κατάστασιν τῶν μορίων των (θερμικὴ κίνησις). Αἱ διαφοραὶ πιέσεως αἱ ὀφειλόμεναι εἰς τὴν βαρύτητα γίνονται σημαντικαὶ μόνον εἰς τὴν περίπτωσιν ὅπου αἱ διαφοραὶ ὕψους ἐντὸς τῆς ἀερίου στήλης εἶναι πολὺ μεγάλαι, ὡς τοῦτο συμβαίνει εἰς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα, ὅπου ἡ πίεσις ἐλαττοῦται αὐξανομένου τοῦ ὕψους (βλ. § 215).

Τὰ μόρια τῶν ἀερίων, ὡς θὰ γνωρίσωμεν εἰς ἑπόμενα κεφάλαια, κινοῦνται πρὸς ὅλας τὰς κατευθύνσεις μὲ μεγάλην ταχύτητα, ἔχοντα οὕτω κινητικὴν ἐνέργειαν. Τὰ μόρια τῶν ἀερίων κινοῦνται εὐθυγράμμως, μέχρις ὅτου προσκρούσουν τὸ ἓν ἐπὶ τοῦ ἄλλου ἢ ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, τὸ ὁποῖον περιέχει τὸ ἀέριον, ὅτε τὰ κινούμενα μόρια ἀλλάσσουν διεύθυνσιν. Ἡ πίεσις τὴν ὁποίαν ἐξασκοῦν τὰ ἀέρια ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τῶν δοχείων, ἐντὸς τῶν ὁποίων περιέχονται, εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα τῶν συνεχῶν προσκρούσεων τῶν μορίων ἐφ' ὅλης τῆς ἐπιφανείας τοῦ δοχείου. Ἡ πίεσις αὕτη εἶναι σταθερά, λόγῳ τοῦ μεγάλου ἀριθμοῦ κρούσεων, αἵτινες λαμβάνουν χώρας ἀνὰ μονάδα χρόνου.

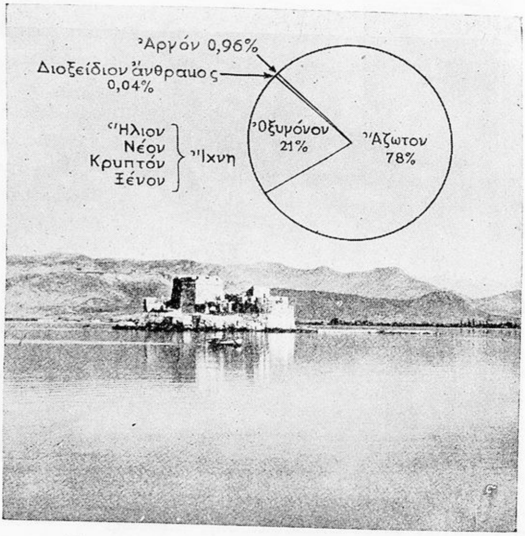


Σχ. 411.

Διὰ τὴν πίεσιν ταύτην ἰσχύει ἡ « **ἀρχὴ τοῦ Pascal** », ἡ ὁποία διατυποῦται ὡς ἑξῆς : **« Ἡ πίεσις εἰς ὅλα τὰ σημεῖα ἑνὸς ἀερίου εἶναι ἡ αὐτή, ἐφ' ὅσον τὸ ἀέριον εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ καὶ ἐκτὸς πεδίου βαρύτητος ».**

Πειραματικῶς ἀποδεικνύεται ἡ ἀρχὴ αὕτη διὰ τῆς ὑπὸ τοῦ σχήματος 411 παριστωμένης συσκευῆς.

Ἐὰν εἰσωθήσωμεν τὸ ἔμβολον Ε εἰς τὸν σωλῆνα καὶ ἐλαττώσωμεν οὕτω τὸν ὄγκον τοῦ περιεχομένου ἀέρος, ἡ πίεσις γίνεται μεγαλυτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς, ὅλα δὲ τὰ μανόμετρα δεικνύουν τὴν αὐτὴν ἔνδειξιν.



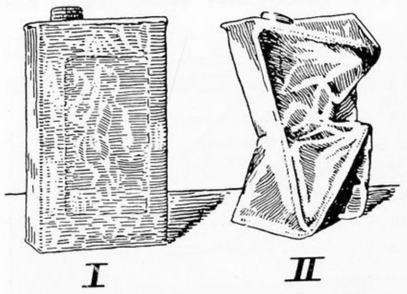
Σχ. 412. Κατ' ὄγκον σύστασις τῆς ἀτμοσφαίρας ὑπεράνω τῆς θαλάσσης.

212. Ἀτμόσφαιρα.

Ἀτμόσφαιραν καλοῦμεν τὸ ἀέριον περίβλημα τὸ εὑρισκόμενον περὶ τὴν Γῆν, τὸ ὁποῖον, ὡς γνωστόν, ἀποτελεῖται ἐξ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, ὅστις εἶναι κυρίως μεῖγμα ὀξυγόνου, 23,01% κατὰ βάρος καὶ 20,93% κατ' ὄγκον, καὶ ἀζώτου, 75,51% κατὰ βάρος καὶ 78,1% κατ' ὄγκον (σχ. 412). Ἐξ ἄλλου, ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω δύο ἀερίων, ὑπάρχουν εἰς τὸν ἀέρα καὶ ἄλλαι προσμείξεις, ὡς εὐγενῆ ἀέρια, διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος καὶ ὑδρογόνον. Ἡ ὡς ἄνω σύνθεσις τῆς ἀτμοσφαίρας δὲν παραμένει σταθερά, ἀλλὰ μεταβάλλεται μετὰ τοῦ ὕψους, δεικνύεται δὲ ὅτι, ὅσον ἀνερχόμεθα εἰς ὕψος, αὐξάνεται ἡ περιεκτικότης εἰς ἄζωτον, ἐνῷ ἀπὸ ὕψους 70 - 80 km καὶ ἄνω ἀπὸ ἀτμοσφαίρας ἀζώτου μεταπίπτομεν εἰς ἀτμόσφαιραν ὑδρογόνου. Τὸ πλησιέστερον πρὸς τὸ ἔδαφος, κατώτερον στρῶμα τῆς ἀτμοσφαίρας, ὕψους μέχρι 10 km, καλεῖται **τροπόσφαιρα,** ἐκεῖθεν τῆς ὁποίας εὑρίσκεται ἡ **στρατόσφαιρα,** φθάνουσα μέχρις ὕψους 35 km. Ἐνδιαφέρον εἶναι καὶ τὸ στρῶμα τὸ καλούμενον **ἰονόσφαιρα** (ἄνω τῶν 60 km). Ἡ ἰονόσφαιρα ἔχει μεγάλην σπουδαιότητα εἰς τὴν Ραδιοφωνίαν διὰ τὴν διάδοσιν τῶν βραχέων ἠλεκτρομαγνητικῶν κυμάτων. Τὸ ὕψος τῆς ἀτμοσφαίρας δὲν εἶναι ἀκριβῶς γνωστόν, ὑπολογίζεται δὲ ὅτι εἶναι περίπου 500 km, καθότι, λόγῳ τῆς ὁλονὲν ἐπερχομένης ἀραιώσεως, πραγματικὸν τέλος τῆς ἀτμοσφαίρας δὲν ὑφίσταται.

213. Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. Ὡς εἴδομεν, ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ ἔχει βάρος· ἑπομένως, ἐφ' ὅσον εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, πιέζει τὰ σώματα τὰ εὑρισκόμενα ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας. Ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις δεικνύεται διὰ πλείστων πειραμάτων.

Οὕτω, ἐὰν καλύψωμεν τὸ στόμιον ποτηρίου ὕδατος διὰ φύλλου χάρτου καὶ ἀναστρέψωμεν τὸ ποτήριον, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὕδωρ δὲν χύνεται, διότι τὸ φύλλον τοῦ χάρτου, πιεζόμενον ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, συγκρατεῖται καὶ δὲν ἀποσπᾶται.



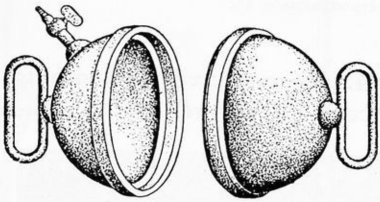
Σχ. 413. Ὅταν ἀπὸ τὸ δοχεῖον (Ι) ἀφαιρεθῇ ὁ ἀήρ, συνθλίβεται, ὡς δεικνύεται εἰς (ΙΙ).

Τὴν ὕπαρξιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως δυνάμεθα νὰ δείξωμεν ἐπίσης διὰ τοῦ ἀκολούθου λίαν ἁπλοῦ καὶ διδακτικοῦ πειράματος. Εἰς σύνηθες δοχεῖον πετρελαίου (σχ. 413), τὸ ὁποῖον φέρει ὀπὴν πρὸς τὰ ἄνω, εἰσάγομεν ποσότητα ὕδατος καὶ θερμαίνομεν τοῦτο μέχρι βρασμοῦ. Διατηροῦμεν τὸν βρασμὸν τοῦ ὕδατος ἐπὶ χρονικόν τι διάστημα, μέχρις ὅτου ἐκδιωχθῇ ὑπὸ τῶν παραγομένων ἀτμῶν ὅλος ὁ ἐντὸς τοῦ δοχείου περιεχόμενος ἀήρ, καὶ κλείομεν κατόπιν τὸ δοχεῖον ἀεροστεγῶς. Ἐὰν ἀκολούθως ἀφήσωμεν τὸ δοχεῖον νὰ ψυχθῇ, οἱ ἐντὸς αὐτοῦ ὑπάρχοντες ὑδρατμοὶ ὑγροποιοῦνται, οὕτω δὲ σχηματίζεται ἐντὸς τοῦ δοχείου κενόν, ὅτε παρατηροῦμεν ὅτι τὸ δοχεῖον ἀποτόμως παραμορφοῦται, λόγῳ συνθλίψεως αὐτοῦ ὑπὸ τῆς ἔξωθεν ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων αὐτοῦ ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως.

Τὸ αὐτὸ πείραμα δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν, ἐὰν ἐπὶ τοῦ δοχείου προσαρμόσωμεν καταλλήλως μόνιμον σωλῆνα, διὰ μέσου τοῦ ὁποίου τῇ βοηθείᾳ ἀεραντλίας ἀφαιροῦμεν τὸν ἐντὸς τοῦ δοχείου ὑπάρχοντα ἀέρα.

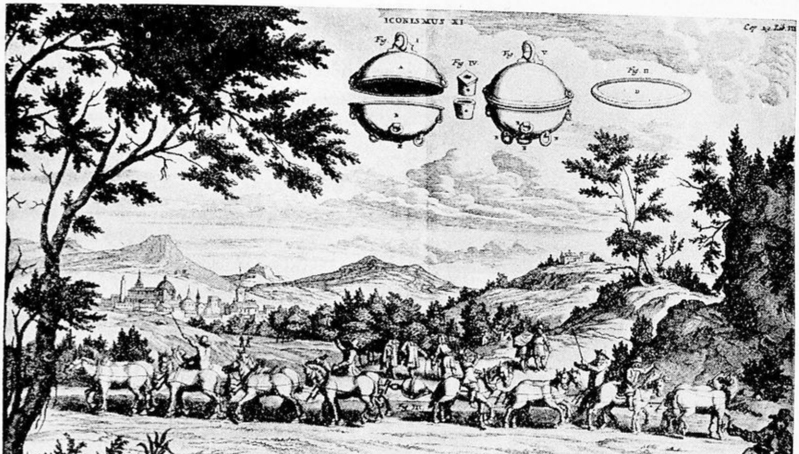
Ἐκ τοῦ τύπου $F = p \cdot S$ δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν δύναμιν, ἥτις ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ δοχείου. Οὕτω, ἐὰν τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐξωτερικῆς ἐπιφανείας τοῦ δοχείου εἶναι $500\ cm^2$, δεδομένου ὅτι $p = 1$ Atm $=$ $= 1{,}033\ kgr^*/cm^2$, θὰ ἔχωμεν $F = 500$ kgr* περίπου.

Ὀνομαστότερον ἀπὸ ἱστορικῆς ἀπόψεως εἶναι τὸ πείραμα τῶν **ἡμισφαιρίων τοῦ Μαγδεμβούργου** (σχ. 414 καὶ 415).



Σχ. 414. Ἡμισφαίρια Μαγδεμβούργου.

Ἡ συσκευὴ αὕτη, ἐπινοηθεῖσα ὑπὸ τοῦ τότε δημάρχου τοῦ Μαγδεμβούργου Otto von Guericke, ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο κοῖλα μεταλλικὰ ἡμισφαίρια διαμέτρου 10 ἕως 15 cm μὲ λίαν παχέα τοιχώματα. Τὸ χεῖλος τοῦ ἑνὸς ἐξ αὐτῶν φέρει δερμάτινον δακτύλιον λιπασμένον, διὰ νὰ γίνεται ὅσον τὸ δυνατὸν καλυτέρα ἡ ἐπαφὴ τῶν δύο ἡμισφαιρίων, τὸ αὐτὸ δὲ ἡμισφαίριον φέρει καὶ στρόφιγγα, ἀπὸ



Σχ. 415. Τὸ ἱστορικὸν πείραμα τῶν ἡμισφαιρίων, ἐκτελεσθὲν ὑπὸ τοῦ δημάρχου τοῦ Μαγδεμβούργου Otto von Guericke (Γκέρικε, 1654).

τῆς ὁποίας εἶναι δυνατὸν ν' ἀφαιρεθῇ ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ δι' ἀντλίας. Ἐφ' ὅσον τὰ ἡμισφαίρια περιέχουν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα, δυνάμεθα εὐκόλως ν' ἀποχωρίσωμεν αὐτά, διότι ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἐντὸς καὶ ἐκτὸς τῆς σφαίρας εἶναι ἡ αὐτή. Ὅταν ὅμως ἀφαιρεθῇ ὁ ἐντὸς αὐτῶν ὑπάρχων ἀήρ, ἀπαιτεῖται νὰ καταβληθῇ πολὺ μεγάλη δύναμις διὰ ν' ἀποχωρισθοῦν τὰ ἡμισφαίρια, τοῦτο δὲ ὀφείλεται εἰς τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τῶν ἡμισφαιρίων, ἐνῷ εἰς τὸ ἐσωτερικὸν μέρος ἡ πίεσις εἶναι κατὰ πολὺ μικροτέρα, ἐφ' ὅσον ἔχει ἀφαιρεθῇ ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀήρ.

214. Μέτρησις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Πείραμα τοῦ Torricelli (Τορριτσέλλι). Ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ἡ ἀτμόσφαιρα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, θὰ ἠδύνατο νὰ καθορισθῇ καθ' ὅμοιον τρόπον, ὡς καὶ ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις, ἤτοι ἐκ τοῦ ὕψους τῆς ἀτμοσφαίρας καὶ ἐκ τῆς πυκνότητος τοῦ ἀέρος. Ἐπειδὴ ὅμως οὔτε τὸ ὕψος τῆς ἀτμοσφαίρας γνωρίζομεν, ἀλλ' οὔτε καὶ ἀκριβῶς τὸ πῶς μεταβάλλεται ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος μετὰ τοῦ ὕψους ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, δὲν δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ βάρος τῆς ἀντιστοίχου ἀερίου στήλης. Διὰ τοῦτο προσδιορίζομεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν ἐμμέσως.

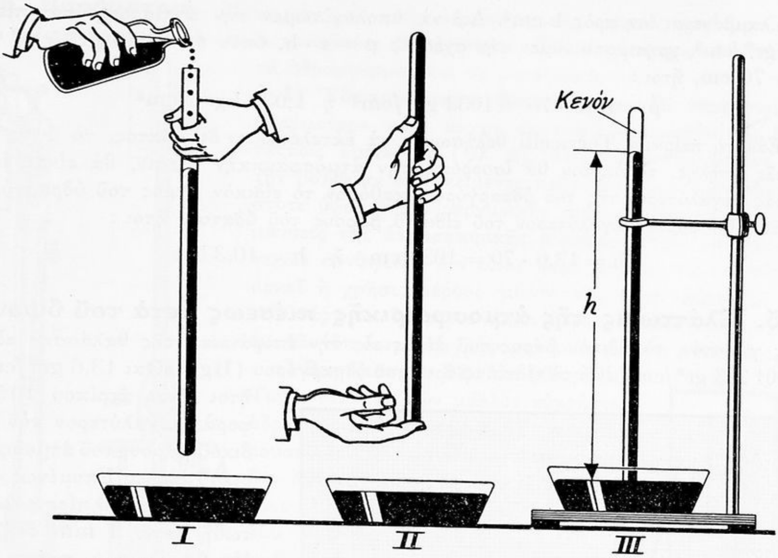
EVANGELISTA TORRICELLI
(1608 - 1647)
Ἰταλὸς Φυσικός, μαθητὴς τοῦ Γαλιλαίου.

Πρῶτος ὁ **Torricelli** (1643) ἐπέτυχε τὴν μέτρησιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως διὰ τῆς ἀκολούθου πειραματικῆς διατάξεως. Σωλὴν ὑάλινος μήκους 90 cm περίπου, κλειστὸς κατὰ τὸ ἓν ἄκρον, πληροῦται τελείως διὰ καθαροῦ καὶ ἀπηλλαγμένου ὑγρασίας ὑδραργύρου (σχ. 416, I). Κλείομεν ἀκολούθως τὸ ἀνοικτὸν ἄκρον τοῦ σωλῆνος διὰ τοῦ δακτύλου καὶ ἀναστρέφομεν αὐτὸν ἐντὸς λεκάνης περιεχούσης ὑδράργυρον (σχ. 416, II). Ἐὰν μετὰ τοῦτο ἀπομακρύνωμεν τὸν δάκτυλον, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ ὑδράργυρος κατέρχεται ὀλίγον εἰς τὸν σωλῆνα καὶ τέλος ἰσορροπεῖ εἰς ὕψος 76 cm περίπου ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης (σχ. 416, III).

Τὸ ὕψος τῆς βαρομετρικῆς στήλης δὲν ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς μορφῆς καὶ τῆς κλίσεως τοῦ σωλῆνος (σχ. 417).

Εἶναι φανερὸν ὅτι εἰς τὸν ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου χῶρον τοῦ σωλῆνος δὲν ὑπάρχει ἀήρ. Ὁ χῶρος οὗτος καλεῖται βαρομετρικὸς θάλαμος, ἐντὸς δὲ αὐτοῦ λέγομεν ὅτι ἐπικρατεῖ **βαρομετρικὸν κενόν.** Τὸ βάρος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἰσορροπεῖται προδήλως ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, τῆς ἀσκουμένης ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου ἐν τῇ λεκάνῃ, ἡ ὁποία μεταδίδεται ὡς γνωστὸν καὶ κάτωθεν τῆς τομῆς τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἐν τῇ λεκάνῃ.

Ὡς εἴδομεν (βλ. § 179), ἡ πίεσις ὑδραργυρικῆς στήλης ὕψους 1 mm καλεῖται



Σχ. 416. Πείραμα Torricelli, διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως.

1 Torr καί, ἐπομένως, ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἡ ἰσορροπουμένη ὑπὸ στήλης ὑδραργύρου ὕψους 76 cm, δηλ. 760 mm, ἀντιστοιχεῖ εἰς 760 Torr.

Ἐὰν ἡ λεκάνη τοῦ ὑδραργύρου τεθῇ ὑπὸ τὸν κώδωνα ἀεραντλίας καὶ ἀραιώσωμεν τὸν ἀέρα, ἡ στήλη τοῦ βαρομέτρου κατέρχεται, διότι ἡ πίεσις ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης εἶναι μικροτέρα.

Ἐκ τοῦ πειράματος Torricelli δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν ἐκ τοῦ βάρους τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης τῆς ἰσορροπούσης τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἐπὶ τῇ προϋποθέσει ὅτι ἡ τομὴ τῆς στή-

Σχ. 417. Τὸ ὕψος τῆς βαρομετρικῆς στήλης εἶναι ἀνεξάρτητον τῆς τομῆς, τῆς μορφῆς καὶ τῆς κλίσεως τοῦ σωλῆνος.

λης λαμβάνεται ἴση πρὸς 1 cm^2. Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν ἀντιστοιχοῦσαν πίεσιν εἰς gr^*/cm^2, χρησιμοποιοῦμεν τὴν σχέσιν : $p = \varepsilon \cdot h$, ὅπου $\varepsilon = 13{,}6\ gr^*/cm^3$ καὶ $h = 76$ cm, ἤτοι :

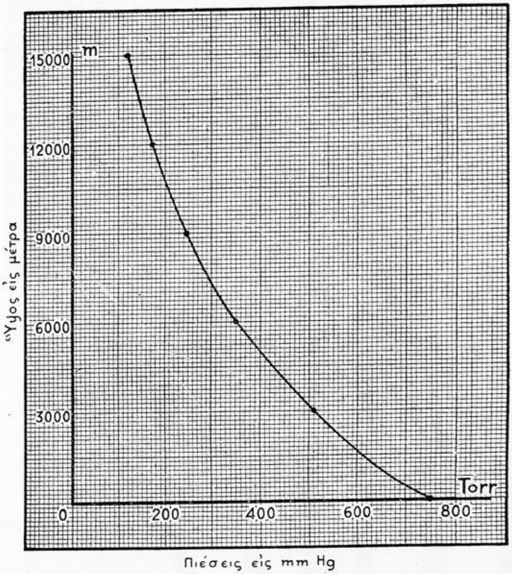
$$p = 13{,}6 \cdot 76 = 1033\ gr^*/cm^2 \quad ἢ \quad 1{,}033\ kgr^*/cm^2$$

Ἐὰν τὸ πείραμα Torricelli θελήσωμεν νὰ ἐκτελέσωμεν δι' ὕδατος, τὸ ὕψος τῆς ὑγρᾶς στήλης, τὸ ὁποῖον θὰ ἰσορροπῇ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, θὰ εἶναι 13,6 φορὰς μεγαλύτερον τῆς τοῦ ὑδραργύρου, καθόσον τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 13,6 φορὰς μεγαλύτερον τοῦ εἰδικοῦ βάρους τοῦ ὕδατος, ἤτοι :

$$h = 13{,}6 \cdot 76 = 1033\ cm \quad ἢ \quad h = 10{,}33\ m$$

215. Ἐλάττωσις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους.

Ὡς γνωστόν, τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀέρος εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης εἶναι 0,001 293 gr^*/cm^3, ἐνῷ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑδραργύρου (Hg) εἶναι 13,6 gr^*/cm^3, ἤτοι εἶναι περίπου 10 500 φορὰς μεγαλύτερον τοῦ εἰδικοῦ βάρους τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος. Ἑπομένως, ἵνα ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἐλαττωθῇ κατὰ 1 mm στήλης Hg (1 Torr), πρέπει νὰ ἀνέλθωμεν εἰς ὕψος 10 500 mm ἢ 10,5 m ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης· ἐφ' ὅσον δὲ ἀνερχόμεθα εἰς ὕψος, συναντῶμεν μικροτέραν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, διότι ἀφαιρεῖται ἡ ἐπίδρασις τῶν ὑποκειμένων στρωμάτων τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος.



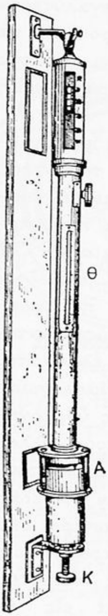
Σχ. 418. Γραφικὴ παράστασις τῆς ἐλαττώσεως τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους.

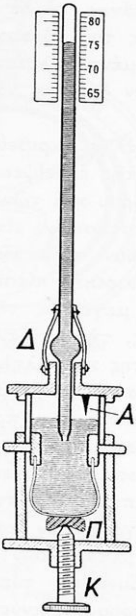
Ὁ ἀνωτέρω νόμος, τῆς ἐλαττώσεως τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως κατὰ 1 Torr δι' ἄνοδον κατὰ 10,5 m, ἰσχύει μόνον δι' ὕψος μὴ ὑπερβαῖνον μέτρα τινά, διότι διὰ μεγαλύτερα ὕψη ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος δὲν παραμένει σταθερά, ἀλλὰ μεταβάλλεται μετὰ τοῦ ὕψους, ὡς ἐπίσης καὶ τὸ g τῆς Γῆς, καὶ ὡς ἐκ τούτου ὁ νόμος τῆς μεταβολῆς τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους δὲν εἶναι τόσον ἁπλοῦς, ἀλλὰ πολυπλοκώτερος. Ἡ καμπύλη τοῦ σχήματος 418 δεικνύει γραφικῶς τὴν ἐλάττωσιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους.

216. Βαρόμετρα. Πρὸς μέτρησιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως χρησιμοποιοῦμεν εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **βαρόμετρα.** Τούτων ὑπάρχουν δύο τύποι, τὰ ὑδραργυρικὰ καὶ τὰ μεταλλικά.

1) Ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον. Τὸ ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον κατ' ἀρχὴν ἀποτελεῖ ἐφαρμογὴν τῆς διατάξεως Torricelli (βλ. σχ. 416), εἰς τὴν ὁποίαν, μὲ τὴν βοήθειαν παρακειμένης κλίμακος, μετροῦμεν τὸ ἑκάστοτε ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης. Ἐπειδὴ αἱ διακυμάνσεις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, λόγῳ μετεωρολογικῶν συνθηκῶν, δὲν εἶναι πολὺ μεγάλαι εἰς ἕνα τόπον, ἀρκεῖ ἡ χρῆσις μέρους μόνον τῆς ὅλης κλίμακος.

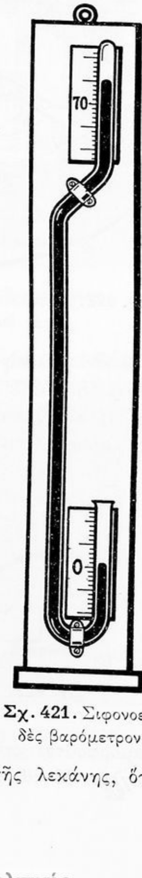
Ὑπάρχουν διάφοροι τύποι ὑδραργυρικῶν βαρομέτρων, ἐκ τῶν ὁποίων περιγράφομεν τοὺς μᾶλλον συνήθεις :





Σχ. 419. Σχ. 420.
Ἐξωτερικὴ ὄψις καὶ τομὴ βαρομέτρου Fortin.

α) Βαρόμετρον Fortin (Φορτέν). Τοῦτο εἶναι ἐκ τῶν μᾶλλον εὐχρήστων ὑδραργυρικῶν βαρομέτρων, διότι παρουσιάζει τὸ οὐσιῶδες πλεονέκτημα, ὅτι δύναται νὰ μεταφέρεται ἄνευ κινδύνου θραύσεως, λόγῳ τῆς καταλλήλου κατασκευῆς του (σχ. 419). Ὁ πυθμὴν Π τῆς λεκάνης εἶναι δερμάτινος καὶ δύναται, μὲ τὴν βοήθειαν κοχλίου Κ, ν' ἀνυψοῦται ἢ νὰ καταβιβάζεται, μεταβαλλομένης οὕτω τῆς χωρητικότητος τῆς λεκάνης (σχ. 420). Ἡ λεκάνη καὶ ὁ βαρομετρικὸς σωλὴν περιβάλλονται ὑπὸ μεταλλικοῦ περιβλήματος, ἐνῷ εἰς τὸ ἄνω μέρος τοῦ μεταλλικοῦ περιβλήματος τοῦ βαρομετρικοῦ σωλῆνος ὑπάρχει κλῖμαξ, εἰς τρόπον ὥστε νὰ δυνάμεθα νὰ μετρῶμεν τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου ἐν τῇ λεκάνῃ. Ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις μεταδίδεται εἰς τὸν ὑδράργυρον τῆς λεκάνης διὰ μέσου τῶν πόρων τοῦ δερματίνου συνδέσμου Δ, οἱ ὁποῖοι ὅμως δὲν ἀφήνουν τὸν ὑδράργυρον νὰ ἐξέλθῃ. Ἡ κλῖμαξ εἶναι βαθμολογημένη, τῆς βαθμολογίας λογιζομένης ἀπὸ τοῦ ἄκρου μικρᾶς ἀκίδος Α ἐξ ἐλεφαντοστοῦ. Διὰ τὴν ἐκτέλεσιν μετρήσεως ρυθμίζομεν διὰ τοῦ κοχλίου Κ τὴν χωρητικότητα τῆς λεκάνης, ὥστε τὸ ἄκρον τῆς ἀκίδος νὰ ἐφάπτεται τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὴν λεκάνην, ὅτε μετροῦμεν διὰ τῆς κλίμακος τὸ ἀντίστοιχον ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης. Διὰ νὰ μεταφέρωμεν ἀκινδύνως τὸ ὄργανον, ἀρκεῖ διὰ τοῦ κοχλίου Κ νὰ σμικρύνωμεν τὴν χωρητικότητα τῆς λεκάνης, ὅτε

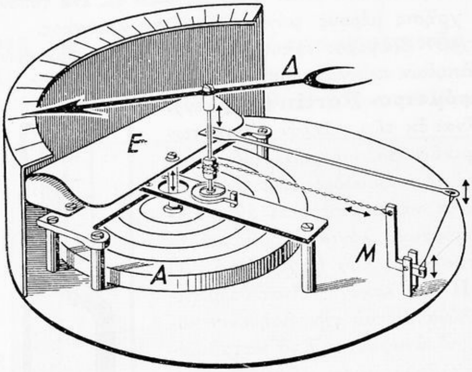


Σχ. 421. Σιφωνοειδὲς βαρόμετρον.

ὁ ὑδράργυρος ἀνέρχεται εἰς τὸν βαρομετρικὸν σωλῆνα καὶ πληροῖ τελείως αὐτόν.

β) Σιφωνοειδὲς βαρόμετρον. Τοῦτο δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 421. Τὸ μικρότερον σκέλος, ἀνοικτὸν πρὸς τὰ ἄνω, ἐπέχει θέσιν λεκάνης, τὸ δὲ μεγαλύτερον σκέλος εἶναι κλειστὸν πρὸς τὰ ἄνω. Ἡ διαφορὰ στάθμης τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὰ δύο σκέλη τοῦ βαρομέτρου, μετρουμένη ἐπὶ τῆς παρακειμένης κλίμακος, παρέχει τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης. Τὸ ὄργανον τοῦτο δὲν δύναται νὰ μεταφερθῇ ἀκινδύνως.

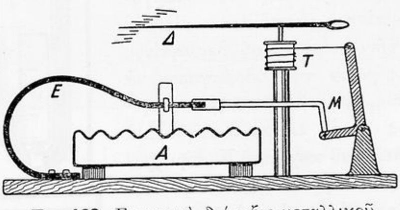
2) Μεταλλικὰ βαρόμετρα. Διὰ μετρήσεις ὄχι μεγάλης ἀκριβείας χρησιμοποιοῦνται τὰ **μεταλλικὰ βαρόμετρα,** τὰ ὁποῖα, ἕνεκα τῆς ἐλλείψεως τοῦ ὑγροῦ ὑδραργύρου καὶ τῶν μικρῶν αὐτῶν διαστάσεων, εἶναι πολὺ περισσότερον εὐμετακόμιστα. Ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις μετρεῖται ἐκ τοῦ μεγέθους τῆς παραμορφώσεως, τὴν ὁποίαν ὑφίστανται ἐκ ταύτης κατάλληλα ἐλάσματα. Τὰ ὄργανα ταῦτα βαθμολογοῦνται ἐν συγκρίσει πρὸς ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον ἢ πρὸς ἄλλας διατάξεις, αἱ ὁποῖαι ἐπιτρέπουν τὴν ἀνάπτυξιν γνωστῶν πιέσεων.



Σχ. 422. Μεταλλικὸν βαρόμετρον. Τὰ βέλη δεικνύουν τὰς δυνατότητας μετακινήσεως.

Περιγράφομεν κατωτέρω δύο τύπους μεταλλικῶν βαρομέτρων.

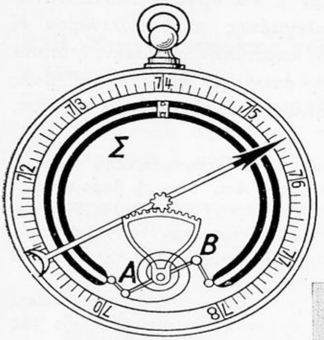
α) Συνήθης τύπος τοιούτου βαρομέτρου δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 422. Ἀποτελεῖται ἐκ μεταλλικοῦ κυλινδρικοῦ δοχείου Α κενοῦ ἀέρος. Ἡ ἄνω ἐπιφάνεια τοῦ δοχείου εἶναι πτυχωτὴ (κάψα), οὕτως ὥστε νὰ παρουσιάζῃ μεγαλυτέραν εὔκαμπτον ἐπιφάνειαν. Ὅταν ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις μεταβάλλεται, ἡ πτυχωτὴ ἐπιφάνεια παραμορφοῦται καὶ διὰ καταλλήλως τοποθετημένου ἐλάσματος Ε καὶ συστήματος μοχλῶν Μ τίθεται εἰς κίνησιν δείκτης Δ, ὁ ὁποῖος μετακινεῖται ἔμπροσθεν βαθμο-



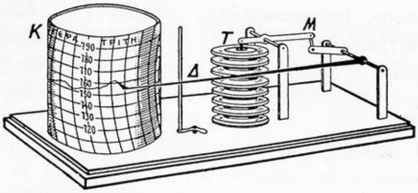
Σχ. 423. Γραμμικὴ διάταξις μεταλλικοῦ βαρομέτρου.

Σχ. 424. Συνήθης τύπος μεταλλικοῦ βαρομέτρου.

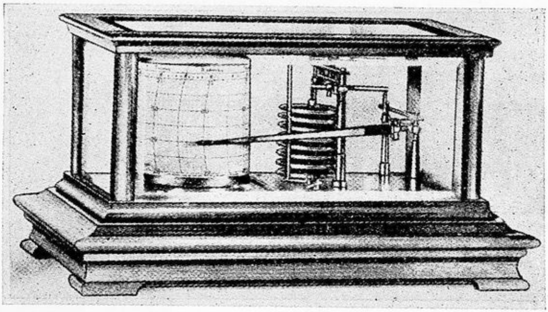
λογημένης κλίμακος, ἡ ὁποία δεικνύει τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν (σχ. 423). Τὸ σχῆμα 424 δεικνύει φωτογραφίαν τοῦ βαρομέτρου τούτου.



Σχ. 425. Μεταλλικὸν βαρόμετρον.



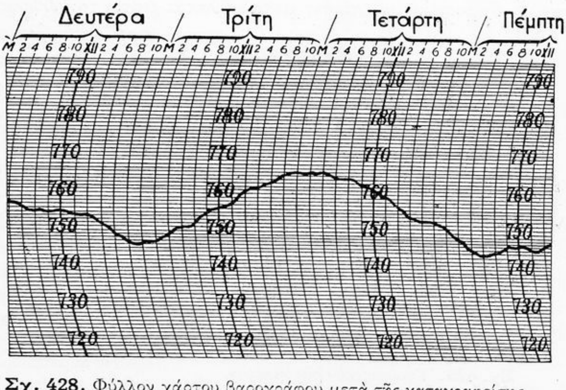
Σχ. 426. Βαρογράφος μετὰ 8 τυμπάνων.



Σχ. 427. Φωτογραφία βαρογράφου μετὰ 8 τυμπάνων.

β) Ἕτερος συνήθης τύπος μεταλλικοῦ βαρομέτρου δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 425. Ἀποτελεῖται ἐκ σωλῆνος Σ ἐξ ἐλατοῦ μετάλλου, ὁ ὁποῖος ἔχει ἐγκαρσίαν τομὴν ἐλλειπτικήν. Ὅταν ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις αὐξομειοῦται, τὰ δύο σκέλη Α καὶ Β τοῦ σωλῆνος πλησιάζουν ἢ ἀπομακρύνονται, ἡ κίνησις δὲ αὕτη μεταδίδεται διὰ καταλλήλου μηχανισμοῦ μοχλῶν καὶ ὀδοντωτῶν τροχῶν εἰς δείκτην κινούμενον πρὸ τῶν διαιρέσεων κλίμακος καταλλήλως βαθμολογημένης.

Ὁ τύπος οὗτος τοῦ βαρομέτρου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν τύπον τοῦ μανομέτρου, τὸν ὁποῖον ἐγνωρίσαμεν εἰς τὴν § 184.



Σχ. 428. Φύλλον χάρτου βαρογράφου μετὰ τῆς καταγραφείσης καμπύλης κατὰ τὴν διάρκειαν τεσσάρων ἡμερῶν.

γ) **Βαρογράφος (αὐτογραφικὸν βαρόμετρον).** Τὸ μεταλλικὸν βαρόμετρον, διὰ καταλλήλου τροποποιήσεως αὐτοῦ, δύναται νὰ μετατραπῇ εἰς αὐτογραφικόν, τὸ ὁποῖον καλεῖται **βαρογράφος** (σχ. 426 καὶ 427). Τὰ ὄργανα ταῦτα καταγράφουν, ἐπὶ καταλλήλου ταινίας (σχ. 428) περιτυλιγμένης περὶ κύλινδρον Κ περιστρεφόμενον ἰσοταχῶς δι' ὡρολογιακοῦ μηχανισμοῦ, καμπύλην γραμμήν, ἡ ὁποία δεικνύει τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν εἰς ἑκάστην χρονικὴν στιγμήν. Ἡ διάρκεια μιᾶς πλήρους περιστροφῆς τοῦ κυλίνδρου γίνεται ἐντὸς μιᾶς ἡμέρας ἢ ἐντὸς ἑβδομάδος κλπ.

217. Ἔνδειξις καιροῦ. Ἔχει παρατηρηθῆ ὅτι αἱ μεταβολαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως συνοδεύονται ὑπὸ μεταβολῆς τοῦ καιροῦ. Γενικῶς δὲ ἔχει παρατηρηθῆ ὅτι, ὅταν ἡ βαρομετρικὴ πίεσις ἤ, ὡς συνήθως λέγομεν, τὸ βαρόμετρον πίπτῃ συνεχῶς, ἔχομεν βροχήν, ἀπότομος δὲ πτῶσις τοῦ βαρομέτρου συνεπάγεται βίαιον ἄνεμον. Γενικῶς πτῶσις τοῦ βαρομέτρου (σχηματισμὸς κυκλῶνος) προμηνύει κακὸν καιρόν, ἐνῷ ἀντιθέτως ἄνοδος τοῦ βαρομέτρου (σχηματισμὸς ἀντικυκλῶνος) προμηνύει κατὰ τὸ πλεῖστον καλὸν καιρόν.

Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου ἐπὶ τῆς κλίμακος τῶν μεταλλικῶν βαρομέτρων ὑπάρχουν ἐνδείξεις ὅσον ἀφορᾷ εἰς τὸν καιρόν, π.χ. λίαν ξηρός, καλός, βροχὴ κ.ο.κ., αἱ ὁποῖαι ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰς κάτωθι πιέσεις:

Λίαν ξηρὸς	785 mm Hg	Βροχὴ ἢ ἄνεμος	749 mm Hg
Σταθερὸς	776 » »	Ραγδαία βροχὴ	739 » »
Καλὸς καιρὸς	767 » »	Θύελλα	731 » »
Μεταβλητὸς	758 » »		

Γενικῶς ἡ βαρομετρικὴ πίεσις ἀποτελεῖ σπουδαῖον στοιχεῖον διὰ τὴν πρόγνωσιν τοῦ καιροῦ, ἡ ὁποία εἶναι μεγίστης σημασίας σήμερον διὰ τὴν ἀεροπορίαν, ναυτιλίαν, γεωργίαν, ὡς καὶ δι' ἄλλους κλάδους.

218. Μέτρησις τοῦ ὕψους.

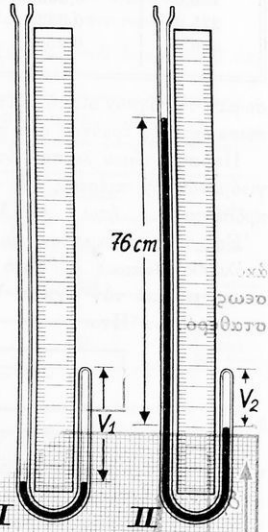
Τὰ μεταλλικὰ βαρόμετρα χρησιμεύουν σήμερον εὐρύτατα εἰς τὴν ἀεροπορίαν, διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ ὕψους. Οὕτω, ὡς ἀνωτέρω εἴδομεν, ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις μεταβάλλεται μετὰ τοῦ ὕψους, ἡ δὲ μεταβολὴ αὕτη ἐκφράζεται διὰ τύπων κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον πολυπλόκων. Τὰ πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον χρησιμοποιούμενα μεταλλικὰ βαρόμετρα φέρουν διπλῆν βαθμολογίαν, ἤτοι βαθμολογίαν εἰς χιλιοστὰ στήλης ὑδραργύρου διὰ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν καὶ εἰς μέτρα διὰ τὸ ὕψος.

Σχ. 429. Ὑψομετρικὸν βαρόμετρον.

Εἰς τὸ σχῆμα 429 φαίνεται ἡ προσθία ὄψις μεταλλικοῦ βαρομέτρου - ὑψομέτρου. Οἱ δύο κύριοι δεῖκταί του μετροῦν εἰς τὸ σχῆμα ὕψος 176 ποδῶν. Τὸ ὄργανον ρυθμίζεται τοιουτοτρόπως, ὥστε οἱ δεῖκταί του νὰ εὑρίσκωνται εἰς τὸ μηδέν, ὅταν τὸ ἀεροπλάνον ἀπογειοῦται. Ἑπομένως τὸ ἑκάστοτε μετρούμενον ὕψος νοεῖται ἀπὸ τὸ ὑψόμετρον τοῦ ἀεροδρομίου καὶ οὐχὶ τῆς θαλάσσης, ἐκτὸς ἂν εἶναι γνωστὴ ἡ διαφορὰ ὕψους θαλάσσης - ἀεροδρομίου. Διὰ μακρὰς πτήσεις πρέπει νὰ ἐλέγχεται ἡ τυχὸν μεταβολὴ λόγῳ καιρικῶν συνθηκῶν, διότι τότε ἡ ἔνδειξις ὕψους δὲν θὰ εἶναι ἡ ὀρθὴ καὶ γίνεται πιθανὴ ἡ σύγκρουσις τοῦ ἀεροπλάνου πρὸς κορυφὰς ὀρέων, ἰδίως κατὰ τὴν νύκτα. Διὰ τοῦτο σήμερον χρησιμοποιοῦνται ἐπιπροσθέτως καὶ τὰ ὄργανα ραντάρ.

219. Συμπιεστότης τῶν ἀερίων. Νόμος τῶν Boyle - Mariotte(*) (Μπόϋλ - Μαριότ). Τὰ ἀέρια, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὰ ὑγρά, ὑφίστανται, ὡς εἴδομεν, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ἐξωτερικῶν πιέσεων, σημαντικὰς μεταβολὰς ὄγκου. Τὴν σχέσιν μεταξὺ ὄγκου καὶ πιέσεως ὡρισμένης ποσότητος ἀερίου (ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν) εὑρίσκομεν πειραματικῶς διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 430.

ROBERT BOYLE (1627 - 1691)
Ἄγγλος ἐπιστήμων, ἀσχοληθεὶς κυρίως εἰς τὴν Χημείαν καὶ τὴν Φυσικήν. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς συμπιεστότητος τῶν ἀερίων, συνετέλεσεν εἰς τὴν βελτίωσιν τῶν ἀεραντλιῶν κενοῦ καὶ ἀπέδειξεν ὅτι ὁ ἦχος δὲν διαδίδεται διὰ τοῦ κενοῦ.



Σχ. 430. Πειραματικὴ διάταξις διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ νόμου Boyle - Mariotte.

Αὕτη ἀποτελεῖται ἐξ ὑαλίνου σωλῆνος κλειστοῦ κατὰ τὸ βραχύτερον ἄκρον καὶ ἀνοικτοῦ κατὰ τὸ ἕτερον. Εἰς τὴν συσκευὴν χύνομεν ὀλίγον ὑδράργυρον, ὥστε νὰ ἀπομονώσωμεν μᾶζαν ἀέρος ἔχουσαν ὄγκον V_1, ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν p_1. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου καὶ εἰς τὰ δύο σκέλη εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον, ἡ δὲ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ὑποτίθεται ὅτι ἰσορροπεῖται ὑπὸ στήλης ὑδραργύρου 76 cm (σχ. 430, I). Ἐὰν ἤδη διὰ τοῦ ἀνοικτοῦ ἄκρου τῆς συσκευῆς προσθέ-

(*) Ἐπειδὴ τὸ φαινόμενον τῆς συμπιεστότητος τῶν ἀερίων ἐμελετήθη συγχρόνως ὑπὸ τῶν Boyle (1662) καὶ Mariotte (1676), ὁ νόμος οὗτος ἐκλήθη: νόμος τῶν Boyle - Mariotte.

σωμεν ὑδράργυρον, εἰς τρόπον ὥστε ὁ ὄγκος V_1 τοῦ ἀποκεκλεισμένου ἀέρος νὰ ἐλαττωθῇ εἰς τὸ ἥμισυ, τότε βλέπομεν ὅτι ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου δὲν εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον καὶ εἰς τὰ δύο σκέλη τοῦ σωλῆνος, ἀλλὰ εἰς τὸ ἀνοικτὸν εὑρίσκεται εἰς ὕψος 76 cm ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ κλειστοῦ σκέλους τοῦ σωλῆνος (σχ. II).

Πίεσις p ἀποκεκλ. ἀέρος εἰς cm Hg	Ὄγκος V ἀέρος εἰς cm^3	Γινόμενον p · V πίεσις × ὄγκος (cm Hg × cm^3)
75,0	1,00	75,0
150,0	0,503	75,4
225,0	0,332	74,7
300,0	0,251	75,3

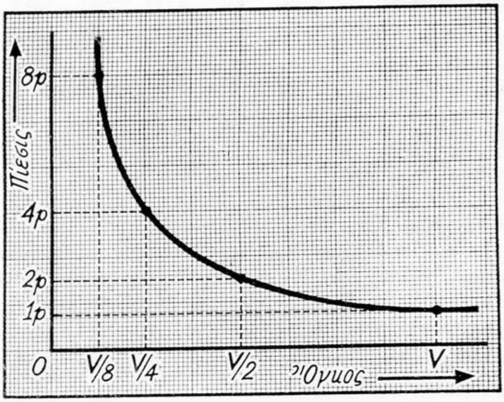
Οὕτω δὲ ἡ πίεσις (p_2), ὑπὸ τὴν ὁποίαν εὑρίσκεται ὁ ὄγκος τοῦ ἀέρος εἰς V_2, δὲν εἶναι 76 cm, ἀλλὰ $76 + 76 = 152$ cm στήλης ὑδραργύρου. Μὲ ἄλλους λόγους, ἡ πίεσις τοῦ ἐγκεκλεισμένου ἀέρος ἐδιπλασιάσθη, ὅταν ὁ ὄγκος αὐτοῦ ἠλαττώθη εἰς τὸ ἥμισυ. Ἐὰν ἀκολούθως ἐλαττώσωμεν τὸν ὄγκον εἰς τὸ τρίτον, ἡ πίεσις τριπλασιάζεται κ.ο.κ. Τυπικὰ ἀποτελέσματα πειραματικῆς ἐρεύνης διὰ τῆς ἀνωτέρω συσκευῆς μᾶς παρέχει ὁ πίναξ μετρήσεων.

Παρατηροῦμεν λοιπὸν ὅτι, ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία παραμένει ἀμετάβλητος, τὸ γινόμενον τῆς πιέσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον εἶναι τὸ αὐτὸ εἰς ὅλας τὰς μετρήσεις (κατὰ προσέγγισιν), ἤτοι : $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = p_3 \cdot V_3 = \ldots = \text{σταθ.}$ (1)

Ἐπὶ τῶν πειραμάτων τούτων πρῶτοι οἱ Boyle καὶ Mariotte διετύπωσαν τὸν ἀκόλουθον νόμον : **« Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν, τὸ γινόμενον τῆς πιέσεως p ἐπὶ τὸν ὄγκον V, δεδομένης ἀερίου μάζης, παραμένει πάντοτε σταθερόν »**. Ἤτοι :

$p \cdot V = \text{σταθ.}$	Νόμος Boyle - Mariotte

(2)



Σχ. 431. Γραφικὴ παράστασις τοῦ νόμου Boyle - Mariotte.

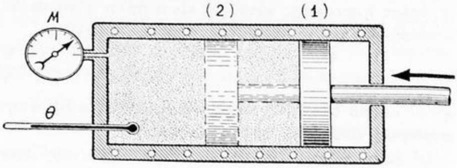
Ἐὰν περιορισθῶμεν εἰς τὰ δύο πρῶτα μέλη τῆς σχέσεως (1), ἔχομεν :

$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}} \qquad (3)$$

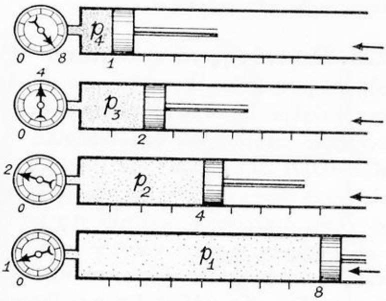
ἤτοι : **«Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν, οἱ ὄγκοι τοὺς ὁποίους καταλαμβάνει δεδομένη ἀέριος μᾶζα εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν πιέσεων »**.

Ἐὰν εἰς διάγραμμα ὀρθογωνίων ἀξόνων ἀναφέρωμεν τὰς τιμὰς ὄγκου καὶ πιέσεως, προκύπτει καμπύλη ὡς ἡ τοῦ σχήματος 431, ἡ ὁποία ἀναπαριστᾷ γραφικῶς τὸν νόμον Boyle - Mariotte.

Δυνάμεθα ὅμως καὶ δι' ἄλλου τρόπου νὰ δείξωμεν πειραματικῶς τὸν ἀνωτέρω νόμον τῆς συμπιεστότητος τῶν ἀερίων. Οὕτω, ἐὰν ἐντὸς δοχείου (σχ. 432) θέσωμεν ἓν ἀέριον, ἡ ἑκάστοτε θέσις τοῦ ἐμβόλου μᾶς παρέχει τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου, ἐνῷ τὸ μανόμετρον Μ μᾶς δεικνύει τὴν πίεσιν τὴν ἐπικρατοῦσαν εἰς τὸν χῶρον τοῦτον καὶ τὸ θερμόμετρον Θ τὴν θερμοκρασίαν, ἥτις δέον νὰ παραμένῃ πάντοτε σταθερά. Δι' αὐξήσεως τοῦ ὄγκου τοῦ ἀερίου, δυνάμεθα διὰ τῆς συσκευῆς ταύτης νὰ δείξωμεν τὸν νόμον τοῦτον καὶ δι' ἀντιστρόφου ὁδοῦ, ἤτοι διὰ πιέσεων μικροτέρων τῆς ἀτμοσφαιρικῆς. Τὸ σχῆμα 433 δεικνύει ἀναλυτικῶς τὴν ἀνωτέρω πειραματικὴν διάταξιν, πρὸς πληρεστέραν κατανόησιν.



Σχ. 432. Ἐλαττουμένου τοῦ ὄγκου ἀερίου, αὐξάνεται ἡ πίεσις· καὶ ἀντιστρόφως.



Σχ. 433. Σχέσις μεταξὺ πιέσεως καὶ ὄγκου ἑνὸς ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν.

220. Τέλειον (ἰδανικὸν) ἀέριον.

Ἡ ὡς ἄνω πειραματικὴ ἐπαλήθευσις τοῦ νόμου τῶν Boyle - Mariotte ἐγένετο εἰς ἐποχήν, καθ' ἣν ἡ τεχνικὴ τῶν μετρήσεων δὲν εἶχεν ἐπαρκῶς προαχθῆ. Βραδύτερον ὅμως, διὰ τῆς ἐπινοήσεως ἀκριβεστέρων ὀργάνων μετρήσεως, κατεδείχθη ὅτι οὐδὲν τῶν ἐν τῇ φύσει ὑπαρχόντων ἀερίων ἀκολουθεῖ ἐπακριβῶς τὸν νόμον τῶν Boyle-Mariotte. Πρὸς διατήρησιν ὅμως τῆς μέχρι τῆς ἐποχῆς ἐκείνης συντελεσθείσης ἐργασίας, ἡ Φυσικὴ ἐδέχθη τὸν τύπον τοῦ **τελείου (ἰδανικοῦ) ἀερίου,** τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ θεωρητικὴν ἔννοιαν καὶ διὰ τὸ ὁποῖον δέχεται ὅτι ἀκολουθεῖ ἐπακριβῶς τὸν νόμον τῶν Boyle - Mariotte.

Ἐκ τῆς πειραματικῆς σπουδῆς, ὡς θὰ ἴδωμεν λεπτομερέστερον εἰς τὸ Κεφάλαιον τῆς Θερμότητος, καταδεικνύεται ὅτι, ὑπὸ τὰς συνήθεις συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως, ὅσον περισσότερον ἀπέχει τὸ ἀέριον ἀπὸ τῶν συνθηκῶν ὑγροποιήσεως αὐτοῦ, τόσον περισσότερον πλησιάζει πρὸς τὸν τύπον τοῦ τελείου ἀερίου. Οὕτω, διὰ τὸ ὑδρογόνον, τὸ ὀξυγόνον καὶ τὸ ἥλιον, δυνάμεθα νὰ δεχθῶμεν, ὑπὸ τὰς συνήθεις συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως, ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος, ὅτι τὰ ἀέρια ταῦτα συμπεριφέρονται ἀκριβῶς ὡς ὁ τύπος τοῦ τελείου ἀερίου, ἤτοι ἀκολουθοῦν ἐπακριβῶς τὸν νόμον τῶν Boyle - Mariotte. Τουναντίον, τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος (CO_2) καὶ τὸ διοξείδιον τοῦ θείου (SO_2), τὰ ὁποῖα ὑπὸ συνήθεις συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως δὲν ἀπέχουν πολὺ ἀπὸ τῶν συνθηκῶν ὑγροποιήσεως αὐτῶν, παρετηρήθη ὅτι δεικνύουν οὐσιώδεις ἀποκλίσεις ἀπὸ τοῦ νόμου τῶν Boyle - Mariotte.

***221. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος ἀερίου μετὰ τῆς πιέσεως.** Ἐὰν καλέσωμεν m τὴν μᾶζαν δεδομένης ποσότητος ἀερίου, τὸ ὁποῖον ἔχει ὄγκον V ὑπὸ πίεσιν p, τότε ἡ πυκνότης αὐτοῦ θὰ εἶναι $\rho = m/V$. Ἐὰν ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου γίνῃ ἴσος πρὸς V', τότε καὶ ἡ πίεσίς του θὰ εἶναι p', ὁπότε ἡ πυκνότης αὐτοῦ θὰ εἶναι πάλιν $\rho' = m/V'$. Δοθέντος ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ ἀερίου παρέμεινε σταθερὰ καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις, θὰ ἔχωμεν:

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{V'}{V} \qquad (1)$$

ἤτοι: « **ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν αἱ πυκνότητες δεδομένης μάζης ἀερίου εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τοῦ ὄγκου** ».

Ἐξ ἄλλου ἐκ τοῦ νόμου Boyle - Mariotte γνωρίζομεν, ὅτι αἱ πιέσεις εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν ὄγκων, ἤτοι $p/p' = V'/V$, ὅτε ἐκ τῆς σχέσεως (1) προκύπτει:

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{p}{p'}$$

ἤτοι: « **ὅταν ἡ θερμοκρασία διατηρῆται σταθερά, αἱ πυκνότητες ἀερίου μάζης εἶναι ἀνάλογοι πρὸς τὰς πιέσεις** ».

222. Πυκνότης τῶν ἀερίων. Ἡ πυκνότης τοῦ ἀερίου δύναται νὰ προσδιορισθῇ διὰ μετρήσεως τῆς μάζης καὶ τοῦ ὄγκου αὐτοῦ. Ἡ οὕτω ὑπολογιζομένη πυκνότης καλεῖται **ἀπόλυτος πυκνότης.** Αὕτη ὅμως εἶναι διάφορος ὑπὸ διαφόρους συνθήκας πιέσεως καὶ θερμοκρασίας. Ἡ πυκνότης π.χ. τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος εἶναι 0,001 293 gr/cm^3 διὰ 0 °C καὶ πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαίρας (760 Torr), ἐνῷ εἰς ἄλλην θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν αὐτὴ εἶναι διάφορος. Ἐκτὸς τῆς ἀπολύτου πυκνότητος διακρίνομεν καὶ τὴν σχετικὴν πυκνότητα.

Καλοῦμεν σχετικὴν πυκνότητα ἀερίου τινὸς ($\rho_{\sigma\chi.}$), ὡς πρὸς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα, τὸ πηλίκον τῆς μάζης δεδομένης ποσότητος τοῦ ἀερίου διὰ τῆς μάζης ἴσου ὄγκου ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, εὑρισκομένων ἀμφοτέρων ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως,

ἤτοι:

$$\rho_{\sigma\chi.} = \frac{M_{\text{ἀέριον}}}{M_{\text{ἀτμ. ἀὴρ}}} \qquad (1)$$

Ἐὰν διὰ $\rho_{\text{ἀέριον}}$ καλέσωμεν τὴν πυκνότητα τοῦ ἀερίου καὶ διὰ $\rho_{\text{ἀτμ. ἀὴρ}}$ τὴν πυκνότητα τοῦ ἀέρος, ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως, θὰ ἔχωμεν ἐκ τῆς σχέσεως (1) ὅτι:

$$\boxed{\rho_{\sigma\chi.} = \frac{\rho_{\text{ἀέριον}}}{\rho_{\text{ἀτμ. ἀὴρ}}}} \qquad (2)$$

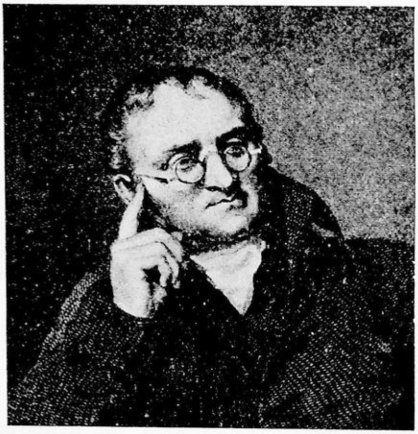
Ἡ σχετικὴ πυκνότης ἑνὸς ἀερίου εὑρίσκεται καὶ δι' ἄλλου τρόπου, ὅταν δηλ. γνωρίζωμεν τὸ μοριακόν του βάρος (βλ. Κεφ. Θερμότητος).

Οὕτω, « **ἡ σχετικὴ πυκνότης ἀερίου ἰσοῦται πρὸς τὸ πηλίκον τῆς πυκνότητος τοῦ ἀερίου ($\rho_{\text{ἀέριον}}$) διὰ τῆς πυκνότητος ($\rho_{\text{ἀὴρ}}$) τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, εὑρισκομένου ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν ὅπως καὶ τὸ ἀέριον** ».

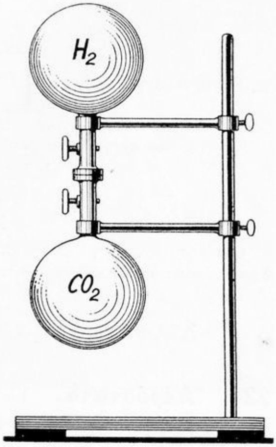
*** 223. Μεῖξις τῶν ἀερίων. Νόμος τοῦ Dalton.** Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι δύο ἢ περισσότερα ἀέρια διαφόρου φύσεως, μὴ ἐπιδρῶντα ὅμως χημικῶς ἐπ' ἀλλήλων, εὑρισκόμενα εἰς κοινὸν δοχεῖον, λόγῳ τῆς ἰδιότητος τὴν ὁποίαν παρουσιάζουν τὰ ἀέρια, νὰ τείνουν νὰ καταλάβουν πάντα τὸν προσφερόμενον εἰς αὐτὰ ὄγκον, μειγνύονται τελείως. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται **μεῖξις** ἢ **διάχυσις** τῶν ἀερίων.

Πειραματικῶς κατεδείχθη ὅτι, « ἐὰν ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν ἀναμειγνύωμεν δύο ἢ καὶ περισσότερα ἀέρια εἰς τὸν αὐτὸν χῶρον, ἡ τελικὴ πίεσις τοῦ μείγματος ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν μερικῶν πιέσεων ». Καλοῦμεν δὲ **μερικὴν πίεσιν,** τὴν πίεσιν τὴν ὁποίαν θὰ εἶχεν ἕκαστον τῶν ἀερίων, ἐὰν ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν κατελάμβανε μόνον του τὸν ὄγκον τοῦ μείγματος.

Πειραματικὴ διάταξις τῆς μείξεως τῶν ἀερίων (Berthollet). Ἐκ δύο δοχείων συγκοινωνούντων μεταξύ των διὰ στροφίγγων ἐπιτρεπουσῶν τὴν ἀποκατάστασιν ἐπικοινωνίας μεταξὺ αὐτῶν



JOHN DALTON (1766 - 1844)
Ἄγγλος Χημικὸς καὶ Φυσιοδίφης. Ἱκανὸς πειραματιστής. Προήγαγε τὴν Χημείαν διὰ τῆς Ἀτομικῆς του θεωρίας.



Σχ. 434. Συσκευὴ μείξεως τῶν ἀερίων.

(σχ. 434), τὸ μὲν ἓν πληροῦται ὑδρογόνου, τὸ δὲ ἄλλο διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος ὑπὸ τὴν αὐτὴν πίεσιν, τοῦ ὁποίου ἡ πυκνότης εἶναι 22 φορὰς μεγαλυτέρα τῆς τοῦ H_2. Τὰ δοχεῖα τοποθετοῦνται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε τὸ δοχεῖον τοῦ CO_2 νὰ εὑρίσκεται κάτωθεν τοῦ δοχείου H_2 καὶ εἰς χῶρον σταθερᾶς θερμοκρασίας. Ὅταν τὰ δύο δοχεῖα λάβουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν, ἀνοίγονται αἱ στρόφιγγες, ὥστε νὰ ἀποκατασταθῇ ἐπικοινωνία μεταξὺ αὐτῶν. Ἐὰν μετὰ παρέλευσιν ἀρκετοῦ χρονικοῦ διαστήματος ἐξετάσωμεν τὸ περιεχόμενον τῶν δύο δοχείων, παρατηροῦμεν ὅτι ἕκαστον τούτων περιλαμβάνει ὑπὸ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν τὰ δύο ἀέρια καὶ ὅτι ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου μείγματος εἰς ἕκαστον δοχεῖον ἰσοῦται πρὸς τὴν ἀρχικὴν πίεσιν. Πράγματι, ἀρχικῶς ἕκαστον τῶν ἀερίων ἔχει ὄγκον V ὑπὸ πίεσιν p. Ἐὰν δὲ τὸ ἀέριον καταλαμβάνῃ ὄγκον 2V, ἡ πίεσις εἶναι p/2.

Νόμος τοῦ Dalton. Ὑπὸ δεδομένην σταθερὰν θερμοκρασίαν, ἡ πίεσις μείγματος ἀερίων ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν μερικῶν πιέσεων ἑκάστου τῶν ἀερίων.

Ἀναλυτικὴ ἔκφρασις. Ἔστω ὅτι ὑπὸ θερμοκρασίαν t:

ἀέριον	1	ἔχει ὄγκον	υ_1	ὑπὸ πίεσιν	p_1
»	2	»	» υ_2	» »	p_2
»	3	»	» υ_3	» »	p_3

καὶ ὅτι, ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν, θέτομεν αὐτὰ ἐντὸς δοχείου ὄγκου V. Πρὸς εὕρεσιν τῆς πιέσεως τοῦ μείγματος, πρέπει νὰ ὑπολογίσωμεν τὰς μερικὰς πιέσεις p_1', p_2', p_3'.

Συμφώνως πρὸς τὸν νόμον Boyle - Mariotte, θὰ ἔχωμεν τὰς σχέσεις :

$$p_1' \cdot V = p_1 \cdot \upsilon_1, \quad p_2' \cdot V = p_2 \cdot \upsilon_2, \quad p_3' \cdot V = p_3 \cdot \upsilon_3$$

ἐξ ὧν ὑπολογίζομεν τὰς μερικὰς πιέσεις : $p_1' = \dfrac{p_1 \cdot \upsilon_1}{V}$, $p_2' = \dfrac{p_2 \cdot \upsilon_2}{V}$, $p_3' = \dfrac{p_3 \cdot \upsilon_3}{V}$

Ἡ πίεσις P τοῦ μείγματος θὰ εἶναι:

$$P = p_1' + p_2' + p_3' = \frac{p_1 \cdot \upsilon_1}{V} + \frac{p_2 \cdot \upsilon_2}{V} + \frac{p_3 \cdot \upsilon_3}{V}$$

ἐξ ἧς προκύπτει:

$$\boxed{P \cdot V = p_1 \cdot \upsilon_1 + p_2 \cdot \upsilon_2 + p_3 \cdot \upsilon_3}$$

Ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως προκύπτει ἐπίσης ὅτι:

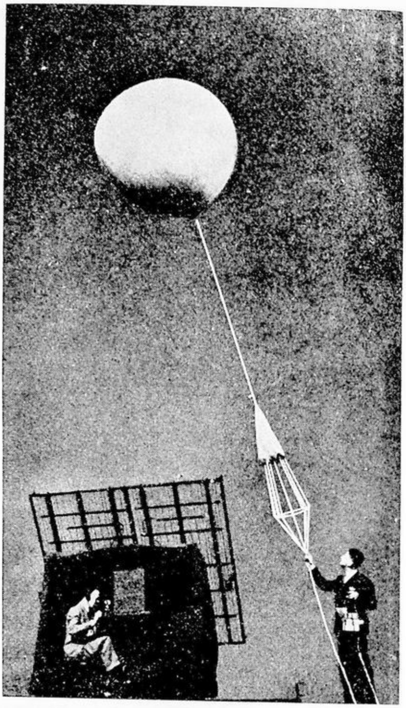
$$V = \frac{p_1 \cdot \upsilon_1}{P} + \frac{p_2 \cdot \upsilon_2}{P} + \frac{p_3 \cdot \upsilon_3}{P}$$

Οὕτω συνάγεται ἡ πρότασις: **Ὁ ὄγκος μείγματος ἀερίων ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ὄγκων, τοὺς ὁποίους θὰ κατελάμβανεν ἕκαστον τῶν ἀερίων ὑπὸ τὴν πίεσιν τοῦ μείγματος.**

ΔΙΑΦΟΡΟΙ ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ ΤΗΣ ΑΕΡΟΣΤΑΤΙΚΗΣ. ΟΡΓΑΝΑ

224. Ἀερόστατα. Τὸ ἀερόστατον ἀποτελεῖται ἀπὸ σάκκον ἐξ ὑφάσματος ἐλαφροῦ καὶ ἀεροστεγοῦς, περιέχοντα ἀέριον ἐλαφρότερον τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος (π.χ. φωταέριον, ὑδρογόνον, ἥλιον), οὕτω δὲ ἡ ἄνωσις τὴν ὁποίαν ὑφίσταται εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ συνολικοῦ βάρους τοῦ ἀεροστάτου. Ὅταν τὸ ἀερόστατον ἀφεθῇ ἐλεύθερον, ἀνέρχεται ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας εἰς στρώματα διαδοχικῶς μικροτέρας ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Λόγῳ ὅμως ἐλαττώσεως τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, τὸ ἀέριον τὸ εὑρισκόμενον ἐντὸς τῆς σφαίρας διαστέλλεται καὶ δύναται νὰ διαρρήξῃ τὸν σάκκον. Τοιαῦτα ἀερόστατα (σχ. 435) χρησιμοποιοῦνται σήμερον εὐρύτατα διὰ μετεωρολογικὰς παρατηρήσεις, τῶν συσκευῶν τοποθετουμένων ἐντὸς μικρᾶς λέμβου ἐφωδιασμένης δι᾽ ἀλεξιπτώτου, ἐξαρτωμένης καταλλήλως ἀπὸ τοῦ ἀεροστάτου. Ὅταν τὸ ἀερόστατον τοῦτο ἀνέλθῃ εἰς ὕψος περίπου 20 - 25 km, ὁ σάκκος διαρρηγνύεται καὶ ἡ λέμβος πίπτει. Ἐπίσης δέσμια ἀερόστατα χρησιμοποιοῦνται σήμερον διὰ στρατιωτικοὺς σκοπούς, εἴτε ὡς παρατηρητήρια εἴτε διὰ τὴν ἀντιαεροπορικὴν ἄμυναν.

Ὅταν ὁ σάκκος τοῦ ἀεροστάτου δὲν εἶναι ἐλαστικός, τότε τὸ ἀερόστατον διαρρηγνύεται εἰς μικρὸν ὕψος. Διὰ νὰ ἀποφευχθῇ τοῦτο, τὸ ἀερόστατον φέρει εἰς τὸ κατώτερον ἄκρον αὐτοῦ ὀπὴν συγκοινωνοῦσαν πρὸς τὸν ἐξωτερικὸν ἀέρα, ὁπότε τὸ ἀέριον διαφεύγει κατὰ τὴν διαστολήν του καὶ οὕτω δύναται νὰ ἀνέλθῃ εἰς μεγαλύτερον ὕψος.



Σχ. 435. Ἐλεύθερον ἀερόστατον διὰ μετεωρολογικὰς παρατηρήσεις.

Ἀνυψωτικὴ δύναμις ἀεροστάτου. Ἔστω ἀερόστατον πλῆρες ἀερίου. Ἂς ὀνομάσωμεν $B_{\pi\varepsilon\rho\iota\beta\lambda.}$ τὸ βάρος τοῦ περιβλήματος μετὰ τῆς λέμβου (ἐκτὸς τοῦ βάρους τοῦ περιεχομένου ἀερίου), V τὸν ὄγκον τοῦ ἀεροστάτου, $\varepsilon_{\dot{\alpha}\acute{\eta}\rho}$ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀτμοσφ. ἀέρος καὶ $\varepsilon_{\dot{\alpha}\acute{\varepsilon}\rho\iota o\nu}$ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ περιεχομένου ἀερίου. Ἡ ἀνυψωτικὴ δύναμις F ὑπολογίζεται οὕτω ὡς ἑξῆς:

Ἡ ἄνωσις A, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τοῦ Ἀρχιμήδους, ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀέρος, ἤτοι θὰ ἔχωμεν:

$$A = \varepsilon_{\dot{\alpha}\acute{\eta}\rho} \cdot V \qquad (1)$$

Ἐξ ἄλλου, τὸ συνολικὸν βάρος τοῦ ἀεροστάτου εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἄθροισμα τοῦ βάρους τοῦ περιβλήματος ($B_{\pi\varepsilon\rho\iota\beta\lambda.}$) καὶ τοῦ βάρους τοῦ ἀερίου. Ἤτοι θὰ ἔχωμεν:

$$B = B_{\pi\varepsilon\rho\iota\beta\lambda.} + \varepsilon_{\dot{\alpha}\acute{\varepsilon}\rho\iota o\nu} \cdot V \qquad (2)$$

Ἑπομένως ἡ ἀνυψωτικὴ δύναμις F τοῦ ἀεροστάτου, δηλ. ἡ διαφορὰ τῆς ἀνώσεως καὶ τοῦ συνολικοῦ βάρους τοῦ ἀεροστάτου, ἤτοι:

$$F = A - B$$

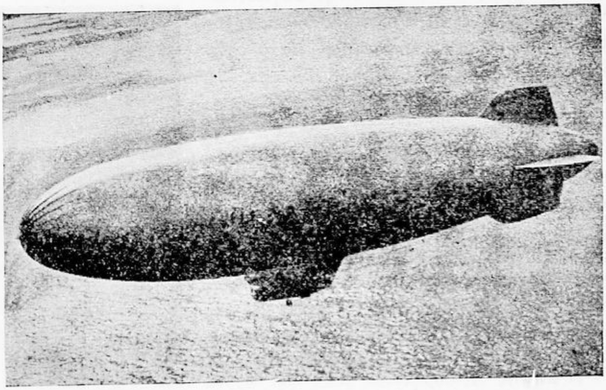
δίδεται ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καὶ (2). Οὕτω προκύπτει:

$$F = (\varepsilon_{\dot{\alpha}\acute{\eta}\rho} - \varepsilon_{\dot{\alpha}\acute{\varepsilon}\rho\iota o\nu}) \cdot V - B \qquad (3)$$

Τὸ ἀερόστατον θὰ ἀνυψοῦται, ἐὰν τὸ F εἶναι θετικόν· ἡ δὲ ἀνυψωτικὴ δύναμις εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον ἡ διαφορὰ τῶν εἰδικῶν βαρῶν τῶν δύο ἀερίων εἶναι μεγαλυτέρα.

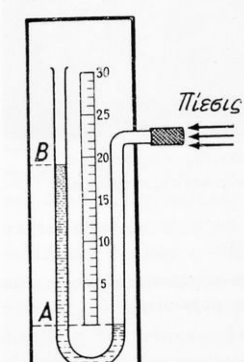
Ἀερόπλοια. Τὰ ἀερόπλοια εἶναι ἀερόστατα διευθυνόμενα διὰ πηδαλίων οὕτως, ὥστε νὰ κατευθύνωνται κατὰ βούλησιν (σχ. 436). Τὸ ἀερόπλοιον εἶναι ἐφωδιασμένον διὰ μηχανισμοῦ μεταδίδοντος εἰς αὐτὸ προωστικὴν κίνησιν· τοῦτο δὲ ἐπιτυγχάνεται δι' ἑλίκων κινουμένων διὰ κινητήρων. Διὰ τὴν διατήρησιν τῆς εὐσταθείας τοῦ ἀεροπλοίου χρησιμοποιοῦνται πηδάλια βάθους, ὡς καὶ κατακόρυφα πτερύγια, καταλλήλως διατασσόμενα ἐπὶ τοῦ σώματος τοῦ ἀεροπλοίου. Διὰ τὴν ἐλάττωσιν τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος κατὰ τὴν κίνησίν του δίδουν εἰς αὐτὸ σχῆμα ἰχθυοειδὲς (βλ. σελ. 376). Τὸ σκάφος πληροῦται ἐσωτερικῶς διὰ σάκκων πλήρων ἀερίου ἡλίου. Τὰ ἀερόπλοια ἐξετοπίσθησαν σήμερον σχεδὸν καθ' ὁλοκληρίαν, ἀντικατασταθέντα πλέον ὑπὸ τῶν ἀεροπλάνων, τὰ ὁποῖα παρουσιάζουν πλεονεκτήματα κατὰ τὴν ἀεροπλοΐαν.

225. Μανόμετρα. Διὰ τὴν μέτρησιν πιέσεως ἀερίου μεταχειριζόμεθα ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **μανόμετρα.** Ἀνάλογα ὄργανα ἐγνωρίσαμεν εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Ὑδροστατικῆς (βλ. § 184), διὰ τὴν μέτρησιν τῆς πιέσεως ὑγρῶν. Διακρίνομεν καὶ ἐνταῦθα δύο τύπους μανομέτρων, ἤτοι τὰ μανόμετρα δι' ὑγρῶν καὶ τὰ μεταλλικά.

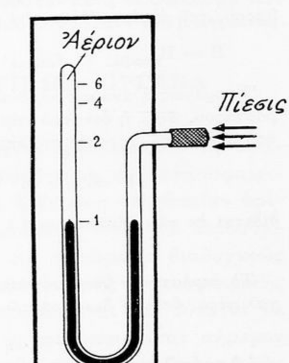


Σχ. 436. Σύγχρονος τύπος ἀεροπλοίου.

1) Μανόμετρα δι' ὑγρῶν. α) Ἀνοικτὸν μανόμετρον (σχ. 437). Τὸ κύριον μέρος τοῦ ὀργάνου ἀποτελεῖ κεκαμμένος σωλὴν εἰς σχῆμα U ἀνοικτὸς ἀπὸ ἀμφότερα τὰ ἄκρα, τοῦ ὁποίου τὸ ἓν σκέλος εἶναι βραχύτερον τοῦ ἄλλου. Τὸ μανόμετρον πληροῦται δι' ὑγροῦ γνωστῆς πυκνότητος, π.χ. ὑδραργύρου, ὕδατος, οἰνοπνεύματος. Ἡ μέτρησις τῆς πιέσεως γίνεται δι' ἀπ' εὐθείας ἀναγνώσεως τῆς διαφορᾶς ὕψους AB τῶν ἐλευθέρων ἐπιφανειῶν τῆς ὑγρᾶς στήλης. Τὸ ὄργανον συνήθως βαθμολογεῖται εἰς χιλιοστὰ ἢ ἑκατοστὰ στήλης ὑδραργύρου, ὕδατος κλπ. Τὸ μανόμετρον τοῦτο δὲν δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὴν μέτρησιν μεγάλων πιέσεων, διότι θὰ ἐχρειάζετο τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος νὰ εἶναι ἀντιστοίχως πολὺ μέγα.

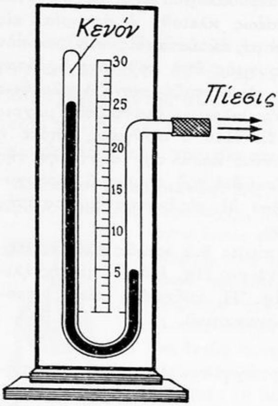


Σχ. 437. Ἀνοικτὸν μανόμετρον.



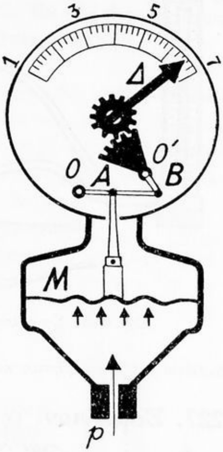
Σχ. 438. Μανόμετρον διὰ μεγάλας πιέσεις.

β) Κλειστὸν μανόμετρον (σχ. 438). Τοῦτο διαφέρει τοῦ ἀνοικτοῦ κατὰ τὸ ὅτι τὸ ἓν σκέλος εἶναι κλειστὸν καὶ περιέχει αποκεκλεισμένην διὰ τοῦ ὑδραργύρου ποσότητά τινα ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος ἢ ἄλλου ἀερίου, τοῦ ὁποίου ὁ ὄγκος ἐλαττοῦται συμφώνως πρὸς τὸν νόμον Boyle - Mariotte, ὅταν ἡ πίεσις εἰς τὸ ἕτερον σκέλος αὐξάνῃ. Τὸ μανόμετρον τοῦτο χρησιμοποιοῦμεν διὰ πιέσεις μεγαλυτέρας τῆς ἀτμοσφαιρικῆς καὶ εἶναι ἐν γένει ὄργανον ὄχι μεγάλης ἀκριβείας.



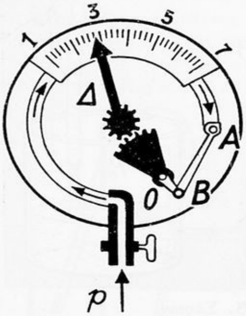
Σχ. 439. Μανόμετρον διὰ μικρὰς πιέσεις.

γ) Μανόμετρον διὰ μικρὰς πιέσεις. Εἰς τὸ μανόμετρον τοῦτο (σχ. 439) ὁ κλειστὸς σωλὴν ἔχει μῆκος πολὺ μικρότερον τοῦ βαρομετρικοῦ σωλῆνος, δηλ. τῶν 76 cm, καὶ λειτουργεῖ ὅπως ἀκριβῶς ὁ σωλὴν Torricelli, ἤτοι ὑπὸ τὴν συνήθη ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν εἶναι τελείως πλήρης ὑδραργύρου. Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς πιέσεως εἰς ἕνα χῶρον, θέτομεν τὸ ἀνοικτὸν σκέλος εἰς συγκοινωνίαν μὲ τὸν χῶρον τοῦτον, ὁπότε ὁ ὑδράργυρος κατέρχεται εἰς τὸ ἀριστερὸν σκέλος, δημιουργουμένου κενοῦ εἰς τὸν ἄνωθεν αὐτοῦ χῶρον. Ἡ πίεσις ἰσοῦται προφανῶς μὲ τὴν διαφορὰν τοῦ ὕψους τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης εἰς τὰ δύο σκέλη.

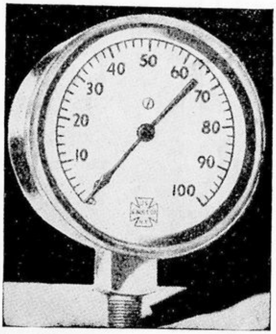


Σχ. 440. Μανόμετρον διὰ μεμβράνης.

2) Μανόμετρα μεταλλικά. Εὔχρηστος τύπος μεταλλικοῦ μανομέτρου εἶναι τὸ **μανόμετρον διὰ μεμβράνης.** Τὸ ὑπὸ πίεσιν p ἀέριον εἰσχωρεῖ διὰ τοῦ κάτωθεν σωλῆνος καὶ πιέζει τὴν πτυχωτὴν μεμβράνην Μ (σχ. 440), ἡ ὁποία οὕτω μετατίθεται πρὸς τὰ ἄνω, ἡ δὲ κίνησις αὐτῆς διὰ τοῦ κεντρικοῦ στελέχους καὶ τοῦ συστήματος τῶν μοχλῶν καὶ ὀδοντωτῶν τροχῶν μεταβιβάζεται εἰς τὸν δείκτην Δ, κινούμενον πρὸ τῶν ὑποδιαιρέσεων βαθμολογημένης κλίμακος. Ἐπίσης εἰς τὰ σχήματα 441 καὶ 442 δεικνύεται μεταλλικὸν **μανόμετρον διὰ σωλῆνος,** τοῦ ὁποίου ἡ λειτουργία κατανοεῖται εὐκόλως, ἐὰν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ὅτι τὰ Α καὶ Β ἀποτελοῦν ἀρθρώσεις καὶ τὸ Ο σημεῖον μονίμου στηρίξεως.

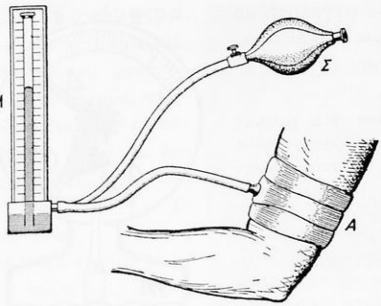


Σχ. 441. Μανόμετρον διὰ σωλῆνος.



Σχ. 442. Συνήθης μορφὴ μεταλλικοῦ μανομέτρου.

226. Σφυγμομανόμετρον. Τὸ ὄργανον τοῦτο χρησιμεύει διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἀρτηριακῆς πιέσεως τοῦ αἵματος. Ἀποτελεῖται ἀπὸ κλειστὸν ἐλαστικὸν ἀεροθάλαμον Α (σχ. 443), ὁ ὁποῖος



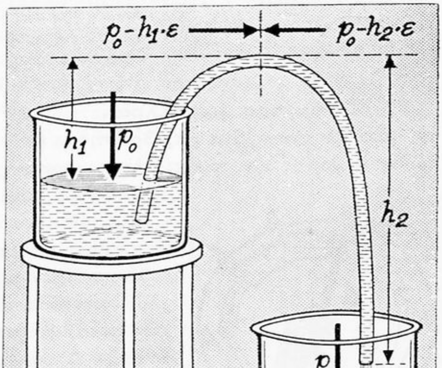
Σχ. 443. Σφυγμομανόμετρον.

προσαρμόζεται στερεῶς εἰς τὸ ἀνώτερον μέρος τοῦ βραχίονος τοῦ ἀνθρώπου. Μὲ τὴν βοήθειαν μικροῦ σ υ μ π ι ε σ τ ο ῦ Σ εἰσάγεται ἐντὸς τοῦ ἀεροθαλάμου ἀήρ, μέχρις ὅτου λόγῳ τῆς πιέσεως κλεισθῇ ἡ ἀρτηρία, εἰς τρόπον ὥστε νὰ μὴ ἀκούεται εἰς τὸν καρπὸν τῆς χειρὸς ὁ σφυγμὸς ὑπὸ τοῦ ἰατροῦ, ὅταν οὗτος ἀκροᾶται τὸν ἐξεταζόμενον. Ἀκολούθως ἡ πίεσις τοῦ ἀεροθαλάμου ἐλαττοῦται, μέχρις ὅτου ἀκουσθῇ ἐκ νέου ὁ σφυγμός, ὁπότε ἡ πίεσις τοῦ αἵματος κατὰ τὴν συστολὴν τῆς καρδίας μετρεῖται διὰ τοῦ ἀνοικτοῦ ὑδραργυρικοῦ μανομέτρου Μ, εἰς ἑκατοστόμετρα στήλης ὑδραργύρου.

Ἡ συνήθης πίεσις διὰ νεαρᾶς ἡλικίας ἄτομα εἶναι 10 - 12 cm Hg, ἐνῷ διὰ μέσης ἡλικίας 15 cm Hg. Ἡ ηὐξημένη πίεσις προδιαθέτει εἰς συμφορήσεις καὶ ἄλλας κυκλοφοριακὰς βλάβας τοῦ ὀργανισμοῦ.

227. Σιφώνιον. Τὸ σιφώνιον χρησιμεύει διὰ τὴν μετάγγισιν μικρῶν ποσοτήτων ὑγροῦ, δεικνύεται δὲ εἰς τὸ σχῆμα 444. Ὅταν τὸ ὄργανον βυθίζεται ἐντὸς τοῦ δοχείου, πληροῦται δι' ὑγροῦ. Ἐὰν κλείσωμεν τὸ ἄνω μέρος διὰ τοῦ δακτύλου καὶ ἀνασύρωμεν αὐτὸ ἔξω τοῦ κυλίνδρου, τότε ἐν ἀρχῇ ἐκρέουν ὀλίγαι σταγόνες ὑγροῦ καὶ ἀκολούθως ἡ ἐκροὴ τοῦ ὑγροῦ παύει, διότι ἡ πίεσις p_1 εἶναι μικροτέρα τῆς p_2 εἰς τὸ κάτω ἄκρον.

Σχ. 444. Σιφώνιον.



Σχ. 445. Σίφων.

Διὰ τὴν περίπτωσιν ἰσορροπίας ἰσχύει μεταξὺ τῶν πιέσεων εἰς τὸ κάτω ἀνοικτὸν ἄκρον ἡ ἑξῆς σχέσις : $p_1 + \varepsilon \cdot h = p_2$. Ἀνοίγοντες ἢ κλείοντες τὸ ἄνω ἄκρον, ρυθμίζομεν κατὰ βούλησιν τὴν ἐκροήν. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζονται καὶ τὰ **σταγονόμετρα.**

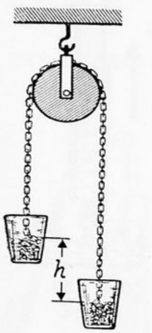
228. Σίφων. Ἡ μορφὴ τοῦ σίφωνος δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 445, ἡ δὲ ἐκροὴ τοῦ ὑγροῦ ὀφείλεται εἰς τὴν διαφορὰν πιέσεως εἰς τὴν νοητὴν ἐγκαρσίαν τομήν.

Πράγματι, ἀριστερὰ ἡ πίεσις εἶναι : $p = p_0 - \varepsilon \cdot h_1$, καὶ δεξιά : $p' = p_0 - \varepsilon \cdot h_2$, ὅπου p_0 ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις καὶ ε τὸ εἰδ. βάρος τοῦ ὑγροῦ. Ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως εὑρίσκομεν : $p - p' = \varepsilon\,(h_2 - h_1)$ καί, ἐπειδὴ $h_2 > h_1$, ἕπεται ὅτι :

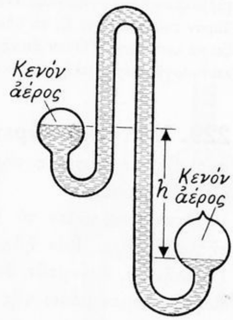
$$p - p' > 0, \qquad \text{ὅθεν} \qquad p > p'.$$

Ὁ σίφων, διὰ νὰ λειτουργήσῃ, πρέπει προηγουμένως νὰ διεγερθῇ, τοῦτο δὲ ἐπιτυγχάνεται εἴτε δι' ἀναρροφήσεως τοῦ ὑγροῦ ἐκ τοῦ ἐλευθέρου του ἄκρου, ὥστε νὰ ἐκδιωχθῇ ὁ ἐντὸς αὐτοῦ ἀήρ, εἴτε διὰ πληρώσεως τοῦ σωλῆνος πρὸ τῆς χρησιμοποιήσεώς του δι' ὑγροῦ. Ἵνα δὲ προκύπτῃ ἐκροή, πρέπει τὸ στόμιον τῆς ροῆς νὰ εὑρίσκεται εἰς στάθμην χαμηλοτέραν τῆς στάθμης τοῦ ὑγροῦ ἐν τῷ δοχείῳ.

Λειτουργία σίφωνος. Εἰς τὰ προηγούμενα ἐξηγήσαμεν τὴν λειτουργίαν τοῦ σιφωνίου καὶ τοῦ σίφωνος διὰ τῆς παραδοχῆς, ὅτι αὕτη ὀφείλεται εἰς τὴν διαφορὰν πιέσεως. Εἰς τὴν πραγματικότητα ὅμως αὕτη ὀφείλεται κυρίως εἰς τὴν σ υ ν ο χ ὴ ν (βλ. § 270). Ἡ λειτουργία τοῦ σίφωνος δύναται νὰ κατανοηθῇ ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ ἀκολούθου μηχανικοῦ παραδείγματος. Ἐπὶ σταθερᾶς τροχαλίας ἐξηρτημένης ἀπὸ ἀκλονήτου θέσεως διέρχεται ἅλυσος σιδηρᾶ, τῆς ὁποίας τὰ δύο ἄκρα βυθίζονται ἐντὸς ποτηρίων (σχ. 446). Ἐὰν τὰ δύο ποτήρια εὑρίσκωνται εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος, ἡ ἅλυσος εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, ἐὰν ὅμως τὸ ἓν ποτήριον τοποθετηθῇ εἰς χαμηλοτέραν στάθμην ἀπὸ τοῦ ἄλλου, τότε, λόγῳ τῆς διαφορᾶς βάρους τῶν δύο σκελῶν τῆς ἁλύσου, αὕτη διὰ μέσου τῆς τροχαλίας μετατοπίζεται πρὸς τὸ ποτήριον κατωτέρας στάθμης. Ἡ συνοχὴ τοῦ ὑγροῦ ἐμποδίζει τὴν θραῦσιν τοῦ νήματος κατὰ τὸ ἀνώτατον σημεῖον τοῦ σίφωνος, οὕτω δὲ ὁ σίφων δύναται νὰ λειτουργήσῃ καὶ εἰς τὸ κενόν, χωρὶς διὰ τὴν ἐξήγησιν τῆς λειτουργίας αὐτοῦ νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις.



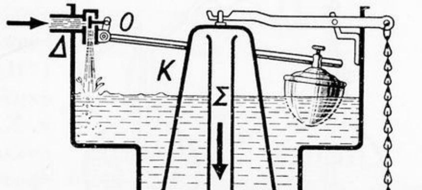
Σχ. 446. Διὰ τὴν ἐξήγησιν τῆς λειτουργίας τοῦ σίφωνος.



Σχ. 447. Ὁ σίφων μὲ ὑγρὸν λειτουργεῖ καὶ ἐν τῷ κενῷ.

Προϋπόθεσις ὅμως διὰ τὴν ὡς ἄνω λειτουργίαν τοῦ σίφωνος εἶναι, ὅτι ἡ συνοχὴ τοῦ ὕδατος δὲν διακόπτεται ὑπὸ φυσαλίδων ἀέρος, ὡς τοῦτο συμβαίνει εἰς φλέβα ἢ νῆμα ὕδατος προερχόμενον ἀπὸ

Σχ. 448. Σίφων δι' ἀέρια.



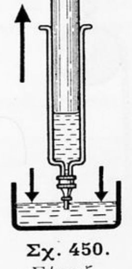
Σχ. 449. Ὑδαταποθήκη.

ὑδαταγωγὸν σωλῆνα. Εἰς τὸν σίφωνα ὅμως ὁ σχηματισμὸς φυσαλίδων παρεμποδίζεται, λόγῳ τῆς κατ' ἀμφότερα τὰ ἄκρα αὐτοῦ ἐνεργούσης ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, καὶ εἰς τοῦτο ἀποκλειστικῶς ἔγκειται ἡ σημασία τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως διὰ τὴν λειτουργίαν τοῦ σίφωνος.

Ἡ λειτουργία τοῦ σίφωνος ἐν τῷ κενῷ δεικνύεται διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 447, ἐντὸς τῆς ὁποίας ὑπάρχει κενόν, ἐξηγεῖται δὲ λόγῳ τοῦ βάρους τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ ἐπιμηκεστέρου σκέλους. Ἂν ὅμως κρούσωμεν τὸ ἀνώτατον ἄκρον τοῦ σίφωνος, τότε ὁ κραδασμὸς τῆς στήλης τοῦ ὑγροῦ διακόπτει ταύτην καὶ ὁ σίφων παύει νὰ λειτουργῇ.

Ὁμοίως δυνάμεθα νὰ πραγματοποιήσωμεν σίφωνα καὶ μὲ ἀέρια, ὡς δεικνύεται διὰ τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 448, εἰς τὸν ὁποῖον μεταβιβάζομεν διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος (CO_2) ἀπὸ τοῦ ἀνωτέρου δοχείου εἰς τὸ κατώτερον, εἰς τὸ ὁποῖον ἐλέγχομεν τὴν παρουσίαν τοῦ διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος διὰ φλογὸς κηρίου. Σπουδαιοτάτην σημασίαν διὰ τὴν λειτουργίαν τοῦ σίφωνος εἰς τὰ ἀέρια ἔχει ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, διότι τὰ ἀέρια δὲν δεικνύουν συνοχὴν (ἀντοχὴν θραύσεως).

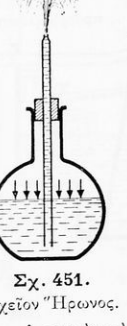
Ἐφαρμογὴν εὑρίσκει ὁ σίφων εἰς τὴν ὑ δ α τ α π ο θ ή κ η ν τ ῶ ν ἀ φ ο δ ε υ τ η ρ ί ω ν (σχ. 449). Ὁ πλωτὴρ ρυθμίζεται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἡ εἰσροὴ τοῦ ὕδατος νὰ σταματᾷ, ὅταν ἡ στάθμη εὑρίσκεται ὀλίγον κάτωθεν τῶν χειλέων τοῦ σωλῆνος ἐκροῆς Σ. Ἐὰν σύρωμεν τὴν ἅλυσον καὶ ἀκολούθως τὴν ἀφήσωμεν ἐλευθέραν, ὁ κώδων Κ κατέρχεται εἰς τὴν προτέραν του θέσιν. Λόγῳ ὅμως διαμορφώσεως τῶν χειλέων του, τὸ ὕδωρ ἐντὸς τοῦ κώδωνος ἀναγκάζεται νὰ ἀνέλθῃ ἄνω τῆς στάθμης, εἰς τὴν ὁποίαν εὑρίσκετο προηγουμένως. Εὐθὺς ὅμως ὡς ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος ὑπερβῇ τὸ ἄκρον τοῦ σωλῆνος Σ, τὸ ὕδωρ εἰσρέει ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ, ὁ δὲ σίφων ἀρχίζει νὰ λειτουργῇ. Ὅταν ἅπαξ ὁ σίφων τεθῇ εἰς λειτουργίαν, ἐξακολουθεῖ νὰ λειτουργῇ μέχρι πλήρους ἐκκενώσεως τῆς ὑδαταποθήκης.



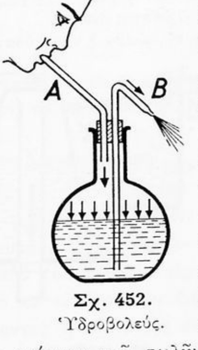
Σχ. 450.
Σύριγξ.

229. Ἰατρικὴ σύριγξ. Εἰς τὸ σχῆμα 450 δεικνύεται ὁ τρόπος τῆς λειτουργίας τῆς ἰατρικῆς σύριγγος, χρησιμοποιουμένης διὰ τὰς ἐνέσεις.

Ὅταν ἀνυψοῦμεν τὸ ἔμβολον, τότε τὸ ὑγρὸν εἰσχωρεῖ ἐντὸς τῆς σύριγγος. Ἐὰν ἤδη προσαρμόσωμεν ἐπ' αὐτῆς τὴν βελόνην (σωλῆνα), δυνάμεθα διὰ πιέσεως τοῦ ἐμβόλου πρὸς τὰ κάτω νὰ διαβιβάσωμεν μέσῳ τῆς βελόνης τὸ ὑγρὸν ἐντὸς τοῦ ἀνθρωπίνου ὀργανισμοῦ.

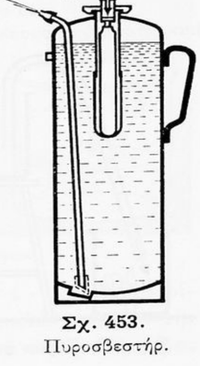


Σχ. 451.
Δοχεῖον Ἥρωνος.



Σχ. 452.
Ὑδροβολεύς.

230. Ὑδροβολεύς. Πυροσβεστήρ. Τὸ σχῆμα 451 παριστᾷ τὸ **δοχεῖον τοῦ Ἥρωνος** (Ἥρων ὁ Ἀλεξανδρεὺς ἀκμάσας περὶ τὸ 100 π. Χ.). Ἐὰν διὰ τοῦ στομίου τοῦ σωλῆνος προσφυσήσωμεν ἀέρα, αὐξάνεται ἡ πίεσις εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ δοχείου καί, ἐὰν ἀκολούθως ἀφήσωμεν ἀνοικτὸν τὸ στόμιον τοῦ σωλῆνος, σχηματίζεται πίδαξ.



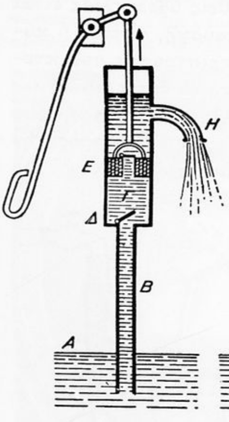
Σχ. 453.
Πυροσβεστήρ.

Ἄλλη μορφὴ τῆς διατάξεως εἶναι ὁ **ὑδροβολεὺς** (σχ. 452), ὁ ὁποῖος χρησιμοποιεῖται ἰδίως εἰς τὰ χημικὰ ἐργαστήρια. Διὰ προσφυσήσεως ἀπὸ τοῦ στομίου Α τοῦ σωλῆνος, λόγῳ τῆς προκαλουμένης αὐξήσεως τῆς πιέσεως, ἐκρέει ὕδωρ ἀπὸ τοῦ στομίου Β τοῦ σωλῆνος.

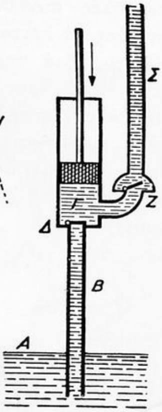
Ἡ αὐτὴ ἀρχὴ ἐφαρμόζεται καὶ εἰς τοὺς **πυροσβεστῆρας** (σχ. 453). Εἰς τούτους διὰ κτυπήματος καταφερομένου ἐπὶ τοῦ κομβίου Κ, ἀνοίγεται τὸ στόμιον φιάλης περιεχούσης διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος ὑπὸ μεγάλην πίεσιν, οὕτω δὲ τὸ ἀποσβεστικὸν ὑγρόν, τὸ ὁποῖον ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ εἶναι ἁλατοῦχον διάλυμα, ἐκσφενδονίζεται ὑπὸ μορφὴν ὑγρᾶς φλεβός.

231. Ὑδραντλίαι. Αἱ περισσότερον διαδεδομέναι ὑδραντλίαι εἶναι αἱ ἐμβολοφόροι, αἱ ὁποῖαι ὑποδιαιροῦνται εἰς ἀναρροφητικὰς καὶ καταθλιπτικάς. Κύρια μέρη τῶν ἀντλιῶν τούτων εἶναι ὁ ἐκ χυτοσιδήρου κύλινδρος, αἱ βαλβῖδες Δ καὶ Ζ καὶ τὸ ἔμβολον Ε.

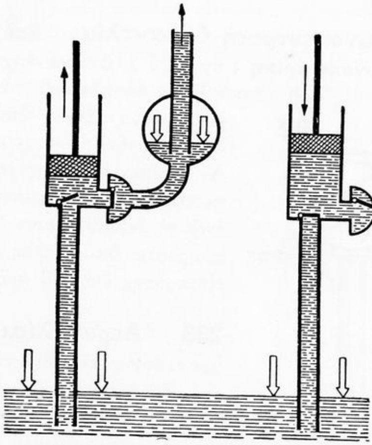
Εἰς τὴν **ἀναρροφητικὴν ἀντλίαν** (σχ. 454) τὸ ἔμβολον φέρει κεντρικὴν ὀπήν, ἡ ὁποία κλείεται διὰ βαλβῖδος καὶ ἀνοίγει ὠθουμένη ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω.



Σχ. 454.
Ἀναρροφητικὴ ἀντλία.



Σχ. 455.
Καταθλιπτικὴ ἀντλία.



Σχ. 456.
Λειτουργία καταθλιπτικῆς ἀντλίας μὲ ἀεροθάλαμον.

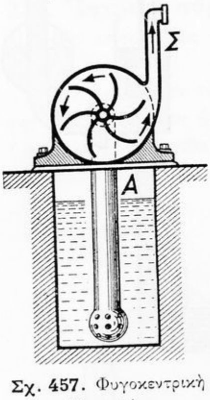
Ἐπίσης εἰς τὴν βάσιν τῶν κυλίνδρων ὑπάρχει ἄλλη βαλβὶς Δ, ἡ ὁποία ἀνοίγει ὁμοίως ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἀπομονώνει τὸν κύλινδρον ἀπὸ τοῦ ἀναρροφητικοῦ σωλῆνος Β. Ἐν ἀρχῇ, ὅταν τὸ ἔμβολον εὑρίσκεται εἰς τὴν κατωτάτην θέσιν αὐτοῦ εἰς τὸν κύλινδρον, αἱ δύο βαλβῖδες εἶναι κλεισταί. Μετά τινας ἐμβολισμοὺς τὸ ὕδωρ, ὠθούμενον ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, πληροῖ τὸν ἀναρροφητικὸν σωλῆνα καὶ τὸν κύλινδρον. Ἐὰν ἤδη ὠθήσωμεν τὸ ἔμβολον πρὸς τὰ κάτω, τότε κλείει ἡ βαλβὶς Δ καὶ ἀνοίγει ἡ βαλβὶς τοῦ ἐμβόλου, ὁπότε τὸ ὕδωρ, διερχόμενον διὰ τῆς ὀπῆς αὐτοῦ, πληροῖ τὸν ἄνωθεν τοῦ ἐμβόλου χῶρον, τοῦ ὁποίου ἡ στάθμη κατὰ τοὺς ἑπομένους ἐμβολισμοὺς ἀνέρχεται μέχρι τῆς ὀπῆς τοῦ πλευρικοῦ σωλῆνος ἐκροῆς Η, ἐκ τοῦ ὁποίου ἀκολούθως ἐκρέει τὸ ὕδωρ.

Εἰς τὴν **καταθλιπτικὴν ἀντλίαν** (σχ. 455) τὸ ἔμβολον δὲν φέρει ὀπήν· εἰς τὸν πυθμένα τοῦ κυλίνδρου προσαρμόζεται πλευρικὸς σωλὴν Σ, ὁ ὁποῖος εἰς τὸ κάτω μέρος φέρει τὴν βαλβῖδα Ζ, ἥτις ἀνοίγει ὠθουμένη ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Ὅταν ἀνυψοῦμεν τὸ ἔμβολον, εἰσχωρεῖ ὕδωρ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου καὶ πληροῖ αὐτόν. Ὅταν καταβιβάζωμεν τὸ ἔμβολον, κλείει ἡ βαλβὶς τοῦ κυλίνδρου καὶ ἀνοίγει ἡ τοῦ πλευρικοῦ σωλῆνος, οὕτω δὲ εἰσχωρεῖ ἐντὸς αὐτοῦ ὕδωρ.

Αἱ καταθλιπτικαὶ ἀντλίαι ἐφοδιάζονται διὰ καταλλήλου ἀεροθαλάμου (σχ. 456), ὁ ὁποῖος ἐπιτρέπει τὴν συνεχῆ λειτουργίαν τῆς ἀντλίας καὶ διευκολύνει τὴν ἀνύψωσιν τοῦ ὕδατος εἰς τὸν πλευρικὸν σωλῆνα. Οὕτω τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον εἰσχωρεῖ εἰς τὸν ἀεροθάλαμον, ὅστις εἶναι πλήρης ἀέρος, συμπιέζει τὸν ἀέρα καί, λόγῳ τῆς δημιουργουμένης πιέσεως, διευκολύνεται ἡ εἴσοδος τοῦ ὕδατος εἰς τὸν σωλῆνα ἀπαγωγῆς αὐτοῦ.

232. Φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία.

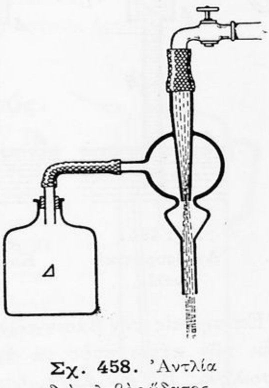
Ἀπὸ τὰς πλέον συνήθεις ὑδραντλίας εἶναι καὶ ἡ **φυγοκεντρικὴ** (σχ. 457). Διὰ νὰ ἀρχίσῃ αὕτη νὰ λειτουργῇ, πρέπει ὁ κύλινδρος νὰ πληρωθῇ δι' ὕδατος. Διὰ περιστροφῆς τοῦ πτερυγιοφόρου ἄξονος ὑπό τινος κινητῆρος, τὸ ἐντὸς τοῦ τυμπάνου ὑγρόν, προερχόμενον ἐκ τοῦ σωλῆνος ἀναρροφήσεως Α, τιθέμενον εἰς περιστροφικὴν κίνησιν, ὠθεῖται πρὸς τὴν περιφέρειαν τοῦ τυμπάνου καὶ ἐκρέει διὰ τοῦ σωλῆνος Σ, ἐνῷ τὸ ἐκβαλλόμενον ὕδωρ ἀναπληροῦται ὑπὸ ἑτέρας ποσότητος εἰσρεούσης διὰ τοῦ σωλῆνος Α.



Σχ. 457. Φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία.

233. Ἀεραντλίαι.

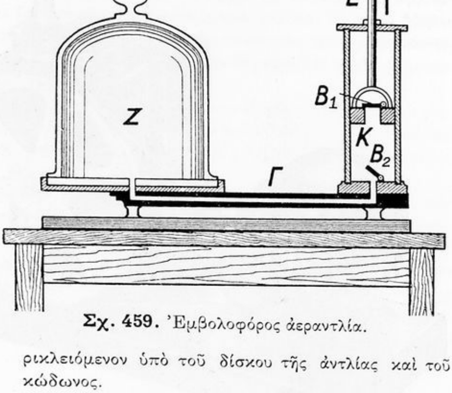
Αὗται χρησιμεύουν εἴτε διὰ τὴν συμπίεσιν ἀέρος ἐντὸς χώρου, εἴτε διὰ τὴν ἀραίωσιν τοῦ ἀέρος ἢ ἄλλου ἀερίου περιεχομένου ἐντὸς δοχείου. Γενικῶς, ὁσάκις προκαλοῦμεν ἀραίωσιν ἀέρος ἢ ἀερίου ἔκ τινος δοχείου, λέγομεν ὅτι δημιουργοῦμεν εἰς αὐτὸ **κενόν,** τὸ ὁποῖον καθορίζεται ἐκ τῆς πιέσεως τοῦ ἀέρος ἢ ἀερίου ἐν τῷ δοχείῳ, ἐκφραζομένης εἰς χιλιοστὰ στήλης ὑδραργύρου ἤ, ὅπερ τὸ αὐτό, εἰς Torr.



Σχ. 458. Ἀντλία διὰ φλεβὸς ὕδατος.

Αἱ παλαιότερον χρησιμοποιούμεναι ἀντλίαι ἦσαν κατὰ κανόνα ἐμβολοφόροι, μὲ τὴν πρόοδον ὅμως τῆς τεχνικῆς τοῦ κενοῦ αὗται ἐξετοπίσθησαν καθ' ὁλοκληρίαν, ἀντικατασταθεῖσαι ὑπὸ ἀντλιῶν ἑτέρου τύπου.

234. Ἀντλία διὰ φλεβὸς ὕδατος. Λίαν συνήθης καὶ εὔχρηστος τύπος εἶναι ἡ ἀντλία διὰ φλεβὸς ὕδατος (σχ. 458). Εἰς αὐτὴν τὸ ὕδωρ ἐκρέει ἀπὸ σωλῆνος παρουσιάζοντος στενὸν στόμιον ἐκροῆς πρὸς ἕτερον εὐρύτερον σωλῆνα κείμενον κάτωθεν. Κατὰ τὴν ἐκροήν του τὸ ὕδωρ συμπαρασύρει καὶ τὸν ἀέρα, οὕτω δὲ προκαλεῖται ἐλάττωσις τῆς πιέσεως εἰς τὸ δοχεῖον Δ, πρὸς τὸ ὁποῖον συγκοινωνεῖ ἡ ἀντλία διὰ τοῦ πρὸς τὰ ἀριστερὰ πλευρικοῦ σωλῆνος (βλ. σελ. 366). Αἱ ἀντλίαι τοῦ τύπου τούτου κατασκευάζονται συνήθως ἐξ ὑάλου, ἀλλὰ καὶ ἐκ μετάλλου. Τὸ διὰ τῆς τοιαύτης ἀντλίας ἐπιτυγχανόμενον κενὸν φθάνει περίπου τὰ 15 mm Hg (15 Torr).

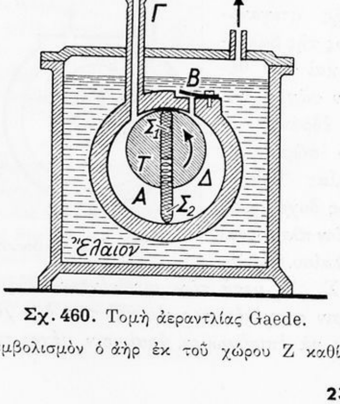


Σχ. 459. Ἐμβολοφόρος ἀεραντλία.

235. Ἐμβολοφόροι ἀεραντλίαι. Τὸ σχῆμα 459 δεικνύει ἁπλούστατον τύπον ἐμβολοφόρου ἀεραντλίας συγκοινωνούσης διὰ μέσου καταλλήλου σωλῆνος Γ πρὸς τὸν χῶρον Z, τὸν περικλειόμενον ὑπὸ τοῦ δίσκου τῆς ἀντλίας καὶ τοῦ κώδωνος.

Ὅταν ὁ ἐμβολεὺς E κινῆται πρὸς τὰ ἄνω, ἡ βαλβὶς B_1 παραμένει κλειστὴ καὶ ἀνοίγει ἡ βαλβὶς B_2. Ὁ ἀὴρ τότε ἐκ τοῦ χώρου Z εἰσχωρεῖ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου K τῆς ἀντλίας. Ὅταν ἀκολούθως ὁ ἐμβολεὺς κατέρχεται, κλείει ἡ βαλβὶς B_2 καὶ ἀνοίγει ἡ βαλβὶς B_1, οὕτως ὥστε ὁ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου τῆς ἀντλίας ἀὴρ ἐκφεύγει πρὸς τὰ ἄνω. Μεθ' ἕκαστον ἐμβολισμὸν ὁ ἀὴρ ἐκ τοῦ χώρου Z καθιστα-

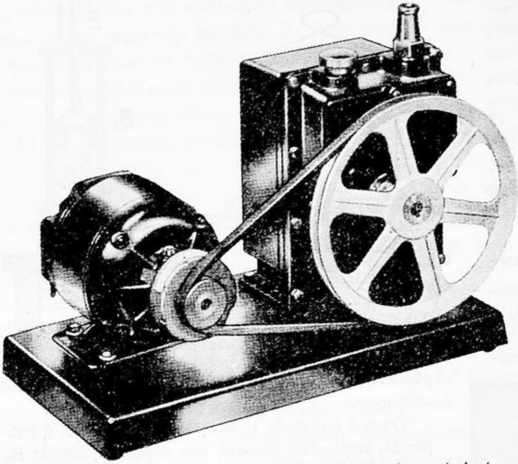
OTTO VON GUERICKE
(1602 - 1686)
Ἐχρημάτισε δήμαρχος τοῦ Μαγδεμβούργου, πόλεως τῆς Γερμανίας. Κατεσκεύασε τὴν πρώτην ἀεραντλίαν, ὡς καὶ τὴν μηχανὴν παραγωγῆς ἠλεκτρισμοῦ διὰ τριβῆς.



Σχ. 460. Τομὴ ἀεραντλίας Gaede.

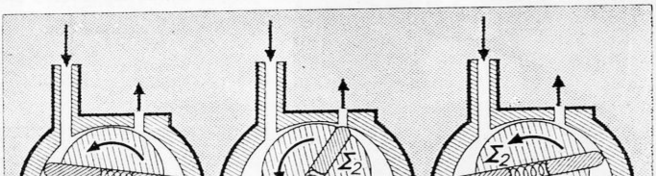
ται ἀραιότερος, μέχρις ὅτου ἡ πίεσις τοῦ ἀέρος εἰς τὸν χῶρον αὐτὸν δὲν εἶναι ἱκανὴ ν' ἀνοίξῃ τὴν βαλβῖδα B_2. Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου τὸ κενόν, τὸ ὁποῖον παράγεται, δὲν εἶναι ὑψηλὸν καί, ὡς ἐκ τούτου, αἱ ἀντλίαι τοῦ τύπου τούτου ἔχουν σήμερον σχεδὸν ἐγκαταλειφθῆ. Ἁπλούστατον τύπον ἐμβολοφόρου ἀεραντλίας ἀποτελεῖ ἡ ἀεραντλία ποδηλάτου.

236. Ἀεραντλία Gaede (Γκαῖντε). Λίαν διαδεδομένος τύπος ἀεραντλίας εἶναι ἡ **ἀεραντλία** G a e d e διὰ τυμπάνου, ἡ ὁποία εἰκονίζεται ἐν τομῇ εἰς τὸ σχῆμα 460. Ὅταν τὸ τύμπανον Τ τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν, ὁ ὄγκος τοῦ χώρου Α, ὁ ὁποῖος μέσῳ τοῦ σωλῆνος Γ συγκοινωνεῖ πρὸς τὸ δοχεῖον, ἐκ τοῦ ὁποίου θέλομεν νὰ ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα, αὐξάνεται, ἐνῷ ὁ ὄγκος τοῦ χώρου Δ, ὁ ὁποῖος συγκοινωνεῖ μέσῳ τῆς βαλβῖδος Β καὶ τοῦ σωλῆνος ἐξαγωγῆς πρὸς τὸν ἔξω χῶρον, ἐλαττοῦται. Συνεπείᾳ τούτου, κατὰ τὴν περιστροφὴν τοῦ τυμπάνου, εἰσχωρεῖ ἀὴρ συνεχῶς ἐκ τοῦ δοχείου, ὁ ὁποῖος ἀκολούθως συμπιέζεται ἐντὸς τοῦ χώρου Δ, οὕτω δὲ ἀνοίγει ἡ βαλβὶς Β καὶ ὁ ἀὴρ ἐκρέει εἰς τὸν ἔξω χῶρον.



Σχ. 461. Ἡ ἀεραντλία Gaede συνδεδεμένη μὲ ἱμάντα πρὸς ἠλεκτρικὸν κινητῆρα.

Πρὸς ἐπίτευξιν καλῆς στεγανότητος τῆς βαλβῖδος καὶ τῶν θέσεων τῶν ἀξονικῶν ἑδράνων, τὸ ὅλον σῶμα τῆς ἀντλίας τίθεται ἐντὸς δοχείου, τὸ ὁποῖον πληροῦται δι' ἐλαίου. Οἱ σύρται Σ_1, Σ_2 μετὰ τῶν συνδεόντων αὐτοὺς ἐλατηρίων χρησιμεύουν πρὸς ἀποκατάστασιν στεγανότητος μεταξὺ τῶν δύο χώρων Α καὶ Δ. Διὰ τοιούτων ἀντλιῶν δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν ἀραίωσιν μέχρι πιέσεως 0,002 Torr ($2 \cdot 10^{-3}$ mm Hg).



Σχ. 462. Δεικνύονται αἱ τρεῖς φάσεις τῆς ἀεραντλίας Gaede.

***237. Σημασία τῶν χαμηλῶν καὶ ὑψηλῶν πιέσεων.** Εἰς τὴν Τεχνικὴν ὁ ὅρος **κενὸν** σημαίνει χῶρον μὲ μικρὰν πίεσιν. Ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ πίεσις, τόσον τὸ κενὸν λέγεται τελειότερον (ὑψηλὸν κενόν). Διὰ τὴν πραγματοποίησιν χαμηλοῦ κενοῦ, ὡς π.χ. διὰ τὰ πειράματα διδασκαλίας τῆς Φυσικῆς καὶ δι' ἄλλας πρακτικὰς ἐφαρμογάς, χρησιμοποιοῦμεν συνήθως τὰς ἀντλίας τὰς ὁποίας ἀνωτέρω περιεγράψαμεν. Δι' ἔτι ὑψηλότερον κενὸν χρησιμοποιοῦμεν ἄλλους τύπους τελειοτέρων ἀντλιῶν (βλ. ἀντλία διαχύσεως § 281), διὰ τῶν ὁποίων δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν κενὸν τάξεως μεγέθους 10^{-9} Torr καὶ ἀκόμη μεγαλύτερον (ἕως 10^{-11} Torr). Ὅταν λέγωμεν ὅτι τὸ κενὸν εἶναι λίαν ὑψηλόν, δὲν πρέπει νὰ νομίζωμεν ὅτι εἰς τὸν θεωρούμενον χῶρον δὲν ὑφίσταται ὕλη, διότι εἰς 1 cm^3 τοῦ χώρου τούτου ὑφίστανται 3,6 ἑκατομμύρια μορίων. Τὸ πολὺ ὑψηλὸν κενὸν βελτιοῦται ἔτι περισσότερον, δι' ἀπομακρύνσεως σημαντικῆς ποσότητος τῶν ἀπομεινάντων μορίων, δι' ἀπορροφήσεως αὐτῶν τῇ βοηθείᾳ **παγίδων,** δηλ. εἰδικῶν δοχείων, τὰ ὁποῖα ψύχονται εἰς πολὺ χαμηλὰς θερμοκρασίας.

Οὕτω διὰ τὴν κατασκευὴν τῶν ἠλεκτρονικῶν λυχνιῶν (ὡς π.χ. λυχνιῶν ραδιοφώνου), τῶν σωλήνων ἀκτίνων Röntgen (Ραῖντγκεν) καὶ πλείστων ἄλλων ὀργάνων καὶ ἐπιστημονικῶν συσκευῶν, δι' ἐπιστημονικὰς ἐρεύνας καὶ διὰ πρακτικὰς ἐφαρμογάς, ἀπαιτεῖται ἡ δημιουργία ὑψηλοῦ κενοῦ, ἤτοι λίαν χαμηλῶν πιέσεων.

Ἐξ ἄλλου, ὅπως θὰ ἴδωμεν εἰς τὸ Κεφάλαιον τῆς Θερμότητος, ἡ πραγματοποίησις ὑψηλῶν πιέσεων ἔχει σπουδαίαν σημασίαν τόσον εἰς τὴν Τεχνικήν, ὅσον καὶ εἰς τὴν ἐπιστημονικὴν ἔρευναν. Οὕτω διὰ τῆς μ η χ α ν ῆ ς L i n d e (Λίντε) ἐπιτυγχάνομεν εἰς θερμοκρασίαν περίπου $-190\,^0C$ καὶ ὑπὸ πίεσιν 200 περίπου ἀτμοσφαιρῶν νὰ καταστήσωμεν τὸν ἀέρα ὑγρόν. Ἐκτὸς τῶν πολλῶν πρακτικῶν ἐφαρμογῶν τοῦ ὑγροῦ ἀέρος, χρησιμοποιεῖται οὗτος εἰς τὰ ἐπιστημονικὰ ἐργαστήρια διὰ τὴν ψῦξιν τῶν παγίδων πρὸς δημιουργίαν ὑψηλοῦ κενοῦ.

Ἐπίσης χρησιμοποιοῦνται μεγάλαι πιέσεις διὰ τὴν σύνθεσιν τῆς ἀμμωνίας ἐκ τῶν συστατικῶν της ἀζώτου καὶ ὑδρογόνου.

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α' Ἐρωτήσεις

Πόσον εἶναι τὸ βάρος εἰς χιλιόγραμμα 1 m^3 ἀέρος, ἀζώτου, ὑδρογόνου, ὀξυγόνου, ἡλίου. Τί συμπέρασμα συνάγεται.

Τί ὀνομάζομεν ἀτμόσφαιραν καὶ ποία ἡ σύνθεσις αὐτῆς.

Ποῦ ὀφείλεται ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις καὶ πῶς αὕτη μετρεῖται.

Κατὰ πόσους τρόπους δυνάμεθα νὰ ἐκφράσωμεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.

Πῶς μεταβάλλεται ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις μετὰ τοῦ ὕψους.

Εἰς τί χρησιμεύουν τὰ βαρόμετρα καὶ ποῖοι οἱ συνήθεις ἐν χρήσει τύποι βαρομέτρων.

Πῶς οἱ ἀεροπόροι καθορίζουν τὸ ἑκάστοτε ὕψος, εἰς τὸ ὁποῖον εὑρίσκονται.

Ποῖος ὁ νόμος τῆς συμπιεστότητος τῶν ἀερίων καὶ πῶς οὗτος διατυποῦται ἀναλυτικῶς.

Κατὰ ποῖον τρόπον παριστᾶται γραφικῶς ὁ νόμος τῆς συμπιεστότητος τῶν ἀερίων.

Ποία ἡ διαφορὰ μεταξὺ πραγματικοῦ καὶ τελείου ἀερίου.

Ποῖος ὁ νόμος ὁ διέπων τὴν μεῖξιν τῶν ἀερίων καὶ πῶς διατυποῦται ἀναλυτικῶς.

Ἐπὶ ποίας ἀρχῆς στηρίζονται τὰ ἀερόστατα καὶ ἀερόπλοια.

Τί ὀνομάζομεν ἀνυψωτικὴν δύναμιν ἀεροστάτου καὶ πῶς ὑπολογίζεται αὕτη.

Εἰς τί χρησιμεύουν τὰ μανόμετρα καὶ ποῖοι οἱ συνηθέστεροι τύποι αὐτῶν.

Πῶς ὁρίζεται ἡ ἄνωσις τῶν ἀερίων καὶ ποίας ἐφαρμογὰς ἔχει αὕτη.

Πῶς λειτουργεῖ τὸ σιφώνιον καὶ ὁ σίφων.

Πῶς λειτουργοῦν αἱ ὑδραντλίαι καὶ ποῖοι οἱ συνηθέστεροι τύποι αὐτῶν.

Β΄ Προβλήματα

1. Ἀερόστατον ὄγκου 2 000 m^3 εἶναι πλῆρες μὲ ὑδρογόνον καὶ ἰσορροπεῖ εἰς ὕψος 3 000 m ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης. Εἰς τὴν περιοχὴν ταύτην ἡ πίεσις ἀνέρχεται εἰς 526 Torr εἰς θερμοκρασίαν 0 °C. Πόσον τὸ ὁλικὸν βάρος τοῦ ἀεροστάτου. (Εἰδ. βάρος ἀέρος = 0,001 293 gr^*/cm^3.)
(Ἀπ. B = 1680 kgr^*.)

2. Ἀπὸ μιᾶς ἡμέρας εἰς τὴν ἄλλην ἡ βαρομετρικὴ πίεσις μεταβάλλεται ἀπὸ 720 εἰς 710 Torr. Πόσον μεταβάλλεται ἡ δύναμις ἐπὶ ἀεροκένου κάψης, τῆς ὁποίας τὸ κάλυμμα παρουσιάζει ἐπιφάνειαν 100 cm^2. (Ἀπ. ΔF = 1360 gr^*.)

3. Πόση ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἰς 0 °C ὑπὸ πίεσιν 285 Torr. (Ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἰς 0 °C καὶ 760 Torr εἶναι 0,001 293 gr/cm^3.) (Ἀπ. $\rho = 4{,}849 \cdot 10^{-4}$ gr/cm^3.)

4. Ὑπὸ ποίαν πίεσιν εἰς Atm καταλαμβάνει 1 gr ἀέρος εἰς 0 °C ὄγκον 20 cm^3. (ρ = 0,001 293 gr/cm^3.) (Ἀπ. p = 39 Atm.)

5. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ ὕψος στήλης βαρομέτρου δι' ἐλαίου, ὅταν τὸ ὕψος τῆς στήλης ὑδραργυρικοῦ βαρομέτρου εἶναι 750 mm. (Εἰδ. βάρος ἐλαίου 0,92 gr^*/cm^3, ὑδραργύρου 13,6 gr^*/cm^3.)
(Ἀπ $h_{ελ.}$ = 1108,7 cm.)

6. Μᾶζα ὀξυγόνου καταλαμβάνει ὄγκον 2 λίτρων ὑπὸ πίεσιν 750 Torr. Πόσος ὁ ὄγκος αὐτῆς ὑπὸ πίεσιν 1000 Torr, ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία διατηρεῖται σταθερά. (Ἀπ. V = 1,5 *lt.*)

7. Δέκα λίτρα ὑδρογόνου ὑπὸ πίεσιν 1 ἀτμοσφαίρας περιέχονται ἐντὸς κυλίνδρου ἐφωδιασμένου δι' ἐμβολέως. Ὁ ἐμβολεὺς μετακινεῖται, τῆς θερμοκρασίας διατηρουμένης σταθερᾶς, μέχρις ὅτου ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου ἐλαττωθῇ εἰς 2 λίτρα. Πόση ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου. (Ἀπ. p = 5 at.)

8. Μᾶζα ἀερίου ὑπὸ ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν 760 Torr καταλαμβάνει ὄγκον 5 λίτρων. Ἐὰν ἡ πίεσις ἐλαττωθῇ εἰς 200 Torr χωρὶς ἡ θερμοκρασία νὰ μεταβληθῇ, πόσος ὁ ὄγκος τῆς ἀερίου μάζης.
(Ἀπ. V_2 = 19 *lt.*)

9. Ὁ ὄγκος ἑνὸς ἀεροστάτου εἶναι 500 m^3 καὶ πληροῦται δι' ὑδρογόνου πυκνότητος 0,089 gr/*lt.* Ἡ πυκνότης τοῦ περιβάλλοντος ἀέρος εἶναι 1,250 gr/*lt.* Πόση εἶναι ἡ ἀνυψωτική του δύναμις.
(Ἀπ. F = 580,5 kgr^*.)

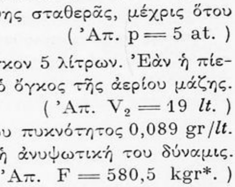
10. Ἀερόστατον ἔχει χωρητικότητα 1000 m^3. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀνυψωτικὴ δύναμις, ὅταν τοῦτο εἶναι πλῆρες ἀερίου ἡλίου. (Μέση πυκνότης ἀέρος 1,25 gr/*lt*, ἡλίου 0,178 gr/*lt.*)
(Ἀπ. F = 1072 kgr^*.)

11. Ἐξερευνητικὸν ἀερόστατον μετεωρολογίας πληροῦται ὑδρογόνου, εἰς τρόπον ὥστε νὰ παρουσιάζῃ ἀνυψωτικὴν δύναμιν 125 gr^*. Τὸ βάρος τοῦ ἐλαστικοῦ σάκκου εἶναι 30 gr^*. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ ὄγκος τοῦ ὑδρογόνου. (Πυκνότης ἀέρος 1,250 gr/*lt*, ὑδρογόνου 0,090 gr/*lt.*) (Ἀπ. V = 134 *lt.*)

12. Εἰς ἀνοικτὸν μανόμετρον ἡ διαφορὰ στάθμης τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὰ δύο σκέλη εἶναι 24 cm. Τὸ βαρόμετρον δεικνύει πίεσιν 750 Torr. Εἰς ποῖον κλάσμα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως ἀντιστοιχεῖ ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου. (Ἀπ. 0,671.)

13. Πόσον εἶναι τὸ μέγιστον ὕψος h_1 ἐκ τοῦ ὁποίου ὑγρὸν πυκνότητος ρ = 0,8 gr/cm^3 δύναται νὰ μεταγγισθῇ διὰ σίφωνος. (Πυκνότης ὑδραργύρου 13,6 gr/cm^3, βαρομετρικὴ πίεσις 76,2 cm Hg.) (Ἀπ. h_1 = 1295,4 cm.)

14. Ἐὰν ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸ ἓν σκέλος ἀνοικτοῦ μανομέτρου εὑρίσκεται κατὰ 57 cm ὑψηλότερον ἢ εἰς τὸ ἕτερον σκέλος, πόση ἡ πίεσις εἰς gr^*/cm^2 ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τοῦ ἀερίου τοῦ περιεχομένου εἰς δοχεῖον, τὸ ὁποῖον συγκοινωνεῖ πρὸς τὸ σκέλος τοῦ μανομέτρου, ὅπου ὁ ὑδράργυρος εὑρίσκεται εἰς ταπεινοτέραν στάθμην. (Εἰδ. βάρος ὑδραργύρου 13,6 gr^*/cm^3, βαρομετρικὴ πίεσις 760 Torr.)
(Ἀπ. p = 1810 gr^*/cm^2.)



Σχ. 463. Πρόβλημα 14.

15. Δοχεῖον ὄγκου 10 *lt* περιέχει ὀξυγόνον πιέσεως 6 ἀτμοσφαιρῶν. Τὸ δοχεῖον τοῦτο συνδέεται πρὸς ἕτερον δοχεῖον ὄγκου 5 *lt* περιέχον ἀέρα ὑπὸ πίεσιν 3 ἀτμοσφαιρῶν. Ὑπολογίσατε τὴν τελικὴν πίεσιν. (Ἀπ. $p = 5$ Atm.)

16. Φυσαλὶς ἀέρος ὑψουμένη ἐκ τοῦ πυθμένος μιᾶς λίμνης μέχρι τῆς ἐπιφανείας αὐξάνει τὸν ὄγκον της ἀπὸ 2 cm^3 εἰς 5 cm^3. Ὑπολογίσατε τὸ βάθος τῆς λίμνης. (Ἀπ. $h = 1550$ cm.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΒ΄

ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ - ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

238. Γενικὰ περὶ ροῆς. Τὰ φαινόμενα τὰ ὁποῖα παρατηροῦνται κατὰ τὴν κίνησιν ἐν γένει τῶν ρευστῶν, ἤτοι τῶν ὑγρῶν καὶ ἀερίων, ἐξετάζονται συνήθως ἀπὸ κοινοῦ εἰς τὸ Κεφάλαιον τῆς Ὑδροδυναμικῆς καὶ Ἀεροδυναμικῆς, διότι ἡ συμπεριφορὰ τῶν ὑγρῶν καὶ ἀερίων, εὑρισκομένων ἐν κινήσει καὶ ἐφ' ὅσον ἡ ταχύτης των δὲν ὑπερβαίνει τὰ 150 m/sec, διέπεται ὑπὸ τῶν αὐτῶν ἀκριβῶς νόμων.

DANIEL BERNOULLI
(1700 - 1782).

Ὅταν ρευστὸν εὑρίσκεται ἐν κινήσει, λέγομεν ὅτι λαμβάνει χώραν **ροή,** ὁ δὲ χῶρος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου ὑφίσταται ροή, λέγομεν ὅτι ἀποτελεῖ **πεδίον ροῆς.** Τὸ πεδίον ροῆς εἶναι τελείως ὡρισμένον, ὅταν δίδεται ἡ ταχύτης ροῆς ἐν αὐτῷ, δηλ. ἐὰν εἰς ἑκάστην χρονικὴν στιγμὴν δι' ἕκαστον σημεῖον τοῦ πεδίου γνωρίζωμεν τὴν ταχύτητα ροῆς κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν.

Τὴν ροὴν διακρίνομεν εἰς **νηματικὴν** (ἢ μόνιμον), ὅταν δηλ. εἰς ἕκαστον σημεῖον τοῦ πεδίου ροῆς ἡ ταχύτης τῶν μορίων τοῦ ρευστοῦ εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ χρόνου, ἤτοι ἡ ταχύτης ροῆς παραμένει διαρκῶς ἐν

Σχ. 464. Διὰ χρωματισμοῦ τοῦ ἔσω μέρους τοῦ πεδίου ροῆς, διακρίνεται σαφῶς ἡ νηματικὴ ροὴ (I) καὶ ἡ στροβιλώδης ροὴ (II).

τῷ χρόνῳ σταθερὰ κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν, καὶ εἰς **στροβιλώδη** (μὴ μόνιμον), ὅταν ἡ ταχύτης ροῆς δὲν εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ χρόνου, ἀλλὰ εἰς ἕκαστον σημεῖον τοῦ πεδίου μεταβάλλεται χρονικῶς κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν. Εἰς τὸ σχῆμα 464 δεικνύονται τὰ δύο εἴδη ροῆς.

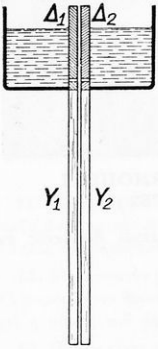
239. Φάσμα ροῆς. Θεωρήσωμεν πεδίον νηματικῆς ροῆς χρησιμοποιοῦντες ὡς ρευστὸν ὕδωρ. Ἐν αὐτῷ δυνάμεθα νὰ αἰσθητοποιήσωμεν τὰς γραμμὰς ροῆς, ἐὰν διασκορπίσωμεν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ ἐλαφρὰ σωμάτια, ὡς π.χ. κόνιν ἀλουμινίου ἢ πριονίδια (ρινίσματα) ξύλου κ.λ.π., τὰ ὁποῖα παρασυρόμενα ὑπὸ τοῦ ρευστοῦ διατίθενται κατὰ τὴν κίνησιν αὐτῶν κατὰ τὰς γραμμὰς ροῆς. Αἱ ὡς ἄνω γραμμαὶ καλοῦνται συνήθως **γραμμαὶ ροῆς (ρευματικαὶ γραμμαί)**, ἡ δὲ οὕτω προκύπτουσα εἰκὼν καλεῖται **φάσμα ροῆς.** Αἱ γραμμαὶ ροῆς συμπίπτουν πρὸς τὰς τροχιὰς τῶν σωματίων, ὅταν ἡ ροὴ τοῦ ρευστοῦ εἶναι νηματική.

Ἕτερος τρόπος αἰσθητοποιήσεως τῶν γραμμῶν ροῆς καὶ παραγωγῆς φασμάτων ροῆς, λίαν εὔχρηστος, εἶναι καὶ ἡ ἀκόλουθος διάταξις, ἡ ὁποία συνήθως καλεῖται σ υ σ κ ε υ ὴ γ ρ α μ μ ῶ ν ρ ο ῆ ς.

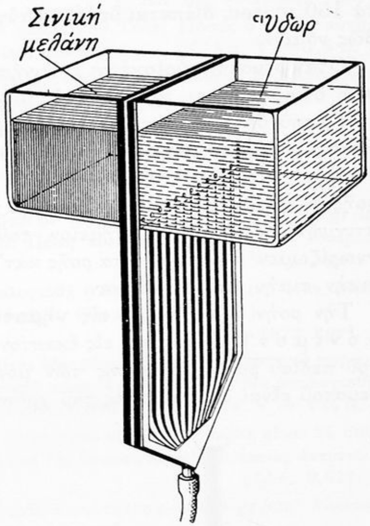
Μὲ τὴν βοήθειαν δύο ὑαλίνων πλακῶν κατασκευάζομεν στενὸν θάλαμον εὔρους περίπου 1 mm (σχ. 465 καὶ 466), ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι δυνατὸν νὰ ρέῃ ὕδωρ ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω. Τὸ ὕδωρ προέρχεται ἐκ πλευρικοῦ δοχείου Δ_1 κειμένου πρὸς τὸ ἄνω μέρος, τὸ ὁποῖον εἰς τὸν πυθμένα αὐτοῦ φέρει κατ' ἴσας ἀποστάσεις ὀπάς. Ἀπὸ τὸ ἕτερον μέρος ὑπάρχει ὅμοιον δοχεῖον Δ_2 φέρον εἰς τὸν πυθμένα του κατ' ἴσας ἐπίσης ἀποστάσεις ὀπάς, αἱ ὁποῖαι ὅμως ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰ διάκενα μεταξὺ τῶν ὀπῶν τοῦ πρώτου δοχείου, τὸ διαμέρισμα δὲ τοῦτο πληροῦται μὲ κεχρωσμένον ὑγρὸν (π.χ. διὰ σινικῆς μελάνης, φουξίνης ἢ ἄλλου χρώματος).

Κάτωθεν ἡ συσκευὴ φέρει σωλῆνα ἐκροῆς, ἐπὶ τοῦ ὁποίου προσαρμόζεται ἐλαστικὸς σωλὴν καὶ μὲ τὴν βοήθειαν πιέστρου ρυθμίζομεν τὴν ταχύτητα ἐκροῆς.

Ἐὰν ἀνοίξωμεν τὸν σωλῆνα ἐκροῆς, βλέπομεν νὰ κινοῦνται κατὰ μῆκος τοῦ θαλάμου παράλληλα νημάτια ἀπὸ ἄχρουν καὶ κεχρωσμένον ὕδωρ, χωρὶς ταῦτα νὰ ἀναμειγνύωνται, τὰ ὁποῖα οὕτω δεικνύουν τὰς γραμμὰς ροῆς καὶ ἑπομένως τὸ φάσμα ροῆς.



Σχ. 465. Συσκευὴ γραμμῶν ροῆς (τομή).

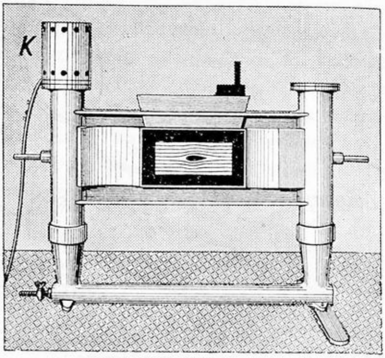


Σχ. 466. Φάσμα ροῆς διὰ τῆς συσκευῆς γραμμῶν ροῆς.

Δυνάμεθα πρὸς τούτοις, διὰ τῆς εἰσαγωγῆς καταλλήλων λεπτῶν ἐλασμάτων, νὰ παραμορφώσωμεν τὴν ἀρχικὴν μορφὴν τοῦ πεδίου ροῆς (ὡς τοῦτο π.χ. δεικνύεται εἰς τὰ σχήματα 485 καὶ 488). Ἡ συσκευὴ αὕτη εἶναι μικρῶν διαστάσεων καὶ προβάλλεται ἐπὶ ὀθόνης φωτιζομένης δι' ἰσχυροῦ προβολέως.

'Ανάλογος εἶναι καὶ ἡ συσκευὴ τοῦ σχήματος 467. 'Εντὸς ὀχετοῦ μεταλλικοῦ εἰς σχῆμα πλαισίου, ρέει ὕδωρ κινούμενον διὰ κινητῆρος Κ, ἡ δὲ ταχύτης ροῆς ρυθμίζεται καταλλήλως δι' ἀντιστάσεως.

Εἰς τὸ ἄνω μέρος φέρει παράθυρον ὑαλόφρακτον διὰ τὴν παρατήρησιν τοῦ φάσματος. Ρίπτοντες ἐντὸς τοῦ δοχείου ρινίσματα φελλοῦ ἢ λυκοπόδιον, παρατηροῦμεν εὐκρινῶς τὸ φάσμα ροῆς. Δυνάμεθα ἐπίσης, ὡς καὶ εἰς τὴν προηγουμένην συσκευὴν (σχ. 466), νὰ τοποθετήσωμεν κατάλληλα σχήματα πρὸ τοῦ παραθύρου τῆς συσκευῆς, ὡς δεικνύει ἡ εἰκών, νὰ παραμορφώσωμεν τὸ πεδίον ροῆς καὶ νὰ μελετήσωμεν οὕτω τὸ φάσμα ροῆς.



Σχ. 467. Συσκευὴ γραμμῶν ροῆς διὰ κυκλοφοροῦντος ὕδατος.

240. Παροχή.

« Καλοῦμεν π α ρ ο χ ὴ ν (Π) χαρακτηριστικὸν τῆς ροῆς ρευστοῦ τινος φυσικὸν μέγεθος, τοῦ ὁποίου τὸ μέτρον ἰσοῦται πρὸς τὸ πηλίκον τοῦ ὄγκου V τοῦ ρευστοῦ, τοῦ διερχομένου διά τινος τομῆς τοῦ σωλῆνος, ἐντὸς χρόνου t, διὰ τοῦ χρόνου τούτου », ἤτοι :

$$\boxed{\Pi = \frac{V}{t}} \qquad (1)$$

Τὴν π α ρ ο χ ὴ ν δυνάμεθα ἐπίσης νὰ ἐκφράσωμεν ὡς **« γινόμενον τῆς ταχύτητος υ τῆς ροῆς τοῦ ρευστοῦ ἐπὶ τὸ ἐμβαδὸν S τῆς διατομῆς τοῦ σωλῆνος »**, ἤτοι :

$$\boxed{\Pi = S \cdot \upsilon} \qquad (2)$$

Πράγματι, ἐὰν καλέσωμεν s τὸ διάστημα τὸ ὁποῖον διανύει τὸ ρευστὸν εἰς χρόνον t καὶ S τὴν διατομὴν τοῦ σωλῆνος, τότε ὁ ὄγκος V τοῦ ρευστοῦ τοῦ ἐκρέοντος ἐντὸς τοῦ χρόνου t εἶναι ἴσος πρός :

$$V = S \cdot s$$

'Εκ τῆς ἐξισώσεως (1) προκύπτει:

$$\Pi = \frac{S \cdot s}{t}$$

'Επειδὴ ὅμως $s/t = \upsilon$, ἔχομεν:

$$\Pi = S \cdot \upsilon$$

Μονάδες παροχῆς. 1) Σύστημα C.G.S. 'Επειδὴ μονὰς ὄγκου εἶναι εἰς τὸ σύστημα C.G.S. τὸ 1 cm^3 καὶ μονὰς χρόνου τὸ 1 sec, θὰ ἔχωμεν ὡς μονάδα παροχῆς τό:

$$1\ \frac{\mathbf{cm^3}}{\mathbf{sec}}$$

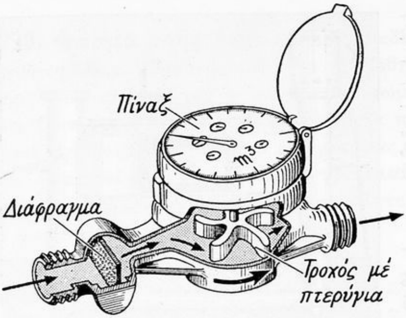
2) Σύστημα M.K.S. καὶ Τεχνικὸν σύστημα. Εἰς ἀμφότερα τὰ συστήματα μονὰς ὄγκου εἶναι τὸ 1 m^3 καὶ μονὰς χρόνου τὸ 1 sec· ἡ μονὰς τροχιᾶς θὰ εἶναι συνεπῶς :

$$1\ \frac{\mathbf{m^3}}{\mathbf{sec}}$$

Τὴν παροχὴν ἐκφράζομεν συνήθως καὶ εἰς λίτρα ἀνὰ λεπτὸν (1 lt/min). Εἶναι δέ :

$$1\ \frac{lt}{\mathrm{min}} = 1000\ \frac{\mathrm{cm^3}}{\mathrm{min}}$$

Διὰ μεγάλας παροχάς, ὡς π.χ. πηγῶν, φρεάτων κ.λ.π., χρησιμοποιεῖται συνήθως ἡ μονὰς **1 κυβικὸν μέτρον ἀνὰ ὥραν** (1 m^3/h) ἢ καὶ ἡ μονὰς **1 κυβικὸν μέτρον ἀνὰ εἰκοσιτετράωρον.**

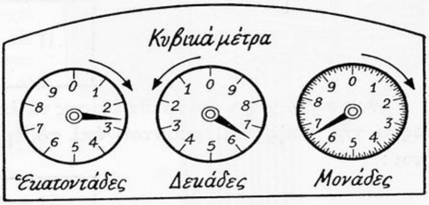


Σχ. 468. Μετρητὴς ὕδατος (σχηματικὴ παράστασις).

* **Μετρηταὶ παροχῆς ὕδατος.** Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς παρεχομένης ποσότητος ὕδατος εἰς τὰς οἰκίας καὶ γενικῶς εἰς τὴν κατανάλωσιν, χρησιμοποιοῦνται μ ε τ ρ η τ α ὶ ὕ δ α τ ο ς (γνώμωνες), ὡς εἰς τὸ σχῆμα 468.

Τὸ ὕδωρ, προερχόμενον ἐκ τοῦ κεντρικοῦ ἀγωγοῦ, διέρχεται διὰ τοῦ μετρητοῦ, ὅστις περικλείει πτερυγιοφόρον ἄξονα δυνάμενον διὰ συστήματος ὀδοντωτῶν τροχῶν νὰ κινῇ δείκτας, κατὰ δεκαδικὸν σύστημα.

Ὁ ὄγκος τοῦ διερχομένου ὕδατος διὰ τοῦ μετρητοῦ προκαλεῖ περιστροφὴν τῶν πτερυγίων καὶ ἀντίστοιχον μετατόπισιν τοῦ δείκτου. Διὰ καταμετρήσεως τοῦ συνολικοῦ ἀριθμοῦ τῶν στροφῶν, τὰς ὁποίας ἔχει ἐκτελέσει ὁ πτερυγιοφόρος ἄξων, εὑρίσκομεν τὴν καταναλωθεῖσαν ποσότητα ὕδατος ἐντὸς ὡρισμένου χρόνου, π.χ. ἐντὸς ἑνὸς μηνός. Ἐὰν ὁ μετρητὴς εἶναι βαθμολογημένος εἰς κυβικὰ μέτρα, τότε ὁ 1ος δείκτης μετρεῖ τὰς μονάδας, ὁ 2ος τὰς δεκάδας, ὁ 3ος τὰς ἑκατοντάδας κ.ο.κ. τῆς διελθούσης ποσότητος (σχ. 469).



Σχ. 469. Ἡ ἔνδειξις τοῦ μετρητοῦ εἶναι 266,5 m^3.

241. Ροὴ ρευστοῦ. Ἐξίσωσις συνεχείας.

Ὅταν ρευστὸν δὲν εὑρίσκεται εἰς ἠρεμίαν, ἀλλὰ κινεῖται, λέγομεν ὅτι ὑφίσταται ροὴ τοῦ ρευστοῦ. Ἑπομένως αἱ ἔννοιαι ροὴ ρευστοῦ καὶ κίνησις ρευστοῦ ἐκφράζουν ἓν καὶ τὸ αὐτὸ πρᾶγμα.

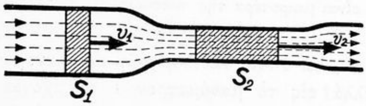
Οὕτω, ὅταν εὑρισκώμεθα πρὸ τῆς ὄχθης ποταμοῦ καὶ ἐξετάζωμεν τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕδατος, ἀντιλαμβανόμεθα τὴν κίνησιν τοῦ ὕδατος διὰ τῆς παρακολουθήσεως τῆς κινήσεως τῶν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ ἐλαφρῶν σωμάτων, τὰ ὁποῖα παρασύρονται ὑπὸ τοῦ ρεύματος τοῦ ὕδατος, ὀφειλομένου εἰς τὴν ροὴν αὐτοῦ.

Ἐφ' ὅσον ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος εἶναι ἡ ἰδία καὶ ὁ ποταμὸς παρουσιάζει τὸ αὐτὸ εὖρος εἰς ὅλας τὰς περιοχὰς τῆς ἐπιφανείας τοῦ ποταμοῦ, ἡ ταχύτης ροῆς εἶναι ἡ αὐτή, ὅταν ἰδίως ἐξετάζωμεν περιοχὴν τοῦ ποταμοῦ, ἡ ὁποία εὑρίσκεται εἰς σημαντικὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τῶν ὀχθῶν αὐτοῦ, ὅτε ἡ κίνησις τοῦ ρευστοῦ δὲν ἐπηρεάζεται οὐσιωδῶς ὑπὸ τῆς τριβῆς.

Ἐὰν ὅμως θεωρήσωμεν περιοχὴν τοῦ ποταμοῦ, ὅπου οὗτος ἀποστενοῦται, καὶ ἐξετάσωμεν τὴν ταχύτητα ροῆς, βλέπομεν ὅτι ἡ ταχύτης καθίσταται μεγαλυτέρα. Τοῦτο συμβαίνει διότι, δεχόμενοι τὸ ὕδωρ ὡς πρακτικῶς ἀσυμπίεστον, δι' ἑκάστης ἐγκαρσίας τομῆς τοῦ ποταμοῦ πρέπει νὰ διέρχεται πάντοτε ἡ αὐτὴ ποσότης ὕδατος καί, ἐπομένως, εἰς περιοχὰς ὅπου ἡ ἐγκαρσία τομὴ τοῦ ποταμοῦ παρουσιάζει ἐπιφάνειαν μεγάλην, ἡ ταχύτης ροῆς πρέπει νὰ εἶναι μικρὰ καί, εἰς περιοχὴν ὅπου ἡ ἐγκαρσία τομὴ εἶναι μικροτέρα, ἡ ταχύτης ροῆς πρέπει νὰ εἶναι μεγαλυτέρα, εἰς τρόπον ὥστε νὰ ἰσχύῃ εἰς πᾶσαν περιοχὴν τοῦ ποταμοῦ ἡ σχέσις:

$$\text{Ἐπιφάνεια} \times \text{ταχύτης ροῆς} = \text{σταθερά}.$$

Θεωρήσωμεν ἤδη ὀχετόν, εἰς τὸν ὁποῖον λαμβάνει χώραν νηματικὴ ροή, π.χ. ὕδατος (σχ. 470). Ἐὰν θεωρήσωμεν οἱανδήποτε ἐπιφάνειαν τέμνουσαν τὰς γραμμὰς ροῆς καὶ φέρωμεν ἐκ τῆς περιμέτρου αὐτῆς ὅλας τὰς ἀντιστοίχους γραμμὰς ροῆς, παράγεται σωληνοειδὴς ἐπιφάνεια περικλείουσα τὴν διὰ τῆς θεωρουμένης ἐπιφανείας διερχομένην ὑγρὰν φλέβα.



Σχ. 470. Εἰς τὸ εὐρὺ μέρος τοῦ σωλῆνος ἡ ταχύτης ροῆς εἶναι μικρά, ἐνῷ εἰς τὸ στενὸν μεγάλη.

Ὡς *πυκνότητα γραμμῶν ροῆς* νοοῦμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν γραμμῶν ροῆς τὸν διαπερῶντα καθέτως τὴν μονάδα τῆς θεωρουμένης ἐπιφανείας (π.χ. 1 cm^2).

Εἰς τὴν περιοχὴν S_1, ὅπου ἡ ταχύτης ροῆς εἶναι υ_1, αἱ γραμμαὶ ροῆς εἶναι ἀραιαί, ἤτοι ἡ πυκνότης αὐτῶν εἶναι μικρά, ἐνῷ εἰς τὴν περιοχὴν S_2, ὅπου ἡ ταχύτης ροῆς εἶναι $\upsilon_2 > \upsilon_1$, βλέπομεν ὅτι ἡ πυκνότης τῶν γραμμῶν ροῆς εἶναι μεγάλη. Οὕτω συνάγομεν τὴν ἀκόλουθον πρότασιν:

Ταχύτης ροῆς μικρὰ → πυκνότης γραμμῶν ροῆς μικρὰ

Ταχύτης ροῆς μεγάλη → πυκνότης γραμμῶν ροῆς μεγάλη

Οὕτω, ἐὰν ἐντὸς χρόνου t διέρχεται διά τινος τομῆς S_1 τοῦ σωλῆνος μία ποσότης τοῦ ὑγροῦ, ἡ αὐτὴ ποσότης θὰ διέρχεται ἐντὸς τῆς αὐτῆς χρονικῆς μονάδος καὶ δι' οἱασδήποτε ἄλλης τομῆς, π.χ. τῆς S_2, ἤτοι:

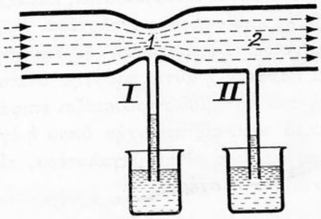
$$S_1 \cdot \upsilon_1 = S_2 \cdot \upsilon_2 = \text{σταθ.}$$

ἐξ οὗ προκύπτει ὅτι:

$$\boxed{\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{S_2}{S_1}}$$

Ἤτοι: **« αἱ ταχύτητες ροῆς εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν ἐμβαδῶν τῶν διατομῶν τοῦ σωλῆνος ροῆς ».** Ἡ ἄνω σχέσις ἀποτελεῖ θεμελιώδη νόμον τῆς Ὑδροαεροδυναμικῆς, τὸν καλούμενον **νόμον τῆς συνεχείας,** ὁ ὁποῖος διατυποῦται ὡς ἑξῆς: **« Ἡ παροχὴ ἑνὸς σωλῆνος εἶναι σταθερὰ δι' οἱανδήποτε διατομὴν αὐτοῦ ».**

242. Νόμος τοῦ Bernoulli (Μπερνούλλι). Ὁ νόμος τῆς συνεχείας, τὸν ὁποῖον ἐσπουδάσαμεν ἀνωτέρω, περιέχει τὴν ταχύτητα εἰς κάθε σημεῖον φλεβὸς ρευστοῦ, ὁ νόμος δὲ τοῦ Bernoulli καθορίζει τὴν πίεσιν κατὰ μῆκος φλεβός.

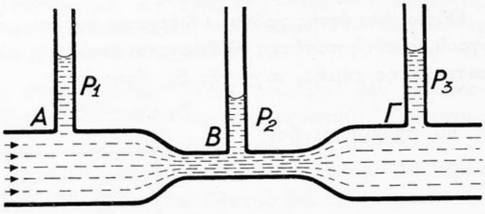


Σχ. 471. Εἰς τὴν περιοχὴν 1 ἡ πίεσις εἶναι μικροτέρα τῆς πιέσεως εἰς τὴν περιοχὴν 2.

Ἔστω ὅτι εἰς δοχεῖον ὡς τὸ τοῦ σχήματος 471 λαμβάνει χώραν ροὴ ρευστοῦ, π.χ. ἀέρος, καὶ δεχθῶμεν ὅτι αἱ διὰ βελῶν σημειούμεναι γραμμαὶ παριστοῦν τὰς γραμμὰς ροῆς. Εἰς τὰ σημεῖα Ι καὶ ΙΙ ὁ σωλὴν φέρει πλευρικὰς ὀπάς, οἱ δὲ εἰς αὐτὰς προσκεκολλημένοι σωλῆνες βυθίζονται κατὰ τὰ ἄκρα αὐτῶν ἐντὸς δοχείου περιέχοντος π.χ. ὕδωρ. Θὰ παρατηρήσωμεν τότε ὅτι, κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ροῆς τοῦ ἀέρος, εἰς τὰ δύο σκέλη τῶν σωλήνων, τὰ ὁποῖα λειτουργοῦν ὡς μανόμετρα, τὸ ὕδωρ δὲν ἀνέρχεται εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος, ἀλλὰ εἰς τὸ μανόμετρον Ι ἀνέρχεται ὑψηλότερον παρὰ εἰς τὸ ΙΙ. Ἐκ τούτου προκύπτει ὅτι εἰς τὴν στένωσιν Ι ἡ πίεσις τοῦ ἀέρος εἶναι μικροτέρα τῆς ἐπικρατούσης εἰς ΙΙ. Ὡς εἶναι γνωστὸν ὅμως ἀπὸ τὸν νόμον τῆς συνεχείας, εἰς τὴν περιοχὴν Ι ἡ ταχύτης ροῆς τοῦ ἀέρος εἶναι μεγαλυτέρα παρὰ εἰς τὴν περιοχὴν ΙΙ καί, ἑπομένως, ἐφ᾽ ὅσον τὰ σωματίδια τοῦ μέσου, δηλ. τοῦ ἀέρος, προχωροῦν ἀπὸ τοῦ Ι πρὸς τὸ ΙΙ, ὑφίστανται ἐπιβράδυνσιν τῆς κινήσεως αὐτῶν. Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω πειράματος δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν τὴν ἀκόλουθον πρότασιν, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ τὸν νόμον τοῦ Bernoulli:

« Ὅταν ρευστὸν εὑρίσκεται εἰς ροὴν ἐντὸς σωλῆνος, ἡ πίεσις εἶναι μικρὰ εἰς περιοχὰς μεγάλων ταχυτήτων καὶ μεγάλη εἰς περιοχὰς μικρῶν ταχυτήτων ».

243. Στατικὴ καὶ δυναμικὴ πίεσις. Θεωρήσωμεν ἤδη τὴν συσκευὴν τοῦ σχήματος 472, ἡ ὁποία ὀνομάζεται βεντουρίμετρον. Αὐτὴ ἀποτελεῖται ἀπὸ ὑάλινον σωλῆνα, διὰ τοῦ ὁποίου λαμβάνει χώραν ροὴ ὕδατος, λόγῳ τοῦ ὅτι τὸ ἓν ἄκρον συνδέεται πρὸς κατάλληλον διάταξιν, διὰ τῆς ὁποίας εἰσχωρεῖ εἰς τὴν συσκευὴν ὕδωρ ὑπὸ πίεσιν μεγαλυτέραν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς. Πλευρικῶς πρὸς τὸν σωλῆνα συνδέονται οἱ λεπτοὶ κατακόρυφοι σωλῆνες εἰς τὰς περιοχὰς Α, Β καὶ Γ, οἱ ὁποῖοι χρησιμεύουν ὡς μανόμετρα.



Σχ. 472. Βεντουρίμετρον. Τὸ ὕψος τοῦ ὑγροῦ εἰς τοὺς σωλῆνας δεικνύει τὴν κατανομὴν τῶν πιέσεων κατὰ μῆκος τοῦ ἀγωγοῦ.

Ἐὰν κλείσωμεν τὸ πρὸς τὰ δεξιὰ ἄκρον διὰ τῆς παλάμης, ὥστε νὰ παρεμποδίσωμεν τὴν ἀνάπτυξιν ροῆς, τότε, ἐπειδὴ τὸ ὕδωρ θὰ εὑρίσκεται εἰς ἰσορροπίαν, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῶν συγκοινωνούντων δοχείων, θὰ ἔχῃ τὴν αὐτὴν στάθμην καὶ εἰς τοὺς τρεῖς σωλῆνας καὶ τὸ ὕψος τῆς ὑγρᾶς στήλης χρησιμεύει πρὸς μέτρησιν τῆς **στατικῆς πιέσεως.** Ἐὰν ὅμως ἀπομακρύνωμεν τὴν χεῖρά μας, ὥστε ν' ἀναπτυχθῇ ροή, τότε ἡ στατικὴ πίεσις εἰς Β εἶναι μικροτέρα ἢ εἰς Α καὶ Γ.

Ἐὰν συνδυάσωμεν τὸ ἀνωτέρω φαινόμενον πρὸς τὴν ταχύτητα ροῆς, παρατηροῦμεν ὅτι εἰς τὴν περιοχὴν Β, ὅπου ἡ ταχύτης ροῆς εἶναι μεγαλυτέρα ἢ εἰς τὰς περιοχὰς Α καὶ Γ, ἡ στατικὴ πίεσις εἶναι μικροτέρα ἢ εἰς Α καὶ Γ.

Τοῦτο δικαιολογεῖται, διότι λόγῳ τῆς ροῆς δημιουργεῖται ἕτερον εἶδος πιέσεως, τὸ ὁποῖον ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως $\rho \cdot \upsilon^2/2$, ὅπου ρ ἡ πυκνότης τοῦ ρευστοῦ καὶ υ ἡ ταχύτης αὐτοῦ, καὶ ἡ ὁποία καλεῖται **δυναμικὴ πίεσις** (p), ἡ δὲ συνολικὴ πίεσις (p_o), ἡ ὁποία εἶναι σταθερὰ εἰς ἑκάστην περιοχὴν τῆς ροῆς, ἰσοῦται πάντοτε πρὸς τὸ ἄθροισμα τῆς στατικῆς καὶ δυναμικῆς πιέσεως. Οὕτω εὕρομεν θεμελιώδη σχέσιν τῆς μονίμου ροῆς, ἡ ὁποία ἐκφράζεται ὡς ἑξῆς:

συνολικὴ πίεσις = στατικὴ πίεσις + δυναμικὴ πίεσις = σταθ.

ἤτοι :

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_2^2 \qquad (1)$$

ὅπου p_1, υ_1 ἡ πίεσις καὶ ἡ ταχύτης ροῆς εἰς Α καὶ p_2, υ_2 ἡ πίεσις καὶ ἡ ταχύτης ροῆς εἰς Β. Ἡ ἄνω σχέσις γράφεται γενικώτερον :

$p + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon^2 =$ σταθ.	Νόμος τοῦ Bernoulli δι' ὁριζοντίαν φλέβα

(2)

Ἤτοι: « **εἰς νηματικὴν ροὴν τὸ ἄθροισμα τῆς στατικῆς καὶ δυναμικῆς πιέσεως παραμένει δι' ἑκάστην περιοχὴν σταθερόν** ».

Ἡ ἀνωτέρω πρότασις ἐκφράζει τὸ θεμελιῶδες θεώρημα ἢ νόμον τοῦ Bernoulli διὰ τὴν Ὑδροδυναμικήν.

Ἐκ τῆς σχέσεως (2), ἐὰν ὑποτεθῇ $\upsilon = 0$, τότε προκύπτει $p_o =$ σταθ., ἤτοι ἡ σταθερὰ εἰς τὴν ἐξίσωσιν (2) ἐκφράζει τὴν στατικὴν πίεσιν, ἡ ὁποία ἐπικρατεῖ εἰς περιοχὴν τῆς ροῆς, ὅπου ἡ ταχύτης ροῆς πρακτικῶς εἶναι μηδέν, καλεῖται δὲ ἡ πίεσις συνολικὴ πίεσις καὶ παριστᾶται διὰ p_o.

Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω, ὁ τύπος (2) γράφεται:

$$p_o = p + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon^2 \qquad (3)$$

ἤτοι: « ἡ συνολικὴ πίεσις εἰς ἑκάστην περιοχὴν νηματικῆς ροῆς ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῆς στατικῆς καὶ δυναμικῆς πιέσεως ». Ἡ σχέσις (3) ἰσχύει διὰ τὴν περίπτωσιν, καθ' ἣν αἱ δύο περιοχαὶ ροῆς εὑρίσκονται εἰς τὴν αὐτὴν στάθμην.

Εἰς περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν αἱ δύο ἐξεταζόμεναι περιοχαί, π.χ. Α καὶ Β, δὲν εὑρίσκονται εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος ἀπὸ τῆς βασικῆς στάθμης (π.χ. τοῦ ἐδάφους), ἀλλ' ἡ μία εὑρίσκεται εἰς ὕψος h_1 καὶ ἡ ἄλλη εἰς ὕψος h_2, τότε ὁ νόμος τοῦ Bernoulli ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως :

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho_1 \cdot \upsilon_1^2 + h_1 \cdot \rho \cdot g = p_2 + \frac{1}{2}\rho_2 \cdot \upsilon_2^2 + h_2 \cdot \rho \cdot g \qquad (4)$$

ἢ γενικώτερον ὑπὸ τῆς σχέσεως :

$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon^2 + h \cdot \rho \cdot g = \sigma\tau\alpha\theta. \quad \text{Νόμος τοῦ Bernoulli}} \qquad (5)$$

***244. Ταχύτης ροῆς.** Ἐὰν διὰ υ_1 καὶ υ_2 καλέσωμεν τὰς ταχύτητας εἰς τὸν σωλῆνα Venturi (σχ. 472), τότε δι' ἐφαρμογῆς τοῦ τύπου τοῦ Bernoulli θὰ ἔχωμεν:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_2^2$$

καί :

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right) \qquad (1)$$

Ἐπειδή, συμφώνως πρὸς τὴν ἐξίσωσιν συνεχείας, πρέπει νὰ εἶναι :

$$S_1 \cdot \upsilon_1 = S_2 \cdot \upsilon_2 \qquad (2)$$

τότε ἐκ τῶν σχέσεων (1) καὶ (2) προκύπτει :

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_1^2\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1\right) \qquad (3)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (2) καὶ (3) λαμβάνομεν τὴν ζητουμένην ταχύτητα υ_1 εἰς τὴν διατομὴν Α ἴσην πρός :

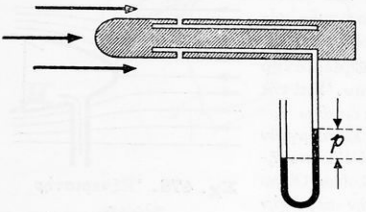
$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{2\,(p_1 - p_2)}{\rho \cdot \left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1\right)}}$$

Παρατήρησις. Τόσον ἡ ἐξίσωσις συνεχείας, ὅσον καὶ ἡ ἐξίσωσις τοῦ Bernoulli εὑρέθησαν ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι τὸ ρευστὸν εἶναι ἀσυμπίεστον. Ὡς ὅμως ἤδη γνωρίζομεν, εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ροῆς ἡ πίεσις μεταβάλλεται ἀπὸ σημείου εἰς σημεῖον καί, προκειμένου περὶ ἀερίου, ἡ πυκνότης αὐτοῦ θὰ μετεβάλλετο ἀπὸ τόπου εἰς τόπον καὶ ἑπομένως θὰ ἦτο δυνατὸν νὰ ὑποστηριχθῇ, ὅτι διὰ τὰ ἀέρια δὲν ἰσχύει ὁ νόμος τοῦ Bernoulli.

Ἐν τούτοις δεικνύεται ὅτι, ἐφ' ὅσον ἡ ταχύτης ροῆς εἶναι μικρὰ καὶ δὲν ὑπερβαίνει τὰ 150 m/sec, ὁ νόμος τοῦ Bernoulli ἰσχύει διὰ τὰ ἀέρια μὲ ἀρκετὴν ἀκρίβειαν.

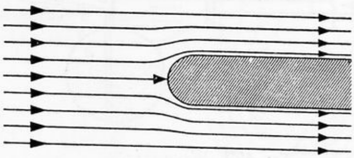
Ἡ μεταβολὴ τῆς πιέσεως καθίσταται σημαντικὴ διὰ ταχύτητας πλησιαζούσας πρὸς τὰ 340 m/sec, δηλ. πρὸς τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ ἤχου, ὅτε διὰ τὰ ἀέρια παύει νὰ ἰσχύῃ ὁ νόμος τοῦ Bernoulli.

***245. Προσδιορισμὸς τῆς στατικῆς καὶ δυναμικῆς πιέσεως.** Ὁ νόμος τοῦ Bernoulli εὑρίσκει σπουδαιοτάτην ἐφαρμογὴν εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῆς ταχύτητος ροῆς. Ἡ στατικὴ πίεσις p εἰς τὰ διάφορα σημεῖα πεδίου ροῆς δύναται νὰ μετρηθῇ τῇ βοηθείᾳ μανομέτρου μετακινουμένου ἐντὸς αὐτοῦ. Ἐπειδὴ ὅμως τοῦτο εἶναι δύσκολον νὰ πραγματοποιηθῇ, ἐφαρμόζομεν τὴν ἀκόλουθον μέθοδον. Εἰσάγομεν ἐντὸς τοῦ πεδίου ροῆς τὴν συσκευὴν τοῦ σχ. 473, ἀποτελουμένην ἐκ μεταλλικοῦ κυλινδρικοῦ σωλῆνος φέροντος πλευρικῶς δύο ὀπάς, αἱ ὁποῖαι διὰ σωλῆνος συγκοινωνοῦν πρὸς μανόμετρον. Διὰ τοῦ τρόπου τούτου ἡ ροὴ δὲν ἐπενεργεῖ ἐπὶ τοῦ μανομέτρου, οὕτω δὲ τοῦτο μετρεῖ τὴν στατικὴν πίεσιν εἰς τὸ θεωρούμενον σημεῖον τοῦ πεδίου ροῆς. Εἰς τὸ σχ. 474 δεικνύεται ἡ διαμόρφωσις τῶν γραμμῶν ροῆς.



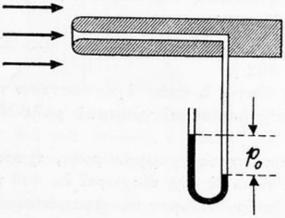
Σχ. 473. Στατικὴ πίεσις.

Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς συνολικῆς πιέσεως χρησιμεύει ὁ **σωλὴν Pitot** (Πιτῶ) (σχ. 475). Οὗτος

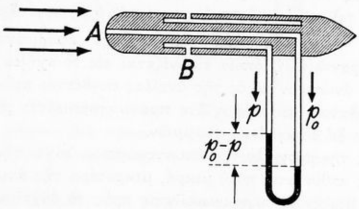


Σχ. 474. Σημεῖον ἀνακοπῆς.

ἀποτελεῖται ἐπίσης ἐκ μεταλλικοῦ σωλῆνος φέροντος εἰς τὸ πρόσθιον μέρος μικρὰν ὀπήν. Τὸ πρόσ-



Σχ. 475. Σωλὴν Pitot.



Σχ. 476. Σωλὴν τοῦ Prandtl.

θιον μέρος τοῦ σωλῆνος ἀποτελεῖ **σημεῖον ἀνακοπῆς** τῆς ροῆς, ἤτοι ἡ ταχύτης ροῆς εἶναι μηδὲν καὶ τὸ μανόμετρον παρέχει τὴν συνολικὴν πίεσιν p_0. Ἐκ τῆς σχέσεως:

$$p + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon^2 = p_0$$

εὑρίσκομεν τὴν δυναμικὴν πίεσιν:

$$\frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon^2 = p_0 - p$$

ἐκ τῆς σχέσεως δὲ πάλιν αὐτῆς εὑρίσκομεν τὴν ταχύτητα ροῆς:

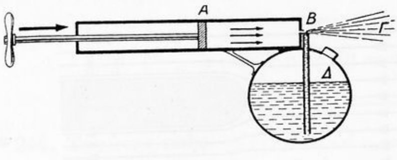
$$\upsilon = \sqrt{\frac{2(p_0 - p)}{\rho}}$$

Αἱ δύο ἀνωτέρω συσκευαὶ μετρήσεως τῆς στατικῆς καὶ συνολικῆς πιέσεως δύνανται νὰ συνδυασθοῦν εἰς μίαν (σχ. 476), διὰ τῆς ὁποίας διὰ **διαφορικοῦ** μανομέτρου δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν τὴν διαφορὰν $p_0 - p$, ἤτοι τὴν δυναμικὴν πίεσιν $1/2\ \rho \cdot \upsilon^2$. Ἡ διάταξις αὕτη καλεῖται **σωλὴν τοῦ Prandtl** (Πράντλ) καὶ χρησιμεύει διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ταχύτητος ἀεροπλάνων.

246. Ἐφαρμογαὶ τοῦ νόμου τοῦ Bernoulli.

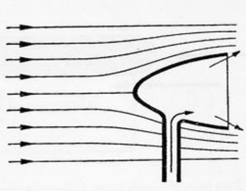
1. Ψεκαστήρ. Ἐὰν διὰ τοῦ ὁριζοντίου σωλῆνος Α (σχ. 477), δι' ὠθήσεως τοῦ ἐμβολέως, προσφυσήσωμεν ἰσχυρὸν ρεῦμα ἀέρος, τοῦτο θὰ ἐξέλθῃ διὰ τῆς λεπτῆς ὀπῆς εἰς Β (ἀκροφύσιον) μὲ μεγάλην ταχύτητα, αἱ γραμμαὶ δὲ ροῆς τῆς φλεβὸς τοῦ ἀέρος ἀποκλίνουν. Εἰς τὴν περιοχὴν Γ, ὅπου ἡ πίεσις εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν, ἡ ταχύτης ἐλαττοῦται, ἐνῷ εἰς τὴν περιοχὴν Β (ὅπου ἡ ταχύτης εἶναι μεγάλη) ἡ πίεσις θὰ εἶναι μικροτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς (ὑποπίεσις). Συνεπείᾳ τούτου ἡ ἐντὸς τοῦ δοχείου, ὅπου ὑπάρχει τὸ ὑγρόν, ὑφισταμένη ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἀναβιβάζει τοῦτο μέχρι τοῦ στομίου (Β) διὰ τοῦ σωλῆνος Δ καὶ μὲ τὴν δύναμιν τοῦ ρεύματος τοῦ ἀέρος τὸ διασκορπίζει ὑπὸ μορφὴν λεπτῶν σταγονιδίων.

Ἡ διάταξις αὐτὴ χρησιμοποιεῖται διὰ τὸν ψεκασμὸν τῶν δωματίων δι' ἐντομοκτόνων ὑγρῶν, διὰ τὴν διασπορὰν ἀρωμάτων, διὰ τὸν ὑδροχρωματισμὸν καὶ ἐλαιοχρωματισμὸν οἰκοδομῶν κλπ.



Σχ. 477. Ψεκαστήρ.

2. Ἐξαεριστὴρ πλοίων. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ὡς ἄνω ἀρχῆς λειτουργοῦν καὶ οἱ ἐξαεριστῆρες πλοίων. Οὕτω εἰς τὴν περιοχὴν τοῦ στομίου, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 478, λόγῳ τῆς μεγάλης πυκνότητος γραμμῶν ροῆς (ἡ ταχύτης ἀνέμου εἶναι μεγάλη), ἡ πίεσις καθίσταται πολὺ μικρά, μικροτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς (ὑποπίεσις) καί, ὡς ἐκ τούτου, προκαλεῖται ἀναρρόφησις καὶ συνεπῶς ἀνανέωσις τοῦ ἀέρος εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ πλοίου, ὅπου ἐπικοινωνεῖ ὁ ἐξαεριστήρ.



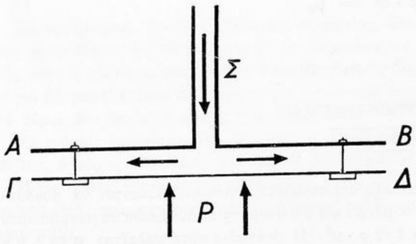
Σχ. 478. Ἐξαεριστὴρ πλοίων.

3. Ὑδραεραντλία. Ἁπλουστάτην ἐφαρμογὴν τοῦ θεωρήματος τοῦ Bernoulli ἀποτελεῖ ἡ ὑδραεραντλία, ἡ ὁποία εἰκονίζεται εἰς τὸ σχῆμα 458 (σελ. 352).

Τὸ ἀνώτερον μέρος τῆς ἀντλίας συνδέεται πρὸς στρόφιγγα ὕδατος ἢ πρὸς ἐγκατάστασιν παροχῆς ὕδατος ὑπὸ πίεσιν, ὅτε πραγματοποιεῖται ροὴ ὕδατος, τῆς ὁποίας αἱ γραμμαὶ ροῆς εἰκονίζονται δι' ἐστιγμένων γραμμῶν.

Εἰς τὴν περιοχὴν τῆς ἀποστενώσεως, λόγῳ τῆς μεγάλης πυκνότητος γραμμῶν ροῆς, ἡ στατικὴ πίεσις καθίσταται πολὺ μικρά, μικροτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς, οὕτω δὲ ἀὴρ εἰσχωρεῖ ἐκ τοῦ πλευρικοῦ σωλῆνος, συγκοινωνοῦντος πρὸς τὸ δοχεῖον Δ, ἐκ τοῦ ὁποίου θέλομεν νὰ ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα, εἰς τὸν ἀεροθάλαμον τῆς ἀεραντλίας, καὶ ὁ ἀὴρ ἀκολούθως παρασύρεται εἰς τὴν περιοχὴν τῆς ἀποστενώσεως ὑπὸ τοῦ ἐκρέοντος ὕδατος.

4. Ἀναρρόφησις πλακὸς (σχ. 479). Ἐὰν προσφυσήσωμεν ρεῦμα ἀέρος ἐκ τῶν ἄνω διὰ τοῦ ἐπὶ τούτῳ σωλῆνος Σ, τότε ἡ κάτωθεν εὑρισκομένη λίαν ἐλαφρὰ πλὰξ ΓΔ ἀναρροφᾶται ἰσχυρῶς ὑπὸ τῆς ἄνω πλακὸς ΑΒ. Τοῦτο συμβαίνει, διότι ἡ ταχύτης ροῆς ἐλαττοῦται ἐκ τοῦ κέντρου πρὸς τὰ ἄκρα καί, ὡς ἐκ τούτου, ἡ στατικὴ πίεσις μεταξὺ τῶν δύο πλακῶν εἶναι μικροτέρα τῆς ἔξωθεν ἀτμοσφαιρικῆς. Ὅταν ἡ κάτω πλὰξ ἔλθῃ εἰς ἐπαφὴν πρὸς τὴν ἄνω, ἡ ροὴ διακόπτεται, οὕτω δὲ ἡ πλὰξ ἕνεκα τοῦ βάρους της ἐπανέρχεται εἰς τὴν πρώτην θέσιν της καὶ τὸ φαινόμενον ἀκολούθως ἐπαναλαμβάνεται καθ' ὅμοιον τρόπον. Τὸ ἀνωτέρω φαινόμενον καλεῖται πολλάκις ἀ ε ρ ο δ υ ν α μ ι κ ὸ ν π α ρ ά δ ο ξ ο ν.



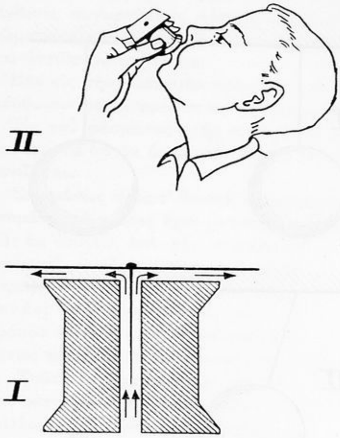
Σχ. 479. Ἀναρρόφησις πλακός. Ἀεροδυναμικὸν παράδοξον.

Τὸ πείραμα τοῦτο ἐκτελοῦμεν ἁπλούστερον ὡς ἑξῆς : Ἐμπηγνύομεν μίαν καρφίτσαν εἰς τὸ κέντρον δίσκου ἐκ χαρτονίου περίπου 8 - 10 cm (σχ. 480). Ἀκολούθως εἰσάγομεν τὴν καρφίτσαν εἰς τὴν ὀπὴν πηνίου, π.χ. ξυλίνης κουβαρίστρας. Ἐὰν διὰ τῆς ἄνω ὀπῆς ἐμφυσήσωμεν ρεῦμα ἀέρος πρὸς τὸν δίσκον, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅσον ἰσχυρότερον προσφυσῶμεν, τόσον ἰσχυρότερον ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις p ἀπωθεῖ τὸν δίσκον πρὸς τὸ μέρος τοῦ πηνίου.

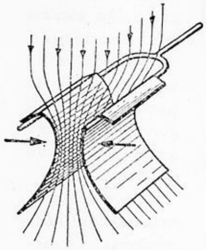
Ἀνάλογον εἶναι καὶ τὸ πείραμα τοῦ σχήματος 481.

5. Συγκράτησις σφαίρας ἐντὸς ἀερίου ρεύματος. Ἐὰν ἐξετάσωμεν τὴν διανομὴν τῶν γραμμῶν ροῆς πέριξ τῆς σφαίρας (σχ. 482), βλέπομεν ὅτι ἄνωθεν αὐτῆς ὑπάρχει πίεσις μικροτέρα ἢ κάτωθεν αὐτῆς.

6. Ἀναρπαγὴ στέγης. Ὅταν πνέῃ σφοδρὸς ἄνεμος, παρατηρεῖται συχνάκις ἀναρπαγὴ τῶν στεγῶν τῶν οἰκιῶν. Διὰ τοῦ νόμου τοῦ Bernoulli ἐξηγεῖται τὸ φαινόμενον τοῦτο ὡς ἀκολούθως. Ὑπεράνω τῆς στέγης προκαλεῖται πύκνωσις τῶν γραμμῶν ροῆς (σχ. 483), μὲ ἀποτέλεσμα νὰ αὐξάνεται ἐκεῖ ἡ ταχύτης τοῦ ἀέρος, ὁπότε ἡ πίεσις ἐλαττοῦται κάτω τῆς ἀτμοσφαιρικῆς, ἐνῷ εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τῆς οἰκίας ὑφίσταται ἡ συνήθης ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. Συνεπείᾳ λοιπὸν τῆς διαφορᾶς ταύτης τῶν πιέσεων, δημιουργεῖται δύναμις μὲ φορὰν πρὸς τὰ ἄνω, ἡ ὁποία καὶ ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νὰ ἀποσπᾶται ἡ στέγη ἀπὸ τὴν οἰκοδομήν.

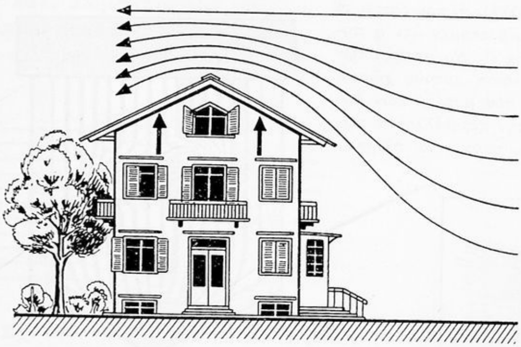


Σχ. 480. Δι' ἐμφυσήσεως ρεύματος ἀέρος διὰ τοῦ πηνίου, ὁ δίσκος ἐκ χαρτονίου ἀναρροφᾶται.

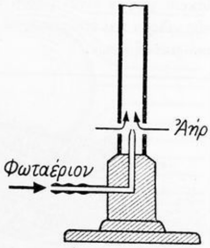


Σχ. 481. Συμπίεσις δύο φύλλων χάρτου διὰ προσφυσήσεως ρεύματος ἀέρος.

Σχ. 482. Συγκράτησις ἐλαφρᾶς σφαίρας εἰς ρεῦμα ἀέρος.



Σχ. 483. Ὀροφὴ ὑφισταμένη ὁριζόντιον ρεῦμα ἀέρος εἶναι δυνατὸν νὰ ἀναρπαγῇ.

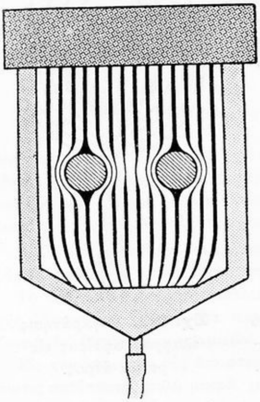


Σχ. 484. Λύχνος Bunsen.

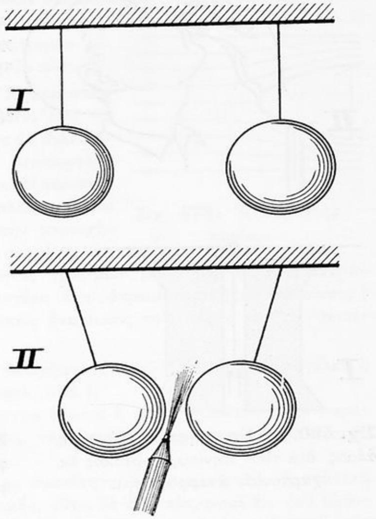
7. Λύχνος Bunsen (Μπούνσεν) (σχ. 484). Τὸ φωταέριον ἐξέρχεται διὰ τοῦ στομίου τοῦ κεντρικοῦ σωληνίσκου (ἀκροφυσίου) μὲ μεγάλην ταχύτητα. Ἀκολούθως ρέει εἰς τὸν κύριον σωλῆνα μὲ μικροτέραν ταχύτητα, λόγῳ τῆς μεγαλυτέρας αὐτοῦ διατομῆς. Ἡ πίεσις εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ κυρίου σωλῆνος εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν, ὁπότε ἡ πίεσις εἰς τὸ ἄκρον τοῦ ἀκροφυσίου εἶναι μικροτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς. Ἐκ τῆς οὕτω δημιουργουμένης ὑποπιέσεως, ὁ ἔξω ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ εἰσρέει διὰ καταλλήλων πλαγίων ὀπῶν, ἀναμιγνυόμενος δὲ μετὰ τοῦ φωταερίου, προκαλεῖ τὴν καλυτέραν αὐτοῦ καῦσιν.

Διὰ τοῦ νόμου τοῦ Bernoulli ἐξηγοῦνται πλεῖστα ὅσα ἀκόμη φαινόμενα τοῦ καθ' ἡμέραν βίου.

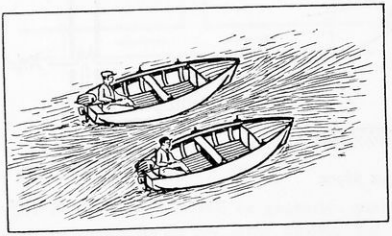
8. Ἐὰν εἰς τὴν συσκευὴν γραμμῶν ροῆς θέσωμεν δύο λεπτοὺς δίσκους εἰς μικρὰν ἀπόστασιν ἀπ' ἀλλήλων, προκύπτει τὸ φάσμα ροῆς (σχ. 485), ἐκ τοῦ ὁποίου βλέπομεν ὅτι ἡ πυκνότης γραμμῶν ροῆς εἶναι μεγαλυτέρα εἰς τὸν μεταξὺ τῶν δύο δίσκων χῶρον ἢ εἰς τὸν περιβάλλοντα αὐτοὺς χῶρον. Ὡς ἐκ τούτου, ἡ στατικὴ πίεσις εἰς τὸν μεταξὺ τῶν δύο δίσκων χῶρον εἶναι μικροτέρα ἢ εἰς τὸν περιβάλλοντα αὐτοὺς χῶρον καὶ ἑπομένως οἱ δύο δίσκοι τείνουν νὰ πλησιάσουν μεταξύ των.



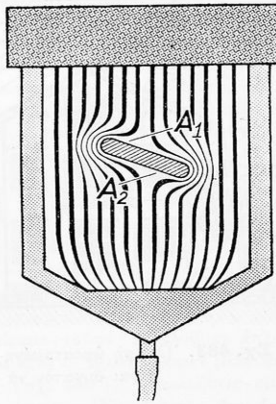
Σχ. 485. Γραμμαὶ ροῆς μεταξὺ δύο κυλίνδρων.



Σχ. 486. Δι' ἐμφυσήσεως ρεύματος ἀέρος αἱ σφαῖραι πλησιάζουν πρὸς ἀλλήλας.



Σχ. 487. Δύο πλοῖα κινούμενα παραλλήλως καὶ πλησίον ἀλλήλων ἕλκονται.



Σχ. 488. Εἰς τὰ σημεῖα ἀνακοπῆς A_1, A_2 ἡ πίεσις ἔχει μεγαλυτέραν τιμήν.

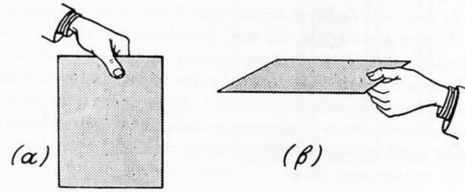
Τοῦτο ἐπίσης δεικνύεται πειραματικῶς διὰ τῆς ἐν σχήματι 486 διατάξεως, ὅπου διὰ προσφυσήσεως ἐνδιαμέσως ἀέρος αἱ δύο ἐπιφάνειαι πλησιάζουν πρὸς ἀλλήλας. Ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ ἀνωτέρω φαινομένου ἐξηγεῖται ὅτι, ὅταν δύο πλοῖα κινοῦνται πλησίον ἀλλήλων (σχ. 487), δημιουργεῖται κίνδυνος συγκρούσεως αὐτῶν, δεδομένου ὅτι τὰ φαινόμενα τῆς ροῆς εἶναι τὰ αὐτά, εἴτε τὸ σῶμα κινεῖται ἐντὸς ἠρεμοῦντος ρευστοῦ, εἴτε τὸ σῶμα ἠρεμεῖ καὶ τὸ ρευστὸν κινεῖται ὑπὸ ἴσην καὶ ἀντίθετον ταχύτητα.

Ἐὰν εἰς τὴν συσκευὴν γραμμῶν ροῆς τοποθετήσωμεν πλάκα σχηματίζουσαν γωνίαν πρὸς τὴν διεύθυνσιν ροῆς, προκύπτει φάσμα ροῆς, τὸ ὁποῖον δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 488.

Ἐκ τοῦ φάσματος ροῆς παρατηροῦμεν ὅτι προκύπτουν δύο σημεῖα ἀνακοπῆς τῆς ροῆς, τὰ A_1 καὶ A_2, τὰ ὁποῖα ὅμως δὲν διάκεινται συμμετρικῶς καὶ εἰς τὰ ὁποῖα ἡ ταχύτης τοῦ ρευστοῦ μηδενίζεται.

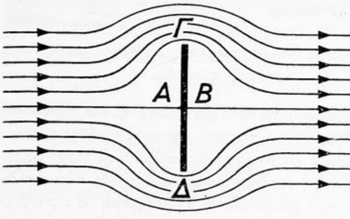
Συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω ἐκτεθέντα, εἰς τὰ σημεῖα ἀνακοπῆς ἡ ταχύτης ροῆς μηδενίζεται καί, ἑπομένως, ἡ πίεσις ἔχει μεγίστην τιμήν, ἐνῷ ἡ πίεσις εἰς ἄλλας περιοχὰς ἔχει μικροτέραν τιμήν. Ὡς ἐκ τούτου, ἐπὶ τῆς πλακὸς ἐπενεργεῖ ροπὴ τείνουσα νὰ περιστρέψῃ τὴν πλάκα περὶ ἄξονα κάθετον ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς ροῆς, εἰς τρόπον ὥστε ἡ πλὰξ νὰ διατεθῇ καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ροῆς.

Τοῦτο πειραματικῶς δεικνύομεν κατ' ἁπλούστατον τρόπον διὰ φύλλου χαρτονίου. Ἐὰν ἀφήσωμεν τοῦτο νὰ πίπτῃ ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 489, α, τότε τὸ φύλλον χαρτίου πίπτει ὁμαλῶς. Ἐὰν ὅμως ἀφήσωμεν τοῦτο νὰ πίπτῃ ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 489, β, δὲν πίπτει ὁμαλῶς, ἀλλὰ ἐκτελεῖ πολυπλόκους κινήσεις, διὰ τῶν ὁποίων ἐπιδιώκει νὰ καταλάβῃ τὴν θέσιν ὁμαλῆς πτώσεως, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς εὐσταθῆ κατάστασιν.

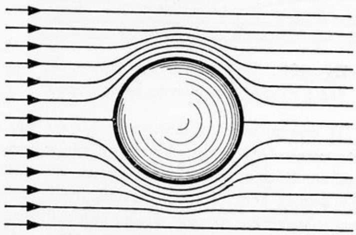


Σχ. 489. Τὸ φύλλον χαρτονίου διατιθέμενον ὁριζοντίως πίπτει μὲ κίνησιν πολύπλοκον.

*** 247. Συμπεριφορὰ στερεῶν σωμάτων εὑρισκομένων ἐντὸς πεδίου ροῆς τελείου ρευστοῦ.** Θεωρήσωμεν ὅτι ἐντὸς πεδίου μονίμου ροῆς τοποθετοῦμεν ἐπίπεδον πλάκα καθέτως ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν τοῦ πεδίου ροῆς. Ἐφ' ὅσον δεχόμεθα τὸ ρευστὸν ὡς τέλειον, αἱ γραμμαὶ τοῦ



Σχ. 490. Θεωρητικὸν φάσμα γραμμῶν ροῆς πέριξ πλακός.



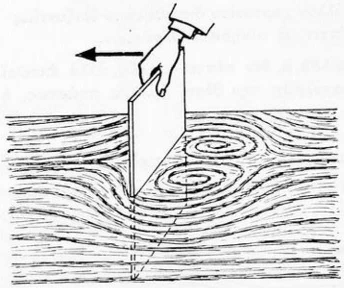
Σχ. 491. Θεωρητικὸν φάσμα γραμμῶν ροῆς πέριξ σφαίρας.

πεδίου ροῆς εἰς τὴν περὶ τὴν πλάκα περιοχὴν διαμορφοῦνται ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 490. Ἐκ τοῦ σχήματος τούτου βλέπομεν ὅτι αἱ περιοχαὶ A καὶ B ἀποτελοῦν περιοχὰς ἀνακοπῆς τῆς ροῆς, ἤτοι ἡ ταχύτης ροῆς εἰς αὐτὰς εἶναι μηδέν, ἐνῷ τουναντίον εἰς τὰς περιοχὰς Γ καὶ Δ, ὅπου ἡ πυκνότης τῶν γραμμῶν ροῆς εἶναι μεγίστη, ἡ ταχύτης ροῆς θὰ ἔχῃ μεγίστην τιμήν. Εἰς τὰς ἐνδιαμέσους περιοχάς, ἡ ταχύτης ροῆς θὰ ἔχῃ τιμὰς ἐνδιαμέσους μεταξὺ μηδενὸς καὶ μεγίστης τιμῆς.

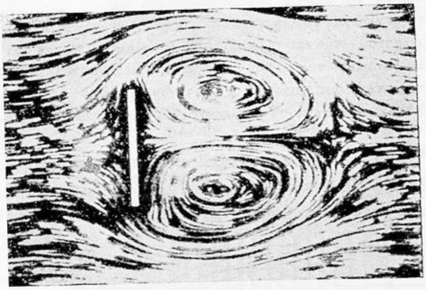
Ἐὰν ἤδη ἐφαρμόσωμεν εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν τὴν ἐξίσωσιν Bernoulli (§ 243), παρατηροῦμεν ὅτι εἰς τὰς περιοχὰς Α καὶ Β ἡ στατικὴ πίεσις θὰ ἔχῃ τὴν μεγίστην τιμὴν p_0, διότι $υ = 0$, ἐνῷ εἰς τὰς περιοχὰς Γ καὶ Δ ἡ στατικὴ πίεσις ἔχει τὴν ἐλαχίστην τιμήν, διότι ἡ ταχύτης ἔχει μεγίστην τιμήν, ἐνῷ εἰς τὰς ἄλλας περιοχὰς ἡ στατικὴ πίεσις θὰ ἔχῃ ἐνδιαμέσους τιμὰς μεταξὺ μεγίστης καὶ ἐλαχίστης. Ἐκ λόγων ὅμως συμμετρίας, αἱ πιέσεις εἰς Α καὶ Β εἶναι ἴσαι κατ' ἀριθμητικὴν τιμήν, ἀλλ' ἀντιθέτου φορᾶς, τὸ αὐτὸ δὲ θὰ συμβαίνῃ καὶ διὰ τὰς περιοχὰς Γ καὶ Δ, ὡς καὶ δι' οἱασδήποτε ἄλλας δύο περιοχὰς συμμετρικῶς διατεταγμένας περὶ τὴν πλάκα, καί, ἑπομένως, ὅλαι αἱ ἐπὶ τῆς πλακὸς ἐξασκούμεναι πιέσεις ἐξουδετεροῦνται ἀμοιβαίως. Ἐπειδὴ δὲ τὰ φαινόμενα τῆς ροῆς εἶναι τὰ αὐτά, εἴτε τὸ σῶμα παραμένει ἀκίνητον καὶ κινεῖται τὸ ρευστόν, εἴτε τὸ ρευστὸν παραμένει ἀκίνητον, τὸ δὲ σῶμα κινεῖται ἐν αὐτῷ μετὰ τῆς αὐτῆς ταχύτητος κατ' ἀριθμητικὴν τιμήν, ἀλλὰ κατ' ἀντίθετον διεύθυνσιν, ἀγόμεθα ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι, ὅταν κινοῦμεν πλάκα ἐντὸς τελείου ρευστοῦ, τοῦτο δὲν πρέπει νὰ συναντᾷ ἀντίστασιν εἰς τὴν κίνησίν του.

Τὰ ἀνωτέρω λεχθέντα ἰσχύουν ὄχι μόνον ὅταν τὸ σῶμα ἔχῃ σχῆμα πλακός, ἀλλὰ καὶ ὅταν ἔχῃ οἱονδήποτε ἄλλο σχῆμα, ὡς π.χ. δεικνύεται εἰς τὸ σχ. 491, ὅπου εἰκονίζεται ἡ διαμόρφωσις τῶν γραμμῶν ροῆς πέριξ σώματος ἔχοντος σχῆμα σφαιρικόν.

Τὸ συμπέρασμα ὅμως εἰς τὸ ὁποῖον κατελήξαμεν εὑρίσκεται εἰς ἄκραν ἀντίφασιν πρὸς τὸ πείραμα (ἀεροδυναμικὸν παράδοξον), διότι ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ὅταν στερεὸν σῶμα κινῆται ἐντὸς ρευστοῦ, συναντᾷ πάντοτε ἀντίστασιν εἰς τὴν κίνησίν του. Ἁπλούστατον παράδειγμα τούτου ἔχομεν κατὰ τὴν κίνησιν τῆς παλάμης τῆς χειρός μας κατὰ διεύθυνσιν κάθετον ἐπ' αὐτὴν ἐντὸς λεκάνης περιεχούσης ὕδωρ.



Σχ. 492. Πραγματικὸν φάσμα ροῆς πέριξ πλακὸς κινουμένης ἐντὸς ὑγροῦ.



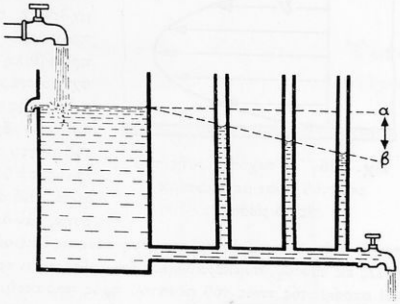
Σχ. 493. Φωτογραφία φάσματος ροῆς πέριξ πλακός.

Ἡ συστηματικὴ πειραματικὴ ἔρευνα τοῦ ἀνωτέρω φαινομένου κατέδειξεν, ὅτι ἡ διαμόρφωσις τῶν γραμμῶν ροῆς ἐν τῇ περιοχῇ τῆς πλακὸς δὲν εἶναι πράγματι ἡ ὑπὸ τοῦ σχήματος 490 εἰκονιζομένη, ἀλλὰ αἱ ὑπὸ τῶν σχημάτων 492 καὶ 493 εἰκονιζόμεναι, αἱ ὁποῖαι δεικνύουν τὸ πραγματικὸν φάσμα ροῆς. Ἐκ τῆς μελέτης τοῦ πειραματικοῦ φάσματος παρατηροῦμεν, ὅτι εἰς τὸν ὀπίσθιον χῶρον τῆς πλακὸς ἀναπτύσσεται ἰδιάζουσα κίνησις τοῦ ρευστοῦ, ἡ καλουμένη σ τ ρ ο β ι λ ώ δ η ς ρ ο ή, εἰς τὴν ὁποίαν ἀποδίδεται ἡ ἀντίστασις, τὴν ὁποίαν συναντᾷ ἡ πλάξ, ὅταν κινῆται ἐντὸς τοῦ ἀκινήτου ρευστοῦ.

Τὸ παράδοξον συμπέρασμα, εἰς τὸ ὁποῖον προηγουμένως κατελήξαμεν, ὅτι δηλαδὴ πλὰξ κινουμένη ἐντὸς ἀκινήτου ρευστοῦ πρέπει νὰ μὴ συναντᾷ ἀντίστασιν, ὀφείλεται εἰς τὴν παραδοχὴν ὅτι ἡ πλὰξ κινεῖται ἐντὸς τ ε λ ε ί ο υ ρ ε υ σ τ ο ῦ, δηλαδὴ μὴ παρουσιάζοντος τριβήν. Ἡ παραδοχὴ ὅμως αὕτη εἶναι ἔξω τῆς πραγματικότητος, διότι τὸ ρευστὸν πράγματι δὲν εἶναι ἀπηλλαγμένον τριβῆς, εἰς αὐτὴν δὲ ὀφείλεται τὸ αἴτιον τῆς γενέσεως τῶν στροβίλων, λόγῳ τῶν ὁποίων ἡ πλὰξ κατὰ τὴν κίνησιν αὐτῆς ἐντὸς τοῦ ρευστοῦ συναντᾷ ἀντίστασιν. Ἐφ' ὅσον ὅθεν ἡ στροβιλώδης κίνησις τοῦ ρευστοῦ εἰς τὸν ὀπίσθιον χῶρον τῆς πλακὸς εἶναι ἡ αἰτία τῆς δημιουργίας τῆς ἀντιστάσεως, θὰ ἠδυνάμεθα νὰ ἐλαττώσωμεν αὐτήν, ἐὰν κατὰ ἕνα οἱονδήποτε τρόπον παρεμποδίσωμεν τὴν γένεσιν τῶν στροβίλων, ὡς θὰ ἴδωμεν περαιτέρω (βλ. § 253).

248. Ροὴ ρευστοῦ ἐντὸς σωλῆνος. Περίπτωσις τριβῆς. Τὰ ἀνωτέρω ἐκτιθέμενα ἰσχύουν ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν, ὅτι θεωροῦμεν τὸ ὑγρὸν ἢ ἐν γένει τὸ ρευστὸν πρακτικῶς ἀπηλλαγμένον τριβῶν (τέλεια ρευστά).

Τὰ φαινόμενα ὅμως ἀλλοιοῦνται ἐν τῇ πραγματικότητι, λόγῳ τοῦ φαινομένου τῆς τριβῆς, ἕνεκα τῆς ὁποίας προκύπτει ἀπώλεια πιέσεως πρὸς ὑπερνίκησιν αὐτῆς.



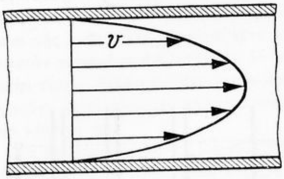
Σχ. 494. Ὅταν τὸ ὑγρὸν ρέῃ, ἡ πίεσις βαίνει ἐλαττουμένη κατὰ μῆκος τοῦ ὁριζοντίου σωλῆνος.

Τὴν ἐπίδρασιν τῆς τριβῆς δεικνύει ἡ εἰς τὸ σχῆμα 494 εἰκονιζομένη διάταξις, διὰ τῆς ὁποίας διατηροῦμεν σταθερὰν τὴν στάθμην τοῦ ὕδατος εἰς τὸ πρὸς τ' ἀριστερὰ δοχεῖον, τὸ ὁποῖον χρησιμεύει ὡς δεξαμενή. Ἐὰν ἡ πρὸς τὰ δεξιὰ στρόφιγξ εἶναι κλειστή, ὥστε τὸ ὕδωρ νὰ εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, τότε ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος εἰς τὴν δεξαμενὴν καὶ εἰς τοὺς πλευρικοὺς μανομετρικοὺς σωλῆνας, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῶν συγκοινωνούντων δοχείων, εἶναι ἡ αὐτή. Ἐὰν ἤδη ἀνοίξωμεν ὀλίγον τὴν στρόφιγγα, ὥστε νὰ παραχθῇ ροὴ ὡρισμένης παροχῆς (δηλ. νὰ ρέῃ ὡρισμένος ὄγκος ὕδατος ἀνὰ μονάδα χρόνου), τότε βλέπομεν ὅτι, ὅσον περισσότερον ἀπέχει ὁ πλευρικὸς σωλὴν ἀπὸ τὴν δεξαμενήν, τόσον ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος εἶναι μικροτέρα καί, ἑπομένως, ἡ στατικὴ πίεσις μικροτέρα, ἡ δὲ ἀπώλεια πιέσεως λόγῳ τῆς ροῆς μετρεῖται ὑπὸ τῆς στήλης αβ, ἡ ὁποία καὶ χρησιμεύει πρὸς ὑπερνίκησιν τῆς τριβῆς. Ἐὰν ἤδη ἀνοίξωμεν ἔτι περισσότερον τὴν στρόφιγγα, ὥστε νὰ παραχθῇ ροὴ ἐντονωτέρας παροχῆς κατὰ μῆκος τοῦ ὁριζοντίου σωλῆνος, ἡ ἀπώλεια πιέσεως καθίσταται ἔτι μεγαλυτέρα, εἶναι δὲ ἡ πτῶσις πιέσεως ἀνάλογος τῆς παροχῆς τῆς ροῆς.

Τὰ ἀνωτέρω φαινόμενα τῆς τριβῆς ὀφείλονται ὄχι μόνον εἰς τὴν τριβὴν τῶν μορίων τοῦ ὕδατος ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τῶν ὀχετῶν, ἀλλὰ πρὸς τούτοις καὶ εἰς τὴν τριβὴν τῶν κινουμένων μορίων τοῦ ὑγροῦ πρὸς ἄλληλα· καλεῖται δὲ ἡ τριβὴ αὕτη τῶν κινουμένων μορίων **ἐσωτερικὴ τριβὴ** τοῦ ὑγροῦ ἢ καὶ **ἰξῶδες** καὶ ἔχει μεγίστην σημασίαν, ὅταν ὑγρὰ μεταφέρωνται διὰ σωληνώσεων εἰς μεγάλας ἀποστάσεις.

Οὕτω, διὰ τὴν μεταφορὰν π.χ. πετρελαίου ἀπὸ τὰς πετρελαιοπηγὰς εἰς τοὺς τόπους καταναλώσεως, εὑρισκομένους εἰς μεγάλας ἀποστάσεις, διὰ συστήματος σωληνώσεως μεγάλου μήκους, ἀπαιτοῦνται πρὸς ὑπερνίκησιν τῆς τριβῆς ἀντλίαι πρὸς ἀνάπτυξιν λίαν μεγάλης πιέσεως, διὰ νὰ διατηρήσουν τὴν κίνησιν τοῦ πετρελαίου ἐντὸς τῶν σωληνώσεων· εἰς ἐνδιαμέσους μάλιστα θέσεις τοποθετοῦνται πρόσθετοι ἀντλίαι, διὰ τὴν ἐνίσχυσιν τῆς πιέσεως πρὸς διατήρησιν κανονικῆς ροῆς τοῦ πετρελαίου ἐντὸς τῶν σωληνώσεων.

***249. Ἐσωτερικὴ τριβή. Ἰξῶδες.** Ἐὰν ἐντὸς ὀρθογωνίου ἀβαθοῦς δοχείου θέσωμεν μικρὰν ποσότητα μέλιτος καὶ κλίνωμεν τὸ δοχεῖον, θὰ ἴδωμεν τότε ὅτι ἀρχίζει μία βραδεῖα ροή, κατὰ τὴν ὁποίαν αἱ ταχύτητες τῶν διαφόρων περιοχῶν τοῦ ρευστοῦ εἶναι διάφοροι. Τὸ μέτωπον τοῦ ρέοντος ὑγροῦ δὲν εἶναι εὐθεῖα ἀλλὰ κινεῖται βραδύτατα (πρακτικῶς μηδενικὴ ταχύτης) παρὰ τὰ τοιχώματα, ἐνῷ εἰς τὸ μέσον προχωρεῖ ταχύτερον. Ὡς ἐκ τούτου, σχηματίζεται μία προεκβολὴ εἰς τὸ μέσον καὶ τὸ μέτωπον τῆς ροῆς λαμβάνει σχῆμα παραβολικὸν (σχ. 495).



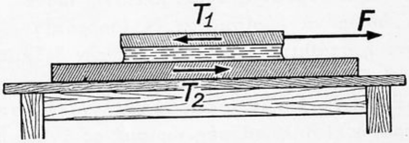
Σχ. 495. Ἡ ταχύτης ροῆς τοῦ ρευστοῦ εἶναι μεγαλυτέρα εἰς τὸ μέσον.

Ἐπίσης εἰς τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 494 ἔπρεπεν, ἐφ' ὅσον ἔχομεν συγκοινωνοῦντα δοχεῖα πλήρη ὑγροῦ, εἴτε τοῦτο ἦτο ἀκίνητον εἴτε ἔρρεεν ἐκ τοῦ κάτω κεντρικοῦ σωλῆνος, τὰ ὕψη εἰς τοὺς μανομετρικοὺς σωλῆνας νὰ εἶναι τὰ αὐτά. Ἐξ ἄλλου, ἐπειδὴ ἡ διαφορὰ πιέσεως προκαλεῖ τὴν ροήν, ἐὰν δὲν ὑπῆρχον αἴτια ἀντιτιθέμενα εἰς τὴν ροήν, ἔπρεπεν ἡ ροὴ νὰ εἶναι ἐπιταχυνομένη κίνησις καὶ οὐχὶ ὁμαλή.

Ὡς ἐκ τούτου, συμπεραίνομεν ὅτι ὑφίστανται τριβαί, τόσον τοῦ ρευστοῦ πρὸς τὰ τοιχώματα, ὅσον καὶ στρώματός τινος τοῦ ρευστοῦ πρὸς παρακείμενον στρῶμα τοῦ αὐτοῦ ρευστοῦ.

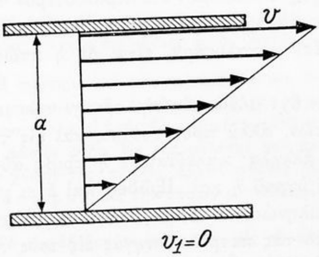
Τὴν ἀντίστασιν κατὰ τὴν πρὸς ἄλληλα μετατόπισιν δύο γειτονικῶν στρωμάτων ρευστοῦ τινος καλοῦμεν **ἐσωτερικὴν τριβὴν** ἢ **ἰξῶδες.**

Εἰς τὴν συνήθη ἔκφρασιν τὸ ἰξῶδες (ἐκ τοῦ ἰξός, ἰξώδης = κολλώδης) ἀναφέρεται εἰς τὸ «πηχτὸ» τοῦ ὑγροῦ καὶ ὄχι τὸ πυκνόν, τὸ εἰδικῶς βαρύτερον τοῦ ὕδατος. Οὕτω τὰ ἔλαια εἶναι πηκτὰ καὶ ἐλαφρὰ ὡς ἐπιπλέοντα τοῦ ὕδατος, ἐνῷ τὸ σιρόπι, τὸ μέλι εἶναι καὶ πηκτὰ καὶ πυκνὰ ὑγρά.



Σχ. 496. Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἐσωτερικῆς τριβῆς ὑγροῦ.

Διὰ τὴν μελέτην τῆς ἰδιότητος τοῦ ἰξώδους τῶν ὑγρῶν (εἰς τὰ ἀέρια εἶναι πολὺ μικρὸν) θεωροῦμεν σταθερὸν ἐπίπεδον, πλάκα, ἄνω αὐτοῦ στρῶμα ὑγροῦ (π.χ. ὀρυκτελαίου) καὶ ἐπ' αὐτοῦ ἑτέραν πλάκα, τὴν ὁποίαν σύρομεν διὰ δυνάμεως F μὲ ὁμαλὴν ταχύτητα (σχ. 496). Ἡ δύναμις ὅμως F ἔπρεπε νὰ προκαλέσῃ ἐπιταχυνομένην κίνησιν, ἀντισταθμίζεται συνεπῶς ὑπὸ τῆς δυνάμεως τῆς τριβῆς T μεταξὺ τῶν ἀλληλομετακινουμένων στρωμάτων τοῦ ὑγροῦ, κινουμένων ταχύτερον ὅσον ταῦτα κεῖνται μακρότερον τῆς κάτω πλακὸς (σχ. 497).



Σχ. 497. Πλησίον τοῦ ἀκινήτου ἐπιπέδου ἡ ταχύτης τείνει πρὸς τὸ μηδέν.

Πειραματικῶς ἡ ἐσωτερικὴ τριβὴ εὑρίσκεται ἀνάλογος τῆς ἐπιφανείας S τῆς πλακός, ἀνάλογος τῆς ταχύτητος υ (ἢ τῆς διαφορᾶς ταχυτήτων μεταξὺ δύο ἀλλεπαλλήλων στρωμάτων) καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀποστάσεως α τῶν πλακῶν (πάχος τοῦ ὑγροῦ στρώματος), ἤτοι :

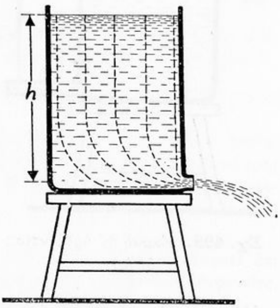
$$F = T = \eta \cdot S \cdot \frac{\upsilon}{\alpha}$$

Ὁ συντελεστὴς η ὀνομάζεται **συντελεστὴς ἐσωτερικῆς τριβῆς ἢ ἰξώδους** τοῦ ὑγροῦ καί, ὡς ἐκ τοῦ τύπου φαίνεται, ἰσοῦται ἀριθμητικῶς, διὰ τὸ σύστημα C.G.S., πρὸς τὴν δύναμιν ἐκείνην ἡ ὁποία θὰ προεκάλει κίνησιν μὲ ταχύτητα 1 cm/sec μετακινοῦσα ἐπιφάνειαν 1 cm^2 ἐπὶ πάχους ὑγροῦ 1 cm. Ἡ μονὰς αὕτη καλεῖται **1 Poise** (1 P, Πουάζ).

Διὰ θερμοκρασίαν 20 °C αἱ τιμαὶ τοῦ η διὰ τὸ ὕδωρ εἶναι 0,01 dyn · sec/cm^2 καὶ διὰ τὴν καθαρὰν γλυκερίνην 15 dyn · sec/cm^2. Δι' ὑψηλοτέραν θερμοκρασίαν ὁ συντελεστὴς ἐλαττοῦται καὶ πρέπει νὰ εἶναι γενικῶς γνωστὸς εἰς τοὺς ἀσχολουμένους μὲ λιπάνσεις, διότι τὸ ἰξῶδες τοῦ ὑγροῦ (ὀρυκτέλαια, λίπη) ἔχει μεγίστην σημασίαν εἰς τὴν μείωσιν τῶν τριβῶν μεταξὺ δύο μεταλλικῶν ἐπιφανειῶν μὴ ἀφιεμένων νὰ προστριβοῦν καὶ φθαροῦν, λόγῳ τοῦ παρεντεθειμένου ὑγροῦ στρώματος.

250. Ἐκροὴ ὑγροῦ ἐκ πλευρικῆς ὀπῆς δοχείου. Θεώρημα Torricelli. Θεωρήσωμεν τὸ δοχεῖον (σχ. 498), τὸ ὁποῖον φέρει ὀπὴν καὶ εἶναι πλῆρες ὑγροῦ. Ὅπως ὑπολογίσωμεν τὴν ταχύτητα ἐκροῆς τοῦ ὑγροῦ ἀπὸ τῆς ὀπῆς, εὑρισκομένης εἰς ἀπόστασιν h ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας αὐτοῦ, εἰς τὸ δοχεῖον, ἐφαρμόζομεν διὰ τὴν περιοχὴν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ καὶ διὰ τὴν περιοχὴν τῆς ὀπῆς ἐκροῆς τὸ θεώρημα τοῦ Bernoulli ὑπὸ τὴν γενικωτέραν του μορφὴν (τύπος 5, σελ. 364), ὅτε προκύπτει ἡ κάτωθι ἐξίσωσις, ἐφ' ὅσον δεχόμεθα ὡς βασικὴν στάθμην διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ ὕψους (h = 0) τὴν περιοχὴν τῆς ὀπῆς :

$$p + \frac{1}{2}\,\rho \cdot \upsilon^2 + h \cdot \rho \cdot g = p' + \frac{1}{2}\,\rho \cdot \upsilon^2$$



Σχ. 498. Ἐκροὴ διὰ καθέτου ὀπῆς.

Ἐπειδὴ αἱ πιέσεις p καὶ p′ εἰς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ καὶ εἰς τὴν περιοχὴν τῆς ὀπῆς εἶναι ἴσαι, διότι ἰσοῦνται πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἐνῷ ἐξ ἄλλου ἡ ταχύτης υ τῆς ροῆς κατὰ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ, λόγῳ τῆς λίαν μεγάλης διαμέτρου τοῦ δοχείου ἐν σχέσει πρὸς τὴν διάμετρον τῆς ὀπῆς, εἶναι πρακτικῶς ἴση πρὸς μηδέν, τότε ἐκ τῆς ἀνωτέρω σχέσεως εὑρίσκομεν τὴν ταχύτητα ἐκροῆς :

$\upsilon = \sqrt{2\,g\,h}$	Θεώρημα Torricelli	(1)

Ὁ τύπος οὗτος εἶναι γνωστὸς καὶ ἐκ τῆς ἐλευθέρας πτώσεως τῶν σωμάτων (βλ. § 68).

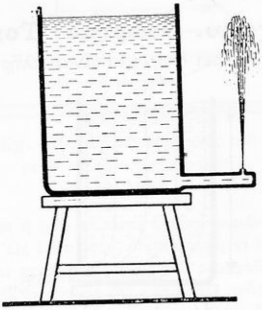
Εἰς τὸ αὐτὸ ἐξαγόμενον δυνάμεθα νὰ καταλήξωμεν καὶ διὰ τοῦ ἀκολούθου ὑπολογισμοῦ: Μᾶζα ὑγροῦ m ἐκρέουσα ἐκ τῆς ὀπῆς ὑπὸ ταχύτητα υ ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν $m \cdot \upsilon^2/2$. Ἡ αὐτὴ μᾶζα ὑγροῦ, εὑρισκομένη εἰς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ἐν τῷ δοχείῳ καὶ εἰς ὕψος h ἀπὸ τῆς ὀπῆς ἐκροῆς, ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν $m \cdot g \cdot h$. Ἐπειδὴ ἡ ἐκροὴ ὑποτίθεται ὅτι γίνεται ἄνευ ἀπωλειῶν ἐνεργείας, δεδομένου ὅτι παραμελοῦμεν τὴν τριβήν, θὰ ἔχωμεν:

$$\frac{1}{2}\,m \cdot \upsilon^2 = m \cdot g \cdot h$$

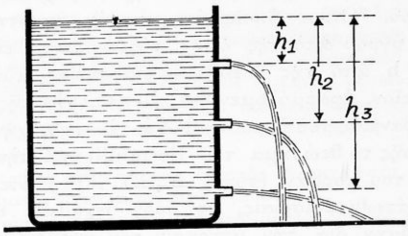
ἐξ οὗ εὑρίσκομεν πάλιν τὴν σχέσιν (1). Οὕτω προκύπτει τὸ θεώρημα Torricelli, τὸ ὁποῖον διατυποῦται ὡς ἑξῆς :

« Ἡ ταχύτης ἐκροῆς ὑγροῦ ἀπὸ ὀπῆς εὑρισκομένης εἰς ὡρισμένην ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, εἶναι ἴση πρὸς τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν θὰ ἀπέκτα ἡ μᾶζα τοῦ ὑγροῦ, ἐὰν ἔπιπτε κατακορύφως ἐκ τοῦ αὐτοῦ ὕψους ».

Ἐὰν ἡ ὀπὴ ἀνοιχθῇ εἰς ὁριζόντιον τοίχωμα, τὸ ὑγρὸν ἀναπηδᾷ εἰς ὕψος h, ἴσον πρὸς τὸ ὕψος τῆς πτώσεως, σχηματίζον πίδακα (σχ. 499). Πράγματι ὅμως τὸ ὕψος τοῦ πίδακος εἶναι μικρότερον τοῦ h, λόγῳ τῆς τριβῆς καὶ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος.



Σχ. 499. Ἐκροὴ δι' ὁριζοντίας ὀπῆς.

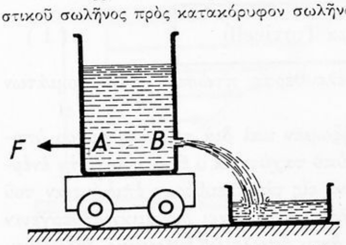


Σχ. 500. Ἡ διαδρομὴ τῆς ὑγρᾶς φλεβὸς ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς θέσεως τῆς ὀπῆς.

Ἡ παροχὴ τοῦ ὑγροῦ διὰ τῆς ὀπῆς ὑπολογίζεται ἐκ τοῦ γνωστοῦ τύπου $\Pi = S \cdot \upsilon$, ὅπου S τὸ ἐμβαδὸν τῆς ὀπῆς (βλ. § 240).

Πειραματικῶς τὸ θεώρημα Torricelli δεικνύεται διὰ τῆς ἐν σχήματι 500 εἰκονιζομένης διατάξεως, κατὰ τὴν ὁποίαν ὅσον περισσότερον ἀπέχει ἡ ὀπὴ ἐκροῆς ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, τόσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ταχύτης ἐκροῆς.

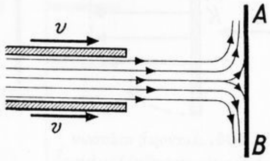
***251. Δοχεῖον ἀντιδράσεως.** Ἔστω ὅτι δοχεῖον ἐν σχήματι χωνίου συγκοινωνεῖ δι' ἐλαστικοῦ σωλῆνος πρὸς κατακόρυφον σωλῆνα (βλ. σχ. 369 σελ. 301). Ἐφ' ὅσον ὁ σωλὴν εἶναι κλειστός, αἱ πλευρικῶς ἀσκούμεναι πιέσεις, ὡς ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, ἐξουδετεροῦνται ἀμοιβαίως. Ἐὰν ὅμως εἴς τινα περιοχὴν τοῦ σωλῆνος, π.χ. εἰς τὸ κατώτερον σημεῖον Ο, ἀνοίξωμεν ὀπήν, ὥστε νὰ παραχθῇ ἐκροὴ ὑγροῦ, ἡ πρὸς τὰ δεξιὰ πίεσις εἰς τὴν περιοχὴν ἐκροῆς δὲν ὑφίσταται, οὕτω δὲ ἀπομένει ἡ πρὸς τὰ ἀριστερὰ πίεσις, ἡ ὁποία, ἐφ' ὅσον διαρκεῖ ἡ ἐκροή, ἐκτρέπει τὸν κατακόρυφον σωλῆνα πρὸς τ' ἀριστερὰ τῆς κατακορύφου θέσεως αὐτοῦ.



Σχ. 501. Τὸ δοχεῖον, λόγῳ τῆς ἐκροῆς, μετατοπίζεται ἀντιθέτως πρὸς τὴν ὑγρὰν φλέβα.

Λίαν διδακτικὸν εἶναι ἐπίσης τὸ ἀκόλουθον πείραμα. Δοχεῖον (σχ. 501), φέρον ὑγρὸν καὶ ἔχον παρὰ τὸν πυθμένα του ὀπὴν κλειομένην διὰ πώματος, τοποθετεῖται ἐπὶ τροχοφόρου ἁμαξίου, δυναμένου νὰ κινῆται μὲ ἐλαφρὰν τριβήν. Ἐφ' ὅσον ἡ παρὰ τὸν πυθμένα ὀπὴ εἶναι κλειστή, αἱ πλευρικαὶ πιέσεις εἰς τὴν περιοχὴν τῆς ὀπῆς καὶ εἰς τὴν ἀπέναντι αὐτῆς περιοχὴν τοῦ δοχείου ἐξουδετεροῦνται ἀμοιβαίως. Ἐὰν ὅμως ἀφαιρέσωμεν τὸ πῶμα, ὥστε νὰ παραχθῇ ἐκροὴ ὑγροῦ, τότε ἡ πρὸς τ' ἀριστερὰ πίεσις δὲν ἐξουδετεροῦται καὶ τὸ ἁμάξιον ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῆς δυνάμεως F μετατοπίζεται κατὰ διεύθυνσιν ἀντίθετον τῆς ἐκροῆς.

***252. Δύναμις ἀσκουμένη ὑπὸ ὑγρᾶς φλεβὸς ἐν κινήσει.** Ὑποθέσωμεν ὅτι ἀπὸ κυλινδρικοῦ αὐλοῦ ἐκσφενδονίζεται ὑγρὰ φλὲψ ὑπὸ ταχύτητα ροῆς υ, ἡ ὁποία προσκρούει ἐπὶ ἐπιπέδου πλακὸς AB (σχ. 502), εἰς τρόπον ὥστε ἡ ταχύτης ροῆς υ νὰ εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πλακός.



Σχ. 502. Πρόσκρουσις ὑγρᾶς φλεβὸς ἐπὶ ἀκλονήτου τοιχώματος.

Μετὰ τὴν πρόσκρουσιν τῆς ὑγρᾶς φλεβὸς ἐπὶ τῆς πλακός, τὸ ὑγρὸν κινεῖται παραλλήλως πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν καὶ πρὸς τὰ ὅρια τῆς πλακός, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα.

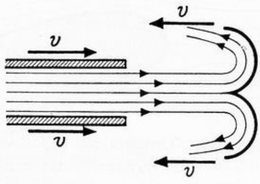
Ἐὰν ρ παριστᾷ τὴν πυκνότητα τοῦ ὑγροῦ καὶ S τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐγκαρσίας τομῆς τῆς φλεβός, τότε ἡ μονὰς ὄγκου τοῦ ὑγροῦ ἔχει μᾶζαν $m = \rho$ καὶ ἡ ὁρμὴ αὐτῆς θὰ εἶναι $m \cdot \upsilon = \rho \cdot \upsilon$. Ἐξ ἄλλου ἡ μᾶζα τοῦ ὑγροῦ, ἡ προσπίπτουσα ἐπὶ τῆς πλακὸς εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου, εὑρίσκεται ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐγκαρσίας τομῆς τῆς φλεβὸς ἐπὶ τὴν ταχύτητα ροῆς καὶ ἐπὶ τὴν πυκνότητα, ἤτοι θὰ εἶναι $S \cdot \rho \cdot \upsilon$, ἡ δὲ ὁρμὴ τῆς μάζης ταύτης τοῦ ὑγροῦ θὰ εἶναι $S \cdot \rho \cdot \upsilon^2$.

Ἡ ὁρμὴ αὕτη ἐκμηδενίζεται κατὰ τὴν πρόσκρουσιν τῆς ὑγρᾶς μάζης ἐπὶ τῆς ἀκλονήτου πλακός. Ἐξ ἄλλου γνωρίζομεν (βλ. § 128) ὅτι ἡ μεταβολὴ τῆς ὁρμῆς ἀνὰ μονάδα χρόνου ἰσοῦται πρὸς τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία προκαλεῖ αὐτήν. Ἐπειδὴ δὲ ἡ μεταβολὴ $S \cdot \rho \cdot \upsilon^2$ γίνεται ἐντὸς μιᾶς χρονικῆς μονάδος, ἡ δύναμις θὰ εἶναι :

$$F = S \cdot \rho \cdot \upsilon^2$$

Συμφώνως ὅμως πρὸς τὸ ἀξίωμα δράσεως καὶ ἀντιδράσεως (βλ. § 86), ἡ πλὰξ ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ ὕδατος δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον. Ἡ δύναμις ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς τὴν μονάδα ἐπιφανείας, ἤτοι ἡ πίεσις p, εἶναι :

$$p = \frac{F}{S} = \rho \cdot \upsilon^2$$



Σχ. 503. Κατὰ τὴν ἀναστροφὴν τοῦ ὑγροῦ, τοῦτο ἐξασκεῖ δύναμιν ἐπὶ τοῦ πτερυγίου.

Ἐὰν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πλακὸς διαρρυθμισθῇ ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 503, εἰς τρόπον ὥστε νὰ παρουσιάζῃ κοῖλα μέρη, τότε, ὅταν ἡ ὑγρὰ φλὲψ προσκρούῃ ἐπὶ τῆς πλακός, ἡ διεύθυνσις κινήσεως τοῦ ὑγροῦ ἀναστρέφεται, κατὰ τὴν ἀναστροφὴν δὲ ἡ ταχύτης ροῆς εἶναι ἴση, ἀλλ' ἀντιθέτου διευθύνσεως τῆς ταχύτητος, τὴν ὁποίαν εἶχε κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς προσκρούσεως. Ὡς ἐκ τῆς νέας ταύτης ταχύτητος ἀναστροφῆς, ἡ μᾶζα τοῦ ὑγροῦ ἀποκτᾷ ὁρμὴν ἴσην πρὸς $-S \cdot \rho \cdot \upsilon^2$ καὶ ἡ συνολικὴ μεταβολὴ τῆς ὁρμῆς θὰ εἶναι :

$$S \cdot \rho \cdot \upsilon^2 - (-S \cdot \rho \cdot \upsilon^2) = 2\ S \cdot \rho \cdot \upsilon^2$$

Ἡ ἀναπτυσσομένη δύναμις θὰ εἶναι :

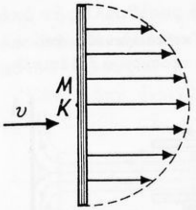
$$F = 2\,S \cdot \rho \cdot \upsilon^2$$

ἡ δὲ δύναμις ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς τὴν μονάδα ἐπιφανείας, ἤτοι ἡ πίεσις p', θὰ εἶναι :

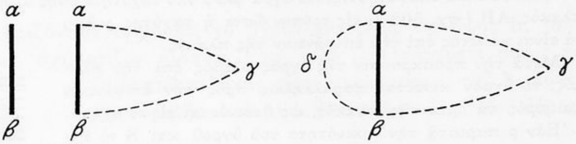
$$p' = \frac{F}{S} = 2\,\rho \cdot \upsilon^2$$

Ἡ ἀνωτέρω ἀρχὴ ἐφαρμόζεται εἰς πολλοὺς τύπους ὑδροστροβίλων (βλ. § 267), εἰς τοὺς ὁποίους αἱ ἐπιφάνειαι τῶν πτερυγίων εἶναι παρομοίας μορφῆς πρὸς τὴν τοῦ σχήματος 503. Διὰ τῆς τοιαύτης διατάξεως τὸ ὕδωρ, ὅταν προσκρούῃ ἐπὶ τῆς πτερυγιακῆς ἐπιφανείας, ὑφίσταται εὐθὺς ἀμέσως ἀναστροφὴν τῆς κινήσεως αὐτοῦ, ἡ ὁποία ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τὴν αὔξησιν τῆς δυνάμεως τῆς ἀσκουμένης ἐπὶ τῶν πτερυγίων τοῦ στροβίλου, οὕτω δὲ αὐξάνεται ἡ παραγομένη μηχανικὴ ἰσχύς.

253. Ἀντίστασις σωμάτων κινουμένων ἐντὸς τοῦ ἀέρος. Ἀεροδυναμικὴ ἐπιφάνεια. Θεωρήσωμεν ὅτι ἐπίπεδος πλὰξ προσβάλλεται ὑπὸ ἀνέμου ταχύτητος υ, ἔχοντος διεύθυνσιν κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τῆς πλακός. Ἡ διανομὴ τῶν πιέσεων ἐπὶ τῆς πλακός εἰκονίζεται εἰς τὸ σχῆμα 504. Αἱ πιέσεις αὗται παρέχουν συνισταμένην δύναμιν, τὸ δὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς αὐτῆς Μ συμπίπτει πρὸς τὸ κέντρον βάρους Κ τῆς πλακός. Τὴν ἀντίστασιν αὐτὴν πράγματι συναντᾷ ἡ πλάξ, ὅταν αὕτη κινῆται ἐντὸς ρευστοῦ ἐν ἠρεμίᾳ καὶ κατὰ διεύθυνσιν κάθετον ἐπ' αὐτήν, ὑπὸ ταχύτητα ὅμως ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν τῆς ροῆς.

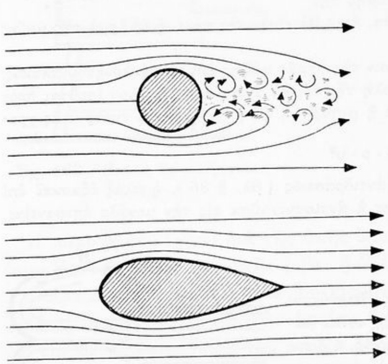


Σχ. 504. Διανομὴ πιέσεων ἐπὶ πλακὸς προσβαλλομένης καθέτως.

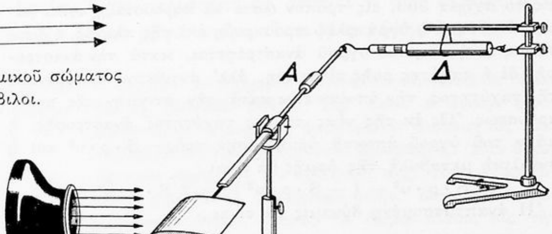


Σχ. 505. Γένεσις ἀεροδυναμικῆς μορφῆς.

Διὰ τὴν ἐλάττωσιν τῆς ἀντιστάσεως πλακὸς α β (σ. 505) προσαρμόζομεν εἰς τὸ ὀπίσθιον μέρος αὐτῆς τὴν ἐπιφάνειαν α γ β καὶ εἰς τὸ πρόσθιον μέρος αὐτῆς τὴν α δ β, ὅτε προκύπτει ἡ ἐπιφάνεια α δ β γ α, ἡ ὁποία, ἐνῷ παρουσιάζει τὴν αὐτὴν μετωπικὴν ἐπιφάνειαν α β ὡς καὶ ἡ πλάξ, εἰς τὸ ρευστόν, ἐν τούτοις δεικνύει πολὺ μικροτέραν ἀντίστασιν. Ἡ ἐπιφάνεια ἐλαχίστης ἀντιστάσεως, λόγῳ τῆς ὁμοιότητος αὐτῆς πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ σώματος τῶν ἰχθύων, ἐκλήθη ἰχθυοειδὴς ἐπιφάνεια.



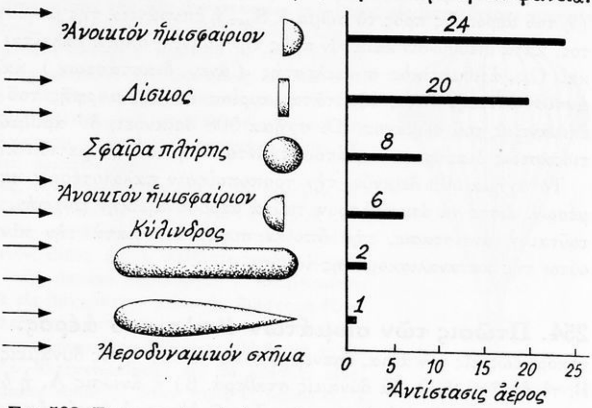
Σχ. 506. Ὄπισθεν τοῦ ἀεροδυναμικοῦ σώματος δὲν σχηματίζονται στρόβιλοι.



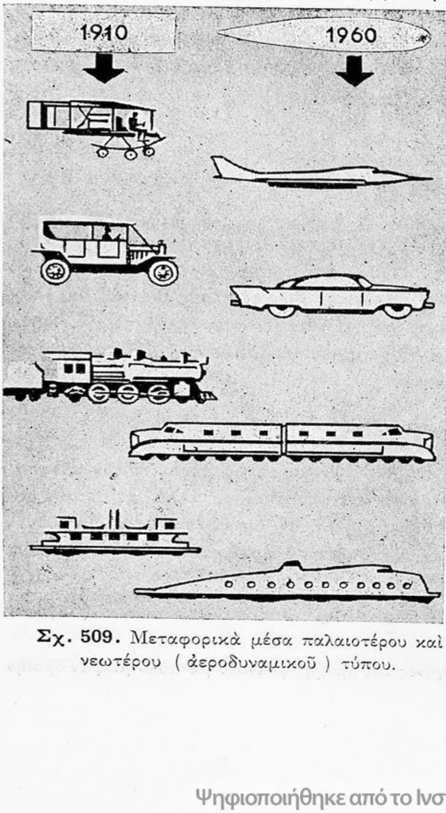
Σχ. 507. Πειραματικὴ διάταξις μετρήσεως τῆς ἀντιστάσεως σώματος Μ (μοντέλου) εὑρισκομένου ἐντὸς ρεύματος ἀέρος.

᾿Αντὶ ὅμως τοῦ ὅρου τούτου ἐπεκράτησε γενικῶς ὁ ὅρος **ἀεροδυναμικὴ ἐπιφάνεια.**

Τὸ σχῆμα 506 δεικνύει χαρακτηριστικῶς τὴν σημασίαν τῆς διαμορφώσεως τοῦ ὄπισθεν τμήματος τοῦ σώματος. Οὕτω, ἐνῷ εἰς τὸ ἄνω σχῆμα παρατηρεῖται ἔντονος σχηματισμὸς στροβίλων ὄπισθεν τῆς σφαίρας, ὅταν ὁ ἀὴρ κινῆται ὡς πρὸς τὴν ἀκίνητον σφαῖραν ἤ, ὅπερ τὸ αὐτό, ἐὰν ἡ σφαῖρα κινῆται ὡς πρὸς ἀκίνητον ἀέρα, εἰς τὸ ἀεροδυναμικὸν σχῆμα (κάτω) ἡ ροὴ εἶναι πρακτικῶς ἀπηλλαγμένη αὐτῶν.



Σχ. 508. Συγκριτικὸς πίναξ συντελεστοῦ ἀντιστάσεως $C_{\text{ἀντ}}$ διαφόρου μὲν μορφῆς ἐπιφανειῶν, ἀλλὰ τῆς αὐτῆς μετωπικῆς ἐπιφανείας.



Σχ. 509. Μεταφορικὰ μέσα παλαιοτέρου καὶ νεωτέρου (ἀεροδυναμικοῦ) τύπου.

῾Η μέτρησις τῆς ἀντιστάσεως, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἓν σῶμα εὑρισκόμενον ἐντὸς ρεύματος ἀέρος, προσδιορίζεται διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 507. Τὸ ρεῦμα τοῦ ἀέρος δημιουργεῖται διὰ κινητῆρος μὲ πτερύγια καὶ προσβάλλει τὸ σῶμα. ῾Η ἀναπτυσσομένη ἀντίστασις ἐπὶ τοῦ σώματος μετρεῖται διὰ τοῦ δυναμομέτρου Δ.

Πειραματικῶς προέκυψαν οἱ κάτωθι νόμοι: α) ῾Η ἀντίστασις εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος τοῦ ἀέρος καὶ β) ῾Η ἀντίστασις ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ σχήματος τοῦ σώματος.

Τὸ μέγεθος τῆς ἀντιστάσεως, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἓν σῶμα κινούμενον ἐντὸς ἠρεμοῦντος ἀέρος (ἢ ὅταν ὁ ἀὴρ κινῆται ὡς πρὸς ἠρεμοῦν σῶμα), ὑπολογίζεται ἐκ τῆς σχέσεως :

$$\boxed{T = C_{\text{ἀντ}} \cdot S_{\text{μετ}} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \upsilon^2}$$

ὅπου ρ εἶναι ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος, υ ἡ ταχύτης τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸν ἀέρα (ἢ τοῦ ἀέρος ὡς πρὸς τὸ σῶμα), $S_{\mu\varepsilon\tau}$ ἡ ἐπιφάνεια τῆς μεγίστης διατομῆς τοῦ σώματος, κατὰ διεύθυνσιν κάθετον πρὸς τὴν ροήν, ἡ ὁποία καλεῖται **μετωπικὴ ἐπιφάνεια** καὶ $C_{\dot{\alpha}\nu\tau}$ ἀριθμητικὸς συντελεστὴς (ἄνευ διαστάσεων) καλούμενος **συντελεστὴς ἀντιστάσεως,** ὅστις ἐξαρτᾶται κυρίως ἐκ τῆς μορφῆς τοῦ ὀπισθίου τμήματος τῆς ἐπιφανείας τοῦ σώματος. Τὸ σχῆμα 508 δεικνύει, δι' ἀριθμῶν, τὸν συντελεστὴν ἀντιστάσεως διαφόρων σωμάτων ἐχόντων τὴν αὐτὴν μετωπικὴν ἐπιφάνειαν.

Τὸ σχῆμα 509 δεικνύει τὴν τροποποίησιν παλαιοτέρων κατασκευῶν μεταφορικῶν μέσων, ὥστε νὰ ἀποκτήσουν ταῦτα ἀεροδυναμικὴν μορφήν, λόγῳ τῆς ὁποίας ἐλαττοῦται ἡ ἀντίστασις, τὴν ὁποίαν συναντοῦν κατὰ τὴν κίνησιν, ἐξοικονομουμένης οὕτω τῆς καταναλισκομένης ἰσχύος.

254. Πτῶσις τῶν σωμάτων ἐντὸς τοῦ ἀέρος. Ὅταν σῶμα πίπτῃ κατακορύφως εἰς τὸν ἀέρα, ἐπενεργοῦν ἐπ' αὐτοῦ τρεῖς δυνάμεις, ἤτοι : α) τὸ βάρος του Β, τὸ ὁποῖον εἶναι μία δύναμις σταθερά, β) ἡ ἄνωσις Α, ἡ ὁποία εἶναι ἐπίσης δύναμις σταθερά, καὶ γ) ἡ ἀντίστασις Τ τοῦ ἀέρος, ἡ ὁποία ὅμως δὲν εἶναι δύναμις σταθερά, ἀλλὰ μεταβάλλεται μετὰ τῆς ταχύτητος πτώσεως τοῦ σώματος.

Ὡς εἴδομεν ἀνωτέρω, ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἐκ διαφόρων πειραμάτων εὑρέθη ὅτι ἀκολουθεῖ τοὺς ἑξῆς νόμους : α) Διὰ μέσας ταχύτητας, δηλ. περιλαμβανομένας μεταξὺ 5 καὶ 100 m/sec περίπου, εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος υ καὶ β) Διὰ σώματα γεωμετρικῶς ὅμοια εἶναι ἀνάλογος τῆς ἐπιφανείας $S_{\mu\varepsilon\tau}$ τῆς κυρίας τομῆς τοῦ σώματος. Οὕτω ἔχομεν:

$$T = C_{\dot{\alpha}\nu\tau} \cdot S_{\mu\varepsilon\tau} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \upsilon^2 \qquad (1)$$

Ἐπειδὴ λοιπὸν ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος, ἕπεται ὅτι, ὅσον ταχύτερον πίπτει τὸ σῶμα, ἐπὶ τοσοῦτον ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος θὰ αὐξάνεται. Ἐὰν δὲ ἡ ταχύτης τῆς πτώσεως διαρκῶς αὐξάνεται, θὰ ἔλθῃ στιγμὴ κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ ἀντίστασις θὰ ἔχῃ λάβει τοιαύτην μεγάλην τιμήν, ὥστε μετὰ τῆς ἀνώσεως αἱ δύο αὗται δυνάμεις νὰ ἰσορροποῦν τὸ βάρος τοῦ σώματος, ἤτοι θὰ ἰσχύῃ ἡ ἐξίσωσις ἰσορροπίας τοῦ σώματος:

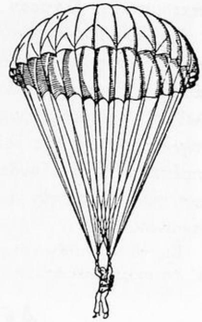
$$T + A - B = 0$$

Ἀπὸ τῆς στιγμῆς ταύτης καὶ ἔπειτα ἡ κίνησις τοῦ σώματος εἶναι πλέον κίνησις ἰσοταχής, τὸ σῶμα δηλ. θὰ κινῆται ἄνευ ἐπιταχύνσεως, ἀλλὰ μὲ σταθερὰν ταχύτητα, ἡ ὁποία καλεῖται **ὁρικὴ ταχύτης** ($\upsilon_{o\rho}$). Ἡ ὁρικὴ ταχύτης ὑπολογίζεται ἀπὸ τὴν σχέσιν Β = Τ, ἂν θεωρήσωμεν τὴν ἄνωσιν Α ἀμελητέαν. Οὕτω ἔχομεν:

$$B = C_{\dot{\alpha}\nu\tau} \cdot S_{\mu\varepsilon\tau} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \upsilon^2_{o\rho} \qquad (2)$$

Ὅταν πίπτῃ λεπτὴ βροχὴ (ψιχαλίζῃ), αἱ σταγόνες τῆς βροχῆς φθάνουν μὲ πολὺ μικρὰν ὁρικὴν ταχύτητα, ἐνῷ αἱ σταγόνες ραγδαίας βροχῆς φθάνουν μὲ μεγάλην σχετικῶς ὁρικὴν ταχύτητα, διότι τὸ βάρος αὐτῶν ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος εἰς μεγαλύτερον χρονικὸν διάστημα ἢ εἰς τὰς σταγόνας τῆς λεπτῆς βροχῆς. Ἐπίσης λεπτότατα τεμαχίδια τοῦ κονιορτοῦ (σκόνης) πίπτουν μὲ πολὺ μικρὰν ταχύτητα, ἡ δὲ τέφρα τῶν ἡφαιστείων, ἡ ἀνυψουμένη εἰς τὰ ἄνω στρώματα τῆς ἀτμοσφαίρας κατὰ τὰς ἐκρήξεις, πίπτει εἰς τὴν Γῆν τόσον βραδέως, ὥστε πολλάκις φθάνει μετὰ παρέλευσιν μηνῶν ἢ καὶ ἐτῶν. Ἐπίσης ἡ τολύπη τοῦ καπνοῦ σιγαρέττου παραμένει ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας αἰωρουμένη ἐπ' ἀρκετὸν χρόνον.

Ἐπὶ τῆς ὁρικῆς ταχύτητος, τὴν ὁποίαν ἀποκτοῦν τὰ σώματα πίπτοντα εἰς τὸν ἀέρα, στηρίζεται ἡ λειτουργία τῶν ἀ λ ε ξ ι π τ ώ τ ω ν (σχ. 510). Πράγματι, ἐπειδὴ τὸ ἀλεξίπτωτον ἔχει πολὺ μεγάλην ἐπιφάνειαν ὅταν εἶναι ἀνοικτόν, εὐθὺς ὡς ὁ ἀλεξιπτωτιστὴς εὑρεθῇ εἰς τὸν ἀέρα, ἡ ἀντίστασις, τὴν ὁποίαν δημιουργεῖ τὸ ἀλεξίπτωτον, εἶναι πολὺ μεγάλη, οὕτω δὲ εἰς βραχύτατον χρονικὸν διάστημα ἐξουδετεροῦται τὸ βάρος τοῦ ἀλεξιπτωτιστοῦ, χωρὶς οὗτος νὰ προλάβῃ ν' ἀποκτήσῃ μεγάλην ταχύτητα λόγῳ ἐπιταχύνσεως. Ἡ ὁρικὴ ταχύτης, μὲ τὴν ὁποίαν φθάνει ὁ ἀλεξιπτωτιστὴς εἰς τὸ ἔδαφος, εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ ἐκείνην τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ, ὅταν πηδᾷ ἐξ ὕψους 3 - 4 μέτρων.



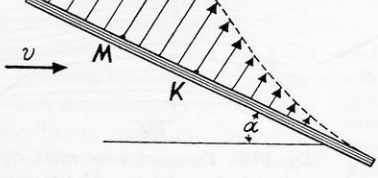
Σχ. 510. Ἀλεξιπτωτιστὴς κατερχόμενος.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Ἂς θεωρήσωμεν ἕνα ἀλεξιπτωτιστήν, ὁ ὁποῖος πίπτει ἐξ ὕψους 1500 m. Εἰς ὀλίγα δευτερόλεπτα τὸ ἀλεξίπτωτον αὐτοῦ ἀνοίγει τελείως καὶ ἐμφανίζεται ὡς σφαιρικὴ ζώνη 6,5 m, μὲ ἐμβαδὸν κυρίας διατομῆς $S = 33\ m^2$. Ἡ ἀντίστασις, τὴν ὁποίαν συναντᾷ εἰς τὸν ἀέρα, αὐξάνεται ταχέως, μέχρις ὅτου ἐξισωθῇ πρὸς τὸ ὁλικὸν βάρος, τὸ ὁποῖον θὰ ὑποθέσωμεν 85 kgr*. Ἀπὸ τῆς στιγμῆς ταύτης ἡ κίνησις, ἡ ὁποία ἀρχικῶς ἦτο ἐπιταχυνομένη, ἐξακολουθεῖ ὡς ἰσοταχὴς καὶ ἡ κάθοδος συντελεῖται μὲ ταχύτητα σταθεράν, τὴν ὁποίαν δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν ἐξισοῦντες τὸ βάρος τῶν 85 kgr* πρὸς τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος.

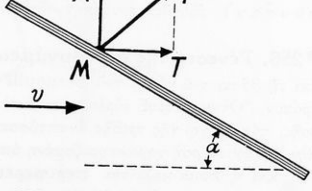
Ἐὰν δεχθῶμεν $C_{\text{ἀντ}} = 0{,}10$ καὶ θέσωμεν τὰς ἀνωτέρω τιμὰς εἰς τὴν ἐξίσωσιν (2), θὰ λάβωμεν $\upsilon_{\text{ορ}} = 5$ m/sec.

255. Γένεσις δυναμικῆς ἀνώσεως.

Φαντασθῶμεν ἤδη ὅτι ἡ πλὰξ τοῦ σχήματος 504 δὲν διατίθεται καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἀνέμου, ἀλλὰ σχηματίζει γωνίαν α ἐν σχέσει πρὸς αὐτὴν (σχ. 511). Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης τῶν δυνάμεων ἐπὶ τῆς πλακὸς δὲν συμπίπτει πλέον πρὸς



Σχ. 511. Διανομὴ πιέσεων ἐπὶ πλακὸς προσβαλλομένης ὑπὸ γωνίαν α.



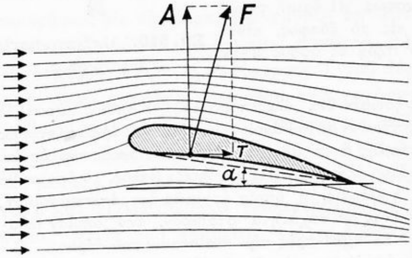
Σχ. 512. Ἀνάλυσις τῆς ἀεροδυνάμεως F εἰς συνιστώσας.

τὸ κέντρον βάρους K τῆς πλακός, ἀλλὰ μετατοπίζεται πρὸς τὰ ἄνω, εἰς M, ἡ δὲ μετατόπισις εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον ἡ γωνία προσβολῆς α γίνεται μικροτέρα.

Τὰ ἀνωτέρω ἰσχύουν, ἐφ' ὅσον δὲν λαμβάνομεν ὑπ' ὄψιν τὴν τριβήν. Ἐφ' ὅσον ὅμως ὑφίσταται καὶ τριβή, ἡ συνισταμένη δὲν εἶναι ἀκριβῶς κάθετος ἐπὶ τὴν πλάκα, ἀλλὰ παρουσιάζει ἐλαφρὰν κλίσιν πρὸς τὰ κάτω.

Ἡ συνισταμένη αὐτὴ δύναμις ἢ ἀεροδύναμις F (σχ. 512) ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας, μίαν A κάθετον ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς ῥοῆς καὶ τὴν T παράλληλον πρὸς αὐτήν. Ἡ πρώτη τῶν συνιστωσῶν, ἡ A, καλεῖται **δυναμικὴ ἄνωσις** καὶ συντελεῖ εἰς τὴν στήριξιν τῆς πλακός, ἡ δὲ ἄλλη, ἡ T, τείνει νὰ κινήσῃ τὴν πλάκα κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ῥοῆς καί, ἑπομένως, ἵνα ἡ πλὰξ ἰσορροπῇ εἰς τὴν θέσιν ταύτην, πρέπει ἡ T νὰ ἐξουδετεροῦται ὑπὸ ἴσης καὶ ἀντιθέτου δυνάμεως, ὡς π.χ. συμβαίνει εἰς τὸν χαρταετὸν (βλ. § 257), ὅπου αὕτη ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς τάσεως τοῦ σχοινίου.

Εἰς τὸ ἀεροπλάνον συμβαίνουν σχεδὸν ἐντελῶς τὰ αὐτὰ φαινόμενα, ὅπου πάλιν ἡ ἀεροδύναμις F δημιουργεῖται ἐπὶ τοῦ πτερυγιακοῦ συστήματος (σχ. 513), λόγῳ τοῦ σχετικοῦ ἀνέμου τὸν

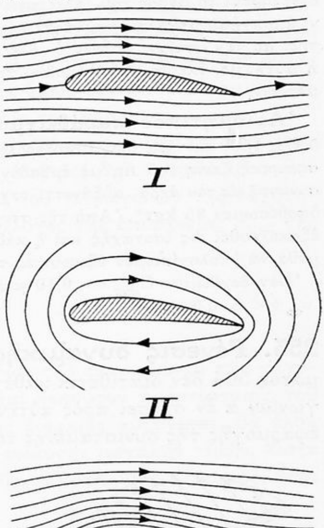


Σχ. 513. Τομὴ πτέρυγος ἀεροπλάνου. Ἀνάλυσις τῆς ἀεροδυνάμεως F ἐπὶ πτέρυγος εἰς τὰς συνιστώσας A καὶ T.

ὁποῖον δημιουργεῖ ἡ κίνησις τοῦ ἀεροπλάνου εἰς τὸν ἀέρα, προκαλουμένη ὑπὸ ἕλικος κινουμένης διὰ κινητῆρος.

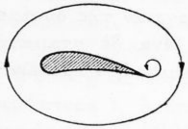
Ἡ ἀεροδύναμις F ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας, τὴν A, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ τὴν δυναμικὴν ἄνωσιν (ἢ ἄντωσιν) ἐξουδετεροῦσαν τὸ βάρος τοῦ ἀεροπλάνου, καὶ τὴν T, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ τὴν δυναμικὴν ἀντίστασιν (ἢ ὀπισθέλκουσαν) ἐξουδετερουμένην ὑπὸ τοῦ κινητῆρος.

***256. Γένεσις τῆς ἀεροδυνάμεως.** Αὕτη ἐξηγεῖται ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ νόμου τοῦ Bernoulli κατὰ τὸν ἀκόλουθον τρόπον. Ὅταν πτέρυξ εὑρίσκεται ἐντὸς πεδίου νηματικῆς ῥοῆς, τότε λόγῳ τῆς τριβῆς ἀναπτύσσεται περὶ τὴν ἀεροτομὴν ἰδιάζουσα ῥοὴ χαρακτηριζομένη ὑπὸ κλειστῶν γραμμῶν ῥοῆς καὶ ἡ ὁποία καλεῖται **περιφερειακὴ ῥοή.** Οὕτως ἡ πτέρυξ εὑρίσκεται ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν δύο πεδίων ῥοῆς, τοῦ πεδίου νηματικῆς ῥοῆς καὶ τοῦ πεδίου περιφερειακῆς ῥοῆς (σχ. 514, I καὶ II).

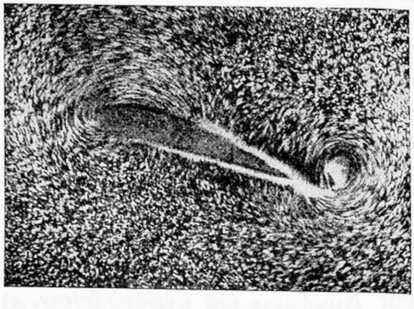


Σχ. 514. Γραμμαὶ ῥοῆς πέριξ τῆς πτέρυγος ἀεροπλάνου. Αἱ γραμμαὶ ῥοῆς περὶ τὴν πτέρυγα III εἶναι ἐπαλληλία μιᾶς περιφερειακῆς ῥοῆς II καὶ μιᾶς νηματικῆς ῥοῆς I.

Πρὸς τὸ ἄνω μέρος τῆς ἐπιφανείας τῆς πτέρυγος αἱ γραμμαὶ τῶν δύο πεδίων ῥοῆς ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ ἑπομένως πυκνοῦνται, ἐνῷ ἐπὶ τῆς κάτω ἐπιφανείας αὐτῆς ἔχουν ἀντίθετον διεύθυνσιν καὶ ἑπομένως ἀραιοῦνται. Οὕτω, ἐπὶ τῆς ἄνω ἐπιφανείας τῆς πτέρυγος παρατηρεῖται μεγάλη πυκνότης γραμμῶν ροῆς (σχ. 514, III) καί, κατὰ τὸν νόμον τοῦ Bernoulli, στατικὴ πίεσις μικροτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς (ὑποπίεσις). Ἀντιθέτως, ἐπὶ τῆς κάτω ἐπιφανείας τῆς πτέρυγος παρατηρεῖται μικρὰ πυκνότης γραμμῶν ροῆς καὶ ἑπομένως στατικὴ πίεσις μεγαλυτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς (ὑπερπίεσις).



Σχ. 515. Ἐξήγησις τῆς γενέσεως τῆς περιφερειακῆς ροῆς.

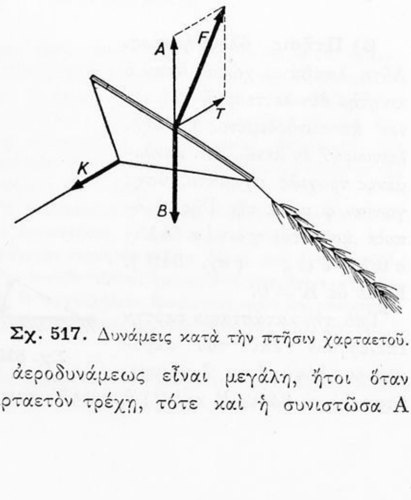


Σχ. 516. Κατὰ τὴν ἐκκίνησιν ἀεροπλάνου γεννᾶται στρόβιλος ἐκκινήσεως.

Διὰ τὴν γένεσιν τῆς περιφερειακῆς ροῆς ἰσχύει σήμερον ἡ ἀκόλουθος θεωρία. Κατὰ τὴν ἐκκίνησιν τοῦ ἀεροπλάνου γεννᾶται εἰς τὸ ὀπίσθιον μέρος τῆς ἀεροτομῆς τῆς πτέρυγος στρόβιλος ἐν τῷ ρευστῷ, ὁ ὁποῖος καλεῖται **στρόβιλος ἐκκινήσεως** καὶ ὁ ὁποῖος, αὐξανομένης τῆς ταχύτητος, μετατοπίζεται μέχρις ὅτου καταλάβῃ τὴν μόνιμον θέσιν αὐτοῦ (σχ. 515). Ἡ γένεσις ὅμως τοῦ στροβίλου συνεπάγεται τὴν γένεσιν στροφορμῆς ἐν τῷ ρευστῷ καί, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς στροφορμῆς, πρέπει εἰς τὸ περιβάλλον τοῦ στροβίλου ἐκκινήσεως νὰ ἀναπτυχθῇ ἐν τῷ ρευστῷ ἰσότιμος στροφορμή, ἀλλὰ φορᾶς ἀντιθέτου τῆς τοῦ στροβίλου. Οὕτω γεννᾶται ἡ περὶ τὴν ἀεροτομὴν περιφερειακὴ ροὴ (σχ. 516), ἡ ὁποία συνδυάζεται πρὸς τὴν ἀρχικῶς ὑφισταμένην νηματικὴν ροὴν καὶ ἐκ τούτων δημιουργεῖται πάλιν ἡ ἀεροδύναμις ἡ στηρίζουσα τὴν πτέρυγα.

257. Πτῆσις χαρταετοῦ εἰς τὸν ἀέρα.

Κατὰ τὴν πτῆσιν χαρταετοῦ εἰς τὸν ἀέρα ἐξασκοῦνται ἐπ' αὐτοῦ τρεῖς δυνάμεις, ἤτοι: α) ἡ ἀεροδύναμις F ἡ προκαλουμένη ὑπὸ τοῦ πνέοντος ἀνέμου, β) τὸ βάρος του B καὶ γ) ἡ δύναμις K, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ νῆμα διὰ τοῦ ὁποίου συγκρατεῖται ὁ χαρταετὸς (σχ. 517). Εἰς τὸν χαρταετὸν προστίθεται καὶ ἡ οὐρά, ἡ ὁποία σκοπὸν ἔχει νὰ δημιουργῇ τὴν εὐστάθειαν αὐτοῦ εἰς τὸν ἀέρα.

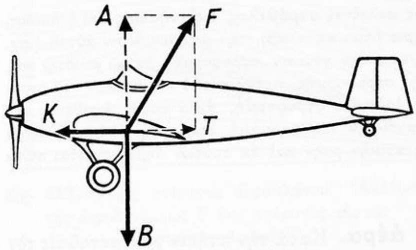


Σχ. 517. Δυνάμεις κατὰ τὴν πτῆσιν χαρταετοῦ.

Διὰ νὰ ἰσορροπῇ ὁ χαρταετός, πρέπει ἡ ἀεροδύναμις F νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν δύο ἄλλων δυνάμεων B καὶ K, ἤτοι ἡ ἀεροδύναμις ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας, τὴν A καὶ T, ἐξ ὧν ἡ A ἀντισταθμίζει τὸ βάρος, ἡ δὲ T ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τοῦ σχοινίου. Ὅταν ἡ τιμὴ τῆς ἀεροδυνάμεως εἶναι μεγάλη, ἤτοι ὅταν πνέῃ σφοδρὸς ἄνεμος ἢ ὁ κρατῶν τὸν χαρταετὸν τρέχῃ, τότε καὶ ἡ συνιστῶσα A θὰ εἶναι μεγάλη καὶ ὁ χαρταετός, ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῆς δυνάμεως Α — Β, θὰ ἀνυψωθῇ. Κατὰ τὴν ἀνύψωσιν ταύτην, ἐπειδὴ τὸ ἐπίπεδον τοῦ χαρταετοῦ λαμβάνει θέσιν περισσότερον κεκλιμένην ὡς πρὸς τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἀνέμου, θὰ ἐπέλθῃ ἐλάττωσις τῆς F καὶ ὡς ἐκ τούτου καὶ τῆς Α, μέχρις ὅτου αὕτη γίνῃ ἴση πρὸς τὴν Β, ὁπότε καὶ θὰ ἰσορροπήσῃ. Ἐξ ἄλλου ὅμως καὶ ἡ συνιστῶσα Τ θὰ γίνῃ μεγαλυτέρα, προκαλοῦσα μεγαλυτέραν τάσιν τοῦ νήματος Κ, ὁπότε, ἐὰν τὸ νῆμα δὲν εἶναι ἀρκετὰ ἀνθεκτικόν, δυνατὸν νὰ κοπῇ.

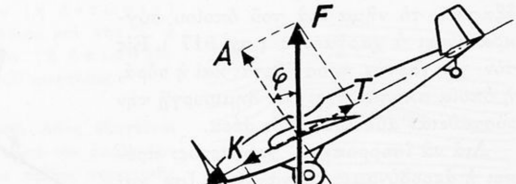
Ἐὰν ἡ ἀντίστασις F ἐλαττωθῇ, ὅταν δηλ. παύσῃ νὰ πνέῃ ἄνεμος ἢ ἀκινητῇ ὁ κρατῶν τὸν χαρταετόν, θὰ ἐλαττωθῇ καὶ ἡ Α, ὁπότε ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῆς δυνάμεως Β — Α ἡ ἐπιφάνεια τοῦ χαρταετοῦ θὰ ἀρχίσῃ νὰ κατέρχεται. Ἵνα δὲ σταματήσῃ ἡ πτῶσις καὶ ἀρχίσῃ πάλιν ἀνύψωσις, θὰ χρειασθῇ νὰ πνεύσῃ ἄνεμος ἢ ὁ κρατῶν τὸν χαρταετὸν νὰ τρέξῃ.

258. Δυνάμεις ἐπὶ ἀεροπλάνου. α) Ὁριζοντία πτῆσις. Ἐπὶ ἀεροπλάνου ἐκτελοῦντος ὁριζοντίαν πτῆσιν ἐξασκοῦνται συνολικῶς τρεῖς δυνάμεις (σχ. 518), ἤτοι: 1) τὸ βάρος του Β, 2) ἡ προωστικὴ δύναμις Κ, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ὑπὸ τοῦ ἀέρος ἐπὶ τῆς στρεφομένης ἕλικος καὶ 3) ἡ ἀεροδύναμις F, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ὁ ἀὴρ ἐπὶ τῆς πτέρυγος. Τὴν ἀεροδύναμιν F ἀναλύομεν εἰς δύο συνιστώσας, τὴν δυναμικὴν ἄνωσιν Α (ἄντωσιν) καὶ τὴν ἀντίστασιν Τ (ὀπισθέλκουσαν), ὁπότε ἰσορροπία ὑφίσταται ὅταν Κ = Τ καὶ Α = Β. Κατὰ τὴν ἰσοταχῆ πτῆσιν τοῦ ἀεροπλάνου αἱ τρεῖς δυνάμεις Β, Κ καὶ F εὑρίσκονται ἐν ἰσορροπίᾳ.



Σχ. 518. Δυνάμεις κατὰ τὴν ὁριζοντίαν πτῆσιν.

β) Πτῆσις ὀλισθήσεως. Αὕτη λαμβάνει χώραν ὅταν ὁ κινητὴρ δὲν λειτουργῇ (ἢ εἶναι ἀποσυνδεδεμένος), δηλ. λειτουργῇ ἐν κενῷ, ἐπὶ κεκλιμένης τροχιᾶς σχηματιζούσης γωνίαν φ μετὰ τῆς Γῆς, ἡ ὁποία καλεῖται γ ω ν ί α ὀ λ ι σ θ ή σ ε ω ς (σχ. 519). Εἶναι δὲ Κ = 0.



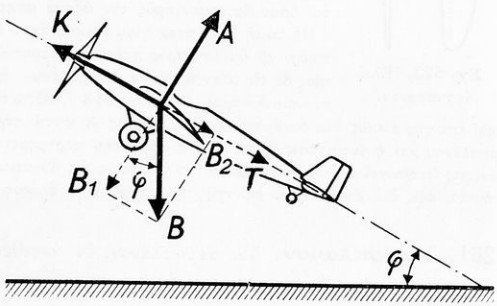
Σχ. 519. Δυνάμεις κατὰ τὴν πτῆσιν ὀλισθήσεως.

Ὑπὸ τὴν κατάστασιν ταύτην ἐπενεργοῦν ἐπὶ τοῦ ἀεροπλάνου δύο μόνον δυνάμεις, ἤτοι: 1) τὸ βάρος Β καὶ 2) ἡ ἀεροδύναμις F. Εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας τοῦ ἀεροπλάνου πρέπει $B = F$ καὶ ἡ ἀεροδύναμις πρέπει νὰ διευθύνεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω. Διὰ τὰς ἀντιθέτους δυνάμεις ἰσχύει $B_1 = A$ καὶ $K = T$. Ἐπειδὴ ἡ δυναμικὴ ἄνωσις A διευθύνεται καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἀεροπλάνου, αἱ A καὶ F σχηματίζουν γωνίαν φ ἴσην πρὸς τὴν γωνίαν ὀλισθήσεως. Αἱ συνθῆκαι ἰσορροπίας εἶναι:

$$T = B \cdot \eta\mu\, \varphi \qquad A = B \cdot \sigma\upsilon\nu\, \varphi \qquad \varepsilon\varphi\, \varphi = \frac{T}{A} = \varepsilon$$

ὅπου ε καλεῖται ἀριθμὸς ὀλισθήσεως. Ὅσον μικρότερον εἶναι τὸ ε, τόσον μικροτέρα εἶναι ἡ γωνία ὀλισθήσεως, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ σχηματίζῃ τὸ ἀεροπλάνον μετὰ τῆς ὁριζοντίας, καὶ τόσον μεγαλύτερον δρόμον πρέπει νὰ διανύσῃ τὸ ἀεροπλάνον διὰ νὰ φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος. Ἐπὶ τῆς πτήσεως ὀλισθήσεως στηρίζεται ἡ **ἀνεμοπορία** (ἀνεμόπτερα), ἡ ὁποία χρησιμοποιεῖ ρεύματα ἀέρος ἐπικρατοῦντα εἰς ὡρισμένας περιοχάς (βλ. § 262).

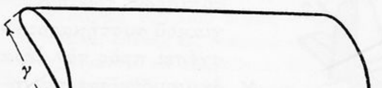
γ) Πτῆσις ἀνόδου. Ὡς ἐμφαίνεται ἐκ τοῦ σχήματος 520, κατὰ τὴν πτῆσιν ἀνόδου εἰς τὴν ἀντίστασιν T προστίθεται καὶ ἡ συνιστῶσα τοῦ βάρους $B_2 = B \cdot \eta\mu\, \varphi$ καὶ ἑπομένως ἡ προωστικὴ δύναμις K ἔχει νὰ ἀντιμετωπίσῃ τὴν δύναμιν $T + B \cdot \eta\mu\, \varphi$, ἐνῷ ἡ δυναμικὴ ἄνωσις A ἰσορροπεῖ τὴν ἑτέραν συνιστῶσαν τοῦ βάρους, τὴν $B_1 = B \cdot \sigma\upsilon\nu\, \varphi$, ἤτοι :



Σχ. 520. Δυνάμεις κατὰ τὴν πτῆσιν ἀνόδου.

$$K = T + B \cdot \eta\mu\, \varphi \qquad A = B \cdot \sigma\upsilon\nu\, \varphi$$

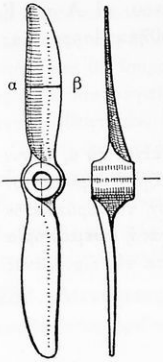
259. Πτέρυξ ἀεροπλάνου. Εἰς τὰς πτέρυγας ἀεροπλάνου δίδουν μορφὴν ὡς ἡ τοῦ σχήματος 521, εἰς τρόπον ὥστε ἐγκαρσία τομὴ αὐτῆς, δι᾽ ἐπιπέδου παραλλήλου πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ροῆς, νὰ ἔχῃ τὴν ἐν τῷ σχήματι (ἀριστερὸν ἄκρον τοῦ σχεδίου) δεικνυομένην μορφήν. Ἡ ὡς ἄνω τομὴ καλεῖται εἰς τὴν Τεχνικὴν **ἀεροτομή.** Ὡς ἐπιφάνεια τῆς πτέρυγος λαμβάνεται ἡ ἐπιφάνεια τῆς κατόψεως $S = \beta \cdot \gamma$.



Σχ. 521. Μορφὴ πτέρυγος ἀεροπλάνου.

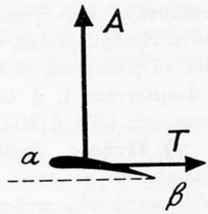
Ἡ ἀεροδυναμικὴ σπουδὴ πτέρυγος γίνεται εἰς εἰδικὰ ἐργαστήρια (ἀεροδυναμικὰς σήραγγας), ὅπου παράγεται τεχνητὸν ρεῦμα ἀέρος καὶ ἐντὸς τοῦ ὁποίου τοποθετοῦνται ὁμοιώματα πτερύγων, τῇ βοηθείᾳ δὲ καταλλήλων δυναμομετρικῶν καὶ μανομετρικῶν διατάξεων σπουδάζονται αἱ ἀεροδυναμικαὶ ἰδιότητες τῆς θεωρουμένης πτέρυγος (βλ. σχ. 507).

260. Ἕλιξ ἀεροπλάνου. Ἡ προώθησις εἰς τὸ ἀεροπλάνον παρέχεται ἀπὸ τὴν **ἕλικα,** κινουμένην ἀπὸ τὸν κινητῆρα τοῦ ἀεροσκάφους. Ὅταν ἡ ἕλιξ περιστρέφεται, παραλαμβάνει μεγάλας μάζας ἀέρος, τὰς ὁποίας ἐπιταχύνει πρὸς τὰ ὀπίσω. Κατὰ τὴν ἀρχὴν ὅμως τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως καὶ αἱ μᾶζαι αὗται ἐξασκοῦν ἐπὶ τῆς ἕλικος μίαν δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν δύναμιν τὴν δημιουργουμένην ἐκ τῆς περιστροφῆς τῆς ἕλικος, ἡ δύναμις δὲ αὕτη εἶναι ἐκείνη ἀκριβῶς ἡ ὁποία δίδει τὴν προώθησιν εἰς τὸ ἀεροπλάνον.



Σχ. 522. Ἕλιξ ἀεροπλάνου.

Ἡ ἕλιξ (σχ. 522) ἀποτελεῖται συνήθως ἀπὸ 2 ἕως 4 πτερύγια, τὰ ὁποῖα κατασκευάζονται ἐκ ξύλου ἢ ἐξ ἐλαφροῦ μετάλλου. Ἐπειδὴ ἡ ἕλιξ ἐκτελεῖ μέγαν ἀριθμὸν στροφῶν (ἕως 2 000 ἀνὰ λεπτόν), τὸ πρόσθιον μέρος ὑφίσταται πολλάκις μεγάλην κόπωσιν καί, ὡς ἐκ τούτου, εἰς τὰς ἐκ ξύλου ἕλικας ὁπλίζουν αὐτὰς κατὰ τὰ ἄκρα των διὰ μετάλλου. Αἱ ἕλικες ἐκ μετάλλου κατασκευάζονται ἐξ ἐλαφρῶν κραμάτων ἀργιλίου καὶ μαγνησίου.



Σχ. 523.

Ἓν φύλλον ἕλικος δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς μικρὸν τμῆμα ἐπιφανείας κοχλίου. Ἐὰν θεωρήσωμεν τὸ εὖρος αβ τοῦ φύλλου τούτου, τότε ἡ πρόσθία ἀκμὴ α κεῖται ὀλίγον ὑψηλότερον ἀπὸ τὴν ὀπισθίαν β καὶ ἡ γωνία ἀνυψώσεως αὐξάνεται ἐφ' ὅσον βαίνομεν πρὸς τὸν ἄξονα στηρίξεως.

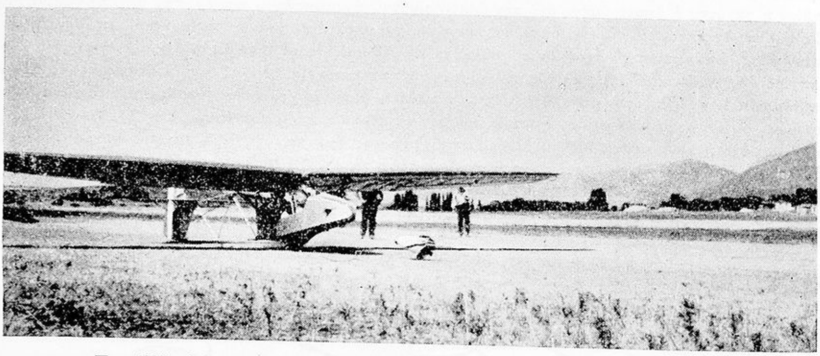
Ἡ τομὴ ἑνὸς πτερυγίου ἕλικος ἔχει ἐγκαρσίαν τομὴν αβ ὁμοίαν πρὸς πτέρυγα ἀεροπλάνου. Ὅπως δὲ εἰς μίαν πτέρυγα ἀεροπλάνου ἐμφανίζονται δύο δυνάμεις (βλ. σχ. 513), οὕτω ἐπενεργοῦν καὶ ἐπὶ τῆς ἕλικος δύο δυνάμεις, ἤτοι ἡ ἄνωσις Α κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος υ τοῦ ἀεροπλάνου καὶ ἡ ἀντίστασις Τ ἀντίθετος πρὸς τὴν περιφερειακὴν ταχύτητα αὐτῆς (σχ. 523). Ἡ ἄνωσις ἐπενεργεῖ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος ὡς δύναμις ἕλξεως Α. Ἡ ἀντίστασις ἐλαττοῦται σημαντικῶς διὰ καταλλήλου ἐκλογῆς τῆς τομῆς τῆς ἕλικος.

261. Ἀεροπλάνον. Τὸ ἀεροπλάνον, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὸ ἀερόστατον καὶ τὸ ἀερόπλοιον, εἶναι βαρύτερον τοῦ ἀέρος, στηρίζεται ὅμως ἐν αὐτῷ διὰ πτερυγιακοῦ συστήματος καί, μὲ τὴν βοήθειαν ἕλικος κινουμένης διὰ κινητῆρος, μετατοπίζεται ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἀέρα. Ἐκ τῆς μετατοπίσεως τοῦ πτερυγιακοῦ συστήματος ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἀέρα δημιουργεῖται τεχνητὸς ἄνεμος (σχετικὸς ἄνεμος) ἢ ἄλλως ροή, λόγῳ τοῦ ὁποίου ἀναπτύσσεται ἐπὶ τοῦ πτερυγιακοῦ συστήματος ἡ ἀεροδύναμις, ἥτις στηρίζει τὸ ἀεροπλάνον εἰς τὸν ἀέρα. Ἐν γενικαῖς γραμμαῖς, τὸ ἀεροπλάνον (σχ. 524) ἀποτελεῖται ἐκ τῶν ἀκολούθων μερῶν : 1) Ἐκ τῆς ἀτράκτου, 2) ἐκ τῶν πτερύγων στηρίξεως, 3) ἐκ τοῦ συστήματος διευθύνσεως,

Σχ. 524. Πηδάλια ἀεροπλάνου.

4) ἐκ τοῦ συστήματος προσγειώσεως καὶ 5) ἐκ τοῦ κινητηρίου συστήματος, ἀποτελουμένου ἐκ τοῦ κινητῆρος καὶ τῆς ἕλικος. Τὸ σύστημα διευθύνσεως τοῦ ἀεροπλάνου ἀποτελεῖται ἐκ τοῦ πηδαλίου H_2, τὸ ὁποῖον ἐπιτρέπει τὴν περιστροφὴν τοῦ ἀεροπλάνου περὶ τὸν ἄξονα ΖΖ, ἐκ τοῦ πηδαλίου Σ_2, τὸ ὁποῖον ἐπιτρέπει περιστροφὴν τοῦ ἀεροπλάνου περὶ τὸν ἄξονα ΨΨ, καὶ τῶν πηδαλίων Π_1 καὶ Π_2, τὰ ὁποῖα ἐπιτρέπουν τὴν περιστροφὴν τοῦ ἀεροπλάνου περὶ τὸν ἄξονα ΧΧ. Αἱ σταθεραὶ ἐπιφάνειαι Σ_1 καὶ H_1 τῶν πηδαλίων χρησιμεύουν διὰ τὴν εὐστάθειαν τοῦ ἀεροπλάνου, διότι συντελοῦν εἰς ἀπόσβεσιν τῶν ἐκτροπῶν τῶν προκαλουμένων ἐκ τῆς κινήσεως τῶν πηδαλίων. Ἡ κίνησις τῶν πηδαλίων H_2, ὡς καὶ τοῦ Π_2, πρὸς τὰ ἄνω καὶ κάτω, ἐπιτυγχάνεται μέσῳ μοχλοῦ, τοῦ ὁποίου ὁ χειρισμὸς γίνεται διὰ τῆς χειρός, ἐνῷ ἡ κίνησις τοῦ πηδαλίου Σ_2, πρὸς τὰ δεξιὰ ἢ ἀριστερά, ἐπιτυγχάνεται διὰ τῶν ποδῶν.

***262. Ἀνεμόπτερα.** Ταῦτα διαφέρουν τῶν ἀεροπλάνων, διότι στεροῦνται κινητῆρος καὶ ἕλικος καί, ἐπομένως, εἰς αὐτὰ ἡ ἀπαιτουμένη ἰσχὺς διὰ τὴν πτῆσιν παρέχεται ὑπὸ τοῦ ἐν κινήσει ἀέρος, ἤτοι ὑπὸ τοῦ ἀνέμου (σχ. 525).



Σχ. 525. Ἀνεμόπτερον τῆς Βασιλικῆς Ἀερολέσχης Ἀθηνῶν (ΒΑΛΕ).

Γενικῶς, ἡ σπουδὴ τῶν ἀνεμοπτέρων καὶ ἡ δι' αὐτῶν πτῆσις ἀποτελεῖ ἰδιαίτερον κλάδον, ὁ ὁποῖος χαρακτηρίζεται διὰ τοῦ ὅρου **ἀνεμοπορία.**

Ὑπόδειγμα τοιούτου εἴδους πτήσεως βλέπομεν εἰς τὰ ἁρπακτικὰ πτηνά, ὡς π.χ. τὸν ἀετόν, τὸν ἱέρακα, ἐπίσης εἰς διάφορα νηκτικὰ ἢ ἄλλα πτηνά, ὡς τὸν γλάρον, τὸν πελαργὸν κτλ. Τὰ πτηνὰ ταῦτα δύνανται νὰ αἰωροῦνται ἐπὶ μακρὸν εἰς τὸν ἀέρα, νὰ διανύουν μεγάλα διαστήματα, ἀκόμη δὲ καὶ νὰ κερδίζουν ὕψος, χωρὶς οὐδαμῶς νὰ κινοῦν τὰς πτέρυγας αὐτῶν.

Γενικῶς, ὅταν ὁ κινητὴρ τοῦ ἀεροπλάνου παύσῃ νὰ λειτουργῇ, τοῦτο μεταπίπτει εἰς πτῆσιν ὀλισθήσεως. Ἵνα ἐν τῇ καταστάσει ταύτῃ διατηρήσῃ τὸ ὕψος του, πρέπει νὰ ὑφίσταται τὴν ἐπενέργειαν ἀνιόντος ρεύματος ἀέρος, τοῦ ὁποίου ἡ ταχύτης νὰ εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ταχύτητος βυθίσεως. Προκειμένου περὶ βαρέων ἀεροπλάνων, εἶναι ἀδύνατον νὰ πραγματοποιηθῇ ἡ ἀνωτέρω συνθήκη, διότι ταῦτα κέκτηνται πολὺ μεγάλην ταχύτητα βυθίσεως. Τουναντίον ὅμως ἡ συνθήκη αὕτη πραγματοποιεῖται εὐχερῶς εἰς τὰ ἀνεμόπτερα, τῶν ὁποίων ἡ ταχύτης βυθίσεως εἶναι μικρά. Τοιοῦτον π.χ. ἰσχυρὸν ἀνιὸν ρεῦμα ἀέρος πραγματοποιεῖται περὶ τὴν πρύμνην ταχυπλόων πλοίων. Εἰς τὴν περιοχὴν δὲ ταύτην συγκεντροῦνται οἱ γλάροι, οἵτινες ἀνεμοποροῦντες παρακολουθοῦν τὰ πλοῖα καὶ κερδίζουν ὕψος χωρὶς οὐδαμῶς νὰ κινοῦν τὰς πτέρυγας αὐτῶν (σχ. 526).

κινοῦσαν μεγάλην ὑπεράνω αὐτοῦ εὑρισκομένην, ἐπὶ καθέτου πρὸς τὴν ἄτρακτον ἄξονος, εἰδι-
Ἡ ἐκκίνησις ἀνεμοπτέρων γίνεται κατὰ διαφόρους τρόπους. Ὅταν τὸ ἀνεμόπτερον εὑρίσκεται ἐπὶ κλιτύος, προσδένονται εἰς τὸ ἐμπρόσθιον μέρος αὐτοῦ δύο σχοινία ἐξ ἐλαστικοῦ, τὰ ὁποῖα διατείνονται ἰσχυρῶς ὑπὸ τοῦ προσωπικοῦ τῆς ἐκκινήσεως, ἐνῷ τὸ ἀνεμόπτερον τηρεῖται

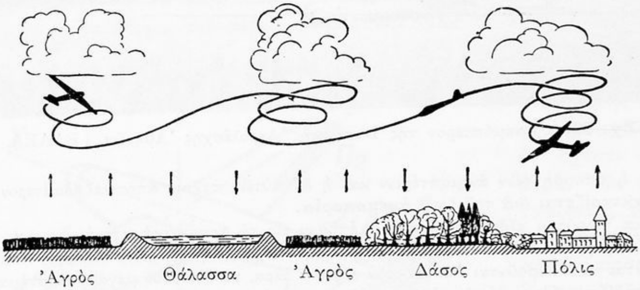
Σχ. 526. Γλάροι ἀνεμοποροῦντες δι' ἐκμεταλλεύσεως τοῦ ἀνιόντος ρεύματος τοῦ ἀναπτυσσομένου περὶ τὴν πρύμνην ταχυπλόου πλοίου.

ἀκίνητον κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς διατάσεως τῶν σχοινίων, συγκρατούμενον ἐκ τῆς οὐρᾶς αὐτοῦ ὑπὸ ἄλλου προσωπικοῦ.

Ὅταν τὰ ἐμπρόσθια σχοινία διαταθοῦν ἱκανῶς, τότε δι' ἀφέσεως τῶν ὀπισθίων σχοινίων συγκρατήσεως τὸ ἀνεμόπτερον ἐκσφενδονίζεται μετὰ σημαντικῆς ταχύτητος πρὸς τὰ ἐμπρός. Εἰς ὁμαλὸν πεδίον ἡ ταχύτης ἡ ἀπαιτουμένη διὰ τὴν ἐκκίνησιν τοῦ ἀνεμοπτέρου παρέχεται ὑπὸ αὐτοκινήτου. Εἰς πολλὰς περιπτώσεις τὸ ἀνεμόπτερον ρυμουλκεῖται ὑπὸ ἀεροπλάνου καί, ἀφοῦ ἀποκτήσῃ ἀρκετὸν ὕψος, ἀποσύρεται τὸ σχοινίον ρυμουλκήσεως. Αἱ καλύτεραι συνθῆκαι διὰ τὰς πτήσεις ἀνεμοπτέρων ἀπαντῶνται εἰς τὰς κλιτῦς τῶν ὀρέων καὶ μάλιστα εἰς ἐκείνας, αἱ ὁποῖαι παρουσιάζουν ἀπότομον κλίσιν, διότι, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ κλίσις, τόσον μεγαλυτέρα καὶ ἡ πρὸς τὰ ἄνω διευθυνομένη συνιστῶσα τοῦ ἀνέμου, ἡ ὁποία πρέπει νὰ εἶναι τάξεως μεγέθους 1 – 3 m/sec.

Οὕτω, ἐὰν ἡ κλίσις εἶναι 30^0, ὁ δὲ ὁριζόντιος ἄνεμος ἔχῃ ταχύτητα 5 m/sec, παράγεται εἰς τὴν περιοχὴν τῆς κλιτύος συνιστῶσα τοῦ ἀνέμου πρὸς τὰ ἄνω 3 m/sec περίπου. Ἐπίσης, καλαὶ συνθῆκαι διὰ τὴν πτῆσιν ἀνεμοπτέρων ἀπαντῶνται καὶ εἰς ἀποκρήμνους ἀκτάς.

Ἐφ' ὅσον τὸ ἀνεμόπτερον εὑρίσκεται εἰς τὸν ἀέρα, εἰς περιοχὰς μὲν ὅπου συναντᾷ ἀνιὸν ρεῦμα,



Σχ. 527. Πτῆσις ἀνεμοπτέρου ἐκμεταλλευομένου ἀνιόντα καὶ κατιόντα ρεύματα ἀέρος.

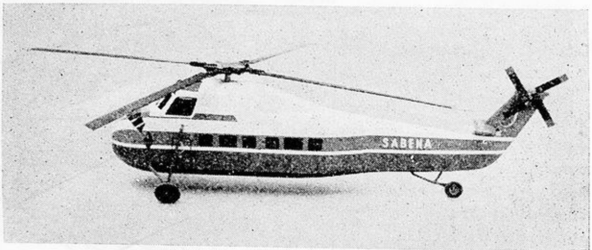
κερδίζει εἰς ὕψος, ὅταν δὲ ἀκολούθως συναντήσῃ κατιὸν ρεῦμα ἀέρος, ἐκτελεῖ πτῆσιν ὀλισθήσεως καὶ χάνει εἰς ὕψος. Τὸ ἀνεμόπτερον, συναντῶν περαιτέρω ἀνιὸν ρεῦμα ἀέρος, κερδίζει ἐκ νέου εἰς ὕψος καὶ οὕτω καθεξῆς (σχ. 527).

Τὸ ὕψος πτήσεως δι' ἀνεμοπτέρου ἔχει φθάσει περίπου τὰς 9 000 μέτρων, ἡ διάρκεια πτήσεως τὰς 50 ὥρας καὶ ἡ ἀπόστασις πτήσεως περίπου τὰ 700 - 800 km.

***263. Ἑλικόπτερα.** Ἐνδιαφέρουσα πτητικὴ μηχανὴ μικρᾶς ὅμως ταχύτητος καὶ ἄνευ πλευρικῶν πτερύγων εἶναι τὸ ἑλικόπτερον (σχ. 528). Τοῦτο ἔχει μηχανὴν (βενζινοκινητῆρα)

Σχ. 528. Ἑλικόπτερον τῆς Βελγικῆς Ἑταιρίας Sabena, 12 θέσεων. Ἀναπτύσσει ταχύτητα 170 km/h. Ἀνέρχεται μέχρις ὕψους 500 m.

κῆς μορφῆς ἕλικα, δυνάμενον ν' ἀπογειοῦται σχεδὸν κατακορύφως καὶ νὰ προσγειοῦται εἰς μικρὸν χῶρον, π.χ. ταράτσαν μεγάλου κτιρίου ἢ μικρὰν πλατεῖαν.

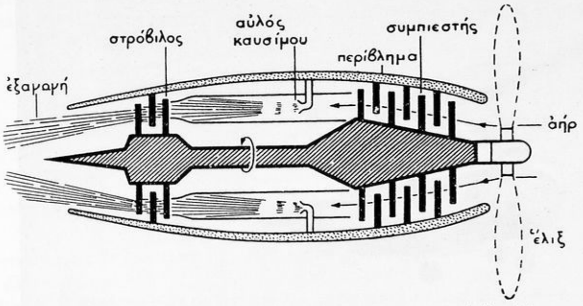


Σχ. 529. Ὑπόδειγμα ἑλικοπτέρου. Διακρίνεται ἡ ὀπισθία μικρὰ ἕλιξ.

Εἰς τὸ ἑλικόπτερον ὅμως — συμφώνως πρὸς τὸ ἀξίωμα τῆς στροφορμῆς (βλ. § 143), — ὅταν ἀρχίσῃ περιστρεφομένη ἡ ἕλιξ, πρέπει καὶ ἡ ἄτρακτος ν' ἀρχίσῃ περιστρεφομένη βραδέως κατὰ τὴν ἀντίθετον φοράν. Διὰ τοῦτο ὑπάρχει καὶ δευτέρα ἕλιξ ἀντιστρόφου κινήσεως ἤ, συνηθέστερον, εἷς μικρὸς κινητὴρ εἰς τὴν οὐρὰν τοῦ ἑλικοπτέρου κινεῖ μικρὰν ἕλικα ἐπὶ ὁριζοντίου ἄξονος, ἐξουδετεροῦσαν τὴν περιστροφὴν τοῦ σώματος τῆς ἀτράκτου (σχ. 529). Τὰ ἑλικόπτερα χρησιμοποιοῦνται ὡς ἀεροταξὶ ἢ πρὸς διάσωσιν ναυαγῶν ἢ ρίψιν ἐφοδίων κλπ.

264. Ἀεριοπροωθούμενα ἀεροπλάνα. Εἰς τὰ σύγχρονα ἀεροπλάνα ἡ προωστικὴ κίνησις προέρχεται ἀπὸ τὴν ἕλικα τοῦ ἀεροπλάνου, ἡ ὁποία, περιστρεφομένη ἐντὸς τοῦ ἀέρος διὰ τοῦ κινητῆρος τοῦ ἀεροπλάνου, δημιουργεῖ τὴν ἀπαιτουμένην προωστικὴν δύναμιν.

Διὰ τὴν ἀνάπτυξιν ὅμως μεγάλων ταχυτήτων ἐπενοήθησαν τελευταίως τὰ δι' ἀεροστροβίλου κινούμενα ἑλικοφόρα ἀεροπλάνα, εἰς τὰ ὁποῖα ἡ κινητήριος δύναμις δημιουργεῖται κατὰ τὸν ἀκόλουθον τρόπον. Ἡ μηχανὴ δεικνύεται ἐν τομῇ εἰς τὸ σχῆμα 530, ὅπου ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ εἰσχωρεῖ εἰς τὸν χῶρον τὸν περικλειόμενον ὑπὸ τοῦ περιβλήματος αὐτῆς καί, συμπιεζόμενος καταλλήλως ὑπὸ φυγοκεντρικοῦ συμπιεστοῦ, εἰσχωρεῖ ἐντὸς τοῦ θαλάμου καύσεως, ὅπου ἀναμειγνύεται μετὰ τοῦ καυσίμου (βενζίνης, πετρελαίου), τὸ ὁποῖον εἰσάγεται ἐκ τοῦ στομίου καταλλήλου αὐλοῦ. Τὸ καύσιμον, ἀναμειγνυόμενον μετὰ τοῦ ἀέρος, ἀναφλέγεται καταλλήλως, ὅτε τὰ ἐκ τῆς καύσεως ἀέρια ἀποτονούμενα ταχέως θέτουν εἰς κίνησιν κατάλληλον στρόβιλον, εὑρισκόμενον εἰς τὸ ὀπίσθιον μέρος τῆς μηχανῆς, καὶ ἐκρέουν ἀκολούθως, μετὰ σημαντικῆς ταχύτητος, πρὸς τὴν ἀτμοσφαῖραν ἐκ καταλλήλου αὐλοῦ ἐξαγωγῆς, ὅτε, λόγῳ τῆς ταχείας ἐκροῆς, δημιουργεῖται ἐπὶ τοῦ σώματος καὶ πρόσθετος (10 %) προωστικὴ δύναμις.

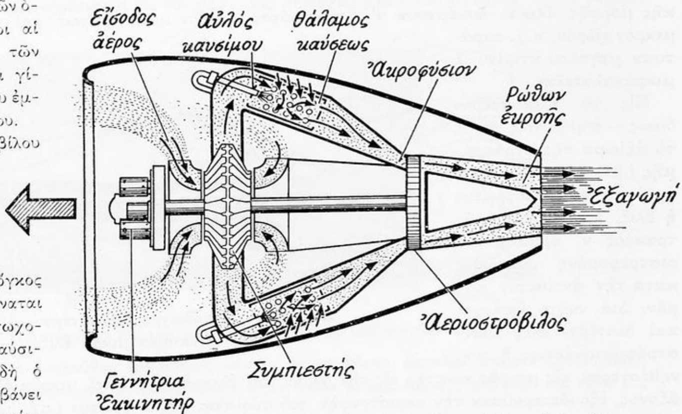


Σχ. 530. Προωστικὴ μηχανὴ τύπου turbo - prop (ἀρχή).

Ὁ στρόβιλος, ὁ ὑπάρχων εἰς τὸ ὀπίσθιον μέρος τῆς μηχανῆς, χρησιμεύει καὶ διὰ τὴν μετάδοσιν τῆς κινήσεως πρὸς λειτουργίαν τοῦ συμπιεστοῦ καὶ διὰ τὰς ἀντλίας καυσίμου καὶ ἄλλων βοηθητικῶν διατάξεων.

Ἡ μηχανὴ turbo - prop διαφέρει οὐσιωδῶς τῶν μετ' ἐμβόλων μηχανῶν, ἤτοι τῶν συνήθων βενζινοκινητήρων, τῶν ὁποίων εἶναι ἔντονοι αἱ ταλαντεύσεις λόγῳ τῶν ἐκρήξεων, αἱ ὁποῖαι γίνονται ἐντὸς ἑκάστου ἐμβολοφόρου κυλίνδρου.

Ὁ μετ' ἀεροστροβίλου κινητὴρ ἔχει, ὡς φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα, μόνον ἕνα κύριον περιστρεφόμενον ἄξονα καὶ τὸ ὅλον βάρος καὶ ὁ ὄγκος του εἶναι μικρός, δύναται δὲ νὰ καύσῃ καὶ πτωχοτέρας ποιότητος καύσιμον ὑγρόν. Ἐπειδὴ ὁ ἀεροστρόβιλος λαμβάνει πολλὰς στροφὰς (ἀκούεται χαρακτηριστικὸς ὀξὺς συριγμός), εἶναι ἀνάγκη δι' εἰδικῶν συστημάτων νὰ μειωθῇ ὁ ἀριθμὸς τῶν πρὸς τὴν ἕλικα διαβιβαζομένων στροφῶν.



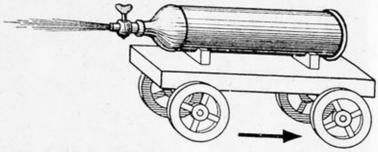
Σχ. 531. Κινητὴρ ἀεριωθουμένου ἀεροπλάνου (ἀρχή).

Τύπος μηχανῆς, ἄνευ ἕλικος, εἶναι ὁ εἰκονιζόμενος εἰς τὸ σχῆμα 531, ὅστις χαρακτηρίζεται ἐκ τῆς μεγάλης ἁπλότητος αὐτοῦ.

Ἡ προωστικὴ δύναμις γεννᾶται ἐκ τῆς κρούσεως τῶν μορίων τοῦ καιομένου ἀερίου μείγματος, τοῦ ὁποίου δίδεται μὲν πρὸς τὰ ὀπίσω ἐλευθέρα διέξοδος, ἐνῷ πρὸς τὰ ἐμπρὸς κλείεται ἡ ἔξοδος.

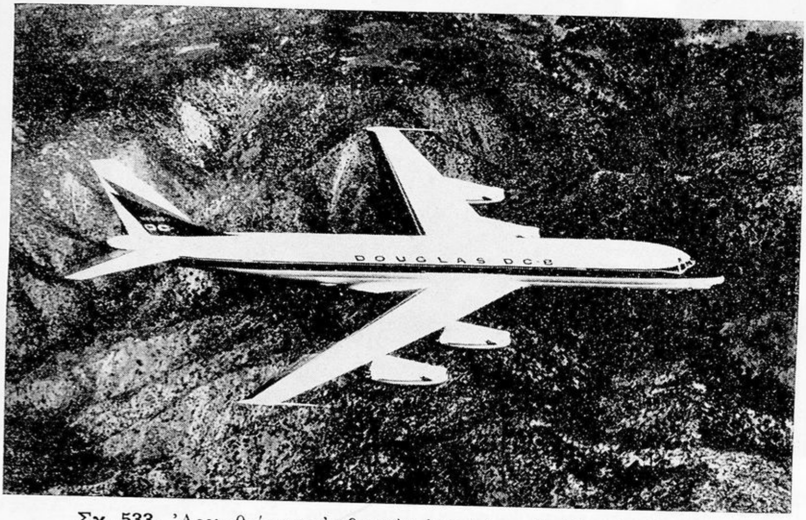
Τοῦτο κατανοεῖται εὐκόλως, ἐὰν ἔχωμεν δοχεῖον πλῆρες ἀερίου ὑπὸ μεγάλην πίεσιν καὶ τὸ στηρίξωμεν ἐπὶ κινουμένου ὀχήματος (σχ. 532)· τότε, μόλις ἀνοίξωμεν τὴν στρόφιγγα, θὰ παρατηρήσωμεν τὴν « ἐξ ἀνακρούσεως » πρόωσιν τοῦ ὀχήματος (κινητὴρ jet — τζέτ).

Ὁ κινητὴρ τῶν ἀεροπλάνων τούτων ἀποτελεῖται κυρίως ἐκ τοῦ θαλάμου καύσεως, ὅπου εἰσάγεται τὸ καύσιμον. Ἡ ἐκ τῆς καύσεως ἀναπτυσσομένη πίεσις ὠθεῖ τὰ ἀέρια πρὸς τὴν ἔξοδον, ὅπου γίνεται πρόσθετος καὶ πληρεστέρα καῦσις. Δαπανωμένης μικρᾶς σχετικῶς ἐνεργείας, κινεῖται ὁ στρόβιλος (turbine), ὅστις κινεῖ ἐν συνεχείᾳ τὸν συμπιεστὴν ἀναρροφῶντα καὶ συμπιέζοντα τὸν ἀέρα ἐντὸς τοῦ θαλάμου καύσεως.



Σχ. 532. Ἀρχὴ κινητῆρος τζέτ.

Τοιούτου τύπου ἀεροπλάνα μὲ 4 κινητῆρας jet εἶναι τὰ νεώτερα ἀεριοπροωθούμενα τῶν ἀεροπορικῶν συγκοινωνιῶν (σχ. 533), ταχύτητος περίπου 800 - 950 km/h, ἱπτάμενα εἰς ὕψος 7 000 m ἕως 9 000 m.

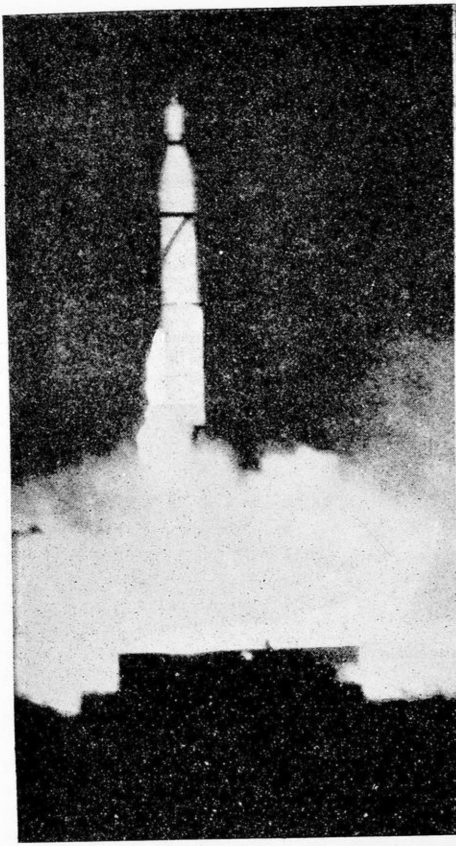


Σχ. 533. Ἀεριωθούμενον ἐπιβατικὸν ἀεροπλάνον τῆς Ἑταιρίας Ντάγκλας, 180 ἐπιβατῶν, μέσης ταχύτητος 900 km/h.

Ἡ ἱκανότης τῶν μηχανῶν των συνήθως δὲν μετρεῖται εἰς ἵππους, ἀλλὰ εἰς kgr*, διότι πρόκειται περὶ προωστικῆς συρούσης δυνάμεως καὶ οὐχὶ ἰσχύος, ἐκτὸς ἐὰν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν καὶ ἡ ἀντίστοιχος ταχύτης, καθόσον, ὡς γνωστὸν (βλ. § 100), $N = F \cdot \upsilon$.

265. Πύραυλοι (Rockets). Οὗτοι ἀποτελοῦν μηχανάς, αἱ ὁποῖαι παρουσιάζουν πολὺ μικροτέραν ἀπόδοσιν, ἐπιτυγχάνονται ὅμως διὰ τούτων ἐξόχως μεγάλη ἰσχὺς καὶ λίαν μεγάλαι ταχύτητες.

Οἱ πύραυλοι διαφέρουν τῶν δύο προηγουμένως περιγραφέντων τύπων, διότι, τόσον αἱ μηχαναὶ turbo - prop, ὅσον καὶ αἱ μηχαναὶ jet, ἀπαιτοῦν μεγάλας ποσότητας ἀέρος διὰ τὴν λειτουργίαν αὐτῶν καί, ὡς ἐκ τούτου, εἶναι προωρισμέναι νὰ λειτουργοῦν εἰς σχετικῶς μικρὰ ὕψη. Τουναντίον,

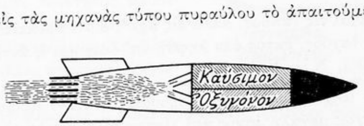


Σχ. 534.

Σχ. 535.

Σχ. 534. Ὁ ἀμερικανικὸς πύραυλος « Ζεὺς » ἐκκινῶν τὴν νύκτα τῆς 31.1.1958, φέρων εἰς τὸ ἀνώτατον αὐτοῦ ἄκρον τὸν πρῶτον δορυφόρον « Ἐξερευνητής ». Σχ. 535. Ὁ πύραυλος « Ἄτλας », ὁ ὁποῖος πιθανῶς θὰ φέρῃ ἕτερον τμῆμα δυνάμενον νὰ φθάσῃ ἐπὶ τῆς Σελήνης.

εἰς τὰς μηχανὰς τύπου πυραύλου τὸ ἀπαιτούμενον ὀξυγόνον δὲν προσλαμβάνεται ἐκ τοῦ ἀέρος, ἀλλὰ ἐγκλείεται εἰς τὴν μηχανὴν ὁμοῦ μετὰ τοῦ καυσίμου καὶ συνεπῶς δύνανται νὰ λειτουργοῦν καὶ ἔξω τῆς γηΐνης ἀτμοσφαίρας, ἤτοι καὶ εἰς διαπλανητικὰ διαστήματα ἀκόμη.



Σχ. 536. Προωστικὴ μηχανὴ τύπου πυραύλου, μὲ ὑγρὰ καύσιμα.

Ἐπειδὴ ἡ μηχανὴ πρέπει νὰ ἐγκλείῃ εἰς ἑαυτὴν τόσον τὴν καύσιμον ὕλην, ὡς καὶ τὸ ὀξυγόνον ἢ τὴν ὀξυγονοῦχον οὐσίαν, ἀεροπλάνα ἐφωδιασμένα διὰ τοιούτων μηχανῶν ἔχουν ἐπὶ τοῦ παρόντος μικρὰν ἀκτῖνα δράσεως.

Εἰς τὸ σχῆμα 534 δεικνύεται τομὴ μηχανῆς τύπου πυραύλου, ἡ ὁποία φέρει δύο διακεκριμένα διαμερίσματα εἰς τὸ ἐμπρόσθιον μέρος, ἓν διὰ τὸ καύσιμον καὶ ἕτερον διὰ τὴν ὀξυγονοῦχον οὐσίαν. Ἐκ τῶν διαμερισμάτων τούτων, διὰ καταλλήλων αὐλῶν, εἰσάγονται εἰς τὸν θάλαμον καύσεως τὸ καύσιμον μετὰ τοῦ ὀξυγόνου, κατόπιν δὲ καταλλήλως ἀναφλεγόμενα παρέχουν τὰ ἀέρια καύσεως ὑπὸ ὑψηλὴν πίεσιν, τὰ ὁποῖα ἀκολούθως ἀποτονοῦνται ταχέως δι' ἐκροῆς αὐτῶν ὑπὸ μεγάλην ταχύτητα, οὕτω δὲ δημιουργεῖται πάλιν ἡ προωστικὴ δύναμις.

Τοιούτου τύπου ἦσαν τὰ ὑπὸ τῶν Γερμανῶν χρησιμοποιηθέντα βλήματα τύπου V2 (ἱ π τ ά μ ε ν α ι β ό μ β α ι), τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται σήμερον εἰς μετεωρολογικὰς ἐρεύνας.

Τελευταίως ἡ τεχνικὴ τῶν πυραύλων ἔχει προχωρήσει ἐξόχως, δι' αὐτῶν δὲ κατωρθώθη ἡ τοποθέτησις τεχνητῶν δορυφόρων τόσον περὶ τὴν Γῆν, ὅσον καὶ περὶ τὸν Ἥλιον (σχ. 534 καὶ 535).

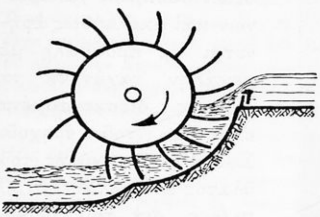
***266. Ὑπερηχητικὴ ταχύτης.** Διὰ τῶν ἀνωτέρω τύπων ἀεριοπροωθουμένων μηχανῶν ἐπιδιώκεται ἡ ἀνάπτυξις ὑπερηχητικῶν ταχυτήτων, ἤτοι ταχυτήτων ἀνωτέρων τῆς τῶν 1224 km/h, ἡ ὁποία παριστᾷ τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ ἤχου.

Προκειμένου περὶ ἀεροπλάνων μεγάλης ταχύτητος, π.χ. τῶν ἐφωδιασμένων διὰ κινητῆρος ἀντιδράσεως, ὡς μονὰς πρὸς μέτρησιν τῆς ταχύτητος αὐτῶν ὡρίσθη ἡ μ ο ν ὰ ς Mach (Μάχ), εἶναι δὲ 1 Mach = 1224 km/h. Οὕτω, ἀεροπλάνον ταχύτητος 700 km/h ἔχει ταχύτητα 700/1224 = 0,57 Mach. Προκειμένου περὶ ὑπερηχητικῆς ταχύτητος, ἤτοι μεγαλυτέρας τῶν 1224 km/h, ἡ ταχύτης ἐκφράζεται εἰς Mach ὑπὸ ἀριθμοῦ μεγαλυτέρου τῆς μονάδος.

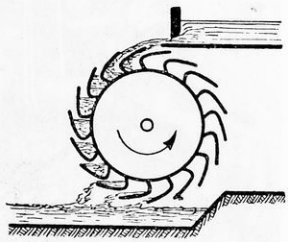
267. Ὑδραυλικαὶ μηχαναί. Οὕτω καλοῦμεν μηχανάς, διὰ τῶν ὁποίων ἐκμεταλλευόμεθα τὴν ἐνέργειαν τοῦ ῥέοντος ὕδατος πρὸς παραγωγὴν ὠφελίμου ἔργου.

Αὗται διακρίνονται εἰς δύο τύπους, ἤτοι τοὺς ὑ δ ρ α υ λ ι κ ο ὺ ς τ ρ ο χ ο ὺ ς καὶ τοὺς ὑ δ ρ ο σ τ ρ ο β ί λ ο υ ς.

α) Ὑδραυλικοὶ τροχοί. Τὸ κύριον μέρος τῶν μηχανῶν τούτων ἀποτελεῖ τροχός, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ περιστρέφεται περὶ ἄξονα καὶ φέρει εἰς τὴν παράπλευρον ἐπιφάνειαν αὐτοῦ πτερύγια καταλλήλως διεσκευασμένα, ὡς δεικνύεται εἰς τὰ σχήματα 537 καὶ 538.



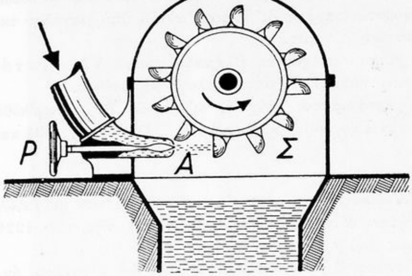
Σχ. 537. Ὑδραυλικὸς τροχὸς διεγειρόμενος ἐκ τῶν κάτω.



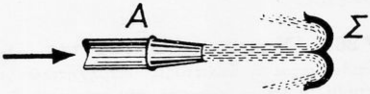
Σχ. 538. Ὑδραυλικὸς τροχὸς διεγειρόμενος ἐκ τῶν ἄνω.

Ὁ τροχὸς διεγείρεται εἴτε ἐκ τῶν κάτω εἴτε ἐκ τῶν ἄνω. Οὕτω, ἐὰν ἔχωμεν ὑδρόπτωσιν, ἡ ὁποία θὰ παρέχῃ 15 kgr* ὕδατος κατὰ δευτερόλεπτον ἐξ ὕψους 5 m, τότε ἡ διατιθεμένη ἐνέργεια θὰ εἶναι $15 \cdot 5 = 75$ kgr*m/sec, ἤτοι 1 ἵππος. Ἐκ τῆς ἐνεργείας ὅμως ταύτης μέρος μόνον δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ ὠφελίμως, λόγῳ ἀναποφεύκτων ἀπωλειῶν. Οἱ ὑδραυλικοὶ τροχοὶ ἔχουν ἀπόδοσιν 40 - 60%.

β) Ὑδροστρόβιλοι. Οὗτοι ἀποτελοῦν μηχανάς, διὰ τῶν ὁποίων, τῇ βοηθείᾳ πτερυγίων (σκαφιδίων) προσηρμοσμένων κατὰ τὴν περιφέρειαν δίσκου στρεπτοῦ περὶ ἄξονα, διερχομένου διὰ τοῦ κέντρου αὐτοῦ, προκαλοῦν μεταβολὴν τῆς διευθύνσεως ροῆς ἢ ἄλλως τῆς ταχύτητος ὑγρᾶς φλεβός, ἡ ὁποία ἐκσφενδονιζομένη ὑπὸ καταλλήλου αὐλοῦ προσκρούει ἐπὶ τῶν πτερυγίων τοῦ κινητοῦ δίσκου τοῦ ὑδροστροβίλου. Ἐκ τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος ροῆς προκύπτει μεταβολὴ τῆς ὁρμῆς τῆς μάζης τοῦ ὕδατος, ἡ ὁποία προσκρούει ἐπὶ τοῦ



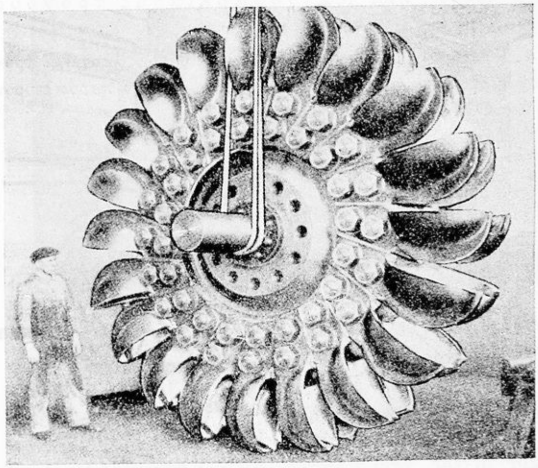
Σχ. 539. Ὑδροστρόβιλος Pelton. Φαίνεται ὁ τροχὸς μετὰ τῶν σκαφιδίων καὶ ὁ αὐλός.



Σχ. 540. Σχῆμα ἑνὸς σκαφιδίου Σ (ἐν τομῇ). Φαίνεται ὁ αὐλὸς Α καὶ ἡ διεύθυνσις κινήσεως τῶν μορίων τοῦ ὕδατος.

κινητοῦ δίσκου, οὕτω δὲ δημιουργεῖται δύναμις θέτουσα εἰς περιστροφὴν τὸν τροχὸν τοῦ ὑδροστροβίλου.

Εἰς τοὺς ὑδροστροβίλους ἀνήκει καὶ ὁ ὑδροστρόβιλος τοῦ Pelton (Πέλτον) (σχ. 539 καὶ 541), ὁ ὁποῖος χρησιμοποιεῖται ὅταν ἡ παροχὴ τοῦ ὕδατος εἶναι μικρά, ἀλλ' ἡ πίεσις εἶναι μεγάλη. Συνήθως τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον εἶναι ἀποταμιευμένον ἐπὶ ὑψηλῶν τόπων, φέρεται πρὸς τὰ κάτω μὲ τὴν βοήθειαν σωλήνων χαλυβδίνων καὶ ἀκολούθως ἀφήνεται νὰ προσβάλῃ μὲ μεγάλην ταχύτητα τὰ εἰδικῶς διεσκευασμένα σκαφίδια τοῦ τροχοῦ. Συνήθως ἡ ταχύτης τοῦ ὕδατος ἀνέρχεται εἰς 150 m/sec, διὰ τοῦ ρυθμιστοῦ δὲ Ρ ρυθμίζεται ἡ ποσότης τοῦ ἐξερχομένου ὕδατος.



Σχ. 541. Φωτογραφία ἑνὸς συγχρόνου τροχοῦ ὑδροστροβίλου Pelton.

Ἐὰν τὰ σκαφίδια μείνουν ἀκίνητα, τότε τὸ ὕδωρ τὸ ὁποῖον προσπίπτει ἐπ' αὐτῶν ἀλλάσσει ἁπλῶς τὴν φορὰν τῆς ταχύτητός του σχεδὸν κατὰ 180^0, ἐξασκουμένης οὕτω δυνάμεως ἐπὶ τοῦ τροχοῦ. Ἐὰν ὅμως τὰ σκαφίδια μετατίθενται ὑπὸ ταχύτητα ἴσην πρὸς τὸ ἥμισυ τῆς ταχύτητος τοῦ προσπίπτοντος ὕδατος, ἡ ἀνακαμφθεῖσα ὑγρὰ φλὲψ ἔχει, ὡς ἀποδεικνύεται, ταχύτητα περίπου ἴσην πρὸς μηδέν. Οὕτω, ἐὰν διὰ υ καλέσωμεν τὴν ταχύτητα ροῆς τῆς ὑγρᾶς φλεβὸς καὶ διὰ υ_1 τὴν ταχύτητα τῶν σκαφιδίων καὶ ἐὰν ὑποτεθῇ ὅτι $\upsilon_1 = \upsilon/2$, τότε ἡ ταχύτης τοῦ ἐξερχομένου ὕδατος ἀπὸ τοῦ ὑδροστροβίλου εἶναι μηδὲν καὶ ὅλη ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῆς μάζης τοῦ ὕδατος τῆς φλεβὸς μετατρέπεται εἰς ὠφέλιμον ἔργον. Πρακτικῶς ὅμως ἡ ἀπόδοσις τῶν ὑδροστροβίλων ἀνέρχεται εἰς 70% μέχρις 90%.

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α΄ Ἐρωτήσεις

Ποία ἡ διάκρισις μεταξὺ τελείων καὶ πραγματικῶν ρευστῶν.

Δώσατε τὸν ὁρισμὸν τοῦ πεδίου ροῆς.

Πότε τὸ πεδίον ροῆς εἶναι τελείως ὡρισμένον.

Ποία ἡ διαφορὰ μεταξὺ μονίμου (νηματικῆς) καὶ μὴ μονίμου (στροβιλώδους) ροῆς.

Τί καλοῦμεν γραμμὰς ροῆς καὶ ποία ἡ σχέσις μεταξὺ τῆς πυκνότητος γραμμῶν ροῆς καὶ τῆς ταχύτητος ροῆς εἰς πεδίον νηματικῆς ροῆς.

Ποῖος ὁ νόμος τῆς συνεχείας εἰς πεδίον ροῆς καὶ πῶς διατυποῦται ἀναλυτικῶς.

Τί ὀνομάζομεν δυναμικὴν πίεσιν καὶ ποία ἡ σχέσις μεταξὺ στατικῆς καὶ δυναμικῆς πιέσεως κατὰ μῆκος ὁριζοντίας γραμμῆς ροῆς.

Ποῖον τὸ περιεχόμενον τοῦ νόμου τοῦ Bernoulli καὶ ποία ἡ ἀναλυτικὴ διατύπωσις αὐτοῦ.

Πῶς μετροῦμεν τὴν ταχύτητα εἰς πεδίον ροῆς.

Περιγράψατε τὸν σωλῆνα Pitot καὶ τὴν συσκευὴν Prandtl.

Δώσατε μερικὰ παραδείγματα, τὰ ὁποῖα νὰ ἐξηγοῦνται ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ νόμου τοῦ Bernoulli.

Διὰ ποῖον λόγον πλὰξ κινουμένη ἐντὸς ἠρεμοῦντος ὑγροῦ συναντᾷ ἀντίστασιν.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου ἐσωτερικὴ τριβή.

Τίνα ἐπίδρασιν ἔχει ἡ τριβὴ ἐπὶ τοῦ φαινομένου τῆς ροῆς.

Τί καλοῦμεν ἀεροδυναμικὴν μορφὴν σώματος. Ἐξηγήσατε διὰ ποῖον λόγον ἡ μορφὴ αὕτη παρουσιάζει ἐλαχίστην ἀντίστασιν.

Ἐξηγήσατε πῶς ἐπίπεδος πλὰξ δύναται νὰ στηριχθῇ εἰς τὸν ἀέρα καὶ ἐπεκτείνατε τὰ συμπεράσματά σας ἐπὶ πτέρυγος ἀεροπλάνου.

Πῶς ὁρίζομεν τὴν δυναμικὴν ἄνωσιν καὶ τὴν δυναμικὴν ἀντίστασιν.

Ἐξηγήσατε τὴν στήριξιν χαρταετοῦ εἰς τὸν ἀέρα.

Πῶς γίνεται ἡ πτῆσις δι' ἀνεμοπτέρου.

Ἐξηγήσατε ἐκ ποίων μερῶν ἀποτελεῖται τὸ σύστημα ὁδηγήσεως ἀεροπλάνου.

Διὰ ποῖον λόγον τὰ μεγάλα πτηνὰ κατὰ τὰς μακρὰς πτήσεις αὐτῶν ἔχουν σφηνοειδῆ σχηματισμόν.

Πῶς λειτουργοῦν τὰ ἀεριοπροωθούμενα ἀεροπλάνα.

Τί γνωρίζετε περὶ πυραύλων.

Τί ὀνομάζομεν ὑπερηχητικὴν ταχύτητα καὶ ποία ἡ μονὰς μετρήσεως αὐτῆς.

Τί γνωρίζετε περὶ ὑδραυλικῶν μηχανῶν.

Περιγράψατε τοὺς ὑδροστροβίλους.

Β΄ Προβλήματα

1. Ὕδωρ ἐκρέει ἀπὸ δεξαμενῆς ὑπὸ παροχὴν 2 *lt*/sec δι' ὀπῆς εὑρισκομένης εἰς τὸν πυθμένα τῆς δεξαμενῆς, τῆς ὁποίας τὸ βάθος εἶναι 360 cm. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ νέα παροχή, ὅταν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος ἀσκῆται πρόσθετος πίεσις 8 kgr*/cm². (Ἀπ. $\Pi = 9{,}6$ *lt*/sec.)

2. Σωλὴν διοχετεύσεως ἀεριόφωτος ἔχει εἰς τὴν ἀρχήν του διάμετρον 10 mm καὶ ἀκολούθως ὁ σωλὴν ἀποστενοῦται, ὥστε ἡ διάμετρος αὐτοῦ νὰ γίνῃ 5 mm. Ἐκ τοῦ στενοῦ σωλῆνος τὸ φωταέριον ἐκρέει ὑπὸ ταχύτητα 25,1 m/sec. Ζητοῦνται : α) Πόση ἡ ταχύτης τοῦ φωταερίου εἰς τὸν εὐρὺν σωλῆνα. β) Πόση ἡ παροχὴ φωταερίου ἀπὸ τὸν στενὸν σωλῆνα εἰς cm³/sec. γ) Εἰς πόσον χρόνον ἐκρέει διὰ τοῦ σωλῆνος 1 m³ φωταερίου.
(Ἀπ. α΄ $\upsilon_1 = 6{,}275$ m/sec. β΄ $\Pi_2 = 492$ cm³/sec. γ΄ $t = 34$ min.)

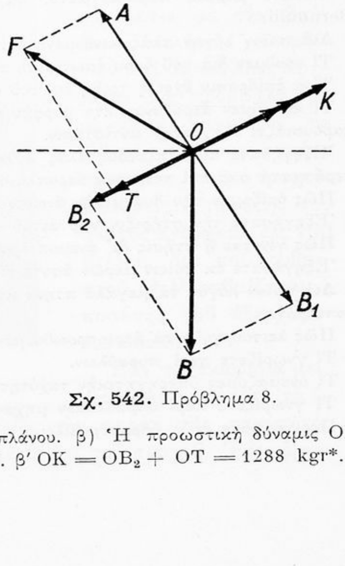
3. Κατακόρυφον κυλινδρικὸν δοχεῖον περιέχει ὕδωρ, τοῦ ὁποίου ἡ στάθμη διατηρεῖται 46 cm ὑπὲρ τὴν ὀπὴν ἐκροῆς. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης ἐκροῆς τοῦ ὕδατος. ($g = 9{,}81$ m/sec².)
(Ἀπ. $\upsilon = 3$ m/sec.)

4. Κυλινδρικὸν δοχεῖον περιέχει ὕδωρ μέχρις ὕψους 40 cm. α) Πόση ἡ ταχύτης ἐκροῆς τοῦ ὕδατος ἀπὸ ὀπῆς εὑρισκομένης εἰς ἀπόστασιν 10 cm ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας. β) Εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου συναντᾷ ἡ ὑγρὰ φλὲψ τὸ ἔδαφος. ($g = 981$ cm/sec².)
(Ἀπ. α΄ $\upsilon = 140$ cm/sec. β΄ $s = 34{,}6$ cm.)

5. Νὰ καθορισθῇ ἡ δύναμις ἡ ἐπενεργοῦσα ἐπὶ κυκλικοῦ δίσκου ἐπιφανείας 16 cm², ὅταν οὗτος προσβάλλεται καθέτως ὑπὸ ρεύματος ἀέρος πυκνότητος 0,00125 gr/cm³ καὶ ταχύτητος 1000 cm/sec. (Διὰ τὸν δίσκον εἶναι $C_{\dot{\alpha}\nu\tau} = 1{,}2$.) (Ἀπ. $F = 1{,}2 \cdot 10^4$ dyn.)

6. Νὰ καθορισθῇ ὁ λόγος τῶν ὁρικῶν ταχυτήτων δύο σφαιρῶν ἐκ ξύλου δρυὸς πυκνότητος 0,7 gr/cm³ καὶ ἐκ μολύβδου πυκνότητος 11,3 gr/cm³ τῆς αὐτῆς διαμέτρου, ὅταν πίπτουν ἐντὸς ἀέρος.
(Ἀπ. $\upsilon_{o\rho} / \upsilon'_{o\rho} = 1/4$.)

7. Ἀεροπλάνον μεγίστης μετωπικῆς ἐπιφανείας 1 m² ἵπταται μὲ ταχύτητα 360 km/h εἰς ὕψος 2 000 m, ὅπου ἡ μέση πυκνότης τοῦ ἀέρος εἶναι 0,001 gr/cm³. α) Ποία ἡ ἀεροαντίστασις, ἐὰν $C_{\dot{\alpha}\nu\tau} = 0{,}05$. β) Ποίαν ἰσχὺν πρέπει νὰ ἀναπτύξῃ ὁ κινητὴρ αὐτοῦ, ἐὰν ἡ ἀπόδοσις τῆς ἕλικος εἶναι 85 %.
(Ἀπ. α΄ $T = 25{,}4$ kgr*. β΄ $N = 39{,}8$ PS.)



Σχ. 542. Πρόβλημα 8.

8. Θεωροῦμεν ἀεροπλάνον ἐκτελοῦν πτῆσιν ἀνόδου (σχ. 542). Ἔστωσαν δὲ αἱ γωνίαι $AOF = \varphi = 20^0$ καὶ $BOB_1 = \theta = 30^0$, ὡς καὶ ἡ ἀεροδύναμις $OF = 1500$ kgr*. Ζητοῦνται : α) Ἡ ἄνωσις OA τοῦ ἀεροπλάνου. β) Ἡ προωστικὴ δύναμις OK αὐτοῦ.
(Ἀπ. α΄ $OA = 1410$ kgr*. β΄ $OK = OB_2 + OT = 1288$ kgr*.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΓ'

ΜΟΡΙΑΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

268. Μόρια καὶ ἄτομα. Ἕκαστον σῶμα δύναται νὰ ὑποδιαιρεθῇ εἰς μικρότερα μέρη. Οὕτω διὰ μηχανικῶν ἐπιδράσεων, ὡς διὰ τμήσεως, κονιοποιήσεως κλπ., δύναται ἡ ὑποδιαίρεσις νὰ φθάσῃ εἰς πολὺ μικρὸν ὅριον. Δυνάμεθα π.χ. δι' ἐλάσεως ἢ ἑλκυσμοῦ νὰ παρασκευάσωμεν φύλλα χρυσοῦ ἢ σύρματα λευκοχρύσου πάχους 0,1 mm ἕως 0,00001 mm. Ἡ ὑποδιαίρεσις ὅμως δύναται νὰ προχωρήσῃ ἀκόμη περισσότερον, π.χ. δι' ἐξατμίσεως, ἐξαερώσεως ἢ διαλύσεως οὐσίας τινός. Οὕτω ἐλαχίστη ποσότης φουξίνης ἢ φθοριζίνης δύναται νὰ χρωματίσῃ αἰσθητῶς μεγάλας ποσότητας ὕδατος. Ὁμοίως ἡ φλὸξ φωταερίου τοῦ λύχνου Bunsen (βλ. σχ. 484) δύναται νὰ χρωματισθῇ κιτρίνη διὰ ποσότητος $0{,}3 \cdot 10^{-9}$ gr νατρίου. Ἐπίσης ἐλαχίστη ποσότης ἀρωματικῶν οὐσιῶν, ὡς π.χ. μόσχου, δεικνύει διὰ διαχύσεως τῆς ὀσμῆς των εἰς μεγάλους χώρους τὸν λεπτὸν διαμερισμὸν αὐτῶν ἐντὸς τοῦ ἀέρος.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω θὰ ἠδύνατο νὰ συμπεράνῃ τις, ὅτι ἡ διαιρετότης τῆς ὕλης δὲν ἔχει ὅριον. Ἐν τούτοις ἄλλα φυσικὰ δεδομένα καὶ ἰδίως χημικὰ ἄγουν εἰς τὴν παραδοχήν, ὅτι ἡ διαιρετότης τῆς ὕλης ἔχει ὅριον. Λεπτομερὴς ἔρευνα κατέδειξεν ὅτι ὅλαι αἱ οὐσίαι ἀποτελοῦνται ἐκ λίαν μικρῶν τεμαχιδίων, καλουμένων **μορίων,** τὰ ὁποῖα ὅμως δὲν εἶναι δυνατὸν διὰ μηχανικῶν μέσων, ὡς π.χ. διὰ τμήσεως, κονιοποιήσεως, ὡς καὶ διὰ διαλύσεως ἢ ἐξαερώσεως, νὰ ὑποδιαιρεθοῦν εἰς ἄλλα μικρότερα. Ὅλα τὰ μόρια μιᾶς ὁμογενοῦς οὐσίας εἶναι μεταξύ των ὅμοια, ἐνῷ τὰ μόρια διαφορετικῶν οὐσιῶν διακρίνονται ἐκ τοῦ μεγέθους τῆς μάζης αὐτῶν, ὡς καὶ ἐξ ἄλλων ἰδιοτήτων.

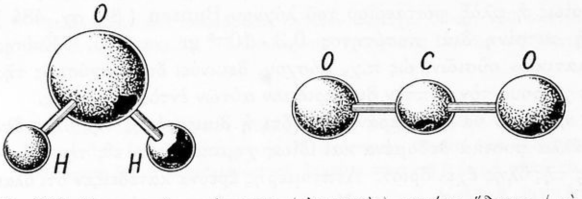
Τὰ μόρια εἶναι τόσον μικρά, ὥστε καὶ μὲ τὰ τελειότερα ὀπτικὰ μικροσκόπια δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ γίνουν ἀντιληπτά. Ἐκ διαφόρων ἐρευνῶν κατεδείχθη ὅτι ἡ δ ι ά μ ε τ ρ ο ς τοῦ μορίου, ἐὰν φαντασθῶμεν ταῦτα ὡς ἔχοντα σχῆμα σφαιρικόν, εἶναι 1 μιλλιμικρὸν ($1\ \mathrm{m}\mu = 10^{-7}$ cm) καὶ ἀκόμη μικροτέρα. Αἱ μ ᾶ ζ α ι τῶν μορίων διαφόρων οὐσιῶν εἶναι διαφορετικαί. Οὕτω τὸ ἐλαφρότερον τῶν μορίων, τὸ τοῦ ὑδρογόνου, ἔχει μᾶζαν μόλις $3{,}3 \cdot 10^{-24}$ gr. Ἀντιστρόφως ὁ ἀ ρ ι θ μ ὸ ς τῶν μορίων τῶν περιεχομένων εἰς 1 cm^3 εἶναι πολὺ μεγάλος. Οὕτω εἰς 1 cm^3 ἀερίου ὑπὸ θερμοκρασίαν 0 ^{0}C καὶ πίεσιν 760 Torr ὑφίστανται $28 \cdot 10^{18}$ μόρια.

Τὰ μόρια δὲν ἐφάπτονται τελείως, ἀλλὰ διαχωρίζονται ἐντὸς τῶν σωμάτων ὑπὸ διακένων, εἰς τὰ ἀέρια δὲ ἰδίως αἱ ἀποστάσεις τῶν μορίων ἔχουν τὴν μεγαλυτέραν τιμήν. Διὰ μεταβολῆς τοῦ ὄγκου σώματος (π.χ. διὰ μεταβολῆς τῆς πιέσεως ἢ τῆς θερμοκρασίας) μεταβάλλεται μόνον ὁ χῶρος τῶν διακένων, ἐνῷ τὰ μόρια παραμένουν ἀμετάβλητα.

Ἡ συστηματικὴ ἔρευνα τῆς ὕλης, γενομένη ἀρχικῶς διὰ τῶν μεθόδων τῆς Χημείας, κατέδειξεν ὅτι τὰ πλεῖστα τῶν μορίων ἀποτελοῦνται ἀπὸ ἀκόμη μικρότερα τεμαχίδια, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **ἄτομα.**

Αἱ οὐσίαι εἰς τὰς ὁποίας τὰ μόρια ἀποτελοῦνται ἐξ ἑνὸς ἢ περισσοτέρων ὁμοίων ἀτόμων καλοῦνται **στοιχεῖα.** Μέχρι πρὸ ὀλίγων ἐτῶν ὁ γνωστὸς ἀριθμὸς στοιχείων ἦτο 92. Σήμερον ὅμως ὁ ἀριθμὸς αὐτῶν ηὐξήθη εἰς 102, ἑκάστου δὲ στοιχείου ὑπάρχουν ἐν τῇ Φύσει ἢ παρεσκευάσθησαν τεχνητῶς διάφορα εἴδη (ἰσότοπα), διαφέροντα μεταξύ των κατὰ τὴν μᾶζαν τῶν ἀτόμων των καὶ οὐχὶ κατὰ τὰς χημικὰς ἰδιότητας.

Εἰς ὡρισμένα στοιχεῖα τὸ μόριον ἀποτελεῖται ἐξ ἑνὸς ἀτόμου, ὡς π.χ. εἰς τὰ εὐγενῆ ἀέρια (ἀργόν, ἥλιον, νέον κλπ.) καὶ εἰς τοὺς ἀτμοὺς τῶν μετάλλων. Ἐκ 2 ὁμοίων ἀτόμων ἀποτελοῦνται τὰ μόρια τῶν ἀερίων ὀξυγόνου, ἀζώτου, ὑδρογόνου καὶ χλωρίου. Τὸ μόριον τοῦ ὄζοντος ἀποτελεῖται ἐκ 3 ἀτόμων. Τὰ μόρια ὅλων τῶν χημικῶν ἑνώσεων ἀποτελοῦνται ἀπὸ περισσότερα τοῦ ἑνὸς ἄτομα διαφόρων στοιχείων. Οὕτω, ἓν μόριον ὕδατος ἀποτελεῖται ἐκ δύο ἀτόμων ὑδρογόνου καὶ ἑνὸς ἀτόμου ὀξυγόνου, ἐνῷ ἓν μόριον διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος ἔχει τὸν τύπον CO_2 (σχ. 543). Ἓν μόριον ἀλκοόλης ἀποτελεῖται ἀπὸ 6 ἄτομα ὑδρογόνου, 2 ἄτομα ἄνθρακος καὶ 1 ἄτομον ὀξυγόνου.

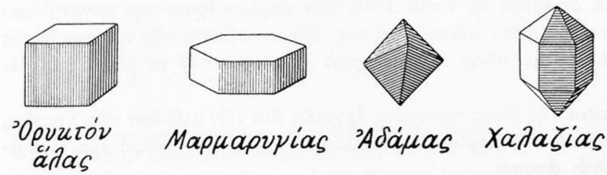


Σχ. 543. Σχηματικὴ παράστασις (ἀριστερὰ) μορίου ὕδατος (μὴ γραμμικοῦ, συμμετρικοῦ) καὶ (δεξιὰ) μορίου διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος (γραμμικοῦ, συμμετρικοῦ).

Νεώτεραι ἔρευναι κατέδειξαν ὅτι τὸ ὑλικὸν ἄτομον δὲν ἀποτελεῖ τὸ τελευταῖον ὅριον διαιρετότητος τῆς ὕλης, ἀλλ' ὅτι καὶ τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ ἀκόμη μικρότερα σωματίδια (τὰ ὁποῖα καλοῦνται **ἠλεκτρόνια, πρωτόνια, νετρόνια**), εἶναι δὲ δι' ὅλα τὰ ἄτομα τὰ ἴδια. Τὰ διάφορα σώματα εἰς τὴν Φύσιν διακρίνονται μεταξύ των διὰ τοῦ ἀριθμοῦ καὶ τῆς διατάξεως τῶν διαφόρων τούτων θεμελιωδῶν σωματιδίων.

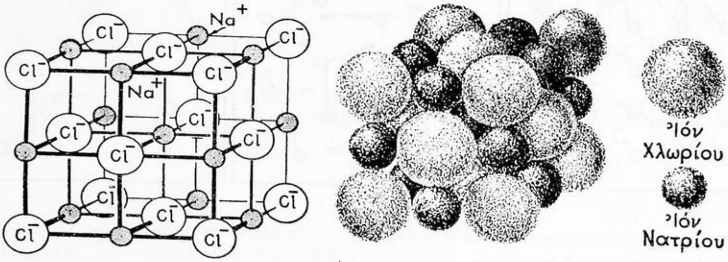
Τὰς μεταξὺ τῶν μορίων τῶν σωμάτων ἀσκουμένας δυνάμεις καλοῦμεν μοριακὰς δυνάμεις ἢ δυνάμεις Van der Waals (Φὰν ντὲρ Βάαλς), ἡ σπουδὴ δὲ τῶν δυνάμεων τούτων καὶ τῶν ἀποτελεσμάτων αὐτῶν ἀποτελεῖ τὸ ἀντικείμενον περὶ τὸ ὁποῖον ἀσχολεῖται ἡ **Μοριακὴ Φυσική.**

***269. Περὶ τῆς ὑφῆς τῶν σωμάτων. α) Στερεὰ σώματα.** Αἱ μοριακαὶ δυνάμεις εἶναι ἐκεῖναι, αἱ ὁποῖαι εἰς πολλὰ σώματα ἐπιβάλλουν, ὥστε τὰ μόρια καὶ τὰ ἄτομα αὐτῶν εἰς στερεὰν κατάστασιν νὰ εὑρίσκωνται εἰς ὡρισμένας ἀποστάσεις καὶ νὰ διατάσσωνται ὑπὸ ὡρισμένας γωνίας. Τοιουτοτρόπως τὸ σῶμα λαμβάνει ἓν κανονικὸν σχῆμα καὶ λέγομεν ὅτι ἀποτελεῖ **κρύσταλ-**



Σχ. 544. Κρύσταλλοι διαφόρων σωμάτων.

λον (σχ. 544). Ἀπὸ πολλῶν ἐτῶν ἔχει διατυπωθῆ ἡ γνώμη, ὅτι οἱ κρύσταλλοι ἀποτελοῦνται ἐκ στοιχειωδῶν σωματιδίων, τὰ ὁποῖα διατίθενται εἰς εὐθείας σειρὰς καὶ ἐπίπεδα στρώματα. Ἡ ὡς ἄνω ἀντίληψις ἐπεβεβαιώθη βραδύτερον καὶ μάλιστα κατεδείχθη, ὅτι τὰ σωματίδια τὰ ἀποτελοῦντα τοὺς κρυστάλλους εἶναι εἴτε μόρια, εἴτε ἄτομα, εἴτε ἰόντα.



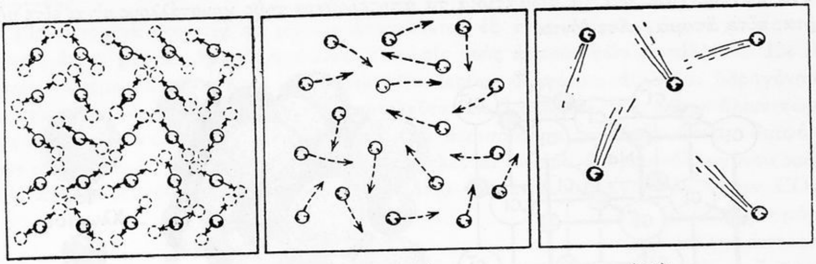
Σχ. 545. Διάταξις τῶν ἰόντων νατρίου (Na^+) καὶ χλωρίου (Cl^-) εἰς κρύσταλλον χλωριούχου νατρίου. Ἕκαστον ἰὸν νατρίου περιβάλλεται ὑπὸ 6 ἰόντων χλωρίου καὶ ἀντιστρόφως.

Τὸ σχῆμα 545 δεικνύει τὴν ἐσωτερικὴν δομὴν ἑνὸς κρυστάλλου συμφώνως πρὸς τὰς νεωτέρας ἀντιλήψεις. Ὅλα τὰ μόρια διατίθενται ὁμοιομόρφως εἰς εὐθυγράμμους σειρὰς καὶ εἰς ἑκάστην σειρὰν ἐπαναλαμβάνονται αἱ αὐταὶ ἀποστάσεις. Ἓν τοιοῦτον συγκρότημα λέγομεν ὅτι ἀποτελεῖ φράγμα χώρου. Ἡ κανονικότης αὕτη δύναται νὰ δειχθῇ μὲ τὴν βοήθειαν τῶν ἀκτίνων Röntgen (Ραϊντγκεν).

Αἱ ἀκτῖνες Röntgen — ὡς φῶς ἀόρατον καὶ διεισδυτικὸν — δύνανται νὰ διαπεράσουν τὰ διάφορα σώματα καὶ νὰ καταστήσουν δευτερογενεῖς πηγὰς ἐκπομπῆς τὰ δομικὰ συστατικὰ αὐτῶν (μόρια, ἄτομα, ἢ ἄτομα φορτισμένα τὰ ἰόντα). Ἐὰν τὰ συστατικὰ ταῦτα ἔχουν κανονικὴν ἐν τῷ χώρῳ διάταξιν, τότε προκύπτουν, ἐπὶ φωτογραφικῆς πλακὸς ἢ φὶλμ καὶ ὑπὸ ὡρισμένας γωνίας, ὁμάδες κηλίδων ἢ γραμμῶν, ἐκ τῶν ὁποίων συνάγομεν τὸ εἶδος τοῦ κρυσταλλικοῦ συστήματος.

Σπανίως ὁλόκληρον τὸ σῶμα ἀποτελεῖται ἀπὸ ἕνα ἑνιαῖον κρύσταλλον, ἤτοι εἶναι μονοκρυσταλλικόν, ἀλλὰ ἀποτελεῖται, ὡς ἐπὶ τὸ πολύ, ἀπὸ πολὺ μικροτέρους κρυστάλλους, διαφόρου προσανατολισμοῦ, τὴν δὲ τοιαύτην ὑφὴν καλοῦμεν μικροκρυσταλλικήν. Οὐσίαι ἄνευ κρυσταλλικῆς ὑφῆς, εἰς τὰς ὁποίας δηλ. τὰ στοιχειώδη σωμάτια δὲν εἶναι κανονικῶς διατεταγμένα, ὡς π.χ. ἡ ὕαλος, τὸ βουλλοκέρι κλπ., καλοῦνται ἄμορφοι.

β) Ὑγρά. Ὅταν κρυσταλλικὸν σῶμα τήκεται, ἀπορροφᾷ ἐνέργειαν, διότι πράγματι διὰ νὰ τακῇ τὸ σῶμα πρέπει νὰ προσδώσωμεν εἰς αὐτὸ ἔξωθεν θερμότητα. Τὸ ποσὸν τοῦτο τῆς ἐνεργείας καταναλίσκεται διὰ τὴν ἐξουδετέρωσιν τοῦ μεταξὺ τῶν μορίων ὑφισταμένου συνδέσμου. Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου ἡ τάξις ἡ ὑπάρχουσα μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ σώματος ἐν στερεᾷ καταστάσει καταστρέφεται τελείως, ὁπότε παύει ἡ κατὰ κανονικὰς σειρὰς διάταξις τῶν μορίων καὶ ἡ κανονικότης τῶν ἀποστάσεων μεταξὺ αὐτῶν, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 546,β. Τὰ μόρια εἰς τὰ ὑγρὰ δύνανται εὐχερῶς νὰ μετατοπίζωνται, πάντως ὅμως συγκρατοῦνται ὑπὸ ἑλκτικῶν δυνάμεων, ἐκ τούτου δὲ δικαιολογεῖται ὅτι τὰ ὑγρὰ ἔχουν ὡρισμένον ὄγκον.



(α) (β) (γ)

Σχ. 546. (α) Τὰ στοιχειώδη δομικὰ συστατικὰ τῶν στερεῶν εἶναι κανονικῶς κατανεμημένα εἰς τὸν χῶρον, κατέχοντα ὡρισμένας θέσεις. (β) Τὰ μόρια τῶν ὑγρῶν δὲν κατέχουν ὡρισμένας θέσεις, ἀλλὰ δύνανται εὐχερῶς νὰ μετατοπίζωνται κατὰ μῆκος τῶν γειτονικῶν μορίων. (γ) Τὰ μόρια τῶν ἀερίων κινοῦνται ἀτάκτως.

γ) Ἀέρια. Διὰ τῆς ἐξαερώσεως ἑνὸς ὑγροῦ, ἤτοι διὰ τῆς μεταβάσεώς του ἐκ τῆς ὑγρᾶς εἰς τὴν ἀέριον κατάστασιν, διὰ προσδόσεως ἔξωθεν ἐνεργείας, ὑπερνικᾶται ἡ ἀμοιβαία ἕλξις τῶν μορίων. Τὰ μόρια τότε κινοῦνται μὲ μεγάλην ταχύτητα καί, ὡς ἐκ τούτου, καταλαμβάνουν ταχέως τὸν προσφερόμενον εἰς αὐτὰ ὄγκον. Μεταξὺ τῶν μορίων τῶν ἀερίων ὑφίστανται μεγάλα διάκενα (σχ. 546,γ), τὰ ὁποῖα εἶναι κατὰ πολὺ μεγαλύτερα ἀπὸ τὰς διαστάσεις τῶν μορίων.

270. Συνοχὴ καὶ συνάφεια.

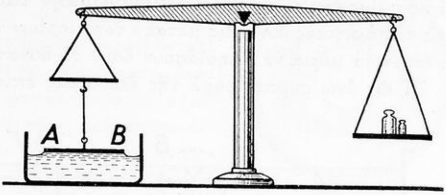
Ἐὰν θέλωμεν νὰ ὑποδιαιρέσωμεν ἓν σῶμα, δηλ. νὰ ἀποχωρίσωμεν τὰ μόρια (ἢ ἄτομα) αὐτοῦ, τὰ ὁποῖα εὑρίσκονται ἐπὶ μιᾶς ἐπιφανείας, αἰσθανόμεθα ὅτι τὸ σῶμα προβάλλει ἀντίστασιν. Τοῦτο ἄγει εἰς τὴν παραδοχήν, ὅτι μεταξὺ τῶν ἐλαχίστων τεμαχιδίων ἑνὸς σώματος ὑφίστανται ἑλκτικαὶ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι συγκρατοῦν αὐτά. Τὰς δυνάμεις αὐτάς, αἱ ὁποῖαι ἐμφανίζονται μεταξὺ ὁ μ ο ε ι δ ῶ ν μορίων, καλοῦμεν δυνάμεις συνοχῆς καὶ τὸ ἀποτέλεσμα αὐτῶν **συνοχὴν** τοῦ σώματος. Οὕτω, ἐὰν δύο πλάκας ὑαλίνας θέσωμεν εἰς στενὴν ἐπαφὴν καὶ θελήσωμεν ν' ἀποχωρίσωμεν ἀκολούθως αὐτάς, ἀπαιτεῖται νὰ καταβάλωμεν σημαντικὴν δύναμιν.

Ἡ συνοχὴ εἶναι μεγαλυτέρα, ὅταν τὸ σῶμα εὑρίσκεται εἰς στερεὰν κατάστασιν, ἐνῷ διὰ τὰ ὑγρὰ εἶναι μικροτέρα καὶ διὰ τὰ ἀέρια σχεδὸν ἀμελητέα.

Ἑλκτικαὶ μοριακαὶ δυνάμεις ἐμφανίζονται ἐπίσης καὶ μεταξὺ τῶν μορίων διαφόρων σωμάτων (ἑ τ ε ρ ο ε ι δ ῶ ν μορίων) καὶ καλοῦνται δ υ ν ά μ ε ι ς σ υ ν α φ ε ί α ς, τὸ δὲ ἀποτέλεσμα αὐτῶν καλεῖται **συνάφεια** τῶν σωμάτων. Οὕτω, λόγῳ τῆς συναφείας, συγκρατοῦνται τὰ μόρια τῆς κιμωλίας ἐπὶ τοῦ μαυροπίνακος κατὰ τὴν γραφήν, ὁ κονιορτὸς ἐπικάθηται ἐπὶ τῶν ἀντικειμένων, ὡς ἐπίσης λόγῳ τῆς συναφείας δυνάμεθα νὰ γράφωμεν διὰ μολυβδοκονδύλου ἢ διὰ μελάνης ἐπὶ τοῦ χάρτου. Λόγῳ τῆς συνοχῆς τῶν ὑγρῶν λειτουργεῖ καὶ ὁ σίφων, τὸν ὁποῖον περιεγράψαμεν εἰς τὴν § 223.

Ἡ συνάφεια ἐκδηλοῦται μεταξὺ στερεοῦ - στερεοῦ, μεταξὺ στερεοῦ - ὑγροῦ καὶ στερεοῦ - ἀερίου. Εἰς τὴν τελευταίαν ὅμως περίπτωσιν ἀντὶ τοῦ ὅρου συνάφεια χρησιμοποιεῖται ὁ ὅρος **προσρόφησις.**

Ἡ εἰς τὸ σχῆμα 547 εἰκονιζομένη διάταξις δεικνύει καὶ μετρεῖ πειραματικῶς τὴν συνάφειαν τῶν σωμάτων.



Σχ. 547. Λόγῳ τῶν δυνάμεων συναφείας, ὁ ὑάλινος δίσκος AB τοῦ ζυγοῦ συγκρατεῖται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.

Ἓν ὑγρόν, διὰ τὸ ὁποῖον ἡ συνάφεια πρὸς στερεὸν σῶμα εἶναι μεγαλυτέρα τῆς συνοχῆς μεταξὺ τῶν ὑγρῶν μορίων, καλεῖται δ ι α β ρ έ χ ο ν. Π.χ. τὸ ὕδωρ καὶ τὸ οἰνόπνευμα διαβρέχουν τὴν ὕαλον, ὁ ὑδράργυρος δὲν διαβρέχει τὴν ὕαλον, ἀλλὰ διαβρέχει τὸν χρυσόν.

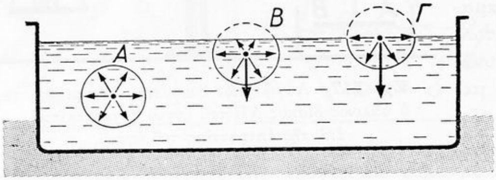
Αἱ δυνάμεις συνοχῆς καὶ συναφείας ἐκδηλοῦνται μόνον ὅταν τὰ μόρια εὑρίσκωνται εἰς μικρὰς ἀπ' ἀλλήλων ἀποστάσεις. Εἰς ἕκαστον μόριον ἀποδίδομεν σ φ α ῖ ρ α ν ἐ π ε ν ε ρ γ ε ί α ς αὐτοῦ, νοοῦμεν δὲ διὰ τοῦ ὅρου τούτου τὴν περιοχὴν τοῦ χώρου, πέριξ τοῦ ὁποίου ἐκδηλοῦται ἡ ἐπενέργεια τῆς μοριακῆς δυνάμεως. Ἡ σφαῖρα ἐπενεργείας εἶναι σφαῖρα ἀκτῖνος περίπου $5 \cdot 10^{-6}$ cm, δηλ. περίπου 50 διαμέτρων τοῦ μορίου. Πέραν τῆς ἀνωτέρω ἀποστάσεως αἱ δυνάμεις συνοχῆς καὶ συναφείας πρακτικῶς δὲν εἶναι ἀντιληπταί.

Ἐὰν π.χ. τὰς ἐπιφανείας θραύσεως τεμαχίου κιμωλίας ἢ ὑάλου φέρωμεν μὲ μεγάλην προσοχὴν εἰς ἐπαφὴν μεταξύ των, αὗται δὲν προσκολλῶνται σταθερῶς, διότι τὰ μόρια δὲν ἔχουν τοποθετηθῆ τόσον πλησίον μεταξύ των, ὥστε νὰ ἐκδηλωθοῦν αἱ δυνάμεις συνοχῆς κατὰ τὴν ἔκτασιν τῆς ἐπιφανείας θραύσεως. Ἐὰν ὅμως πληρώσωμεν τὸ διάκενον τοῦτο διὰ μιᾶς ὑγρᾶς συνδετικῆς οὐσίας, π.χ. κόλλας, τότε ἡ συνδετικὴ οὐσία διὰ τῶν μοριακῶν δυνάμεων ἀποκαθιστᾷ πάλιν τὴν μόνιμον συγκράτησιν τῶν δύο τεμαχίων. Ἀπαραίτητος δὲ ὅρος πρὸς ἐπιτυχίαν τούτου εἶναι, ὅτι ἡ συνδετικὴ οὐσία πρέπει νὰ διαβρέχῃ καλῶς τὴν ἐπιφάνειαν θραύσεως.

Τὰ μεταξὺ τῶν μορίων ὑπάρχοντα διάκενα εἶναι δυνατόν, εἰς τὴν περίπτωσιν στερεῶν καὶ ὑγρῶν σωμάτων, δι' ἐξασκήσεως μεγάλων δυνάμεων πιέσεως, νὰ ἐλαττωθοῦν ὀλίγον. Ὡς ἐκ τοῦ λόγου τούτου, πρέπει νὰ συμπεράνωμεν ὅτι μεταξὺ τῶν μορίων τῶν σωμάτων ἐπενεργοῦν ἐπίσης ἀ π ω σ τ ι κ α ὶ δ υ ν ά μ ε ι ς, αἱ ὁποῖαι διὰ μικρὰς ἀποστάσεις τῶν μορίων καθίστανται ἀνώτεραι τῶν ἑλκτικῶν μοριακῶν δυνάμεων.

271. Ἐπιφανειακὴ τάσις. Μέχρι τοῦδε ἐθεωρήσαμεν τὰ ὑγρὰ ὡς σώματα μὴ ἔχοντα ὡρισμένον σχῆμα, ἤτοι μὴ ἔχοντα ἐλαστικότητα σχήματος. Ἐν τούτοις, ἐὰν παρατηρήσωμεν μικρὰς μάζας ὑγροῦ, βλέπομεν ὅτι αὗται τείνουν ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον νὰ λάβουν σφαιρικὸν σχῆμα. Τὸ φαινόμενον τοῦτο, ὡς καὶ ἄλλα ἀνάλογα, μᾶς δεικνύει ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῶν ὑγρῶν ἔχει ἰδιότητας ἐντελῶς παρομοίας πρὸς τὰς ἰδιότητας ἐλαστικῆς μεμβράνης, ἡ ὁποία τείνει νὰ συσταλῇ, ὥστε τὸ ἐμβαδὸν αὐτῆς, ὑπὸ τὰς δεδομένας συνθήκας, νὰ γίνῃ ἐλάχιστον. Τὴν τάσιν ταύτην τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὑγροῦ καλοῦμεν **ἐπιφανειακὴν τάσιν.** Ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις ὀφείλεται εἰς τὰς ἑλκτικὰς δυνάμεις μεταξὺ τῶν μορίων τῶν ὑγρῶν, αἱ ὁποῖαι τείνουν νὰ ἀναγκάσουν τὰ μόρια νὰ πλησιάσουν ὅσον τὸ δυνατὸν περισσότερον μεταξύ των.

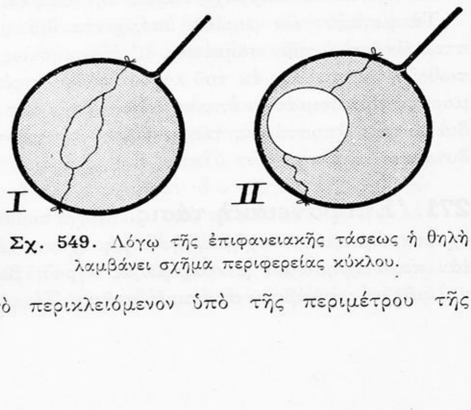
Ἡ ὡς ἄνω συμπεριφορὰ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὑγροῦ ἐξηγεῖται ἐπὶ τῇ βάσει τῶν μοριακῶν δυνάμεων ὡς ἑξῆς. Ἐξετάσωμεν ἓν μόριον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, ὡς τὸ Α (σχ. 548). Εἶναι φανερὸν ὅτι τὸ μόριον τοῦτο θὰ ὑφίσταται ἐκ μέρους τῶν γειτονικῶν του μορίων μοριακὰς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ὅμως ἐξουδετεροῦνται ἀμοιβαίως. Ἐὰν ὅμως ἐξετάσωμεν ἕτερον μόριον Γ εὑρισκόμενον ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, εἶναι πρόδηλον ὅτι, ἐπειδὴ ἄνωθεν αὐτοῦ δὲν ὑφίστανται μόρια ὑγροῦ, αἱ μοριακαὶ δυνάμεις, αἱ ἐξασκούμεναι ἐπ' αὐτοῦ ὑπὸ τῶν κάτωθεν αὐτοῦ εὑρισκομένων μορίων, δὲν ἐξουδετεροῦνται, ἀλλὰ παρέχουν συνισταμένην διευθυνομένην πρὸς τὰ κάτω καὶ καθέτως πρὸς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ, ἐνῷ διὰ τὸ μόριον Β ἡ δύναμις αὕτη εἶναι μικροτέρα ἢ εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ Γ. Οὕτω, μόριον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ὑγροῦ ἐγκλείει μεγαλυτέραν δυναμικὴν ἐνέργειαν ἀπὸ μόριον εὑρισκόμενον ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ, διότι διὰ νὰ ἀποσπασθῇ μόριον ἐκ τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ ἀπαιτεῖται κατανάλωσις ἔργου.



Σχ. 548. Μοριακαὶ δυνάμεις ἐπενεργοῦσαι ἐπὶ μορίου εὑρισκομένου εἰς διαφορετικὰς ἀποστάσεις ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὑγροῦ.

Ὅταν ὅμως ὑγρὸν εὑρίσκεται εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, πρέπει νὰ ἔχῃ τὴν ἐλαχίστην δυναμικὴν ἐνέργειαν, συνυπολογιζομένης ἐν αὐτῇ καὶ τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας τῶν ἐπιφανειακῶν μορίων. Εἶναι δὲ φανερὸν ὅτι ἡ ἐπιφανειακὴ ἐνέργεια ἔχει τόσον μικροτέραν τιμήν, ὅσον ὀλιγώτερα μόρια εὑρίσκονται ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ἤτοι ὅσον μικροτέραν ἔκτασιν ἔχει αὕτη. Τὴν ἐπιφανειακὴν τάσιν δεικνύομεν διὰ τῶν ἀκολούθων πειραμάτων.

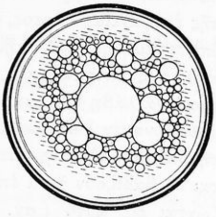
1. Ἐπὶ μεταλλικοῦ δακτυλίου (σχ. 549) διὰ βυθίσεως αὐτοῦ ἐντὸς διαλύματος σάπωνος σχηματίζομεν ἐπ' αὐτοῦ ὑγρὰν μεμβράνην (Ι). Ἐὰν ἐπὶ τῆς ὑγρᾶς μεμβράνης τοποθετήσωμεν θηλὴν ἐκ νήματος καὶ ἀκολούθως μετὰ προσοχῆς θραύσωμεν τὸ μέρος τῆς μεμβράνης τὸ περικλειόμενον ὑπὸ τῆς περιμέτρου τῆς



Σχ. 549. Λόγῳ τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως ἡ θηλὴ λαμβάνει σχῆμα περιφερείας κύκλου.

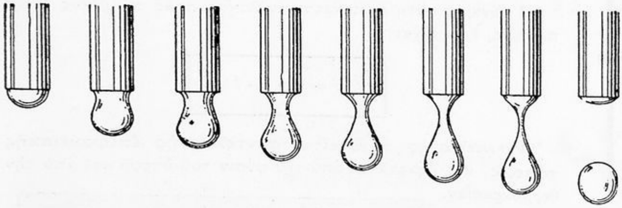
θηλῆς, αὕτη λαμβάνει κανονικώτατον σχῆμα περιφερείας κύκλου (II).

2. Ἐντὸς ὑαλίνου δοχείου (ὕαλος ὡρολογίου) θέτομεν μικρὰν ποσότητα ἀραιοῦ θειικοῦ ὀξέος καὶ ἀκολούθως διὰ σταγονομετρικοῦ φιαλιδίου ρίπτομεν κατὰ σταγόνας μικρὰν ποσότητα ὑδραργύρου, ὅτε ὁ ὑδράργυρος σχηματίζει πολυάριθμα μικρὰ σταγονίδια (σχ. 550), τὰ ὁποῖα βαθμηδὸν συνενοῦνται πρὸς μίαν μεγάλην σφαιρικὴν σταγόνα. Πράγματι, διὰ δεδομένην ποσότητα ὑδραργύρου, ἡ μεγάλη σφαῖρα ἔχει μικροτέραν ἐπιφάνειαν ἢ τὸ σύνολον τῶν πολυαρίθμων σταγονιδίων ὑδραργύρου. Ἐξ ἄλλου εἶναι γνωστὸν ἐκ τῆς Γεωμετρίας, ὅτι ἐξ ὅλων τῶν ἐπιφανειῶν, αἱ ὁποῖαι περικλείουν τὸν αὐτὸν ὄγκον, ἡ ἐλαχίστη εἶναι ἡ ἐπιφάνεια σφαίρας.



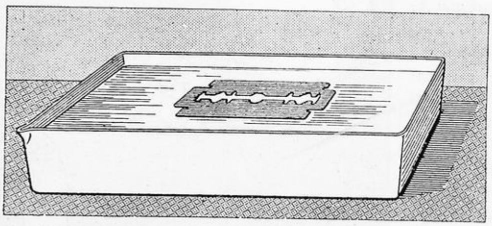
Σχ. 550. Σταγονίδια ὑδραργύρου.

Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου, ἐλευθέρως αἰωρούμενα μικρὰ σταγονίδια λαμβάνουν σχῆμα σφαιρικόν, διότι ὑπὸ δεδομένον ὄγκον ἔχουν τὴν ἐλαχίστην ἐπιφάνειαν. Διὰ τὸν αὐτὸν λόγον, ὅταν μᾶζα ἐλαίου τίθεται ἐντὸς τῆς μάζης ἰσοπύκνου μείγματος ἐξ ὕδατος καὶ οἰνοπνεύματος, ὅτε τὸ βάρος αὐτῆς ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς ἀνώσεως, λαμβάνει ἐν καταστάσει ἰσορροπίας ἀφ' ἑαυτῆς σχῆμα σφαιρικόν. Ὁμοίως ἐξηγεῖται ἡ αὐτοσμίκρυνσις πομφόλυγος σάπωνος.

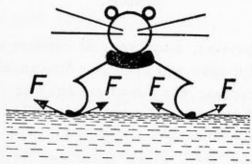


Σχ. 551. Διαδοχικὰ στάδια σχηματισμοῦ σταγόνος.

Τὸ ὑγρὸν ἐξερχόμενον ἐκ τῆς ὀπῆς σιφωνίου (σταγονομέτρου) συγκρατεῖται εἰς τὸ κάτω ἄκρον του λόγῳ τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως, ἐφ' ὅσον ἡ ποσότης αὐτοῦ εἶναι μικρά. Ὅταν ὅμως ἡ ποσότης τοῦ ὑγροῦ, διαρκῶς αὐξανομένη, ἀποκτήσῃ βάρος μὴ δυνάμενον πλέον νὰ συγκρατηθῇ ὑπὸ τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως, ἀποσπᾶται ἐκ τοῦ σιφωνίου καὶ πίπτει ὑπὸ μορφὴν σταγόνος (σχ. 551).



Σχ. 552. Συγκράτησις λεπίδος ἐπὶ ἐπιφανείας ὕδατος.



Σχ. 553. Τὸ βάρος τοῦ ἐντόμου ἐξουδετεροῦται ἐκ τῆς πρὸς τὰ ἄνω συνισταμένης τῶν δυνάμεων F, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἐφαπτομενικαὶ ὡς πρὸς τὴν παραμορφουμένην ἐπιφάνειαν.

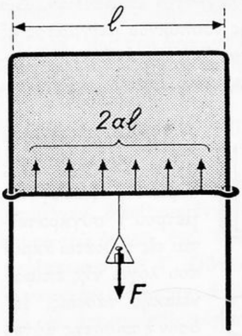
Αἱ σταγόνες θὰ εἶναι τόσον μεγαλύτεραι, ὅσον μεγαλυτέρα θὰ εἶναι ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις τοῦ ὑγροῦ.

3. Ἐὰν θέσωμεν λεπτὴν ξυριστικὴν λεπίδα μετὰ προσοχῆς καὶ ὁριζοντίως ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ὕδατος, αὕτη παραμένει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος, ὡς ἐὰν ἐτίθετο ἐπὶ τεταμένης ἐλαστικῆς μεμβράνης (σχ. 552). Τοῦτο ἐξηγεῖται ἐκ τοῦ ὅτι συνεπείᾳ τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως ἡ ἐλευθέρα κυρτὴ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ δεικνύει τάσιν νὰ λάβῃ τὴν μικροτέραν κατὰ τὸ δυνατὸν ἔκτασιν καὶ ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς λεπίδος μίαν δύναμιν διευθυνομένην πρὸς τὰ ἄνω, ἡ ὁποία ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νὰ συγκρατῇ τὴν λεπίδα. Εἰς τὴν ἐπιφανειακὴν τάσιν ὀφείλεται ἐπίσης ὅτι διάφορα ἔντομα δύνανται νὰ βαδίζουν ἢ νὰ ἐπιπλέουν ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὕδατος χωρὶς νὰ βυθίζωνται εἰς αὐτὸ (σχ. 553).

272. Συντελεστὴς ἐπιφανειακῆς τάσεως. Ὀρθογώνιον πλαίσιον ἐκ σύρματος ἐξ ἐλαφροῦ μετάλλου ἔχει τὴν μίαν τῶν πλευρῶν αὐτοῦ κινητὴν (σχ. 554) καὶ ἐντὸς τοῦ ὀρθογωνίου πλαισίου σχηματίζομεν ὑμένιον ἀπὸ διάλυμα σάπωνος. Λόγῳ ὅμως τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὑμενίου ἐλαττοῦται καὶ οὕτω παρασύρει τὴν κινητὴν πλευρὰν τοῦ πλαισίου. Πρὸς διατήρησιν τῆς κινητῆς πλευρᾶς τοῦ πλαισίου εἰς τὴν ἀρχικήν της θέσιν, πρέπει νὰ ἐπενεργήσῃ καθέτως ἐπ' αὐτῆς δύναμις. Τὴν δύναμιν ταύτην εἶναι δυνατὸν νὰ μετρήσωμεν ἐκ τοῦ βάρους σταθμῶν, τὰ ὁποῖα ἀπαιτοῦνται διὰ τὴν ἀντιστάθμισιν αὐτῆς.

Ἡ δύναμις αὕτη εὑρίσκεται ἀνάλογος πρὸς τὸ μῆκος l τῆς πλευρᾶς, ἤτοι εἶναι :

$$\boxed{F = 2 \cdot \alpha \cdot l}$$



Σχ. 554. Διάταξις διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως.

Ὁ συντελεστὴς α καλεῖται **συντελεστὴς ἐπιφανειακῆς τάσεως** καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ὑγροῦ καὶ ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν.

Ὁ παράγων 2 τίθεται, διότι τὸ ὑμένιον ἔχει δύο ἐπιφανείας, ἀμφότεραι δὲ τείνουν νὰ ἐλαττώσουν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὑμενίου, διπλασιαζομένης τοιουτοτρόπως τῆς δυνάμεως ἐπὶ τῆς πλευρᾶς l. Οὕτω διὰ τὸ ὕδωρ ἔχομεν εἰς 20 °C $\alpha = 72{,}8$ dyn/cm, εἰς 90 °C $\alpha = 62{,}9$ dyn/cm, διὰ τὸν ὑδράργυρον εἰς 20 °C εἶναι $\alpha = 500$ dyn/cm καὶ διὰ τὸ οἰνόπνευμα εἰς 20 °C εἶναι $\alpha = 22$ dyn/cm.

Σχ. 555. Ἐκ τῆς πομφόλυγος προέρχεται ῥεῦμα ἀέρος.

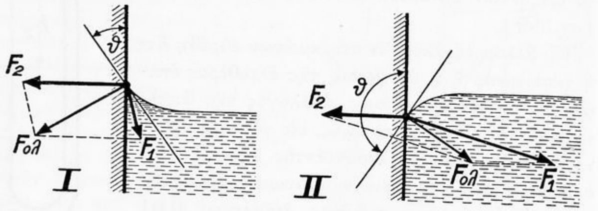
***273. Πομφόλυγες. Σταγόνες.** Τὰ φαινόμενα τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως καὶ αἱ ἐξ αὐτῆς προκύπτουσαι ἰδιότητες τῆς ἐπιφανείας ὑγροῦ συμπεριφερομένης ὡς ἐλαστικοῦ ὑμενίου, ἔχουν βασικὴν σημασίαν διὰ τὸν σχηματισμὸν πομφολύγων καὶ ἐν γένει σχηματισμὸν ἀφροῦ.

Ἐπειδὴ π.χ. τὸ διάλυμα σάπωνος ἔχει συντελεστὴν ἐπιφανειακῆς τάσεως τὸ τρίτον περίπου τῆς τιμῆς διὰ τὸ καθαρὸν ὕδωρ, σχηματίζονται εὐκόλως πομφόλυγες (σαπουνόφουσκες) μὴ συρρικνούμεναι ἀμέσως πρὸς σχηματισμὸν σταγονιδίων, ὡς θὰ συνέβαινεν ἐὰν εἴχομεν ὑγρὸν μεγάλης ἐπιφανειακῆς τάσεως, π.χ. καθαρὸν ὕδωρ ἢ ὑδράργυρον.

Προκειμένου περὶ πομφολύγων, ἔχει διαπιστωθῆ ηὐξημένη πίεσις ἐντὸς αὐτῶν, μάλιστα δὲ τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ ἀκτίς των (σχ. 555). Ἐξ ἄλλου κάθε ρύπανσις τῆς ἐπιφανείας καθαροῦ ὑγροῦ, π.χ. ὕδατος, δι' ἐλαίου, προκαλεῖ συνολικῶς αὔξησιν τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως. Διὰ τοῦτο λεπτότατον στρῶμα (ὑμένιον) ἐλαίου ἐπὶ τῆς θαλάσσης μειώνει αἰσθητῶς τὸν κυματισμὸν αὐτῆς καὶ τὸν σχηματισμὸν ἀφροῦ, διότι ἀπαιτεῖται πρόσθετος ἐνέργεια διὰ τὴν αὔξησιν τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης (ἀπὸ ὁριζοντίας εἰς κυματοειδῆ) ἐν σχέσει πρὸς τὴν τῆς καθαρᾶς θαλάσσης.

Σήμερον ὑπάρχουν πολλὰ βιομηχανικῆς καὶ οἰκιακῆς χρήσεως χημικὰ παρασκευάσματα, ἄλλα τῶν ὁποίων προκαλοῦν ἀφρισμὸν τοῦ ὕδατος καὶ ταχεῖαν διαβροχὴν τῶν πρὸς καθαρισμὸν ἀντικειμένων, ἐνῷ ἄλλα δημιουργοῦν ἰσχυρὰς δυνάμεις μὴ διαβροχῆς.

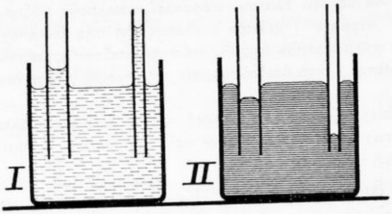
274. Ὑγρὰ διαβρέχοντα καὶ μὴ διαβρέχοντα. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ἐὰν ἐμβαπτίσωμεν ὑαλίνην πλάκα ἐντὸς ὕδατος καὶ ἀνασύρωμεν ἐκ νέου αὐτήν, τὸ ὕδωρ διαβρέχει τὴν ὕαλον. Τὸ φαινόμενον τοῦτο, τὸ ὁποῖον καλεῖται **τριχοειδὲς** (ἢ **τριχοειδικὸν**) φαινόμενον, ἐξηγεῖται διὰ τῆς παραδοχῆς ὅτι αἱ δυνάμεις συναφείας μεταξὺ τῶν μορίων ὑάλου καὶ ὕδατος εἶναι μεγαλύτεραι τῶν δυνάμεων συνοχῆς μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ ὕδατος. Ἐὰν ὅμως τὸ αὐτὸ πείραμα ἐκτελέσωμεν διὰ βυθίσεως τῆς ὑαλίνης πλακὸς ἐντὸς ὑδραργύρου, τότε παρατηροῦμεν ὅτι ὁ ὑδράργυρος δὲν προσκολλᾶται ἐπὶ τῆς πλακός, διότι οὗτος δὲν διαβρέχει τὴν ὕαλον καί, ἑπομένως, αἱ δυνάμεις συνοχῆς μεταξὺ τῶν μορίων ὑδραργύρου εἶναι μεγαλύτεραι τῶν δυνάμεων συναφείας μεταξὺ τῶν μορίων ὑδραργύρου καὶ ὑάλου.



Σχ. 556. Συνθήκη ἰσορροπίας ὑγροῦ πλησίον τῆς παρειᾶς τοῦ περιέχοντος δοχείου.

Ἡ μορφὴ τὴν ὁποίαν λαμβάνει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ ἐκεῖ ὅπου συναντᾷ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ στερεοῦ (σχ. 556), ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν διεύθυνσιν τῆς συνισταμένης $F_{ολ}$ τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται ἐπὶ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ. Ἡ συνισταμένη αὕτη πρέπει, ἐφ' ὅσον τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, νὰ εἶναι πάντοτε κάθετος ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν. Ἐὰν καλέσωμεν F_1 τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπί τινος μορίου τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὑπὸ τῶν ὑπολοίπων μορίων τοῦ ὑγροῦ, καὶ F_2 τὴν δύναμιν συναφείας, τὴν ὁποίαν ἐξασκοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ μορίου τὰ μόρια τοῦ στερεοῦ, τότε, ἀναλόγως τῆς τιμῆς τῶν δύο αὐτῶν δυνάμεων, ἡ συνισταμένη αὐτῶν $F_{ολ}$ θὰ ἔχῃ διεύθυνσιν εἴτε πρὸς τὸ μέρος τοῦ στερεοῦ (I), εἴτε πρὸς τὸ μέρος τοῦ ὑγροῦ (II). Οὕτω σχηματίζεται γωνία θ, καλουμένη γωνία συνεπαφῆς, ἡ ὁποία εἶναι ὀξεῖα ἢ ἀμβλεῖα, ἀναλόγως τοῦ ἂν τὸ ὑγρὸν διαβρέχῃ ἢ ὄχι τὸ στερεόν.

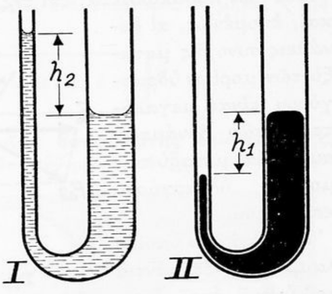
275. Συμπεριφορὰ ὑγροῦ ἐντὸς τριχοειδοῦς σωλῆνος. Τὰ τριχοειδῆ φαινόμενα προκαλοῦν μεταβολὴν τοῦ ὕψους τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς στενοῦ (τριχοειδοῦς) σωλῆνος, φαίνεται δὲ ἐκ πρώτης ὄψεως ὅτι ἀντιτίθενται εἰς τὰς ἀρχὰς τῆς Ὑδροστατικῆς. Τοῦτο ὅμως, ὡς ἐξηγήσαμεν ἀνωτέρω, συμβαίνει ἐκ τοῦ ὅτι ἡ συνοχὴ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ εἶναι μικροτέρα ἢ μεγαλυτέρα τῆς συναφείας τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ πρὸς τὰ μόρια τοῦ ὑαλίνου σωλῆνος. Καὶ ὅταν μὲν τὸ ὑγρὸν διαβρέχῃ τὸν σωλῆνα, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἀνέρχεται, σχηματίζουσα κοῖλον μηνίσκον (σχ. 557), ἐνῷ ἀντιθέτως, ὅταν ὁ σωλὴν δὲν διαβρέχεται ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια κατέρχεται, σχηματίζουσα κυρτὸν μηνίσκον (σχ. 558).



Σχ. 557. **Σχ. 558.**
Ἀνύψωσις ὕδατος καὶ ταπείνωσις ὑδραργύρου ἐντὸς τριχοειδῶν σωλήνων.

Ἐπίσης, ἐὰν εἰς σύστημα δύο συγκοινωνούντων σωλήνων, ἐκ τῶν ὁποίων ὁ εἷς ἔχει διάμετρον λίαν μικράν, θέσωμεν ὕδωρ ἢ ἄλλο ὑγρόν, παρατηροῦμεν, ὅταν ἀποκατασταθῇ ἡ ἰσορροπία, ὅτι ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ δὲν εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον εἰς τοὺς δύο σωλῆνας (σχ. 559).

Ἐξ ἄλλου ἐξ ἀκριβῶν πειραμάτων εὑρέθη ὅτι ἡ ταπείνωσις ἢ ἡ ἀνύψωσις τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος τοῦ σωλῆνος καὶ τὸ ὕψος, εἰς τὸ ὁποῖον δύνανται τὰ ὑγρὰ νὰ ἀνέλθουν ἐντὸς λίαν λεπτῶν σωλήνων, εἶναι σημαντικόν. Οὕτω τὸ ὕδωρ δύναται ἐντὸς ὑαλίνου σωλῆνος διαμέτρου 0,01 mm νὰ φθάσῃ εἰς ὕψος περίπου 3,5 m.



Σχ. 559. Συμπεριφορὰ ὕδατος καὶ ὑδραργύρου ἐντὸς τριχοειδοῦς σωλῆνος.

Πλεῖστα ὅσα βιολογικὰ φαινόμενα, ὡς καὶ ἐκ τοῦ καθ' ἡμέραν βίου, ἐξηγοῦνται διὰ τῶν τριχοειδῶν φαινομένων.

***276. Διαλύματα.** Πολλὰ στερεὰ σώματα τιθέμενα ἐντὸς διαφόρων ὑγρῶν βαθμηδὸν ἐξαφανίζονται, ἀλλ' ἡ παρουσία τῶν μορίων τοῦ στερεοῦ σώματος ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ δύναται νὰ ἐξακριβωθῇ διὰ διαφόρων μέσων. Οὕτω, ἐὰν ἐντὸς ποτηρίου περιέχοντος ὕδωρ θέσωμεν ποσότητα μαγειρικοῦ ἅλατος, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ στερεὸν ἅλας ἐξαφανίζεται κατανεμόμενον ὁμοιομόρφως ἐντὸς τοῦ ὕδατος (διάλυσις), διὰ τῆς γεύσεως ὅμως δυνάμεθα νὰ ἐξακριβώσωμεν τὴν παρουσίαν τῶν μορίων αὐτοῦ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ. Τὸ ὡς ἄνω προκῦπτον ὁμοιογενὲς ὑγρὸν καλεῖται **διάλυμα.**

Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν νὰ προσθέτωμεν εἰς τὸ ὕδωρ μαγειρικὸν ἅλας, παρατηροῦμεν ὅτι ἐπέρχεται στιγμὴ κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ προστιθέμενον ἅλας παραμένει ἀδιάλυτον. Τὸ διάλυμα καλεῖται τότε **κεκορεσμένον.** Ἐὰν ὅμως αὐξήσωμεν τὴν θερμοκρασίαν τοῦ κεκορεσμένου διαλύματος, τὸ διάλυμα γίνεται **ἀκόρεστον** καὶ δυνάμεθα οὕτω νὰ προσθέσωμεν νέαν ποσότητα μαγειρικοῦ ἅλατος, ἡ ὁποία νὰ διαλυθῇ. Ὁπωσδήποτε ὅμως θὰ φθάσωμεν πάλιν εἰς νέαν κατάστασιν κόρου, ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τὴν θεωρουμένην θερμοκρασίαν. Ἐὰν ἀντιστρόφως ψύξωμεν τὸ κεκορεσμένον διάλυμα μέχρι τῆς ἀρχικῆς του θερμοκρασίας, τότε θὰ ἀποβληθῇ ἐκ τοῦ διαλύματος στερεὸν ἅλας, εἰς τρόπον ὥστε τὸ διάλυμα θὰ διατηρήσῃ τὴν ἑκατοστιαίαν σύνθεσιν εἰς ὕδωρ καὶ ἅλας, τὴν ὁποίαν εἶχε πρὸ τῆς θερμάνσεως.

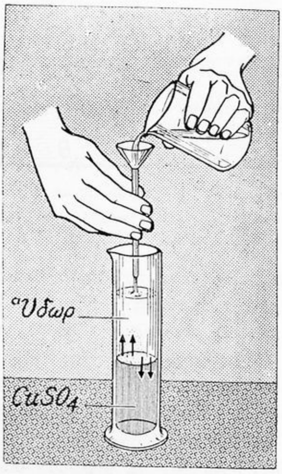
Ἐὰν ἀντὶ μαγειρικοῦ ἅλατος διαλύσωμεν σάκχαρον, ὁ κορεσμὸς θὰ ἐπέλθῃ ὅταν ρίψωμεν διάφορον ποσότητα. Τὸ ὅριον τοῦτο καλεῖται **διαλυτότης** (ἢ συντελεστὴς διαλυτότητος) τῆς οὐσίας, ἐκφράζεται δὲ εἰς γραμμάρια οὐσίας ἀνὰ γραμμάριον ὕδατος, εἴτε εἰς γραμμάρια οὐσίας ἀνὰ μονάδα ὄγκου ὕδατος. Αἱ τιμαὶ τῆς διαλυτότητος τῶν διαφόρων οὐσιῶν παρέχονται ἀπὸ πίνακας σταθερῶν.

Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω διαλυμάτων, διακρίνομεν καὶ διαλύματα στερεῶν ἐντὸς στερεῶν, τὰ ὁποῖα καλοῦνται στερεὰ διαλύματα, εἶναι δὲ ταῦτα γνωστὰ κυρίως εἰς τοὺς μεταλλουργούς. Οὕτω τὸ μέταλλον τῶν ἀργυρῶν νομισμάτων εἶναι στερεὸν διάλυμα 90 % ἀργύρου καὶ 10 % χαλκοῦ, τῶν χρυσῶν 90 % χρυσοῦ καὶ 10 % χαλκοῦ κ.ο.κ. Συνήθως τὰ ἀνωτέρω στερεὰ διαλύματα καλοῦνται **κράματα**.

***277. Κολλοειδῆ διαλύματα. Γαλακτώματα.** Εἰς τὰ ἀνωτέρω διαλύματα τὸ διαλελυμένον σῶμα ἀποχωρίζεται εἰς τὰ μόριά του, τὰ ὁποῖα κινοῦνται ἐλευθέρως μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ διαλυτικοῦ μέσου καὶ διανέμονται μεταξύ των. Τοῦτο συνάγεται ἐκ τοῦ ὅτι ὁ τελικὸς ὄγκος τοῦ διαλύματος, π.χ. ἅλατος καὶ ὕδατος, δὲν εἶναι ἴσος πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ὄγκων τῶν συστατικῶν τοῦ διαλύματος. Ἐκ τούτου συμπεραίνομεν ὅτι τὰ μόρια, π.χ. τῶν ὑγρῶν, δὲν ἐφάπτονται ἀλλήλων, ἀλλὰ μεταξύ των ὑφίστανται διάκενα (πόροι).

Ὑπάρχουν ὅμως περιπτώσεις, εἰς τὰς ὁποίας τὸ διαλυόμενον σῶμα ἐντὸς διαλυτικοῦ μέσου δὲν εὑρίσκεται ὑπὸ μοριακὴν μορφήν, ὅπως εἰς τὰ πραγματικὰ διαλύματα, ἀλλὰ ὑπὸ μορφὴν μοριακῶν συγκροτημάτων (κόκκων). Τοιαῦτα διαλύματα καλοῦνται **κολλοειδῆ διαλύματα**. Τὰ μοριακὰ ταῦτα συγκροτήματα ἀπαρτίζονται συνήθως ἀπὸ 10 ἕως 1000 μόρια καὶ ὀνομάζονται μικκύλα. Καίτοι τὰ μικκύλα εἶναι ἀόρατα, τὰ διαλύματα τῶν κολλοειδῶν εἶναι θολά. Πλεῖστα ἐκ τῶν σωμάτων, ὡς τὸ ἄμυλον, τὸ κόμμι, ἡ ζελατίνα, δύνανται νὰ τεθοῦν ὑπὸ κολλοειδῆ κατάστασιν.

Ὅταν ἡ ἐν διαλύσει οὐσία εἶναι κατ' ἀρχὰς ὑγρά, ὁπότε ἔχομεν σταγονίδια ἐν αἰωρήσει ἀντὶ κόκκων, τότε τὸ διάλυμα καλεῖται **γαλάκτωμα**. Οὕτω, ἐὰν ἀναταράξωμεν ζωηρῶς μεῖγμα ἐλαίου καὶ ὕδατος, λαμβάνομεν τελικῶς ἓν θολὸν ὑγρόν, εἰς τὸ ὁποῖον τὰ σταγονίδια τοῦ ἐλαίου εἶναι μεμειγμένα μὲ σταγονίδια τοῦ ὕδατος. Τόσον τὰ κολλοειδῆ, ὅσον καὶ τὰ γαλακτώματα δὲν εἶναι σταθερά, ἀλλὰ σὺν τῷ χρόνῳ διαχωρίζονται εἰς τὰ συστατικά των. Ἐὰν π.χ. τὸ γάλα ἀφεθῇ ἐν ἠρεμίᾳ, χωρίζεται εἰς δύο στιβάδας, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μὲν μία συνίσταται ἐκ λίπους, ἡ δὲ ἄλλη ἀποτελεῖται ἐξ ὕδατος καὶ ἄλλων διαλυτῶν συστατικῶν τοῦ γάλακτος. Πρὸς σταθεροποίησιν ἀπαιτεῖται ἡ παρουσία ἄλλου ὑλικοῦ, ὡς εἶναι π.χ. τὸ λεύκωμα τὸ εὑρισκόμενον ἐντὸς τοῦ γάλακτος.



Σχ. 560. Διάχυσις μεταξὺ δύο ὑγρῶν.

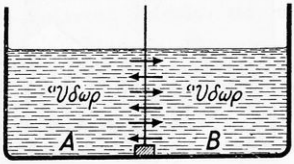
Τὰ κολλοειδῆ εἶναι ἐξόχως διαδεδομένα, τόσον εἰς τὸν ὠργανωμένον κόσμον, ὅσον καὶ μεταξὺ τῶν πρώτων ὑλῶν καὶ τῶν προϊόντων τῆς βιομηχανίας. Πολλαὶ βιομηχανίαι, ὅπως ἡ βαφικὴ καὶ ἡ βυρσοδεψία, στηρίζονται ἐπὶ τῆς χημείας τῶν κολλοειδῶν, ἡ δὲ γνῶσις τῶν ἰδιοτήτων των εἶναι ἀπαραίτητος εἰς τὴν παρασκευὴν φωτογραφικῶν πλακῶν, συγκολλητικῶν οὐσιῶν, φαρμάκων, λιπασμάτων κλπ.

***278. Διάχυσις ὑγρῶν.** Ὅταν μικρὰν ποσότητα κυανοῦ ὑδατικοῦ διαλύματος θειικοῦ χαλκοῦ θέσωμεν εἰς τὸν πυθμένα ὑαλίνου κυλίνδρου καὶ τῇ βοηθείᾳ χωνίου πληρώσωμεν μετὰ προσοχῆς τὸ ὑπόλοιπον τοῦ κυλίνδρου δι' ὕδατος χωρὶς νὰ προκαλέσωμεν ἀνατάραξιν, βλέπομεν ὅτι τὸ διάλυμα τοῦ θειικοῦ χαλκοῦ ὡς πυκνότερον παραμένει εἰς τὸν πυθμένα καὶ τὸ ὕδωρ χωρίζεται ἀπὸ τοῦ θειικοῦ χαλκοῦ διὰ σαφῶς διακρινομένης ὁρικῆς ἐπιφανείας (σχ. 560). Ἐὰν ἀφήσωμεν ὅμως τὸν κύλινδρον εἰς ἤρεμον χῶρον, παρατηροῦμεν μετά τινα χρόνον ἐκ τοῦ ἀναφαινομένου χρωματισμοῦ ὅτι τὰ μόρια τοῦ θειικοῦ χαλκοῦ φέρονται πρὸς τὰ ἄνω καὶ μετὰ παρέλευσιν ἀρκετῶν μηνῶν ἅπαν τὸ ὑγρὸν ἐν τῷ κυλίνδρῳ ἔχει κυανοῦν χρωματισμόν. Ἡ ὡς ἄνω εἰσχώρησις τῶν μορίων τοῦ θειικοῦ χαλκοῦ ἐντὸς τοῦ ὕδατος εἶναι ἄμεσος συνέπεια τῆς κινήσεως τῶν μορίων αὐτοῦ.

Τὸ ἀνωτέρω φαινόμενον καλεῖται **διάχυσις** καί, προκειμένου περὶ θειικοῦ χαλκοῦ καὶ ὕδατος, ἡ ταχύτης τῆς διαχύσεως εἶναι μικρά, διότι τὰ μόρια τοῦ ὕδατος εὑρίσκονται λίαν πλησίον ἀλλήλων καὶ οὕτω παρακωλύουν μεγάλως τὴν κίνησιν τῶν μορίων τοῦ χαλκοῦ.

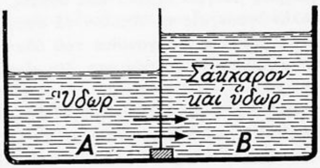
Τὸ φαινόμενον τῆς διαχύσεως παρατηρεῖται καὶ μεταξὺ δύο στερεῶν, ἡ παραγωγὴ ὅμως τούτου εἶναι δυσχερεστέρα, διότι τὰ ἄτομα αὐτῶν δὲν δύνανται νὰ κινοῦνται ἐλευθέρως, ἀλλ' ἐκτελοῦν κίνησιν ταλαντώσεων μόνον περὶ τὴν θέσιν ἰσορροπίας αὐτῶν. Ἐν τούτοις παρατηρεῖται ὅτι, ἐὰν λεπτὸν φύλλον χρυσοῦ τοποθετηθῇ ἐπὶ τεμαχίου μολύβδου καὶ τὸ σύνολον θερμανθῇ, ὁ χρυσὸς εἰσχωρεῖ βραδύτατα ἐντὸς τοῦ μολύβδου.

279. Ὤσμωσις καὶ διαπίδυσις. Θεωρήσωμεν ὅτι ἐντὸς τοῦ δοχείου (σχ. 561) θέτομεν ὕδωρ καὶ διαχωρίζομεν τὸ δοχεῖον εἰς δύο διαμερίσματα τῇ βοηθείᾳ διαφράγματος (π.χ. ἡμιπερατῆς μεμβράνης), διὰ τοῦ ὁποίου δύναται εὐχερῶς τὸ ὕδωρ νὰ διέρχεται. Ἐὰν ἀκολούθως χρωματίσωμεν τὸ ὕδωρ τοῦ ἑνὸς διαμερίσματος, π.χ. δι' ἐρυθροῦ ἀνιλίνης, παρατηροῦμεν ὅτι μετὰ βραχὺ χρονικὸν διάστημα τὸ ὕδωρ ἀμφοτέρων τῶν διαμερισμάτων ἐμφανίζεται ὁμοιομόρφως χρωματισμένον. Ἡ χρῶσις αὕτη τοῦ ὕδατος δεικνύει ἀναμφισβητήτως ὅτι λαμβάνει χώραν διαπίδυσις διὰ μέσου τοῦ διαφράγματος. Ἐπειδὴ ἐξ ἄλλου ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος εἰς ἀμφότερα τὰ διαμερίσματα παραμένει εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον, συνάγομεν ὅτι ἡ ταχύτης τῆς διαπιδύσεως εἶναι ἡ αὐτὴ κατ' ἀμφοτέρας τὰς διευθύνσεις.



Σχ. 561. Ἡ διαπίδυσις κατὰ τὰς δύο διευθύνσεις γίνεται ὑπὸ τὴν αὐτὴν ταχύτητα.

Ὑποθέσωμεν ἤδη ὅτι ἐντὸς τοῦ ὕδατος τοῦ ἑνὸς διαμερίσματος, π.χ. τοῦ Β, ἀντὶ νὰ προσθέσωμεν χρῶμα, διαλύομεν ποσότητα σακχάρου (σχ. 562). Τὰ μόρια τοῦ σακχάρου, ἐπειδὴ εἶναι μεγαλύτερα, δὲν δύνανται νὰ διέλθουν διὰ τῆς μεμβράνης καὶ οὕτω παρεμποδίζουν τὰ μόρια τοῦ ὕδατος ἐντὸς τοῦ διαμερίσματος Β νὰ διαπιδύσουν διὰ μέσου τῆς μεμβράνης πρὸς τὸ διαμέρισμα Α, συνεπείᾳ δὲ τούτου ἡ ταχύτης διαπιδύσεως τοῦ ὕδατος ἐκ τοῦ Β πρὸς τὸ Α εἶναι μικροτέρα τῆς ταχύτητος διαπιδύσεως τῶν μορίων τοῦ ὕδατος ἐκ τοῦ Α πρὸς τὸ Β. Ἄμεσος συνέπεια

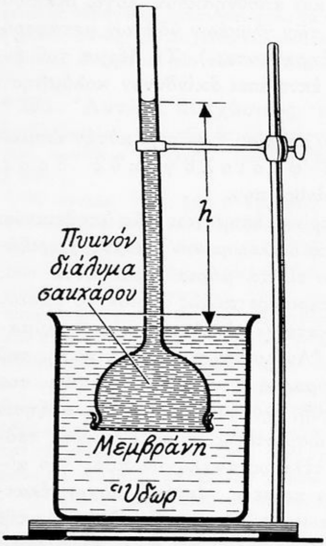


Σχ. 562. Ἡ διαπίδυσις κατὰ τὰς δύο διευθύνσεις γίνεται ὑπὸ διάφορον ταχύτητα.

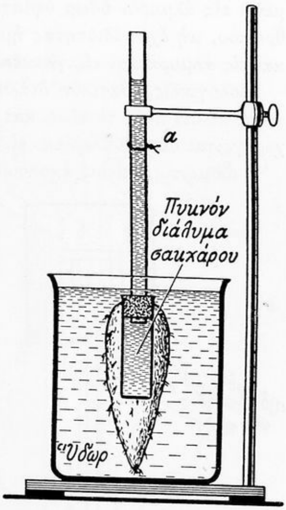
τούτου εἶναι ὅτι ὕδωρ συσσωρεύεται ἐντὸς τοῦ διαμερίσματος Β, οὕτω δὲ μετά τινα χρόνον παρατηροῦμεν ὅτι ἡ στάθμη τοῦ ὑγροῦ εἰς τὰ δύο διαμερίσματα δὲν εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον, ἀλλὰ εἰς μὲν τὸ Α κατέρχεται, εἰς δὲ τὸ Β ἀνυψοῦται.

Ἡ διαπίδυσις ἐξακολουθεῖ, μέχρις ὅτου ἡ πίεσις τῆς ὑγρᾶς στήλης, ἡ ὁποία ἔχει ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τῶν ἐλευθέρων ἐπιφανειῶν τοῦ ὑγροῦ εἰς τὰ δύο δοχεῖα, λάβῃ τοιαύτην τιμήν, ὥστε νὰ ἐπιφέρῃ ἐξίσωσιν τῶν ταχυτήτων διαπιδύσεως εἰς ἀμφότερα τὰ διαμερίσματα. Οὕτω διὰ τοῦ ὅρου **ὤσμωσις** νοοῦμεν τὴν διαπίδυσιν ὑγροῦ ἐντὸς διαλύματος, τοῦ ὁποίου τὸ ἓν τῶν συστατικῶν δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ διέρχεται διὰ τῆς μεμβράνης.

Ὠσμωτικὴ πίεσις. Τὸ φαινόμενον τῆς ὠ σ μ ώ σ ε ω ς ἐρευνᾶται ποσοτικῶς διὰ τῆς ἐν σχήματι 563 διατάξεως, ὅπου ὁ πυθμὴν τοῦ ὑαλίνου δοχείου ἔχει ἀντικατασταθῆ διὰ ἡμιπερατῆς μεμβράνης καὶ πληροῦται διὰ διαλύματος σακχάρου. Ἡ συσκευὴ ἀκολούθως βυθίζεται ἐντὸς δοχείου παριέχοντος καθαρὸν ὕδωρ. Ὡς ἐλέχθη προηγουμένως, τὸ ὕδωρ εἰσχωρεῖ ἐντὸς τοῦ διαλύματος τοῦ σακχάρου, συνεπείᾳ δὲ τούτου τὸ ὑγρὸν ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, ἡ δὲ ὤσμωσις διαρκεῖ ἐπὶ τόσον χρόνον, μέχρις ὅτου τὸ ὕψος h τῆς ὑγρᾶς στήλης ἐν τῷ σωλῆνι λάβῃ τοιαύτην τιμήν, ὥστε ἡ ὑπ' αὐτῆς ἀσκουμένη πίεσις νὰ ἐξισώσῃ τὰς ταχύτητας διαπιδύσεως κατὰ τὰς δύο διευθύνσεις. Κατ' ἁπλούστερον τρόπον δυνάμεθα νὰ δείξωμεν τοῦτο δι' ἑνὸς καρώτου, ὅπου ἀνοίγομεν κοίλωμα ἐντὸς τῆς ρίζης αὐτοῦ καὶ θέτομεν πυκνὸν διάλυμα σακχάρου (σχ. 564).



Σχ. 563. Μέτρησις τῆς ὠσμωτικῆς πιέσεως.



Σχ. 564. Ὁ δείκτης α δεικνύει τὴν ἀρχικὴν στάθμην τοῦ ὑγροῦ.

Οὕτω προκύπτει ὁ ἀκόλουθος ὁρισμὸς τῆς ὠσμωτικῆς πιέσεως: « **Ὠ σ μ ω τ ι κ ὴ π ί ε σ ι ς διαλύματος καλεῖται ἡ πίεσις, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται πρὸς ἐξίσωσιν τῶν ταχυτήτων διαπιδύσεως** ». Διὰ τὸ σάκχαρον καὶ πολλὰς ἄλλας οὐσίας ἡ ὠσμωτικὴ πίεσις εἶναι ἀνάλογος τῆς περιεκτικότητος εἰς σάκχαρον τοῦ διαλύματος. Διὰ τοῦ ὅρου δὲ **περιεκτικότης** τοῦ διαλύματος νοοῦμεν τὸ πηλίκον τῆς μάζης τοῦ διαλελυμένου στερεοῦ πρὸς τὸν ὄγκον τοῦ διαλύματος.

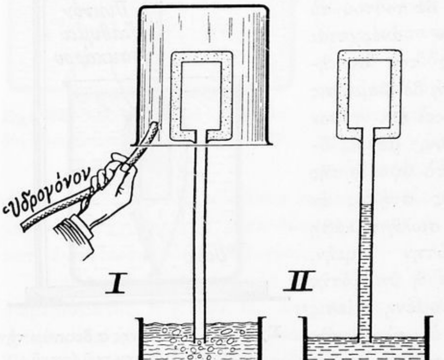
Παραδείγματα ὠσμώσεως. Ἐὰν κόψωμεν λεμόνιον εἰς δύο ἡμίση καὶ διασκορπίσωμεν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς τομῆς σάκχαρον, παρατηροῦμεν ὅτι σχηματίζεται σιρόπιον, διότι τὸ σάκχαρον παρεμποδίζει τὸ ὕδωρ νὰ ἐξέρχεται ἐκ τῆς ἐπιφανείας.

Τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα παρατηρεῖται καὶ μὲ τὸ μαγειρικὸν ἅλας, ὅταν τοῦτο διασκορπίζεται ἐπὶ τοῦ κρέατος. Ὁμοίως ἡ ξηρὰ σταφὶς ριπτομένη ἐντὸς ὕδατος διογκοῦται. Τοῦτο προέρχεται ἐκ τοῦ ὅτι ὁ φλοιὸς τῆς σταφίδος ἔχει τὴν ἰδιότητα νὰ ἀφήνῃ νὰ διέρχωνται δι' αὐτοῦ τὰ μόρια τοῦ ὕδατος, ἐνῷ τὰ μόρια τοῦ σακχάρου, τὰ ὁποῖα εἶναι μεγαλύτερα, δὲν δύνανται νὰ ἐξέλθουν.

Ἰδιότητας ἡμιπερατῆς μεμβράνης ἔχει τὸ δέρμα τῶν ἰχθύων. Ἰχθύες ἁλμυρῶν ὑδάτων μεταφερόμενοι εἰς γλυκὺ ὕδωρ διογκοῦνται καὶ ἀποθνήσκουν, λόγῳ διαπιδύσεως γλυκέος ὕδατος διὰ τοῦ δέρματός των, ἐνῷ οἱ τῶν γλυκέων ὑδάτων μεταφερόμενοι εἰς ἁλμυρὸν ὕδωρ ὑφίστανται συρρίκνωσιν (ξηραίνονται). Τὸ δέρμα τοῦ ἀνθρώπου, μὴ ἔχον ἰδιότητας ἡμιπερατῆς μεμβράνης, ἐπιτρέπει ἀκίνδυνον κολύμβησιν καὶ εἰς ἁλμυρὰ καὶ εἰς γλυκέα ὕδατα.

Βιολογικῶς, ὑδατικὸν διάλυμα 9 ‰ χλωριούχου νατρίου ἔχει τὴν αὐτὴν ὠσμωτικὴν πίεσιν πρὸς τὸ αἷμα καὶ διὰ τοῦτο ὀνομάζεται φ υ σ ι ο λ ο γ ι κ ὸ ς ὀ ρ ό ς, χορηγεῖται δὲ ἐνδοφλεβίως εἰς τὸν ὀργανισμὸν τοῦ ἀνθρώπου.

Ἡ ὠσμωτικὴ πίεσις ἀκολουθεῖ τοὺς νόμους τῶν ἀερίων, ἑπομένως μᾶς ὑποδεικνύει ὅτι τὸ διαλελυμένον σῶμα, χωριζόμενον εἰς τὰ μόρια ἢ τὰ ἰόντα του, συμπεριφέρεται ὡς ἀέριον τὸ ὁποῖον θὰ κατεῖχε τὸν ὄγκον τοῦ διαλύματος. Ἂν λοιπὸν ἡ περιεκτικότης τοῦ διαλύματος ἢ ἡ θερμοκρασία του αὐξηθῇ, ἔχομεν ἀντιστοίχως αὔξησιν τῆς ὠσμωτικῆς πιέσεως κατὰ τρόπον τελείως ἀνάλογον πρὸς τὴν αὔξησιν πιέσεως ἀερίου, λόγῳ ἐλαττώσεως τοῦ ὄγκου ἢ αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας (βλ. Κεφ. Θερμότης, Νόμοι ἀερίων).



Σχ. 565. Ἡ ἔκλυσις φυσαλίδων δηλοῖ ὑπερπίεσιν ἐντὸς τοῦ πορώδους δοχείου (I). Ἡ ἀνύψωσις τῆς στάθμης τοῦ ὕδατος εἰς τὸν σωλῆνα δηλοῖ πίεσιν μικροτέραν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς (II).

280. Διάχυσις καὶ διαπίδυσις τῶν ἀερίων. Ἐξ ὅλων τῶν σωμάτων τὰ ἀέρια εἶναι ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα δεικνύουν ἐντόνως τὸ φαινόμενον τῆς διαχύσεως. Οὕτω, ἐὰν ἐκπωματίσωμεν φιάλην περιέχουσαν ἀμμωνίαν, παρατηροῦμεν ὅτι ἐντὸς ὀλίγων λεπτῶν ἡ ὀσμὴ τῆς ἀμμωνίας διαχέεται ἐφ' ὅλου τοῦ δωματίου. Ἡ μεγάλη ταχύτης

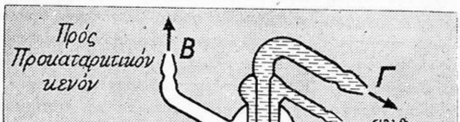
διαχύσεως τῶν ἀερίων ὀφείλεται κυρίως εἰς τὴν μεγάλην εὐκινησίαν τῶν μορίων αὐτῶν.
Ἐν γένει ἀέρια καὶ ἀτμοί, ἐφ' ὅσον ἀποτελοῦνται ἐκ μορίων σχετικῶς μεγάλου μεγέθους καὶ μεγάλης μάζης, δεικνύουν μικροτέραν ταχύτητα διαπιδύσεως μέσῳ διαφραγμάτων ἀπὸ τὰ ἀέρια, τῶν ὁποίων τὰ μόρια εἶναι μικροῦ μεγέθους καὶ μικρᾶς μάζης. Οὕτως ὁ ἀὴρ παρουσιάζει μικροτέραν ταχύτητα διαπιδύσεως ἀπὸ τὸ ὑδρογόνον. Τοῦτο δυνάμεθα νὰ δείξωμεν διὰ τῆς ἀκολούθου συσκευῆς. Ἐπὶ δοχείου πορώδους ἐκ πορσελάνης προσαρμόζομεν καταλλήλως ὑάλινον ἐπιμήκη σωλῆνα καὶ κλείομεν ἀκολούθως τὸ δοχεῖον ἀεροστεγῶς. Τὴν συσκευὴν ταύτην τοποθετοῦμεν κατακορύφως, οὕτως ὥστε ὁ σωλὴν κατὰ τὸ κάτω ἄκρον αὐτοῦ νὰ βυθίζεται ἐντὸς δοχείου περιέχοντος ὕδωρ, τὸ ὁποῖον προηγουμένως ἔχομεν χρωματίσει δι' ἐρυθροῦ χρώματος (σχ. 565).

Ἐπειδὴ ἐντὸς καὶ ἐκτὸς τοῦ δοχείου ὑπάρχει ἀήρ, ἡ δὲ ταχύτης διαπιδύσεως κατ' ἀμφοτέρας τὰς διευθύνσεις εἶναι ἡ αὐτή, ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ δοχείου ἰσοῦται πρὸς τὴν ἐξωτερικήν, τὴν ἀτμοσφαιρικήν, οὕτω δὲ τὸ ὕδωρ δὲν ἀνέρχεται ἐν τῷ σωλῆνι. Ἐὰν ὅμως ἄνωθεν τοῦ δοχείου πορσελάνης τοποθετήσωμεν ὑάλινον κώδωνα καὶ διοχετεύσωμεν ἐν αὐτῷ ἔκ τινος ἀεριοφυλακίου ὑδρογόνον, ἐπειδὴ τὸ ὑδρογόνον διαπιδύει ταχύτερον πρὸς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ δοχείου παρὰ ὁ ἀὴρ πρὸς τὰ ἔξω, ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ δοχείου αὐξάνεται, οὕτω δὲ ἀπὸ τὸ κάτω ἄκρον τοῦ σωλῆνος ἐκλύονται φυσαλίδες (σχ. I). Ἐὰν ἀκολούθως ἀπομακρύνωμεν τὸν κώδωνα, τότε, ἐπειδὴ τὸ ἐντὸς τοῦ δοχείου πορσελάνης ὑδρογόνον διαπιδύει πρὸς τὰ ἔξω ταχύτερον ἢ ὁ ἐξωτερικὸς ἀὴρ πρὸς τὰ ἔνδον τοῦ δοχείου, ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ δοχείου ἐλαττοῦται, οὕτω δὲ τὸ ὕδωρ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως ἀνέρχεται εἰς τὸν κατακόρυφον σωλῆνα (σχ. II).

***281. Ἀντλία διαχύσεως.** Ἐπὶ τοῦ φαινομένου τῆς διαχύσεως ἀερίων στηρίζεται ἡ κατασκευὴ ἀντλίας, διὰ τῆς ὁποίας ἐπιτυγχάνομεν ὑψηλὸν κενόν, μὴ δυνάμενον νὰ πραγματοποιηθῇ διὰ τῶν συνήθων ἀντλιῶν κενοῦ (βλ. § 236).

Ἡ ἀντλία (σχ. 566) ἀποτελεῖται ἀπὸ σωλῆνα, ἐντὸς τοῦ ὁποίου ἀνέρχεται στήλη ἀτμῶν ὑδραργύρου (Hg), τῶν ἀτμῶν ψυχομένων εἰς τὸ ἀνώτερον ἄκρον τῆς συσκευῆς, ὁπότε συμπυκνοῦνται ὡς σταγόνες ὑδραργύρου καὶ καταπίπτουν πάλιν ἐντὸς τῆς λεκάνης τοῦ ζέοντος ὑδραργύρου. Δημιουργεῖται οὕτω μία συνεχῶς κατευθυνομένη πρὸς τὰ ἄνω στήλη ἀτμῶν ὑδραργύρου, ἐντὸς τῆς ὁποίας διαχέονται τὰ μόρια τοῦ ἀερίου τὰ προερχόμενα ἐκ τοῦ πρὸς ἐκκένωσιν χώρου.

Ἡ ἀντλία διαχύσεως συνδέεται ἀφ' ἑνὸς μὲν διὰ τοῦ στομίου Α πρὸς τὸν μέλλοντα νὰ ἐκκενωθῇ χῶρον, ἀφ' ἑτέρου δὲ πρὸς βοηθητικὴν περιστροφικὴν ἀεραντλίαν συνήθους τύπου (βλ. σχῆμα 461), μέσῳ τοῦ σωλῆνος Β. Διὰ τῶν ἀνοιγμάτων Γ καὶ Δ προσάγεται καὶ ἀπάγεται ψυχρὸν ὕδωρ.



Σχ. 566. Ἀντλία διαχύσεως.

Ἡ λειτουργία ἔχει ὡς ἑξῆς: Τίθεται πρῶτον εἰς κίνησιν ἡ περιστροφικὴ ἀεραντλία, ἡ ὁποία ἐντὸς ὀλίγου φθάνει τὴν μεγίστην δυνατὴν ἱκανότητά της ἐκκενώσεως τοῦ χώρου Α, μέσῳ τῆς ὁδοῦ ἀναρροφήσεως ΑΕΒ. Μετὰ ταῦτα θέτομεν εἰς λειτουργίαν τὴν ἀντλίαν διαχύσεως, θερμαίνοντες τὸν ὑδράργυρον διὰ θερμαντῆρος φωταερίου ἢ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος. Προκαλεῖται τότε ρεῦμα ἀτμῶν ὑδραργύρου ἀνερχόμενον διὰ τῆς περιοχῆς Ζ πρὸς τὴν περιοχὴν Θ καὶ ἄνω, ὅπου σταγονοποιεῖται ἐπὶ τῶν ψυχρῶν τοιχωμάτων καὶ καταπίπτει μέσῳ τοῦ χώρου Ε καὶ τοῦ σωλῆνος Η εἰς τὴν κάτω λεκάνην τοῦ ὑδραργύρου.

Ἡ ἄνοδος ὅμως τῆς στήλης αὐτῆς τῶν ἀτμῶν συμπαρασύρει διὰ τῆς ἐν αὐτῇ διαχύσεως καὶ διασπορᾶς μόρια τοῦ πρὸς ἐκκένωσιν ἀερίου καὶ ὑψώνει — τρόπον τινὰ — αὐτὰ πρὸς τὸ στόμιον Β, ὅπου ἀπάγονται διὰ τῆς συνεχῶς λειτουργούσης βοηθητικῆς ἀντλίας. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἡ βοηθητικὴ ἀντλία ἔχει πρόσθετον ἱκανότητα ἐκκενώσεως καὶ οὕτω φθάνομεν εἰς πολὺ ὑψηλὰ κενά, π.χ. ἀντὶ τοῦ χιλιοστοῦ τοῦ Torr εἰς ἑκατομμυριοστὸν τοῦ Torr.

Ἀντλίαι διαχύσεως λειτουργοῦν καὶ μὲ εἰδικὸν ἔλαιον ἀντὶ ὑδραργύρου.

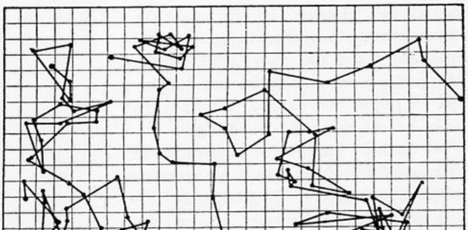
***282. Ἀπορρόφησις ἀερίων ὑπὸ ὑγρῶν.** Ὅταν ὕδωρ εὑρισκόμενον ἐν δοχείῳ θερμαίνεται ἐλαφρῶς, παρατηροῦμεν ὅτι ἀναφαίνονται μικραὶ φυσαλίδες προσκολλώμεναι ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, ὀφειλόμεναι εἰς τὸν ἐντὸς τοῦ ὕδατος διαλελυμένον ἐξ ἀπορροφήσεως ἀέρα, ὁ ὁποῖος ἐκλύεται διὰ τῆς θερμάνσεως. Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου τὸ ὕδωρ κατὰ τοὺς θερμοὺς μῆνας τοῦ ἔτους ἀποβάλλει μέγα μέρος τοῦ ἐν αὐτῷ διαλελυμένου ἀέρος καὶ ἰχθύες διαβιοῦντες ἐντὸς τοῦ ὕδατος ἀβαθῶν λιμνῶν ἀσφυκτιοῦν ἕνεκα τοῦ ἀνωτέρω λόγου.

Ἡ διαλυτότης τῶν ἀερίων ἐντὸς ὑγρῶν ἐλαττοῦται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ἡ δὲ μᾶζα τοῦ διαλυομένου ἀερίου ἐντὸς ὑγροῦ ἐξαρτᾶται μεγάλως ἐκ τῆς πιέσεως, μάλιστα δὲ εἶναι ἀνάλογος τῆς πιέσεως, ἐνῷ ὁ ὄγκος τοῦ διαλυομένου ἀερίου εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς πιέσεως. Ἐξ ἄλλου, ἡ διαλυτότης ἐξαρτᾶται πρὸς τούτοις τόσον ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ἀερίου, ὅσον καὶ ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ὑγροῦ.

Εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν τὸ ὕδωρ ἀπορροφᾷ ὄγκον διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος ἴσον πρὸς τὸν ἴδιον αὐτοῦ ὄγκον, ἐνῷ ἀπορροφᾷ 30 φορὰς μικρότερον ὄγκον ὀξυγόνου καὶ 60 φορὰς μικρότερον ὄγκον ἀζώτου ἀπὸ τὸν ἴδιον αὐτοῦ ὄγκον. Οὕτω δυνάμεθα ἐντὸς τοῦ ὕδατος ἢ τοῦ οἴνου ὑπὸ μεγάλην πίεσιν νὰ διαλύσωμεν πολὺ μεγαλυτέραν ποσότητα διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος ἢ ὑπὸ τὴν συνήθη ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Ἐὰν ὅμως ἐλαττώσωμεν τὴν πίεσιν, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ διαλελυμένον ἀέριον ἐκλύεται ἀθρόως, ὡς π.χ. συμβαίνει κατὰ τὴν ἐκπωμάτισιν φιαλῶν περιεχουσῶν ἀεριοῦχα ποτά.

Ἐπίσης δυνάμεθα ν' ἀπαλλάξωμεν τὸ ὕδωρ τοῦ διαλελυμένου ἀέρος, ἐὰν ἐλαττώσωμεν τὴν ἐπ' αὐτοῦ ἀσκουμένην πίεσιν τοποθετοῦντες τοῦτο ὑπὸ τὸν κώδωνα ἀεραντλίας.

283. Μοριακὴ κίνησις. Ὅλα ἐν γένει τὰ ἀνωτέρω φαινόμενα τῆς διαχύσεως, τῆς διαπιδύσεως, τῆς ὠσμωτικῆς πιέσεως, ἐξηγοῦνται ἀβιάστως διὰ τῆς παραδοχῆς ὅτι τὰ μόρια καὶ τὰ ἄτομα τῶν σωμάτων δὲν εὑρίσκονται ἐν ἠρεμίᾳ, ἀλλ' εἰς συνεχῆ καὶ ἀέναον κίνησιν, ἡ ὁποία καλεῖται **μοριακὴ κίνησις.**



Σχ. 567. Κίνησις Brown. Τὰ σημεῖα καθορίζουν τὰς θέσεις τοῦ σωματιδίου.

Τὴν κίνησιν τῶν μορίων τῶν ὑγρῶν δυνάμεθα νὰ δείξωμεν διὰ τοῦ κλασσικοῦ πειράματος, τὸ ὁποῖον εἶναι γνωστὸν ὡς **κίνησις Brown** (Μπράουν, 1827). Οὕτως, ὁ Ἄγγλος βοτανικὸς B r o w n παρετήρησε διὰ τοῦ μικροσκοπίου, ὅτι μικρότατα σωματίδια αἰωρούμενα ἐντὸς τοῦ ὕδατος εὑρίσκονται εἰς ζωηρὰν καὶ ἄτακτον κίνησιν, ἡ ὁποία εἶναι τόσον ἐντονωτέρα, ὅσον μικρότερα εἶναι τὰ σωματίδια. Εἰς τὸ σχῆμα 567 φαίνεται ἡ κίνησις ἑνὸς σωματιδίου διαμέτρου $5 \cdot 10^{-5}$ cm, τοῦ ὁποίου ἡ θέσις παριστᾶται ἀνὰ 30 sec. Τὸ σωματίδιον ὅμως, διὰ νὰ φθάσῃ ἀπὸ τὴν μίαν θέσιν εἰς τὴν ἄλλην, δὲν κινεῖται ἐπ' εὐθείας γραμμῆς, ἀλλὰ ἐκτελεῖ πολύθλαστον τροχιάν. Τοῦτο δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν πολὺ εὐχερῶς, ἐὰν διαλύσωμεν ρητίνην ἐντὸς οἰνοπνεύματος καὶ ρίψωμεν μικρὰν ποσότητα ἐξ αὐτοῦ ἐντὸς ποτηρίου περιέχοντος ὕδωρ. Τὸ προκῦπτον γαλάκτωμα περιέχει μικρότατα σωματίδια ἐκ ρητίνης, ἐὰν δὲ σταγόνα ἐκ τούτου θέσωμεν ἐπὶ ὑαλίνης πλακὸς καὶ παρατηρήσωμεν αὐτὴν διὰ μικροσκοπίου ἱκανῆς μεγεθύνσεως, βλέπομεν σαφῶς ἐκδηλουμένην τὴν κίνησιν Brown. Ἀνάλογον φαινόμενον παρατηρεῖται, ἐὰν π.χ. θέσωμεν κόνιν γραφίτου ἐντὸς ὕδατος καὶ παρατηρήσωμεν διὰ μικροσκοπίου σταγόνα αὐτοῦ.

Ἡ κίνησις Brown ὀφείλεται εἰς τὰ μόρια τοῦ ὕδατος, τὰ ὁποῖα προσπίπτουν ἐπὶ τοῦ σωματιδίου, συνεπείᾳ δὲ τῶν προσκρούσεων τούτων τὸ σωματίδιον ἄλλοτε ἐκτρέπεται κατὰ τὴν μίαν διεύθυνσιν, ἄλλοτε κατὰ τὴν ἄλλην. Εἰς τοῦτο ὀφείλεται ἡ συνεχὴς καὶ ἄτακτος κίνησις αὐτοῦ, τῆς ὁποίας ἡ ζωηρότης εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον τὸ αἰωρούμενον σωματίδιον εἶναι μικρότερον.

Ἀναλόγους κινήσεις δεικνύουν τὰ μόρια καπνοῦ ἢ κονιορτοῦ αἰωρούμενα ἐντὸς τοῦ ἀέρος, μάλιστα δὲ αἱ κινήσεις αὗται δύνανται νὰ παρατηρηθοῦν διὰ μικροτέρας μεγεθύνσεως, διότι τὰ μόρια τῶν ἀερίων, λόγῳ τῆς μεγαλυτέρας ἀποστάσεως αὐτῶν ἀπ' ἀλλήλων, ἐκτελοῦν μεγαλυτέραν διαδρομὴν κατὰ τὴν κίνησιν αὐτῶν.

Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω ἀντιλήψεων ἐδημιουργήθη ἡ **κινητικὴ θεωρία τῆς ὕλης,** ἡ ὁποία διεμορφώθη τὸ πρῶτον εἰς τὰ ἀέρια, δεδομένου ὅτι τὰ ἀέρια ἀποτελοῦν τὴν ἁπλουστέραν μορφὴν τῆς ὕλης.

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α' Ἐρωτήσεις

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου μοριακαὶ δυνάμεις καὶ τί γνωρίζομεν περὶ αὐτῶν.

Ποία ἡ διάκρισις μεταξὺ συνοχῆς καὶ συναφείας.

Ποῖαι αἱ ἰδιότητες τῶν στερεῶν αἱ ἐξαρτώμεναι ἐκ τῆς συνοχῆς.

Ἐξηγήσατε διατί λεπτότριχον βουρτσάκι ἐξαγόμενον ἐκ τοῦ ὕδατος φαίνεται ὡς νὰ ἔχῃ συσφιχθῆ.

Πῶς συμπεριφέρεται ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ὑγρῶν.

Ποῦ ὀφείλεται ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις καὶ ποία ἡ μονὰς μετρήσεως αὐτῆς.

Ποῦ ὀφείλεται ἡ ἐμφάνισις τέλματος μετὰ βροχήν, ἐνῷ τοῦτο δὲν θὰ συνέβαινε μὲ βροχὴν ἐξ οἰνοπνεύματος.

Πῶς μετρεῖται ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις.

Ποία διάκρισις μεταξὺ ὑγροῦ διαβρέχοντος, τελείως διαβρέχοντος καὶ μὴ διαβρέχοντος στερεὰν πλάκα.

Πῶς συμπεριφέρεται ὑγρὸν ἐντὸς τριχοειδοῦς σωλῆνος.

Τί καλοῦμεν ἐν γένει διάλυμα καὶ τί κεκορεσμένον διάλυμα.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου διάχυσις. Δώσατε παραδείγματα διαχύσεως.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου ὤσμωσις, ὠσμωτικὴ πίεσις.

Δώσατε ὡρισμένα παραδείγματα ὠσμώσεως καὶ ποίαν βιολογικὴν σημασίαν ἔχουν.

Ἐξηγήσατε διατί ἡ σταφὶς διογκοῦται ἐντὸς καθαροῦ ὕδατος καὶ συρρικνοῦται ἐντὸς πυκνοῦ σιροπίου.

Πῶς δεικνύομεν τὸ φαινόμενον τῆς διαπιδύσεως τῶν ἀερίων καὶ τί συμπεράσματα συνάγομεν ἐκ τῶν σχετικῶν πειραμάτων.

Πῶς δεικνύεται ἡ μοριακὴ κίνησις (κίνησις Brown).

Β' Προβλήματα

1. Εἰς ὀρθογώνιον πλαίσιον ἀπὸ μεταλλικὸν σύρμα ἡ μία πλευρὰ εἶναι κινητὴ ὀλισθαίνουσα ἐπὶ τῶν δύο καθέτων πλευρῶν καὶ ἔχει μῆκος 4 cm. Ἐπὶ τοῦ πλαισίου τούτου δι' ἐμβυθίσεως αὐτοῦ ἐντὸς διαλύματος σάπωνος σχηματίζομεν λεπτὸν ὑμένιον, τοῦ ὁποίου ἡ ἐπιφάνεια, ὅταν τὸ πλαίσιον διατίθεται ὁριζοντίως, λόγῳ ἐπιφανειακῆς τάσεως τείνει νὰ σμικρυνθῇ, παρασύρουσα οὕτω τὸ κινητὸν ὁριζόντιον σύρμα. Διὰ τὴν διατήρησιν τοῦ σύρματος εἰς τὴν θέσιν του, πρέπει καθέτως πρὸς τὸ σύρμα καὶ εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὑμενίου νὰ ἐπενεργῇ δύναμις 240 mgr*. Ζητεῖται ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις.
(Ἀπ. $\alpha = 29$ dyn/cm.)

2. Ἡ ἐν τῷ ἐσωτερικῷ σφαιρικῆς φυσαλίδος σάπωνος ἐπικρατοῦσα ὑπερπίεσις εἶναι $\Delta p = 4\alpha/r$, ὅπου α ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις καὶ r ἡ ἀκτὶς τῆς φυσαλίδος. Ἐὰν r = 5 mm καὶ $\alpha = 25$ dyn/cm, πόση ἡ ὑπερπίεσις.
(Ἀπ. $\Delta p = 200$ dyn/cm².)

3. Ἐντὸς τριχοειδοῦς σωλῆνος βυθισμένου ἐντὸς ὕδατος ἡ τριχοειδὴς ἀνύψωσις παρέχεται ἐκ τοῦ τύπου $h = 2\,\alpha/r \cdot \rho \cdot g$, ὅπου α ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις, r ἡ ἀκτὶς τοῦ σωλῆνος, ρ ἡ πυκνότης τοῦ ὑγροῦ. Ἐὰν εἶναι r = 1 mm καὶ $\alpha = 25$ dyn/cm, πόση ἡ τριχοειδὴς ἀνύψωσις τοῦ ὕδατος.
(Ἀπ. h = 0,51 cm.)

4. Ἐὰν ὅλα τὰ μόρια ἀέρος, τὰ ὁποῖα περιέχονται ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας εἰς ὄγκον 500 cm³, ἀφῃροῦντο ἐξ αὐτοῦ καὶ ἀκολούθως διὰ μικρᾶς ὀπῆς ἀφίετο νὰ εἰσχωρήσουν ἐκ νέου ὑπὸ ρυθμὸν ἑνὸς ἑκατομμυρίου μορίων ἀνὰ δευτερόλεπτον, πόσος χρόνος εἰς ἔτη θὰ ἀπαιτηθῇ, ἵνα ὅλα πάλιν τὰ μόρια εἰσχωρήσουν εἰς τὸ δοχεῖον. (1 ἔτος = 365 ἡμέραι.) (Ἀπ. $t = 4{,}3 \cdot 10^9$ ἔτη.)

Μ Ε Ρ Ο Σ   Δ Ε Υ Τ Ε Ρ Ο Ν

ΘΕΡΜΟΤΗΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΔ΄

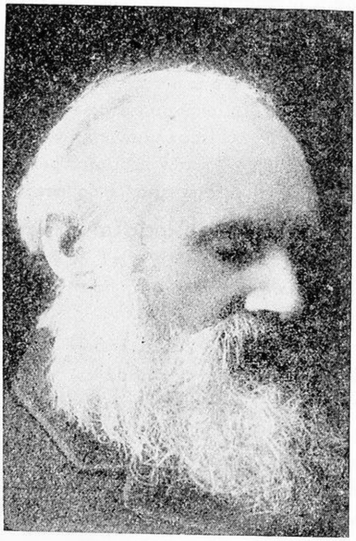
ΘΕΡΜΟΤΗΣ. ΘΕΡΜΟΜΕΤΡΙΑ

284. Θερμοκρασία. Εἰς παλαιοτέραν ἐποχὴν ἡ **θερμότης** ἐθεωρεῖτο ὅτι ἀπετέλει ἀβαρὲς ρευστόν· ἡ ὑπόθεσις ὅμως αὕτη κατέρρευσε παντελῶς καὶ σήμερον δεχόμεθα, ὅτι ἡ **θερμότης εἶναι μία μορφὴ τῆς ἐνεργείας,** ὡς θὰ ἴδωμεν λεπτομερέστερον εἰς ἄλλην θέσιν.

Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι τὸ ὕδωρ, ὑπὸ τὰς συνήθεις συνθήκας, εὑρίσκεται ἐν ὑγρᾷ καταστάσει, ψυχόμενον δὲ ἐπαρκῶς λαμβάνει τὴν στερεὰν κατάστασιν, ἐνῷ, ἀντιθέτως, θερμαινόμενον ἐπαρκῶς μεταπίπτει εἰς τὴν ἀέριον κατάστασιν. Ἐπίσης γνωρίζομεν ὅτι, ὅταν θερμαίνωμεν σῶμα, αἱ διαστάσεις αὐτοῦ μεταβάλλονται, ὡς ἐπίσης καὶ ἡ πυκνότης αὐτοῦ μεταβάλλεται κ.ο.κ. Εἶναι δὲ φανερὸν ὅτι πᾶσαι αἱ ἀνωτέρω μεταβολαὶ συνδέονται στενότατα πρὸς τὴν θερμικὴν κατάστασιν τοῦ σώματος ἢ πρὸς μέγεθος χαρακτηριστικὸν αὐτῆς, τὸ ὁποῖον καλοῦμεν **θερμοκρασίαν** τοῦ σώματος.

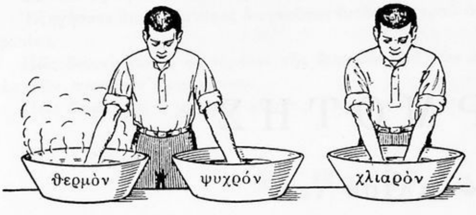
Ἡ θερμοκρασία ἀποτελεῖ τὸ φυσικὸν ἐκεῖνο μέγεθος, ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ ὁποίου δυνάμεθα νὰ χαρακτηρίζωμεν ποσοτικῶς κατὰ πόσον ἓν σῶμα εἶναι θερμότερον ἢ ψυχρότερον ἄλλου.

Διὰ τῆς ἁφῆς δυνάμεθα βεβαίως νὰ ἐξακριβώσωμεν, ἐὰν ἓν σῶμα εἶναι θερμότερον ἄλλου. Ἐν τούτοις ὅμως ἡ ἐντύπωσις, τὴν ὁποίαν ἔχομεν διὰ τῆς ἁφῆς, εἶναι πολλάκις



WILLIAM THOMSON (LORD KELVIN) (1824 - 1907)
Καθηγητὴς τῆς Φυσικῆς εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τῆς Γλασκώβης. Διάσημος ἐρευνητὴς τῆς Θερμότητος καὶ τοῦ Ἠλεκτρισμοῦ. Ἐφευρέτης πολλῶν ὀργάνων τῆς Φυσικῆς.

ἀπατηλή, ὡς τοῦτο δεικνύει τὸ ἑξῆς πείραμα. Λαμβάνομεν τρία δοχεῖα (σχ. 568) καὶ ἐντὸς τοῦ ἑνὸς τοποθετοῦμεν θερμὸν ὕδωρ, ἐνῷ ἐντὸς τοῦ δευτέρου ψυχρὸν ὕδωρ, π.χ. πάγον. Εἰς τὸ θερμὸν βυθίζομεν τὴν δεξιὰν χεῖρα καὶ εἰς τὸ ψυχρὸν τὴν ἀριστεράν. Ἐὰν μετά τινα χρόνον βυθίσωμεν ἀμφοτέρας τὰς χεῖρας εἰς τὸ τρίτον δοχεῖον, τὸ ὁποῖον περιέχει χλιαρὸν ὕδωρ, τότε διὰ τῆς δεξιᾶς χειρὸς ἔχομεν τὴν ἐντύπωσιν ὅτι τὸ ὕδωρ εἶναι θερμόν, καὶ διὰ τῆς ἀριστερᾶς ὅτι τοῦτο εἶναι ψυχρόν. Ἐπίσης, ἐὰν κατά τινα χειμερινὴν ἡμέραν ἐγγίσωμεν ἓν ἀντικείμενον ἐκ μετάλλου καὶ ἕτερον ἐκ ξύλου, θὰ σχηματίσωμεν τὴν ἐντύπωσιν ὅτι τὸ ἐκ μετάλλου εἶναι ψυχρότερον ἀπὸ τὸ ξύλινον, ἐν τούτοις ἀμφότερα ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν, πρᾶγμα ὅπερ διαπιστοῦται διὰ τῶν μετρητικῶν τῆς θερμοκρασίας ὀργάνων, τῶν θερμομέτρων. Ἡ ὀνομασία τῶν ὀργάνων τούτων, γενομένη ἀρχικῶς ὑπὸ ξένων ἐρευνητῶν, ἄγει ἡμᾶς πολλάκις εἰς παρερμηνείας, διότι τὰ θερμόμετρα δὲν μετροῦν θερμότητα ἀλλὰ θερμοκρασίαν καὶ ἡ ἀκριβολόγος ὀνομασία των θὰ ἦτο « θερμοκρασιόμετρα ».

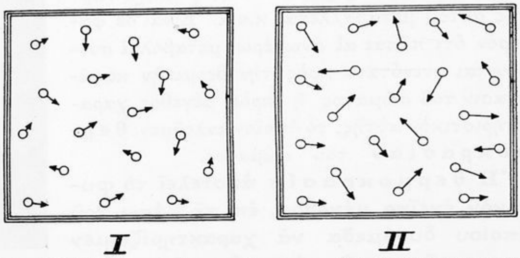


Σχ. 568. Ἡ ἀφὴ δὲν παρέχει ἀσφαλῆ ἐκτίμησιν τῆς θερμοκρασίας.

Γενικῶς τὸ Κεφάλαιον τῆς Θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀσχολεῖται μὲ τὴν περιγραφὴν τῶν διαφόρων τύπων θερμομέτρων καὶ τῶν μεθόδων μετρήσεως τῶν θερμοκρασιῶν, καλεῖται **θερμομετρία** (ὀρθότερον θερμοκρασιομετρία).

285. Ἡ θερμοκρασία καὶ ἡ κινητικὴ θεωρία τῶν μορίων. Ἡ ἔννοια τῆς θερμοκρασίας δύναται νὰ καθορισθῇ σαφέστερον, ἂν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ μοριακὴ καὶ ἀτομικὴ δομὴ τῆς ὕλης.

Κάθε σῶμα — καὶ ἂς λάβωμεν ὡς πλέον εὔστοχον παράδειγμα ἓν ἀέριον — ἀποτελεῖται ἀπὸ μόρια· ἀλλὰ τὰ μόρια αὐτὰ δὲν εἶναι ἀκίνητα, παραλειπομένων δὲ τῶν ἐντὸς τῶν μορίων δυνατῶν κινήσεων τῶν ἀτόμων, τὰ μόρια ἔχουν κίνησιν ἄτακτον, ἄρρυθμον, τυχαίαν, λόγῳ τῶν ἀλληλοσυγκρούσεων καὶ τῶν πρὸς τὰ τοιχώματα τοῦ δοχείου συγκρούσεών των (σχ. 569). Πάντως αἱ διάφοροι ταχύτητες τῶν μορίων ὁρίζουν διαφόρους κινητικὰς ἐνεργείας ($1/2\ m \cdot \upsilon^2$) καὶ δυνάμεθα εἰς ἓν ὡρισμένον πλῆθος μορίων νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ πῶς θὰ κατα-



Σχ. 569. Ἄτακτος κίνησις τῶν μορίων (I). Αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας αὐξάνονται καὶ αἱ ταχύτητες τῶν μορίων τοῦ ἀερίου (II).

νεμηθῇ προσφερομένη εἰς αὐτὰ πρόσθετος ἐκ τῶν ἔξω ἐνέργεια (βλ. § 316). Γενικῶς, ἡ κινητική των κατάστασις θὰ μεταβληθῇ, αἱ ταχύτητες κατὰ μέσον ὅρον θὰ αὐξηθοῦν, αἱ συγκρούσεις θὰ γίνουν συχνότεραι καί, ἂν ἠδυνάμεθα νὰ ἴδωμεν τὸ πλῆθος τῶν μορίων, θὰ εὑρισκώμεθα πρὸ μιᾶς διεγέρσεως τοῦ πλήθους, δηλ. θὰ συνέβαινε κάτι παρόμοιον ὡς ἐὰν πρὸ ἑνὸς πλήθους ἠρεμούντων σχετικῶς ἐντόμων ἢ ἰχθύων καὶ ἐν σκότει εὑρισκομένων ἠνάπτομεν φῶς.

Δυνάμεθα οὕτω νὰ χαρακτηρίσωμεν τὴν ηὐξημένης κινητικότητος κατάστασιν ὡς ηὐξημένης θερμοκρασίας, λόγῳ αὐξήσεως τῆς κατὰ μέσον ὅρον κινητικῆς ἐνεργείας τῶν μορίων ἢ ἀτόμων τοῦ σώματος.

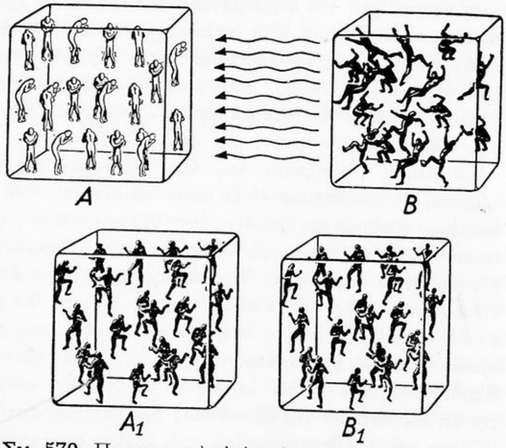
Πρέπει ὅμως νὰ σημειώσωμεν ὅλως ἰδιαιτέρως ὅτι εἶναι ἀπαραίτητος ἡ τυχαία καὶ ἄρρυθμος κίνησις τῶν μορίων, διότι μόνον τότε ἡ κατάστασις θὰ ὀνομασθῇ «θερμική», ἄλλως, δηλαδὴ εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν ὅλα τὰ μόρια ἐκινοῦντο ἰσοταχῶς καὶ παραλλήλως ἢ ἂν ἐπρόκειτο μόνον περὶ ἑνὸς μορίου εἰς τὸ κενόν, οὐδὲν νόημα θερμότητος ἢ θερμοκρασίας θὰ ὑφίστατο, ἀλλ' ἁπλῶς περὶ σμήνους σωματιδίων ὡρισμένης κινητικῆς ἐνεργείας.

Ἐν συμπεράσματι, βάσει τῆς, ὡς λέγομεν, κινητικῆς θεωρίας τῆς θερμότητος, καταλήγομεν εἰς τὸ ὅτι:

α) Ἡ θερμικὴ κατάστασις καθορίζεται ἀπὸ τὴν δυναμικὴν καὶ κινητικὴν ἐνέργειαν πλήθους μορίων ἢ ἀτόμων, εἰς τὰ ὁποῖα ἐπισυμβαίνουν τυχαῖαι ἐλαστικαὶ συγκρούσεις καὶ ἄτακτοι κινήσεις.

β) Ἡ θερμοκρασία εἶναι χαρακτηριστικὸν μέγεθος τῆς θερμικῆς καταστάσεως πλήθους μορίων ἢ ἀτόμων, ἀνάλογον πρὸς τὴν μέσην τιμὴν τῆς κινητικῆς των ἐνεργείας καὶ

γ) Λέγοντες «θερμότητα» ἐννοοῦμεν τὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποίαν δυνάμεθα νὰ προσδώσωμεν ἢ νὰ παραλάβωμεν ἀπὸ σῶμά τι, θέτοντες αὐτὸ ἐν θερμικῇ συγκοινωνίᾳ πρὸς σῶμα ὑψηλοτέρας ἢ χαμηλοτέρας θερμοκρασίας.



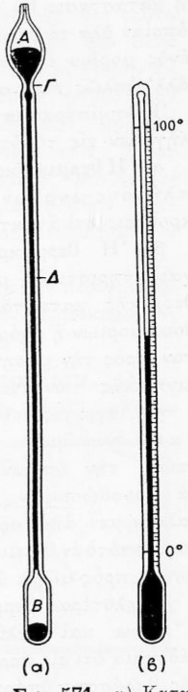
Σχ. 570. Παραστατικὴ εἰκὼν μὲ φανταστικὰ ὄντα. Ἐξίσωσις θερμοκρασιῶν, ἤτοι κινητικῶν καταστάσεων μετὰ τὴν θερμικὴν ἐπαφὴν ψυχροῦ σώματος Α μετὰ θερμοῦ Β πρὸς σχηματισμὸν μέσης θερμικῆς καταστάσεως A_1 καὶ B_1 (χλιαρὸν σῶμα).

Ἔστω καὶ πάλιν τὸ παράδειγμα ὅτι εἰς περιοχήν τινα τῆς θαλάσσης ὑπάρχει πλῆθος μικρῶν ἰχθύων, αἱ δὲ κινήσεις των εἶναι βραδεῖαι, ἄτακτοι καὶ ἐν γένει τυχαῖαι, κατὰ ποικίλας διευθύνσεις, δίδουσαι τὴν εἰκόνα μιᾶς μᾶλλον ἠρέμου καταστάσεως (ψυχρά, ὡς λέγομεν, περιοχή). Παραπλεύρως, χωριζόμενον διὰ διαφράγματος, ὑπάρχει ἕτερον πλῆθος ὁμοίων, διὰ τὴν ἁπλότητα, ἰχθύων ἐν ταχυτέρᾳ, ἀρρύθμῳ κινήσει, δηλαδὴ γενικώτερον ηὐξημένης κατὰ μέσην τιμὴν κινητικῆς ἐνεργείας (θερμή, ὡς λέγομεν, περιοχή). Συγκοινωνοῦμεν τώρα τὰς δύο περιοχάς, ἀφαιροῦντες τὸ διάφραγμα. Παρατηροῦμεν ὅτι θὰ ἀρχίσῃ ὁπωσδήποτε ἡ διείσδυσις καὶ ἡ μετάδοσις τῆς ηὐξημένης κινητικότητος (κινητικῆς ἐνεργείας) ἐκ τῆς διηγερμένης περιοχῆς εἰς τὴν μᾶλλον ἠρεμοῦσαν, ἕως ὅτου τελικῶς τὸ ὅλον πλῆθος τῶν ἰχθύων ἀποκτήσῃ μίαν μέσης κινητικότητος κατάστασιν τῆς αὐτῆς μέσης κινητικῆς ἐνεργείας δι' ὅλον τὸ πλῆθος. (Ἐξίσωσις θερμοκρασιῶν). Ἀναλόγους καταστάσεις δεικνύει ἡ εἰκὼν τοῦ σχήματος 570.

Τὸ παράδειγμα τοῦτο, καίτοι ἀναφέρεται εἰς ἔμψυχα ὄντα καὶ συνεπῶς διάφορα τῶν μορίων τοῦ σώματος, ἐν τούτοις δίδει ποιάν τινα εἰκόνα ἀναλογίας τοῦ τί συμβαίνει κατὰ τὴν μεταφορὰν τῆς ἐνεργείας ἀπὸ τὸ ἓν σῶμα, τὸ θερμότερον, εἰς τὸ ἄλλο, τὸ ψυχρότερον.

286. Θερμόμετρα. Ἡ λειτουργία τῶν συνήθων θερμομέτρων βασίζεται ἐπὶ τοῦ φαινομένου τῆς διαστολῆς ἢ συστολῆς τῶν σωμάτων, δηλ. τῆς αὐξήσεως ἢ ἐλαττώσεως τοῦ ὄγκου τῶν σωμάτων, ὅταν ταῦτα θερμαίνωνται ἢ ψύχωνται. Εἶναι φανερόν, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω ἐκτιθεμένων, ὅτι διὰ τὴν πραγματοποίησιν τοῦ θερμομέτρου δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν καὶ οἱονδήποτε ἄλλο χαρακτηριστικὸν μέγεθος τοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ὡς π.χ. τὴν πίεσιν ἀερίου μάζης (ἀερικὸν θερμόμετρον) ἢ τὴν ἠλεκτρικὴν ἀντίστασιν ἀγωγοῦ σώματος (ἠλεκτρικὸν θερμόμετρον, βλ. σχ. 578) κ.ο.κ.

Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ὅταν θέσωμεν εἰς ἐπαφὴν δύο σώματα, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ ἓν εἶναι θερμότερον τοῦ ἄλλου καὶ ἑπομένως εὑρίσκονται ὑπὸ διάφορον θερμοκρασίαν, μετὰ παρέλευσιν ὡρισμένου χρονικοῦ διαστήματος αἱ θερμοκρασίαι τῶν δύο σωμάτων ἐξισοῦνται. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἀποτελεῖ τὴν «ἀρχὴν τῆς ἐξισώσεως τῶν θερμοκρασιῶν», ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ μέτρησις τῆς θερμοκρασίας διὰ τῶν θερμομέτρων. Πράγματι, ἐὰν εἶναι γνωστὴ ἡ θερμοκρασία, τὴν ὁποίαν λαμβάνει τὸ ἓν τῶν σωμάτων μετὰ τὴν ἀποκατάστασιν τῆς ἐξισώσεως τῶν θερμοκρασιῶν, θὰ γνωρίζωμεν καὶ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἄλλου σώματος κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμήν. Εἶναι ὅμως φανερὸν ὅτι, ὅπως καθορίσωμεν τὴν θερμοκρασίαν, τὴν ὁποίαν εἶχε τὸ ἓν σῶμα πρὸ τῆς ἀποκαταστάσεως τῆς ἐπαφῆς πρὸς τὸ ἕτερον, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ τὸ θερμόμετρον, πρέπει τοῦτο νὰ μὴ ἀπορροφᾷ ἢ ἐλάχιστον ποσὸν θερμότητος ἐκ τοῦ πρώτου σώματος, εἰς τρόπον ὥστε ἡ ἐπαφὴ αὐτοῦ πρὸς τὸ θερμότερον νὰ μὴ μεταβάλῃ αἰσθητῶς τὴν θερμοκρασίαν, τὴν ὁποίαν εἶχε πρὸ τῆς ἐπαφῆς.



Σχ. 571. α) Κατασκευὴ θερμομέτρου. β) Ἕτοιμον θερμόμετρον.

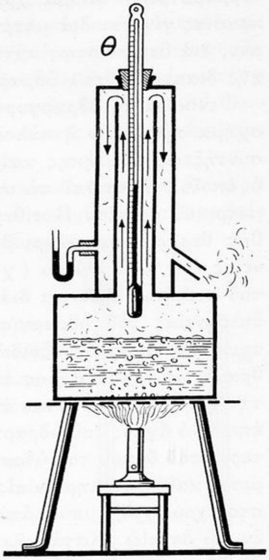
287. Ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον. Ἐκ τῶν μᾶλλον συνήθων ἐν χρήσει θερμομέτρων εἶναι τὸ ὑ δ ρ α ρ γ υ ρ ι κ ὸ ν θ ε ρ μ ό μ ε τ ρ ο ν, εἰς τὸ ὁποῖον ὡς θερμομετρικὸν σῶμα χρησιμοποιεῖται ὁ ὑδράργυρος (*). Ἡ ἐκτίμησις τῆς θερμοκρασίας γίνεται διὰ μετρήσεως τῆς αὐξήσεως τοῦ ὄγκου ὡρισμένης μάζης ὑδραργύρου, διὰ θερμάνσεως αὐτῆς ἤ, ὡς συνήθως λέγομεν, διὰ παρατηρήσεως τῆς θερμικῆς διαστολῆς τοῦ ὑδραργύρου.

Γενικῶς, τὸ ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον ἀποτελεῖται ἐκ δοχείου ἐξ ὑάλου ἔχοντος σχῆμα σφαιρικὸν ἢ κυλινδρικόν. Ἐπὶ τοῦ θερμομετρικοῦ δοχείου προσκολλᾶται διὰ συντήξεως ἐπιμήκης καὶ πολὺ μικρᾶς διαμέτρου τριχοειδὴς ἰσοδιαμετρικὸς σωλήν, ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖ τὸ στέλεχος τοῦ θερμομέτρου (σχ. 571). Ἐντὸς τοῦ θερμομετρικοῦ δοχείου Β τίθεται ἡ κατάλληλος ποσότης ὑδραργύρου, ἡ ὁποία ἀκολούθως θερμαίνεται μέχρι βρασμοῦ, πρὸς τελείαν ἐκδίωξιν τοῦ ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου (χῶρος Α) εὑρισκομένου ἀέρος, καὶ τέλος τὸ ἀνοικτὸν ἄκρον τοῦ σωλῆνος κλείεται διὰ συντήξεως τῆς ὑάλου εἰς Γ. Οὕτω, ἄνωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου ὑπάρχει λίαν προκεχωρημένον κενόν, ἀποφευγομένης τοιουτοτρόπως τῆς ὀξειδώσεως τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου, ὡς καὶ τοῦ κινδύνου θραύσεως τοῦ σωλῆνος ἐκ τῆς συμπιέσεως τοῦ ἄνωθεν αὐτοῦ ἀέρος, ὑπὸ τῆς κατὰ τὴν χρῆσιν τοῦ ὀργάνου ἀνερχομένης εἰς τὸν σωλῆνα ὑδραργυρικῆς στήλης. Ἐξ ἄλλου, ἐπειδὴ ὁ ὄγκος τοῦ ὑδραργύρου ἐν τῷ θερμομετρικῷ δοχείῳ εἶναι κατὰ πολὺ μεγαλύτερος τοῦ ὄγκου τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸ στέλεχος, ἡ διαστολὴ τοῦ ὑδραργύρου ἀναφέρεται καθ' ὁλοκληρίαν εἰς τὸν ὑδράργυρον τοῦ δοχείου, ἡ δὲ ὑδραργυρικὴ στήλη τοῦ στελέχους χρησιμεύει ἁπλῶς ὡς δείκτης διὰ τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου τοῦ ὑδραργύρου ἐν τῷ δοχείῳ. Κατὰ μῆκος τοῦ σωλῆνος ἔχουν χαραχθῆ ὑποδιαιρέσεις, ἡ ἑκάστοτε δὲ θέσις τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου μᾶς παρέχει τὴν μετρουμένην θερμοκρασίαν.

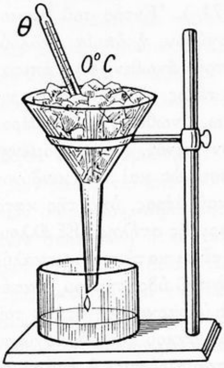
288. Θερμομετρικαὶ κλίμακες. 1) Κλῖμαξ Celsius (Κελσίου). Ἐὰν τὸ ὡς ἄνω κατασκευασθὲν θερμόμετρον βυθίσωμεν ἐντὸς δοχείου περιέχοντος τρίμματα καθαροῦ πάγου (σχ. 572), παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη εἰς τὸν σωλῆνα, λόγῳ συστολῆς τοῦ ὑδραργύρου, κατέρχεται καὶ τέλος αὕτη παραμένει στάσιμος εἰς ὡρισμένην θέσιν. Εἰς τὴν θέσιν ταύτην τοῦ θερμομέτρου σημειοῦμεν τὴν θερμοκρασίαν **μηδὲν (0 °C)**. Ἀκολούθως θερμαίνομεν τοῦτο ἐντὸς θερμαντῆρος (σχ. 573), ὅτε παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη ἀνέρχεται καί, ὅταν τὸ ὕδωρ ἀρχίσῃ νὰ βράζῃ, βλέπομεν ὅτι ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη παραμένει στάσιμος· τὸ θερμομετρικὸν δοχεῖον πρέπει νὰ εὑρίσκεται ὀλίγον ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας τοῦ βράζοντος ὕδατος, εἰς τρόπον

(*) Ὁ ὑδράργυρος χρησιμοποιεῖται ὡς θερμομετρικὸν σῶμα, ἕνεκα τῶν ἀκολούθων ἰδιοτήτων αὐτοῦ : α) Ἡ διαστολὴ αὐτοῦ εἶναι σημαντικὴ καὶ ὁμοιόμορφος. β) Δύναται εὐχερῶς νὰ παρασκευασθῇ ἐν καθαρᾷ καταστάσει. γ) Εἶναι ἀδιαφανὴς καὶ ἑπομένως διακρίνεται εὐκόλως διὰ μέσου τῆς ὑάλου τοῦ θερμομέτρου. δ) Ἔχει ταπεινὸν σημεῖον πήξεως καὶ ὑψηλὸν σημεῖον ζέσεως. ε) Δὲν δεικνύει συνάφειαν πρὸς τὴν ὕαλον καὶ ἑπομένως δὲν προσφύεται ἐπὶ τοῦ σωλῆνος τοῦ θερμομέτρου. στ) Εἶναι καλὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος καὶ προσλαμβάνει ταχέως τὴν θερμοκρασίαν τοῦ σώματος, πρὸς τὸ ὁποῖον τίθεται ἐν ἐπαφῇ.

ὥστε νὰ προσβάλλεται ὑπὸ τῶν ἀτμῶν αὐτοῦ. Εἰς τὴν θέσιν ταύτην, ἐφ' ὅσον τὸ βαρόμετρον δεικνύει κανονικὴν πίεσιν, ἤτοι 760 Torr, σημειοῦμεν τὴν θερμοκρασίαν **ἑκατὸν (100 ⁰C)**, ἡ ὁποία δεχόμεθα ὅτι παριστᾷ τὴν θερμοκρασίαν τῶν ἀτμῶν τοῦ ζέοντος ὕδατος. Τὸ μεταξὺ 0 καὶ 100 διάστημα ὑποδιαιρεῖται εἰς ἑκατὸν ἴσα μέρη, τὴν ἀπόστασιν δὲ μεταξὺ δύο διαδοχικῶν τοιούτων διαιρέσεων καλοῦμεν **βαθμὸν Κελσίου (1 ⁰C)** καὶ συμβολίζεται ὡς **1 grad.** Ἡ ὑποδιαίρεσις ἐπεκτείνεται καθ' ὅμοιον τρόπον καὶ ἄνωθεν τοῦ 100 καὶ κάτωθεν τοῦ μηδενὸς (σχ. 574).



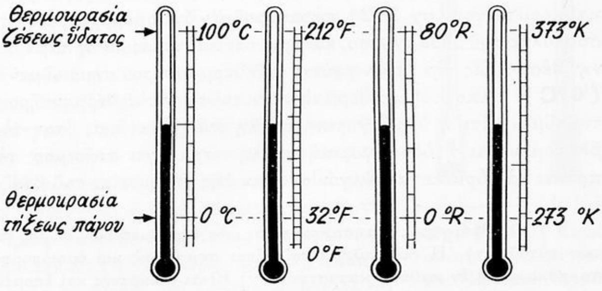
Σχ. 573. Θερμαντήρ. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν 100 ⁰C.



Σχ. 572. Προσδιορισμὸς τοῦ 0 ⁰C ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου.

Αἱ θερμοκρασίαι κάτω τοῦ μηδενὸς χαρακτηρίζονται ὡς ἀρνητικαί, αἱ δὲ ἄνω τοῦ μηδενὸς ὡς θετικαί. Οὕτω π.χ. — 15 ⁰C παριστᾷ θερμοκρασίαν 15 βαθμῶν Κελσίου κάτω τοῦ μηδενός, ἐνῷ + 35 ⁰C παριστᾷ θερμοκρασίαν 35 βαθμῶν Κελσίου ἄνω τοῦ μηδενός. Ἡ ἑκατοντάβαθμος κλῖμαξ προετάθη ὑπὸ τοῦ Σουηδοῦ Ἀστρονόμου καθηγητοῦ **Celsius** (κατὰ τὸ ἔτος 1742).

2) Κλῖμαξ Fahrenheit (Φαρενάϊτ). Αὕτη εἶναι ἐν χρήσει σήμερον ὑπὸ τῶν Ἄγγλων καὶ Ἀμερικανῶν. Ἡ ἀντιστοιχία μεταξὺ βαθμῶν Κελσίου (⁰C) καὶ βαθμῶν Fahrenheit (⁰F) εἶναι ἡ ἀκόλουθος: Εἰς 0 ⁰C ἀντιστοιχοῦν 32 ⁰F, εἰς 100 ⁰C ἀντιστοιχοῦν 212 ⁰F, ἑπομένως 100 ⁰C ἀντιστοιχοῦν εἰς 180 ⁰F, ἤ ὁ λόγος μεταξὺ βαθμῶν F καὶ βαθμῶν C εἶναι 9 : 5 (σχ. 574).



Σχ. 574. Κλίμακες καὶ βαθμολογία τῶν θερμομέτρων Κελσίου, Φαρενάϊτ, Ρεωμύρου καὶ Κέλβιν.

3) Κλῖμαξ Réaumur (Ρεωμύρου). Τὸ μηδὲν τῆς κλίμακος Ρεωμύρου ἀντιστοιχεῖ πρὸς 0 °C, ἐνῷ 80 °R ἀντιστοιχοῦν εἰς 100 °C. Ἡ κλῖμαξ αὕτη σχεδὸν δὲν χρησιμοποιεῖται σήμερον, διατηρεῖται δὲ μόνον, εἰς περιωρισμένην ὅμως χρῆσιν, ἐν Σκανδιναυΐᾳ καὶ Ὁλλανδίᾳ.

Κλῖμαξ Kelvin (Κέλβιν). Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω κλιμάκων, γίνεται χρῆσις εἰς τὴν Φυσικὴν καὶ τῆς **κλίμακος Kelvin (K)** ἢ **ἀπολύτου κλίμακος** (σχ. 574), τὴν ὁποίαν θὰ ἐξετάσωμεν εἰς ἄλλην θέσιν (βλ. § 305) καὶ ἡ ὁποία προκύπτει διὰ προσθήκης εἰς τὴν θερμοκρασίαν βαθμῶν Κελσίου τοῦ ποσοῦ τῶν 273°. Οὕτω π.χ. 0 °C = 273 °K, 50 °C = 323 °K.

Ἀντιστοιχία ἐνδείξεων θερμομέτρων. Ἡ ἀναγωγὴ τῶν ἐνδείξεων εἰς τὰς θερμομετρικὰς κλίμακας Κελσίου, Φαρενάϊτ καὶ Ρεωμύρου δύναται νὰ γίνῃ δι' ἐφαρμογῆς τοῦ γενικοῦ τύπου :

$$\frac{C}{100} = \frac{R}{80} = \frac{F-32}{180} \qquad (1)$$

ἢ ἀκόμη, προκειμένου διὰ τὰς κλίμακας Κελσίου καὶ Φαρενάϊτ, καὶ διὰ τοῦ τύπου :

$$\frac{C-0}{F-32} = \frac{100-0}{212-32} \quad \text{ἢ} \quad \frac{C}{F-32} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9} \qquad (2)$$

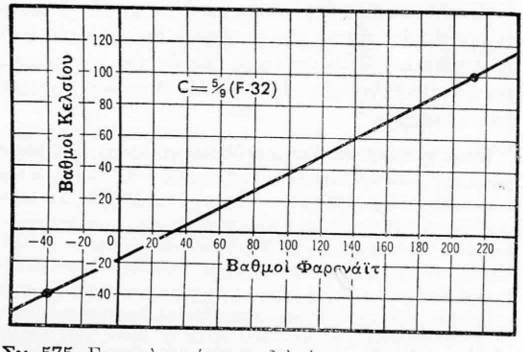
Ἡ ἐξίσωσις (2) λυομένη ὡς πρὸς C ἢ F παρέχει :

$$\boxed{C = \frac{5}{9}(F-32) \quad \text{καὶ} \quad F = \left(\frac{9}{5}\cdot C\right) + 32} \qquad (3)$$

Δέον νὰ τονισθῇ ἐνταῦθα ὅτι, προκειμένου περὶ τῶν ἐνδείξεων τῶν θερμομετρικῶν κλιμάκων, θὰ χρησιμοποιοῦνται οἱ τύποι (1), (2) ἢ (3), προκειμένου ὅμως νὰ μετατραποῦν διαφοραὶ βαθμῶν τῆς μιᾶς κλίμακος εἰς ἄλλην, τοῦτο θὰ γίνεται διὰ τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν. Οὕτω π.χ., ἐὰν ζητῆται νὰ εὑρεθῇ εἰς πόσους βαθμοὺς Φαρενάϊτ ἀντιστοιχεῖ διαφορὰ θερμοκρασίας 80° Κελσίου, θὰ ἔχωμεν :

Εἰς 100 °C ἀντιστοιχοῦν 180 °F
80 °C » x;

$$x = \frac{180 \cdot 80}{100} = 144 \ °F$$



Σχ. 575. Γραφικὴ παράστασις διὰ τὴν ταχεῖαν ἀναγωγὴν βαθμῶν Κελσίου εἰς βαθμοὺς Φαρενάϊτ καὶ ἀντιστρόφως.

Παραδείγματα θερμοκρασιῶν εἰς °C.	
Θερμοκρασία βρασμοῦ τοῦ ὑγροῦ ἀέρος	−191
Μέση θερμοκρασία τοῦ ὑγιοῦς ἀνθρώπου	37
Θερμοκρασία ἐρυθροπυρωμένου σιδήρου ἢ φλογὸς κηρίου	700
Θερμοκρασία πυρακτωμένου νήματος ἠλεκτρικοῦ λαμπτῆρος	2 300
Θερμοκρασία εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ Ἡλίου	6 000

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Νὰ μετατραποῦν αἱ ἐνδείξεις θερμοκρασιῶν 70 °F, 84 °F εἰς βαθμοὺς Κελσίου.

Λύσις. Ἐκ τοῦ τύπου :

$$C = \frac{5}{9}\ (F - 32)$$

διὰ τοῦ ὁποίου μετατρέπομεν τὰς ἐνδείξεις τῆς κλίμακος τοῦ Φαρενάϊτ εἰς ἐνδείξεις κλίματος Κελσίου, εὑρίσκομεν :

$$\alpha)\ \underline{C} = \frac{5}{9}\ (70 - 32) = \underline{21{,}1\,^0C} \qquad \beta)\ \underline{C} = \frac{5}{9}\ (84 - 32) = \underline{28{,}9\,^0C}$$

2. Τὸ οἰνόπνευμα βράζει εἰς 78,5 °C καὶ πήγνυται εἰς — 117 °C. Ποῖαι αἱ ἀντίστοιχοι θερμοκρασίαι εἰς βαθμοὺς Φαρενάϊτ.

Λύσις. Ἐὰν εἰς τὴν σχέσιν $F = \frac{9}{5}\ C + 32$, μετατροπῆς τῶν βαθμῶν Κελσίου εἰς βαθμοὺς Fahrenheit, θέσωμεν: $C = 78{,}5\ ^0C$ καὶ κατόπιν $C = -117\ ^0C$, εὑρίσκομεν τὰς ἀντιστοίχους ζητουμένας θερμοκρασίας εἰς βαθμοὺς Fahrenheit. Οὕτω ἔχομεν :

$$\underline{F} = \frac{9}{5} \cdot 78{,}5 + 32 = -\ \underline{40\,^0F} \quad \text{καὶ} \quad \underline{F} = \frac{9}{5}\ (-117) + 32 = -\ \underline{173\,^0F}$$

289. Θερμόμετρα δι' ὑγρῶν. Ὡς βάσις διὰ τὴν μέτρησιν τῶν θερμοκρασιῶν χρησιμεύει τὸ ὑδαργυρικὸν θερμόμετρον, καθότι ὁ ὑδράργυρος ἔχει ἐξ ὅλων τῶν ὑγρῶν τὸ πλεονέκτημα, ὅταν θερμαίνεται, νὰ διαστέλλεται ὁμοιομόρφως. Ἐὰν ὅμως πληρωθῇ τὸ θερμόμετρον μὲ ἄλλο ὑγρόν, π.χ. μὲ οἰνόπνευμα, δὲν ἐπιτρέπεται νὰ διαιρέσωμεν τὴν ἀπόστασιν τῶν σταθερῶν σημείων εἰς 100 ἴσα μέρη, διότι τὸ οἰνόπνευμα δὲν διαστέλλεται ὁμοιομόρφως. Ὡς ἐκ τοῦ λόγου τούτου, τοῦτο πρέπει νὰ συγκρίνεται κατὰ βαθμὸν πρὸς ὑδαργυρικὸν θερμόμετρον καὶ νὰ σχηματίζεται οὕτω ἡ σχετικὴ κλῖμαξ.

Ὅρια χρησιμοποιήσεως ὑδαργυρικοῦ θερμομέτρου. Ἐπειδὴ ὁ ὑδράργυρος πήγνυται εἰς — 38,9 °C καὶ βράζει εἰς + 356,7 °C, τὸ ὑδαργυρικὸν θερμόμετρον δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ μεταξὺ τῶν ὁρίων — 38,9 °C καὶ 300 °C. Δι' ἀνωτέρας θερμοκρασίας, μέχρις 700 °C, χρησιμοποιοῦμεν θερμόμετρα κατασκευαζόμενα ἐκ δυστήκτου ὑάλου (ὕαλος ἐκ χαλαζίου), ἄνωθεν ὅμως τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου δὲν ὑφίσταται κενόν, ἀλλ' ἄζωτον ἢ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος ὑπὸ πίεσιν. Διὰ θερμοκρασίας κατωτέρας τῶν — 38,9 °C χρησιμοποιοῦμεν θερμόμετρα ἔχοντα ὡς θερμομετρικὸν ὑγρὸν οἰνόπνευμα (— 100 °C) ἢ πεντάνιον (— 190 °C).

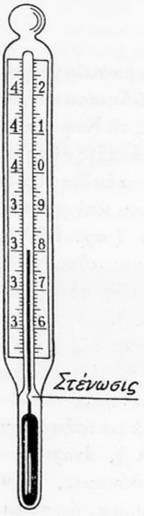
Γενικῶς, ὅλα τὰ ἀνωτέρω περιγραφέντα θερμόμετρα χρησιμοποιοῦν ὡς θερμομετρικὸν σῶμα ὑγρὸν καὶ ἑπομένως τὰ ὅρια θερμοκρασίας, ἐντὸς τῶν ὁποίων δύνανται νὰ χρησιμοποιηθοῦν τὰ θερμόμετρα ταῦτα, εἶναι — 190 °C καὶ + 700 °C. Διὰ θερμοκρασίας ταπεινοτέρας ἢ ἀνωτέρας τῶν ὁρίων τούτων καταφεύγομεν εἰς ἄλλα μέσα (βλ. § 290).

Ἡ μέτρησις τῆς θερμοκρασίας διὰ τῶν θερμομέτρων παρουσιάζει ὡρισμένα σφάλματα, τὰ ὁποῖα εἶναι γνωστὰ καὶ δύνανται νὰ διορθωθοῦν δι' ὑπολογισμοῦ. Ἐν τούτοις, ἐπειδὴ τὰ σφάλματα ταῦτα ἀναφέρονται εἰς μετρήσεις μεγάλης ἀκριβείας καὶ ἐπειδὴ ἡ τεχνικὴ κατασκευὴ τῶν θερμομέτρων ἔχει προχωρήσει σήμερον σημαντικῶς, ὥστε νὰ ἐλαττωθοῦν τὰ σφάλματα ταῦτα εἰς μέγιστον βαθμόν, δὲν θ' ἀσχοληθῶμεν μὲ τὴν περιγραφήν των.

Ἡ εὐαισθησία τῶν θερμομέτρων, ἡ ὁποία εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον τὸ δοχεῖον τοῦ θερμομέτρου εἶναι μεγαλύτερον καὶ ἡ διάμετρος τοῦ σωλῆνος μικροτέρα, ἔχει αὐξηθῇ σημαντικῶς, εἰς τρόπον ὥστε νὰ δυνάμεθα μετ' ἀκριβείας νὰ μετρήσωμεν μεταβολὴν θερμοκρασίας 0,01 °C καὶ ἔτι μικροτέραν.

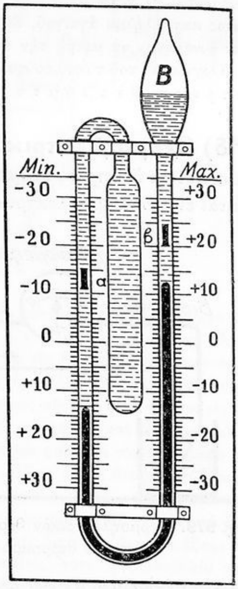
290. Διάφοροι τύποι θερμομέτρων. **α) Ἰατρικὸν θερμόμετρον.** Τοῦτο εἶναι ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον, εἰς τὸ ὁποῖον τὸ στέλεχος, εἰς τὸ σημεῖον κατὰ τὸ ὁποῖον προσαρμόζεται ἐπὶ τοῦ δοχείου, παρουσιάζει μικρὰν ἀποστένωσιν (σχ. 576).

Οὕτω, ὅταν ὁ ὑδράργυρος διαστέλλεται, εἰσχωρεῖ διὰ μέσου τῆς ἀποστενώσεως ἐντὸς τοῦ στελέχους, ὁπότε παρατηροῦμεν ὅτι ὁ ὑδράργυρος ἀνέρχεται ἐν αὐτῷ, μέχρις ὅτου δείξῃ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ σώματος. Ὅταν ὅμως ὁ ὑδράργυρος, λόγῳ ψύξεως τοῦ θερμομέτρου, συστέλλεται, τότε ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη διακόπτεται εἰς τὸ σημεῖον τῆς ἀποστενώσεως καὶ παραμένει εἰς τὴν θέσιν, εἰς τὴν ὁποίαν εὑρίσκετο ὅταν ἦτο εἰς ἐπαφὴν πρὸς τὸ σῶμα τοῦ ἀσθενοῦς, δεικνύουσα οὕτω τὴν μεγίστην θερμοκρασίαν. Ἵνα τὸ θερμόμετρον χρησιμοποιηθῇ ἐκ νέου πρέπει, δι' ἐλαφρῶν τιναγμῶν, ν' ἀναγκάσωμεν τὸν ὑδράργυρον τοῦ στελέχους νὰ κατέλθῃ μέχρι τοῦ κατωτάτου δυνατοῦ σημείου.



Σχ. 576. Ἰατρικὸν θερμόμετρον.

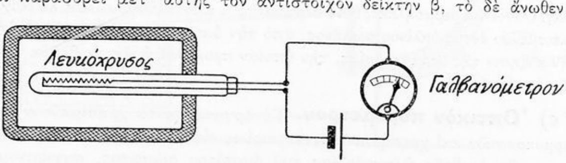
β) Θερμόμετρα μεγίστου καὶ ἐλαχίστου. Ἁπλούστατον τύπον θερμομέτρου μεγίστου ἀποτελεῖ τὸ ἀνωτέρω περιγραφὲν ἰατρικὸν θερμόμετρον. Ἕτερος τύπος θερμομέτρου μεγίστου καὶ ἐλαχίστου εἶναι τὸ **θερμόμετρον** τοῦ σχήματος 577. Ὡς θερμομετρικὸν ὑγρὸν χρησιμεύει οἰνόπνευμα (ἀλκόολη) καὶ ὑδράργυρος. Ἐπὶ τῶν δύο ἐλευθέρων ἐπιφανειῶν τοῦ ὑδραργύρου εὑρίσκονται δύο μικροὶ στυλίσκοι ἐκ σιδήρου, α καὶ β, οἱ ὁποῖοι, τῇ βοηθείᾳ μαγνήτου, δύνανται νὰ μετατοπίζωνται ἐντὸς τοῦ στελέχους ὑπὸ ἐλαφρὰν τριβήν.



Σχ. 577. Θερμόμετρον μεγίστου καὶ ἐλαχίστου.

Ὅταν τὸ δοχεῖον τοῦ θερμομέτρου θερμαίνεται, τὸ ἐν αὐτῷ ὑγρόν, λόγῳ τῆς διαστολῆς του, διερχόμενον ἐλευθέρως διὰ μέσου τοῦ διακένου τοῦ δείκτου α, ὠθεῖ τὸ πρὸς τὰ ἀριστερὰ σκέλος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης πρὸς τὰ κάτω, ἐνῷ ὁ δείκτης α παραμένει εἰς τὴν θέσιν του συγκρατούμενος λόγῳ τῆς τριβῆς πρὸς τὸ τοίχωμα τοῦ σωλῆνος. Τουναντίον, τὸ πρὸς τὰ δεξιὰ σκέλος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἀνέρχεται καὶ παρασύρει μετ' αὐτῆς τὸν ἀντίστοιχον δείκτην β, τὸ δὲ ἄνωθεν αὐτῆς ὑγρὸν εἰσχωρεῖ εἰς τὸν χῶρον Β καὶ συμπιέζει τὸν ἐν αὐτῷ ὑπάρχοντα ἀέρα.

Ὅταν τὸ κυλινδρικὸν δοχεῖον τοῦ θερμομέτρου ἀποψύχεται, ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη, λόγῳ τῆς συστολῆς τῶν ὑγρῶν καὶ τῆς πιέσεως τοῦ εἰς τὸν χῶρον Β ἀέρος, ἐκτελεῖ τὴν ἀντίθετον κίνησιν ἢ προηγουμένως. Τὸ ὄργανον, μεθ' ἑκάστην παρατήρησιν, δέον νὰ



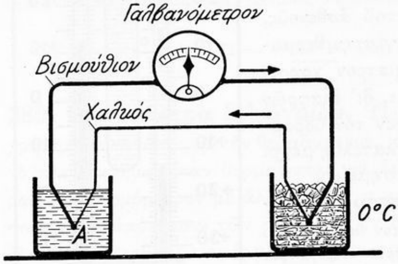
Σχ. 578. Ἠλεκτρικὸν θερμόμετρον ἀντιστάσεως.

ἐπαναφέρεται εἰς τὴν κανονικήν του κατάστασιν, τοῦτο δὲ ἐπιτυγχάνεται, ἐὰν μετατοπίσωμεν μὲ τὴν βοήθειαν μικροῦ μαγνήτου τοὺς δύο δείκτας, ὥστε νὰ ἐφάπτωνται τῶν ἐπιφανειῶν τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης.

*** γ) Ἠλεκτρικὸν θερμόμετρον ἀντιστάσεως.** Ἡ ἀντίστασις τῶν μεταλλικῶν ἀγωγῶν αὐξάνεται ἐν γένει μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Ἐπομένως εἶναι φανερὸν ὅτι διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως καταλλήλου ἀγωγοῦ, ὡς π.χ. λεπτοῦ σύρματος ἐκ λευκοχρύσου, συνδεδεμένου πρὸς διάταξιν δυναμένην νὰ μετρῇ τὴν ἀντίστασιν αὐτοῦ, δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ οὗτος ὡς θερμόμετρον.

Ὄργανα δὲ τοῦ τύπου τούτου, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται σήμερον εὐρύτατα, καλοῦνται ἠλεκτρικὰ θερμόμετρα (σχ. 578).

*** δ) Θερμοηλεκτρικὸν θερμόμετρον.** Διὰ τὴν μέτρησιν θερμοκρασιῶν χρησιμοποιεῖται ἐπίσης τὸ **θερμοηλεκτρικὸν θερμόμετρον,** ἡ λειτουργία τοῦ ὁποίου στηρίζεται εἰς τὸ θερμοηλεκτρικὸν φαινόμενον, τὸ ὁποῖον θὰ σπουδάσωμεν εἰς τὸ Κεφάλαιον τοῦ Ἠλεκτρισμοῦ. Ἡ διάταξις αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο σύρματα ἐκ διαφόρων μετάλλων, ὡς π.χ. σιδήρου καὶ χαλκοῦ ἢ βισμουθίου καὶ χαλκοῦ (σχ. 579), τῶν ὁποίων τὰ πέρατα εἶναι αὐτογενῶς συγκολλημένα (ἄνευ δηλαδὴ παρεμβολῆς συγκολλητικῆς οὐσίας). Ὅταν τὰ σημεῖα ἐπαφῆς εὑρίσκωνται εἰς διαφόρους θερμοκρασίας, π.χ. ἡ μία ἐπαφὴ εἰς 0 °C καὶ ἡ ἄλλη βυθισμένη εἰς τὸ σῶμα τοῦ ὁποίου ζητοῦμεν νὰ μετρήσωμεν τὴν θερμοκρασίαν (εἰς Α), ἀναπτύσσεται ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις, τὴν ὁποίαν μετροῦμεν μὲ ἕνα ὄργανον, τὸ ὁποῖον παρεμβάλλομεν εἰς τὸ κύκλωμα, ὡς εἶναι τὸ γαλβανόμετρον (μιλλιβολτόμετρον). Τὸ ὄργανον τοῦτο εἶναι συνήθως βαθμολογημένον εἰς βαθμοὺς Κελσίου (ἢ βαθμοὺς ἄλλης θερμομετρικῆς κλίμακος), ὁπότε δι' ἀπ' εὐθείας ἀναγνώσεως εὑρίσκομεν τὴν ζητουμένην θερμοκρασίαν τοῦ ἀγνώστου σώματος. Ὅταν πρόκειται νὰ μετρήσωμεν θερμοκρασίας σχετικῶς ὑψηλάς, τότε τὴν ἄλλην ἐπαφὴν διατηροῦμεν ὄχι πλέον εἰς 0 °C, ἀλλὰ εἰς τὸ περιβάλλον (περίπου 20 °C), χωρὶς νὰ προκύπτῃ οὕτω σημαντικὸν σφάλμα.

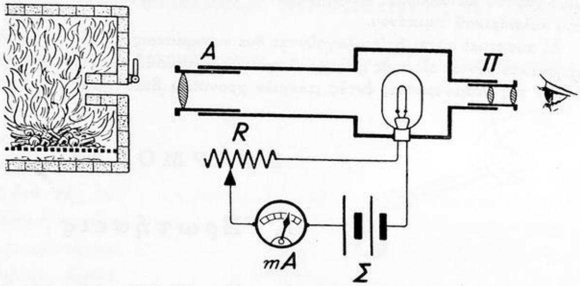


Σχ. 579. Θερμοηλεκτρικὸν θερμόμετρον διὰ τὴν μέτρησιν θερμοκρασιῶν.

Τὰ θερμοηλεκτρικὰ θερμόμετρα δύνανται νὰ ἐλέγξουν ἐπίσης πολὺ μικρὰν ἀνύψωσιν θερμοκρασίας. Οὕτω διὰ θερμοηλεκτρικοῦ θερμομέτρου ἀποτελουμένου ἐκ λευκοχρύσου καὶ βισμουθίου ἐγκεκλεισμένου ἐντὸς ὑαλίνου σωλῆνος, ἀπὸ τὸν ὁποῖον ἔχει ἀφαιρεθῇ ὁ ἀήρ, δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν τὴν αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας, τὴν ὁποίαν προκαλεῖ ἡ ἀκτινοβολία τῶν πλανητῶν καί τινων ἀπλανῶν ἀστέρων.

*** ε) Ὀπτικὸν πυρόμετρον.** Τὰ ὄργανα ταῦτα χρησιμεύουν διὰ τὴν μέτρησιν λίαν ὑψηλῶν θερμοκρασιῶν καὶ χρησιμοποιοῦνται κυρίως εἰς τὴν μεταλλουργίαν διὰ τὴν μέτρησιν τῆς λαμπρότητος τῆς ἐρυθρᾶς ἀκτινοβολίας τοῦ διαπύρου σώματος, συγκρινομένης πρὸς πρότυπον πηγὴν ἐρυθρᾶς ἀκτινοβολίας, π.χ. ἠλεκτρικῆς λυχνίας πυρακτώσεως, τῆς ὁποίας μεταβάλλομεν τὴν λαμπρότητα τοῦ νήματος διὰ μεταβολῆς τῆς ἐντάσεως τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος, μέχρις ὅτου ἡ λαμπρότης τῆς λυχνίας συμπέσῃ πρὸς τὴν λαμπρότητα τοῦ ἐξεταζομένου θερμοῦ σώματος.

Τελευταίως, ἐπειδὴ αἱ ἀνάγκαι τῆς ἀκριβοῦς μετρήσεως τῆς θερμοκρασίας εἰς διαφόρους μεταλλουργικὰς ἢ ἄλλας βιομηχανίας ηὐξήθησαν σημαντικῶς, ἐπενοήθησαν διάφοροι τύποι ὀπτικῶν πυρομέτρων, τὰ ὁποῖα ἔχουν βαθμολογηθῆ καταλλήλως καὶ παρέχουν δι' ἀμέσου ἀναγνώσεως τὴν θερμοκρασίαν τοῦ θερμοῦ σώματος.



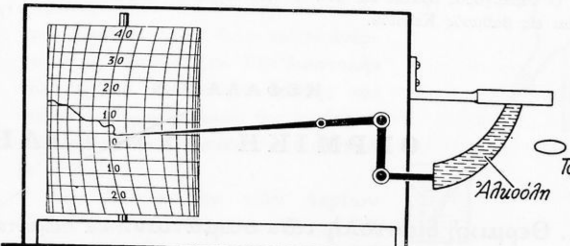
Σχ. 580. Ὀπτικὸν πυρόμετρον, μετὰ ἠλεκτρικῆς συνδεσμολογίας του.

Εἰς τὸ σχῆμα 580 δεικνύεται ὀπτικὸν πυρόμετρον τοῦ ἀνωτέρω τύπου, ἀποτελούμενον ἐκ σωλῆνος, φέροντος ἀντικειμενικὸν Α καὶ προσοφθάλμιον Π φακόν, εἰς τὸ μέσον τοῦ ὁποίου τοποθετεῖται ἡ λυχνία, τροφοδοτουμένη ὑπὸ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος Σ, τοῦ ὁποίου ἡ ἔντασις ρυθμίζεται διὰ καταλλήλου ἀντιστάσεως R, ἐλέγχεται δὲ δι' ἀμπερομέτρου (m A), τὸ ὁποῖον συνήθως εἶναι βαθμολογημένον ἀπ' εὐθείας εἰς βαθμοὺς θερμοκρασίας.

Σχ. 581. Ὀπτικὸν πεδίον πυρομέτρου· (α) καὶ (β) παριστοῦν δύο ἄκρας περιπτώσεις μὴ ἐπιτεύξεως ἰσοφωτισμοῦ.

Εἰς τὸ παρακείμενον σχῆμα 581 δεικνύεται τὸ ὀπτικὸν πεδίον μετὰ τοῦ νήματος τῆς λυχνίας. Οὕτω, εἰς τὸ σχῆμα (α) ἡ ἔντασις τοῦ ρεύματος καὶ ἡ φωτοβολία εἶναι πολὺ μικρὰ καὶ τὸ νῆμα φαίνεται σκοτεινὸν ἀπὸ τὸ ὑπόλοιπον ὀπτικὸν πεδίον. Εἰς (β) ἡ ἔντασις τοῦ ρεύματος εἶναι πολὺ μεγάλη καὶ τὸ νῆμα φαίνεται φωτεινότερον ἀπὸ τὸ ὑπόλοιπον ὀπτικὸν πεδίον. Ἐὰν τὸ ὄργανον ρυθμισθῆ καταλλήλως, ὥστε τὸ νῆμα νὰ ἐξαφανισθῆ ἐντὸς τοῦ ὀπτικοῦ πεδίου, τότε ἡ φωτοβολία τοῦ νήματος θὰ συμπίπτη πρὸς τὴν τοῦ πεδίου καὶ ἡ ἔνδειξις τοῦ ἐπὶ τούτῳ βαθμολογημένου ἀμπερομέτρου δεικνύει τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἐξεταζομένου θερμοῦ σώματος.

*** στ) Αὐτογραφικὰ θερμόμετρα.** Ταῦτα ἀποτελοῦνται κυρίως ἀπὸ σωλῆνα μεταλλικὸν παρουσιάζοντα πεπλατυσμένην τομὴν καὶ ὁ ὁποῖος πληροῦται τελείως ὑπὸ οἰνοπνεύματος ἢ πετρελαίου (σχ. 582) ἢ ἔχουν σπεῖραν ἐκ διμεταλλικοῦ ὑλικοῦ (βλ. § 296). Λόγῳ μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας, ὁ ὄγκος τοῦ ὑγροῦ τείνει ν' αὐξηθῆ, συνεπείᾳ δὲ τούτου μεταβάλλεται ἡ πίεσις ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ σωλῆνος. Οὕτω προκύπτουν δυνάμεις προκαλοῦσαι ἐλαστικὰς παραμορφώσεις τοῦ σωλῆνος, αἱ ὁποῖαι μεγεθυνόμεναι διὰ καταλλήλων μηχανικῶν διατάξεων μεταβιβάζονται εἰς δείκτην, τοῦ ὁποίου τὸ ἐλεύθερον ἄκρον φέρει κατάλληλον γραφίδα ἐφωδιασμένην διὰ μελάνης. Τὸ ἄκρον τῆς γραφίδος



Σχ. 582. Διάταξις αὐτογραφικοῦ θερμομέτρου.

ἐφάπτεται κυλινδρικοῦ τυμπάνου περιστρεφομένου περὶ ἄξονα δι' εἰδικοῦ ὡρολογιακοῦ μηχανισμοῦ· οὕτω δὲ ἡ γραφὶς καταγράφει αὐτομάτως τὰς διαφόρους κινήσεις τοῦ δείκτου ἐπὶ τεμαχίου χάρτου καταλλήλως ὑποδιῃρημένου καὶ προσηρμοσμένου ἐπὶ τῆς παραπλεύρου ἐπιφανείας τοῦ κυλινδρικοῦ τυμπάνου.

Αἱ συσκευαὶ αὗται βαθμολογοῦνται διὰ συγκρίσεως αὐτῶν πρὸς ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον καὶ χρησιμοποιοῦνται εἰς τοὺς μετεωρολογικοὺς σταθμοὺς διὰ τὴν συνεχῆ παρακολούθησιν τῶν μεταβολῶν τῆς θερμοκρασίας ἐντὸς μακρῶν χρονικῶν διαστημάτων, π.χ. ἡμέρας, ἑβδομάδος, μηνός.

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α΄ Ἐρωτήσεις

Πῶς εἰσάγεται ἡ ἔννοια τῆς θερμοκρασίας εἰς τὴν σπουδὴν τῆς θερμότητος καὶ ποία ἡ μονὰς αὐτῆς. Ἐκφράζεται ἡ θερμοκρασία διὰ τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν τοῦ συστήματος C.G.S. ἢ τοῦ Τ. Σ. μονάδων;

Πόσας θερμομετρικὰς κλίμακας χρησιμοποιοῦμεν καὶ πῶς αὗται σχετίζονται μεταξύ των.

Ποῖα τὰ ὅρια χρησιμοποιήσεως τοῦ ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου καὶ πῶς πρέπει νὰ τροποποιηθῇ διὰ τὴν μέτρησιν θερμοκρασιῶν κειμένων ἐκτὸς τῶν ὁρίων τούτων. Ποία εἶναι ἡ ἀνωτάτη θερμοκρασία ἡ μετρουμένη δι' ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου.

Τί καλοῦμεν θερμόμετρα μεγίστου καὶ ἐλαχίστου. Τί εἴδους θερμόμετρον εἶναι τὸ ἰατρικόν.

Περιγράψατε τὰ διαφόρου τύπου μὴ ὑδραργυρικὰ θερμόμετρα. Ἐπὶ ποίας ἀρχῆς στηρίζεται ἡ λειτουργία τῶν μεταλλικῶν θερμομέτρων. Περιγράψατε ἓν τοιοῦτον θερμόμετρον.

Β΄ Προβλήματα

1. Νὰ μετατραποῦν αἱ ἐνδείξεις θερμοκρασιῶν 4 °C, 15 °C, 40 °C, 86 °C εἰς βαθμοὺς Fahrenheit.
('Απ. 39,2 °F. 59 °F. 104 °F. 186 °F.)

2. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν αἱ ἐνδείξεις θερμομέτρων Κελσίου καὶ Φαρενάϊτ συμπίπτουν.
('Απ. — 40 °C = — 40 °F.)

3. Ὁ ὑδράργυρος βράζει εἰς 675 °F καὶ πήγνυται εἰς —38 °F. Ποῖαι αἱ ἀντίστοιχοι θερμοκρασίαι εἰς βαθμοὺς Κελσίου.
('Απ. 357 °F, — 38,9 °C.)

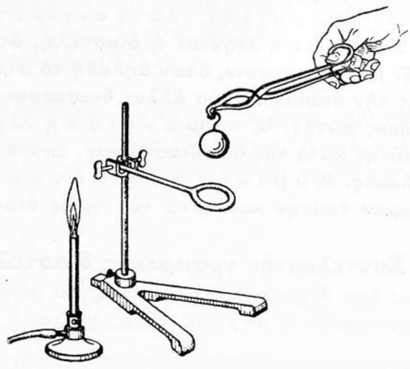
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΕ΄

ΘΕΡΜΙΚΗ ΔΙΑΣΤΟΛΗ

291. Θερμικὴ διαστολὴ τῶν σωμάτων. Τὰ σώματα ἐν γένει θερμαινόμενα αὐξάνονται κατὰ τὰς διαστάσεις αὐτῶν ἤ, κατ' ἄλλην ἔκφρασιν, ὁ ὄγκος αὐτῶν μεταβάλλεται διὰ θερμάνσεως. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλοῦμεν **θερμικὴν διαστολήν.** Ὀλίγα μόνον σώματα δεικνύουν ἀνωμαλίαν ὡς πρὸς τὸ φαινόμενον τοῦτο, ὡς π.χ. τὸ καουτσούκ, τὸ ὁποῖον θερμαινόμενον συστέλλεται, ἡ πορσελάνη, ἥτις ἐπίσης θερμαινομένη συστέλλεται καὶ διατηρεῖ τὴν συστολὴν καὶ μετὰ τὴν ψῦξιν αὐτῆς, κ. ἄ. Τὰ σώματα ταῦτα ἀνήκουν εἰς τὴν κατηγορίαν τῶν πολυπλόκων μοριακῶν συγκροτημάτων καὶ ἡ ἀνώμαλος συμπεριφορά των ὀφείλεται εἰς τὴν ἀλλαγὴν τῆς δομῆς αὐτῶν.

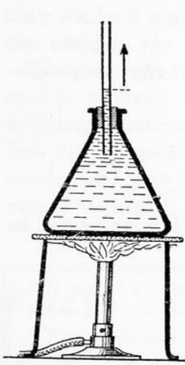
Ἐξ ὅλων τῶν σωμάτων τὰ στερεὰ διαστέλλονται ὀλιγώτερον. Τὰ ὑγρὰ δεικνύουν μεγαλυτέραν διαστολὴν ἀπὸ τὰ στερεά. Τὰ ἀέρια διαστέλλονται περισσότερον ἐξ ὅλων τῶν σωμάτων.

Τὴν **διαστολὴν τῶν στερεῶν** δεικνύομεν πειραματικῶς διὰ τῆς ἐν σχήματι 583 συσκευῆς. Ἐὰν ἡ σφαῖρα ἔχῃ διάμετρον ὀλίγον μικροτέραν τῆς διαμέτρου τοῦ δακτυλίου, ὥστε νὰ διέρχεται ἐλευθέρως δι' αὐτοῦ, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅταν θερμανθῇ ἐπαρκῶς, δὲν διέρχεται πλέον διὰ τοῦ δακτυλίου. Ἀντιθέτως, ἐὰν ἡ σφαῖρα ἔχῃ διάμετρον ὀλίγον μεγαλυτέραν τῆς τοῦ δακτυλίου, ὥστε νὰ μὴ διέρχεται δι' αὐτοῦ, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅταν θερμάνωμεν ἐπαρκῶς τὸν δακτύλιον, ἡ σφαῖρα διέρχεται δι' αὐτοῦ.



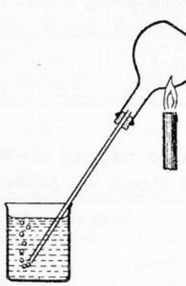
Σχ. 583. Θερμικὴ διαστολὴ μεταλλικῆς σφαίρας.

Τὴν **διαστολὴν τῶν ὑγρῶν** δεικνύομεν διὰ τῆς ἐν σχήματι 584 συσκευῆς, ἀποτελουμένης ἐξ ὑάλου. Ἐὰν θερμάνωμεν τὴν συσκευήν, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὑγρὸν ἐν ἀρχῇ κατέρχεται εἰς τὸν σωλῆνα, ὡς ἐὰν τοῦτο ὑφίστατο συστολήν. Τοῦτο ὅμως συμβαίνει, ἐπειδὴ τὰ τοιχώματα τοῦ δοχείου, εὑρισκόμενα εἰς στενὴν ἐπαφὴν πρὸς τὴν πηγὴν θερμότητος, θερμαίνονται ταχύτερον ἢ τὸ ὑγρόν. Ἐὰν ὅμως ἐξακολουθήσωμεν νὰ θερμαίνωμεν, παρατηροῦμεν ὅτι πράγματι τὸ ὑγρὸν διαστέλλεται, διότι τοῦτο ἀνέρχεται εἰς τὸν σωλῆνα. Τὴν διαστολὴν τῶν ὑγρῶν δεικνύομεν ἐπίσης καὶ διὰ τῶν ὑδραργυρικῶν θερμομέτρων καὶ γενικῶς διὰ τῶν θερμομέτρων δι' ὑγρῶν.



Σχ. 584. Θερμικὴ διαστολὴ ὑγροῦ.

Τὴν **διαστολὴν τῶν ἀερίων** δεικνύομεν διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 585. Ὑαλίνη φιάλη κλείεται διὰ πώματος φελλοῦ, διὰ τῆς ὀπῆς τοῦ ὁποίου διέρχεται ὑάλινος σωλήν. Ἐὰν ἀναστρέψωμεν τὴν φιάλην καὶ βυθίσωμεν τὸ στόμιον τοῦ σωλῆνος



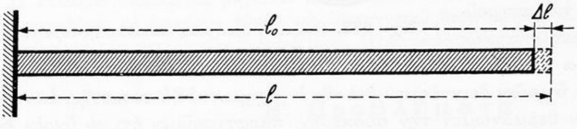
Σχ. 585. Θερμικὴ διαστολὴ ἀέρος.

ἐντὸς λεκάνης περιεχούσης ὕδωρ, εὐθὺς ὡς ἡ φιάλη θερμανθῇ ἐλαφρῶς, εἴτε διὰ φλογὸς π.χ. κηρίου, εἴτε διὰ τῶν χειρῶν μας, βλέπομεν ὅτι ἐκ τοῦ ὑαλίνου σωλῆνος ἐξέρχονται φυσαλίδες, αἵτινες ἀνέρχονται πρὸς τὰ ἄνω, ὀφειλόμεναι εἰς τὴν διαστολὴν τοῦ ἐντὸς τῆς φιάλης ἀέρος.

292. Γραμμικὴ διαστολὴ τῶν στερεῶν. Εἰς τὰ στερεὰ σώματα διακρίνομεν γ ρ α μ μ ι κ ή ν, ἐ π ι φ α ν ε ι α κ ὴ ν καὶ κ υ β ι κ ὴ ν δ ι α σ τ ο λ ή ν.

Γ ρ α μ μ ι κ ὴ λέγεται ἡ διαστολή, ὅταν ἐξετάζωμεν ταύτην μόνον κατὰ τὴν μίαν διάστασιν, ὅταν δηλαδὴ τὸ στερεὸν ἔχῃ σχῆμα ἐπιμήκους ράβδου, εἰς τὴν ὁποίαν αἱ δύο ἄλλαι διαστάσεις εἶναι ἀμελητέαι ἐν σχέσει πρὸς τὸ μῆκος αὐτῆς. Ἐ π ι φ α ν ε ι α κ ὴ λέγεται ἡ διαστολή, ὅταν ἐξετάζωμεν ταύτην κατὰ τὰς δύο διαστάσεις, ὁπότε τὸ σῶμα θὰ ἔχῃ τὴν μορφὴν λεπτῆς πλακός. Κ υ β ι κ ὴ (ἢ κ α τ' ὄ γ κ ο ν) λέγεται ἡ διαστολή, ὅταν ἐξετάζωμεν ταύτην καὶ κατὰ τὰς τρεῖς διαστάσεις τοῦ σώματος.

Συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς. Ἔστω ὅτι ράβδος ἔκ τινος οὐσίας ἔχει ἀρχικὴν θερμοκρασίαν θ_0 καὶ μῆκος l_0. Ἐὰν θερμάνωμεν τὴν ράβδον εἰς θερμοκρασίαν θ, τὸ μῆκος αὐτῆς γίνεται l. Ἐκ τοῦ πειράματος δεικνύεται ὅτι ἡ συνολικὴ αὔξησις τοῦ μήκους τῆς ράβδου εἶναι: α) ἀ ν ά λ ο γ ο ς τ ο ῦ ἀ ρ χ ι κ ο ῦ μ ή κ ο υ ς l_0, β) ἀ ν ά λ ο γ ο ς τ ῆ ς ἀ ν υ ψ ώ σ ε ω ς τ ῆ ς θ ε ρ μ ο κ ρ α σ ί α ς καὶ γ) ἐ ξ α ρ τ ᾶ τ α ι ἐ κ τ ο ῦ ὑ λ ι κ ο ῦ ἐ κ τ ο ῦ ὁ π ο ί ο υ ε ἶ ν α ι κ α τ ε σ κ ε υ α σ μ έ ν η ἡ ρ ά β δ ο ς. Ἐὰν τὴν αὔξησιν τοῦ μήκους $l - l_0$ παραστήσωμεν διὰ Δl (σχ. 586) καὶ τὴν αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας $\theta - \theta_0$ διὰ $\Delta\theta$, τὰ ἀνωτέρω ἐκφράζονται διὰ τῆς σχέσεως:



Σχ. 586. Ἐπιμήκυνσις μεταλλικῆς ράβδου.

$$\boxed{\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta\theta} \qquad (1)$$

ὅπου α παριστᾷ τὸν **συντελεστὴν τῆς γραμμικῆς διαστολῆς**, ἐξαρτώμενον ἐκ τοῦ ὑλικοῦ τῆς ράβδου. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) προκύπτει:

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \Delta\theta} \qquad (2)$$

Διὰ $l_0 = 1$ cm καὶ $\Delta\theta = 1\,^0$C ἔχομεν $\Delta l = \alpha \cdot 1$, ἤτοι: **« ὁ συντελεστὴς τῆς γραμμικῆς διαστολῆς ὑλικοῦ τινος ἐκφράζει τὴν μεταβολήν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ράβδος ἐκ τοῦ θεωρουμένου ὑλικοῦ, μήκους ἴσου πρὸς τὴν μονάδα μήκους, διὰ μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας κατὰ 1 ^{0}C ».**

Μονὰς τοῦ συντελεστοῦ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς. Ἐκ τῆς σχέσεως (2) προκύπτει ὅτι ἡ μονὰς μετρήσεως τοῦ συντελεστοῦ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς εἶναι τό:

$$1 \ \mathbf{grad}^{-1}$$

Οὕτω διὰ τὸν σίδηρον, $\alpha_{\sigma\iota\delta\acute{\eta}\rho o\upsilon} = 12 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}. Τοῦτο σημαίνει ὅτι, ἐὰν ἡ θερμοκρασία μιᾶς ράβδου ἐκ σιδήρου, μήκους 1 cm, αὐξηθῇ κατὰ 1 ^{0}C, ἡ ἐπιμήκυνσίς της θὰ εἶναι ἴση πρὸς $12 \cdot 10^{-6}$ cm ἤ, ὅπερ τὸ αὐτό, ἐὰν τὸ μῆκός της εἶναι 1 m, ἡ ἐπιμήκυνσίς της θὰ εἶναι ἴση πρὸς $12 \cdot 10^{-6}$ m.

293. Σχέσις μήκους καὶ θερμοκρασίας.

Ὡς ἐκ τοῦ σχήματος 586 φαίνεται, τὸ συνολικὸν νέον μῆκος τῆς ράβδου, ὅταν θερμανθῇ, θὰ εἶναι: $l = l_0 + \Delta l$.

Ἀντικαθιστῶντες τὸ Δl διὰ τοῦ ἴσου του, τὸ ὁποῖον λαμβάνομεν ἐκ τοῦ τύπου (1) τῆς § 292, θὰ ἔχωμεν:

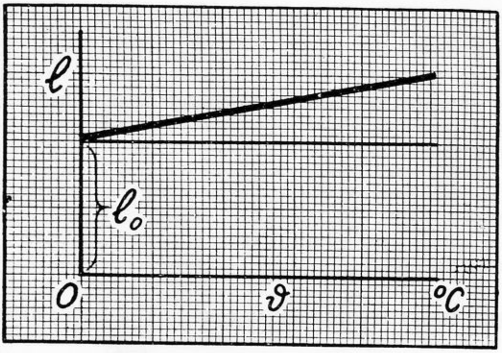
$$l = l_0 + \Delta l = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta\theta$$

ἤτοι :

$$\boxed{l = l_0 \, (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)} \qquad (1)$$

Ἡ σχέσις αὐτὴ μᾶς ἐπιτρέπει νὰ ὑπολογίζωμεν τὸ μῆκος ράβδου, ὅταν αὐτὴ θερμανθῇ κατὰ Δθ βαθμούς, ἀρκεῖ νὰ γνωρίζωμεν τὸ ἀρχικὸν μῆκος τῆς ράβδου l_0 καὶ τὴν αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας Δθ.

Ἡ ἐξίσωσις (1) εἶναι ἐξίσωσις πρώτου βαθμοῦ καὶ συνεπῶς παριστᾶται γραφικῶς ἀπὸ τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 587, τὸ ὁποῖον εἶναι εὐθεῖα γραμμή.



Σχ. 587. Μεταβολὴ τοῦ μήκους ράβδου συναρτήσει τῆς θερμοκρασίας.

Παραδείγματα συντελεστῶν γραμμικῆς διαστολῆς (εἰς grad^{-1}).					
Ψευδάργυρος ..	$36 \cdot 10^{-6}$	Χαλκός	$16 \cdot 10^{-6}$	Ὕαλος (κοινή)	$9 \cdot 10^{-6}$
Μόλυβδος	$29 \cdot 10^{-6}$	Σίδηρος	$12 \cdot 10^{-6}$	Πορσελάνη ...	$4 \cdot 10^{-6}$
Ἀργίλιον	$23 \cdot 10^{-6}$	Μπετὸν	$12 \cdot 10^{-6}$	Κρᾶμα Invar .	$0{,}9 \cdot 10^{-6}$
Ἄργυρος	$19 \cdot 10^{-6}$	Χάλυψ	$11 \cdot 10^{-6}$	Χαλαζίας	$0{,}5 \cdot 10^{-6}$
Ὀρείχαλκος ...	$19 \cdot 10^{-6}$	Λευκόχρυσος ...	$9 \cdot 10^{-6}$		

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω πίνακος συνάγομεν ὅτι ράβδοι ἢ σύρματα τοῦ αὐτοῦ μήκους, ἀλλὰ ἐκ διαφόρων οὐσιῶν, ὅταν θερμαίνωνται κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν βαθμῶν, ὑφίστανται διαφόρους ἐπιμηκύνσεις. Ἐπίσης βλέπομεν ὅτι οἱ συντελεσταὶ γραμμικῆς διαστολῆς τοῦ σιδήρου καὶ σκυροκονιάματος (μπετὸν) ἔχουν τὴν αὐτὴν τιμήν. Τοῦτο δὲ ἔχει μεγίστην σημασίαν εἰς τὰς κατασκευάς, διότι ἐπιτρέπει εἰς τὸ σιδηροπαγὲς σκυροκονίαμα (μπετὸν ἀρμὲ) νὰ συστέλλεται καὶ νὰ διαστέλλεται ὡς ἓν συμπαγὲς σύνολον, ἀναλόγως τῶν καιρικῶν συνθηκῶν.

Ἐπίσης ἡ ὕαλος καὶ ὁ λευκόχρυσος ἔχουν τὸν αὐτὸν συντελεστὴν διαστολῆς, τοῦτο δὲ ἐπιτρέπει τὴν συγκόλλησιν συρμάτων λευκοχρύσου εἰς τὴν ὕαλον, μὴ ἀποσπωμένων κατὰ τὴν διαστολήν. Τὸ κρᾶμα χάλυβος καὶ νικελίου, καλούμενον Invar (Invariabilis (λατ.) = ἀμετάβλητον), (64 % Fe + 36 % Ni), ἔχει συντελεστὴν διαστολῆς πρακτικῶς μηδέν, ὡς ἐκ τούτου δὲ χρησιμοποιεῖται εἰς τὴν κατασκευὴν προτύπων μέτρων, μὴ ἐπηρεαζομένων ἐκ τῶν μεταβολῶν τῆς θερμοκρασίας, ὡς καὶ ἐκκρεμῶν ὡρολογίων καὶ ἐν γένει λεπτῶν ὀργάνων.

Ἀπὸ τὰ ἐν τῇ Φύσει σώματα ὁ χαλαζίας (Quarz) ἔχει τὸν μικρότερον συντελεστὴν διαστολῆς. Ἀπὸ χαλαζίαν, ὡς ἐκ τούτου, κατασκευάζονται τὰ χημικὰ ὄργανα καὶ αἱ συσκευαὶ ἀκριβείας τῶν ἐργαστηρίων, ἄκρως ἀνθεκτικαὶ εἰς μεταβολὰς τῆς θερμοκρασίας. Εἷς πυρακτωμένος σωλὴν ἀπὸ χαλαζίαν εἶναι δυνατὸν νὰ βυθισθῇ εἰς ψυχρὸν ὕδωρ χωρὶς νὰ θραυσθῇ. Ἐξ ἄλλου κατασκευάζονται σήμερον ὕαλοι εἰδικῆς συνθέσεως (Pyrex) μὲ λίαν μικρὸν συντελεστὴν διαστολῆς. Μὲ ὕαλον Pyrex κατασκευάζονται σήμερον χημικὰ ὄργανα καὶ διάφορα μαγειρικὰ σκεύη, τὰ ὁποῖα θερμαινόμενα δὲν θραύονται.

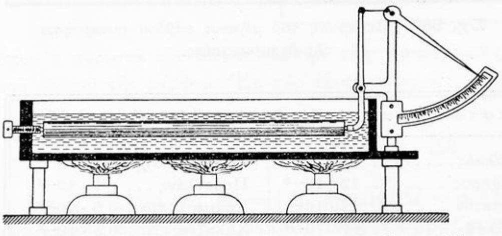
Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Ράβδος ἐκ χαλκοῦ ἔχει μῆκος 2,45 m εἰς 20 °C καὶ θερμαίνεται εἰς 100 °C. Κατὰ πόσον ηὐξήθη τὸ μῆκος αὐτῆς. ($\alpha_{\chi\alpha\lambda\kappa o\tilde{\upsilon}} = 16{,}7 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}.)

Λύσις. Ἐὰν καλέσωμεν τὸ ἀρχικὸν μῆκος τῆς ράβδου l_0, τότε ἡ μεταβολὴ τοῦ μήκους Δl αὐτῆς εἶναι ἀνάλογος τοῦ ἀρχικοῦ μήκους καὶ τῆς μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας $\Delta\theta$. Ἤτοι : $\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta\theta$ (1), ὅπου α εἶναι ὁ συντελεστὴς τῆς γραμμικῆς διαστολῆς τῆς ράβδου.

Θέτομεν εἰς τὴν σχέσιν (1): $l_0 = 2{,}45$ m, $\alpha = 16{,}7 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}, $\Delta\theta = 100 - 20 = 80$ °C, καὶ εὑρίσκομεν :

$$\underline{\Delta l = 0{,}327 \text{ cm}}$$

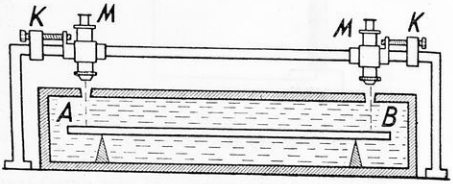
294. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς γραμμικῆς διαστολῆς. Τὴν γραμμικὴν διαστολὴν δεικνύομεν διὰ τῆς ἐν σχήματι 588 εἰκονιζομένης συσκευῆς. Ἡ πρὸς ἐξέτασιν ράβδος στερεοῦται μονίμως κατὰ τὸ πρὸς τὰ ἀριστερὰ ἄκρον αὐτῆς, ἐνῷ πρὸς τὰ δεξιὰ δύναται νὰ διαστέλλεται ἐλευθέρως. Τὸ πρὸς τὰ δεξιὰ ἄκρον τῆς ράβδου εὑρίσκεται εἰς ἐπαφὴν πρὸς τὸ ἄκρον τοῦ ἑνὸς βραχίονος τοῦ μοχλοῦ, ἐνῷ τὸ ἄκρον τοῦ ἑτέρου βραχίονος τοῦ μοχλοῦ συνδέεται πρὸς δείκτην, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ μετακινῆται πρὸ τῶν διαιρέσεων κλίμακος καταλλήλως βαθμολογημένης. Ἡ ράβδος εἶναι



Σχ. 588. Διὰ τὴν σπουδὴν τῆς γραμμικῆς διαστολῆς.

τοποθετημένη ἐντὸς λουτροῦ, τοῦ ὁποίου δυνάμεθα νὰ μεταβάλλωμεν τὴν θερμοκρασίαν μὲ τὴν βοήθειαν λύχνων οἰνοπνεύματος ἢ φωταερίου. Ὅταν ἡ θερμοκρασία τῆς ράβδου αὐξάνεται, τὸ πρὸς τὰ δεξιὰ ἄκρον της ὠθεῖ τὸ κάτω ἄκρον τοῦ μοχλοῦ, οὕτω δὲ ἀναγκάζει αὐτὸν νὰ περιστραφῇ περὶ τὸν ἄξονά του καὶ διὰ τοῦ ἄνω ἄκρου αὐτοῦ μετακινεῖ δείκτην πρὸ κλίμακος. Διὰ καταλλήλου βαθμολογίας τῆς κλίμακος δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν καὶ τὸ μέγεθος τῆς διαστολῆς.

*** 295. Μέθοδος ἀκριβείας προσδιορισμοῦ τοῦ συντελεστοῦ γραμμικῆς διαστολῆς.** Ἡ πρὸς ἔλεγχον ράβδος ΑΒ στηρίζεται ἐπὶ πρισματικῶν ἀκμῶν εὑρισκομένων εἰς τὸν πυθμένα λεκάνης. Ἐντὸς τῆς λεκάνης τίθεται ὕδωρ, εἰς τὸ ἄνω δὲ μέρος αὐτῆς τοποθετοῦνται δύο μικροσκόπια ΜΜ διὰ τὴν σκόπευσιν, δυνάμενα νὰ μετατοπίζωνται διὰ τῶν μικρομέτρων ΚΚ (σχ. 589).



Σχ. 589. Ἡ μετάθεσις τῶν μικροσκοπίων Μ γίνεται διὰ τῶν κοχλιῶν Κ, τῶν ὁποίων τὰ τύμπανα φέρουν κλίμακας εἰς κλάσματα τοῦ χιλιοστοῦ.

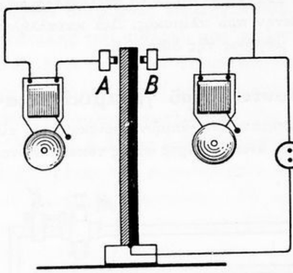
Ἡ μέτρησις γίνεται ὡς ἑξῆς : Ἐπὶ τῆς ράβδου ΑΒ ὑπάρχουν δύο χαραγαὶ εὑρισκόμεναι εἰς γνωστὴν ἀπόστασιν, εἰς θερμοκρασίαν 15 °C ἐλεγχομένην δι' εὐαισθήτου θερμομέτρου, τὰς ὁποίας σκοπεύομεν διὰ τῶν μικροσκοπίων καὶ σημειοῦμεν τὰς ἀντιστοίχους ἀναγνώσεις. Ἀκολούθως διαβιβάζομεν εἰς τὴν συσκευὴν ὕδωρ ἀνωτέρας θερμοκρασίας καί, ὅταν ἀποκατασταθῇ θερμικὴ ἰσορροπία, σκοπεύομεν ἐκ νέου διὰ τῶν μικροσκοπίων ρυθμίζοντες αὐτὰ διὰ τῶν μικρομέτρων, ὥστε νὰ ἐμφανισθοῦν εἰς τὴν αὐτὴν θέσιν τοῦ ὀπτικοῦ πεδίου αὐτῶν αἱ δύο χαραγαὶ καὶ ἀναγινώσκομεν τὰς νέας ἐνδείξεις τῶν μικρομέτρων.

Διὰ συγκρίσεως τῶν νέων ἐνδείξεων πρὸς τὰς ἀρχικὰς εὑρίσκομεν τὴν νέαν ἀπόστασιν τῶν δύο χαραγῶν καὶ ἐξ αὐτῶν τὴν διαστολὴν τῆς ράβδου. Ἐπειδὴ εἶναι γνωστὴ ἡ ἀρχικὴ ἀπόστασις ΑΒ τῶν δύο χαραγῶν, ἐπίσης δὲ γνωρίζομεν καὶ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας, εἶναι δυνατόν, βάσει τῆς μετρηθείσης διαστολῆς, νὰ καθορίσωμεν ἐκ τοῦ γνωστοῦ τύπου (2) τῆς § 292 τὸν συντελεστὴν τῆς γραμμικῆς διαστολῆς μὲ μεγάλην ἀκρίβειαν.

296. Ἐφαρμογαὶ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς. Ἐὰν συνενώσωμεν στερεῶς δύο εὐθέα ἰσομήκη ἐλάσματα, τὰ ὁποῖα νὰ παρουσιάζουν διάφορον διαστολήν, π.χ. τὸ ἓν ἐκ σιδήρου ($\alpha = 0{,}000\ 012$ grad^{-1}) καὶ τὸ ἕτερον ἐξ ὀρειχάλκου ($\alpha = 0{,}000\ 019$ grad^{-1}), καὶ θερμάνωμεν τὸ διμεταλλικὸν τοῦτο ἔλασμα, παρατηροῦμεν ὅτι κάμπτεται, ἐνῷ ἐὰν ψυχθῇ κάμπτεται κατ' ἀντίθετον φορὰν (σχ. 590).

Σχ. 590. Ἡ κάμψις τῆς ράβδου προέρχεται ἀπὸ τὴν διάφορον τιμὴν τοῦ συντελεστοῦ διαστολῆς τῶν δύο μετάλλων.

Τοιαῦτα διμεταλλικὰ ἐλάσματα χρησιμοποιοῦνται εἰς **θερμοστατικὰς διατάξεις** ἠλεκτρικῶν κλιβάνων, ἠλεκτρικῶν ψυγείων, ἠλεκτρικῶν καμίνων κτλ., καὶ διὰ τούτων πραγματοποιεῖται ἡ αὐτόματος διακοπὴ τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος, εὐθὺς ὡς ἡ θερμοκρασία τοῦ χώρου ὑπερβῇ ὡρισμένην ὁρικὴν τιμήν.

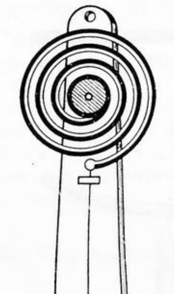


Σχ. 591. Διάταξις διμεταλλικοῦ ἐλάσματος μετὰ ἠλεκτρικῶν κωδώνων.

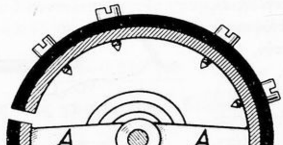
Εἰς τὸ σχῆμα 591 δεικνύεται διμεταλλικὸν ἔλασμα ἀπὸ ὀρείχαλκον καὶ σίδηρον, τὸ ὁποῖον συνδέεται εἰς ἠλεκτρικὸν κύκλωμα ἠλεκτρικοῦ κώδωνος. Διὰ τῆς διατάξεως ταύτης, ὅταν ἡ θερμοκρασία τοῦ περιβάλλοντος ἀνέρχεται ἢ κατέρχεται κατὰ ὡρισμένον ἀριθμὸν βαθμῶν, τότε κλείεται τὸ κύκλωμα καὶ ὁ κώδων λειτουργεῖ. Οὕτω, ὅταν ἡ θερμοκρασία ἀνέρχεται ἄνω τῆς κανονικῆς, τὸ κύκλωμα κλείεται διὰ τῆς ἐπαφῆς Α, ἐνῷ, ὅταν ἡ θερμοκρασία κατέρχεται, τὸ κύκλωμα κλείεται διὰ τῆς ἐπαφῆς Β.

Ὁμοίως τοιαῦτα διμεταλλικὰ ἐλάσματα χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν κατασκευὴν τῶν **μεταλλικῶν θερμομέτρων.** Οὕτω, ἐὰν διὰ διμεταλλικοῦ ἐλάσματος ἐξ ὀρειχάλκου καὶ χαλκοῦ κατασκευάσωμεν σπεῖραν (σχ. 592) καὶ στερεώσωμεν τὸ ἓν ἄκρον αὐτῆς ἐπὶ καταλλήλου βάσεως, τὸ δ' ἕτερον ἄκρον αὐτῆς προσαρμόσωμεν ἐπὶ τυμπάνου στρεπτοῦ περὶ ἄξονα καὶ ἀκολούθως θερμάνωμεν τὴν σπεῖραν, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ἄκρον τοῦ ἐπὶ τοῦ τυμπάνου στερεωμένου δείκτου μετατοπίζεται πρὸ τῶν διαιρέσεων τῆς κλίμακος τοῦ ὀργάνου, ἡ ὁποία εἶναι βαθμολογημένη εἰς βαθμοὺς Κελσίου διὰ συγκρίσεως πρὸς ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον.

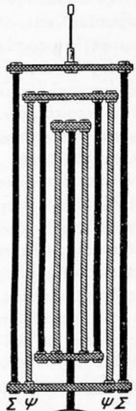
Ἐπίσης, διμεταλλικὰ ἐλάσματα χρησιμοποιοῦνται πρὸς κατασκευὴν τοῦ αἰωρητοῦ τῶν συνήθων ὡρολογιακῶν μηχανισμῶν, εἰς τρόπον ὥστε ἡ πορεία τῶν ὡρολογίων νὰ εἶναι ἀνεξάρτητος τῶν μεταβολῶν τῆς θερμοκρασίας (σχ. 593). Οὕτω, ὅταν ἡ θερμοκρασία αὐξάνεται, ὁ ἄξων ΑΑ ἐπιμηκύνεται, τοῦτο δὲ ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τὴν αὔξησιν τῆς περιόδου τῆς κινήσεως τοῦ ταλαντευομένου συστήματος (αἰωρητοῦ) καὶ ἐπομένως τὴν ἐπιβρά-



Σχ. 592. Μεταλλικὸν θερμόμετρον ἐκ διμεταλλικοῦ ἐλάσματος.



Σχ. 593. Ἡμιδακτύλιοι ἐκ διμεταλλικοῦ ἐλάσματος διὰ τὴν τήρησιν σταθερᾶς πορείας εἰς ὡρολόγια.



Σχ. 594. Διμεταλλικὸν ἐκκρεμές.

δυνσιν τῆς πορείας τοῦ ὡρολογίου. Ἐὰν ὅμως ὁ μεταλλικὸς δακτύλιος, ὁ συνδεδεμένος πρὸς τὸν ἄξονα ΑΑ, ἀποτελῆται ἐκ διμεταλλικοῦ ἐλάσματος, τότε τὰ ἐλεύθερα ἄκρα τῶν δύο ἡμιδακτυλίων πλησιάζουν πρὸς ἄλληλα καὶ τοιουτοτρόπως ἐξουδετεροῦται ἡ ἐπιβράδυνσις τῆς πορείας τοῦ ὡρολογίου, ἡ προκαλουμένη ἐκ τῆς διαστολῆς τοῦ ΑΑ.

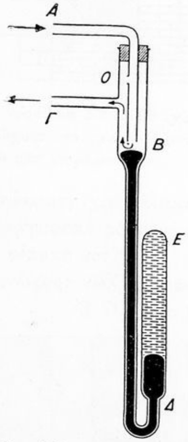
Ἀνάλογος μέθοδος ἐφαρμόζεται ἐπίσης εἰς τὴν διατήρησιν τῆς περιόδου τῶν ὡρολογιακῶν ἐκκρεμῶν, ἀνεξαρτήτου ἀπὸ τῶν μεταβολῶν τῆς θερμοκρασίας. Οὕτως εἰς τὸ σχῆμα 594 τὸ φακοειδὲς σῶμα Φ ἐξαρτᾶται διὰ μέσου τῶν σιδηρῶν ράβδων Σ, τῶν ὁποίων ἡ πρὸς τὰ κάτω διαστολὴ ἐξουδετεροῦται ἐκ τῆς πρὸς τὰ ἄνω διαστολῆς τῶν ἐκ ψευδαργύρου ράβδων Ψ.

*** Θερμοστάτης.** Εἰς πολλὰς περιπτώσεις διὰ τὴν σπουδὴν διαφόρων φαινομένων, ὡς π.χ. κατὰ τὴν μέτρησιν τοῦ συντελεστοῦ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς, εἶναι ἀνάγκη νὰ διατηροῦμεν τὴν θερμοκρασίαν τῆς συσκευῆς σταθεράν. Ἡ διατήρησις σταθερᾶς θερμοκρασίας ἐπιτυγχάνεται δι' εἰδικῆς διατάξεως, ἡ ὁποία καλεῖται **ρυθμιστὴς θερμοκρασίας** ἢ **θερμοστάτης**.

Προκειμένου περὶ θερμοστατῶν, οἱ ὁποῖοι λειτουργοῦν διὰ φωταερίου, χρησιμοποιεῖται ὁ εἰς τὸ σχῆμα 595 εἰκονιζόμενος ρυθμιστὴς θερμοκρασίας. Τὸ φωταέριον διαβιβάζεται εἰς τὸν λύχνον μέσῳ τοῦ σωλῆνος Α, οὕτω δὲ τὸ φωταέριον τροφοδοτήσεως ἀκολουθεῖ τὸν δρόμον ΑΒΓ. Ὁ σωλὴν Β προεκτείνεται πρὸς τὰ κάτω ὑπὸ στενοτέρου σωλῆνος, ὁ ὁποῖος ἀπολήγει εἰς τὸ δοχεῖον ΔΕ, τὸ ὁποῖον ἐν μέρει εἶναι πλῆρες ἀπὸ τολουόλην, ἐνῷ ὁ ὑπόλοιπος χῶρος μέχρι τοῦ Β πληροῦται δι' ὑδραργύρου.

Τὸ κατώτερον ἥμισυ τῆς συσκευῆς εἶναι ἐμβαπτισμένον ἐντὸς λουτροῦ, τοῦ ὁποίου ἐπιδιώκομεν σταθερότητα θερμοκρασίας. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ λουτροῦ αὐξηθῇ ἔστω καὶ κατὰ κλάσμα βαθμοῦ, τότε ἡ τολουόλη, ἡ ὁποία εἶναι πολὺ εὐαίσθητος, διαστέλλεται, ὠθεῖ τὸν ὑδράργυρον πρὸς τὰ ἄνω καὶ οὕτω ἀποκλείεται εἰς Β ἡ παροχὴ φωταερίου. Διὰ νὰ μὴ ἀποσβεσθῇ ὅμως τελείως ὁ λύχνος, ὁ σωλὴν παροχῆς τοῦ φωταερίου φέρει εἰς Ο μικρὰν ὀπήν, ἡ ὁποία παρέχει μικρὰν ποσότητα φωταερίου καὶ συντηρεῖ οὕτω μικρὰν φλόγα εἰς τὸν λύχνον.

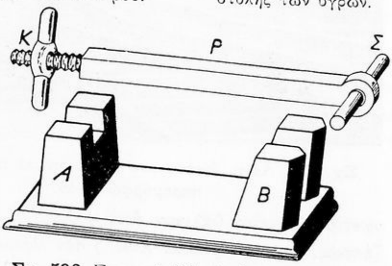
Λόγῳ διακοπῆς τῆς κανονικῆς παροχῆς φωταερίου, τὸ λουτρὸν τείνει νὰ ψυχθῇ, ὅτε ἡ τολουόλη συστέλλεται, οὕτω δὲ ὁ ὑδράργυρος κατέρχεται καὶ ἀποκαθίσταται ἐκ νέου ἡ κανονικὴ παροχὴ φωταερίου. Ὁ ρυθμιστὴς θερμοκρασίας βυθίζεται εἰς τὸ λουτρόν, ὥστε τὸ δοχεῖον τὸ περιέχον τὴν τολουόλην νὰ εὑρίσκεται τελείως ἐντὸς τοῦ λουτροῦ.



Σχ. 595. Διάταξις θερμοστάτου, στηριζομένη ἐπὶ τῆς θερμικῆς διαστολῆς τῶν ὑγρῶν.

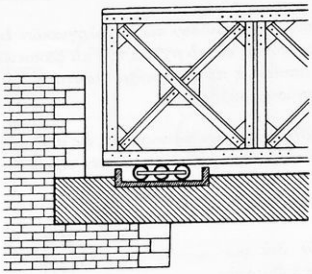
297. Δύναμις ἀναπτυσσομένη κατὰ τὴν διαστολήν.

Τὸ φαινόμενον τοῦτο δεικνύεται διὰ τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 596. Αὕτη ἀποτελεῖται ἐκ ράβδου Ρ ἐκ χυτοσιδήρου, μήκους 20 - 30 cm καὶ τομῆς 4 cm². Ἐν ἀρχῇ θερμαίνομεν ἐπαρκῶς τὴν ράβδον καὶ ἀκολούθως στερεώνομεν αὐτὴν μονίμως μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ κοχλίου Κ καὶ τοῦ ραβδίου Σ ἐπὶ τοῦ βάθρου ΑΒ. Ὅταν ἡ ράβδος ψύχεται, παρατηροῦμεν ὅτι ἀναπτύσσεται τοιαύτη δύναμις, ὥστε προκαλεῖ τὴν θραῦσιν τοῦ χυτοσιδηροῦ ραβδίου Σ.

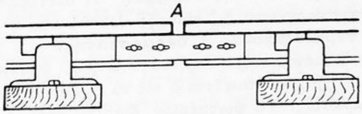


Σχ. 596. Συσκευὴ διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς αναπτυσσομένης δυνάμεως κατὰ τὴν ψῦξιν προθερμανθείσης σιδηρᾶς ράβδου.

Δι' ὑπολογισμοῦ δεικνύεται ὅτι ράβδος σιδήρου μήκους 100 cm καὶ τομῆς 1 cm^2 ὑφίσταται, δι' αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας κατὰ 100 °C, ἐπιμήκυνσιν 0,00123 cm. Ἐκ τῆς σπουδῆς τῆς ἐλαστικότητος δεικνύεται ὅτι, διὰ νὰ ἐπιτύχωμεν τὴν αὐτὴν ἐπιμήκυνσιν, ἀπαιτεῖται δύναμις περίπου 2 600 kgr*, τὴν αὐτὴν δὲ δύναμιν ἀναπτύσσει κατὰ cm^2 ἡ ἀνωτέρω ράβδος, ὅταν τοποθετῆται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ μὴ δύναται νὰ διασταλῇ. Ἕνεκα τοῦ ἀνωτέρω λόγου, εἰς τὰς σιδηρᾶς κατασκευάς, π.χ. γεφυρῶν, λαμβάνεται πάντοτε πρόνοια, ὥστε νὰ ἀφήνεται μικρὸν περιθώριον πρὸς ἀποφυγὴν τῶν δυνάμεων τῶν ἀναπτυσσομένων λόγῳ θερμικῆς διαστολῆς.



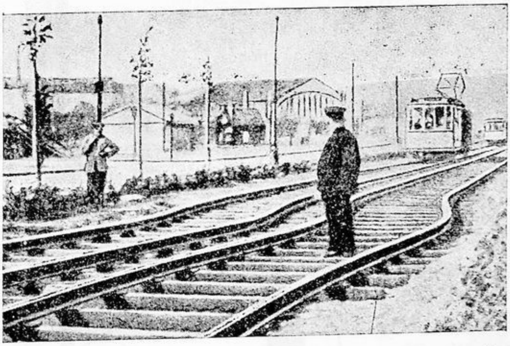
Σχ. 597. Τὸ ἐν ἄκρον σιδηρᾶς γεφύρας στηριζομένης ἐπὶ τροχῶν διὰ τὴν ἀντιμετώπισιν τῆς διαστολῆς.



Σχ. 598. Τὸ χάσμα Α χρησιμεύει διὰ τὴν ἐλευθέραν διαστολήν.

Πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον αἱ σιδηραῖ γέφυραι στηρίζονται κατὰ τὰ ἄκρα αὐτῶν διὰ καταλλήλων τροχῶν, διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτρέπεται ἡ ἐλευθέρα διαστολὴ τῆς γεφύρας (σχ. 597).

Ἐπίσης εἰς τὰς σιδηροτροχιὰς ἀφήνεται μικρὸν διάκενον Α (σχ. 598), διὰ νὰ ἀποφεύγεται διὰ τὸν ἀνωτέρω λόγον ἡ κάμψις αὐτῶν (σχ. 599).

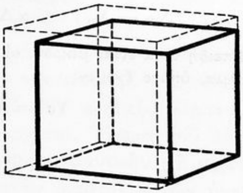


Σχ. 599. Λόγῳ ἀνεπαρκῶν διακένων αἱ σιδηροτροχιαὶ παρεμορφώθησαν.

Ἐπίσης, ὑάλινον δοχεῖον ἀρκετοῦ πάχους θραύεται, ὅταν τὸ θερμάνωμεν ἄνευ προφυλάξεως. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι ἡ ὕαλος εἶναι κακὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος καὶ τὰ ἀμέσως θερμαινόμενα μέρη αὐτῆς, λόγῳ διαστολῆς, τείνουν νὰ αὐξηθοῦν περισσότερον ἀπὸ τὰ γειτονικά των μέρη. Τουναντίον, δοχεῖον ὑάλινον ἀπὸ χαλαζίαν ἢ ἄλλην κατάλληλον ὕαλον (ὡς τὰ ποτήρια ζέσεως, χημικαὶ φιάλαι κτλ.) δὲν θραύεται λόγῳ τῆς μικρᾶς διαστολῆς τῆς εἰδικῆς ταύτης ὑάλου.

Διορθώσεις κλιμάκων. Ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ γνωστοῦ τύπου (1) τῆς § 293 τῆς θερμικῆς διαστολῆς, δυνάμεθα νὰ ἐπιφέρωμεν διορθώσεις ἐπὶ τῶν ἐνδείξεων μετρικῶν κανόνων ἀκριβείας, τῶν ὁποίων ἡ βαθμολογία ἰσχύει δι' ὡρισμένην θερμοκρασίαν. Πρὸς ἀποφυγὴν τῶν διορθώσεων τούτων ἐπενοήθησαν κράματα μεταλλικά, τῶν ὁποίων ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς εἶναι πρακτικῶς μηδέν. Τοιοῦτον π.χ. κρᾶμα εἶναι τὸ Invar (βλ. § 293).

298. Κυβικὴ διαστολή. Κατὰ τὴν σπουδὴν διαστολῆς ράβδου ἢ σύρματος ἐλάβομεν ὑπ' ὄψιν μόνον τὴν μεταβολὴν τοῦ μήκους, διότι αἱ ἄλλαι δύο διαστάσεις τῆς ράβδου εἶναι πολὺ μικραὶ ἐν σχέσει πρὸς τὸ μῆκος αὐτῆς. Προκειμένου περὶ σωμάτων, τῶν ὁποίων αἱ τρεῖς διαστάσεις (μῆκος, πλάτος, ὕψος) δὲν διαφέρουν οὐσιωδῶς, προκύπτει μεταβολὴ τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος (σχ. 600) καὶ ἡ διαστολὴ αὕτη καλεῖται **κυβικὴ ἢ κατ' ὄγκον διαστολή.** Οὕτως εἴδομεν (σχ. 583) ὅτι μεταλλικὴ σφαῖρα ἐν ψυχρᾷ καταστάσει δύναται νὰ διέρχεται διὰ δακτυλίου, ἐὰν ὅμως αὕτη θερμανθῇ, τότε λόγῳ αὐξήσεως τοῦ ὄγκου αὐτῆς δὲν διέρχεται διὰ τοῦ δακτυλίου.



Σχ. 600. Λόγῳ τῆς αὐξήσεως τῶν ἀκμῶν τοῦ παραλληλεπιπέδου, προκύπτει αὔξησις τοῦ ὄγκου.

Συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς. Ὅπως διεκρίναμεν συντελεστὴν γραμμικῆς διαστολῆς, οὕτω διακρίνομεν καὶ **συντελεστὴν κυβικῆς διαστολῆς,** ὁ ὁποῖος ἐκφράζει τὴν μεταβολήν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ μονὰς τοῦ ὄγκου τοῦ ὑλικοῦ διὰ μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας κατὰ 1 ^{0}C. Ὡς δὲ θὰ δείξωμεν κατωτέρω, ὁ συντελεστὴς τῆς κυβικῆς διαστολῆς εἶναι τριπλάσιος τοῦ συντελεστοῦ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς.

Ἐὰν διὰ V_0 παραστήσωμεν τὸν ἀρχικὸν ὄγκον στερεοῦ σώματος καὶ ΔV τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου του, ὅταν θερμάνωμεν αὐτὸ κατὰ $\Delta\theta$, ὁ ὄγκος αὐτοῦ θὰ γίνῃ V_θ καὶ τότε ἐξ ἀναλογίας πρὸς τὴν γραμμικὴν διαστολὴν θὰ ἔχωμεν τὴν ἐξίσωσιν:

$$\boxed{\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta\theta} \qquad (1)$$

ὡς ἐπίσης:

$$\boxed{V_\theta = V_0 \, (1 + \gamma \cdot \Delta\theta)} \qquad (2)$$

ὅπου γ παριστᾷ τὸν συντελεστὴν τῆς κυβικῆς διαστολῆς. Ἤτοι ἡ αὔξησις τοῦ ὄγκου εἶναι: α) ἀνάλογος τοῦ ἀρχικοῦ ὄγκου V_0, β) ἀνάλογος τῆς μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας $\Delta\theta$ καὶ γ) ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ὑλικοῦ, ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι κατεσκευασμένον τὸ σῶμα. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) λαμβάνομεν:

$$\gamma = \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \Delta\theta} \qquad (3)$$

ἐξ ἧς εὑρίσκομεν τὴν μονάδα τοῦ συντελεστοῦ τῆς κυβικῆς διαστολῆς, ἤτοι:

$$\gamma = \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \Delta\theta} \qquad \frac{cm^3}{cm^3 \cdot grad} = 1 \text{ grad}^{-1} \qquad (4)$$

Σχέσις μεταξὺ τῶν συντελεστῶν κυβικῆς καὶ γραμμικῆς διαστολῆς. Ἔστω πρισματικὸν ἰσότροπον στερεὸν σῶμα (σχ. 600), ἀρχικοῦ ὄγκου V_0, μὲ διαστάσεις τῶν ἀκμῶν A_0, B_0 καὶ Γ_0, ἤτοι $V_0 = A_0 \cdot B_0 \cdot \Gamma_0$. Ἐὰν θερμάνωμεν τὸ σῶμα τοῦτο κατὰ $\Delta\theta$, ὁ ὄγκος αὐτοῦ θὰ γίνῃ V_θ καὶ θὰ εἶναι:

$$V_\theta = A_0 (1 + \alpha \cdot \Delta\theta) \cdot B_0 (1 + \alpha \cdot \Delta\theta) \cdot \Gamma_0 (1 + \alpha \cdot \Delta\theta) = A_0 \cdot B_0 \cdot \Gamma_0 (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)^3$$

ὅπου α ὁ συντελεστὴς τῆς γραμμικῆς διαστολῆς, καὶ ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως εὑρίσκομεν:

$$V_\theta = V_0 (1 + \alpha \Delta\theta)^3 = V_0 [1 + 3 \alpha \Delta\theta + 3\alpha^2 (\Delta\theta)^2 + \alpha^3 (\Delta\theta)^3]$$

Ἐπειδὴ τὸ α εἶναι μικρόν, οἱ ὅροι μὲ τὸ α^2 καὶ α^3 δύνανται νὰ παραλειφθοῦν χωρὶς αἰσθητὸν σφάλμα, ὁπότε ἔχομεν:

$$V_\theta = V_0 (1 + 3 \alpha \cdot \Delta\theta) = V_0 (1 + \gamma \cdot \Delta\theta) \qquad (1)$$

ἤ:

$$\boxed{\gamma = 3 \alpha}$$

Ἤτοι: **ὁ συντελεστὴς τῆς κυβικῆς διαστολῆς εἶναι τριπλάσιος τοῦ συντελεστοῦ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς.**

Ἡ σχέσις (1) μᾶς ἐπιτρέπει νὰ ὑπολογίζωμεν τὸν ὄγκον στερεοῦ, ὅταν θερμανθῇ κατὰ $\Delta\theta$ βαθμούς, ἀρκεῖ νὰ γνωρίζωμεν τὸν ἀρχικὸν ὄγκον V_0, τὴν αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας $\Delta\theta$ καὶ τὸν συντελεστὴν τῆς γραμμικῆς διαστολῆς. Ἡ ἐξίσωσις (1) ἰσχύει ἐπίσης καὶ διὰ σώματα διαφόρου μορφῆς. Ἐν δοχεῖον π.χ. κατὰ τὴν διαστολήν του παραμένει ὅμοιον πρὸς ἑαυτό, ὁ χῶρος ὅμως τὸν ὁποῖον περικλείει διαστέλλεται κατὰ τοιοῦτον τρόπον ἀκριβῶς, ὡς ἐὰν τὸ δοχεῖον ἦτο πλῆρες ἀπὸ τὸ ὑλικόν, ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι κατεσκευασμένον.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Νὰ ὑπολογισθῇ εἰς 80 °C ὁ ὄγκος ὀγκομετρικῆς φιάλης ἀπὸ ὕαλον, τῆς ὁποίας ὁ ὄγκος εἰς 20 °C εἶναι 100 cm³. ($\alpha_{\text{ὑάλου}} = 7{,}8 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}.)

Λύσις. Ἐὰν καλέσωμεν V_θ τὸν ὄγκον τῆς φιάλης εἰς θερμοκρασίαν 80 °C καὶ V_0 τὸν ὄγκον αὐτῆς εἰς θερμοκρασίαν 20 °C, τότε, ὡς γνωστόν, θὰ ἰσχύῃ ἡ σχέσις:

$$V_\theta = V_0 (1 + 3 \alpha \cdot \Delta\theta)$$

ὅπου α εἶναι ὁ συντελεστὴς τῆς γραμμικῆς διαστολῆς τῆς ὑάλου καὶ $\Delta\theta$ ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας.

Συνεπῶς ἐκ τῆς ἀνωτέρω σχέσεως, ὅταν θέσωμεν: $V_0 = 100$ cm³, $\alpha = 7{,}8 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1} καὶ $\Delta\theta = 80 - 20 = 60$ °C, εὑρίσκομεν:

$$\underline{V_\theta = 100{,}14 \text{ cm}^3}$$

299. Ἐπιφανειακὴ διαστολή.

Ἐὰν διὰ S καλέσωμεν τὴν ἐπιφάνειαν στερεοῦ σώματος, τότε, σκεπτόμενοι ὡς καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς κυβικῆς διαστολῆς, θὰ ἔχωμεν:

$$S = S_0 (1 + 2 \alpha \cdot \Delta\theta) = S_0 (1 + \beta \cdot \Delta\theta)$$

ἤ:

$$\boxed{\beta = 2 \alpha}$$

Ἤτοι: **ὁ συντελεστὴς β τῆς ἐπιφανειακῆς διαστολῆς εἶναι διπλάσιος τοῦ συντελεστοῦ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς.**

300. Διαστολὴ τῶν ὑγρῶν. Εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ὑγρῶν διακρίνομεν μόνον κυβικὴν διαστολὴν καὶ ἐπομένως ἰσχύουν ὅσα ἐλέχθησαν διὰ τὴν κυβικὴν διαστολὴν τῶν στερεῶν. Ἐξ ἄλλου τὰ ὑγρὰ διὰ νὰ θερμανθοῦν πρέπει νὰ τίθενται ἐντὸς δοχείων καὶ ἐπομένως κατὰ τὴν θέρμανσιν προκύπτει τόσον αὔξησις τοῦ ὄγκου τοῦ ὑγροῦ, ὅσον καὶ τοῦ δοχείου. Πράγματι, ἐὰν ὑάλινον δοχεῖον, τὸ ὁποῖον καταλήγει εἰς λεπτὸν σωλῆνα καὶ εἶναι πλῆρες μὲ ὑγρόν, βυθίσωμεν ἀποτόμως ἐντὸς θερμοῦ ὕδατος, βλέπομεν ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ κατὰ τὴν πρώτην στιγμὴν κατέρχεται καὶ ἀκολούθως βραδέως ἀρχίζει νὰ ἀνέρχεται, διότι τὸ δοχεῖον θερμαίνεται καὶ διαστέλλεται προγενεστέρως ἀπὸ τὸ ὑγρόν. Ἐπειδὴ ὅμως ὁ συντελεστὴς τῆς κυβικῆς διαστολῆς τοῦ ὑγροῦ εἶναι μεγαλύτερος τοῦ συντελεστοῦ τῆς κυβικῆς διαστολῆς τῆς ὑάλου, διὰ τοῦτο τελικῶς ἡ στάθμη τοῦ ὑγροῦ ἀνέρχεται. Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου διακρίνομεν **πραγματικὴν (ἢ ἀπόλυτον)** καὶ **φαινομενικὴν (ἢ σχετικὴν) διαστολὴν** τῶν ὑγρῶν. Οὕτω, διὰ τὴν πραγματικὴν διαστολὴν τῶν ὑγρῶν δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου τοῦ ὑγροῦ, ὡς ἤδη ἐλέχθη καὶ διὰ τὰ στερεά, διὰ τοῦ τύπου:

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta\theta$$

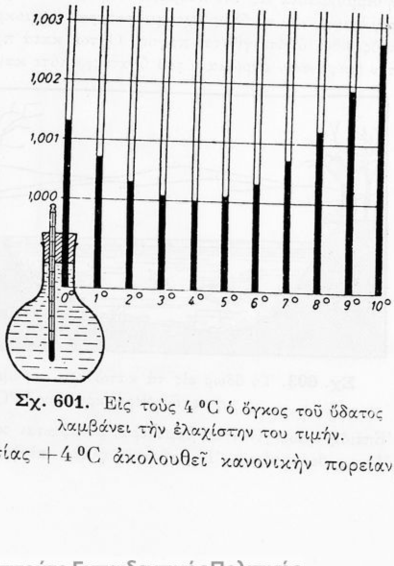
ὅπου γ εἶναι ὁ συντελεστὴς τῆς πραγματικῆς διαστολῆς τοῦ ὑγροῦ. Ἐν γένει τὰ ὑγρὰ διαστέλλονται περισσότερον ἀπὸ τὰ στερεά, ὁ δὲ συντελεστὴς τῆς πραγματικῆς διαστολῆς ποικίλλει ἀπὸ ὑγροῦ εἰς ὑγρόν, ὡς δεικνύει ὁ κάτωθι πίναξ:

Παραδείγματα συντελεστῶν πραγματικῆς διαστολῆς ὑγρῶν διὰ 18 °C (εἰς $grad^{-1}$).		
Ὑδράργυρος . . $182 \cdot 10^{-6}$	Αἰθὴρ . . . . . . $162 \cdot 10^{-6}$	Ὕδωρ 50 °C . . $460 \cdot 10^{-6}$
Οἰνόπνευμα . . $1110 \cdot 10^{-6}$	Ὕδωρ 18 °C . . $180 \cdot 10^{-6}$	Ὕδωρ 100 °C . . $785 \cdot 10^{-6}$

*** Σχέσις μεταξὺ συντελεστῶν πραγματικῆς καὶ φαινομενικῆς διαστολῆς.** Ἐὰν γ_π ὁ συντελεστὴς τῆς πραγματικῆς διαστολῆς, γ_φ ὁ συντελεστὴς τῆς φαινομενικῆς διαστολῆς καὶ γ_κ ὁ συντελεστὴς τῆς κυβικῆς διαστολῆς τοῦ δοχείου, εἶναι:

$$\gamma_\pi = \gamma_\varphi + \gamma_\kappa$$

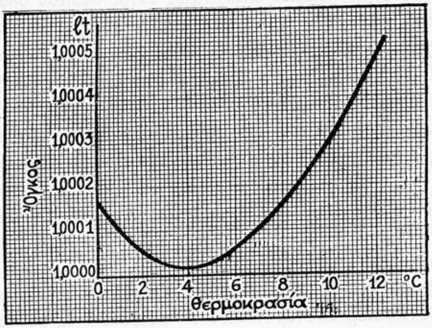
Ἐξ ἄλλου εἶναι $\gamma_\varphi = \gamma_\pi - \gamma_\kappa$. Ἐὰν $\gamma_\pi > \gamma_\kappa$, τότε $\gamma_\varphi > 0$. Ἐπίσης, ἐὰν $\gamma_\pi = \gamma_\kappa$, τότε $\gamma_\varphi = 0$ καί, ἐὰν $\gamma_\pi < \gamma_\kappa$, εἶναι $\gamma_\varphi < 0$.



Σχ. 601. Εἰς τοὺς 4 °C ὁ ὄγκος τοῦ ὕδατος λαμβάνει τὴν ἐλαχίστην του τιμήν.

301. Ἀνωμαλία διαστολῆς τοῦ ὕδατος. Τὸ ὕδωρ παρουσιάζει ἰδιάζουσαν ἀνωμαλίαν κατὰ τὴν διαστολήν του, διότι θερμαινόμενον μεταξὺ 0 °C καὶ +4 °C συστέλλεται, ἤτοι ὁ ὄγκος αὐτοῦ ἐλαττοῦται, ἐνῷ ἄνω τῆς θερμοκρασίας +4 °C ἀκολουθεῖ κανονικὴν πορείαν, ἤτοι θερμαινόμενον διαστέλλεται, δηλ. ὁ ὄγκος αὐτοῦ αὐξάνεται. Ὡς ἐκ τούτου, ὁ συντελεστὴς ἀπολύτου διαστολῆς τοῦ ὕδατος μεταξὺ 0 °C καὶ +4 °C εἶναι ἀρνητικὸς καὶ ἄνω τῶν +4 °C θετικός, ἐνῷ εἰς τὴν περιοχὴν +4 °C εἶναι περίπου μηδέν.

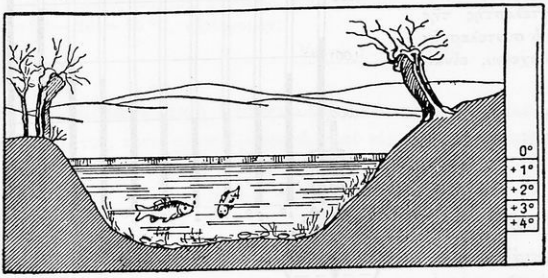
Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι «ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος ($\rho = m/V$) μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, εἰς δὲ τὴν θερμοκρασίαν +4 °C αὕτη ἔχει τὴν μεγίστην αὐτῆς τιμήν, καθότι εἰς τὴν θερμοκρασίαν ταύτην ὁ ὄγκος V δεδομένης μάζης m ὕδατος λαμβάνει τὴν ἐλαχίστην τιμήν» (σχ. 601). Ὡς εἴδομεν δὲ εἰς τὴν εἰσαγωγὴν τοῦ βιβλίου (βλ. § 20), ἡ μονὰς μάζης 1 γραμμαρίου ὁρίζεται ὡς ἡ μᾶζα 1 cm³ ὕδατος θερμοκρασίας +4 °C.



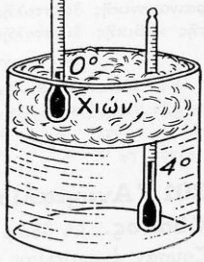
Σχ. 602. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ἑνὸς χιλιογράμμου ὕδατος συναρτήσει τῆς θερμοκρασίας.

Τὸ σχῆμα 602 δεικνύει τὴν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου δεδομένης ποσότητος ὕδατος συναρτήσει τῆς θερμοκρασίας. Εἰς τὴν θερμοκρασίαν περίπου 8 °C ὁ ὄγκος του λαμβάνει τὴν αὐτὴν τιμήν, τὴν ὁποίαν εἶχεν εἰς τὴν θερμοκρασίαν 0 °C.

302. Κατανομὴ τῆς θερμοκρασίας ἐντὸς λιμνῶν κ.λ. Ἡ ἀνωτέρω ἰδιότης τοῦ ὕδατος ἐξηγεῖ, διατὶ τὸν χειμῶνα εἰς τὰς λίμνας καὶ τοὺς ποταμοὺς πολλῶν χωρῶν μὲ ψυχρὸν κλῖμα ἡ θερμοκρασία εἰς τὸν πυθμένα παραμένει περίπου +4 °C, ἐνῷ εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τὸ ὕδωρ ἔχει μικροτέραν θερμοκρασίαν ἢ καὶ φθάνει τοὺς 0 °C, ὁπότε γίνεται πάγος. Οὕτω, κατὰ πρῶτον ψύχονται τὰ εἰς τὴν ἐπιφάνειαν στρώματα τοῦ ὕδατος, ὁπότε καὶ συστέλλονται ταῦτα.



Σχ. 603. Τὸ ὕδωρ εἰς τὰ κατώτερα στρώματα διατηρεῖ συνεχῶς θερμοκρασίαν 4 °C.



Σχ. 604.

Ἐπειδὴ ὅμως γίνονται βαρύτερα, βυθίζονται καὶ ἀντικαθίστανται ὑπὸ κατωτέρων στρωμάτων ὕδατος θερμοτέρων. Ἡ βαθμιαία ψῦξις καὶ ἡ ἐν συνεχείᾳ καταβύθισις αὐτῶν συνεχίζεται, μέχρις ὅτου ὁλόκληρος ἡ ποσότης τοῦ ὕδατος τῆς λίμνης λάβῃ τὴν θερμοκρασίαν $+4\ ^0C$. Ὅταν τὸ ὕδωρ οὕτω ἀποκτήσῃ τὴν μεγίστην του πυκνότητα, περαιτέρω ψῦξις τῶν ἀνωτέρων στρωμάτων τὰ καθιστᾷ ἐλαφρότερα τοῦ ὑποκειμένου ὕδατος καί, ὡς ἐκ τούτου, παραμένουν ἐπιπλέοντα, μέχρις ὅτου μεταβληθοῦν εἰς πάγον. Τοιουτοτρόπως ὁλόκληρος ἡ μᾶζα τοῦ μὴ στερεοποιηθέντος ὕδατος θὰ διατηρῆται εἰς $+4\ ^0C$ καθ' ὅλην τὴν περίοδον τοῦ ψύχους, μόνον δὲ τὸ ὕδωρ τὸ ὁποῖον ἀμέσως γειτνιάζει πρὸς τὸ παγόστρωμα ἔχει θερμοκρασίαν κατωτέραν τῶν $+4\ ^0C$ (σχ. 603). Ἡ ἀνωμαλία αὕτη ἔχει μεγίστην σημασίαν καὶ διὰ τὴν οἰκονομίαν τῆς Φύσεως, καθόσον ἐπιτρέπει τὴν ἐντὸς τοῦ ὕδατος διατήρησιν τῶν διαφόρων ζώντων ὀργανισμῶν.

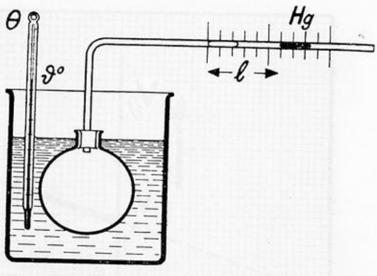
Τὴν κατανομὴν τῆς θερμοκρασίας ἐντὸς τοῦ ὕδατος δεικνύομεν διὰ τοῦ ἀκολούθου πειράματος. Γεμίζομεν μὲ ὕδωρ δοχεῖον καὶ ἀκολούθως θέτομεν ἐντὸς αὐτοῦ μικρὰ τεμάχια πάγου ἢ χιόνος. Μετά τινα χρόνον βυθίζομεν ἐντὸς τοῦ δοχείου δύο θερμόμετρα, ὁπότε παρατηροῦμεν ὅτι ἡ θερμοκρασία εἰς τὸν πυθμένα τοῦ δοχείου εἶναι $+4\ ^0C$, ἐνῷ εἰς τὴν ἄνω ἐπιφάνειαν ἡ θερμοκρασία εἶναι $0\ ^0C$ (σχ. 604).

303. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος στερεῶν καὶ ὑγρῶν μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Ἐπειδὴ ὁ ὄγκος τῶν διαφόρων στερεῶν καὶ ὑγρῶν σωμάτων μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ἐνῷ ἡ μᾶζά των διατηρεῖται ἀμετάβλητος, ἕπεται ὅτι θὰ μεταβάλλεται καὶ ἡ πυκνότης αὐτῶν. Ἐὰν $\rho_\theta = m/V_0$, ἡ ἀρχικὴ πυκνότης τοῦ σώματος, μετὰ τὴν θέρμανσιν αὐτοῦ κατὰ $\Delta\theta$, θὰ εἶναι:

$$\rho_\theta = \frac{m}{V_\theta} = \frac{m}{V_0\,(1+\gamma\cdot\Delta\theta)} = \frac{\rho_0}{1+\gamma\cdot\Delta\theta}$$

Ἤτοι: **« κατὰ τὴν διαστολὴν τῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν σωμάτων ἡ πυκνότης αὐτῶν ἐλαττοῦται ».**

304. Διαστολὴ τῶν ἀερίων. Νόμοι τοῦ Gay - Lussac (Γκέϋ - Λουσσάκ). α) Θέρμανσις ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου. Ἔστω ὅτι ἀέριον τίθεται ἐντὸς δοχείου, κλειομένου δι' εὐκινήτου ἐμβολέως ἀεροστεγῶς. Διὰ τὴν πειραματικὴν μελέτην τοῦ φαινομένου δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὴν συσκευὴν τοῦ σχήματος 605, ὅπου ἐντὸς τῆς ὑαλίνης φιάλης ἐγκλείεται τὸ ἀέριον καὶ ὡς ἐμβολεὺς χρησιμεύει σταγὼν ὑδραργύρου κινουμένη κατὰ μῆκος τοῦ ὁριζοντίου σωλῆνος. Ἐὰν θερμάνωμεν τὸ ἀέριον, θέτοντες π.χ. τοῦτο ἐντὸς λουτροῦ ὕδατος, ἡ σταγὼν μετατοπίζεται, οὕτω δὲ ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου αὐξάνεται, ἐνῷ ἡ πίεσις αὐτοῦ παραμένει σταθερά, ἴση δηλαδὴ πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν. Ὁ Gay - Lussac (τὸ 1802) εὗρε πειραματικῶς ὅτι ὁ νέος ὄγκος V_θ δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου:



Σχ. 605. Θέρμανσις ἑνὸς ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν. Ἀερικὸν θερμόμετρον.

$$\boxed{V_\theta = V_0\,(1+\alpha\cdot\theta)} \qquad (1)$$

ὅπου V_0 ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου εἰς 0 ^{0}C καὶ V_θ ὁ ὄγκος αὐτοῦ εἰς θ ^{0}C, ἐνῷ α εἶναι ἀριθμητικὴ σταθερὰ καλουμένη **θερμικὸς συντελεστὴς τοῦ ὄγκου τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν.** Ἡ σχέσις (1) ἐκφράζει τὸν **1ον νόμον τοῦ Gay - Lussac.**

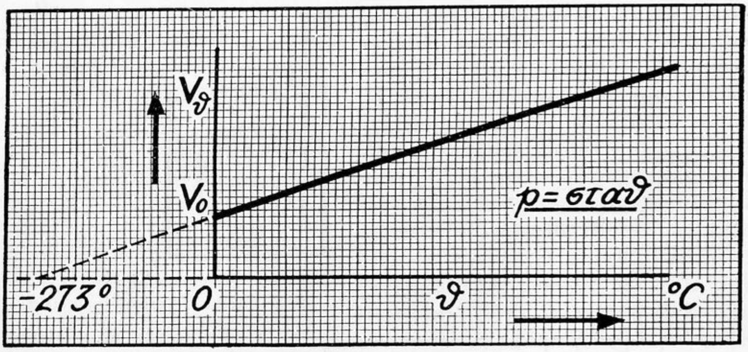
LOUIS JOSEPH GAY - LUSSAC
(1778 - 1850)
Γάλλος Φυσικὸς καὶ Χημικός, ὀνομαστὸς διὰ τὰς ἐρεύνας αὐτοῦ ἐπὶ τῆς θερμικῆς συμπεριφορᾶς τῶν ἀερίων, ὡς καὶ δι' ἄλλας ἐρεύνας του ἀναφερομένας τόσον εἰς τὴν Φυσικήν, ὅσον καὶ εἰς τὴν Χημείαν.

Ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ α, ὡς κατεδείχθη ἐκ μετρήσεων, εἶναι περίπου ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ ἀέρια ἀνεξαρτήτως τῆς φύσεως αὐτῶν καὶ ἴση πρός :

$$\boxed{\alpha = \frac{1}{273}\ \text{grad}^{-1}}$$

Τοῦτο σημαίνει ὅτι, δι' αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας κατὰ 1 ^{0}C, ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου αὐξάνεται κατὰ τὸ 1/273 τοῦ ὄγκου, τὸν ὁποῖον εἶχε τὸ ἀέριον εἰς θερμοκρασίαν 0 ^{0}C (καὶ ὄχι εἰς ἄλλην τινά), ἐφ' ὅσον ἡ πίεσίς του παρέμεινε σταθερά.

Ἡ ἐξίσωσις (1) τῆς μεταβολῆς ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν δεικνύει, ὅτι ἡ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ὡρισμένης μάζης ἀερίου εἶναι γραμμικὴ συνάρτησις τῆς θερμοκρασίας καὶ παριστᾶται γραφικῶς ὑπὸ εὐθείας γραμμῆς (σχ. 606).



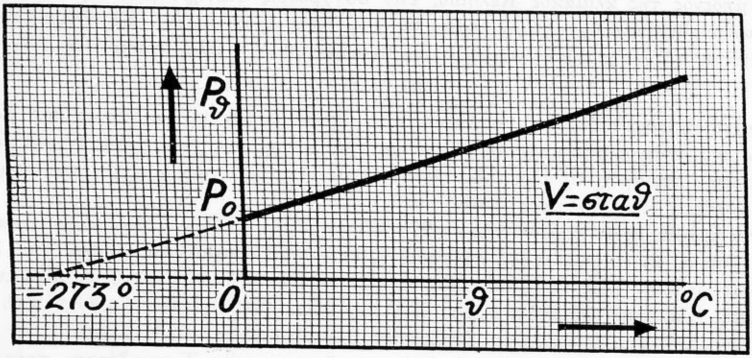
Σχ. 606. Γραφικὴ παράστασις τοῦ 1ου νόμου τοῦ Gay - Lussac.

β) Θέρμανσις ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον. Μεταβολὴ τῆς πιέσεως. Ὅταν ἀέριον θερμαίνεται ἐντὸς κλειστοῦ δοχείου, διατηρουμένου οὕτω τοῦ ὄγκου αὐτοῦ σταθεροῦ, αὐξάνεται ἡ πίεσις αὐτοῦ. Ἔστω ὅτι p_0 εἶναι ἡ πίεσις αὐτοῦ εἰς θερμοκρασίαν 0 °C. Ἐὰν τὸ ἀέριον θερμανθῇ κατὰ θ °C, ἡ πίεσις θὰ αὐξηθῇ, καὶ ἔστω αὕτη p_θ. Διὰ τοῦ πειράματος εὑρέθη ὅτι ἰσχύει ἡ σχέσις :

$$\boxed{p_\theta = p_0 \, (1 + \alpha \cdot \theta)} \qquad (2)$$

ὅπου α εἶναι ἀριθμητικὴ σταθερά, καλουμένη **θερμικὸς συντελεστὴς τῆς πιέσεως τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον.** Ὡς κατεδείχθη ἐκ μετρήσεων, ἡ σταθερὰ α εἶναι περίπου ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ ἀέρια καὶ ἴση πρός :

$$\alpha = \frac{1}{273}\ \mathrm{grad}^{-1}$$

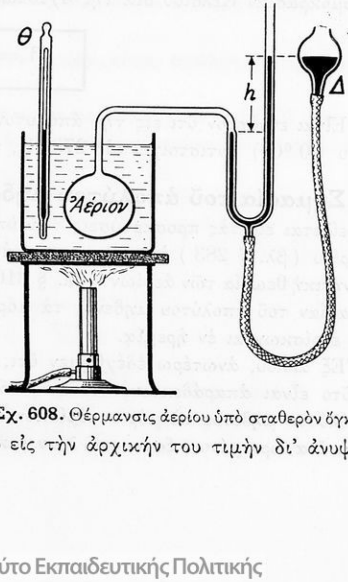


Σχ. 607. Γραφικὴ παράστασις τοῦ 2ου νόμου τοῦ Gay - Lussac.

ἤτοι ἔχει τὴν αὐτὴν ἀκριβῶς τιμὴν μὲ τὸν θερμικὸν συντελεστὴν ὄγκου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν. Ἡ σχέσις (2) ἐκφράζει τὸν **2ον νόμον τοῦ Gay-Lussac.**

Ἡ ἐξίσωσις (2) τῆς μεταβολῆς ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον δεικνύει, ὅτι ἡ μεταβολὴ τῆς πιέσεως ὡρισμένης μάζης ἀερίου εἶναι γραμμικὴ συνάρτησις τῆς θερμοκρασίας καὶ παριστᾶται γραφικῶς ὑπὸ εὐθείας γραμμῆς (σχ. 607).

Τὸ σχῆμα 608 δεικνύει συσκευὴν διὰ τὴν θέρμανσιν ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον. Ἐὰν θερμάνωμεν τὸ ἀέριον, τότε, λόγῳ τῆς διαστολῆς αὐτοῦ, ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου κατέρχεται εἰς τὸ σκέλος τοῦ μανομέτρου τοῦ συγκοινωνοῦντος πρὸς τὸ δοχεῖον, ἐπαναφέρομεν δὲ τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου εἰς τὴν ἀρχικήν του τιμὴν δι' ἀνυψώ-



Σχ. 608. Θέρμανσις ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον.

σεως τοῦ δοχείου Δ. Ἐὰν τὸ ἀέριον ψύχεται, τότε ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη ἀνέρχεται εἰς τὸ αὐτὸ σκέλος, ἐπαναφέρομεν δὲ τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου εἰς τὴν ἀρχικὴν τιμὴν διὰ ταπεινώσεως τοῦ δοχείου Δ. Οὕτω ἡ αὔξησις τῆς πιέσεως κατὰ τὴν θέρμανσιν τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον μετρεῖται ὑπὸ τοῦ ὕψους h τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης.

305. Ἀπόλυτος θερμοκρασία. Ἐκ τοῦ τύπου (1) τῆς προηγουμένης παραγράφου, ἐὰν θέσωμεν $\theta = -273$, προκύπτει :

$$V_\theta = 0$$

Τοῦτο σημαίνει ὅτι, ἐὰν ψύξωμεν τὸ ἀέριον εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 273 ^{0}C κάτω τοῦ μηδενὸς τῆς κλίμακος Κελσίου, ἐνῷ συγχρόνως διατηροῦμεν τὴν πίεσιν τοῦ ἀερίου σταθεράν, ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου θὰ γίνῃ ἴσος πρὸς μηδέν. Ἐξ ἄλλου, ἐὰν εἰς τὸν τύπον (2) τῆς αὐτῆς παραγράφου θέσωμεν $\theta = -273$, προκύπτει :

$$p_\theta = 0$$

Τοῦτο σημαίνει πάλιν ὅτι, ἐὰν ψύξωμεν τὸ ἀέριον εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 273 ^{0}C κάτω τοῦ μηδενὸς τῆς κλίμακος Κελσίου, ἐνῷ συγχρόνως διατηροῦμεν τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου σταθερόν, τὸ ἀέριον δὲν ἀσκεῖ πίεσιν ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, ἤτοι ἡ πίεσις εἶναι ἴση πρὸς μηδέν.

Τὴν θερμοκρασίαν ταύτην τῶν -273 ^{0}C, κατὰ τὴν ὁποίαν ὁ ὄγκος ἑνὸς ἀερίου εἴτε ἡ πίεσις αὐτοῦ γίνεται ἴση πρὸς μηδέν, καλοῦμεν **ἀπόλυτον μηδὲν** καὶ λαμβάνεται ὡς ἀρχὴ μιᾶς νέας κλίμακος θερμοκρασιῶν, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀπόλυτος κλῖμαξ** ἢ **κλῖμαξ Kelvin (K).** Τὴν θερμοκρασίαν τὴν λογιζομένην ἀπὸ τοῦ ἀπολύτου μηδενὸς θὰ καλοῦμεν **ἀπόλυτον θερμοκρασίαν** (σύμβολον **T**).

Συμφώνως πρὸς τὰ ἀνωτέρω, ἡ ἀπόλυτος θερμοκρασία T συνδέεται πρὸς τὴν θερμοκρασίαν Κελσίου διὰ τῆς σχέσεως :

$$\boxed{T = 273^0 + \theta}$$

Εἶναι εὐνόητον ὅτι εἰς τὴν ἀπόλυτον κλίμακα ἡ θερμοκρασία τοῦ τηκομένου πάγου (0 ^{0}C) ἀντιστοιχεῖ εἰς 273 ^{0}K, ἤτοι 273 ἀπόλυτοι βαθμοί.

Σημασία τοῦ ἀπολύτου μηδενός. Ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου ὀφείλεται εἰς τὰς προσκρούσεις τῶν ὑπὸ μεγάλην ταχύτητα κινουμένων μορίων τοῦ ἀερίου (βλ. § 283) ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου — τοῦτο δὲ θέτει ὡς βάσιν ἡ κινητικὴ θεωρία τῶν ἀερίων (βλ. § 316) —, πρέπει νὰ δεχθῶμεν ὅτι εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενὸς τὰ μόρια τοῦ ἀερίου δὲν πρέπει νὰ κινοῦνται, ἀλλὰ νὰ εὑρίσκωνται ἐν ἠρεμίᾳ.

Ἐξ ἄλλου, ἀνωτέρω ἐδέχθημεν ὅτι, διὰ $\theta = -273$, $V = 0$, τὸ ἐξαγόμενον ὅμως τοῦτο εἶναι ἀπαράδεκτον, διότι, ἐφ' ὅσον, ὡς εἴδομεν, εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενὸς τὰ μόρια εὑρίσκονται ἐν ἀκινησίᾳ, ταῦτα πρέπει νὰ καταλαμβάνουν ἕνα ὡρισμένον, ἔστω καὶ λίαν μικρόν, ὄγκον. Τὸ ἀπαράδεκτον τοῦτο ἀποτέλεσμα προκύπτει, διότι οἱ νόμοι τῶν ἀερίων, οἱ ὁποῖοι ἐκφράζονται διὰ τῶν ἀνωτέρω ἀναφερομένων τύπων, εἶναι νόμοι προσεγγίσεως καὶ ἰσχύουν διὰ τὰ πραγματικὰ ἀέρια μόνον, ὅταν ἡ θερμοκρασία δὲν εἶναι πολὺ χαμηλή.

Τὸ ἀπόλυτον μηδὲν εἶναι ἀδύνατον νὰ πραγματοποιηθῇ καὶ ἀποτελεῖ θεωρητικὴν θερμοκρασίαν. Μέχρι σήμερον ἡ ταπεινοτέρα θερμοκρασία, ἡ ὁποία ἔχει πραγματοποιηθῆ, εἶναι 0,0044 βαθμοὶ ἀπολύτου θερμοκρασίας.

306. Ἑτέρα μορφὴ τῶν νόμων Gay - Lussac. Οἱ τύποι τῶν νόμων τοῦ Gay - Lussac, διὰ τῆς εἰσαγωγῆς τῆς ἀπολύτου θερμοκρασίας, λαμβάνουν νέαν μορφήν. Ἐὰν τοὺς γνωστοὺς τύπους :

$$V_\theta = V_0\,(1 + \alpha \cdot \theta) \quad \text{καὶ} \quad p_\theta = p_0\,(1 + \alpha \cdot \theta)$$

γράψωμεν ὑπὸ τὴν μορφήν :

$$V_\theta = V_0 \cdot \alpha \left(\frac{1}{\alpha} + \theta\right) \quad \text{καὶ} \quad p_\theta = p_0 \cdot \alpha \left(\frac{1}{\alpha} + \theta\right)$$

λάβωμεν δὲ ὑπ' ὄψιν ὅτι $1/\alpha = 273$ καὶ ὅτι $273 + \theta$ παριστᾷ τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν T, προκύπτουν οἱ τύποι :

$$\boxed{V_\theta = \frac{V_0}{273} \cdot T} \qquad (1) \qquad\qquad \boxed{p_\theta = \frac{p_0}{273} \cdot T} \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν τύπων τούτων προκύπτουν αἱ ἀκόλουθοι διατυπώσεις τῶν νόμων Gay - Lussac :

1. – Ὁ ὄγκος ἑνὸς ἀερίου, ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, εἶναι ἀνάλογος τῆς ἀπολύτου θερμοκρασίας.

2. – Ἡ πίεσις ἑνὸς ἀερίου, ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, εἶναι ἀνάλογος τῆς ἀπολύτου θερμοκρασίας.

Ὡς φαίνεται ἐκ τῶν προηγουμένως ἐκτεθέντων, ὁ συντελεστὴς $\alpha = 1/273$ ἀναφέρεται εἰς τὸν ὄγκον V_0 ἢ εἰς τὴν πίεσιν p_0 καὶ ὄχι εἰς προηγουμένην τινὰ τιμὴν τῶν μεγεθῶν αὐτῶν.

Οὕτω, ἔστω ὅτι ἔχομεν π.χ. νὰ λύσωμεν τὸ πρόβλημα : Πόσος θὰ καταστῇ ὁ ὄγκος ἀερίου 200 cm^3 θερμανθεὶς ἀπὸ 10 ^{0}C εἰς 18 ^{0}C, ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν.

Ἐὰν λύσωμεν τοῦτο καταστρώνοντες τὴν ἐξίσωσιν :

$$V = 200 \left[1 + \frac{1}{273}\,(18 - 10) \right]$$

θὰ καταλήξωμεν εἰς ἐσφαλμένον ἀποτέλεσμα.

Ἡ ὀρθὴ λύσις εἶναι ἡ ἀκόλουθος : Ὁ ὄγκος τῶν 200 cm^3 εἶναι ἴσος πρός :

$$200 = V_0\left(1 + \frac{1}{273} \cdot 10\right).$$

Ὁ ὄγκος εἰς τοὺς 18 °C θὰ εἶναι ἴσος πρὸς $V = V_0\left(1 + \frac{1}{273} \cdot 18\right)$, ὁπότε, διαιροῦντες κατὰ μέλη, ἀπαλείφομεν τὸ V_0 καὶ λύομεν ὀρθῶς τὸ πρόβλημα.

Ὡς ἐκ τούτου, δυνάμεθα νὰ γράψωμεν γενικώτερον τοὺς τύπους, λόγῳ τῆς ἀπαλοιφῆς τοῦ V_0 ἢ p_0 (δι' ὄγκον σταθερόν), ὡς ἀκολούθως :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1 + \alpha \cdot \theta_1}{1 + \alpha \cdot \theta_2} \quad \text{καὶ} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{1 + \alpha \cdot \theta_1}{1 + \alpha \cdot \theta_2}$$

Ἐὰν χρησιμοποιήσωμεν τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν, ὁπότε $\theta_1 = T_1 - 273$ καὶ $\theta_2 = T_2 - 273$, καταλήγομεν εἰς τοὺς κάτωθι πολὺ ἐξυπηρετικοὺς τύπους λύσεως προβλημάτων:

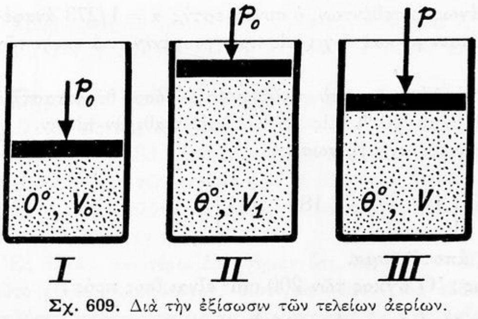
$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}} \quad (\text{διὰ } p = \text{σταθ.}) \quad \text{καὶ} \quad \boxed{\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}} \quad (\text{διὰ } V = \text{σταθ.})$$

καί, ὅπως θὰ ἴδωμεν περαιτέρω, ἐφ' ὅσον ὁ συντελεστὴς α ἀναφέρεται καὶ εἰς τὸ γινόμενον πιέσεως ἐπὶ ὄγκον:

$\frac{p_1 \cdot V_1}{p_2 \cdot V_2} = \frac{T_1}{T_2}$	Νόμος Boyle - Mariotte — Gay - Lussac

307. Ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων.

Οἱ νόμοι οἱ ὁποῖοι διέπουν τὴν διαστολὴν τῶν ἀερίων, ἤτοι ὁ νόμος τῶν Boyle - Mariotte (βλ. § 219) καὶ οἱ δύο νόμοι τοῦ Gay - Lussac (βλ. § 304), περιέχουν τρία μεγέθη, ἤτοι τὴν πίεσιν, τὸν ὄγκον καὶ τὴν θερμοκρασίαν. Ὅπως δὲ εἴδομεν, καὶ εἰς τοὺς τρεῖς αὐτοὺς νόμους ἀπαιτεῖται, ὅπως ἓν ἐκ τῶν μεγεθῶν τούτων διατηρῆται πάντοτε σταθερόν, καὶ δὴ ἡ θερμοκρασία εἰς τὸν νόμον Boyle - Mariotte, ἡ πίεσις εἰς τὸν 1ον νόμον καὶ ὁ ὄγκος εἰς τὸν 2ον νόμον τοῦ Gay - Lussac. Δυνάμεθα ἐν τούτοις νὰ εὕρωμεν μίαν γενικὴν ἐξίσωσιν, τὴν **ἐξίσωσιν τῶν τελείων ἀερίων,** ἡ ὁποία περιέχει καὶ τὰς τρεῖς ἐξισώσεις. Ὀνομάζομεν δὲ τέλειον ἢ ἰδανικὸν ἀέριον, τὸ ἀέριον ἐκεῖνο, εἰς τὸ ὁποῖον τὰ μόριά του οὐδεμίαν πρὸς ἄλληλα ἕλξιν ἢ ἄπωσιν ἀσκοῦν, ἀλλὰ ἁπλῶς συγκρούονται ὡς ἐὰν ἦσαν μικραὶ τελείως ἐλαστικαὶ σφαῖραι. Τὴν μορφὴν ταύτην πλησιάζουν τὰ συνήθη



Σχ. 609. Διὰ τὴν ἐξίσωσιν τῶν τελείων ἀερίων.

φυσικὰ ἢ πραγματικὰ ἀέρια, π.χ. τὸ ὀξυγόνον, ἥλιον κ.ἄ., τὰ ὁποῖα ἀπέχουν πολὺ ἀπὸ τὰς συνθήκας ὑγροποιήσεώς των, δηλαδὴ ὅσον πλέον ἀραιὰ καὶ θερμὰ εἶναι.

Ἔστω τώρα ἀέριος μᾶζα, ἡ ὁποία ὑπὸ θερμοκρασίαν 0^0 καὶ πίεσιν p_0 ἔχει ὄγκον V_0 (σχ. 609, I). Ἃς ἐξετάσωμεν ποῖος θὰ εἶναι ὁ ὄγκος V τῆς ἀερίου μάζης ὑπὸ νέαν θερμοκρασίαν θ^0 καὶ πίεσιν p (σχ. 609, III). Πρὸς εὕρεσιν τοῦ τελικοῦ ὄγκου V τοῦ ἀερίου, φανταζόμεθα δύο διαδοχικὰς μεταβολάς, ἤτοι : 1) Διατηροῦμεν κατ' ἀρχὰς τὴν πίεσιν σταθερὰν (p_0) καὶ αὐξάνομεν τὴν θερμοκρασίαν ἀπὸ 0^0 εἰς θ^0, ὁπότε ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου V_1, συμφώνως πρὸς τὸν 1ον νόμον τοῦ Gay - Lussac, θὰ λάβῃ τὴν τιμήν :

$$V_1 = V_0 (1 + \alpha \cdot \theta)$$

2) Διατηροῦμεν τὴν θερμοκρασίαν σταθερὰν (θ), αὐξάνομεν δὲ τὴν πίεσιν ἀπὸ p_1 εἰς p, ὁπότε θὰ προκύψῃ ἡ κατάστασις τοῦ σχήματος 609, III, ἤτοι θερμοκρασία θ, πίεσις p, ὄγκος V. Ἡ μεταβολὴ αὕτη τοῦ ἀερίου, ἐφ' ὅσον τοῦτο θεωρεῖται τέλειον, διέπεται ἀπὸ τὸν νόμον τῶν Boyle - Mariotte, καθότι ἐγένετο ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν, καὶ ἑπομένως θὰ ἔχωμεν :

$$p \cdot V = p_0 \cdot V_1 = p_0 \cdot V_0 \ (1 + \alpha \cdot \theta)$$

ἢ :

$$\boxed{p_0 \cdot V_0 = \frac{p \cdot V}{1 + \alpha \cdot \theta}} \qquad (1)$$

Ὁμοίως, ἐὰν θελήσωμεν νὰ ὑπολογίσωμεν τὸν ὄγκον V′ τῆς αὐτῆς ἀερίου μάζης ὑπὸ θερμοκρασίαν θ′ καὶ πίεσιν p′ σκεπτόμενοι καθ' ὅμοιον τρόπον, θὰ εὕρωμεν :

$$p' \cdot V' = p_0 \cdot V_0 (1 + \alpha \cdot \theta')$$

Ἐπειδὴ p_0 καὶ V_0 εἶναι δεδομένα, τὸ γινόμενον $p_0 \cdot V_0$ παριστᾷ σταθερὰν ποσότητα, οὕτω δὲ δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τὴν σχέσιν (1) ὡς ἀκολούθως:

$$\boxed{\frac{p \cdot V}{1 + \alpha \cdot \theta} = \frac{p \cdot V}{T} = \text{σταθ.}} \qquad (2)$$

Ἡ σχέσις αὕτη καλεῖται **ἐξίσωσις (ἢ νόμος) τῶν τελείων ἀερίων.** Ὁ νόμος οὗτος εἶναι γενικὸς καὶ λύει ὅλα τὰ προβλήματα, εἰς τὰ ὁποῖα μεταβάλλονται δύο ἐκ τῶν τριῶν μεγεθῶν p, V καὶ θ.

308. Κανονικαὶ συνθῆκαι ἀερίου μάζης. Ἀέριος μᾶζα λέγομεν, ὅτι εὑρίσκεται ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας, ὅταν εὑρίσκεται ὑπὸ πίεσιν 760 Torr καὶ θερμοκρασίαν 0 °C. Ὅπως δὲ ἀναγάγωμεν τὸν ὄγκον V ἀερίου μάζης εὑρισκομένης ὑπὸ θερμοκρασίαν θ καὶ πίεσιν p εἰς κανονικὰς συνθήκας, ἀναχωροῦμεν ἐκ τοῦ τύπου $p \cdot V = p_0 \cdot V_0 (1 + \alpha \cdot \theta)$. Ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι εἰς τὴν πίεσιν p_0 ἀντιστοιχεῖ ὕψος ὑδραργυρικῆς στήλης 760 Torr καὶ εἰς τὴν πίεσιν p ὕψος h mm καὶ ὅτι $p : p_0 = h : 760$, τότε δι' ἐπιλύσεως τοῦ ἀνωτέρω τύπου ὡς πρὸς V_0 εὑρίσκομεν:

$$V_0 = \frac{V}{1+\alpha\cdot\theta}\cdot\frac{h}{760} \qquad (1)$$

Δι' ἐπιλύσεως τοῦ τύπου τούτου ὡς πρὸς V λύομεν τὸ ἀντίστροφον πρόβλημα.

309. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος τῶν ἀερίων μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Ἡ πυκνότης τῶν ἀερίων μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ὡς ἄλλωστε συμβαίνει καὶ εἰς τὰ ὑγρὰ καὶ στερεὰ (βλ. § 303). Ἐὰν ρ_θ παριστᾷ τὴν πυκνότητα ἑνὸς ἀερίου εἰς θερμοκρασίαν $\theta\,^0$C καὶ ρ_0 εἰς $0\,^0$C, τότε ἐξ ὁρισμοῦ (βλ. § 222) ἡ **πυκνότης (ἀπόλυτος)** ἀερίου δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$\rho_\theta = \frac{m}{V} \qquad \textit{καὶ} \qquad \rho_0 = \frac{m}{V_0}$$

Ἐκ τῶν σχέσεων τούτων δι' ἀντικαταστάσεως τῶν τιμῶν τῶν V καὶ V_0 εἰς τὴν ἐξίσωσιν τῶν τελείων ἀερίων: $p\cdot V = p_0\cdot V_0\,(1+\alpha\cdot\theta)$ εὑρίσκομεν τὴν πυκνότητα ἀερίου εἰς τὴν θερμοκρασίαν θ, οὕτω δὲ ἔχομεν:

$$\boxed{\rho_\theta = \rho_0\cdot\frac{p}{p_0\,(1+\alpha\cdot\theta)}}$$

ὅπου $\alpha = 1/273$ grad^{-1}. Ἐὰν θέλωμεν τὴν πυκνότητα ἀερίου ὑπὸ θερμοκρασίαν θ καὶ πίεσιν μετρουμένην ὑπὸ στήλης ὑδραργύρου ὕψους h mm, αὕτη, συμφώνως πρὸς τὸν ἀνωτέρω τύπον, ὑπολογίζεται ἐκ τῆς σχέσεως:

$$\rho_\theta = \rho_0\cdot\frac{1}{(1+\alpha\cdot\theta)}\cdot\frac{h}{760}$$

310. Σχετικὴ πυκνότης ἀερίων. Ὡς εἴδομεν καὶ εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Ἀεροστατικῆς (βλ. § 222), ἡ σχετικὴ πυκνότης ($\rho_{\sigma\chi}$) τῶν ἀερίων ὁρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τῆς πυκνότητος τοῦ ἀερίου ($\rho_{\text{ἀέριον}}$) διὰ τῆς πυκνότητος τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος ($\rho_{\text{ἀτμ. ἀὴρ}}$), ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως (συνήθως ἐκλέγονται αἱ συνθῆκαι τοῦ περιβάλλοντος, δηλ. πίεσις 1 Atm καὶ $20\,^0$C θερμοκρασία). Ἤτοι:

$$\boxed{\rho_{\sigma\chi} = \frac{\rho_{\text{ἀέριον}}}{\rho_{\text{ἀτμ. ἀὴρ}}}}$$

311. Γενικωτέρα μορφὴ τῆς ἐξισώσεως τῶν τελείων ἀερίων. Καταστατικὴ ἐξίσωσις τῶν ἀερίων. α) Ἡ ἐξίσωσις τῶν τελείων (ἰδανικῶν) ἀερίων $p\cdot V = p_0\cdot V_0\,(1+\alpha\cdot\theta)$ μετασχηματιζομένη δύναται νὰ γραφῇ:

$$p\cdot V = p_0\cdot V_0\cdot\alpha\left(\frac{1}{\alpha}+\theta\right)$$

Ἐὰν δὲ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν, ὅτι $\alpha = 1/273$, $T = 273+\theta$, προκύπτει:

$$p\cdot V = \frac{p_0\cdot V_0}{273}\cdot T$$

Ἐπειδὴ δὲ ἡ παράστασις $p_0 \cdot V_0/273$ ἀποτελεῖ σταθερὰν ποσότητα (C), θὰ εἶναι :

$$\boxed{p \cdot V = C \cdot T} \tag{1}$$

Εἰς τὸν τύπον (1) ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ C ἐξαρτᾶται κατὰ πρῶτον ἐκ τῶν μονάδων, τὰς ὁποίας μεταχειριζόμεθα, ὡς ἐπίσης καὶ ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ἀερίου, ἀλλά, προκειμένου περὶ τοῦ αὐτοῦ ἀερίου, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν αὐτοῦ.

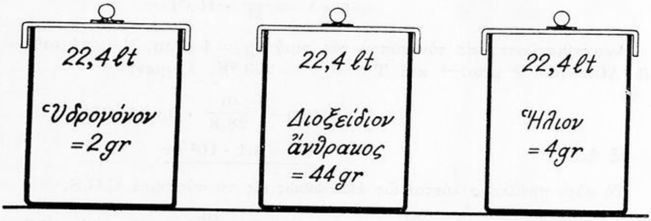
β) Ἐκ διαφόρων ἐρευνῶν εἶναι γνωστόν, ὅτι **ὁ μοριακὸς ὄγκος τῶν ἀερίων, δηλαδὴ ὁ ὄγκος τὸν ὁποῖον καταλαμβάνει ἓν γραμμομόριον (1 Mol)* οἱουδήποτε ἀερίου ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας, εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ὅλα τὰ ἀέρια, ἀνεξαρτήτως τῆς φύσεως αὐτοῦ, καὶ εἶναι ἴσος πρὸς 22 414 cm³ ἢ 22,4 λίτρα** (σχ. 609, α), ἤτοι εἶναι :

$$\boxed{V_{\text{Mol, ὑπὸ καν. συνθήκας}} = 22{,}4\ \frac{\text{λίτρα}}{\text{Mol}}}$$

Ἐὰν εἰς τὴν σχέσιν $p_0 \cdot V_0/273$, ἀντὶ τοῦ p_0, θέσωμεν τὴν πίεσιν τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς 760 Torr καὶ ἡ ὁποία εἶναι $1{,}013 \cdot 10^6$ dyn/cm², ἀντὶ V_0 θέσωμεν τὸν μοριακὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας, ἤτοι 22 414 cm³, τότε εἶναι :

$$R = \frac{p_0 \cdot V_{Mol}}{273} \quad \text{ἤτοι :} \quad R = \frac{1{,}033 \cdot 10^6 \cdot 22\,414}{273} = 8{,}31 \cdot 10^7\ \text{erg} \cdot \text{Mol}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$$

Ἡ νέα αὕτη σταθερὰ R, ἐπειδὴ εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ἀερίου, καλεῖται **«π α γ κ ό σ μ ι ο ς σταθερὰ τῶν ἀερίων».**



Σχ. 609, α. Μοριακὸς ὄγκος τῶν ἀερίων.

Ἑπομένως, ἐὰν λάβωμεν μᾶζαν ἀερίου ἴσην πρὸς 1 γραμμομόριον (1 Mol), τότε ἡ ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων λαμβάνει τὴν μορφήν :

$$p \cdot V_{Mol} = R \cdot T \tag{2}$$

Ἐὰν ἀντὶ 1 γραμμομορίου λάβωμεν m gr, ἡ μᾶζα αὐτοῦ ἐκφραζομένη εἰς Mol εἶναι $m/M = n$, ὅπου M τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ ἀερίου. Ἐπειδὴ δὲ ὁ ὄγκος n γραμ-

(*) Ὡς εἴδομεν εἰς τὴν § 20, τὸ γ ρ α μ μ ο μ ό ρ ι ο ν (1 Mol) παριστᾷ τόσην μᾶζαν εἰς γραμμάρια ἐκ τοῦ θεωρουμένου σώματος, ὅσον εἶναι τὸ μοριακὸν βάρος αὐτοῦ.

μομορίων εἶναι $V = n \cdot V_{Mol}$, θὰ εἶναι $V_{Mol} = V/n$, καὶ ἡ σχέσις (2) γράφεται :

$$\boxed{p \cdot V = n \cdot R \cdot T = \frac{m}{M} R \cdot T} \qquad (3)$$

Ἡ σχέσις (3) ἀποτελεῖ τὴν γενικωτέραν μορφὴν τῆς ἐξισώσεως τῶν τελείων ἀερίων καὶ εἶναι γνωστὴ ὡς ἡ **καταστατικὴ ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων.**

Ἡ παγκόσμιος σταθερὰ ἰσοῦται, ὡς προηγουμένως ἀνεφέρομεν, πρὸς $R = 8{,}31$ Joule $\cdot$ $Mol^{-1} \cdot grad^{-1}$ ἤ, ἂν ὁ ὄγκος ἐκφράζεται εἰς λίτρα καὶ ἡ πίεσις εἰς ἀτμοσφαίρας, $R = 0{,}082$ λιτροατμόσφαιραι ἀνὰ γραμμομόριον καὶ βαθμὸν Kelvin.

Ἡ καταστατικὴ ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων μᾶς βοηθεῖ πολὺ εἰς λύσιν προβλημάτων, ἐφαρμόζεται δὲ καὶ εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ὠσμωτικῆς πιέσεως (βλ. σελ. 407), διότι τὰ ἀραιὰ γενικῶς διαλύματα ἀκολουθοῦν τοὺς αὐτοὺς νόμους, ὅπως καὶ τὰ τέλεια ἀέρια.

Ἐξαίρεσις ὑφίσταται διὰ τοὺς ἠλεκτρολύτας (ὀξέα, βάσεις, ἅλατα), οἱ ὁποῖοι δὲν παραμένουν ὑπὸ μοριακὴν κατάστασιν ἐν τῷ διαλύματι, ἀλλὰ διΐστανται ὡς ἰόντα, αὐξανομένου οὕτω τοῦ ἀριθμοῦ τῶν κινουμένων σωματιδίων, ἄρα καὶ τῆς ἀντιστοίχου—κατὰ τὴν κινητικὴν θεωρίαν—πιέσεως.

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Πόση ἡ μᾶζα ἀέρος περιεχομένου ἐντὸς ὄγκου 24 m³ ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας.

Λύσις. Ὁ ἀὴρ εἶναι κυρίως μεῖγμα 80% ἀζώτου μοριακοῦ βάρους 28 καὶ 20% ὀξυγόνου μοριακοῦ βάρους 32, ἄρα δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἀέριον μοριακοῦ βάρους 28,8. Ἑπομένως ἔχομεν:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$$

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τύπον τὰς τιμὰς $p = 1$ Atm, $V = 24\ m^3 = 24\,000\ lt$, $R = 0{,}082$ $lt \cdot Atm \cdot Mol^{-1}\ grad^{-1}$ καὶ $T = 0\ ^0C = 273\ ^0K$, ἔχομεν:

$$1 \cdot 24\,000 = \frac{m}{28{,}8} \cdot 0{,}082 \cdot 273$$

ἐξ ἧς:

$$\underline{m = 3{,}1 \cdot 10^4\ gr}$$

Τὸ αὐτὸ πρόβλημα λύεται ὡς ἀκολούθως εἰς τὸ σύστημα C.G.S.:

$$1{,}013 \cdot 10^6 \cdot 24 \cdot 10^6 = \frac{m}{28{,}8} \cdot 8{,}3 \cdot 10^7 \cdot 273$$

διότι $1\ Atm = 1{,}013 \cdot 10^6\ dyn/cm^2$ καὶ $24\ m^3 = 24 \cdot 10^6\ cm^3$, ἐξ ἧς εὑρίσκομεν:

$$\underline{m = 3{,}1 \cdot 10^4\ gr}$$

2. Ποία ἡ πυκνότης ἀερίου ἡλίου ὑπὸ πίεσιν 120 Atm καὶ θερμοκρασίαν 27 ⁰C.

Λύσις. Ἔχομεν μοριακὸν βάρος ἡλίου ἴσον πρὸς ἀτομικὸν αὐτοῦ, διότι τὸ ἀέριον ἥλιον δὲν σχηματίζει μόρια, ἄρα $M = 4$. Ἑπομένως προκύπτει ἐκ τῆς καταστατικῆς ἐξισώσεως (3) διὰ $\rho = m/V$, $p = R \cdot T/M \cdot \rho$, ἐξ ἧς λαμβάνομεν:

$$\rho = \frac{4 \cdot 120}{0{,}082 \cdot 300} \qquad \text{καὶ} \qquad T = 27 + 273$$

$$\underline{\rho = 19{,}5\ gr/lt}$$

Τὸ αὐτὸ πρόβλημα λυόμενον εἰς τὸ σύστημα C.G.S. δίδει:

$$\rho = \frac{4 \cdot 120 \cdot 1{,}013 \cdot 10^6}{8{,}3 \cdot 10^7 \cdot 300} \quad \text{ἤτοι:} \quad \underline{\rho = 0{,}0195 \text{ gr/cm}^3}$$

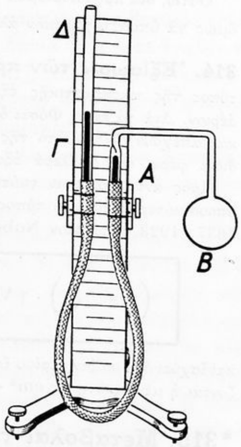
3. Πόση ἡ ὠσμωτικὴ πίεσις μάζης 20 gr καλαμοσακχάρου ἐντὸς συνολικοῦ ὄγκου 1 λίτρου διαλύματος, ὑπὸ θερμοκρασίαν 0 °C.

Λύσις. Τὸ καλαμοσάκχαρον ἔχει τὸν τύπον $C_{12}H_{22}O_{11}$, ἄρα μὲ ἀτομικὰ βάρη $C = 12$, $H = 1$ καὶ $O = 16$ ἔχομεν μοριακὸν βάρος $M = 342$. Ἐπομένως, ἐφαρμόζοντες τὰ δεδομένα εἰς τὸν τύπον (3) καὶ διὰ $V = 1$ *lt*, ἔχομεν:

$$\underline{p} = \frac{20 \cdot 0{,}082 \cdot 273}{342} = \underline{1{,}3 \text{ Atm}}$$

Παρατήρησις. Συνιστᾶται ἰδιαιτέρως ἡ χρῆσις τῆς ὡς ἄνω καταστατικῆς ἐξισώσεως, διότι ἀποφεύγονται οἱ πολύπλοκοι ὑπολογισμοὶ βάσει τῆς συνήθους διατυπώσεως τῶν νόμων Gay - Lussac καὶ Boyle - Mariotte.

***312. Ἀερικὸν θερμόμετρον Jolly (Ζόλλυ).** Διὰ τὴν κατασκευὴν θερμομέτρων ἀκριβείας ἀπαιτεῖται ἡ ἐκλογὴ θερμομετρικοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον νὰ παρουσιάζῃ ὁμοιόμορφον διαστολὴν ἐντὸς ἐκτενῶν ὁρίων θερμοκρασίας. Ἐξ ὅλων τῶν σωμάτων τὰ ἀέρια δεικνύουν τὴν ἰδιότητα ταύτην, μεταξὺ δὲ τούτων ἄριστα θεωροῦνται τὸ ὑδρογόνον καὶ τὸ ἥλιον· θερμόμετρον δέ, τὸ ὁποῖον χρησιμοποιεῖ ἀέριον ὡς θερμομετρικὸν σῶμα, καλεῖται **ἀερικὸν θερμόμετρον.**



Σχ. 610. Ἀερικὸν θερμόμετρον Jolly.

Τὸ σχῆμα 610 δεικνύει ἁπλοῦν τύπον ἀερικοῦ θερμομέτρου τοῦ Jolly (Ζόλλυ), ἀποτελουμένου ἐκ σφαιρικοῦ δοχείου Β συνδεομένου διὰ στενοτάτου σωλῆνος πρὸς εὐρύτερον σωλῆνα Α. Οἱ σωλῆνες Α καὶ Γ συνδέονται δι' ἐλαστικοῦ σωλῆνος καὶ πληροῦνται δι' ὑδραργύρου, ἐνῷ ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου δύναται νὰ μεταβάλλεται δι' ἀνυψώσεως ἢ καταβιβάσεως τοῦ σωλῆνος Γ κατὰ μῆκος τῆς κλίμακος. Ἡ σφαῖρα Β πληροῦται ὑπὸ ξηροῦ ἀερίου.

Πρὸς βαθμολογίαν τοῦ ὀργάνου βυθίζομεν τὴν σφαῖραν Β ἐντὸς τηκομένου πάγου καὶ ρυθμίζομεν τὸν σωλῆνα Γ, ὥστε ὁ ὑδράργυρος νὰ εὑρίσκεται εἰς τὴν αὐτὴν στάθμην εἰς τοὺς δύο σωλῆνας Α καὶ Γ καὶ ἀναγινώσκομεν ἐπακριβῶς τὴν θέσιν τῆς στάθμης τοῦ ὑδραργύρου ἐπὶ τῆς κλίμακος. Ἀκολούθως θέτομεν τὸ δοχεῖον Β ἐντὸς χώρου περιέχοντος ἀτμοὺς προερχομένους ἀπὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον βράζει ὑπὸ τὴν κανονικὴν πίεσιν 760 mm Hg.

Τὸ ἀέριον διαστέλλεται καὶ ὠθεῖ οὕτω τὸν ὑδράργυρον πρὸς τὰ κάτω, ἀνυψοῦμεν δὲ βαθμιαίως τὸν σωλῆνα Γ, εἰς τρόπον ὥστε ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸν σωλῆνα Α νὰ παραμένῃ ἀμετάβλητος εἰς τὴν ἀρχικήν της θέσιν, ὅτε καὶ ὁ ἀρχικὸς ὄγκος τοῦ ἀερίου κατὰ τὴν θέρμανσιν θὰ παραμένῃ ἀμετάβλητος. Ἐὰν ἤδη μετρήσωμεν τὴν διαφορὰν στάθμης τοῦ ὑδραργύρου εἰς τοὺς σωλῆνας Γ καὶ Α καὶ καλέσωμεν αὐτὴν h, αὕτη ταυτοχρόνως μετρεῖ καὶ τὴν μεταβολὴν τῆς πιέσεως τοῦ ἀερίου. Οὕτω βλέπομεν ὅτι εἰς μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας μεταξὺ 0° καὶ 100 °C ἀντιστοιχεῖ μεταβολὴ πιέσεως κατὰ h cm στήλης ὑδραργύρου. Εἰς μεταβολὴν κατὰ 50 °C ἀντιστοιχεῖ μεταβολὴ κατὰ 0,5 h κ.ο.κ.

Τὸ ἀερικὸν θερμόμετρον εἶναι λίαν ὀγκῶδες καὶ δύσχρηστον, ὡς ἐκ τούτου δὲ δὲν ἐνδείκνυται διὰ συνήθεις μετρήσεις θερμοκρασίας· χρησιμοποιεῖται ὅμως διὰ τὸν ἀκριβῆ ἔλεγχον προτύπων ὑδραργυρικῶν θερμομέτρων, διὰ τῶν ὁποίων ἀκολούθως ἐλέγχομεν τὰ συνήθη ἐν χρήσει θερμόμετρα.

313. Σχέσις πυκνότητος ἀερίου καὶ μοριακοῦ βάρους. Οἱ Avogadro ('Αβογκάντρο, 1776 - 1856) καὶ Ampère ('Αμπέρ, 1775 - 1836) διετύπωσαν, προκειμένου περὶ τῶν ἀερίων, τὴν ἀκόλουθον ὑπόθεσιν: « **Ἴσοι ὄγκοι ἀερίων περιέχουν, ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως, τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν μορίων** ».

Γνωρίζομεν ὅμως ὅτι μᾶζαι διαφόρων ἀερίων ἴσαι πρὸς 1 Mol καταλαμβάνουν, ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως, τὸν αὐτὸν ὄγκον, ὡς δεικνύεται εἰς τὸν τύπον (2) τῆς § 311. Ἐκ τούτου προκύπτει ὅτι τὰ μοριακὰ βάρη τῶν ἀερίων εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰς ὡς πρὸς τὸν ἀέρα πυκνότητας αὐτῶν. Ἐὰν δὲ ὡς πρότυπον ἀέριον λάβωμεν τὸ ὀξυγόνον, τοῦ ὁποίου τὸ μοριακὸν βάρος εἶναι 32 καὶ ἡ ὡς πρὸς τὸν ἀέρα πυκνότης 1,1053, καλέσωμεν δὲ $M_{ἀέριον}$ τὸ μοριακὸν βάρος ἑτέρου τυχόντος ἀερίου καὶ $\rho_{σχ}$ τὴν ὡς πρὸς τὸν ἀέρα πυκνότητα αὐτοῦ, θὰ ἔχωμεν:

$$M_{ἀέριον} : 32 = \rho_{σχ} : 1,1053,$$

ἐκ τῆς σχέσεως δὲ ταύτης εὑρίσκομεν:

$$M_{ἀέριον} = 28,96 \cdot \rho_{σχ}$$

ἢ :

$$\rho_{σχ} = \frac{M_{ἀέριον}}{28,96}$$

ἤτοι, ἡ σχετικὴ πυκνότης ἑνὸς ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα ἰσοῦται μὲ τὸ πηλίκον τοῦ μοριακοῦ βάρους τοῦ ἀερίου διὰ τοῦ ἀριθμοῦ 28,96.

Οὕτω, διὰ προσδιορισμοῦ τῆς $\rho_{σχ}$ δι' ἀέριον ἢ δι' οὐσίαν, ἡ ὁποία δύναται νὰ ἐξαερωθῇ, χωρὶς ὅμως νὰ ὑποστῇ χημικὴν ἀλλοίωσιν, εὑρίσκομεν ἐκ τοῦ ἄνω τύπου τὸ μοριακόν της βάρος.

314. Ἐξίσωσις τῶν πραγματικῶν ἀερίων. (Ἐξίσωσις Van der Waals). Ὁ τύπος τῆς καταστατικῆς ἐξισώσεως τῶν ἀερίων ἰσχύει, ὡς εἴδομεν, διὰ τὸ τέλειον (ἰδανικὸν) ἀέριον. Διὰ τὰ ἐν τῇ Φύσει ὅμως ἀέρια (πραγματικὰ ἀέρια), ἐφ' ὅσον ὑπὸ τὰς συνήθεις συνθήκας ἀπέχουν ὀλίγον ἀπὸ τῆς ὑγροποιήσεως αὐτῶν, ὁ τύπος οὗτος δὲν δύναται νὰ ἐφαρμοσθῇ, διότι φέρει εἰς σφαλερὰ ἐξαγόμενα.

Πρὸς ἀντιμετώπισιν τούτου ἐπενοήθησαν διάφοροι ἡμιεμπειρικοὶ τύποι, μεταξὺ τῶν ὁποίων σπουδαιότερος εἶναι ὁ τύπος τοῦ Van der Waals (Φὰν ντὲρ Βάαλς, Ὁλλανδὸς Φυσικός, 1837 - 1923, Βραβεῖον Nobel 1911), ὁ ὁποῖος περιλαμβάνεται εἰς τὴν ἐξίσωσιν:

$\left(p + \frac{\alpha}{V^2}\right) \cdot (V - \beta) = R \cdot T$	Ἐξίσωσις τοῦ Van der Waals

καὶ ἰσχύει διὰ μᾶζαν ἀερίου ἴσην πρὸς ἓν γραμμομόριον, ἐνῷ αἱ σταθεραὶ α καὶ β, αἱ ὁποῖαι ἐκφράζονται ἡ μὲν πρώτη εἰς $cm^3 \cdot erg$, ἡ δὲ δευτέρα εἰς cm^3, ἐξαρτῶνται ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ἀερίου.

***315. Μεταβολαὶ τῆς καταστάσεως τῶν ἀερίων.** Ὅπως ἐγνωρίσαμεν ἀνωτέρω, μία δεδομένη ποσότης ἀερίου καθορίζεται ἐκ τῶν μεταβλητῶν τιμῶν τῶν p, V καὶ T. Ἐὰν συνεπῶς μεταβληθῇ μία ἐκ τῶν ἐν λόγῳ τιμῶν, μεταβάλλεται καὶ ἡ κατάστασις τοῦ ἀερίου. Κατωτέρω θὰ ἴδωμεν ὡρισμένους τρόπους μεταβολῆς τῆς καταστάσεως ἀερίου τινός.

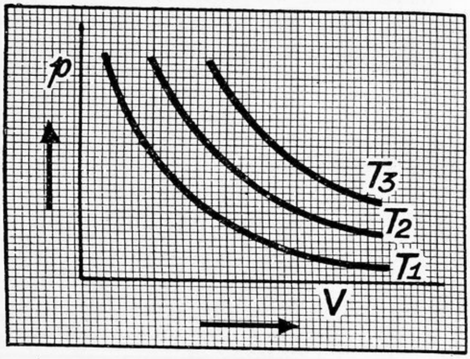
α) Ἰσόθερμος μεταβολή. Ἰσόθερμος ὀνομάζεται ἡ μεταβολὴ ἐκείνη τῆς καταστάσεως τοῦ ἀερίου, καθ' ἣν μεταβάλλεται ὁ ὄγκος καὶ ἡ πίεσις καὶ διατηρεῖται ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου σταθερά.

Οὕτω, ἐὰν θέσωμεν ἀέριον ἐντὸς μεταλλικοῦ δοχείου κλειομένου δι' ἐμβόλου, φροντίζοντες ὥστε τὸ δοχεῖον αὐτὸ νὰ διατηρῆται εἰς ἓν λουτρὸν σταθερᾶς θερμοκρασίας, καὶ μετακινήσωμεν ἀκολούθως τὸ ἔμβολον, τότε ἡ μὲν πίεσις καὶ ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου θὰ μεταβληθοῦν, ἡ δὲ θερμοκρασία του θὰ παραμείνῃ σταθερὰ καὶ ἴση πρὸς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ λουτροῦ. Τὸ πείραμα τοῦτο εἶναι γνωστὸν ἀπὸ τὸν νόμον τῶν Boyle - Mariotte τῆς Ἀεροστατικῆς (βλ. σελ. 339).

Ἡ ἐξίσωσις τῆς ἰσοθέρμου μεταβολῆς εἶναι :

$$p \cdot V = \text{σταθ.} \qquad (1)$$

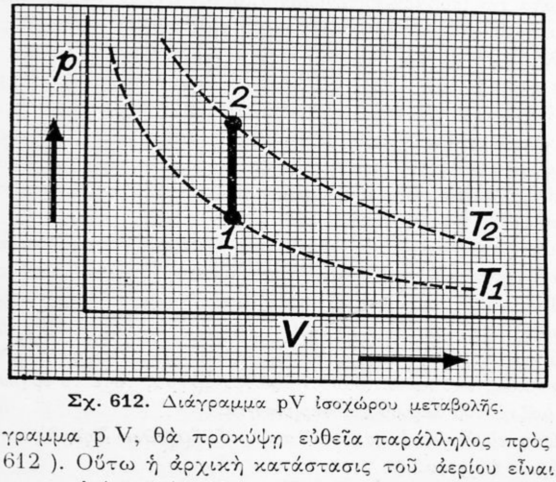
Ἐὰν ἀναφέρωμεν τὰς τιμὰς p καὶ V εἰς διάγραμμα ὀρθογωνίων ἀξόνων, θὰ προκύψῃ, ὡς γνωστόν, μία καμπύλη, τοῦ σχήματος 611, ἡ ὁποία καλεῖται διάγραμμα p · V τῆς ἰσοθέρμου μεταβολῆς.



Σχ. 611. Διάγραμμα pV ἰσοθέρμου μεταβολῆς.

Ἐὰν ἤδη ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα ἐντὸς λουτροῦ μεγαλυτέρας θερμοκρασίας, θὰ προκύψῃ μία ἄλλη καμπύλη ἰσόθερμος (π.χ. ἡ T_2), ἡ ὁποία θὰ κεῖται ἄνωθεν τῆς πρώτης T_1. Ἄρα δι' ἑκάστην θερμοκρασίαν θὰ ἀντιστοιχῇ μία ἄλλη ἰσόθερμος.

β) Ἰσόχωρος μεταβολή. Κατὰ τὴν μεταβολὴν ταύτην διατηρεῖται σταθερὸς ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου καὶ μεταβάλλεται ἡ πίεσις καὶ ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ.



Σχ. 612. Διάγραμμα pV ἰσοχώρου μεταβολῆς.

Πειραματικῶς πραγματοποιεῖται μία τοιαύτη διάταξις διὰ δοχείου μὲ ἀμετάθετα στερεὰ τοιχώματα. Ἐὰν ἐντὸς τοῦ δοχείου θέσωμεν τὸ ἀέριον καὶ θερμάνωμεν αὐτό, τότε ἡ μὲν θερμοκρασία καὶ ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου θὰ αὐξηθοῦν, ἐνῷ ὁ ὄγκος του θὰ παραμείνῃ ὁ αὐτός. Ἡ ἐξίσωσις τῆς ἰσοχώρου μεταβολῆς εἶναι :

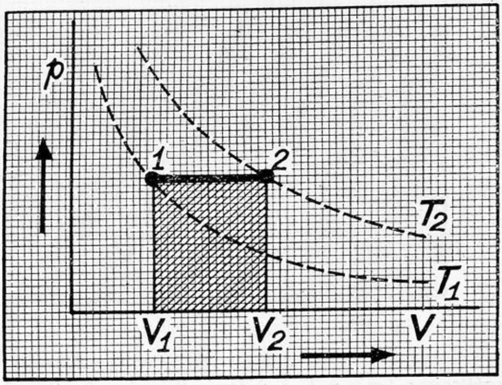
$$p_\theta = p_0 \, (1 + \alpha \cdot \theta)$$

(τύπος 2, σελ. 439)

Ἐὰν δὲ παραστήσωμεν τὴν μεταβολὴν ταύτην εἰς διάγραμμα p V, θὰ προκύψῃ εὐθεῖα παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα τῶν πιέσεων (σχ. 612). Οὕτω ἡ ἀρχικὴ κατάστασις τοῦ ἀερίου εἶναι τὸ σημεῖον 1, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς ἰσοθέρμου T_1, ἐνῷ ἡ τελικὴ κατάστασις παριστᾶται διὰ τοῦ σημείου 2, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς ἰσοθέρμου T_2 τῆς τελικῆς θερμοκρασίας.

γ) Ἰσοβαρὴς μεταβολή. Κατὰ τὴν μεταβολὴν ταύτην διατηρεῖται ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου σταθερὰ καὶ μεταβάλλεται ὁ ὄγκος καὶ ἡ θερμοκρασία.

Πειραματικῶς πραγματοποιεῖται διάταξις διὰ δοχείου κυλινδρικοῦ, τὸ ὁποῖον κλείεται δι' ἐμβόλου, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ κινῆται χωρὶς τριβήν. Ἐὰν ἐντὸς τοῦ δοχείου θέσωμεν ἀέριον, τὸ ἔμβολον θὰ ἰσορροπήσῃ εἰς μίαν θέσιν, ὅπου ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου θὰ εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἔξωθεν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν (1 Atm). Ἐὰν θερμάνωμεν τὸ ἀέριον, τότε ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ θὰ αὐξηθῇ, ὡς ἐπίσης καὶ ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου, ἡ πίεσις ὅμως θὰ παραμείνῃ σταθερὰ καὶ ἴση πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν.



Σχ. 613. Διάγραμμα pV ἰσοβαροῦς μεταβολῆς.

Ἡ ἐξίσωσις τῆς ἰσοβαροῦς μεταβολῆς εἶναι :

$$V_\theta = V_0 \ (1 + \alpha \cdot \theta)$$

(τύπος 1, σελ. 437)

εἰς δὲ τὸ διάγραμμα p V θὰ προκύψῃ εὐθεῖα γραμμὴ παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα τῶν ὄγκων, ἀφοῦ ἡ πίεσις p τοῦ ἀερίου διατηρεῖται σταθερὰ (σχ. 613).

Τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον κατὰ τὴν ἰσοβαρῆ ἐκτόνωσιν ἀπὸ τὸν ὄγκον V_1 εἰς τὸν ὄγκον V_2, δίδεται εἰς τὸ σχῆμα ἀπὸ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ γραμμοσκιασμένου τμήματος.

δ) Ἀδιαβατικὴ μεταβολή. Ἡ μεταβολὴ τοῦ ἀερίου καλεῖται ἀ δ ι α β α τ ι κ ή, ὅταν αὐτὴ συντελεῖται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε τὸ ἀέριον νὰ μὴ δύναται νὰ προσλαμβάνῃ, οὔτε νὰ ἀποδίδῃ θερμότητα, καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς μεταβολῆς.

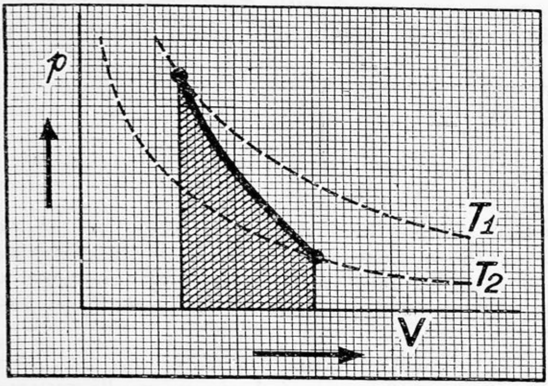
Ἵνα ἐπιτύχωμεν ἀδιαβατικὴν μεταβολήν, πρέπει τὸ ἀέριον νὰ μεταβάλλεται ἐντὸς δοχείου τελείως θερμικῶς μεμονωμένου ἀπὸ τὸ περιβάλλον, ὥστε κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς μεταβολῆς νὰ μὴ ὑπάρχῃ δυνατότης νὰ προσλάβῃ τὸ ἀέριον θερμότητα ἐκ τοῦ περιβάλλοντος, οὔτε νὰ ἀποδώσῃ θερμότητα εἰς αὐτό.

Ἂς θεωρήσωμεν ἀέριον εὑρισκόμενον ἐντὸς κυλίνδρου, τοῦ ὁποίου τὰ τοιχώματα ὡς καὶ τὸ ἔμβολον νὰ εἶναι κατεσκευασμένα ἀπὸ ὑλικὸν τὸ ὁποῖον νὰ εἶναι τέλειος μονωτὴς διὰ τὴν θερμότητα. Ἐὰν τὸ ἀέριον συμπιέζεται διὰ κινήσεως τοῦ ἐμβόλου πρὸς τὰ ἔσω, τοῦτο θὰ θερμανθῇ. Ἐπειδὴ δὲ ἡ θερμότης δὲν δύναται νὰ ἐξέλθῃ εἰς τὸ περιβάλλον, προκαλεῖ αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀερίου. Κατὰ συνέπειαν, ὅταν ἀέριον συμπιέζεται ἀδιαβατικῶς, ὑπὸ κατανάλωσιν ἔξωθεν ἔργου, τότε τὸ ἔργον τοῦτο μετατρέπεται ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ἀερίου εἰς θερμότητα.

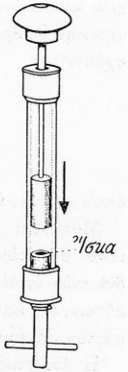
Τὸ ἀντίστροφον συμβαίνει, ὅταν τὸ ἀέριον ἐ κ τ ο ν ο ῦ τ α ι, τὸ ἔμβολον δηλαδὴ κινεῖται πρὸς τὰ ἔξω, ὅτε τὸ ἀέριον ψύχεται.

Εἰς διάγραμμα p V ἡ ἀδιαβατικὴ μεταβολὴ ἀποδίδεται διὰ τῆς καμπύλης τοῦ σχήματος 614. Οὕτω, ἐπειδὴ κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν τοῦ ἀερίου ἀδιαβατικῶς τὸ ἀέριον ψύχεται, ἕπεται ὅτι, ἐὰν ἡ ἀρχικὴ κατάστασις εὑρίσκετο ἐπὶ τῆς ἰσοθέρμου T_1, ἡ τελικὴ θὰ εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς T_2, ἡ ὁποία κεῖται κάτωθεν τῆς πρώτης. Ἡ γραμμὴ ἡ παριστῶσα γραφικῶς τὴν ἀδιαβατικὴν ἐκτόνωσιν θὰ πίπτῃ πλέον ἀποτόμως ἀπὸ τὰς γραμμὰς τὰς παριστώσας τὰς ἰσοθέρμους μεταβολάς. Τὸ ἔργον τὸ παραχθὲν ὑπὸ τοῦ ἀερίου κατὰ τὴν ἐκτόνωσίν του παριστᾶται ὑπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ γραμμοσκιασμένου τμήματος τοῦ σχήματος.

Γενικῶς ἡ ἀδιαβατικὴ μεταβολὴ ἀποτελεῖ θεωρητικὴν μεταβολήν, διότι πρακτικῶς εἶναι ἀδύνατον νὰ ἐπιτύχωμεν τελείως θερμικὰς μονώσεις.



Σχ. 614. Διάγραμμα pV ἀδιαβατικῆς μεταβολῆς.



Σχ. 615. Ἀερικὸν πυρεῖον.

Πρακτικῶς θεωροῦμεν ὡς ἀδιαβατικὴν μεταβολὴν ἐκείνην, ἡ ὁποία συντελεῖται ὑπὸ μεγάλην ταχύτητα, εἰς τρόπον ὥστε κατὰ τὴν λίαν μικρὰν διάρκειαν τῆς μεταβολῆς δὲν δύναται νὰ γίνῃ ἀνταλλαγὴ θερμότητος πρὸς τὸ περιβάλλον. Τοῦτο δυνάμεθα νὰ δείξωμεν διὰ τοῦ ἀερικοῦ πυρείου (σχ. 615).

Ἡ συσκευὴ ἀποτελεῖται ἐξ ὑαλίνου κυλίνδρου μὲ παχέα τοιχώματα, ἐντὸς τοῦ ὁποίου δύναται νὰ κινῆται ἐμβολεύς, ἐφαρμόζων ὅμως ἀεροστεγῶς. Ἐπὶ τῆς κάτω ἐπιφανείας τοῦ ἐμβολέως τοποθετοῦμεν μικρὰν ποσότητα εὐφλέκτου ὕλης, π.χ. ἴσκας ἢ οὐσίας ἐμποτισμένης δι' αἰθέρος, καὶ ἀκολούθως ὠθοῦμεν τὸν ἐμβολέα ταχέως πρὸς τὰ κάτω, εἰς τρόπον ὥστε νὰ συμπιέσωμεν ἀποτόμως τὸ ἀποκεκλεισμένον ἀέριον.

Τὸ ἔργον τὸ καταναλισκόμενον διὰ τὴν συμπίεσιν τοῦ ἀερίου μετατρέπεται εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία, λόγῳ τῆς μεγάλης ταχύτητος μετὰ τῆς ὁποίας συμπιέζομεν τὸ ἀέριον, δὲν προφθάνει νὰ μεταδοθῇ πρὸς τὰ ἔξω (ἀδιαβατικὴ μεταβολή), οὕτω δὲ προκαλεῖ ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀερίου μέχρι τοιούτου βαθμοῦ, ὥστε νὰ ἐπέλθῃ ἀνάφλεξις τῆς εὐφλέκτου ὕλης. Ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ φαινομένου στηρίζεται ἡ ἀνάφλεξις τοῦ καυσίμου εἰς τοὺς κινητῆρας Diesel, ὡς θὰ ἴδωμεν περαιτέρω (§ 373).

316. Κινητικὴ θεωρία τῶν ἀερίων. Ὅλοι οἱ πειραματικῶς ἀνευρεθέντες νόμοι τῶν ἀερίων καὶ αἱ συνέπειαι αὐτῶν δύνανται νὰ προκύψουν καὶ διὰ θεωρητικῆς ὁδοῦ, ἐπὶ τῇ βάσει τῆς κινητικῆς θεωρίας τῶν ἀερίων.

Εἰς τὴν κινητικὴν θεωρίαν τῶν ἀερίων τίθενται ὡς βάσις αἱ ἀκόλουθοι προϋποθέσεις. Ἡ ὕλη, καὶ ἑπομένως τὰ ἀέρια, ἀποτελεῖται ἀπὸ μόρια καὶ ἄτομα, ἀλλὰ προκειμένου περὶ τῶν μορίων τῶν ἀερίων δέχεται ἡ κινητικὴ θεωρία, ὅτι ταῦτα κινοῦνται ἀτάκτως καὶ ἀενάως κατὰ πάσας τὰς διευθύνσεις ἐντὸς τοῦ χώρου τοῦ δοχείου τοῦ περιέχοντος τὸ ἀέριον (βλ. § 283).

Τὰ μόρια κινοῦνται μὲ μεγάλην ταχύτητα εὐθυγράμμως, ἀλλὰ κατὰ τὰς κινήσεις αὐτῶν συγκρούονται πρὸς ἄλλα μόρια καὶ πρὸς τὰ τοιχώματα τοῦ δοχείου. Αἱ συγκρούσεις αὗται δεχόμεθα ὅτι εἶναι τελείως ἐλαστικαὶ (βλ. § 132) καὶ ἑπομένως ἀκολουθοῦν τοὺς νόμους τῆς τελείας ἐλαστικῆς κρούσεως. Ἐκ τῆς συγκρούσεως τῶν κινουμένων μορίων ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου προκύπτει, κατὰ τὴν κινητικὴν θεωρίαν, ἡ πίεσις τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ ἀέριον. Ἡ πίεσις δίδεται ἀπὸ τὴν σχέσιν :

$$\boxed{p = \frac{1}{3} \rho \cdot \upsilon^2}$$

ὅπου υ εἶναι ἡ μέση ταχύτης τῶν μορίων καὶ ρ ἡ πυκνότης τοῦ ἀερίου.

Μολονότι τὸ μέγεθος τῶν μορίων τῶν ἀερίων εἶναι πολὺ μικρόν, ὥστε νὰ μὴ εἶναι δυνατὸν νὰ καταστοῦν ἀντιληπτά, ἐν τούτοις ἡ Φυσικὴ ἐπενόησε μεθόδους, διὰ τῶν ὁποίων κατώρθωσε νὰ καθορίσῃ τὸ μέγεθος, τὴν μᾶζαν καὶ τὴν ταχύτητα αὐτῶν, ὡς καὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν μορίων τῶν περιεχομένων εἰς 1 cm^3 ἢ εἰς 1 γραμμομόριον ἀερίου.

Ἡ ἀνάπτυξις τῶν μεθόδων τούτων, τὰς ὁποίας πραγματεύεται ἡ « κινητικὴ θεωρία τῆς ὕλης », ὑπερβαίνει τὰ ὅρια αὐτοῦ τοῦ βιβλίου καί, ὡς ἐκ τούτου, θὰ περιορισθῶμεν νὰ ἐκθέσωμεν ἐν συντόμῳ τὰ κυριώτερα τῶν συμπερασμάτων, εἰς τὰ ὁποῖα κατέληξεν ἡ ἀνωτέρω μνημονευομένη θεωρία.

Οὕτω κατεδείχθη ὅτι τὰ μόρια τῶν ἀερίων κατὰ τὴν κίνησιν αὐτῶν ἔχουν ἐξόχως μεγάλας ταχύτητας, αἱ ὁποῖαι ἐξαρτῶνται ἐκ τῆς θερμοκρασίας καὶ τῆς πιέσεως.

Τὰ μόρια τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος ὑπὸ θερμοκρασίαν 0 ^{0}C καὶ πίεσιν 760 Torr ἔχουν ταχύτητα περίπου 500 m/sec. Ἡ ταχύτης αὐτὴ ἰσοῦται περίπου πρὸς τὴν ταχύτητα βλήματος πυροβόλου ὅπλου.

Ἡ διάμετρος τῶν μορίων, θεωρουμένων σφαιρικῶν, εἶναι τάξεως μεγέθους $2 \cdot 10^{-8}$ ἕως $3 \cdot 10^{-8}$ cm.

Ἡ μᾶζα ἑνὸς μορίου ὑδρογόνου εἶναι $3{,}4 \cdot 10^{-24}$ gr, ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ δὲ ἀριθμοῦ ἐκφράζεται καὶ τὸ βάρος αὐτοῦ εἰς gr*.

Τὰ βάρη τῶν μορίων ἄλλων ἀερίων εὑρίσκονται διὰ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ βάρους τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου ἐπὶ τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ ἀερίου. Οὕτω τὸ βάρος ἑνὸς μορίου ὀξυγόνου εἶναι $32 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-24} = 54 \cdot 10^{-24}$ gr*.

Εἰς ἓν γραμμομόριον οἱουδήποτε ἀερίου, ἤτοι εἰς ποσότητα ἴσην π.χ. πρὸς 2 gr ὑδρογόνου, 32 gr ὀξυγόνου, 28 gr ἀζώτου κλπ., περιέχεται πάντοτε ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς μορίων, ἴσος πρὸς N.

Οὕτω ἐκ πειραμάτων εὑρέθη ὅτι ἡ σταθερὰ N, ἡ ὁποία καλεῖται **σταθερὰ τοῦ**

Loschmidt (Λόσμιτ), εἶναι ἴση πρός:

$N = 6{,}024 \cdot 10^{23}$ μόρια/Mol	Σταθερὰ τοῦ Loschmidt

Ἡ σταθερὰ Loschmidt εἰς τὴν ἀγγλικὴν ὁρολογίαν καλεῖται **σταθερὰ τοῦ Avogadro (Ἀβογκάντρο).**

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α΄ Ἐρωτήσεις

Περιγράψατε τὸ φαινόμενον τῆς γραμμικῆς καὶ κυβικῆς διαστολῆς. Ποῖοι οἱ θεμελιώδεις τύποι τούτων.

Περιγράψατε τὸ φαινόμενον τῆς διαστολῆς τῶν ὑγρῶν καὶ ἐξηγήσατε διὰ ποῖον λόγον διακρίνομεν πραγματικὴν καὶ φαινομενικὴν διαστολήν. Πῶς συνδέονται οἱ δύο συντελεσταὶ τῆς πραγματικῆς καὶ φαινομενικῆς διαστολῆς καὶ ποῖον συμπέρασμα συνάγετε ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης.

Ποίαν ἀνωμαλίαν παρουσιάζει τὸ ὕδωρ ὡς πρὸς τὴν θερμικὴν διαστολήν. Τί συμπέρασμα συνάγετε διὰ τὸν συντελεστὴν διαστολῆς τοῦ ὕδατος.

Περιγράψατε τὴν θερμικὴν συμπεριφορὰν τῶν ἀερίων. Πόσους θερμικοὺς συντελεστὰς ἔχομεν διὰ τὰ ἀέρια καὶ τί γνωρίζετε περὶ αὐτῶν.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων. Πῶς εὑρίσκεται αὕτη ὑπὸ τὴν κοινὴν αὐτῆς μορφὴν καὶ ποίαν ἐφαρμογὴν ἔχει.

Πῶς τροποποιεῖται ἡ ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων, ὅταν ἀναφέρωμεν αὐτὴν εἰς μᾶζαν 1 gr καὶ εἰσάγωμεν ἐν αὐτῇ τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν.

Πότε ἡ τιμὴ τῆς σταθερᾶς τῆς ἐξισώσεως τῶν τελείων ἀερίων εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ἀερίου καὶ ποία ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ αὐτῆς.

Ποία σχέσις ὑφίσταται μεταξὺ τῆς ὡς πρὸς τὸν ἀέρα πυκνότητος τῶν ἀερίων καὶ τοῦ μοριακοῦ βάρους αὐτῶν. Ποίαν ἐφαρμογὴν ἔχει ἡ σχέσις αὕτη.

Ποία ἡ ἐξίσωσις τῶν πραγματικῶν ἀερίων.

Ποίας μεταβολὰς ὑφίστανται τὰ τέλεια ἀέρια.

Ποῖον τὸ περιεχόμενον τῆς κινητικῆς θεωρίας τῶν ἀερίων.

Β΄ Προβλήματα

1. Ράβδος ὑαλίνη ἔχει εἰς 0 °C μῆκος 412,5 mm καὶ ἐπιμηκύνεται κατὰ 0,329 mm, ὅταν ἡ θερμοκρασία αὐτῆς αὐξηθῇ εἰς 98,5 °C. Πόσος ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς τῆς ὑάλου.

(Ἀπ. $\alpha = 8{,}1 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}.)

2. Μὲ χαλύβδινον μετρικὸν κανόνα, ὁ ὁποῖος εἶναι ἀκριβὴς εἰς 0 °C, μετροῦμεν εἰς 25 °C τὸ μῆκος ὑδραργυρικῆς στήλης, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἴσον πρὸς 720 mm. Ποῖον τὸ ἀληθὲς μῆκος αὐτῆς καὶ πόσον τὸ μῆκος αὐτῆς εἰς 0 °C. ($\alpha_{\text{χάλ.}} = 16 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}, $\gamma_{\text{ὑδρ.}} = 181 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}.)

(Ἀπ. $l_\theta = 720{,}3$ mm. $l_0 = 717$ mm.)

3. Κατὰ πόσον αὐξάνεται ἡ ἐπιφάνεια ὀρθογωνίου πλακὸς ἐκ χαλκοῦ διαστάσεων 0,8 m καὶ 1,5 m διὰ θερμάνσεως αὐτῆς ἀπὸ 5 °C εἰς 45 °C. ($\alpha_{\text{χαλκοῦ}} = 14 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}.)

(Ἀπ. $\Delta S = 13{,}4$ cm^2.)

4. Κυκλική πλὰξ νικελίου ἔχει εἰς 15 °C διάμετρον 100 mm. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν πρέπει ἡ πλὰξ νὰ θερμανθῇ, ἵνα ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς αὐξηθῇ κατὰ 10 mm². ($\alpha_{\text{νικελίου}} = 13 \cdot 10^{-6}$ grad⁻¹.)
('Απ. $\theta = 64$ °C.)

5. Σφαῖρα ἐκ σιδήρου ἔχει εἰς 0 °C διάμετρον 19 mm. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν πρέπει αὕτη νὰ θερμανθῇ, διὰ νὰ δύναται μόλις νὰ διέρχεται ἀπὸ δακτυλίου διαμέτρου 19,04 mm. Κατὰ πόσον ηὐξήθη ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας. ($\alpha_{\text{σιδήρου}} = 12 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}.)
('Απ. $\theta = 175{,}4$ °C, $\Delta V = 22{,}7$ mm³.)

6. Πόση ἡ μεταβολὴ ὄγκου 1 kgr ὀρειχάλκου, ὅταν ἡ θερμοκρασία του αὐξάνεται ἀπὸ 20 °C εἰς 100 °C. ($\rho_{\text{ὀρειχ.}}$ εἰς 20 °C $= 8{,}4$ gr/cm³, $\alpha_{\text{ὀρειχ.}} = 18{,}9 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}.)
('Απ. $\Delta V = 0{,}54$ cm³.)

7. Ἡ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου εἶναι εἰς 0 °C 13,6 gr/cm³ καὶ ὁ συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς αὐτοῦ $182 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου εἰς 50 °C.
('Απ. $\rho_\theta = 13{,}48$ gr/cm³.)

8. Εἰς 18 °C ἡ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 13,551 gr/cm³. Πόση ἡ πυκνότης αὐτοῦ εἰς 0 °C καὶ 100 °C καὶ εἰς ποίαν θερμοκρασίαν εἶναι 13,6 gr/cm³. ($\gamma_{\text{ὑδρ.}} = 181 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}.)
('Απ. $\rho_0 = 13{,}595$ gr/cm³, $\rho_\theta = 13{,}353$ gr/cm³, $\theta = -1{,}9$ °C.)

9. Μέχρι ποίας θερμοκρασίας πρέπει νὰ θερμανθῇ ἀέριος μᾶζα θερμοκρασίας 17 °C, ἵνα ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ὁ ὄγκος αὐτῆς διπλασιασθῇ.
('Απ. $\theta = 307$ °C.)

10. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ μᾶζα ἀέρος, ἡ ὁποία καταλαμβάνει ὄγκον 20 λίτρων ὑπὸ θερμοκρασίαν 0 °C καὶ πίεσιν 100 at. (Μᾶζα 1 λίτρου ἀέρος ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας 1,293 gr.)
('Απ. $m = 2\,500$ gr $= 2{,}5$ kgr.)

11. Ποσότης 50 λίτρων διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος εὑρίσκεται ὑπὸ θερμοκρασίαν 280° ἀπολ. καὶ πίεσιν 840 Torr. Πόσος ὁ ὄγκος αὐτοῦ εἰς 30 °C καὶ 600 Torr.
('Απ. $V = 75{,}75$ *lt*.)

12. Πόσος ὁ ὄγκος ὁ καταλαμβανόμενος ὑπὸ 0,2 Mol ἀερίου ὑπὸ πίεσιν 720 Torr καὶ θερμοκρασίαν 20 °C.
('Απ. $V = 5\,070$ cm³.)

13. Μᾶζα χλωρίου καταλαμβάνει ὄγκον 200 cm³ εἰς 100 °C. Πόσος ὁ ὄγκος αὐτῆς εἰς 0 °C ὑπὸ τὴν αὐτὴν πίεσιν.
('Απ. $V = 147$ cm³.)

14. Χαλύβδινον δοχεῖον περιέχει διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος ὑπὸ θερμοκρασίαν 27 °C καὶ πίεσιν 12 ἀτμοσφαιρῶν. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐσωτερικὴ πίεσις τοῦ ἀερίου, ὅταν τοῦτο θερμανθῇ μέχρις 100 °C.
('Απ. $p = 14{,}9$ at.)

15. Ἓν λίτρον ἀερίου μάζης εὑρίσκεται ὑπὸ πίεσιν 1 ἀτμοσφαίρας καὶ θερμοκρασίαν —20 °C. Τὸ ἀέριον πρέπει ὑπὸ θερμοκρασίαν 40 °C νὰ καταλαμβάνῃ ὄγκον 0,5 *lt*. Πόση ἡ πίεσις αὐτοῦ.
('Απ. $p = 2{,}47$ at.)

16. Ἓν γραμμομόριον ἀερίου καταλαμβάνει ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας ὄγκον 22,4 λίτρων. Ζητοῦνται : α) Πόση ἡ ἀπαιτουμένη πίεσις διὰ τὴν συμπίεσιν ἑνὸς γραμμομορίου ὀξυγόνου εἰς δοχεῖον χωρητικότητος 5 λίτρων καὶ ὑπὸ θερμοκρασίαν 100 °C. β) Πόση ἡ θερμοκρασία διὰ νὰ διατηρήσωμεν τὸ ὀξυγόνον ἐντὸς τοῦ δοχείου ὑπὸ πίεσιν 3 at. γ) Πόση χωρητικότης θὰ ἀπῃτεῖτο διὰ νὰ διατηρηθῇ τὸ ὀξυγόνον ὑπὸ συνθήκας 100 °C καὶ ὑπὸ πίεσιν 3 at.
('Απ. α' $p = 6{,}12$ at. β' $\theta = -90{,}2$ °C. γ' $V = 10{,}2$ *lt*.)

17. Ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας, 28 gr ἀζώτου καταλαμβάνουν ὄγκον 22,4 λίτρων. Πόση ἡ μᾶζα 10 λίτρων ἀζώτου ὑπὸ θερμοκρασίαν 25 °C καὶ πίεσιν 810 Torr.
('Απ. $m = 12{,}2$ gr.)

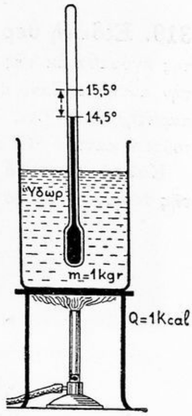
18. Ἡ πυκνότης τοῦ ὀξυγόνου εἶναι ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας 1,43 gr/*lt*. Πόση ἡ πυκνότης αὐτοῦ εἰς 17 °C καὶ πίεσιν 700 Torr.
('Απ. $\rho = 1{,}24$ gr/*lt*.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΣΤ'

ΘΕΡΜΙΔΟΜΕΤΡΙΑ

Ἡ **Θερμιδομετρία** ἀποτελεῖ τὸ Κεφάλαιον τῆς Φυσικῆς, τὸ ὁποῖον ἀσχολεῖται εἰς τὴν μέτρησιν ποσοτήτων θερμότητος, π.χ. τῆς ποσότητος θερμότητος τῆς ἐκλυομένης κατὰ τὴν καῦσιν σώματος, τῆς ποσότητος θερμότητος τῆς ἀπαιτουμένης διὰ νὰ θερμάνωμεν σῶμα καθ' ὡρισμένον ἀριθμὸν βαθμῶν κ.ο.κ.

Διὰ νὰ θερμάνωμεν σῶμά τι ἀπό τινος θερμοκρασίας εἰς ἄλλην, ἀπαιτεῖται πάντοτε ὡρισμένη ποσότης θερμότητος. Ἐὰν τὸ σῶμα ἔχῃ διπλασίαν ἢ πολλαπλασίαν μᾶζαν, ἀπαιτεῖται πάντοτε διπλασία ἢ πολλαπλασία ποσότης θερμότητος.



Σχ. 616. Διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας ὕδατος μάζης 1 kgr κατὰ 1 °C (14,5° ἕως 15,5 °C) ἀπαιτεῖται ποσότης θερμότητος 1 kcal.

317. Μονὰς ποσότητος θερμότητος. Ὡς πρότυπον ὑλικὸν διὰ τὸν καθορισμὸν τῆς μονάδος ποσότητος θερμότητος λαμβάνεται τὸ ὕδωρ, ὡς μονὰς δὲ ποσότητος τῆς θερμότητος ὡρίσθη ἡ **1 θερμὶς (1 calorie)**, ἡ ὁποία παριστᾶται διεθνῶς διὰ τοῦ συμβόλου **1 cal.**

Μία θ ε ρ μ ὶ ς (1 cal) εἶναι τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται διὰ νὰ θερμάνῃ κατὰ 1 °C μᾶζαν 1 γραμμαρίου ὕδατος.

Ἐκτὸς αὐτῆς, χρησιμοποιεῖται εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς καὶ ἡ **χιλιοθερμὶς (kilocalorie)**, μὲ σύμβολον **1 kcal**, εἶναι δέ :

$$1\ \mathrm{kcal} = 1000\ \mathrm{cal}$$

Παρατήρησις. Εἰς τὰς συνήθεις ἐφαρμογὰς δεχόμεθα ὅτι ἡ θερμὶς εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τῆς ἀρχικῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος. Πράγματι ὅμως τοῦτο δὲν ἀληθεύει καὶ διὰ τοῦτο, εἰς περιπτώσεις ἀκριβείας, δέον νὰ δίδεται ἡ ἀρχικὴ θερμοκρασία. Συνήθως ἡ θερμὶς ὁρίζεται μεταξὺ τῶν θερμοκρασιῶν 14,5 °C καὶ 15,5 °C (σχ. 616).

318. Ἀρχαὶ τῆς Θερμιδομετρίας. Ἡ Θερμιδομετρία ἀναπτύσσεται ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀκολούθων ἀρχῶν :

1. - Τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος (Q), τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας δεδομένου σώματος κατὰ ὡρισμένον ἀριθμὸν βαθμῶν, εἶναι α) ἀνάλογον τῆς μάζης τοῦ σώματος, β) ἀνάλογον τῆς ἀνυψώσεως τῆς θερμοκρασίας.

2. - Τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον καταναλίσκεται διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας σώματος κατὰ ὡρισμένον ἀριθμὸν βαθμῶν, εἶναι ἴσον

πρὸς τὸ ἀποδιδόμενον ὑπὸ τοῦ σώματος, ὅταν τοῦτο ψύχεται κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν βαθμῶν.

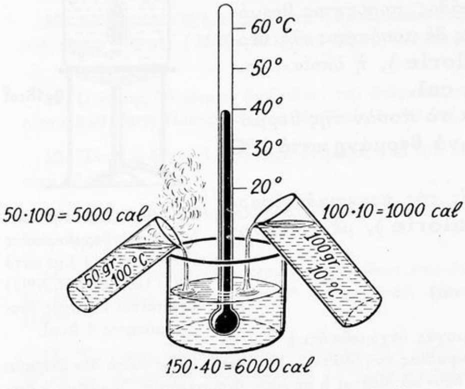
Τοῦτο δεικνύεται, ἐὰν ἀναμείξωμεν εἰς κοινὸν δοχεῖον ὕδατος 1 kgr ὕδατος 0 °C καὶ 1 kgr ὕδατος 100 °C, ὁπότε προκύπτουν 2 kgr ὕδατος 50 °C.

Ἄρα τὸ 1 kgr τοῦ ψυχροῦ ὕδατος προσλαμβάνει 50 kcal διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία του κατὰ 50 °C, ἐνῷ τὸ 1 kgr τοῦ θερμοῦ ὕδατος ἀποβάλλει 50 kcal διὰ νὰ ἐλαττωθῇ ἡ θερμοκρασία του κατὰ 50 °C.

Ἀνάλογον εἶναι καὶ τὸ πείραμα τοῦ σχήματος 617.

319. Εἰδικὴ θερμότης. Εἰς τὴν εἰσαγωγὴν τῆς ἐννοίας τῆς εἰδικῆς θερμότητος ἀγόμεθα ἐκ τῆς ἀκολούθου παρατηρήσεως. Ἐὰν λάβωμεν διάφορα σώματα ὑπὸ τὴν αὐτὴν μᾶζαν, π.χ. ἀνὰ 1 gr ὕδατος, χαλκοῦ, ὑδραργύρου, ψευδαργύρου κλπ., παρατηροῦμεν ὅτι, διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας ἑκάστου τῶν σωμάτων τούτων κατὰ 1 °C, ἀπαιτεῖται διάφορον ποσὸν θερμότητος.

Καλοῦμεν εἰδικὴν θερμότητα (c) ἑνὸς σώματος, τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται νὰ προσφέρωμεν εἰς τὴν μονάδα μάζης τοῦ σώματος, ἵνα ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ αὐξηθῇ κατὰ 1 °C.



Σχ. 617. Ἐξίσωσις θερμοκρασίας μεταξὺ δύο ὑγρῶν.

Θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς Θερμιδομετρίας. Ἔστω σῶμα μάζης m gr καὶ εἰδικῆς θερμότητος c. Διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας 1 gr τοῦ σώματος κατὰ 1 °C θὰ ἀπαιτηθῇ, συμφώνως πρὸς τὸν ὁρισμὸν τῆς εἰδικῆς θερμότητος, ποσὸν c cal, διὰ δὲ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας m gr τοῦ σώματος κατὰ 1 °C θὰ ἀπαιτηθῇ, συμφώνως πρὸς τὴν 1ην ἀρχὴν τῆς Θερμιδομετρίας, ποσὸν θερμότητος $m \cdot c$ cal, καὶ διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας κατὰ $(\theta_2 - \theta_1)$ βαθμοὺς θὰ ἀπαιτηθῇ ποσὸν θερμότητος εἰς cal :

$Q = m \cdot c\,(\theta_2 - \theta_1)$	Θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς Θερμιδομετρίας	(1)

Μονὰς εἰδικῆς θερμότητος. Ἐὰν λύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν (1) ὡς πρὸς c, λαμβάνομεν :

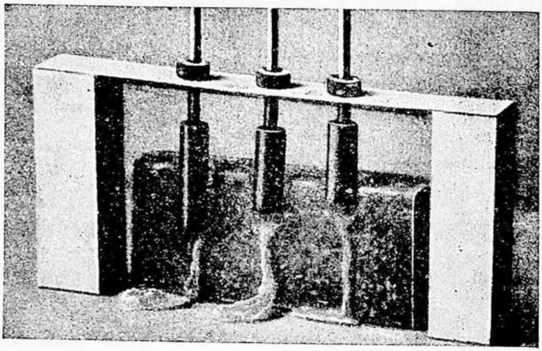
$$c = \frac{Q}{m\,(\theta_2 - \theta_1)}$$

Ἐὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν θέσωμεν $Q = 1$ cal, $m = 1$ gr καὶ $\theta_2 - \theta_1 = 1$ grad, θὰ προκύψῃ ἡ μονὰς εἰδικῆς θερμότητος, ἡ ὁποία εἶναι ἡ:

$$1 \ \frac{\mathbf{cal}}{\mathbf{gr \cdot grad}}$$ **(= 1 θερμὶς ἀνὰ γραμμάριον καὶ βαθμὸν)**

Οὕτω, ὅταν λέγομεν ὅτι ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ὕδατος εἶναι $1 \ \mathrm{cal} \cdot \mathrm{gr}^{-1} \cdot \mathrm{grad}^{-1}$, τοῦτο δηλοῖ ὅτι, διὰ νὰ αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία 1 gr ὕδατος κατὰ 1 °C, πρέπει νὰ καταναλωθῇ ποσὸν θερμότητος ἴσον πρὸς 1 θερμίδα.

Κάθε σῶμα, ὡς ἀνωτέρω ἐλέχθη, παρουσιάζει διάφορον εἰδικὴν θερμότητα. Τοῦτο δεικνύομεν πειραματικῶς διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 618. Οὕτω, ἴσας μάζας π.χ. ἀργιλίου, σιδήρου καὶ μολύβδου θερμαίνομεν ὁμοιομόρφως, θέτοντες π.χ. αὐτὰς ἐντὸς θερμοῦ λουτροῦ ὕδατος. Ἐὰν ἀκολούθως τὰς τοποθετήσωμεν ἐπὶ τεμαχίου παραφίνης, ὡς δεικνύει τὸ σχῆμα, παρατηροῦμεν ὅτι αὗται προκαλοῦν τὴν τῆξιν διαφόρου ποσότητος παραφίνης, λόγῳ ἀκριβῶς τῆς διαφόρου εἰδικῆς θερμότητος ἑκάστου τῶν ὑλικῶν.



Σχ. 618. Πειραματικὴ διάταξις ἐπιδείξεως ὑλικῶν διαφόρου εἰδικῆς θερμότητος.

Παραδείγματα εἰδικῶν θερμοτήτων (εἰς cal/gr · grad).

Μόλυβδος	0,031	Ὕαλος	0,19	Τολουόλη	0,40
Λευκόχρυσος	0,032	Μπετὸν	0,21	Τερεβινθέλαιον	0,43
Κασσίτερος	0,052	Ἀργίλιον	0,214	Πετρέλαιον	0,50
Ἄργυρος	0,055	Ἔδαφος	0,22	Οἰνόπνευμα	0,58
Χαλκὸς	0,091	Ξύλον	0,50	Ὕδωρ	1,00
Ὀρείχαλκος	0,093	Πάγος	0,50	Ὑδρογόνον	3,40
Σίδηρος	0,110	Ὑδράργυρος	0,033		

Παρατήρησις. Ἡ εἰδικὴ θερμότης ὅλων σχεδὸν ἐν γένει τῶν σωμάτων εἶναι μικροτέρα τῆς μονάδος. Ἐξαίρεσιν ἀποτελεῖ τὸ ἀέριον ὑδρογόνον, ἐνῷ διὰ τὸ ὕδωρ ἰσοῦται πρὸς τὴν μονάδα. Γενικῶς ἡ εἰδικὴ θερμότης τῶν ὑγρῶν εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τῶν στερεῶν. Ἐξαίρεσιν ἀποτελεῖ ὁ ὑδράργυρος. Διὰ τὰ πλεῖστα τῶν στερεῶν ἡ εἰδικὴ θερμότης αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας βραδέως, μέχρι τοῦ σημείου τήξεως αὐτῶν. Τὸ ὕδωρ εἰς στερεὰν κατάστασιν (πάγος) ἔχει $c = 0{,}5$ cal/gr · grad, ἐνῷ ἡ τιμὴ αὐτῆς εἰς ὑγρὰν κατάστασιν εἶναι $c_{\text{ὕδωρ}} = 1$ cal/gr · grad.

'Εκ τοῦ γεγονότος ὅτι ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ὕδατος εἶναι πολὺ μεγαλυτέρα τῆς εἰδικῆς θερμότητος ὅλων τῶν ἄλλων ὑλικῶν, ἐξηγεῖται διατί ἡ θάλασσα θερμαίνεται ὑπὸ τοῦ Ἡλίου βραδέως ἐν σχέσει πρὸς τὸ ἔδαφος.

320. Θερμοχωρητικότης. Τὸ γινόμενον m · c τῆς μάζης ἑνὸς σώματος ἐπὶ τὴν εἰδικὴν θερμότητα αὐτοῦ καλεῖται θερμοχωρητικότης τοῦ σώματος. Πολλάκις τὸ αὐτὸ γινόμενον καλεῖται καὶ **ἀξία εἰς ὕδωρ** ἢ **ἰσοδύναμον εἰς ὕδωρ.** 'Εκφράζει δὲ ἡ θερμοχωρητικότης ἑνὸς σώματος ἀριθμητικῶς τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται διὰ νὰ αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος τούτου κατὰ 1 °C.

Μονὰς θερμοχωρητικότητος. 'Εκ τῆς θεμελιώδους ἐξισώσεως τῆς Θερμιδομετρίας ἔχομεν ὅτι :

$$m \cdot c = \frac{Q}{\theta_2 - \theta_1}$$

'Εὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν ταύτην θέσωμεν $Q = 1$ cal καὶ $\theta_2 - \theta_1 = 1$ grad, προκύπτει ὅτι ἡ μονὰς θερμοχωρητικότητος εἶναι ἡ :

$$1\ \frac{\text{cal}}{\text{grad}} \quad (= 1 \text{ θερμὶς ἀνὰ βαθμὸν})$$

Οὕτω, ὅταν λέγωμεν π.χ. ὅτι ἓν σῶμα ἔχει θερμοχωρητικότητα 1000 cal/grad, τοῦτο δηλοῖ ὅτι πρέπει νὰ προσφέρωμεν εἰς τὸ σῶμα τοῦτο 1000 θερμίδας, ἵνα αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία του κατὰ 1 °C.

Ὥστε ἡ θερμοχωρητικότης εἶναι ἓν μέγεθος ἀναφερόμενον εἰς ἓν δεδομένον σῶμα, π.χ. ἓν δοχεῖον, ἐνῷ ἡ εἰδικὴ θερμότης ἀναφέρεται εἰς ἓν ὑλικόν, π.χ. τὸν σίδηρον.

'Αριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Ποία θερμοκρασία ἀποκαθίσταται, ὅταν ἀναμειγνύωμεν 200 gr ὕδατος θερμοκρασίας 10 °C μετὰ 500 gr ὕδατος θερμοκρασίας 45 °C.

Λύσις. Ἔστω ὅτι ἀναμειγνύομεν ὕδωρ μάζης m_1 καὶ θερμοκρασίας θ_1 μὲ ὕδωρ μάζης m_2 καὶ θερμοκρασίας θ_2 καὶ ἔστω ἐπίσης ὅτι ἡ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος μετὰ τὴν ἀποκατάστασιν θερμικῆς ἰσορροπίας εἶναι θ. Θὰ ἔχωμεν:

α) Διὰ νὰ θερμανθῇ τὸ ὕδωρ μάζης m_1 ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν θ_1 εἰς τὴν θερμοκρασίαν θ, προσλαμβάνει θερμότητα: $Q_1 = m_1 \cdot c\,(\theta - \theta_1)$, ὅπου c ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ὕδατος.

β) Διὰ νὰ ψυχθῇ τὸ ὕδωρ μάζης m_2 ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν θ_2 εἰς τὴν θερμοκρασίαν θ, ἀποδίδει θερμότητα: $Q_2 = m_2 \cdot c\,(\theta_2 - \theta)$. 'Επειδὴ κατὰ τὴν 'Αρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας πρέπει νὰ ἔχωμεν: $Q_1 = Q_2$, προκύπτει ὅτι: $m_1 \cdot c\,(\theta - \theta_1) = m_2 \cdot c\,(\theta_2 - \theta)$. Δι' ἐπιλύσεως τῆς ἐξισώσεως ταύτης ὡς πρὸς θ λαμβάνομεν τὸν γενικὸν τύπον:

$$\theta = \frac{m_1 \cdot \theta_1 + m_2 \cdot \theta_2}{m_1 + m_2} \qquad (1)$$

Θέτομεν εἰς τὸν τύπον (1) τὰ δεδομένα τῆς ἀσκήσεως : $m_1 = 200$ gr, $m_2 = 500$ gr, $\theta_1 = 10$ °C, $\theta_2 = 45$ °C, καὶ εὑρίσκομεν:

$$\underline{\theta = 35\ °\text{C}}$$

2. Πόσαι θερμίδες ἀπαιτοῦνται διὰ τὴν ἀνύψωσιν 100 gr χαλκοῦ ἀπὸ 10 °C εἰς 100 °C. Τὸ αὐτὸ ποσὸν θερμότητος προσδίδεται εἰς 100 gr ἀργιλίου 10 °C. Ποῖον ἐκ τῶν δύο σω-

μάτων καθίσταται θερμότερον. (Δίδονται : Είδ. θερμότης χαλκού 0,093 cal · gr—¹ · grad—¹, άργιλίου 0,217 cal · gr—¹ · grad—¹.)

Λύσις. Ἂς καλέσωμεν m_1, m_2 τὰς μάζας τοῦ χαλκοῦ καὶ τοῦ ἀργιλίου, c_1, c_2 τὰς εἰδικὰς θερμότητας αὐτῶν ἀντιστοίχως, καθὼς καὶ θ_1 τὴν ἀρχικήν των θερμοκρασίαν, θ_2 τὴν τελικὴν θερμοκρασίαν τοῦ χαλκοῦ καὶ θ_3 τὴν τελικὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀργιλίου.

Συμφώνως πρὸς τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῆς Θερμιδομετρίας, θὰ ἔχωμεν διὰ τὸν χαλκόν: $Q_1 = m_1 \cdot c_1 (\theta_2 - \theta_1)$ (1) καὶ διὰ τὸ ἀργίλιον: $Q_2 = m_2 \cdot c_2 (\theta_3 - \theta_1)$ (2)

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) προκύπτει ὅτι ἡ ζητουμένη θερμότης διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ χαλκοῦ ἀπὸ 10 °C εἰς 100 °C εἶναι:

$$Q_1 = 0{,}093 \cdot 100 \; (100 - 10) = 837 \text{ cal}$$

Διὰ συνδυασμοῦ τῶν ἐξισώσεων (1) καὶ (2) καὶ δεδομένου ὅτι $Q_1 = Q_2$ καὶ $m_1 = m_2$, προκύπτει ὅτι ἡ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ ἀργιλίου εἶναι:

$$\theta_3 = \frac{c_1}{c_2} (\theta_2 - \theta_1) + \theta_1 \qquad (3)$$

Οὕτω, ἐὰν θέσωμεν εἰς τὴν (3) τὰ δεδομένα τῆς ἀσκήσεως: $c_1 = 0{,}093$ cal · gr—¹ · grad—¹ $c_2 = 0{,}217$ cal · gr—¹ · grad—¹, $\theta_2 = 100$ °C καὶ $\theta_1 = 10$ °C, εὑρίσκομεν ὅτι:

$$\theta_3 = 48{,}5 \text{ °C}$$

Ἄρα ὁ χαλκὸς καθίσταται θερμότερος ἀπὸ τὸ ἀργίλιον.

321. Θερμιδομετρικαὶ μετρήσεις.

Αὗται διεξάγονται ἐντὸς εἰδικῶν συσκευῶν, αἱ ὁποῖαι καλοῦνται **θερμιδόμετρα.** Τὰ συνήθη θερμιδόμετρα ἀποτελοῦνται γενικῶς ἐκ δοχείου μεταλλικοῦ καλῆς θερμικῆς μονώσεως, ὅπου ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον τίθεται ὕδωρ.

Τύπος τοιούτου **θερμιδομέτρου δι' ὕδατος** δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 619, ὅπου τὸ ἐσωτερικὸν δοχεῖον εἶναι τὸ κυρίως θερμιδομετρικὸν δοχεῖον, τὸ δὲ ἕτερον δοχεῖον χρησιμεύει διὰ τὴν θερμικὴν μόνωσιν τοῦ πρώτου, μέσῳ τοῦ παρεμβαλλομένου μεταξὺ τῶν τοιχωμάτων αὐτῶν στρώματος ἀέρος. Τὰ δοχεῖα διὰ τὴν θερμικὴν μεταξύ των ἀπομόνωσιν στηρίζονται ἐπὶ βάθρων ἀποτελουμένων ἐξ οὐσίας, ἡ ὁποία εἶναι κακὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος, ὡς π.χ. φελλοῦ.

Σχ. 619. Θερμιδόμετρον δι' ὕδατος, διὰ τὴν μέθοδον τῶν μειγμάτων.

Μέθοδος τῶν μειγμάτων. Ἡ ἀρχὴ ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ μέτρησις τῆς εἰδικῆς θερμότητος διὰ τῆς μεθόδου τῶν μειγμάτων εἶναι ἡ ἀκόλουθος. Ἐὰν δύο σώματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν διάφορον θερμοκρασίαν, ἔλθουν εἰς θερμικὴν ἐπαφήν, αἱ θερμοκρασίαι τῶν δύο τούτων σωμάτων θὰ ἐξισωθοῦν, ἤτοι θὰ μεταβιβασθῇ θερμότης ἀπὸ τὸ σῶμα ὑψηλοτέρας θερμοκρασίας εἰς τὸ σῶμα χαμηλοτέρας θερμοκρασίας. Ὅσον δὲ ποσὸν θερμότητος θὰ ἔχῃ χάσει τὸ θερμότερον σῶμα, τόσον ποσὸν θὰ ἔχῃ κερδίσει τὸ ψυχρότερον. Ὅταν ἀποκατασταθῇ ἐξίσωσις θερμοκρασίας, λέγομεν ὅτι τὸ σύστημα εὑρίσκεται εἰς θερμικὴν ἰσορροπίαν.

α) Μέτρησις τῆς εἰδικῆς θερμότητος τῶν στερεῶν. Πρὸς εὕρεσιν τῆς εἰδικῆς θερμότητος c στερεοῦ σώματος μάζης m, δέον νὰ θερμάνωμεν τοῦτο μέχρις ὡρισμένης θερμοκρασίας t. Συνήθως θέτομεν τοῦτο ἐντὸς θερμαντῆρος καὶ ὑπεράνω ἀτμῶν ζέοντος ὕδατος, ἐπὶ ἀρκετὸν χρόνον, ὥστε τοῦτο τελικῶς νὰ λάβῃ τὴν θερμοκρασίαν τῶν 100 °C. Τὸ σῶμα ἀκολούθως θέτομεν ἐντὸς θερμιδομέτρου περιέχοντος ὡρισμένην μᾶζαν M ὕδατος, γνωστῆς θερμοκρασίας θ, παρεχομένης ὑπὸ τοῦ θερμομέτρου τοῦ θερμιδομέτρου, καὶ ἀναδεύομεν τὸ ὕδωρ μέχρις ἀποκαταστάσεως τῆς θερμικῆς ἰσορροπίας, ὅτε τὸ σῶμα καὶ τὸ ὕδωρ τοῦ θερμιδομέτρου θὰ εὑρίσκωνται ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν τ.

Τὸ σῶμα μάζης m, ψυχθὲν ἀπὸ t εἰς τ, ἀπέδωσε ποσὸν θερμότητος $m \cdot c\ (t - \tau)$, τὸ ὁποῖον παρελήφθη ὑπὸ τοῦ ὕδατος· τούτου δὲ ἡ θερμοκρασία ἀνυψώθη ἀπὸ θ εἰς τ, ἤτοι τὸ ὕδωρ προσέλαβε ποσὸν θερμότητος $M\ (\tau - \theta)$. Ἑπομένως θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν :

$$m \cdot c\ (t - \tau) = M\ (\tau - \theta)$$

Ὁ τύπος ὅμως οὗτος δὲν εἶναι ἀκριβής, διότι δὲν ἐλήφθη ὑπ' ὄψιν τὸ ποσὸν θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπερροφήθη ὑπὸ τοῦ θερμιδομετρικοῦ δοχείου. Πρὸς τοῦτο ἀρκεῖ νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν θερμοχωρητικότητα αὐτοῦ $\mu \cdot \gamma$, ὅπου μ ἡ μᾶζα τοῦ θερμιδομέτρου καὶ γ ἡ γνωστὴ εἰδικὴ θερμότης τῆς ὕλης τοῦ θερμιδομετρικοῦ δοχείου, καὶ νὰ προσθέσωμεν αὐτὴν εἰς τὴν μᾶζαν M τοῦ ὕδατος, ὁπότε θὰ ἔχωμεν :

$$m \cdot c\ (t - \tau) = (M + \mu \cdot \gamma)\ (\tau - \theta)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης ὑπολογίζομεν τὴν ἄγνωστον εἰδικὴν θερμότητα c.

Σημείωσις. Περαιτέρω θὰ περιγράψωμεν καὶ τὸ θερμιδόμετρον τῶν Lavoisier - Laplace (Λαβουαζιὲ - Λαπλάς), διὰ τὴν μέτρησιν τῆς εἰδικῆς θερμότητος στερεῶν σωμάτων, ἡ λειτουργία τοῦ ὁποίου στηρίζεται ἐπὶ τῆς θερμότητος τήξεως τοῦ πάγου (βλ. § 328).

β) Μέτρησις τῆς εἰδικῆς θερμότητος τῶν ὑγρῶν. Διὰ τῆς ἀνωτέρω μεθόδου τῶν μειγμάτων προσδιορίζεται καὶ ἡ εἰδικὴ θερμότης τῶν ὑγρῶν. Τὸ ὑγρὸν τίθεται ἐντὸς λεπτοτοίχου μεταλλικοῦ δοχείου, τὸ ὁποῖον, ἀφοῦ θερμανθῇ, τίθεται ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου. Δέον πρὸς τούτοις κατὰ τὴν ὡς ἄνω κατάστρωσιν τῆς ἐξισώσεως νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν καὶ ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ μεταλλικοῦ δοχείου.

322. Εἰδικὴ θερμότης τῶν ἀερίων.

Ὅταν θερμαίνωμεν σῶμα ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν ἢ ὑπὸ οἱανδήποτε ἄλλην πίεσιν, λόγῳ τῆς διαστολῆς αὐτοῦ ἀπαιτεῖται κατανάλωσις ἔργου, τὸ ὁποῖον, προκειμένου περὶ τῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν, ἔχει τόσον μικρὰν τιμήν, ὥστε νὰ παραλείπεται καὶ ἑπομένως νὰ μὴ λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν εἰς τὸν καθορισμὸν τῆς εἰδικῆς θερμότητος. Εἰς τὴν περίπτωσιν ὅμως τῶν ἀερίων, λόγῳ τῆς μεγάλης διαστολῆς αὐτῶν, τὸ ἔργον διαστολῆς δὲν δύναται νὰ παραλείπεται. Ὡς ἐκ τούτου ἀγόμεθα νὰ διακρίνωμεν διὰ τὰ ἀέρια: α) **εἰδικὴν θερμότητα ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν** (c_p), ὅταν θερμαίνωμεν τὸ ἀέριον ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, καὶ β) **εἰδικὴν θερμότητα ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον** (c_v), ὅταν θερμαίνωμεν τὸ ἀέριον ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον.

Μεταξὺ τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων ὑφίσταται ἡ σχέσις :

$$\boxed{c_p > c_v}$$

ἤτοι, ἡ εἰδικὴ θερμότης ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν εἶναι μεγαλυτέρα τῆς εἰδικῆς θερμότητος ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον.

Οὕτω, ὅταν ὡρισμένη ποσότης ἀερίου θερμαίνεται κατὰ 1 ^{0}C ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, τότε ἡ προσφερομένη ποσότης θερμότητος c_v ἀνυψώνει ἁπλῶς τὴν θερμοκρασίαν, ἐνῷ ὅταν ἡ αὐτὴ ποσότης τοῦ ἀερίου θερμαίνεται κατὰ 1 ^{0}C ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, τότε ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου αὐξάνεται καὶ συνεπῶς ἀπαιτεῖται μεγαλύτερον ποσὸν θερμότητος c_p πρὸς ἀντιμετώπισιν τοῦ ἔργου διαστολῆς. Ὡς ἐκ τοῦ λόγου τούτου, ἡ εἰδικὴ θερμότης ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν εἶναι μεγαλυτέρα τῆς εἰδικῆς θερμότητος ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον.

Ἐκ τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων ἡ c_p δύναται νὰ μετρηθῇ ἀμέσως διὰ τοῦ πειράματος, π.χ. διὰ θερμιδομέτρου, ἐνῷ ἡ c_v μετρεῖται ἐμμέσως διὰ μετρήσεως τοῦ λόγου $\gamma = c_p / c_v$, ὁ ὁποῖος ἔχει τιμὴν μεγαλυτέραν τῆς μονάδος, ἐφ' ὅσον εἶναι πάντοτε $c_p > c_v$.

Γενικῶς ἡ τιμὴ τοῦ γ ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἀτόμων τῶν περιεχομένων εἰς τὰ μόρια. Οὕτω εἰς τὰ μονατομικὰ ἀέρια (π.χ. ἥλιον, ἀργὸν κλπ.) ἡ τιμὴ τοῦ γ εἶναι μεγαλυτέρα παρὰ εἰς τὰ διατομικὰ ἀέρια (π.χ. ὑδρογόνον, ἄζωτον, ὀξυγόνον), ἐνῷ διὰ τὰ τριατομικὰ (π.χ. διοξ. ἄνθρακος) εἶναι ἀκόμη μικροτέρα, ὡς δεικνύεται εἰς τὸν παρατιθέμενον πίνακα.

Παραδείγματα εἰδικῶν θερμοτήτων ἀερίων.

Ἀέριον	c_p	c_v	$\gamma = c_p / c_v$
Ἥλιον, He	1,25	0,755	1,66
Ἀργόν, A	0,127	0,077	1,65
Ὑδρογόνον, H_2 ..	3,40	2,41	1,41
Ἄζωτον, N_2	0,249	0,178	1,40
Ὀξυγόνον, O_2 ...	0,218	0,156	1,40
Ἀὴρ	0,241	0,173	1,40
Διοξ. ἄνθρακος ...	0,203	0,156	1,30

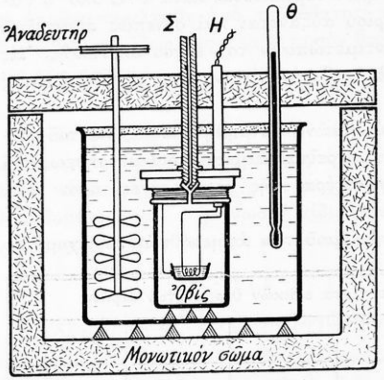
***323. Ἀτομικὴ θερμότης.** **Καλοῦμεν ἀτομικὴν θερμότητα τὸ γινόμενον τοῦ ἀτομικοῦ βάρους ἐπὶ τὴν εἰδικὴν θερμότητα·** ἐκφράζει δὲ αὕτη τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον χρειάζεται διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας κατὰ 1 ^{0}C ἑνὸς γραμμοατόμου, δηλ. μάζης ἐκ τοῦ σώματος τόσων γραμμαρίων, ὅσον εἶναι τὸ ἀτομικόν του βάρος. Οὕτω τὸ ἀτομικὸν βάρος τοῦ χαλκοῦ εἶναι περίπου 64, ἕνα δὲ γραμμοάτομον χαλκοῦ ἀντιπροσωπεύει μᾶζαν 64 gr. Ἐξ ἄλλου ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ χαλκοῦ εἶναι 0,091 cal/gr · grad, ἑπομένως ἡ ἀτομικὴ θερμότης αὐτοῦ, ἤτοι τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος τὸ ὁποῖον χρειάζεται ἵνα ἡ θερμοκρασία 64 gr χαλκοῦ αὐξηθῇ κατὰ 1 °C, εἶναι 5,76 cal/grad · Mol καί, κατὰ προσέγγισιν, 6 cal/grad · Mol. Προκειμένου περὶ τῶν μετάλλων, δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι τὸ γραμμοάτομον συμπίπτει πρὸς τὸ γραμμομόριον (Mol).

Προκειμένου περὶ τῶν στοιχείων μετάλλων οἱ Dulong καὶ Petit διετύπωσαν τὸν ἀκόλουθον νόμον: « **Ἡ ἀτομικὴ θερμότης τῶν στοιχείων μετάλλων εἶναι σταθερὰ καὶ ἴση περίπου πρὸς 6 cal · grad^{-1} · Mol^{-1}** ».

324. Θερμότης καύσεως. Εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς χρησιμοποιοῦμεν ὡρισμένας οὐσίας ἀπαντώσας εἰς τὴν Φύσιν, αἱ ὁποῖαι καιόμεναι παρέχουν θερμότητα. Αἱ οὐσίαι αὗται καλοῦνται **καύσιμα** καὶ εἶναι στερεά, ὑγρὰ ἢ ἀέρια σώματα.

Σ τ ε ρ ε ὰ κ α ύ σ ι μ α εἶναι οἱ διάφοροι ἄνθρακες (ἀνθρακίτης, λιθάνθραξ, λιγνίτης κλπ.). Ὑ γ ρ ὰ κ α ύ σ ι μ α εἶναι τὸ πετρέλαιον καὶ ὡρισμένα παράγωγα αὐτοῦ. Ἀ έ ρ ι α κ α ύ σ ι μ α εἶναι φυσικὰ ἀέρια περιέχοντα ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ μεθάνιον. Ἐκτὸς τῶν φυσικῶν καυσίμων ἔχομεν καὶ τεχνητὰ καύσιμα, ὡς εἶναι τὸ κώκ, τὸ οἰνόπνευμα, ἡ συνθετικὴ βενζίνη, ἡ ἀσετυλίνη κλπ.

Καλοῦμεν θ ε ρ μ ό τ η τ α κ α ύ σ ε ω ς τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἐκλύεται ὑπὸ μάζης 1 gr ἢ 1 kgr τῆς οὐσίας καιομένης τελείως.



Σχ. 620. Θερμιδομετρικὴ ὀβίς.

Ἡ θερμότης καύσεως προσδιορίζεται πειραματικῶς διὰ τῆς θερμιδομετρικῆς ὀβίδος (σχ. 620). Αὕτη ἀποτελεῖται ἐκ χυτοσιδηροῦ δοχείου μὲ παχέα τοιχώματα, κλειομένου εἰς τὸ ἄνω μέρος ἀεροστεγῶς διὰ κοχλιωτοῦ πώματος. Ἐντὸς τῆς ὀβίδος τοποθετεῖται κάψα πρὸς ὑποδοχὴν ποσότητος ἐκ τοῦ ὑπὸ ἔλεγχον καυσίμου καὶ ὁ χῶρος τῆς ὀβίδος πληροῦται δι' ὀξυγόνου ὑπὸ πίεσιν, διὰ τοῦ σωλῆνος Σ, εἰς τρόπον ὥστε νὰ ὑπάρχῃ περίσσεια ἐξ αὐτοῦ διὰ τὴν καῦσιν. Ἡ διέγερσις τῆς καύσεως τῆς οὐσίας γίνεται μέσῳ λεπτοῦ σύρματος Η, θερμαινομένου δι' ἠλεκτρικοῦ ρεύματος διαβιβαζομένου ἔξωθεν μέσῳ τῶν ἀκροδεκτῶν. Ἡ ὅλη ὀβὶς πρὸ τῆς λειτουργίας αὐτῆς τίθεται ἐντὸς θερμιδομετρικοῦ δοχείου περιέχοντος ὕδωρ. Ἡ θερμότης ἡ ἐκλυομένη κατὰ τὴν καῦσιν χρησιμεύει διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος, οὕτω δὲ δύναται νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κατὰ τὴν καῦσιν ἐκλυομένη θερμότης.

Ἐκτὸς τῆς ἡλιακῆς θερμότητος, χρησιμοποιοῦμεν εἰς τὸν καθ' ἡμέραν βίον καὶ ἄλλας πηγὰς θερμότητος, ὡς π.χ. τὰ διάφορα καύσιμα, ὅπως ὁ ἄνθραξ, τὸ πετρέλαιον κ.ἄ.

Π α ρ α δ ε ί γ μ α τ α θ ε ρ μ ό τ η τ ο ς κ α ύ σ ε ω ς (εἰς cal/gr).			
Ὑδρογόνον	34 000	Κὼκ	7 000
Πετρέλαιον................	11 300	Φωταέριον ..	6 000 – 7 000 (= 4,4 cal/lt)
Βενζίνη..................	10 500	Λιγνίτης	3 000 – 5 000
Ἀνθρακίτης	8 000 – 9 000	Ξύλον	3 000 – 4 000
Λιθάνθραξ	7 000 – 8 000	Τύρφη	3 500

325. Φυσικαὶ πηγαὶ θερμότητος. Ἡ σπουδαιοτέρα πηγὴ θερμότητος διὰ τοὺς κατοίκους τῆς Γῆς εἶναι ὁ Ἥλιος. Ὅταν αἱ ἡλιακαὶ ἀκτῖνες προσπίπτουν καθέτως, ἕκαστον τετραγωνικὸν ἑκατοστόμετρον ἐπὶ τῶν ἀνωτάτων ὁρίων τῆς ἀτμοσφαίρας δέχεται ποσὸν θερμότητος 1,94 cal εἰς ἕκαστον πρῶτον λεπτόν, ἐπὶ τῆς Γῆς δὲ φθάνουν περίπου τὰ 2/3 τοῦ ἀνωτέρω ποσοῦ θερμότητος, ἐνῷ τὸ 1/3 ἀπορροφᾶται ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαίρας. Λόγῳ τῆς θερμότητος τῆς ἐγκλειομένης εἰς τὰ ἔγκατα τῆς Γῆς (ἡφαίστεια, θερμαὶ πηγαί), ἡ θερμοκρασία εἰς τὰ ἀνθρακωρυχεῖα καὶ μεταλλεῖα αὐξάνεται ἐφ' ὅσον κατερχόμεθα εἰς βάθος, ἡ δὲ αὔξησις τῆς θερμοκρασίας ἀντιστοιχεῖ περίπου πρὸς 1 ^{0}C ἀνὰ 33 m. Αἱ ἡμερήσιαι μεταβολαὶ τῆς θερμοκρασίας εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς δὲν γίνονται αἰσθηταὶ εἰς βάθος 1 ἕως 2 m, ἐνῷ αἱ ἐτήσιαι ἐξαφανίζονται εἰς βάθος 20 m, διὰ τοῦτο δὲ εἰς φρέατα βάθους περὶ τὰ 20 m τὸ ὕδωρ διατηρεῖ σταθερὰν θερμοκρασίαν, τόσον κατὰ τὸν χειμῶνα, ὅσον καὶ κατὰ τὸ θέρος.

326. Τροφαὶ καὶ θερμογόνος δύναμις αὐτῶν. Αἱ τροφαί, αἱ ὁποῖαι χρησιμεύουν διὰ τὴν διατήρησιν ἡμῶν, ὅταν τρώγωνται, ὑφίστανται ὀξείδωσιν (βραδεῖαν καῦσιν) ἐντὸς τοῦ ὀργανισμοῦ. Ἐκ τῆς ὀξειδώσεως ταύτης ἀναπτύσσεται θερμότης, ἡ ὁποία ἀντιπροσωπεύει τὴν ἀπαιτουμένην ἐνέργειαν διὰ τὴν αὔξησιν τοῦ σώματος, τὴν ἐργασίαν καὶ τὴν διατήρησιν τοῦ ὀργανισμοῦ εἰς ὑγιᾶ κατάστασιν.

Ἐὰν γνωρίζωμεν τὴν ἐκλυομένην θερμότητα κατὰ τὴν καῦσιν 1 gr ἐξ ἑκάστης τροφῆς (καλεῖται δὲ τὸ ποσὸν τοῦτο τῆς θερμότητος **θερμογόνος δύναμις** τῆς τροφῆς), εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν ἀπαιτουμένην ποσότητα τροφῆς, διὰ ν' ἀναπτυχθῇ ἐντὸς τοῦ ὀργανισμοῦ τὸ ἀναγκαιοῦν ποσὸν θερμότητος. Εἰς τὸν παρατιθέμενον πίνακα ἀναγράφεται ἡ θερμογόνος δύναμις διαφόρων τροφίμων.

Παραδείγματα θερμίδων διαφόρων τροφίμων.

Εἶδος τροφῆς	cal/gr	Εἶδος τροφῆς	cal/gr
Ἐλαιόλαδον	9 000	Ἄρτος λευκός....	2 580
Βούτυρον (νωπὸν)	7 600	Φασόλια	2 570
Σάκχαρον	4 000	Κρέας.........	1 500 - 3 000
Τυρὸς	3 900	Γεώμηλα	950
Ὄρυζα	3 250	Οἶνος.........	650

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α' Ἐρωτήσεις

Εἰς τί ἀσχολεῖται ἡ Θερμιδομετρία.
Δώσατε τὸν ὁρισμὸν τῆς θερμίδος καὶ χιλιοθερμίδος.
Δώσατε τὸν ὁρισμὸν τῆς εἰδικῆς θερμότητος καὶ μὲ ποίαν μονάδα ἐκφράζεται αὐτή.
Δύναται ἡ εἰδικὴ θερμότης νὰ ἐκφρασθῇ διὰ τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν τοῦ Μετρικοῦ ἢ τοῦ Τ.Σ.;
Πῶς ὁρίζεται ἡ θερμοχωρητικότης σώματος.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου θερμιδόμετρον. Περιγράψατε τὸ θερμιδόμετρον μειγμάτων, ὡς καὶ πῶς δυνάμεθα δι' αὐτοῦ νὰ μετρήσωμεν τὴν εἰδικὴν θερμότητα σώματος.

Διὰ ποῖον λόγον διακρίνομεν δύο εἰδικὰς θερμότητας εἰς τὰ ἀέρια. Ποία ἐκ τῶν δύο εἰδ. θερμοτήτων εἶναι ἐπιδεκτικὴ ἀμέσου μετρήσεως καὶ πῶς καθορίζεται ἡ ἄλλη.

Ποία ἡ θερμογόνος δύναμις τῶν συνήθων τροφίμων.

Β' Προβλήματα

1. Θέλομεν νὰ παρασκευάσωμεν 50 kgr ὕδατος θερμοκρασίας 35 ^{0}C δι' ἀναμείξεως ὕδατος 17 ^{0}C καὶ 80 ^{0}C. Ποῖαι αἱ ἀντίστοιχοι ποσότητες ὕδατος 17 ^{0}C καὶ 80 ^{0}C.
('Απ. $m_1 = 35,7$ kgr, $m_2 = 14,3$ kgr.)

2. Ἐντὸς γλυκερίνης θερμοκρασίας 14,5 ^{0}C ρίπτονται τεμάχια ψευδαργύρου θερμοκρασίας 98,3 ^{0}C. Ἡ μᾶζα γλυκερίνης καὶ ψευδαργύρου εἶναι 400 gr, ἡ δὲ θερμοκρασία ἰσορροπίας 19,6 ^{0}C. Πόση ἡ μᾶζα τῆς γλυκερίνης καὶ πόση ἡ μᾶζα τοῦ ψευδαργύρου. (Εἰδ. θερμότης ψευδαργύρου 0,092 cal · gr^{-1} · grad^{-1}, γλυκερίνης 0,57 cal · gr^{-1} · grad^{-1}.)
('Απ. $m_1 = 285$ gr, $m_2 = 115$ gr.)

3. Θερμιδόμετρον ἐκ χαλκοῦ μάζης 200 gr περιέχει 300 gr πετρελαίου. Ἡ ἀρχικὴ θερμοκρασία εἶναι 18,5 ^{0}C καί, ὅταν ἐντὸς τοῦ ὕδατος ρίψωμεν 100 gr μολύβδου θερμοκρασίας 100 ^{0}C, ἡ τελικὴ θερμοκρασία καθίσταται 20 ^{0}C. Πόση ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ πετρελαίου, ὅταν ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ χαλκοῦ εἶναι 0,092 cal · gr^{-1} · grad^{-1} καὶ τοῦ μολύβδου 0,031 cal · gr^{-1} · grad^{-1}.
('Απ. $c = 0,488$ cal/gr · grad.)

4. Θερμιδόμετρον περιέχει 210 gr ὕδατος θερμοκρασίας 11,3 ^{0}C. Εἰς τὸ θερμιδόμετρον προσθέτομεν 245 gr ὕδατος 31,5 ^{0}C, ὅτε ἡ θερμοκρασία ἰσορροπίας εὑρίσκεται 21,7 ^{0}C. Πόση ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ θερμιδομέτρου.
('Απ. $c_1 \cdot m_1 = 20,9$ cal · grad^{-1}.)

5. Διὰ νὰ προσδιορίσωμεν τὴν θερμοκρασίαν λύχνου Bunsen, ἐκτελοῦμεν τὸ κάτωθι πείραμα. Εἰς θερμιδόμετρον χαλκοῦ μάζης 152,5 gr θέτομεν 300 gr ὕδατος, ἡ δὲ ἀρχικὴ θερμοκρασία τοῦ θερμιδομέτρου καὶ ὕδατος εἶναι 18,4 ^{0}C. Ἀκολούθως λαμβάνομεν τεμάχιον σιδήρου μάζης 6,85 gr, τὸ ὁποῖον θερμαίνομεν εἰς τὸν λύχνον Bunsen καὶ κατόπιν βυθίζομεν αὐτὸ ἐντὸς τοῦ ὕδατος τοῦ θερμιδομέτρου. Ἡ θερμοκρασία ἰσορροπίας εὑρίσκεται 21,3 ^{0}C. Ἐκ τῶν δεδομένων τούτων νὰ ὑπολογισθῇ ἡ θερμοκρασία τῆς φλογὸς λύχνου Bunsen. (Εἰδ. θερμότης σιδήρου 0,111 cal · gr^{-1} · grad^{-1}, χαλκοῦ 0,092 cal · gr^{-1} · grad^{-1}.)
('Απ. 1219 ^{0}C.)

6. Καίονται 3 gr ἄνθρακος πρὸς διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος ἐντὸς θερμιδομέτρου ἐκ χαλκοῦ μάζης 1500 gr περιέχοντος 2 000 gr ὕδατος. Ἡ ἀρχικὴ θερμοκρασία εἶναι 20 ^{0}C καὶ ἡ τελικὴ 31 ^{0}C. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ θερμότης καύσεως τοῦ ἄνθρακος. (Εἰδ. θερμότης χαλκοῦ 0,093 cal · gr^{-1} · grad^{-1}.)
('Απ. $Q = 7\,845$ cal/gr.)

7. Ποῖον ποσὸν θερμότητος πρέπει νὰ μεταδοθῇ εἰς 1 gr Νέου εἰς 0 ^{0}C, ἵνα ἡ πίεσις αὐτοῦ διπλασιασθῇ ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον. ($c_p = 0,246$ cal · gr^{-1} · grad^{-1}, $c_p / c_v = 1,64$.)
('Απ. $Q = 40,95$ cal.)

8. Ποίαν μεταβολὴν ὄγκου ὑφίσταται ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας, ὅταν ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν προσδίδεται εἰς αὐτὸν ποσὸν θερμότητος 5 kcal. Πόση εἶναι ἡ τελικὴ θερμοκρασία, ἐὰν ὁ ἀρχικὸς ὄγκος τοῦ ἀέρος εἶναι 1 m^3. ($c_p = 0,240$ cal · gr^{-1} · grad^{-1}, $\rho_{ἀήρ} = 0,001\,293$ gr/cm^3.)
('Απ. $\theta_2 = 16,1$ ^{0}C, $\Delta V = 59\,000$ cm^3.)

9. Αἱ συνολικαὶ ἀπώλειαι θερμότητος χώρου εἶναι 400 000 cal/h. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ποσότης εἰς kgr πετρελαίου, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται δι' ἕνα πλήρη μῆνα (πλήρη ἡμερονύκτια) διὰ τὴν λειτουργίαν τῆς θερμάνσεως. (Συντελεστὴς ἀποδόσεως μηχανῆς $\eta = 0,6$, θερμότης καύσεως πετρελαίου $\Theta_\kappa = 9\,000$ cal/gr.)
('Απ. 53,3 kgr.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΖ'

ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

Ὡς ἤδη γνωρίζομεν, τὰ σώματα ἐμφανίζονται εἰς τὴν Φύσιν ὑπὸ τρεῖς καταστάσεις, ὡς στερεά, ὡς ὑγρὰ καὶ ὡς ἀέρια. Εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Μοριακῆς Φυσικῆς (§ 269) ἐξητάσαμεν τὰς χαρακτηριστικὰς διαφορὰς τῶν τριῶν τούτων καταστάσεων τῆς ὕλης καὶ τὰ τῆς συγκροτήσεως αὐτῆς. Ἤδη θὰ πραγματευθῶμεν περὶ τῶν μεταβολῶν τῶν σωμάτων ἀπὸ τῆς μιᾶς εἰς ἑτέραν κατάστασιν.

Ἓν ἐκ τῶν σπουδαιοτέρων ἀποτελεσμάτων τῆς θερμότητος ἐπὶ τῶν σωμάτων, ἐκτὸς τῆς διαστολῆς, εἶναι καὶ ἡ *μεταβολὴ τῆς καταστάσεως αὐτῶν*. Οὕτω σῶμα στερεὸν δύναται διὰ θερμάνσεως νὰ μεταβληθῇ εἰς ὑγρὸν (*τῆξις*), εἴτε ἀπ' εὐθείας εἰς ἀέριον (*ἐξάχνωσις*). Τέλος, σῶμα ὑγρὸν διὰ θερμάνσεως καθίσταται ἀέριον (*ἐξαέρωσις*).

Ἡ κατάστασις, ὑπὸ τὴν ὁποίαν ἐμφανίζεται ἓν σῶμα, ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς ἐπικρατούσας ἐξωτερικὰς συνθήκας τῆς πιέσεως καὶ τῆς θερμοκρασίας.

326. Τῆξις καὶ πῆξις. Ἐὰν θερμάνωμεν ἓν στερεὸν σῶμα, ὑπὸ τὴν συνήθη ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ὅπως π.χ. πάγον, κηρόν, θεῖον, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ σῶμα τοῦτο μεταβάλλεται εἰς ὑγρόν, δηλαδὴ τήκεται. Ἡ τοιαύτη μετάβασις ἑνὸς σώματος ἀπὸ τῆς στερεᾶς καταστάσεως εἰς τὴν ὑγρὰν καλεῖται **τῆξις** τοῦ σώματος.

Ἡ μετάβασις ἐξ ἄλλου ἑνὸς σώματος ἀπὸ τῆς ὑγρᾶς καταστάσεως εἰς τὴν στερεὰν καλεῖται **πῆξις** τοῦ σώματος.

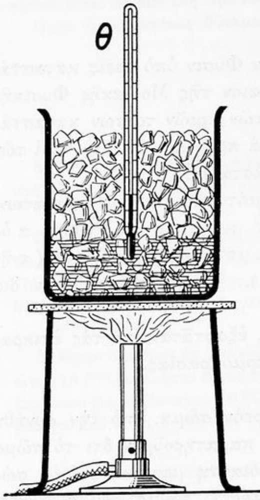
Νόμοι τῆς τήξεως καὶ πήξεως. 1.- Ἕκαστον στερεὸν σῶμα ἄρχεται τηκόμενον (ἢ πηγνύμενον) εἰς ὡρισμένην θερμοκρασίαν, ἡ ὁποία καλεῖται *θερμοκρασία τήξεως (ἢ πήξεως)* τοῦ σώματος.

2.- Εὐθὺς ὡς ἀρχίσῃ ἡ τῆξις (ἢ ἡ πῆξις) τοῦ σώματος, ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ παραμένει σταθερά, μέχρις ὅτου ὁλόκληρος ἡ ποσότης τοῦ σώματος τακῇ (ἢ πηχθῇ).

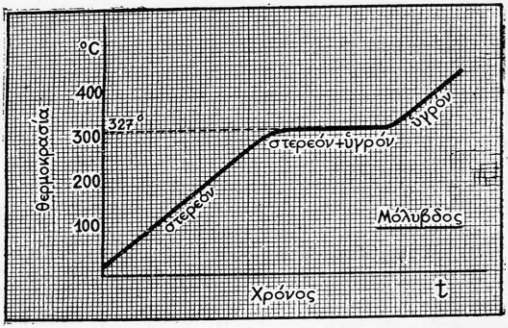
Οἱ ἀνωτέρω νόμοι ἰσχύουν μόνον διὰ τὰ κρυσταλλικὰ σώματα, τὰ ὁποῖα μεταβαίνουν ἀποτόμως ἐκ τῆς στερεᾶς εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν καὶ οὕτως ἔχουν ἐκπεφρασμένον **σημεῖον τήξεως (πήξεως)**. Οὕτω, ὁ μόλυβδος μεταβαίνει ἀποτόμως ἐκ τῆς στερεᾶς εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν καὶ ἀντιστρόφως, ὡς ἐκ τούτου δὲ ἔχει σαφῶς ἐκπεφρασμένον σημεῖον τήξεως. Δὲν συμβαίνει ὅμως τὸ αὐτὸ καὶ μὲ τὴν ὕαλον, διότι διὰ νὰ μεταβῇ ἐκ τῆς στερεᾶς εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν διέρχεται δι' ὅλων τῶν ἐνδιαμέσων καταστάσεων.

Ἐὰν ἐντὸς δοχείου θέσωμεν μικρὰ τεμάχια πάγου καὶ ὀλίγον ὕδωρ (σχ. 621) καὶ βυθίσωμεν εἰς αὐτὰ θερμόμετρον, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ θερμόμετρον μετά τινα χρόνον, μετὰ τὴν ἀποκατάστασιν δηλ. τῆς θερμικῆς ἰσορροπίας, δεικνύει σταθερῶς 0 °C. Ἐὰν ἀκολούθως θερμάνωμεν τὸ δοχεῖον, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ πάγος ἀρχίζει νὰ τήκεται, ἐνῷ τὸ θερμόμετρον δεικνύει σταθερῶς θερμοκρασίαν 0 °C, μέχρις ὅτου ὅλος ὁ πάγος μετατραπῇ εἰς ὕδωρ. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν νὰ προσφέρωμεν θερμότητα εἰς τὸ δοχεῖον, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος ἀρχίζει νὰ ἀνέρχεται.

Ἐπίσης, ἐὰν ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα θερμαίνοντες π.χ. μόλυβδον, παρατηροῦμεν πάλιν ὅτι ἡ θερμοκρασία του ἀνέρχεται συνεχῶς καί, μετά τινα χρόνον. ὅταν αὐτὴ φθάσῃ τοὺς 327 °C, ὁ μόλυβδος



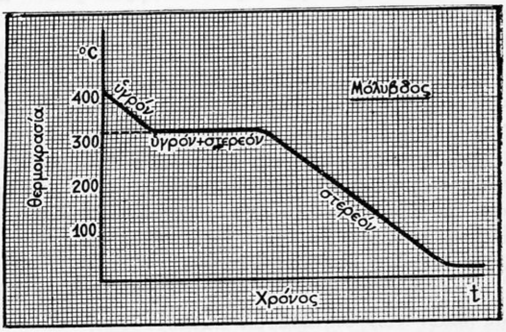
Σχ. 621.



Σχ. 622. Μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας μολύβδου κατὰ τὴν τῆξιν αὐτοῦ.

ἀρχίζει νὰ τήκεται. Ἀπὸ τῆς στιγμῆς ταύτης, μολονότι προσφέρομεν θερμότητα, ἡ θερμοκρασία διατηρεῖται εἰς τοὺς 327 °C καὶ μόνον ὅταν τακῇ ὁλόκληρος ἡ ποσότης τοῦ μολύβδου, ἡ θερμοκρασία ἀρχίζει ἐκ νέου νὰ ἀνέρχεται. Τὸ σχῆμα 622 δεικνύει παραστατικὴν καμπύλην τῆς μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας μολύβδου κατὰ τὴν τῆξιν αὐτοῦ.

Ἐὰν ἤδη τὸν τετηγμένον μόλυβδον ἀφήσωμεν νὰ ψυχθῇ εἰς τὸν περιβάλλοντα χῶρον, παρατηροῦμεν ἀκριβῶς τὰ ἀντίστροφα φαινόμενα. Οὕτω ὁ μόλυβδος ἀποβάλλει τὴν θερμότητα τὴν ὁποίαν εἶχε προσλάβει, ὁπότε ἀρχίζει ἡ θερμοκρασία του νὰ κατέρχεται. Ὅταν ἡ θερμοκρασία γίνῃ 327 °C, ὁ μόλυβδος ἀρχίζει νὰ στερεοποιῆται (πῆξις) καὶ ἀπὸ τῆς στιγμῆς ταύτης ἡ θερμοκρασία παρα-



Σχ. 623. Μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας μολύβδου κατὰ τὴν πῆξιν αὐτοῦ.

μένει ἀμετάβλητος μέχρις ὁλοκληρωτικῆς στερεοποιήσεως τοῦ μολύβδου, ὁπότε ἡ θερμοκρασία του κατέρχεται ἐκ νέου. Ὁ μόλυβδος κατὰ τὴν πῆξιν αὐτοῦ ἀποδίδει ποσότητα ἀκριβῶς ἴσην πρὸς ὅσην παρέλαβε διὰ νὰ τακῇ. Τὸ σχῆμα 623 δεικνύει τὴν ὡς ἄνω μεταβολὴν τοῦ μολύβδου κατὰ τὴν πῆξιν αὐτοῦ.

Παραδείγματα σημείου τήξεως καὶ πήξεως σωμάτων τινῶν, ὑπὸ πίεσιν 760 Torr (εἰς °C).

Βολφράμιον	3 350	Ἀργίλιον	660	Κηρὸς	62
Λευκόχρυσος	1 750	Ψευδάργυρος	420	Ὕδωρ	0
Σίδηρος	1 500	Μόλυβδος	327	Ὑδράργυρος	— 39
Χυτοσίδηρος	1 200	Κασσίτερος	322	Οἰνόπνευμα	— 114
Χρυσὸς	1 063	Θεῖον	119	Αἰθὴρ	— 116

327. Θερμότης τήξεως. Ἐὰν ἀναμείξωμεν 1 kgr πάγου 0 °C καὶ 1 kgr ὕδατος 80 °C, ὁ πάγος τήκεται καὶ λαμβάνομεν 2 kgr ὕδατος πάλιν 0 °C καὶ ὄχι 40 °C, διότι ἡ θερμότης τὴν ὁποίαν ἔδωσε τὸ ὕδωρ εἰς τὸν πάγον ἐχρησίμευσε μόνον διὰ νὰ τὸν τήξῃ καὶ ὄχι διὰ νὰ ἀνυψώσῃ τὴν θερμοκρασίαν του.

Κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς τήξεως τῶν στερεῶν, ὡς εἴδομεν ἀνωτέρω, ἡ θερμοκρασία παραμένει σταθερά, μολονότι διαρκῶς προσφέρεται θερμότης. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ προσφερομένη αὐτὴ θερμότης χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν μεταβολὴν τῆς στερεᾶς μορφῆς εἰς ὑγράν.

Τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται, ὅπως 1 gr τοῦ σώματος, ὑπὸ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ σημείου τήξεως, μεταβληθῇ εἰς ὑγρὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας, καλεῖται θερμότης τήξεως (λ).

Ἐπειδὴ δὲ τὸ ποσὸν τοῦτο τῆς θερμότητος δὲν γίνεται ἀντιληπτὸν διὰ τοῦ θερμομέτρου, διότι καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς τήξεως ἡ θερμοκρασία διατηρεῖται σταθερά, καλεῖται ἐνίοτε καὶ **λανθάνουσα θερμότης τήξεως.**

Εἶναι προφανὲς ὅτι, διὰ νὰ τήξωμεν m γραμμάρια ὑλικοῦ τινος, ἡ ἀναγκαιοῦσα ποσότης θερμότητος θὰ εἶναι ἴση πρός :

$$\boxed{Q = m \cdot \lambda} \qquad (1)$$

Μονὰς θερμότητος τήξεως. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) λαμβάνομεν:

$$\lambda = \frac{Q}{m} \qquad (2)$$

Ἐὰν θέσωμεν εἰς τὸν τύπον (2) Q = 1 cal καὶ m = 1 gr, προκύπτει ἡ μονὰς θερμότητος τήξεως, ἡ ὁποία εἶναι ἡ :

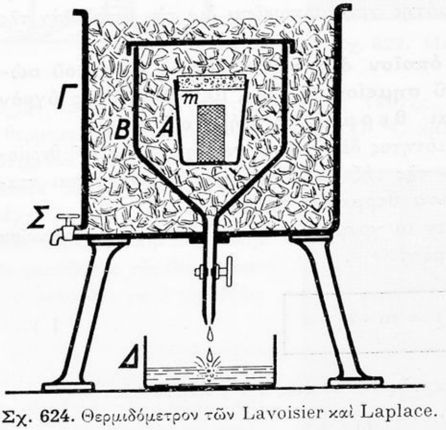
$$1\ \frac{\text{cal}}{\text{gr}}$$ **(= 1 θερμὶς ἀνὰ γραμμάριον)**

Ἐκ μετρήσεων εὑρέθη ὅτι ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου εἶναι 80 cal/gr (ἀκριβέστερον 79,7 cal/gr). Τοῦτο σημαίνει ὅτι, διὰ νὰ τακῇ 1 gr πάγου θερμοκρασίας 0 °C πρὸς ὕδωρ 0 °C, ἀπαιτεῖται ποσότης θερμότητος 80 cal. Ἀντιστρόφως, ὅταν 1 gr ὕδατος 0 °C μεταβάλλεται εἰς πάγον 0 °C, ἀποδίδει ποσὸν θερμότητος 80 cal. Οὕτω, διὰ νὰ τήξωμεν 25 gr πάγου θερμοκρασίας 0 °C καὶ νὰ μεταβάλωμεν αὐτὸν εἰς ὕδωρ θερμοκρασίας 0 °C, θ' ἀπαιτηθῇ ποσὸν θερμότητος $Q = 25 \cdot 80 = 2\,000$ cal. Τὸ αὐτὸ δὲ ποσὸν θερμότητος ἀποδίδεται ὑπὸ 25 gr ὕδατος 0 °C, ὅταν μεταβάλλωνται εἰς πάγον 0 °C. Γενικῶς δὲ τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον προσλαμβάνει τὸ σῶμα κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς τήξεως αὐτοῦ, εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀποδίδει κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς πήξεως αὐτοῦ.

Παραδείγματα θερμότητος τήξεως σωμάτων τινῶν (εἰς cal/gr).

Ὕδωρ (πάγος) . . .	80	Ἀργίλιον	90	Κασσίτερος	14
Σίδηρος	66	Χαλκὸς	41	Μόλυβδος	6
Ἄργυρος	25	Παραφίνη	35	Ὑδράργυρος	2,8

328. Θερμιδόμετρον τῶν Lavoisier καὶ Laplace (Λαβουαζιὲ - Λαπλάς). Τὸ θερμιδόμετρον τοῦτο (σχ. 624) ἀποτελεῖται κατ' ἀρχὴν ἀπὸ μεταλλικὸν δοχεῖον Α λεπτότοιχον, τὸ ὁποῖον περιβάλλεται ἀπὸ μικρὰ τεμάχια πάγου περιεχομένου εἰς τὸ δοχεῖον Β. Τὰ δύο ταῦτα δοχεῖα εὑρίσκονται ἐντὸς τρίτου δοχείου Γ περιέχοντος ἐπίσης πάγον, ὁ ὁποῖος περιβάλλει πανταχόθεν τὸ δοχεῖον Β, τὸ δὲ ἐκ τῆς τήξεως αὐτοῦ ὕδωρ ἐκρέει διὰ τῆς στρόφιγγος Σ. Διὰ νὰ προσδιορίσωμεν τὴν εἰδικὴν θερμότητα c_x σώματός τινος μάζης m διὰ τῆς συσκευῆς ταύτης, θερμαίνομεν τὸ σῶμα εἰς γνωστὴν θερμοκρασίαν θ, π.χ. θέτοντες αὐτὸ εἰς θερμαντῆρα ἄνωθεν ἀτμῶν ὕδατος, καὶ ἀκολούθως ρίπτομεν αὐτὸ ἐντὸς τοῦ δοχείου Α, καλύπτοντες διὰ πάγου τὰ δύο καλύμματα τῶν δοχείων Α καὶ Β. Μετά τινα χρόνον τὸ σῶμα ψύχεται ἀπὸ θ °C εἰς 0 °C καὶ ἡ θερμότης τὴν ὁποίαν ἀπέδωσε τήκει ποσότητα πάγου, μάζης Μ, συλλέγομεν δὲ τὸ προερχόμενον ὕδωρ εἰς τὸ δοχεῖον Δ. Οὕτω ἡ θερμότης Q, τὴν ὁποίαν παρέσχε τὸ σῶμα εἰς τὸν πάγον διὰ νὰ τακῇ, εἶναι ἴση πρὸς $Q = c_x \cdot m \cdot \theta$, ἡ δὲ θερμότης αὕτη εἶναι ἴση πρὸς τὴν θερμότητα τὴν ὁποίαν παρέλαβεν ὁ πάγος διὰ νὰ τακῇ, ἤτοι $M \cdot \lambda$, ὅπου λ ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου. Οὕτω ἔχομεν τὴν ἐξίσωσιν : $c_x \cdot m \cdot \theta = M \cdot \lambda$, ἐξ οὗ προκύπτει ἡ ζητουμένη εἰδικὴ θερμότης :



Σχ. 624. Θερμιδόμετρον τῶν Lavoisier καὶ Laplace.

$$c_x = \frac{M \cdot \lambda}{m \cdot \theta}$$

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Ποία ποσότης πάγου −15 °C τήκεται ὑπὸ 1 kgr ὕδατος θερμοκρασίας 50 °C. (Εἰδ. θερμότης πάγου 0,58 cal · gr^{-1} · grad^{-1}, θερμότης τήξεως πάγου 79,7 cal/gr.)

Λύσις. Ἔστω m_1, c_1, θ_1, λ, ἀντιστοίχως ἡ μᾶζα, ἡ εἰδικὴ θερμότης, ἡ ἀρχικὴ θερμοκρασία καὶ ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου. Ἐπίσης, ἔστω m_2, c_2, θ_2, ἡ μᾶζα, ἡ εἰδικὴ θερμότης καὶ ἡ ἀρχικὴ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος. Ἔχομεν :

α) Ἡ θερμότης τὴν ὁποίαν ἀπορροφᾷ ὁ πάγος, ἵνα θερμανθῇ ἀπὸ θ_1 εἰς 0 °C, εἶναι : $Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot \theta_1$. β) Ἡ θερμότης τὴν ὁποίαν ἀπορροφᾷ ὁ πάγος, ἵνα τακῇ ὑπὸ τὴν θερμοκρασίαν τήξεως, εἶναι : $Q_2 = m_1 \cdot \lambda$ καὶ γ) Ἡ θερμότης τὴν ὁποίαν ἀποδίδει τὸ ὕδωρ μάζης m_2 ἀπὸ θ εἰς 0 °C εἶναι : $Q_3 = m_2 \cdot c_2 \cdot \theta_2$.

Ἐπειδὴ θὰ ἰσχύῃ ἡ σχέσις: $Q_1 + Q_2 = Q_3$, λαμβάνομεν : $m_1 \cdot c_1 \cdot \theta_1 + m_1 \cdot \lambda = m_2 \cdot c_2 \cdot \theta_2$. Λύοντες τὴν σχέσιν ταύτην ὡς πρὸς m_1, λαμβάνομεν τὸν γενικὸν τύπον :

$$m_1 = \frac{m_2 \cdot c_2 \cdot \theta_2}{c_1 \cdot \theta_1 + \lambda}$$

Θέτομεν εἰς τὸν τύπον τοῦτον τὰ δεδομένα τῆς ἀσκήσεως : $m_2 = 1000$ gr, $c_2 = 1$ cal/gr · grad' $c_1 = 0{,}58$ cal/gr · grad, $\theta_2 = 50$ °C, $\theta_1 = -15$ °C καὶ $\lambda = 79{,}7$ car/gr, καὶ εὑρίσκομεν ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ πάγου ἡ ὁποία τήκεται εἶναι :

$$\underline{m_1 = 565 \text{ gr}}$$

329. Ὑστέρησις πήξεως.

Τὸ ὕδωρ ὑπὸ καταλλήλους συνθήκας δύναται νὰ ψυχθῇ κάτω τοῦ μηδενός, χωρὶς νὰ παρατηρηθῇ πῆξις αὐτοῦ. Τὸ φαινόμενον τοῦτο δὲν παρατηρεῖται μόνον εἰς τὸ ὕδωρ, ἀλλὰ καὶ εἰς ἄλλα σώματα, συμβαίνει δὲ μόνον κατὰ τὴν μετάβασιν τῶν σωμάτων ἐκ τῆς ὑγρᾶς εἰς τὴν στερεὰν κατάστασιν, ὄχι ὅμως καὶ ἀντιστρόφως. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται **ὑστέρησις πήξεως** (**ὑπόπηξις** ἢ καὶ **ὑπέρτηξις**). Τὸ ἐν ὑστερήσει πήξεως ὕδωρ εὑρίσκεται ἐν ἀσταθεῖ καταστάσει, διότι ἀρκεῖ νὰ διαταράξωμεν ἐλαφρῶς τὸ ὕδωρ ἢ νὰ ρίψωμεν ἐν αὐτῷ κρυστάλλιον πάγου, ἵνα τοῦτο στερεοποιηθῇ ἀποτόμως, τῆς θερμοκρασίας αὐτοῦ ἀνερχομένης εἰς 0 °C.

Πειραματικῶς δεικνύομεν τὴν ὑστέρησιν πήξεως, ἐὰν τήξωμεν μικρότατα τεμάχια θείου (σημεῖον τήξεως 119 °C) καὶ τὰ ἀφήσωμεν ἀκίνητα ἐπὶ ὑαλίνης πλακός. Τότε παρατηροῦμεν ὅτι αἱ σταγόνες ψύχονται εἰς θερμοκρασίαν πολὺ χαμηλοτέραν τοῦ σημείου τήξεως αὐτῶν χωρὶς νὰ στερεοποιηθοῦν· ἀρκεῖ τότε νὰ ἐγγίσωμεν τὰς σταγόνας ἐλαφρῶς μὲ στερεὸν θεῖον, διὰ νὰ στερεοποιηθοῦν αὗται ἀποτόμως.

330. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν τῆξιν.

Εἰς τὰ πλεῖστα τῶν σωμάτων, ἡ τῆξις αὐτῶν συνοδεύεται ὑπὸ αὐξήσεως τοῦ ὄγκου καὶ ἑπομένως ἡ πυκνότης τοῦ ὑγροῦ εἶναι μικροτέρα τῆς τοῦ στερεοῦ, ἐνῷ τὸ ἀντίστροφον συμβαίνει κατὰ τὴν πῆξιν. Οὕτω π.χ. εἰς τὸν μόλυβδον, ὁ ὄγκος τοῦ προκύπτοντος μολύβδου ἐκ τῆς τήξεως αὐτοῦ, εἶναι μεγαλύτερος τοῦ ὄγκου τοῦ στερεοῦ μολύβδου, ἐκ τοῦ ὁποίου οὗτος προέκυψε. Διὰ τοῦτο παρατηροῦμεν ὅτι, ὅταν τήκωμεν μόλυβδον ἐντὸς δοχείου, τὰ ἐν στερεᾷ ἀκόμη καταστάσει εὑρισκόμενα τεμάχια μολύβδου, ὡς εἰδικῶς βαρύτερα τοῦ ὑγροῦ μολύβδου, παραμένουν εἰς τὸν πυθμένα τοῦ δοχείου. Τουναντίον, εἰς με-

Σχ. 625. Παγόβουνον ἐπιπλέον εἰς τὴν θάλασσαν.

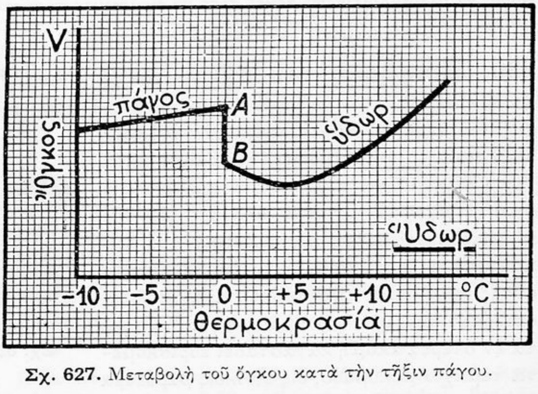
ρικὰ σώματα, ὡς π.χ. τὸ ὕδωρ, ἡ τῆξις συνοδεύεται ὑπὸ ἐλαττώσεως τοῦ ὄγκου καὶ ἑπομένως ἡ πυκνότης τοῦ πάγου εἶναι μικροτέρα τῆς τοῦ ὕδατος. Οὕτω, ἡ πυκνότης τοῦ πάγου εἰς 0 °C εἶναι 0,917 gr/cm³, ἐνῷ τοῦ ὕδατος εἰς 0 °C εἶναι 0,99987 gr/cm³. Λόγῳ τῆς μικροτέρας πυκνότητος τοῦ πάγου ἀπὸ τὸ θαλάσσιον ὕδωρ, παρατηροῦνται τὰ παγόβουνα εἰς τὰς πολικὰς θαλάσσας. Ὁ ὄγκος τοῦ παγοβούνου εἶναι βυθισμένος ἐντὸς τῆς θαλάσσης κατὰ τὰ 0,9 τοῦ ὄγκου αὐτοῦ, ἐνῷ τὸ ὑπόλοιπον 0,1 ἐξέχει τοῦ θαλασσίου ὕδατος (σχ. 625).

Ἡ ἀνωμαλία αὕτη τοῦ ὕδατος, συνδυαζομένη μετὰ τῆς ἑτέρας ἀνωμαλίας, καθ' ἣν τὸ ὕδωρ παρουσιάζει εἰς 4 °C τὴν μεγαλυτέραν του πυκνότητα, ἔχει σπουδαιοτάτην σημασίαν εἰς τὴν οἰκονομίαν τῆς Φύσεως, διότι κατὰ τὸν χειμῶνα στερεοποιοῦνται μόνον τὰ κατ' ἐπιπολὴν στρώματα τῶν λιμνῶν καὶ τῶν θαλασσῶν καὶ ὁ πάγος ἐπιπλέει βυθιζόμενος κατὰ τὰ 0,9 τοῦ ὄγκου του. Οὕτω, τὸ σχηματισθὲν στρῶμα πάγου παρακωλύει τὴν ψῦξιν τῶν ὑποκειμένων στρωμάτων, διότι οὗτος ἀποτελεῖ κακὸν ἀγωγὸν τῆς θερμότητος.

Σχ. 626. Λόγῳ αὐξήσεως τοῦ ὄγκου τοῦ ὕδατος κατὰ τὴν πῆξιν αὐτοῦ, ἡ σφαῖρα Σ θραύεται.

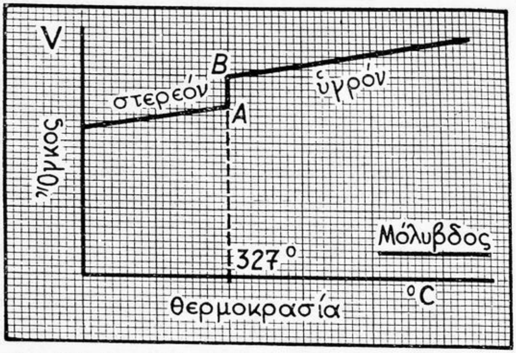
Ἐξ ἄλλου, λόγῳ τῆς διαστολῆς, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ ὕδωρ στερεοποιούμενον, ἀναπτύσσονται ἐξόχως μεγάλαι δυνάμεις, ὅταν τοῦτο στερεοποιῆται εἰς περιωρισμένον χῶρον. Οὕτω τὸ ὕδωρ τῶν βροχῶν τὸ συσσωρευόμενον ἐντὸς τῶν ρωγμῶν τῶν βράχων, ὅταν στερεοποιῆται κατὰ τὸν χειμῶνα, προκαλεῖ ρῆξιν τῶν βράχων καὶ ἐπιφέρει ἀποσάθρωσιν αὐτῶν. Ἐπίσης κατὰ τὸν χειμῶνα, καὶ δὴ κατὰ τὰς ψυχρὰς νύκτας, ὅταν δὲν ληφθῇ πρόνοια, θραύονται οἱ σωλῆνες παροχῆς ὕδατος.

Πειραματικῶς δεικνύομεν τὴν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν τῆξιν διὰ σφαίρας χυτοσιδηρᾶς, διαμέτρου περίπου 10 cm καὶ μὲ παχέα τοιχώματα (π.χ. 5 - 8 mm). Τὴν σφαῖραν ταύτην (σχ. 626) πληροῦμεν δι' ὕδατος καὶ κλείομεν καλῶς διὰ κοχλιωτοῦ πώματος. Ἐὰν θέσωμεν αὐτὴν ἐντὸς μείγματος τριμμάτων πάγου καὶ μαγειρικοῦ ἅλατος, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ σφαῖρα, εὐθὺς ὡς τὸ ὕδωρ ψυχθῇ, διαρρηγνύεται.



Σχ. 627. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν τῆξιν πάγου.

Γραφικὴ παράστασις τοῦ ὄγκου συναρτήσει τῆς θερμοκρασίας. Γραφικῶς δυνάμεθα νὰ παραστήσωμεν τὴν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου πάγου συναρτήσει τῆς θερμοκρασίας διὰ τῆς ἐν σχήματι 627 καμπύλης. Οὕτω παρατηροῦμεν ὅτι, ἐὰν ἔχωμεν πάγον θερμοκρασίας π.χ. $-10\ ^0C$ καὶ θερμάνωμεν αὐτόν, ὁ ὄγκος του αὐξάνεται κατὰ μικρὸν ποσόν. Κατὰ τὴν περίοδον τῆς μεταβολῆς τοῦ πάγου εἰς ὕδωρ, ἤτοι εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν $0\ ^0C$, ὁ ὄγκος τοῦ ὕδατος ἐλαττοῦται (τμῆμα καμπύλης ΑΒ). Ἡ ἐλάττωσις αὕτη συνεχίζεται μέχρι $4\ ^0C$, ὅπου, ὡς γνωστόν, τὸ ὕδωρ ἔχει τὴν μεγαλυτέραν του πυκνότητα, καὶ πέραν τῆς θερμοκρασίας ταύτης ἡ διαστολὴ τοῦ ὕδατος αὐξάνει ἐκ νέου κατὰ τὰ γνωστά.

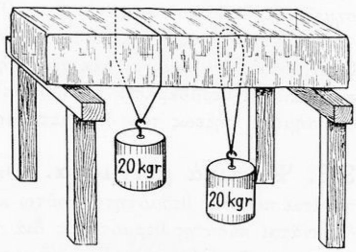


Σχ. 628. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν τῆξιν μολύβδου.

Ἐξ ἄλλου, ἡ καμπύλη τοῦ σχήματος 628 δεικνύει τὴν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου δεδομένης ποσότητος μολύβδου συναρτήσει τῆς θερμοκρασίας. Τὸ τμῆμα ΑΒ τῆς καμπύλης παριστᾷ τὴν ἀπότομον αὔξησιν τοῦ ὄγκου εἰς τὴν θερμοκρασίαν τήξεως τοῦ μολύβδου, ὅπου, ἐνῷ ἡ θερμοκρασία παραμένει σταθερά, ὁ ὄγκος τοῦ μολύβδου αὐξάνει. Ὅταν τακῇ ὁλόκληρος ἡ ποσότης τοῦ μολύβδου, ὁ ὄγκος αὐξάνει καὶ πάλιν συναρτήσει τῆς θερμοκρασίας.

331. Ἐπίδρασις τῆς πιέσεως ἐπὶ τοῦ σημείου τήξεως.

Διὰ τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα τηκόμενα ὑφίστανται αὔξησιν τοῦ ὄγκου των, αὔξησις τῆς ἔξωθεν πιέσεως προκαλεῖ δυσχέρειαν εἰς τὴν διόγκωσιν καὶ ἑπομένως αὔξησιν τοῦ σημείου τήξεως, ἐνῷ τὸ ἀντίστροφον συμβαίνει διὰ τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα τηκόμενα ὑφίστανται ἐλάττωσιν τοῦ ὄγκου αὐτῶν. Οὕτω διὰ τὸν πάγον, ὁ ὁποῖος ἔχει θερμοκρασίαν ταπεινοτέραν τοῦ μηδενός, τὸ σημεῖον τήξεως εἶναι $0\ ^0C$ ὑπὸ τὴν συνήθη ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἐνῷ, ἐὰν ἡ πίεσις αὐξηθῇ κατὰ 1 ἀτμόσφαιραν, τὸ σημεῖον τήξεως τοῦ πάγου καθίσταται $-0{,}0075\ ^0C$, εἰς τὴν αἰτίαν δὲ ταύτην ὀφείλεται τὸ φαινόμενον τῆς ἀναπήξεως τοῦ πάγου, τὸ ὁποῖον δεικνύεται διὰ τῆς ἐν σχήματι 629 διατάξεως.



Σχ. 629. Ἀνάπηξις τοῦ πάγου.

Ἐὰν τεμάχιον πάγου περιβάλωμεν κατὰ τὸ μέσον αὐτοῦ διὰ λεπτοῦ σύρματος σιδηροῦ καὶ φορτίσωμεν ἀκολούθως αὐτὸ διὰ βάρους, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ σύρμα διέρχεται βραδέως ἐξ ὁλοκλήρου διὰ τοῦ πάγου, χωρὶς οὗτος νὰ κοπῇ εἰς δύο μέρη. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς. Εἰς τὰ σημεῖα τῆς ἀνωτέρας ἐπιφανείας τοῦ πάγου, ὅπου ἐφάπτεται τὸ σύρμα, ἡ πίεσις εἶναι κατὰ πολὺ ἀνωτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς, ὡς ἐκ τούτου δὲ ὁ πάγος δὲν δύναται νὰ εὑρίσκεται ὑπὸ στερεὰν κατάστασιν καὶ οὕτω τήκεται, ὁπότε τὸ σύρμα, ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τοῦ κάτωθεν ἐξηρτημένου βάρους, εἰσχωρεῖ πρὸς τὸ ἐσωτερικόν. Μόλις ὅμως εἰσχωρήσῃ εἰς τὸ ἐσωτερικόν, παύει ἄνωθεν νὰ ὑφίσταται ἡ πίεσις καί, ὡς ἐκ τούτου, τὸ ὕδωρ ἀναπήγνυται, τὸ φαινόμενον δὲ τοῦτο ἐξακολουθεῖ καθ' ὅμοιον τρόπον, μέχρις ὅτου τὸ σύρμα ἐξέλθῃ ἐκ τοῦ τεμαχίου τοῦ πάγου.

332. Ἐπίδρασις ξένων προσμείξεων ἐπὶ τοῦ σημείου τήξεως. Τὸ σημεῖον τήξεως σώματος ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν ἀποτελεῖ χαρακτηριστικὴν σταθερὰν τοῦ σώματος καὶ ὁ καθορισμὸς αὐτοῦ ἀποτελεῖ εὔκολον μέσον διὰ νὰ ἐξακριβώσωμεν, ἐὰν τὸ σῶμα περιέχῃ νοθείαν. Οὕτω π.χ. ἡ καθαρὰ ναφθαλίνη τήκεται εἰς 78 °C, ἐὰν ὅμως εἰς δεῖγμα ναφθαλίνης ἐξακριβώσωμεν, ὅτι τὸ σημεῖον τήξεως αὐτῆς εἶναι διάφορον τῶν 78 °C ὑπὸ τὴν κανονικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, συνάγομεν ὅτι τὸ δεῖγμα τῆς ναφθαλίνης περιέχει ξένας προσμείξεις, ἤτοι εἶναι νοθευμένη.

Ἡ παρουσία ἐν γένει ξένων προσμείξεων ἐντὸς ἑνὸς σώματος προκαλεῖ γενικῶς ταπείνωσιν τοῦ σημείου τήξεως (ἢ πήξεως) αὐτοῦ. Ἐπὶ παραδείγματι, ἐνῷ τὸ καθαρὸν ὕδωρ πήγνυται εἰς 0 °C, τὸ θαλάσσιον ὕδωρ πήγνυται εἰς —2,5 °C. Ἡ παρουσία ὅθεν ξένων προσμείξεων ἐπιδρᾷ οὐσιωδῶς ἐπὶ τοῦ σημείου τήξεως τῶν σωμάτων, ἐπὶ τοῦ φαινομένου δὲ τούτου στηρίζεται ἡ κατασκευὴ διαφόρων κραμάτων, τῶν ὁποίων τὸ σημεῖον τήξεως εἶναι πολὺ ταπεινότερον τῶν συνιστώντων τὸ κρᾶμα μετάλλων.

Οὕτω τὸ μέταλλον Wood (Γούντ), τὸ ὁποῖον εἶναι κρᾶμα ἀποτελούμενον ἀπὸ 52,43% βισμούθιον (269,2 °C), 25,84% μόλυβδον (326,9 °C), 14,73% κασσίτερον (231,5 °C), 7% κάδμιον (320 °C), ἔχει σημεῖον τήξεως 75,5 °C. Ἐπίσης κρᾶμα καλίου καὶ νατρίου εἶναι ὑγρὸν εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν, μολονότι τὸ σημεῖον τήξεως τοῦ νατρίου εἶναι 97,6 °C καὶ τοῦ καλίου 64.

Προκειμένου περὶ κράματος ἐκ δύο μετάλλων, παρατηρεῖται, δι' ὡρισμένην σύνθεσιν αὐτοῦ, ὅτι ὑπάρχει μία χαμηλὴ σχετικῶς θερμοκρασία καθ' ἣν τοῦτο στερεοποιεῖται. Ἡ θερμοκρασία αὕτη καλεῖται **σημεῖον εὐτηξίας** καὶ εἶναι ταπεινοτέρα τοῦ σημείου τήξεως τῶν δύο μετάλλων.

333. Ψυκτικὰ μείγματα. Ὅπως διὰ τὴν τῆξιν ἑνὸς στερεοῦ σώματος δαπανᾶται ποσότης θερμότητος, οὕτω καὶ διὰ τὴν διάλυσιν ἑνὸς σώματος ἐντὸς ἄλλου δαπανᾶται ποσότης θερμότητος διὰ τὴν ἐλάττωσιν τῶν μεταξὺ τῶν μορίων δυνάμεων συνοχῆς. Οὕτω, ἐὰν ἀναμείξωμεν πάγον 0 °C μετὰ μαγειρικοῦ ἅλατος, λαμβάνομεν διάλυμα μαγειρικοῦ ἅλατος καὶ ὕδωρ. Διὰ τὴν τῆξιν τοῦ πάγου καὶ τὴν διάλυσιν τοῦ ἅλατος ἀπαιτεῖται ποσότης θερμότητος, ἥτις προσφέρεται ἀπὸ τὰ δύο σώματα καὶ οὕτω ἡ θερμοκρασία τοῦ διαλύματος κατέρχεται.

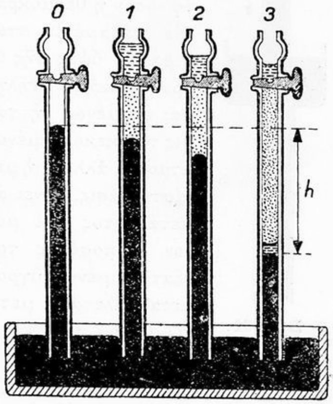
Τὰ ψυκτικὰ μείγματα χρησιμεύουν εἰς τὴν Τεχνικὴν διὰ τὴν πραγματοποίησιν ταπεινῶν θερμοκρασιῶν. Δυνάμεθα οὕτω νὰ ἐπιτύχωμεν ταπεινὰς θερμοκρασίας μὲ τὰς κάτωθι ἀναλογίας πάγου καὶ ἄλλων σωμάτων :

1 μέρος πάγου καὶ	1 μέρος ἀμμωνιακοῦ ἅλατος	= — 18 °C
4 μέρη πάγου καὶ	1 μέρος μαγειρικοῦ ἅλατος	= — 21 °C

1 μέρος πάγου καὶ 2 μέρη χλωριούχου ἀσβεστίου = — 40 °C
7 μέρη πάγου καὶ 10 μέρη χλωριούχου ἀσβεστίου = — 55 °C

334. Ἐξαέρωσις. Καλοῦμεν ἐξαέρωσιν τὴν μετάβασιν ἐκ τῆς ὑγρᾶς καταστάσεως εἰς τὴν ἀέριον. Τὸ κατὰ τὴν ἐξαέρωσιν παραγόμενον ἀέριον καλοῦμεν ἀτμόν. Τὴν ἐξαέρωσιν ὑγροῦ δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν κυρίως κατὰ τρεῖς τρόπους : α) δι' ἐξαερώσεως εἰς τὸν κενὸν χῶρον, β) δι' ἐξατμίσεως καὶ γ) διὰ βρασμοῦ.

Ἐξαέρωσις εἰς κενὸν χῶρον. Τὴν ἐξαέρωσιν εἰς κενὸν χῶρον δεικνύομεν διὰ τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 630. Ὁ βαρομετρικὸς σωλὴν καταλήγει εἰς τὸ ἓν ἄκρον του εἰς διεύρυνσιν, φέρει δὲ καὶ στρόφιγγα. Ἐὰν κλείσωμεν τὴν στρόφιγγα καὶ πληρώσωμεν τὸν σωλῆνα δι' ὑδραργύρου, ἐκτελοῦντες τὸ γνωστὸν πείραμα Torricelli, ὁ ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου χῶρος θὰ εἶναι κενὸς καὶ ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου δεικνύει τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν (θέσις 0). Ἐὰν ἐντὸς τῆς διευρύνσεως θέσωμεν ὀλίγον αἰθέρα καὶ διὰ τῆς στρόφιγγος εἰσαγάγωμεν εἰς τὸν βαρομετρικὸν θάλαμον μικρὰν σταγόνα, αὕτη ἐξαεροῦται ἀκαριαίως καὶ ὁλοσχερῶς, μεταβαλλομένη εἰς ἀτμὸν αἰθέρος, ἐνῷ ταυτοχρόνως ὁ ὑδράργυρος εἰς τὸν σωλῆνα κατέρχεται, λόγῳ τῆς ὑπὸ τοῦ ἀτμοῦ ἀσκουμένης πιέσεως (θέσις 1). Ὑπὸ τὴν κατάστασιν ταύτην ὁ ἀτμός, ἤτοι τὸ ἀέριον τὸ προερχόμενον ἐκ τῆς ἐξαερώσεως τοῦ ὑγροῦ, καλεῖται **ἀκόρεστος ἀτμός.** Ἐὰν εἰσαγάγωμεν καὶ δευτέραν καὶ τρίτην σταγόνα αἰθέρος, παρατηροῦμεν ἐπαναλαμβανόμενον τὸ αὐτὸ φαινόμενον (θέσις 2). Ἐν τέλει ὅμως ἐπέρχεται στιγμή, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ εἰσαγομένη σταγὼν αἰθέρος δὲν ἐξαεροῦται, ἀλλὰ παραμένει ὡς ὑγρὸν ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου (θέσις 3). Ὅταν συμβῇ τοῦτο, λέγομεν ὅτι ὁ χῶρος ἐκορέσθη ἀτμῶν αἰθέρος, οἱ δὲ ἀτμοὶ καλοῦνται **κεκορεσμένοι ἀτμοί.** Ἡ πίεσις τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ὁ οὕτω παραγόμενος ἀτμὸς καλεῖται **τάσις κεκορεσμένων ἀτμῶν,** εἰς δὲ τὴν κατάστασιν κόρου ὁ ἀτμὸς λέγομεν ὅτι παρουσιάζει τὴν μεγίστην τάσιν. Εἶναι προφανὲς ὅτι ἡ διαφορὰ τῶν δύο ὑδραργυρικῶν στηλῶν h (0 καὶ 3) μᾶς δίδει τὴν μεγίστην τάσιν τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ αἰθέρος, εἰς cm Hg. Ἡ ἐξαέρωσις ἀκολουθεῖ τοὺς ἑξῆς νόμους :

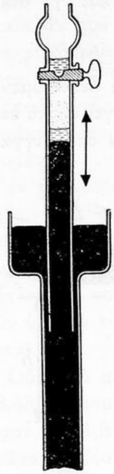


Σχ.630. Ἐξαέρωσις ἐν τῷ κενῷ.

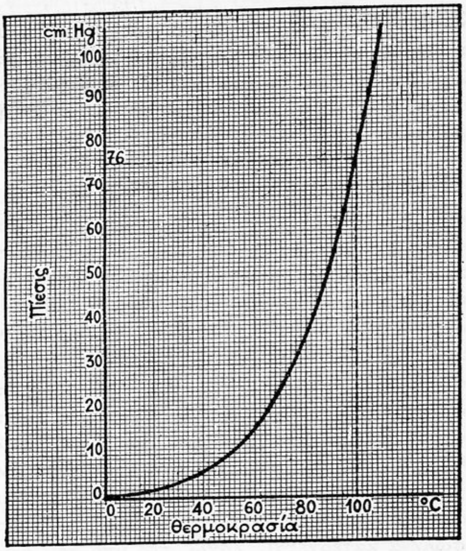
1. – Ἡ μεγίστη τάσις τῶν ἀτμῶν ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ὑγροῦ. Οὕτω, ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν, ἡ μεγίστη τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ οἰνοπνεύματος (εἰς 20 °C : 4,4 cm Hg) εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τῶν ἀτμῶν τοῦ ὕδατος (εἰς

20 °C : 1,75 cm Hg), ἐνῷ ἡ μεγίστη τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ αἰθέρος (εἰς 20 °C : 44,0 cm Hg) εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ οἰνοπνεύματος.

2.- Ἡ μεγίστη τάσις τῶν ἀτμῶν εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ὄγκου, τὸν ὁποῖον καταλαμβάνει.



Σχ. 631.



Σχ. 632. Μεταβολὴ τῆς μεγίστης τάσεως τῶν ἀτμῶν ὕδατος μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

Τοῦτο δεικνύομεν διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 631. Ἐὰν ἀνασύρωμεν ἢ βυθίζωμεν βαθύτερον τὸν βαρομετρικὸν σωλῆνα, παρατηροῦμεν ὅτι, ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία παραμένει σταθερά, τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης καὶ ἑπομένως ἡ τάσις τοῦ κεκορεσμένου ἀτμοῦ ἤ, ἄλλως, ἡ μεγίστη τάσις, μένει ἀμετάβλητος καὶ μόνον ἡ ποσότης τοῦ ἐξατμιζομένου ὑγροῦ μεταβάλλεται μετὰ τοῦ ὄγκου τοῦ κλειστοῦ χώρου, ὥστε νὰ εἶναι οὗτος πάντοτε κεκορεσμένος. Ὅταν αὐξάνεται ὁ χῶρος, ἐξατμίζεται καὶ ἄλλη ποσότης τοῦ ὑγροῦ, ἐνῷ, ἀντιθέτως, ὅταν ἐλαττοῦται ἡ χωρητικότης τοῦ ὑπὲρ τὸν ὑδράργυρον χώρου τοῦ σωλῆνος, μέρος τοῦ ἀτμοῦ συμπυκνοῦται, δηλαδὴ γίνεται πάλιν ὑγρόν.

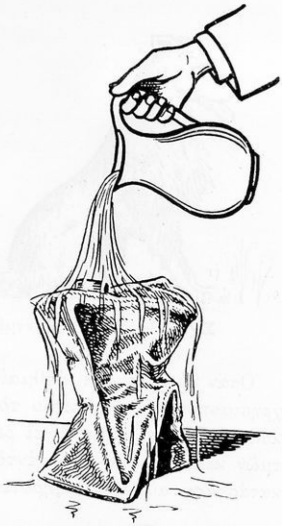
3.- Ἡ μεγίστη τάσις τῶν ἀτμῶν αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

Ἐὰν πλησιάσωμεν εἰς τὸν βαρομετρικὸν σωλῆνα (σχ. 631) θερμὴν φλόγα, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἐλαττοῦται, τοῦ ἀτμοῦ παραμένοντος πάντοτε κεκορεσμένου.

Εἰς τὸ σχῆμα 632 δεικνύεται ἡ καμπύλη τῆς μεταβολῆς τῆς μεγίστης τάσεως τῶν ἀτμῶν τοῦ ὕδατος συναρτήσει τῆς θερμοκρασίας, ὅπου παρατηροῦμεν ὅτι ἡ τάσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ ὕδατος εἰς θερμοκρασίαν 100 °C εἶναι ἴση πρὸς 76 cm Hg, δηλ. ἴση πρὸς 1 ἀτμόσφαιραν.

Τὴν ἐλάττωσιν τῆς τάσεως τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ ὕδατος δι' ἐλαττώσεως τῆς θερμοκρασίας δεικνύομεν διὰ τοῦ ἀκολούθου πειράματος. Εἰς δοχεῖον ἐκ λευκοσιδήρου (συνήθης τενεκὲς πετρελαίου) θέτομεν ὕδωρ καὶ βράζομεν αὐτὸ παρατεταμένως, μέχρις ὅτου ὁ ἐξερχόμενος ἀτμὸς ὕδατος παρασύρῃ τὸν ἐν αὐτῷ ὑπάρχοντα ἀέρα. Ἐὰν ἀκολούθως πωματίσωμεν καλῶς τὸ δοχεῖον καὶ περιλούσωμεν αὐτὸ διὰ ψυχροῦ ὕδατος, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ δοχεῖον παραμορφοῦται (σχ. 633). Τοῦτο δικαιολογεῖται ἐκ τοῦ ὅτι ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν ἠλαττώθη κάτω τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, ἐνῷ τὰ ἐξωτερικὰ τοιχώματα τοῦ δοχείου ὑφίστανται πίεσιν ἴσην πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν.

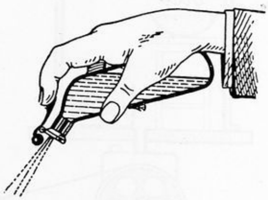
Ὁ **ἀκόρεστος ἀτμὸς** ἀκολουθεῖ τοὺς νόμους τῶν ἀερίων, τουτέστι τοὺς νόμους Boyle - Mariotte καὶ Gay - Lussac, μὲ τόσον μεγαλυτέραν προσέγγισιν, ὅσον περισσότερον ἀπέχει ἀπὸ τὴν κατάστασιν τοῦ κόρου.



Σχ. 633. Λόγῳ ἐλαττώσεως τῆς ἐντὸς τοῦ δοχείου πιέσεως, τοῦτο παραμορφοῦται.

335. Ψῦξις λόγῳ ἐξαερώσεως. Ἐφ' ὅσον ἡ ἐξαέρωσις λαμβάνει χώραν χωρὶς νὰ παρέχεται ἔξωθεν εἰς τὸ ὑγρὸν θερμότης, αὕτη συνοδεύεται ὑπὸ ψύξεως. Οὕτω, ἐὰν ἐπὶ τῆς χειρός μας τοποθετήσωμεν οἰνόπνευμα ἢ αἰθέρα, τὰ ὑγρὰ ταῦτα ἐξαερούμενα προκαλοῦν τοπικὴν ψῦξιν, χρησιμοποιεῖται δὲ τὸ φαινόμενον τοῦτο διὰ τὴν παραγωγὴν τοπικῆς ἀναισθησίας. Διὰ ταχείας ἐξαερώσεως τῆς ἀμμωνίας δυνάμεθα νὰ ψύξωμεν τὸ ὕδωρ μέχρι τοιούτου βαθμοῦ, ὥστε τοῦτο νὰ στερεοποιηθῇ. Τὴν μέθοδον ταύτην χρησιμοποιοῦμεν βιομηχανικῶς πρὸς παραγωγὴν πάγου, ὡς θὰ ἴδωμεν περαιτέρω (βλ. § 379).

Ἡ ἐν σχήματι 634 εἰκονιζομένη διάταξις χρησιμεύει εἰς τὴν Ἰατρικὴν πρὸς παραγωγὴν τοπικῆς ἀναισθησίας διὰ ψύξεως, ἡ ὁποία προκαλεῖται κατὰ τὴν ἐξαέρωσιν χλωριούχου αἰθυλίου.



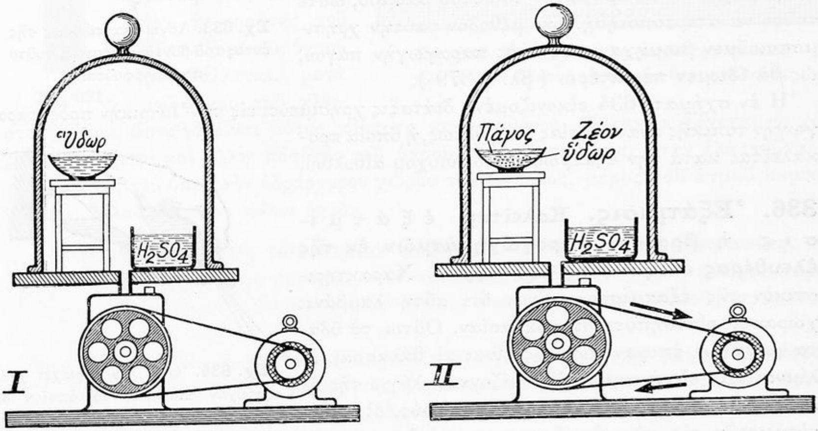
Σχ. 634. Ὁ σωλὴν περιέχει χλωριοῦχον αἰθύλιον, τὸ ὁποῖον διὰ καταλλήλου χειρισμοῦ ἐναποτίθεται ἐπὶ τῆς περιοχῆς, ὅπου θέλομεν δι' ἐξαερώσεως αὐτοῦ νὰ προκαλέσωμεν ἀναισθησίαν διὰ ψύξεως.

336. Ἐξάτμισις. Καλεῖται ἐξάτμισις ἡ βραδεῖα παραγωγὴ ἀτμῶν ἐκ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Χαρακτηριστικὸν τῆς ἐξατμίσεως εἶναι ὅτι αὕτη λαμβάνει χώραν εἰς οἱανδήποτε θερμοκρασίαν. Οὕτω, τὰ ὕδατα μεγάλων ἐπιφανειῶν, ὡς εἶναι αἱ θάλασσαι, αἱ λίμναι καὶ οἱ ποταμοί, ἐξατμίζονται λόγῳ τῆς ἡλιακῆς θερμότητος, ἀναδίδουν δὲ ἀτμούς, οἱ ὁποῖοι εἰσχωροῦν εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν καὶ δημιουργοῦν οὕτω τὰ νέφη, τὰ ὁποῖα μετατρέπονται εἰς βροχὴν καὶ πίπτουν ἐκ νέου ἐπὶ τῆς Γῆς, διὰ νὰ ἐξατμισθοῦν πάλιν κ.ο.κ. Τὸ μαγειρικὸν ἅλας λαμβάνεται δι' ἐξατμίσεως θαλασσίου ὕδατος εἰσαγομένου ἐντὸς εὐρυτάτων δεξαμενῶν, τῶν καλουμένων ἁλυκῶν.

Ἐξ ἄλλου, ὅταν ἐν καιρῷ θέρους θερμαινώμεθα ἢ ὅταν θερμαινώμεθα λόγῳ κουραστικῆς ἐργασίας, ἡ θερμοκρασία τοῦ αἵματος δὲν αὐξάνεται, διότι ἐπὶ τοῦ δέρματος ἀναφαίνεται αὐτομάτως ἱδρὼς ἤ, ὡς συνήθως λέγομεν, ὑφιστάμεθα ἐφίδρωσιν, ἡ δὲ ἐξάτμισις τοῦ ἱδρῶτος ἀπαιτεῖ θερμότητα, ἡ ὁποία παραλαμβάνεται ἐκ τοῦ σώματος, οὕτω δὲ ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος παραμένει σταθερά. Ἐὰν ὅμως ἄνθρωπος ἱδρωμένος ἐκτίθεται εἰς ρεῦμα ἀέρος, τότε ἡ ἐξάτμισις τοῦ ἱδρῶτος γίνεται πολὺ ἐντόνως, τοῦτο δὲ ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τὴν ἀπότομον ψῦξιν τοῦ σώματος, ἡ ὁποία ἐπιφέρει κρυολόγημα. Διὰ τὸν αὐτὸν ἐπίσης λόγον εἶναι πολὺ ἐπικίνδυνον νὰ ἐκτιθέμεθα εἰς ρεῦμα ἀέρος φέροντες ὑγρὰ ἐνδύματα.

Σχ. 635. Ψῦξις δι' ἐξατμίσεως.

Ὅταν κύων ἵσταται ἀσθμαίνων ἐπὶ τοῦ ἐδάφους μὲ τὴν γλῶσσαν ἔξω (σχ. 635), χρησιμοποιεῖ ἐξ ἐνστίκτου τὸ ἀνωτέρω περιγραφὲν φαινόμενον. Πράγματι, ὅταν ὁ κύων ἀσθμαίνῃ, δημιουργεῖ ρεῦμα ἀέρος, τὸ ὁποῖον οὕτω παρασύρει τὸν δι' ὑδρατμῶν κεκορεσμένον ἀέρα ἐντὸς τῆς στοματικῆς κοιλότητος καὶ προκαλεῖ τὴν ἀντικατάστασιν αὐτοῦ ὑπὸ ξηροτέρου ἀέρος, διευκολύνοντος τὴν ἐξάτμισιν.



Σχ. 636. Κατὰ τὴν ἄντλησιν τοῦ ἀέρος παρατηροῦμεν βρασμὸν τοῦ ὕδατος μὲ σύγχρονον πῆξιν αὐτοῦ.

Ἐν γένει πᾶσα ἐξ οἱασδήποτε αἰτίας ταχεῖα ἐξάτμισις προκαλεῖ ταχεῖαν πτῶσιν τῆς θερμοκρασίας. Τοῦτο δεικνύεται διὰ τοῦ ἀκολούθου πειράματος :

Ὑπὸ τὸν κώδωνα ἀεραντλίας θέτομεν δύο εὐρέα δοχεῖα, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ ἓν περιέχει πυκνὸν θειικὸν ὀξὺ (H_2SO_4) καὶ τὸ ἄλλο ὕδωρ (σχ. 636).᾿Εὰν διὰ τῆς ἀντλίας ἀφαιροῦμεν ἀέρα, τότε λόγῳ τῆς ἐλαττώσεως τῆς πιέσεως ἐπέρχεται στιγμή, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ ὕδωρ ἀρχίζει νὰ βράζῃ. Τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται διὰ νὰ μεταβληθῇ ποσότης ἐκ τοῦ ὕδατος εἰς ὑδρατμόν, παρέχεται ὑπὸ τῆς ὑπολοίπου μάζης τοῦ ὕδατος, ἡ ὁποία ψύχεται μέχρι τοιούτου βαθμοῦ, ὥστε νὰ μεταβληθῇ εἰς πάγον. Οὕτω μετ' ὀλίγον βλέπομεν ὅτι τὸ ὕδωρ ταυτοχρόνως βράζει καὶ πήγνυται. Τὸ θειικὸν ὀξὺ χρησιμεύει διὰ νὰ ἀπορροφᾷ τοὺς ὑδρατμοὺς εὐθὺς ὡς παράγονται οὗτοι, διότι ἄλλως ἡ παρουσία τῶν ὑδρατμῶν θὰ παρημπόδιζε τὸν σχηματισμὸν τοῦ ἀναγκαιοῦντος ἐπαρκοῦς κενοῦ.

337. Ταχύτης ἐξατμίσεως. Ὅλα τὰ ὑγρὰ ἐν γένει ἐξατμίζονται, ἐκεῖνα ὅμως τὰ ὁποῖα δεικνύουν ταχεῖαν ἐξάτμισιν καλοῦνται « **πτητικὰ ὑγρά** », ὡς εἶναι π.χ. ὁ αἰθήρ, τὸ οἰνόπνευμα κλπ. Ὑπάρχουν ὅμως καὶ ὡρισμένα ὑγρά, τὰ ὁποῖα δὲν ἀναδίδουν ἀτμοὺς εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν, ὡς π.χ. τὸ θειικὸν ὀξύ, τὸ ἔλαιον κλπ.

᾿Ονομάζομεν ταχύτητα ἐξατμίσεως τὴν μᾶζαν τοῦ ἐξαερουμένου ὑγροῦ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου.

Ἡ ταχύτης τῆς ἐξατμίσεως εἶναι τόσον μεγαλυτέρα : 1) Ὅσον ἡ ἔκτασις τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ εἶναι μεγαλυτέρα. Οὕτω, ὕδωρ τεθὲν ἐντὸς λεκάνης εὐρείας ἐξατμίζεται ταχύτερον ἢ ἐὰν τεθῇ ἐντὸς φιάλης.

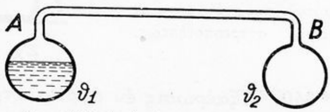
2) Ὅσον ἡ θερμοκρασία εἶναι μεγαλυτέρα, καὶ δὴ ὅσον ἡ θερμοκρασία πλησιάζει πρὸς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ βρασμοῦ.

3) Ὅσον ἡ περιβάλλουσα ἀτμόσφαιρα εἶναι πτωχοτέρα εἰς ἀτμούς. Ὅταν ἡ περιβάλλουσα ἀτμόσφαιρα ἀπέχῃ πολὺ ἀπὸ τὴν κατάστασιν κόρου, τὸ ὑγρὸν ἐξατμίζεται ταχέως.

Ἕνεκα τούτου, ὅταν ὁ περιβάλλων τὸ ὕδωρ ἀὴρ εἶναι ξηρὸς ἢ ἀνανεοῦται, ἡ ἐξάτμισις ἐπιταχύνεται. Ὑφάσματα διαβραχέντα ξηραίνονται ταχέως, ὅταν πνέῃ ἄνεμος ξηρός.

4) Ὅσον ἡ ἐπιφερομένη πίεσις ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ εἶναι μικρά.

Αἱ μεγάλαι πιέσεις ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ ἐλαττώνουν τὴν ταχύτητα ἐξατμίσεώς του, ἐνῷ εἰς τὸ κενόν, π.χ. τοῦ βαρομετρικοῦ σωλῆνος, ἡ ἐξάτμισις τοῦ αἰθέρος ἢ οἰνοπνεύματος, ὡς εἴδομεν (βλ. § 334), γίνεται ἀκαριαίως. Εἰς ἕνα κλειστὸν χῶρον ἡ ἐξάμτισις τοῦ ὑγροῦ καταπαύει, ὅταν ὁ χῶρος κορεσθῇ μὲ ἀτμὸν τοῦ ὑγροῦ.



Σχ. 637. Διὰ τὴν ἀρχὴν τῆς ψυχρᾶς παρειᾶς.

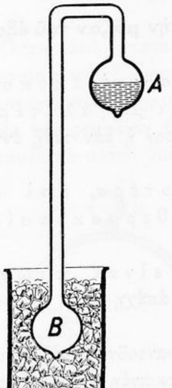
338. ᾿Εφαρμογή. ᾿Αρχὴ τῆς ψυχρᾶς παρειᾶς. Εἰς τὴν ὑαλίνην συσκευὴν τοῦ σχήματος 637 τίθεται εἰς τὸ δοχεῖον Α ὕδωρ, ἐνῷ εἰς τὸ Β ὑπάρχουν μόνον ὑδρατμοί. ᾿Εὰν τὸ δοχεῖον Α τηρῆται εἰς θερμοκρασίαν θ_1, μεγαλυτέραν τῆς θερμοκρασίας

θ_2 ἐν τῷ δοχείῳ Β, τότε ἰσορροπία δὲν δύναται νὰ ὑπάρξῃ, διότι ἡ μεγίστη τάσις τῶν ἀτμῶν εἰς Α εἶναι μεγαλυτέρα ἢ εἰς Β, οὕτω δὲ τὸ ὑγρὸν ἐξαερούμενον μεταβιβάζεται ἐκ τοῦ Α εἰς τὸ Β, ὅπου ἐκ νέου ὑγροποιεῖται.

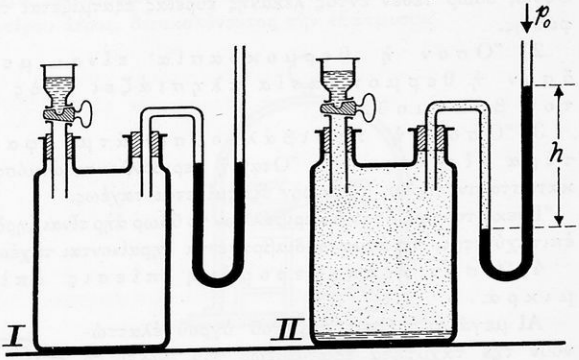
Οὕτω συνάγομεν ὅτι, **« ὅταν ἀτμὸς εὑρίσκεται ἐντὸς δοχείου εἰς ἐπαφὴν πρὸς τὸ ὑγρόν του, δὲν ἐπικρατῇ δὲ ἡ ἰδία θερμοκρασία εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ δοχείου, ἡ μεγίστη τάσις τοῦ ἀτμοῦ ἐντὸς αὐτοῦ εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς ταπεινοτέραν θερμοκρασίαν ».**

Ἡ ἀρχὴ τῆς ψυχρᾶς παρειᾶς ἤ, ἄλλως, ἀρχὴ τοῦ Watt, εὑρίσκει ἐφαρμογὰς εἰς τὰς ἀποστάξεις (βλ. § 348) καὶ ἰδιαιτέρως εἰς τὰς ἀτμομηχανάς, πρὸς ἐλάττωσιν τῆς πιέσεως καὶ ὑγροποίησιν τῶν ἀτμῶν (ψυγεῖα).

***339. Κρυοφόρον.** Ἡ διάταξις αὐτὴ πραγματοποιεῖται ὑπὸ τῆς ἐν σχ. 638 συσκευῆς ἐξ ὑάλου, ἡ ὁποία περιέχει ὕδωρ καὶ ὑδρατμούς. Ἐν ἀρχῇ μεταβιβάζομεν ὅλην τὴν ποσότητα τοῦ ὕδατος εἰς τὸ ἀνώτερον δοχεῖον Α, τὸ δὲ κατώτερον Β περιβάλλομεν διὰ ψυκτικοῦ μείγματος. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀνωτέρω ἀρχήν, ἰσορροπία δὲν δύναται νὰ ὑπάρξῃ, ἀλλὰ τὸ ὕδωρ ἐκ τοῦ ἀνωτέρου δοχείου ἐξαερούμενον φέρεται πρὸς τὸ κατώτερον. Ἐπειδὴ ὅμως εἰς τὸ ἀνώτερον δοχεῖον δὲν προσφέρεται ἔξωθεν θερμότης, τὸ ἐν αὐτῷ ὕδωρ ψύχεται λόγῳ τῆς ἐξαερώσεως, ἐπέρχεται δὲ στιγμὴ καθ' ἣν τοῦτο στερεοποιεῖται.



Σχ. 638. Τὸ ὕδωρ εἰς Α, λόγῳ ἀποστάξεως αὐτοῦ πρὸς Β, ψύχεται μέχρι στερεοποιήσεως.



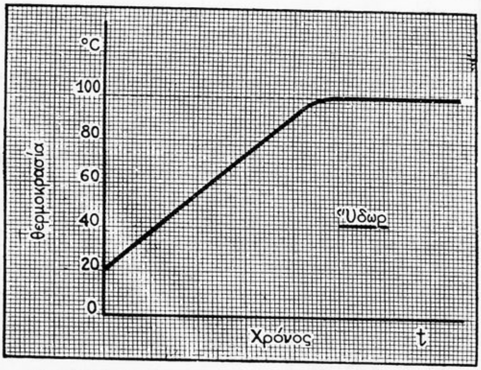
Σχ. 639. Ἐξαέρωσις παρουσίᾳ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος.

***340. Ἐξαέρωσις ἐν ἀερίῳ ἀτμοσφαίρᾳ.** Τὸ φαινόμενον τοῦτο δεικνύεται διὰ τῆς ἐν σχ. 639 εἰκονιζομένης διατάξεως. Ἐὰν διὰ τῆς ἄνωθεν ὑπαρχούσης στρόφιγγος ἀφήνωμεν νὰ εἰσχωρῇ ἐντὸς τοῦ δοχείου ὑγρόν, π.χ. αἰθέρα, ὕδωρ, οἰνόπνευμα, κατὰ σταγόνας, παρατηροῦμεν ὅτι τοῦτο ἐξαεροῦται, ὄχι ὅμως ἀκαριαίως ὡς εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ἐξαερώσεως ἐν τῷ κενῷ, ἀλλὰ βραδέως, λόγῳ τῆς παρουσίας τοῦ ἄλλου ἀερίου, δηλ. τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, ἐνῷ ἐξ ἄλλου διὰ τοῦ μανομέτρου παρατηροῦμεν ὅτι ἡ πίεσις βαίνει συνεχῶς αὐξανομένη. Ὅταν ἐντὸς τῆς φιάλης σχηματισθοῦν κεκορεσμένοι ἀτμοί, καὶ τοῦτο καταφαίνεται ἐκ τῆς παρουσίας ὑγροῦ εἰς τὸν πυθμένα τῆς φιάλης, ἡ πίεσις τοῦ ἐντὸς τῆς φιάλης μείγματος εἶναι ἴση πρὸς $p_0 + h$, ἔνθα p_0 ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις καὶ h ἡ μεγίστη τάσις τοῦ ἀτμοῦ ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ πειράματος.

Συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τοῦ Dalton, ἡ συνολικὴ πίεσις ἐντὸς τοῦ δοχείου, ἐφ' ὅσον δὲν ἔχει ἀποκατασταθῆ κατάστασις κόρου, ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν μερικῶν πιέσεων, τὰς ὁποίας θὰ εἶχεν ἕκαστον ἀέριον τοῦ μείγματος, ἐὰν μόνον του κατελάμβανεν ὁλόκληρον τὸν ὄγκον τοῦ μείγματος (§ 223). Ὅταν ὅμως ὁ χῶρος τοῦ δοχείου εἶναι κεκορεσμένος ἀτμῶν, τοῦτο δὲ ἀναγνωρίζομεν ὅταν σταγὼν ὑγροῦ εἰσαγομένη ἐν τῷ δοχείῳ δὲν ὑφίσταται ἐξαέρωσιν, ἡ μεγίστη τάσις τοῦ ἀτμοῦ εἶναι περίπου ἡ αὐτὴ ὡς εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ἐξαερώσεως ἐν τῷ κενῷ, ἡ δὲ συνολικὴ πίεσις ἰσοῦται πρὸς τὴν πίεσιν τὴν ὁποίαν ἔχει τὸ ἀέριον ἐν τῷ δοχείῳ, ηὐξημένην κατὰ τὴν μεγίστην τάσιν τοῦ ἀτμοῦ τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ πειράματος.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι κατὰ τὴν ἐξαέρωσιν ἑνὸς ὑγροῦ, ἐντὸς χώρου ὁ ὁποῖος περιέχει καὶ ἄλλα ἀέρια, ἡ τάσις τοῦ ἀτμοῦ εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν παρουσίαν τῶν ἄλλων ἀερίων ἢ ἀτμῶν.

341. Βρασμός. Ὅταν θερμαίνωμεν ὑγρὸν ἐντὸς ἀνοικτοῦ δοχείου, π.χ. ὕδωρ ἐν ποτηρίῳ ζέσεως, βλέπομεν ὅτι ἐν ἀρχῇ ἀναφαίνονται μικραὶ φυσαλίδες ὀφειλόμεναι εἰς τὸν ἐντὸς τοῦ ὕδατος διαλελυμένον ἀέρα, ὁ ὁποῖος διὰ τῆς θερμάνσεως ἐκλύεται. Ἀκολούθως ἀναφαίνονται μικραὶ φυσαλίδες ἀτμοῦ, αἱ ὁποῖαι, φερόμεναι πρὸς τὰ ἄνω, συναντοῦν ψυχρότερα στρώματα τοῦ ὕδατος καὶ ὑγροποιοῦνται, εἰς τοῦτο δὲ ὀφείλεται ὁ χαρακτηριστικὸς συριγμὸς (σιγμὸς) τοῦ ὕδατος, ὁ ὁποῖος πάντοτε προηγεῖται τοῦ φαινομένου τοῦ βρασμοῦ. Τέλος παρατηρεῖται ἀνάπτυξις μεγαλυτέρων φυσαλίδων ἀτμοῦ ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ, αἱ ὁποῖαι ἀνέρχονται πρὸς τὰ ἄνω καὶ φθάνουν μέχρι τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ὅπου διαρρηγνύονται. Ἀπὸ τῆς στιγμῆς ταύτης λέγομεν ὅτι ἄρχεται τὸ φ α ι ν ό μ ε ν ο ν τ ο ῦ β ρ α σ μ ο ῦ, τὸ ὁποῖον συνίσταται εἰς τὴν ταχεῖαν ἐξαέρωσιν συνοδευομένην ἀπὸ ἀθρόαν ἀνάπτυξιν φυσαλίδων ἀτμοῦ καθ' ὅλην τὴν μᾶζαν τοῦ ὑγροῦ.



Σχ. 640. Ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ βρασμοῦ παραμένει σταθερά.

Ἐὰν ἐντὸς τοῦ δοχείου τοῦ ὕδατος τοποθετήσωμεν θερμόμετρον, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἀρχικῶς ἡ θερμοκρασία του ἀνέρχεται. Ὅταν ἡ θερμοκρασία του φθάσῃ τοὺς 100 °C, τότε πλέον αὕτη παραμένει σταθερά. Τὴν σταθερὰν ταύτην θερμοκρασίαν καλοῦμεν **« σημεῖον ζέσεως »** τοῦ ὕδατος. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν νὰ προσφέρωμεν θερμότητα, ἡ θερμοκρασία του δὲν ἀνυψοῦται, ὡς δεικνύει ἡ καμπύλη 640, ἀλλ' ἁπλῶς συντελεῖ εἰς τὴν ἐξαέρωσιν τοῦ ὕδατος.

Νόμοι τοῦ βρασμοῦ. Τὸ φαινόμενον τοῦ βρασμοῦ ἀκολουθεῖ τοὺς ἑξῆς νόμους:

1. - Ὁ βρασμὸς ἑνὸς ὑγροῦ ἄρχεται πάντοτε εἰς ὡρισμένην θερμοκρασίαν, ἡ ὁποία ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ὑγροῦ.

2.- Ὅταν ὑγρὸν βράζῃ, ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ παραμένει σταθερὰ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τοῦ βρασμοῦ, ἐφ' ὅσον ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις παραμένει σταθερά.

3.- Τὸ σημεῖον ζέσεως ἑνὸς ὑγροῦ αὐξάνεται ἢ ἐλαττοῦται, ὅταν αὐξάνεται ἢ ἐλαττοῦται ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις.

4.- Ὅταν ὑγρὸν βράζῃ, ἡ τάσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ ὑγροῦ εἶναι ἴση μὲ τὴν ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ἐπικρατοῦσαν ἐξωτερικὴν πίεσιν.

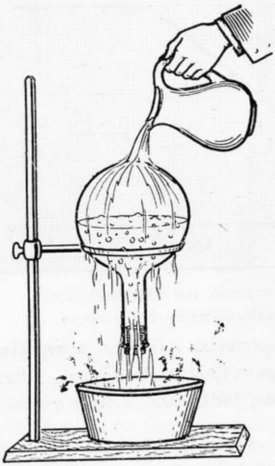
Ἡ θερμοκρασία βρασμοῦ εἶναι χαρακτηριστικὸν μέγεθος ἑκάστου σώματος. Ἐπειδὴ ὅμως αὕτη ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἔξωθεν ἐπιφερομένης πιέσεως, ἐκφράζομεν πάντοτε τὸ σημεῖον ζέσεως ὑγροῦ ὡς πρὸς κανονικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἤτοι 760 Torr, καλοῦμεν δὲ τοῦτο « **κανονικὸν σημεῖον ζέσεως** ».

Ὡς εἴδομεν ἀνωτέρω, τὸ ὕδωρ βράζει εἰς 100 °C, εἰς θερμοκρασίαν ὅμως κάτω τῶν 100 °C δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ δημιουργηθοῦν φυσαλίδες ὑδρατμῶν, διότι, ἐὰν ἔστω δημιουργηθῇ μιὰ τοιαύτη φυσαλίς, δὲν θὰ ἠδύνατο νὰ παραμείνῃ, καθότι ἡ πίεσις τῶν ἐντὸς αὐτῆς ἀτμῶν, οἱ ὁποῖοι εἶναι κεκορεσμένοι, θὰ ἦτο μικροτέρα τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεώς της καί, ὡς ἐκ τούτου, ἡ φυσαλὶς θὰ συνεπιέζετο καὶ θὰ κατεστρέφετο.

Παραδείγματα σημείου ζέσεως εἰς °C ὑπὸ πίεσιν 760 Torr.					
Ἥλιον (ὑγρὸν) ...	—269	Ὕδωρ	100	Ὑδράργυρος	357
Αἰθὴρ	35	Βενζίνη	50 - 120	Σίδηρος	3 000
Οἰνόπνευμα.......	78	Πετρέλαιον	200	Βολφράμιον	5 900

342. Μεταβολὴ τοῦ σημείου ζέσεως μετὰ τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως.

Τὸ ὕδωρ ὑπὸ πίεσιν 760 Torr βράζει εἰς 100 °C, ἐνῷ ὑπὸ πίεσιν 733,4 Torr βράζει εἰς 99 °C καὶ ὑπὸ πίεσιν 786,2 Torr βράζει εἰς 101 °C. Ἐν γένει αὔξησις τῆς πιέσεως ἐπιφέρει αὔξησιν τοῦ σημείου ζέσεως, τὸ ἀντίθετον δὲ συμβαίνει, ὅταν ἡ πίεσις ἐλαττοῦται. Τοῦτο εἶναι ἄμεσος συνέπεια τοῦ τετάρτου νόμου τοῦ βρασμοῦ.

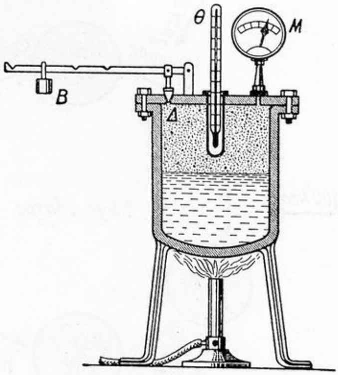


Σχ. 641. Ἐπίδρασις τῆς πιέσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας τοῦ βρασμοῦ.

Τὴν ταπείνωσιν τοῦ σημείου ζέσεως δι' ἐλαττώσεως τῆς ἐπιφερομένης ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ πιέσεως δεικνύομεν διὰ τῆς ἐν σχήματι 641 διατάξεως. Τὸ ἐν τῇ φιάλῃ ὕδωρ βράζομεν παρατεταμένως πρὸς ἐκδίωξιν τοῦ ἀέρος καὶ ἀκολούθως κλείομεν τὴν φιάλην ἀεροστεγῶς δι' ἐλαστικοῦ πώματος καὶ ἀναστρέφομεν αὐτήν. Ἄνωθεν τοῦ ὑγροῦ δὲν ὑφίστανται παρὰ μόνον ἀτμοί του, ἡ δὲ πίεσις ἰσοῦται πρὸς τὴν μεγίστην τάσιν αὐτῶν. Ἐὰν ψύχωμεν κατὰ τὸ ἄνω μέρος τὸ δοχεῖον, ἡ μεγίστη τάσις τῶν ἀτμῶν ἐλαττοῦται, μέρος τῶν ἀτμῶν ὑγροποιεῖται, ἡ πίεσις γίνεται μικροτέρα καὶ οὕτω βλέπομεν, ὅτι τὸ ὑγρὸν ἀρχίζει ἐκ νέου νὰ βράζῃ. Ἐξ ἄλλου, ὕδωρ τιθέμενον ὑπὸ τὸν κώδωνα ἀεραντλίας δύναται νὰ βράσῃ εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν, ὅταν ἡ πίεσις ἐλαττωθῇ σημαντικῶς.

343. Χύτρα Papin (Παπέν). Αὐτὴ ἀποτελεῖ τὴν ἀρχὴν τῶν ἀτμολεβήτων καὶ εἰκονίζεται εἰς τὸ σχῆμα 642. Ὁ βραστὴρ ἀποτελεῖται ἐκ δοχείου μεταλλικοῦ μὲ παχέα ἀνθεκτικὰ τοιχώματα καὶ κλείεται ἀεροστεγῶς διὰ πώματος φέροντος ἀσφαλιστικὴν δικλεῖδα Δ, ὀπὴν διὰ τὴν εἰσδοχὴν θερμομέτρου Θ καὶ ἑτέραν ὀπὴν συγκοινωνοῦσαν πρὸς μανόμετρον Μ.

Διὰ τῆς συσκευῆς ταύτης δυνάμεθα νὰ θερμάνωμεν τὸ ὕδωρ ἄνω τῆς θερμοκρασίας τῶν 100 °C, χωρὶς τοῦτο νὰ βράσῃ. Πράγματι, ἐφ' ὅσον τὸ δοχεῖον κλείεται ἀεροστεγῶς, εἶναι φανερὸν ὅτι τὸ ὕδωρ θὰ εὑρίσκεται ὑπὸ τὴν πίεσιν τοῦ ἀτμοῦ του καὶ τοῦ ἀέρος ἐν τῷ δοχείῳ, ἐπομένως ἡ συνολικὴ ἐπ' αὐτοῦ πίεσις εἰς πᾶσαν θερμοκρασίαν εἶναι πάντοτε ἀνωτέρα τῆς μεγίστης τάσεως τοῦ ἀτμοῦ, οὕτω δέ, συμφώνως πρὸς τὸν τρίτον νόμον τοῦ βρασμοῦ, τὸ ὕδωρ ἐν τῷ δοχείῳ εἶναι ἀδύνατον νὰ βράσῃ. Ἡ ἀσφαλιστικὴ δικλεὶς ρυθμίζεται διὰ μετακινήσεως τοῦ βάρους Β, ὥστε νὰ ἀνοίγῃ εἰς ὡρισμένην πίεσιν. Διὰ τῆς διατάξεως ταύτης ἐπιτυγχάνομεν εἰς τοὺς λέβητας τὴν αὔξησιν τῆς πιέσεως τοῦ ἀτμοῦ δι' αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος. Ὅταν δὲ ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ καταστῇ ἱκανὴ νὰ ἀνοίξῃ τὴν δικλεῖδα, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ πίεσις ἐλαττοῦται ἀποτόμως, ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος κατέρχεται καὶ τὸ ὕδωρ ἀναβράζει βιαίως.



Σχ. 642. Χύτρα Papin.

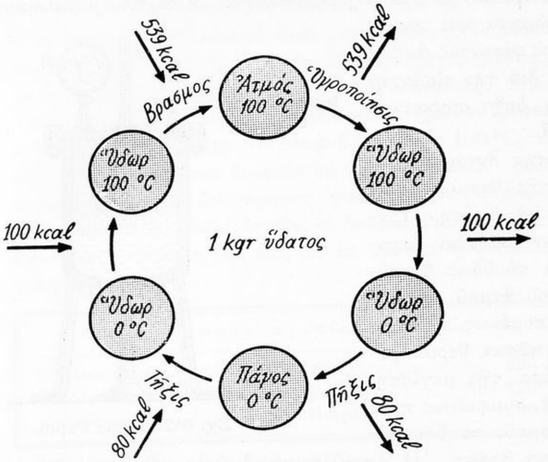
Ἐφαρμογὴ τῆς χύτρας Papin εἶναι τὰ δοχεῖα τὰ καλούμενα αὐτόκλειστα, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται εἰς ἐργαστήρια, ἐργοστάσια καὶ εἰς νοσοκομεῖα, διὰ τὴν ἀποστείρωσιν ἐργαλείων κλπ. Ἐπίσης ἐφαρμογὴν ἔχομεν εἰς τὰς χύτρας πιέσεως, διὰ τὴν μαγειρικὴν τῶν φαγητῶν, ὅπου ἡ παρασκευὴ τῶν φαγητῶν γίνεται πολὺ ταχύτερον ἀπὸ τὰ συνήθη μαγειρικὰ σκεύη.

344. Θερμότης ἐξαερώσεως. Κατὰ τὴν ἐξαέρωσιν, κατὰ τὴν μετάβασιν δηλ. ἑνὸς σώματος ἀπὸ τῆς ὑγρᾶς εἰς τὴν ἀέριον κατάστασιν, καταναλίσκεται θερμότης.

Καλοῦμεν θερμότητα ἐξαερώσεως (L) ἑνὸς ὑγροῦ τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται ἵνα 1 gr τοῦ ὑγροῦ σταθερᾶς θερμοκρασίας μεταβληθῇ εἰς ἀτμὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας.

Ἡ θερμότης ἐξαερώσεως μετρεῖται εἰς cal/gr. Οὕτω, διὰ τὸ ὕδωρ ὑπὸ πίεσιν 760 Torr (1 Atm) ἡ θερμοκρασία βρασμοῦ του εἶναι 100 °C καί, ἐπομένως, ἡ θερμότης ἐξαερώσεως τοῦ ὕδατος εἰς 100 °C εἶναι τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται ὅπως 1 gr ὕδατος 100 °C μεταβληθῇ εἰς ἀτμὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας (100 °C).

Ἐκ μετρήσεων καθωρίσθη ὅτι ἡ θερμότης ἐξαερώσεως τοῦ ὕδατος εἰς 100 °C εἶναι ἴση πρὸς 540 cal/gr (ἀκριβέστερον 539 cal/gr). Τοῦτο σημαίνει ὅτι, διὰ νὰ μετατραπῇ 1 gr ὕδατος θερμοκρασίας 100 °C εἰς ἀτμὸν 100 °C, ἀπαιτοῦνται 540 θερμίδες.



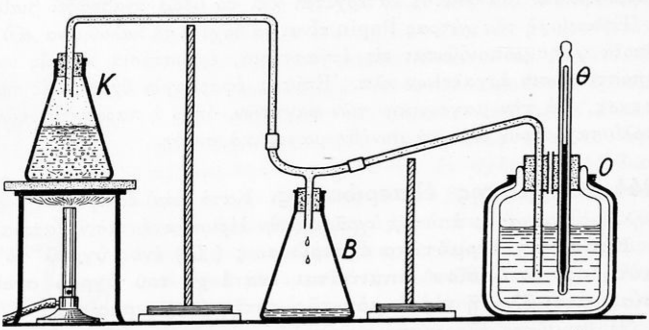
Σχ. 643. Ἀλληλοδιαδοχικὴ μεταβολὴ καταστάσεων τοῦ ὕδατος μετὰ τῶν ἀντιστοίχων ποσῶν θερμότητος.

Ἐφ' ὅσον διὰ τὴν ἐξαέρωσιν ὑγροῦ μάζης 1 gr ἀπαιτεῖται θερμότης ἴση πρὸς L, διὰ τὴν ἐξαέρωσιν ὑγροῦ μάζης m gr, πρέπει νὰ προσφέρωμεν εἰς αὐτὸ θερμότητα Q ἴσην πρός :

$$Q = L \cdot m$$

Ὅπως δὲ διὰ νὰ μετατραπῇ 1 gr ὑγροῦ τινος εἰς ἀτμὸν πρέπει τὸ ὑγρὸν νὰ προσλάβῃ θερμότητα ἴσην πρὸς τὴν θερμότητα ἐξαερώσεως, τὴν αὐτὴν ἀκριβῶς θερμότητα δέον νὰ ἀποδώσῃ 1 gr ἀτμοῦ διὰ νὰ μετατραπῇ εἰς ὑγρόν, ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. Οὕτω 1 gr ὑδρατμῶν, θερμοκρασίας 100 °C, διὰ νὰ μετατραπῇ εἰς ὕδωρ τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας, δέον νὰ ἀποδώσῃ θερμότητα ἴσην πρὸς 540 θερμίδας.

Ἐπειδή, ὅταν τὸ ὑγρὸν βράζῃ, ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ διατηρεῖται σταθερὰ καὶ ἑ π ο μ έ ν ω ς τὸ προσφερόμενον ἔξωθεν ποσὸν θερμότητος δὲν ἐπιδρᾷ ἐπὶ τοῦ θερμομέτρου, ἡ θερμότης ἐξαερώσεως καλεῖται πολλάκις καὶ **λανθάνουσα θερμότης ἐξαερώσεως.**



Σχ. 644. Συσκευὴ μετρήσεως τῆς θερμότητος ἐξαερώσεως τοῦ ὕδατος.

Τὸ σχῆμα 643 εἶναι μία παραστατικὴ εἰκὼν μεταβολῆς τοῦ ὕδατος ἀπὸ μιᾶς καταστάσεως εἰς ἄλλην καὶ μὲ τελικὸν στάδιον τὴν ἀρχικὴν κατάστασιν (κυκλικὴ μεταβολή).

* Ἡ λανθάνουσα θερμότης ἐξαερώσεως μετρεῖται διὰ τῆς ἐν σχήματι 644 συσκευῆς, διὰ τῆς ὁποίας εὐκόλως δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν τὴν θερμότητα ἐξαερώσεως τοῦ ὕδατος.

Εἰς τὴν συσκευὴν ὁ εἰς Κ παραγόμενος ἀτμὸς ὕδατος εἰσχωρεῖ μέσῳ τοῦ ἀπαγωγοῦ σωλῆνος εἰς τὸ ὕδωρ τοῦ θερμιδομέτρου Ο, ὅπου ὑγροποιούμενος ἀποδίδει θερμότητα, ἐξ ἧς ἀνυψοῦται ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος. Εἰς Β συλλέγονται οἱ τυχὸν κατὰ τὴν μεταβίβασιν ὑγροποιούμενοι ὑδρατμοί.

Οὕτω, ἐὰν διὰ m καλέσωμεν τὴν μᾶζαν τῶν ὑγροποιηθέντων ἀτμῶν, διὰ L τὴν θερμότητα ἐξαερώσεως, διὰ c τὴν εἰδικὴν θερμότητα τοῦ ἐξεταζομένου ὑγροῦ (ὕδατος), τότε ἡ ἀποδοθεῖσα θερμόρτης Q_1 εἰς τὸ θερμιδόμετρον θὰ ἰσοῦται πρός :

$$Q_1 = L \cdot m + c \cdot m\ (\theta_\zeta - \theta_\tau)$$

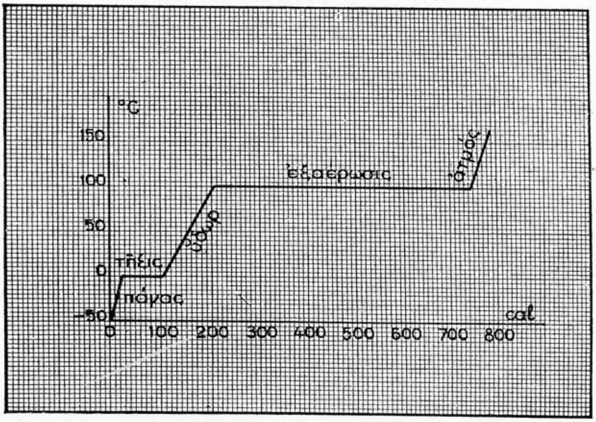
ὅπου θ_ζ εἶναι τὸ κανονικὸν σημεῖον ζέσεως τοῦ ὑγροῦ καὶ θ_τ ἡ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ θερμιδομέτρου. Ἡ θερμότης αὕτη θὰ εἶναι ἴση ἀκριβῶς πρὸς τὴν θερμότητα Q_2, τὴν ὁποίαν προσέλαβε τὸ θερμιδόμετρον Ο καὶ ἡ ὁποία εἶναι ἴση πρός :

$$Q_2 = K\ (\theta_\tau - \theta_\alpha)$$

ὅπου Κ ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ θερμιδομέτρου καὶ θ_α ἡ ἀρχικὴ θερμοκρασία αὐτοῦ. Δι' ἐξισώσεως τῶν δύο θερμοτήτων Q_1 καὶ Q_2, εὑρίσκομεν τὴν ζητουμένην θερμότητα ἐξαερώσεως L.

***345. Συνδεδυασμένη σπουδὴ τήξεως καὶ βρασμοῦ.** Ἡ καμπύλη τοῦ σχήματος 645 δεικνύει τὴν μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας τεμαχίου πάγου, τὸ ὁποῖον θερμαίνομεν. Ἐν ἀρχῇ τήκεται πρὸς ὕδωρ καὶ ἀκολούθως τὸ ὕδωρ διὰ βρασμοῦ ἐξαεροῦται καὶ μετατρέπεται εἰς ἀτμόν.

Ὁ πάγος λαμβάνεται εἰς θερμοκρασίαν —50 °C, ὅτε διὰ θερμάνσεως αὐτοῦ αὐξάνεται μέχρι τοῦ μηδενός, ὁπότε ἄρχεται οὗτος τηκόμενος. Καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς τήξεως, μολονότι προσδίδομεν ἔξω θερμότητα, ἡ θερμοκρασία διατηρεῖται σταθερὰ εἰς 0 °C, μέχρις ὁλοκληρωτικῆς τήξεως τοῦ πάγου. Ἀκολούθως, τοῦ ὕδατος θερμαινομένου, ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ αὐξάνεται μέχρις ὅτου ἀρχίσῃ ὁ βρασμὸς καί, ἀπὸ τῆς στιγμῆς ταύτης, καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς ἐξαερώσεως διὰ βρασμοῦ, μολονότι προσδίδομεν ἔξωθεν θερμότητα, ἡ θερμοκρασία διατηρεῖται σταθερὰ μέχρις ὁλοκληρωτικῆς μεταβολῆς τοῦ ὕδατος εἰς ἀτμόν. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν θερμαίνοντες τὸν ἀτμόν, ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ αὐξάνεται.



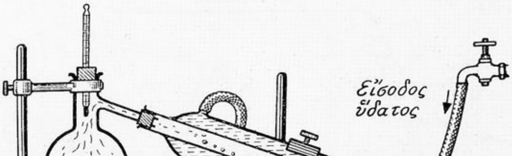
Σχ. 645. Γραφικὸν διάγραμμα μεταβολῆς τῆς καταστάσεως 1 gr πάγου ἀρχομένης ἀπὸ —50 °C, διὰ τοῦ ὁποίου δεικνύεται ἡ θερμότης τήξεως καὶ ἡ θερμότης ἐξαερώσεως.

Εἰς τὸ διάγραμμα (σχ. 645), εἰς τὸν ὁριζόντιον ἄξονα ἀναφέρεται τὸ προσδιδόμενον ποσὸν θερμότητος εἰς θερμίδας (cal), ἐνῷ εἰς τὴν κατακόρυφον αἱ ἀντίστοιχοι θερμοκρασίαι. Αἱ λανθάνουσαι θερμότητες τήξεως καὶ ἐξαερώσεως καθορίζονται ὑπὸ τῶν μηκῶν τῶν τμημάτων τῆς παραστατικῆς καμπύλης, τὰ ὁποῖα εἶναι παράλληλα πρὸς τὸν ἄξονα τῶν θερμίδων, ὅταν εἶναι γνωστὴ ἡ μᾶζα τοῦ ἀρχικοῦ τεμαχίου πάγου. Ἐκ τοῦ αὐτοῦ σχήματος ἐπίσης δεικνύεται, ὅτι ἡ θερμότης τήξεως εἶναι κατὰ πολὺ μικροτέρα τῆς θερμότητος ἐξαερώσεως.

346. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν ἐξαέρωσιν. Ἡ πυκνότης τοῦ ἀτμοῦ ὑγροῦ τινος εἶναι ἐν γένει κατὰ πολὺ μικροτέρα τῆς πυκνότητός του ὡς ὑγροῦ. Οὕτω, ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἰς 100 ^{0}C εἶναι 0,958 gr/cm^3 καὶ ὁ ὄγκος ποσότητος 1 gr εἶναι 1,044 cm^3, ἐνῷ, εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν, ἡ πυκνότης τοῦ ὑδρατμοῦ εἶναι 0,00059 gr/cm^3 καὶ ὁ ὄγκος ποσότητος 1 gr εἶναι 1700 cm^3, ἤτοι περίπου 1700 φορὰς μεγαλύτερος τοῦ ὄγκου 1 gr ὕδατος 100 ^{0}C.

347. Ἐξάχνωσις. Τὰ σώματα γενικῶς, ὑπὸ τὰς συνήθεις συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως, μεταβαίνουν ἐκ τῆς στερεᾶς εἰς τὴν ἀέριον κατάστασιν, ἀφοῦ προηγουμένως διέλθουν διὰ τῆς ὑγρᾶς καταστάσεως. Ὑπάρχουν ὅμως σώματα, τὰ ὁποῖα μεταβαίνουν ἐκ τῆς στερεᾶς ἀπ' εὐθείας εἰς τὴν ἀέριον κατάστασιν, χωρὶς προηγουμένως νὰ διέλθουν διὰ τῆς ὑγρᾶς καταστάσεως. Οὕτω, ἐὰν θερμάνωμεν κρυστάλλους ἰωδίου, παρατηροῦμεν ὅτι μετατρέπεται τὸ στερεὸν ἰώδιον ἀπ' εὐθείας εἰς ἀτμοὺς χωρὶς νὰ τακῇ, δηλ. νὰ μεσολαβήσῃ ὑγρὰ κατάστασις. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται **ἐξάχνωσις** καὶ παρατηρεῖται, ὑπὸ συνήθεις συνθήκας, π.χ. εἰς τὴν ναφθαλίνην, ὅπου, ἐὰν ἀφήσωμεν εἰς τὴν ἐλευθέραν ἀτμόσφαιραν τεμάχια ναφθαλίνης, ταῦτα σμικρύνονται μέχρις ὅτου ἐξαφανισθοῦν.

348. Ἀπόσταξις. Οἱ ἀτμοὶ ἐν γένει μεταπίπτουν διὰ τῆς ψύξεως εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν, τὸ φαινόμενον δὲ τοῦτο καλεῖται ὑγροποίησις ἢ συμπύκνωσις τῶν ἀτμῶν.

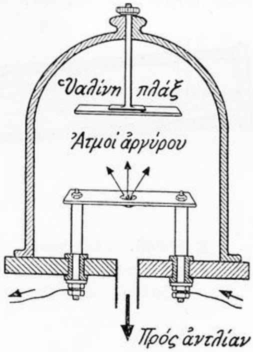


Σχ. 646. Συσκευὴ ἀποστάξεως τοῦ ὕδατος.

Τὸ φαινόμενον τοῦτο χρησιμοποιεῖται εἰς τὴν **ἀπόσταξιν,** διὰ τῆς ὁποίας δυνάμεθα π.χ. ἐκ τοῦ πηγαίου ὕδατος, τὸ ὁποῖον περιέχει ξένας προσμείξεις ἐν διαλύσει, νὰ παρασκευάσωμεν καθαρὸν ἤ, ἄλλως, ἀπεσταγμένον ὕδωρ. Πρὸς τοῦτο, θερμαίνομεν τὸ ὕδωρ ἐντὸς καταλλήλου δοχείου, ὁπότε οἱ παραγόμενοι ἀτμοὶ αὐτοῦ διέρχονται δι' ἀπαγωγοῦ σωλῆνος, ὁ ὁποῖος ψύχεται διὰ καταλλήλου ψυκτῆρος (σχ. 646). Οἱ ἀτμοὶ ὑγροποιοῦνται καὶ τὸ οὕτω προκῦπτον ἀπεσταγμένον ὕδωρ, δηλ. ὕδωρ μὴ περιέχον ξένας προσμείξεις, συλλέγεται εἰς ὑποδοχέα.

Ἡ ἀπόσταξις χρησιμοποιεῖται τὰ μέγιστα εἰς τὴν βιομηχανίαν, πρὸς ἀποχωρισμὸν διαφόρων ὑγρῶν, ἐχόντων διάφορον σημεῖον ζέσεως, ἐκ μείγματος αὐτῶν, ὅτε ἡ ἀπόσταξις καλεῖται, εἰδικώτερον, κλασματικὴ ἀπόσταξις. Οὕτω, διὰ τῆς μεθόδου τῆς κλασματικῆς ἀποστάξεως (Διυλιστήρια πετρελαίου), δυνάμεθα ἐκ τοῦ ἀκαθάρτου πετρελαίου νὰ ἐξαγάγωμεν τὰ διάφορα προϊόντα αὐτοῦ, ἤτοι τοὺς διαφόρους τύπους βενζίνης, τὸ φωτιστικὸν πετρέλαιον κ.ο.κ.

Ἐπίσης τὰ μέταλλα δύνανται νὰ ἀποσταχθοῦν, ὅταν θερμανθοῦν ἐπαρκῶς. Διὰ τοιαύτης ἀποστάξεως καθαρίζονται μέταλλα, ὡς π.χ. ὁ ψευδάργυρος. Ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον, ἐπειδὴ ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν εἶναι μικρά, πρέπει ἡ ἀπόσταξις νὰ γίνεται ἐν κενῷ, διὰ νὰ ἐπιτυγχάνωμεν σημαντικὴν ἐξαέρωσιν. Διὰ προσβολῆς ὑαλίνης πλακὸς μὲ ἀτμοὺς ἀργύρου (σχ. 647) ἢ ἀργιλίου, δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν κατοπτρικὴν ἐπιφάνειαν. Ἡ ἰδιότης αὕτη εὑρίσκει σήμερον πολλὰς ἐφαρμογὰς εἰς τὴν πρακτικήν, ὡς π.χ. διὰ τὴν ἐπικάλυψιν τῶν ὑάλων τῶν ὀμματοϋαλίων.



Σχ. 647. Ἐπιμετάλλωσις ἀντικειμένων ἐν κενῷ.

349. Ὑγροποίησις τῶν ἀερίων.

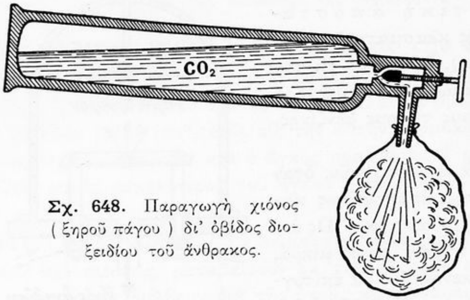
Εἰς τὰ προηγούμενα κεφάλαια ἠσχολήθημεν μὲ τὴν ὑγροποίησιν ἀτμῶν, ὡς π.χ. ὕδατος, οἰνοπνεύματος κ.λ.π. Εἶναι ὅμως δυνατὸν νὰ ὑγροποιηθοῦν καὶ τὰ διάφορα ἀέρια, ὡς ὑδρογόνον, ὀξυγόνον κ.λ.π., ἀρκεῖ ταῦτα νὰ ψυχθοῦν εἰς πολὺ χαμηλὴν θερμοκρασίαν.

Ὡρισμένα ἀέρια, ὡς τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος, τὸ χλώριον, ἡ ἀμμωνία, ὑγροποιοῦνται εὐκόλως, ἐνῷ ἄλλα, ὡς ὁ ἀήρ, τὸ ὀξυγόνον, τὸ ὑδρογόνον, τὸ ἄζωτον, τὸ ἥλιον κ.λ.π., ὑγροποιοῦνται δυσκόλως.

Ἡ συστηματικὴ ἔρευνα τῆς ὑγροποιήσεως τῶν ἀερίων κατέδειξεν, ὅτι δι' ἕκαστον ἀέριον ὑπάρχει ὡρισμένη θερμοκρασία, καλουμένη **κρίσιμος θερμοκρασία,** ἄνωθεν τῆς ὁποίας τὸ ἀέριον εἶναι ἀδύνατον νὰ ὑγροποιηθῇ, εἰς ὁσονδήποτε μεγάλην συμπίεσιν καὶ ἂν ὑποβληθῇ. Ἀντιθέτως, ἐὰν τὸ ἀέριον εὑρίσκεται ὑπὸ θερμοκρασίαν κατωτέραν τῆς κρισίμου, δύναται τοῦτο νὰ ὑγροποιηθῇ δι' ἁπλῆς συμπιέσεως. Ἡ πίεσις ὑπὸ τὴν ὁποίαν ἀέριον ὑγροποιεῖται ὑπὸ τὴν κρίσιμον αὐτοῦ θερμοκρασίαν καλεῖται **κρίσιμος πίεσις,** ὁ δὲ ὄγκος τὸν ὁποῖον καταλαμβάνει τὸ ἀέριον ὑπὸ τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν καὶ κρίσιμον πίεσιν, καλεῖται **κρίσιμος ὄγκος.** Τὰ τρία μεγέθη, κρίσιμος θερμοκρασία, κρίσιμος πίεσις καὶ κρίσιμος ὄγκος, ἀποτελοῦν χαρακτηριστικὰ μεγέθη ἑκάστου ἀερίου.

Διὰ τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος (CO_2) κατεδείχθη, ὅτι ἡ κρίσιμος θερμοκρασία αὐτοῦ εἶναι $+31\ ^0C$ καί, ἐφ' ὅσον τοῦτο εὑρίσκεται ὑπὸ θερμοκρασίαν κατωτέραν τῶν $+31\ ^0C$, δύναται νὰ ὑγροποιηθῇ δι' ἁπλῆς συμπιέσεως, ἕνεκα δὲ τοῦ λόγου τούτου τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος θεωρεῖται ὡς ἀέριον εὐκόλως ὑγροποιούμενον.

Τὸ ὑγρὸν CO_2, τὸ ὁποῖον εἶναι λίαν διαδεδομένον εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς (ἀεριοῦχα ποτά, μπύραν κλπ.), φέρεται εἰς τὸ ἐμπόριον ἐντὸς χυτοσιδηρῶν δοχείων (ὀβίδων), ὡς τοῦ σχήματος 648, μὲ ἀρκετὰ παχέα τοιχώματα ὑπὸ πίεσιν 55 ἀτμοσφαιρῶν. Τὸ ἐντὸς τῆς ὀβίδος ὑγροποιημένον ὑγρὸν CO_2 δύναται νὰ ἐξέλθῃ εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν ἀπὸ καταλλήλου στομίου, τὸ ὁποῖον ἀνοίγεται μέσῳ κοχλιωτοῦ πώματος.



Σχ. 648. Παραγωγὴ χιόνος (ξηροῦ πάγου) δι' ὀβίδος διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος.

Ἐὰν δεχθῶμεν τὸ ἐξερχόμενον ὑγρὸν ἐντὸς μαλλίνου σάκκου, τὸ ψῦχος τὸ παραγόμενον ἐκ τῆς ἀποτονώσεως καὶ ἐξατμίσεως μέρους τοῦ ὑγροῦ εἶναι ἀρκετόν, ὥστε νὰ προκαλέσῃ τὴν στερεοποίησιν καὶ τοῦ ὑπολοίπου, τὸ ὁποῖον συλλέγομεν ὑπὸ μορφὴν χιόνος **(ξηρὸς πάγος)** ἐντὸς τοῦ σάκκου καὶ τοῦ ὁποίου ἡ θερμοκρασία εἶναι — 79 °C. Ὁ ξηρὸς πάγος παρασκευάζεται βιομηχανικῶς καὶ χρησιμεύει διὰ τὴν ἰσχυρὰν ψῦξιν τροφίμων κλπ. Ἔχει δὲ τὸ πλεονέκτημα, ἔναντι τοῦ συνήθους πάγου, ὅτι εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος, ὅπου ἐξαχνοῦται, δὲν ἀφήνει ὑγρὸν ὑπόλειμμα.

Ἕτερον ἀέριον φερόμενον εἰς τὸ ἐμπόριον ὑπὸ ὑγρὰν μορφὴν εἶναι τὸ **ὑγραέριον** (ἔχον τάσιν κεκορεσμένων ἀτμῶν, εἰς κανονικὴν θερμοκρασίαν περίπου ἴσην πρὸς 5 at). Τοῦτο χρησιμοποιεῖται σήμερον εὐρύτατα ὡς καύσιμον ἀντὶ τοῦ φωταερίου.

Παραδείγματα κρισίμου θερμοκρασίας καὶ κρισίμου πιέσεως σωμάτων τινῶν.

Σῶμα	Κρίσιμος θερμοκρασία εἰς °C	Κρίσιμος πίεσις εἰς kgr*/cm²	Σῶμα	Κρίσιμος θερμοκρασία εἰς °C	Κρίσιμος πίεσις εἰς kgr*/cm²
Ἥλιον	— 268	2,3	Διοξ. ἄνθρακος .	+ 31	75
Ὑδρογόνον ...	— 240	13	Ἀμμωνία	+ 132	119
Ἄζωτον	— 147	35	Αἰθὴρ	+ 194	38
Ἀὴρ	— 141	38	Οἰνόπνευμα ...	+ 243	63
Ὀξυγόνον	— 119	51	Ὕδωρ	+ 374	226

350. Χαμηλαὶ θερμοκρασίαι. Διὰ τὴν παραγωγὴν χαμηλῶν θερμοκρασιῶν ἐφαρμόζονται διάφοροι μέθοδοι. Οὕτω, ὡς ἤδη ἐγνωρίσαμεν (βλ. § 333), διὰ τῶν ψυκτικῶν μειγμάτων ἐπιτυγχάνομεν χαμηλὰς θερμοκρασίας, ὡς καὶ δι' ἐξαερώσεως (βλ. § 335), ἄμεσος δὲ ἐφαρμογὴ τῶν μεθόδων τούτων εἶναι αἱ ψυκτικαὶ μηχαναὶ δι' ἀμμωνίας, ὡς θὰ ἀναπτύξωμεν εἰς τὸ Κεφάλαιον τῶν Μηχανῶν (βλ. § 379).

Ἕτερος τρόπος παραγωγῆς ψύχους εἶναι ὁ δι' **ἐκτονώσεως τῶν ἀερίων.** Εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ ἀπότομος συμπίεσις ἀερίου τινὸς ἐπιφέρει ὕψωσιν τῆς θερμοκρασίας αὐτοῦ. Ἀντιστρόφως, ἡ ἀπότομος διαστολὴ τοῦ συμπιεσθέντος ἀερίου, δηλαδὴ ἡ αὔξησις τοῦ ὄγκου αὐτοῦ (καλουμένη **ἐκτόνωσις**), προκαλεῖ ψῦξιν. Ἡ ἐκτόνωσις ἀερίου προκαλεῖ ψῦξιν, ὅταν τοῦτο παράγῃ συγχρόνως ἔργον, π.χ. ὅταν ἐκρέῃ εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν ἢ κινῇ τὸ ἔμβολον μηχανῆς. Ἡ ἀπαιτουμένη διὰ τὴν παραγωγὴν τοῦ ἔργου θερμότης ἀφαιρεῖται ἀπ' αὐτοῦ τοῦ ἀερίου, τὸ ὁποῖον τοιουτοτρόπως ψύχεται. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζεται ἡ μηχανὴ Linde (Λίντε) διὰ τὴν ὑγροποίησιν τοῦ ἀέρος, ὡς θὰ περιγράψωμεν αὐτὴν εἰς τὸ Κεφάλαιον τῶν Μηχανῶν (βλ. § 381).

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α' Ἐρωτήσεις

Ποῖοι οἱ νόμοι τῆς τήξεως καὶ πήξεως.
Τί ὀνομάζομεν θερμότητα τήξεως.
Περιγράψατε τὸ θερμιδόμετρον τῶν Lavoisier καὶ Laplace.
Πῶς μεταβάλλεται ἡ πυκνότης, ὅταν τὸ σῶμα ὑποστῇ τῆξιν.
Ποίαν ἀνωμαλίαν παρουσιάζει ὁ πάγος καὶ ποίαν σημασίαν ἔχει αὕτη ἐπὶ τῆς οἰκονομίας τῆς Φύσεως.
Ποία ἡ διάκρισις μεταξὺ ἀκορέστου καὶ κεκορεσμένου ἀτμοῦ.
Τί νοοῦμεν διὰ τῶν ὅρων τάσις καὶ μεγίστη τάσις ἀτμοῦ.
Διὰ ποῖον λόγον ἡ ἐξαέρωσις συνοδεύεται ὑπὸ ταπεινώσεως τῆς θερμοκρασίας. Ποίας πρακτικὰς ἐφαρμογὰς ἔχει τὸ φαινόμενον τοῦτο.
Περιγράψατε τὸ φαινόμενον τῆς ἐξατμίσεως, ὡς καὶ τοὺς νόμους τοῦ φαινομένου.
Περιγράψατε τὸ φαινόμενον τοῦ βρασμοῦ, ὡς καὶ τοὺς νόμους, τοὺς ὁποίους ἀκολουθεῖ τὸ φαινόμενον τοῦτο.
Πῶς μεταβάλλεται ὁ ὄγκος κατὰ τὴν ἐξαέρωσιν.
Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου ὑγροποίησις ἢ συμπύκνωσις ἀτμῶν.
Πῶς γίνεται ἡ ἀπόσταξις καὶ ποῖαι αἱ πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ αὐτῆς.
Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου ἐξάχνωσις. Εἶναι ὅλα τὰ σώματα ἐξαχνωτά;
Δώσατε μερικὰ παραδείγματα ἐξαχνωτῶν σωμάτων ὑπὸ συνήθεις συνθήκας.
Περιγράψατε τὸ φαινόμενον τῆς ὑγροποιήσεως τῶν ἀερίων. Ὑπάρχει πράγματι διαφορὰ μεταξὺ τῶν ὅρων ἀτμὸς καὶ ἀέριον;

Β' Προβλήματα

1. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ τελικὴ θερμοκρασία κατὰ τὴν ἀνάμειξιν 150 gr πάγου 0 °C πρὸς 300 gr ὕδατος 50 °C. (Θερμότης τήξεως πάγου 80 cal/gr.) (Ἀπ. 6,6 °C.)

2. Θερμιδόμετρον ἀργιλίου μάζης 80 gr περιέχει 300 gr ὕδατος 18,6 °C. Ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου ρίπτομεν τεμάχιον πάγου 0 °C καὶ μάζης 12,5 gr καί, ὅταν τελικῶς τακῇ ὅλος ὁ πάγος, ἡ τελικὴ θερμοκρασία εἶναι 15 °C. Πόση ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου. (Εἰδ. θερμότης ἀργιλίου 0,214 $cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$.) (Ἀπ. $\lambda = 76{,}3$ cal/gr.)

3. Εἰς θερμιδόμετρον πάγου τήκονται 0,72 gr πάγου, ὅταν ἐντὸς αὐτοῦ εἰσαχθῇ τεμάχιον ψευδαργύρου μάζης 6,33 gr καὶ θερμοκρασίας 98,5 °C. Πόση ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ψευδαργύρου. (Θερμότης τήξεως τοῦ πάγου 79,7 cal/gr.) (Ἀπ. c = 0,092 cal/gr · grad.)

4. Ποσότης 5 cm³ ὑδραργύρου 20 °C εὑρίσκεται εἰς περιβάλλον σταθερᾶς θερμοκρασίας — 39 °C. Πόσην θερμότητα ἀποδίδει ὁ ὑδράργυρος μέχρι στερεοποιήσεώς του. (Πυκνότης ὑδραργύρου 13,55 gr/cm³, εἰδ. θερμότης ὑδραργύρου 0,033 cal · gr^{-1} · grad^{-1}, θερμότης τήξεως ὑδραργύρου 2,7 cal/gr.) (Ἀπ. Q = 315 cal.)

5. Ποῖον ποσὸν θερμότητος ἀποδίδεται ὑπὸ 20 gr ἀτμοῦ θερμοκρασίας 100 °C, ὅταν ὑγροποιῆται καὶ ψύχεται μέχρις 20 °C. (Θερμότης ἐξαερώσεως ὕδατος εἰς 100 °C 540 cal/gr.) (Ἀπ. Q = 12 400 cal.)

6. Ποῖον ποσὸν θερμότητος ἀπαιτεῖται διὰ τὴν μετατροπὴν 50 gr πάγου θερμοκρασίας —10 °C εἰς ἀτμὸν θερμοκρασίας 120 °C. (Εἰδ. θερμότης πάγου 0,5 cal · gr^{-1} · grad^{-1}, ἀτμοῦ 0,5 cal · gr^{-1} · grad^{-1}, θερμότης τήξεως πάγου 80 cal/gr, θερμότης ἐξαερώσεως ὕδατος εἰς 100 °C 540 cal/gr.) (Ἀπ. Q = 36 750 cal.)

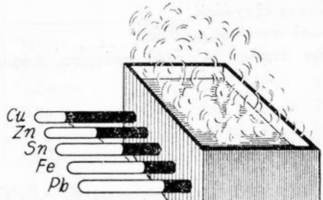
7. Νὰ καθορισθῇ τὸ τελικὸν ἀποτέλεσμα, ὅταν 200 gr ὕδατος 0 °C καὶ 20 gr πάγου 0 °C εὑρίσκωνται ἐντὸς θερμιδομέτρου θερμοχωρητικότητος 30 cal/grad, ὅταν διὰ τοῦ συστήματος διαβιβάζωνται 10 gr ἀτμοῦ θερμοκρασίας 100 °C. (Θερμότης τήξεως τοῦ πάγου 80 cal/gr, ἡ θερμότης ἐξαερώσεως ὕδατος εἰς 100 °C εἶναι 540 cal/gr.) (Ἀπ. Ὕδωρ, 18,4 °C.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΗ'

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

Ἡ διάδοσις τῆς θερμότητος ἀπὸ σώματος εἰς σῶμα γίνεται γενικῶς κατὰ τρεῖς τρόπους, ἤτοι **δι' ἀγωγῆς, διὰ μεταφορᾶς** καὶ **δι' ἀκτινοβολίας.**

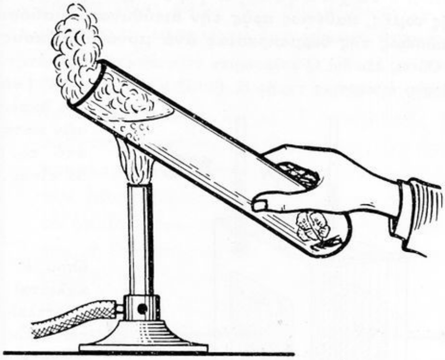
351. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ἐὰν κρατοῦντες διὰ τῆς χειρὸς ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἄκρου ἐπιμήκη μεταλλικὴν ράβδον, π.χ. ἐκ χαλκοῦ, θέσωμεν τὸ ἕτερον ἄκρον αὐτῆς ἐντὸς φλογός, μετὰ παρέλευσιν μικροῦ χρονικοῦ διαστήματος τὸ διὰ τῆς χειρὸς κρατούμενον ἄλλο ἄκρον τῆς ράβδου καθίσταται τόσον θερμόν, ὥστε νὰ μὴ δυνάμεθα πλέον νὰ τὸ κρατῶμεν. Τὸν τρόπον τοῦτον τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος ἀπὸ σημείου εἰς σημεῖον τοῦ στερεοῦ σώματος καλοῦμεν **δι' ἀγωγῆς.**



Σχ. 649. Συσκευὴ διὰ τὴν σύγκρισιν τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τῶν μετάλλων.

Τὰ ὑλικὰ σώματα τὰ ὁποῖα ἄγουν εὐκόλως τὴν θερμότητα καλοῦνται **καλοὶ ἀγωγοὶ** τῆς θερμότητος ἢ εὐθερμαγωγὰ σώματα, ὅσα δὲ ἄγουν δυσκόλως τὴν θερμότητα καλοῦνται **κακοὶ ἀγωγοὶ** τῆς θερμότητος ἢ δυσθερμαγωγὰ σώματα. Καλοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος εἶναι γενικῶς τὰ μέταλλα, ἐνῷ κακοὶ ἀγωγοὶ εἶναι τὰ ξύλα, ἡ ὕαλος, αἱ ρητῖναι, ὁ φελλός, ὁ ἀμίαντος, τὰ ἀέρια κλπ.

Τὴν συμπεριφορὰν τῶν στερεῶν σωμάτων, ἀπὸ ἀπόψεως διαδόσεως τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς, δυνάμεθα νὰ δείξωμεν διὰ τῆς ἐν σχήματι 649 εἰκονιζομένης διατάξεως. Ἐπὶ δοχείου πλήρους ὕδατος προσαρμόζονται ράβδοι ἐκ διαφόρων μετάλλων τῶν αὐτῶν διαστάσεων (ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιά: ἐκ χαλκοῦ, ψευδαργύρου, κασσιτέρου, σιδήρου, μολύβδου), αἱ ὁποῖαι καθ' ὅλον τὸ μῆκος αὐτῶν περικαλύπτονται ὑπὸ στρώματος θερμοσκοπικῆς οὐσίας, μεταβαλλούσης τὸ χρῶμα αὐτῆς διὰ θερμάνσεως ἀπὸ ἐρυθροῦ, εἰς 80 °C, εἰς καστανόχρουν. Ἐὰν ἤδη θερμάνωμεν τὸ ὕδωρ μέχρι βρασμοῦ, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἐκ χαλκοῦ ράβδος ὑφίσταται μεταβολὴν χρώματος πολὺ ταχύτερον ἢ αἱ ἄλλαι ράβδοι, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα ὑπὸ τῶν σκιερῶν στηλῶν.



Σχ. 650. Ἀπόδειξις τῆς μικρᾶς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τοῦ ὕδατος.

Τὰ ὑγρὰ παρουσιάζουν ἐπίσης θερμικὴν ἀγωγιμότητα, ἀλλὰ εἰς λίαν μικρὸν βαθμόν. Οὕτω, ἐὰν εἰς δοκιμαστικὸν σωλῆνα (σχ. 650) περιέχοντα ὕδωρ εἰσαγάγωμεν τεμάχιον πάγου ἑρματισμένον διὰ μολύβδου, εἰς τρόπον ὥστε ὁ πάγος νὰ φέρεται εἰς τὸν πυθμένα τοῦ σωλῆνος, δυνάμεθα νὰ θερμάνωμεν τὸν σωλῆνα εἰς τὴν ἄνω περιοχὴν αὐτοῦ μέχρι βρασμοῦ τοῦ ὕδατος, χωρὶς ὁ ὑποκείμενος πάγος νὰ τακῇ.

Ἐκ τῶν ὑγρῶν ὁ ὑδράργυρος, ὁ ὁποῖος εἶναι, ὡς γνωστόν, μέταλλον, εἶναι καλὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος.

Σχ. 651. Μεταξὺ σταγόνος καὶ θερμῆς πλακὸς μεσολαβεῖ ἀτμός.

Τὰ ἀέρια ἐπίσης δεικνύουν πολὺ μικρὰν θερμικὴν ἀγωγιμότητα, εἰς τοῦτο δὲ ὀφείλεται ἡ σφαιροειδὴς κατάστασις τῶν ὑγρῶν, καθ' ἣν σταγόνες ὕδατος, ὅταν ρίπτωνται ἐπὶ λίαν θερμῆς πλακός, διατηροῦνται ἐπὶ ἀρκετὸν χρόνον (σχ. 651).

Ἐξηγεῖται δὲ τὸ φαινόμενον τοῦτο διὰ τῆς παραδοχῆς, ὅτι ἀρχικῶς σχηματίζεται μεταξὺ πλακὸς καὶ σταγόνος στρῶμα ἀτμοῦ, τὸ ὁποῖον εἶναι κακὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος καὶ δὲν ἐπιτρέπει τὴν ἐξαέρωσιν τῆς σταγόνος· ἡ ἐξαέρωσις ἐπιτυγχάνεται μόνον ὅταν ἡ πλὰξ ψυχθῇ ἐπαρκῶς, ὥστε νὰ μὴ ἐπαρκῇ διὰ τὴν διατήρησιν ἱκανοῦ πάχους στρώματος ὑδρατμῶν, ὅτε ἡ σταγὼν ἐρχομένη εἰς ἐπαφὴν πρὸς τὴν πλάκα ἐξαεροῦται ἀκαριαίως.

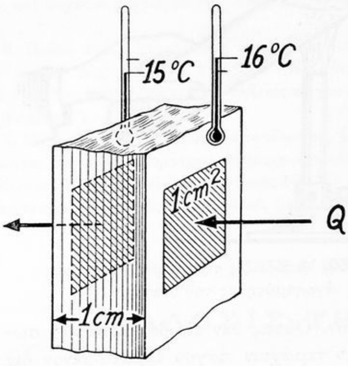
352. Νόμος τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος. Ἐκ τῆς σπουδῆς τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τῶν στερεῶν κατεδείχθη, ὅτι τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ τῆς ἐγκαρσίας τομῆς τοῦ σώματος, κατὰ μῆκος τοῦ ὁποίου αὕτη διαδίδεται εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου, ἤ, ἄλλως, ἡ ταχύτης ἀγωγῆς **τῆς θερμότητος εἶναι : α) Ἀνάλογος τῆς ἐπιφανείας τῆς τομῆς, καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τῆς θερμότητος. β) Ἀνάλογος τῆς πτώσεως τῆς θερμοκρασίας ἀνὰ μονάδα μήκους.**

Οὕτω, ἐὰν διὰ Q καλέσωμεν τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ σώματος ὁμοιομόρφου ἐγκαρσίας τομῆς S (cm^2) εἰς χρόνον t (sec) καὶ ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι μεταξὺ τῶν δύο ἄκρων ἐγκαρσίων τομῶν τοῦ σώματος, ἀπεχουσῶν κατὰ l (cm), ὑπάρχει διαφορὰ θερμοκρασίας ἀπὸ τὸ θερμότερον πρὸς τὸ ψυχρότερον $\theta_1 - \theta_2$, θὰ εἶναι :

$$Q = k \cdot \frac{(\theta_1 - \theta_2)}{l} \cdot S \cdot t$$

ὅπου k παριστᾷ σταθερὸν συντελεστήν, ὁ ὁποῖος καλεῖται **συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος,** ἀποτελεῖ δὲ χαρακτηριστικὴν σταθερὰν τῶν σωμάτων. Ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως προκύπτει εὐκόλως, ὅτι ὁ συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος k θὰ ἐκφράζεται εἰς $cal \cdot grad^{-1} \cdot cm^{-1} \cdot sec^{-1}$.

Μὲ ἄλλους λόγους, **ὁ συντελεστὴς k ἐκφράζει τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον διέρχεται ἐντὸς 1 sec διὰ μέσου ἐγκαρσίας τομῆς 1 cm^2, καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν ροῆς τῆς θερμότητος, ὅταν ἡ πτῶσις τῆς θερμοκρασίας ἀνὰ μονάδα μήκους ἰσοῦται πρὸς 1 grad** (σχ. 652).



Σχ. 652. Διὰ τὸν καθορισμὸν τοῦ συντελεστοῦ θερμικῆς ἀγωγιμότητος.

Εἰς τὸν κάτωθι πίνακα ἀναγράφονται αἱ τιμαὶ τοῦ συντελεστοῦ k διά τινας οὐσίας.

Συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος διαφόρων οὐσιῶν.

Οὐσία	k $\frac{cal}{grad \cdot cm \cdot sec}$	Οὐσία	k $\frac{cal}{grad \cdot cm \cdot sec}$
Ἀὴρ	0,00057	Πλίνθοι	0,0015
Ὑδρογόνον	0,00034	Ἄμμος ξηρὰ	0,00093
Ἀργίλιον	0,48	Μέταξα	0,000095
Χαλκὸς	0,908	Ξύλον	0,0003 - 0,0009
Ὕαλος παραθύρων ..	0,0025	Πάγος	0,005
Ἄργυρος	1,006	Ὕδωρ	0,0012

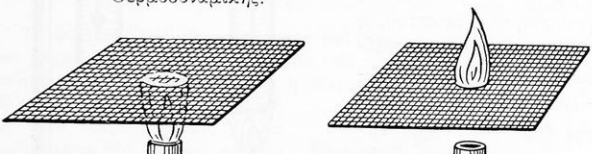
Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω πίνακος βλέπομεν ὅτι ὁ ἀήρ, ἡ ὕαλος, οἱ πλίνθοι, τὸ ξύλον κτλ. ἀποτελοῦν κακοὺς ἀγωγοὺς τῆς θερμότητος, ἐνῷ τὸ ἀργίλιον καὶ ὁ χαλκὸς ἀποτελοῦν καλοὺς ἀγωγοὺς τῆς θερμότητος, ὁ δὲ ἄργυρος ἄριστον ἀγωγὸν αὐτῆς.

Οἱ κακοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος χρησιμοποιοῦνται διὰ τὰς θερμικὰς μονώσεις, ἤτοι πρὸς προφύλαξιν θερμῶν σωμάτων ἀπὸ τῆς ἀποψύξεως ἢ ψυχρῶν σωμάτων ἀπὸ τῆς θερμάνσεως. Ὡς θερμομονωτικὰ σώματα θεωροῦνται ὁ φελλός, χρησιμοποιούμενος εἰς τὰ ψυγεῖα, ὁ ἀμίαντος, χρησιμοποιούμενος εἰς τοὺς ἀτμαγωγοὺς σωλῆνας κτλ.

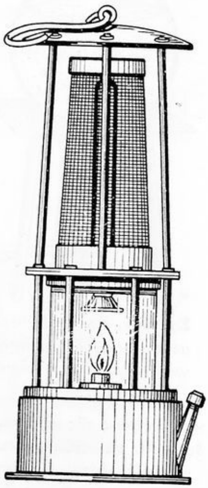
353. Φαινόμενα ἐξηγούμενα διὰ τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος. Ἐὰν εἰς τὸν αὐτὸν χῶρον ὑπάρχουν σώματα μεταλλικὰ καὶ ἐκ ξύλου, ἡ δὲ θερμοκρασία τοῦ χώρου εἶναι κάτω τῆς τοῦ ἀνθρωπίνου σώματος, τὰ μεταλλικὰ ἀντικείμενα, ὅταν ἐγγίζωμεν αὐτὰ διὰ τῆς χειρός μας, φαίνονται ψυχρότερα τῶν ξυλίνων. Τοῦτο συμβαίνει, διότι τὰ μέταλλα, ὡς καλοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος, διαχέουν τὴν θερμότητα, τὴν ὁποίαν προσλαμβάνουν ἐκ τῆς χειρός μας, καθ' ὅλην τὴν ἐπιφάνειαν αὐτῶν, ἐνῷ εἰς τὰ ἐκ ξύλου, τὸ ὁποῖον εἶναι κακὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος, ἡ θερμότης ἐντοπίζεται εἰς τὴν περιοχὴν ἐπαφῆς τῆς χειρός μας, οὕτω δὲ ἀποφαινόμεθα ὅτι τὸ ξύλινον σῶμα εἶναι θερμότερον τοῦ μεταλλικοῦ. Διὰ τὸν λόγον αὐτόν, μεταλλικὸν ἀντικείμενον θερμὸν προκαλεῖ εἰς ἡμᾶς ἐντονώτερον αἴσθημα ἢ ξύλινον.

SIR HUMPHRY DAVY
(1778 - 1829)
Ἄγγλος Φυσικὸς καὶ Χημικὸς διατελέσας καθηγητὴς εἰς τὸ ἵδρυμα Royal Institution τοῦ Λονδίνου καὶ πρόεδρος τῆς Βασιλικῆς Ἑταιρείας. Ἀνεκάλυψε τὸ κάλιον καὶ νάτριον, ὡς καὶ τὸ βολταϊκὸν τόξον. Συνέβαλεν εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῆς Θερμοδυναμικῆς.

Ἐὰν ἄνωθεν φλογὸς φέρωμεν χάλκινον πλέγμα (σχ. 653,I), παρατηροῦμεν ὅτι ἡ φλὸξ δὲν διαπερᾷ τοῦτο, διότι, λόγῳ τῆς ἀγωγιμότητος τοῦ πλέγματος, ὅλη ἡ θερμότης, τὴν ὁποίαν προσλαμβάνει ἐκ τῆς φλογός, μεταδίδεται ἐφ' ὅλης τῆς μάζης αὐτοῦ καὶ ἀκολούθως ἀπάγεται εἰς τὸ περιβάλλον. Ὡς ἐκ



Σχ. 653. Λόγῳ τῆς παρενθέσεως τοῦ πλέγματος, ἡ θερμότης τοῦ ἀνημμένου μέρους τῆς φλογὸς ἀπάγεται πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις· οὕτω τὸ ὑπόλοιπον μέρος τῆς φλογὸς δὲν ἀνάπτει.

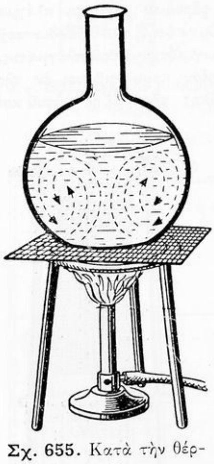


Σχ. 654. Λύχνος Davy.

τούτου, ἡ θερμοκρασία τοῦ πλέγματος δὲν ἀνέρχεται τόσον πολύ, ὥστε νὰ συνεχισθῇ ἄνωθεν αὐτοῦ ἡ φλόξ. Ἐὰν τουναντίον ἀνάψωμεν τὴν φλόγα ἄνωθεν τοῦ χαλκίνου πλέγματος ΙΙ, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ φλὸξ καίει μὲν ἄνωθεν τοῦ πλέγματος, ἀλλὰ δὲν διέρχεται πρὸς τὴν κάτω αὐτοῦ πλευράν. Τοῦτο πάλιν ὀφείλεται εἰς τὴν μεγάλην ἀγωγιμότητα τοῦ πλέγματος, τὸ ὁποῖον ἀπάγει τὴν θερμότητα τῆς φλογός, ὥστε ἡ θερμοκρασία τῶν ἀερίων, τὰ ὁποῖα εἶναι κακοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος, δὲν δύναται νὰ ἀνέλθῃ τόσον ὥστε νὰ ἀναφλεγοῦν.

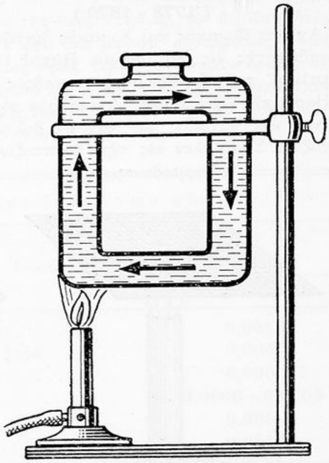
Ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω ἀρχῆς στηρίζεται ἡ λειτουργία τῆς **λυχνίας Davy (Ντέβυ)** (σχ. 654), ἡ χρησιμοποιουμένη εἰς τὰ ἀνθρακωρυχεῖα πρὸς προφύλαξιν ἀπὸ ἐκρήξεων ἐκ τοῦ ἀναφλεξίμου ἀερίου μεθανίου. Αὕτη ἀποτελεῖται ἐκ θρυαλλίδος περιβαλλομένης ὑπὸ χαλκίνου κυλινδρικοῦ πλέγματος. Ἐὰν ὑπάρχῃ εἰς τὴν περιοχὴν τῆς λυχνίας ἀναφλέξιμον ἀέριον, τοῦτο εἰσχωρεῖ διὰ τοῦ πλέγματος εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τῆς λυχνίας, ὅπου ἀναφλέγεται, χωρὶς ὅμως ἡ ἀνάφλεξις νὰ μεταδίδεται καὶ εἰς τὸν ἔξω χῶρον. Ἐλλείψει δὲ ἐπαρκοῦς ὀξυγόνου σβέννυται, ἐνῷ ταυτοχρόνως παράγεται μικρὸς κρότος προειδοποιητικὸς τῆς παρουσίας ἐπικινδύνων ἀερίων, οὕτω δὲ οἱ ἐργάται προειδοποιοῦνται καὶ ἀπομακρυνόμενοι διαφεύγουν τὸν κίνδυνον.

354. Διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς. Ὁ τρόπος οὗτος τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος παρατηρεῖται εἰς τὰ ὑγρὰ καὶ τὰ ἀέρια. Ὅταν θερμαίνωμεν ὑγρὸν ἢ ἀέριον, τότε, λόγῳ τῆς ἀναπτύξεως διαφορᾶς θερμοκρασίας μεταξὺ τῶν διαφόρων μερῶν αὐτοῦ, προκύπτουν μεταβολαὶ πυκνότητος, εἰς δὲ τὰ ἀέρια μεταβολαὶ πιέσεως, αἱ ὁποῖαι πάλιν ἔχουν ὡς ἐπακόλουθον μεταβολὰς πυκνότητος, οὕτω δὲ ἡ ἰσορροπία καταστρέφεται.



Σχ. 655. Κατὰ τὴν θέρμανσιν τοῦ ὕδατος σχηματίζονται ἐντὸς αὐτοῦ ρεύματα.

Ἕνεκα ὅθεν τοῦ ἀνωτέρω λόγου λαμβάνει χώραν μ ε τ α τ ό π ι σ ι ς μ ά ζ η ς τ ο ῦ ὑ γ ρ ο ῦ ἢ ἀ ε ρ ί ο υ, ἤτοι ροὴ τοῦ ρευστοῦ, ἡ ὁποία ἐπιδιώκει τὴν ἐξίσωσιν τῶν θερμοκρασιῶν. Ὁ τρόπος οὗτος τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος καλεῖται **διάδοσις διὰ μεταφορᾶς.**

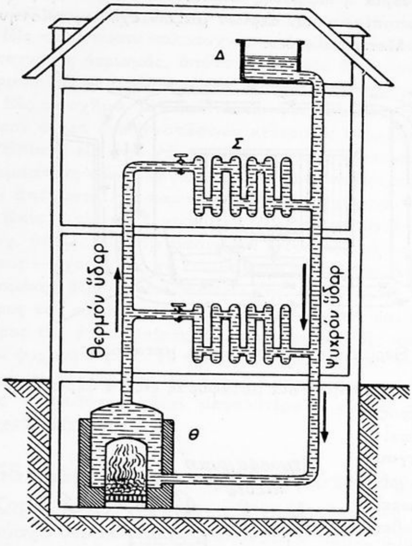


Σχ. 656. Ἡ ροὴ τοῦ ὕδατος γίνεται κατὰ τὴν φορὰν τῶν βελῶν.

Οὕτω, ἐὰν εἰς φιάλην θέσωμεν ὕδωρ καὶ ἐντὸς αὐτοῦ διασκορπίσωμεν πριονίδια ξύλου, ἀκολούθως δὲ θερμάνωμεν κάτωθεν τὸ ὕδωρ, τότε παρατηροῦμεν τὴν κίνησιν τοῦ ὕδατος διὰ παρακολουθήσεως τῆς κινήσεως τῶν πριονιδίων (σχ. 655). Ἐπίσης τὴν ὡς ἄνω κίνησιν τοῦ ὕδατος δυνάμεθα νὰ δείξωμεν καὶ διὰ τῆς ἐν σχήματι 656 συσκευῆς.

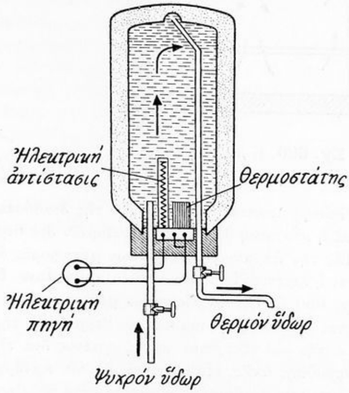
Σπουδαιοτάτην ἐφαρμογὴν τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς συναντῶμεν εἰς τὰς κ ε ν τ ρ ι κ ὰ ς θ ε ρ μ ά ν σ ε ι ς, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 657.

Εἰς Θ τοποθετεῖται ὁ θερμαντὴρ μετὰ τοῦ λέβητος. Διὰ θερμάνσεως τοῦ ὕδατος δημιουργεῖται, λόγῳ τοῦ φαινομένου τῆς μεταφορᾶς, ροὴ θερμοῦ ὕδατος μέσῳ τοῦ πρὸς τ' ἀριστερὰ πλευρικοῦ σωλῆνος πρὸς τὰ ἄνω, τὸ ὁποῖον ὕδωρ εἰσχωρεῖ διὰ τῶν ἐπὶ τούτῳ σωλήνων εἰσαγωγῆς εἰς τὰ θερμαντικὰ σώματα (Σ) τῶν διαφόρων διαμερισμάτων, ἀπὸ τῶν ὁποίων, διὰ τῶν ἐπὶ τούτῳ σωλήνων ἐξαγωγῆς καὶ τοῦ πρὸς τὰ δεξιὰ πλευρικοῦ σωλῆνος, ἐπανέρχεται εἰς τὸν λέβητα. Εἰς Δ ὑπάρχει μικρὰ δεξαμενὴ μὲ ὕδωρ χρησιμεύουσα ὡς ἐξαερωτὴς καὶ διὰ τὴν διαστολὴν τοῦ θερμαινομένου ὕδατος.



Σχ. 657. Παραστατικὴ διάταξις κεντρικῆς θερμάνσεως οἰκοδομῆς.

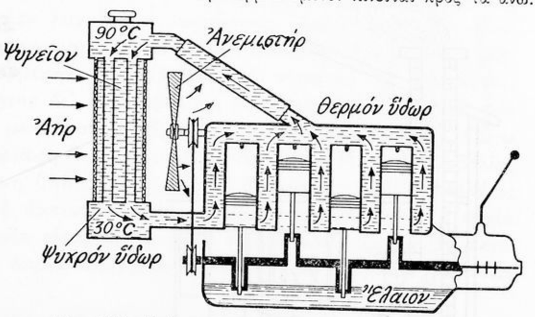
Λίαν συνήθης μέθοδος διὰ τὴν παροχὴν θερμοῦ ὕδατος διὰ τὰς οἰκιακὰς ἀνάγκας εἶναι ὁ **θερμοσίφων**, ὁ ὁποῖος δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 658.



Σχ. 658. Ἠλεκτρικὸς θερμοσίφων.

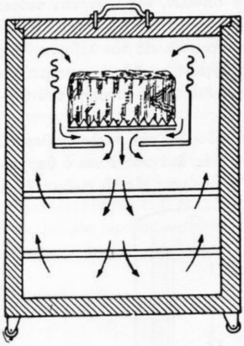
Τὸ ψυχρὸν ὕδωρ εἰσχωρεῖ ἐντὸς τοῦ δοχείου ὕδατος διὰ καταλλήλου σωλῆνος, ὁ ὁποῖος φθάνει μέχρι μικρᾶς ἀποστάσεως ἀπὸ τοῦ πυθμένος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου θερμαίνεται δι' ἠλεκτρικοῦ ρεύματος ἢ φλογὸς φωταερίου ἢ ἄλλου τρόπου. Τὸ ὕδωρ θερμαινόμενον κινεῖται πρὸς τὰ ἄνω. Εὐθὺς ὡς ἀνοίγει στρόφιγξ κρουνοῦ θερμοῦ ὕδατος εἴς τι διαμέρισμα τῆς οἰκίας, τότε ἐκ τοῦ κρουνοῦ ἐκρέει θερμὸν ὕδωρ προερχόμενον ἐκ τοῦ θερμοσίφωνος μέσῳ τοῦ ἀγωγοῦ θερμοῦ ὕδατος τοῦ εὑρισκομένου εἰς τὴν κορυφὴν τοῦ δοχείου.

Ἡ διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς εὑρίσκει ἐπίσης ἐφαρμογὴν εἰς τὸ ψυκτικὸν σύστημα τῶν κινητήρων ἐσωτερικῆς καύσεως τῶν χρησιμοποιουμένων εἰς τὰ αὐτοκίνητα, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 659. Τὸ θερμὸν ὕδωρ, τὸ ὁποῖον προέρχεται ἀπὸ τὸν μανδύαν τὸν περιβάλλοντα τοὺς κυλίνδρους τῆς μηχανῆς, ὁδεύει διὰ τοῦ κεντρικοῦ μέρους τῆς σωληνώσεως πρὸς τὴν περιοχὴν τοῦ ἀνεμιστῆρος καὶ



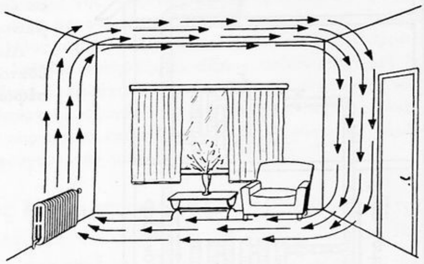
Σχ. 659. Τρόπος ψύξεως μηχανῆς αὐτοκινήτου.

τῆς ἀεροψυχομένης ἐπιφανείας καὶ κατερχόμενον ἐντὸς αὐτῆς ὑφίσταται ψῦξιν, ὅπου τὸ ψυχρὸν ὕδωρ εἰσχωρεῖ ἐκ νέου εἰς τὸν μανδύαν τῆς μηχανῆς, ἐπιτυγχανομένης οὕτω συνεχοῦς κυκλοφορίας τοῦ ὕδατος διὰ μεταφορᾶς.



Σχ. 660. Κυκλοφορία ἀέρος ἐντὸς ψυγείου διὰ πάγου.

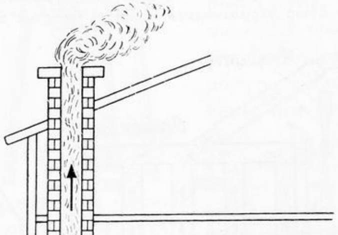
Ἐπίσης εἰς τὰ ἀέρια ἡ θερμότης διαδίδεται διὰ μεταφορᾶς. Τοιαῦται δὲ μετατοπίσεις τῶν ἀερίων μαζῶν ἔχουν μεγίστην σημασίαν εἰς τὴν Μετεωρολογίαν.



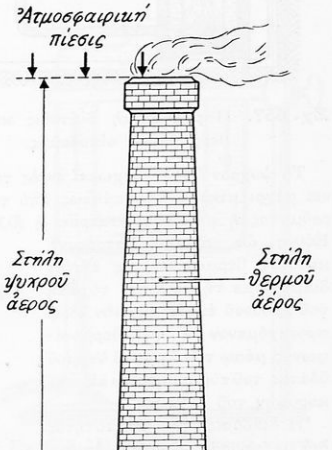
Σχ. 661. Θέρμανσις δωματίου διὰ μεταφορᾶς.

Ἐπίσης πρακτικὴν ἐφαρμογὴν τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς εἰς τὰ ἀέρια ἀποτελεῖ ἡ κεντρικὴ θέρμανσις οἰκοδομῶν διὰ θερμοῦ ἀέρος.

Εἰς τὴν παραγωγὴν ρευμάτων μεταφορᾶς ἀέρος ὀφείλεται ἡ λειτουργία τῶν συνήθων **ψυγείων διὰ πάγου** (σχ. 660). Εἰς τὸ ἀνώτατον μέρος τοῦ ψυγείου εὑρίσκεται ἡ ἀποθήκη τοῦ πάγου, θερμὸς δὲ ἀὴρ εἰσχωρεῖ εἰς αὐτὴν καὶ ἐξέρχεται κατεψυγμένος διὰ τῆς κάτωθεν ὑπαρχούσης ὀπῆς, ἐξακολουθεῖ δὲ νὰ κατέρχεται πρὸς τὰ κάτω εἰς τὰ διάφορα διαμερίσματα τοῦ ψυγείου, ὁπόθεν, θερμαινόμενος λόγῳ τῆς ἐπαφῆς αὐτοῦ πρὸς τὰ θερμὰ ἀντικείμενα τὰ εὑρισκόμενα ἐντὸς τοῦ ψυγείου,



Σχ. 662. Καπνοδόχος οἰκίας πρὸς δημιουργίαν ρεύματος.



Σχ. 663. Καπνοδόχος ἐργοστασίου πρὸς δημιουργίαν ρεύματος.

ἀνέρχεται ἐκ τῶν πλευρῶν πρὸς τὰ ἄνω καὶ εἰσχωρεῖ ἐκ νέου εἰς τὴν ἀποθήκην πάγου, ὅπου ψύχεται ἐκ νέου καὶ τὸ φαινόμενον ἐπαναλαμβάνεται τὸ αὐτό.

Εἰς τὸ αὐτὸ φαινόμενον ὀφείλεται καὶ ὁ ἐξαερισμὸς μεγάλων χώρων, διότι ὁ ἀὴρ ὁ ἐκπνεόμενος ὑπὸ τῶν πνευμόνων μας εἶναι θερμὸς καί, ὡς ἐκ τούτου, ἀνέρχεται πρὸς τὴν ὀροφὴν καὶ ἐξέρχεται ἐκ τοῦ ἀνοικτοῦ πρὸς τὴν ὀροφὴν παραθύρου, ἐνῷ ψυχρὸς ἀὴρ εἰσχωρεῖ διὰ τοῦ κάτω παραθύρου.

Εἰς περίπτωσιν πολυσυχνάστων χώρων, ὡς π.χ. εἰς θέατρα, κινηματογράφους κτλ., ἐφαρμόζεται ὁ τεχνητὸς ἀερισμός, ὁπότε ὁ καθαρὸς ἀὴρ εἰσάγεται εἰς τὸ οἴκημα διὰ καταλλήλων φυσητήρων, θερμὸς τὸν χειμῶνα καὶ ψυχρὸς κατὰ τὸ θέρος.

Εἰς τὸ σχῆμα 661 δεικνύεται ἡ κυκλοφορία τοῦ ἀέρος ἐντὸς δωματίου, ὅπου ὑπάρχει τὸ θερμοφόρον σῶμα ἐγκαταστάσεως κεντρικῆς θερμάνσεως δι' ὕδατος (καλοριφέρ).

Ἐπίσης εἰς τὴν γένεσιν ρεύματος διὰ μεταφορᾶς ἀέρος στηρίζεται ἡ χρησιμοποίησις εἰς τὰς θερμάστρας τῶν ἀπαγωγῶν, διὰ τῶν ὁποίων, ὄχι μόνον δημιουργεῖται ἔντονον ρεῦμα ἀέρος, ἀλλὰ καὶ ἀπάγονται τὰ καυσαέρια τὰ προερχόμενα ἐκ τῆς καύσεως τοῦ καυσίμου (σχ. 662).

Ἐπίσης εἰς τὰ ἐργοστάσια διὰ τὸν αὐτὸν λόγον χρησιμοποιοῦνται καπνοδόχοι μεγάλου ὕψους (σχ. 663). Εἰς τὴν βάσιν καὶ ἐντὸς τῆς καπνοδόχου — ἐὰν θεωρήσωμεν αὐτὴν ὡς στήλην θερμοῦ ἀέρος — ἔχομεν εἰς τὸ ἐσωτερικόν της πίεσιν, ὀφειλομένην εἰς τὸ βάρος τῆς ἀτμοσφαίρας τῆς εὑρισκομένης ἔξωθεν καὶ ἄνωθεν τῆς κορυφῆς τῆς καπνοδόχου, πλέον τὸ βάρος τῆς στήλης θερμοῦ ἀέρος τοῦ εὑρισκομένου ἐντός, ἐνῷ ἔξωθεν καὶ εἰς τὸν πυθμένα ἔχομεν πίεσιν ὀφειλομένην εἰς τὸ βάρος τῆς ἀτμοσφαίρας ἐπὶ τῆς κορυφῆς τῆς καπνοδόχου, πλέον τὸ βάρος τῆς ἐξωτερικῆς στήλης τοῦ ψυχροῦ ἀέρος. Ἡ τελευταία ὅμως στήλη τοῦ ψυχροῦ ἀέρος ἔχει βάρος μεγαλύτερον τῆς ἀντιστοίχου στήλης θερμοῦ ἀέρος ἐντὸς τῆς καπνοδόχου, οὕτω δὲ ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις εἰς τὴν βάσιν τῆς καπνοδόχου εἶναι μεγαλυτέρα ἢ εἰς τὸ ἐσωτερικὸν αὐτῆς καὶ οὕτω εἰσχωρεῖ ἐκ τῶν ἔξω ψυχρὸς ἀήρ.

355. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι δυνάμεθα νὰ θερμάνωμεν τὰς χεῖράς μας κρατοῦντες αὐτὰς πρὸ λειτουργούσης θερμάστρας, μολονότι ὁ πέριξ ἀὴρ εἶναι ψυχρός. Ὁμοίως, διὰ τῶν συνήθων ἠλεκτρικῶν θερμαντήρων, οἱ ὁποῖοι περιέχουν τὸ θερμὸν σῶμα εἰς τὴν ἑστίαν κοίλου σφαιρικοῦ ἀνακλαστῆρος, παρατηροῦμεν ὅτι δεχόμεθα ἐξ ἀποστάσεως τὴν θερμότητα, καὶ μάλιστα δυνάμεθα νὰ κατευθύνωμεν αὐτὴν κατὰ βούλησιν πρὸς οἱανδήποτε διεύθυνσιν.

Εἰς τὴν κατὰ τὸν τρόπον τοῦτον διάδοσιν τῆς θερμότητος δὲν συμμετέχει ἡ ὕλη. Πράγματι, ἐὰν χρησιμοποιήσωμεν λυχνίαν πυρακτώσεως ὑψηλοῦ κενοῦ, ὡς εἶναι ὁ συνήθης ἠλεκτρικὸς λαμπτὴρ φωτισμοῦ, καὶ πυρακτώσωμεν τὸ νῆμά της, βλέπομεν ὅτι αἰσθανόμεθα τὴν θερμικὴν ἀκτινοβολίαν τοῦ νήματος. Ὡς ἐκ τούτου, κατὰ τὴν διάδοσιν τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας, αὕτη μεταβιβάζεται ἀπὸ σώματος εἰς σῶμα, χωρὶς εἰς τὴν μετάδοσιν αὐτῆς νὰ συμμετέχῃ ὑλικὸν σῶμα. Οὕτω δι' ἀκτινοβολίας διαδίδεται ἡ ἡλιακὴ θερμότης μέχρι τῆς Γῆς. Ἡ δι' ἀκτινοβολίας προσλαμβανομένη ἢ ἀποδιδομένη ὑπὸ τῶν σωμάτων θερμότης καλεῖται πολλάκις **ἀκτινοβόλος θερμότης.** Ἡ ἀκτινοβολία εἶναι μία μορφὴ ἐνεργείας, ἡ ὁποία διαδίδεται διὰ κυμάτων, τὰ ὁποῖα εἶναι ὅμοια πρὸς τὰ φωτεινὰ κύματα. Ἡ ἀκτινοβολία μεταφέρει ἐνέργειαν, ἡ ὁποία ἀπορροφουμένη ὑπὸ τῶν διαφόρων σωμάτων μετατρέπεται εἰς θερμότητα.

Τὰ διάφορα σώματα συμπεριφέρονται διαφοροτρόπως ὡς πρὸς τὴν ἀκτινοβόλον θερμότητα. Οὕτως ἄλλα μὲν διαπερῶνται ὑπ' αὐτῆς καὶ καλοῦνται θ ε ρ μ ο π ε ρ α τ ά, ἐνῷ ἄλλα, εἰς ἐλάχιστον μόνον βαθμὸν διαπερώμενα, καλοῦνται μ ὴ θ ε ρ μ ο-π ε ρ α τ ά. Ἐξ ἄλλου, ἡ ποσότης τῆς ἀπορροφουμένης ὑπὸ τῶν σωμάτων ἀκτινοβόλου θερμότητος ἐξαρτᾶται ἐν μεγάλῳ βαθμῷ ἐκ τῆς φύσεως καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἀκτινοβολοῦντος σώματος. Οὕτω σώματα παρουσιάζοντα τραχεῖαν καὶ σκοτεινοῦ χρώματος ἐπιφάνειαν ἀπορροφοῦν περισσοτέραν ἀκτινοβόλον θερμότητα καὶ ἑπομένως θερμαίνονται περισσότερον ἢ τὰ σώματα τὰ ἔχοντα λείαν καὶ ἀνοικτοῦ χρώματος ἐπιφάνειαν.

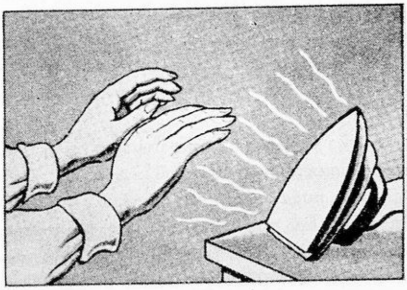
Εἰς τὰς ἀνωτέρω ἰδιότητας τῆς ἀκτινοβόλου θερμότητος ὀφείλεται καὶ τὸ γεγονός, ὅτι ἔνδυμα σκοτεινοῦ χρώματος φαίνεται λίαν θερμόν, ὅταν ἐκτίθεται εἰς τὰς ἡλιακὰς ἀκτῖνας. Ἐξ ἄλλου σώματα, τὰ ὁποῖα ἀπορροφοῦν καλῶς τὴν θερμότητα, ἀκτινοβολοῦν αὐτὴν ἐπίσης καλῶς, ἐνῷ σώματα, τὰ ὁποῖα ἀκτινοβολοῦν κακῶς τὴν θερμότητα, ἀπορροφοῦν ἐπίσης κακῶς αὐτήν. Ἐκ τούτου ἐξηγεῖται διὰ ποῖον λόγον θερμάστρα κατεσκευασμένη ἀπὸ λαμπρῶς ἐστιλβωμένον μέταλλον ἀκτινοβολεῖ, εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, πολὺ ὀλιγώτερον ποσὸν θερμότητος ἀπὸ θερμάστραν κατασκευασθεῖσαν ἀπὸ μέλαν τραχὺ μέταλλον. Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου αἱ θερμάστραι κατασκευάζονται ἀπὸ τραχὺν χυτοσίδηρον καὶ χρωματίζονται μὲ στρῶμα αἰθάλης.

Ἡ ὑπό τινος σώματος ἀκτινοβολουμένη θερμότης ἐξαρτᾶται καὶ ἐκ τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος. Οὕτω τεμάχιον σιδήρου εἰς 100 °C ἀκτινοβολεῖ θερμότητα ἐντὸς ὡρισμένου χρόνου ἀσυγκρίτως μικροτέραν παρὰ ὅταν ὁ σίδηρος θερμανθῇ μέχρις ἐρυθροπυρώσεως (σχ. 664).

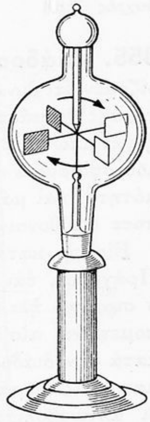
Ἀποδεικνύεται πειραματικῶς ὅτι ἡ ἀκτινοβολουμένη ἰσχὺς N, δηλ. τὸ πηλίκον τῆς ἀκτινοβολουμένης θερμότητος διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου, εἶναι ἀνάλογος τῆς τετάρτης δυνάμεως τῆς ἀπολύτου θερμοκρασίας T τοῦ σώματος, ἤτοι:

$$N = \sigma \cdot S \cdot T^4$$

ὅπου S εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἀκτινοβολοῦντος σώματος καὶ σ μία σταθερὰ ($\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-5}$ erg/sec · cm² · grad⁴).



Σχ. 664. Ὅσον θερμότερον εἶναι τὸ σίδερον τοῦ σιδερώματος, τόσον περισσότερον ἀκτινοβολεῖ θερμότητα.

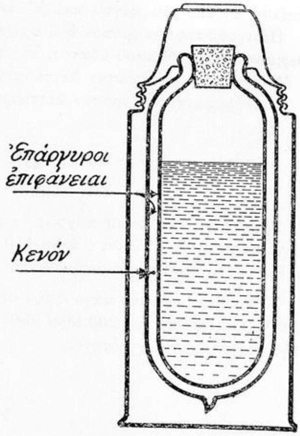


Σχ. 665. Ἀκτινόμετρον.

Συσκευὴ λίαν εὐαίσθητος εἰς τὴν ἀκτινοβολίαν θερμότητος εἶναι τὸ **ἀκτινόμετρον** (σχ. 665). Τοῦτο ἀποτελεῖται ἐκ πτερυγιοφόρου ἄξονος φέροντος 4 πτερύγια, τὰ ὁποῖα εἶναι κατὰ τὴν μίαν ἐπιφάνειαν ἐπιστρωμένα δι' αἰθάλης. Τὸ σύστημα τοῦτο τῶν πτερυγίων κλείεται ἐντὸς σχεδὸν ἀεροκένου σωλῆνος, ἀλλ' εἰς τρόπον ὥστε νὰ δύναται νὰ περιστρέφεται. Αἱ ἠθαλωμέναι πλευραὶ τῶν πτερυγίων ἀπορροφοῦν πολὺ μεγαλύτερον ποσοστὸν τῆς ἀκτινοβόλου θερμότητος ἢ αἱ στιλπναὶ πλευραὶ καί, ὡς ἐκ τούτου, θερμαίνονται καὶ μεταδίδουν τὴν θερμότητα αὐτῶν εἰς τὰ ὀλίγα μόρια τοῦ ἀέρος τοῦ εὑρισκομένου εἰς ἐπαφὴν πρὸς αὐτάς. Τὰ ἀέρια μόρια ἐκφεύγουν ἐκ τῶν ἠθαλωμένων πλευρῶν καί, ὡς ἐκ τῆς δημιουργουμένης ἀντιδράσεως κατ' ἀντίθετον διεύθυνσιν, ὁ πτερυγιοφόρος ἄξων τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν. Ἐὰν ὁ χῶρος ἦτο πλήρης ἀέρος, ἡ προκαλουμένη ἀντίδρασις, ἐπειδὴ εἶναι πολὺ μικρά, δὲν θὰ ἦτο δυνατὸν νὰ ὑπερνικήσῃ τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος.

356. Θερμοφόρα (Thermos). Ταῦτα ἀποτελοῦνται ἐξ ὑαλίνων δοχείων μὲ διπλᾶ τοιχώματα, μεταξὺ τῶν ὁποίων ὅμως ἔχει ἀφαιρεθῆ ὁ ἀὴρ (σχ. 666). Ἐπειδὴ τὸ κενὸν εἶναι κακὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος, δεδομένου ὅτι δὲν ὑπάρχουν ἀέρια μόρια πρὸς ἀπαγωγὴν θερμότητος δι' ἀγωγῆς, ἐπίσης δὲ καὶ ἡ ὕαλος, δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ προκληθῆ ἀπώλεια θερμότητος ἐξ ἀγωγιμότητος.

Ἐπίσης, λόγῳ τοῦ κενοῦ τοῦ ὑπάρχοντος μεταξὺ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ παραχθῆ ἀπώλεια λόγῳ μεταφορᾶς θερμότητος, τέλος δὲ δι' ἐπαργυρώσεως τῶν δοχείων παρεμποδίζομεν νὰ εἰσχωρήσῃ ἐκ τῶν ἔξω θερμότης. Ἐξ ἄλλου καὶ ἡ ἐστιλβωμένη ὕαλος δὲν μεταδίδει πολὺ ταχέως ἐξ ἀκτινοβολίας θερμότητα πρὸς τὰ ἔξω. Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου, ἐὰν ἐντὸς τοιούτου δοχείου, καλουμένου καὶ **δοχείου Dewar (Ντιούαρ),** εἰσαγάγωμεν θερμὸν ἢ ψυχρὸν σῶμα, τοῦτο θὰ διατηρήσῃ τὴν θερμοκρασίαν του, χωρὶς αὕτη νὰ ἐπηρεάζεται ἐκ τῶν ἐξωτερικῶν συνθηκῶν.



Σχ. 666. Θερμοφόρον. (Δοχεῖον Dewar).

357. Θερμικὴ ἰσορροπία. Ἐὰν ἐντὸς θαλάμου σταθερᾶς θερμοκρασίας, τοῦ ὁποίου τὰ τοιχώματα εἶναι θερμικῶς μεμονωμένα, εἰς τρόπον ὥστε νὰ μὴ δύναται νὰ εἰσχωρήσῃ θερμότης ἔξωθεν, ἀλλ' οὔτε καὶ ἐκ τοῦ θαλάμου νὰ μεταβιβάζεται θερμότης εἰς τὸν ἔξω χῶρον, θέσωμεν διάφορα σώματα διαφόρου θερμοκρασίας, παρατηροῦμεν ὅτι ταῦτα, μετὰ παρέλευσιν χρόνου τινός, λαμβάνουν ὅλα τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν.

Τοῦτο, κατὰ τὸν Prevost (Πρεβώ), συμβαίνει διότι τὰ σώματα ἀκτινοβολοῦν συνεχῶς θερμότητα τὰ μὲν πρὸς τὰ δέ, ὡς ἐπίσης καὶ τὰ τοιχώματα τοῦ θαλάμου, τὰ ὁποῖα ἀκτινοβολοῦν ὡσαύτως θερμότητα. Οὕτω μετά τινα χρόνον ἀποκαθίσταται σταθερὰ θερμοκρασία, ὅτε ἕκαστον σῶμα ἀκτινοβολεῖ πρὸς τὰ ἄλλα τόσον ποσὸν θερμότητος, ὅσον δέχεται ἐξ ἀκτινοβολίας.

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α' Ἐρωτήσεις

Ποῖος ὁ τύπος τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος εἰς τὴν περίπτωσιν μεταλλικῆς ράβδου ὁμοιομόρφου τομῆς.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος.

Πῶς διαδίδεται ἡ θερμότης διὰ τῶν ὑγρῶν καὶ διὰ ποίων πειραμάτων δεικνύεται ἡ διάδοσις τῆς θερμότητος.

Πῶς λειτουργεῖ ἡ λυχνία Davy.

Ἀναφέρατε μερικὰ ὑλικά, τὰ ὁποῖα πωλοῦνται εἰς τὸ ἐμπόριον καὶ χρησιμοποιοῦνται πρὸς θερμικὴν μόνωσιν τῶν οἰκιῶν.

Ἐὰν ἐντὸς ἑνὸς ψυγείου περιτυλίξωμεν τὸν πάγον μὲ τεμάχιον κουβέρτας, ποῖον ἀποτέλεσμα θὰ ἐπέλθῃ α) ἐπὶ τοῦ πάγου καὶ β) ἐπὶ τοῦ ψυγείου.

Περιγράψατε τὸν τρόπον τοῦ σχηματισμοῦ τῶν ρευμάτων εἰς τὸ κοινὸν ψυγεῖον, εἰς τὸ σύστημα θερμάνσεως διὰ θερμοῦ ὕδατος, εἰς τὸ σύστημα θερμάνσεως διὰ θερμοῦ ἀτμοῦ.

Ἐξηγήσατε τὸν τρόπον λειτουργίας φιάλης θερμοφόρου.

Περιγράψατε τὸν τρόπον λειτουργίας τοῦ ἀκτινομέτρου.

Β' Προβλήματα

1. Σιδηρᾶ πλὰξ 2 cm πάχους ἔχει ἐγκαρσίαν τομὴν 5 000 cm^2. Ἡ μία πλευρὰ εὑρίσκεται ὑπὸ θερμοκρασίαν 150 ^{0}C καὶ ἡ ἄλλη 140 ^{0}C. Ποία ποσότης θερμότητος μεταβιβάζεται εἰς 1 sec. ($k = 0,115$ cal · $grad^{-1}$ · cm^{-1} · sec^{-1}.) (Ἀπ. $Q = 2\,875$ cal.)

2. Πλὰξ ἐκ νικελίου πάχους 0,4 cm ἔχει μεταξὺ τῶν δύο πλευρῶν αὐτῆς διαφορὰν θερμοκρασίας 32 ^{0}C καὶ μεταβιβάζει 200 kcal καθ' ὥραν διὰ μέσου ἐμβαδοῦ 5 cm^2. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ συντελεστὴς τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος. (Ἀπ. $k = 0,14$ cal/grad · cm · sec.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΘ'

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΚ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

JULIUS ROBERT MAYER
(1814 - 1878)
Γερμανὸς Ἰατρὸς καὶ Φυσικοφιλόσοφος. Ὀνομαστὸς διὰ τὰς ἐρεύνας αὐτοῦ εἰς τὴν Θερμότητα.

358. Προεισαγωγικαὶ γνώσεις. Ἡ **Θερμοδυναμικὴ** ἀποτελεῖ τὸν κλάδον ἐκεῖνον τῆς Φυσικῆς, ὁ ὁποῖος ἀσχολεῖται εἰδικώτερον εἰς τὴν σπουδὴν τῆς μετατροπῆς τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον, ὡς καὶ τῆς μετατροπῆς τοῦ μηχανικοῦ ἔργου εἰς θερμότητα.

Μέχρι τῶν ἀρχῶν τοῦ 19ου αἰῶνος ἐπεκράτει ἡ ἀντίληψις ὅτι ἡ θερμότης ἀποτελεῖ οὐσίαν καὶ μάλιστα ρευστὸν (φλογιστόν), ἄνευ βάρους καὶ ἄφθαρτον. Ἡ ἀντίληψις ὅμως αὕτη ἐθεωρήθη ὅτι δὲν εὐσταθεῖ, διότι ἐπὶ τῇ βάσει αὐτῆς ἦτο ἀδύνατον νὰ ἐξηγηθῇ τὸ λίαν σύνηθες καὶ ἁπλοῦν φαινόμενον τῆς παραγωγῆς θερμότητος διὰ τριβῆς, τὸ ὁποῖον συναντῶμεν εἰς κάθε βῆμα τῆς καθημερινῆς ζωῆς μας. Πράγματι, κατὰ τὴν ἐποχὴν τοῦ χειμῶνος ἀσυναισθήτως τρίβομεν τὰς χεῖράς μας, διότι ἐξ ἐνστίκτου ἀλλὰ καὶ ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι αἱ χεῖρες ἡμῶν θερμαίνονται. Ἐξ ἄλλου, τὸ φαινόμενον τῆς ἀναπτύξεως θερμότητος διὰ τριβῆς ἦτο ἀπὸ ἀρχαιοτάτων χρόνων γνωστὸν εἰς τοὺς προγόνους ἡμῶν (σχ. 667).

Μολονότι πολλοὶ διαπρεπεῖς ἐρευνηταὶ εἶχον διαισθανθῆ καὶ ὑποστηρίξει, ὁρμώμενοι πάντοτε ἐκ τοῦ φαινομένου τῆς παραγωγῆς θερμότητος ἐκ τριβῆς, ὅτι ἡ θερμότης πρέπει νὰ θεωρηθῆ ὡς μία μορφὴ τῆς ἐνεργείας, καὶ μάλιστα ὡς κινητικὴ ἐνέργεια, ἐν τούτοις ἡ ἀντίληψις αὕτη ἐγένετο τελικῶς ἀποδεκτὴ μόνον περὶ τὸ ἔτος 1840, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἐρευνῶν τοῦ διασήμου Φυσικοφιλοσόφου καὶ Ἰατροῦ Mayer (Μάγερ).

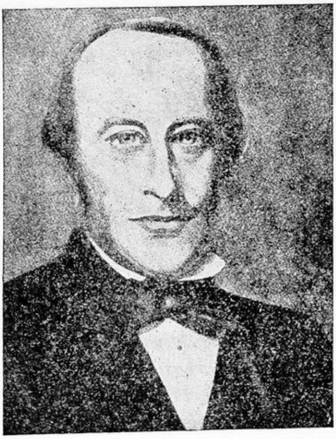
Σχ. 667. Ἀνάφλεξις ξηροῦ ξύλου διὰ τριβῆς.

359. Μηχανικὴ θεωρία τῆς θερμότητος. Συμφώνως πρὸς τὰς νεωτέρας ἀντιλήψεις, ὅσον ἀφορᾷ εἰς τὴν φύσιν τῆς θερμότητος, δεχόμεθα ὅτι **ἡ θερμότης εἶναι μία τῶν μορφῶν τῆς ἐνεργείας.** Οὕτω δεχόμεθα ὅτι τὰ μόρια τῶν σωμάτων εὑρίσκονται διαρκῶς εἰς κίνησιν ἐντὸς τοῦ συγκροτήματος ἑκάστου σώματος καί, ἑπομένως, ἕκαστον μόριον ἐγκλείει, λόγῳ τῆς κινήσεως αὐτοῦ, κινητικὴν ἐνέργειαν. Ἡ συνολικὴ κινητικὴ καὶ δυναμικὴ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν ἐγκλείουν ὅλα τὰ μόρια τοῦ σώματος, καλεῖται **ἐσωτερικὴ ἐνέργεια** τοῦ σώματος, ἐκδηλοῦται δὲ εἰς τὸν ἔξω κόσμον ὡς **θερμότης** τὸ ποσοστὸν αὐτῆς τὸ ἀναφερόμενον εἰς τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν τῶν μορίων.

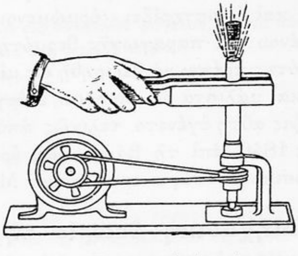
Ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος παραμένει σταθερά, καὶ ἡ ἐσωτερικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος παραμένει σταθερά. Ἐὰν ὅμως προσδίδωμεν εἰς τὸ σῶμα θερμότητα ἔξωθεν, αὕτη ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νὰ καθιστᾷ ζωηροτέραν τὴν κίνησιν τῶν μορίων, δηλαδὴ νὰ αὐξάνῃ τὴν ταχύτητα αὐτῶν καί, ἑπομένως, τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν τῶν μορίων, ἤ, μὲ ἄλλους λόγους, συντελεῖ εἰς αὔξησιν τῆς ἐσωτερικῆς ἐνεργείας τοῦ σώματος. Ἡ αὔξησις ὅμως αὕτη ἐκδηλοῦται εἰς τὸν ἔξω κόσμον ὡς αὔξησις τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος. Τὸ ἀντίθετον συμβαίνει ὅταν τὸ σῶμα ψύχεται, δηλαδὴ ἀποδίδει εἰς τὸν ἔξω κόσμον θερμότητα. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι :

α) Ἡ θερμότης ἀποτελεῖ μίαν μορφὴν τῆς ἐνεργείας, ὡς αἱ ἄλλαι γνωσταὶ ἤδη εἰς ἡμᾶς μορφαὶ τῆς ἐνεργείας, ὡς εἶναι ἡ μηχανική, ἡ χημική, ἡ ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια κλπ. καὶ β) Ὅταν ἡ θερμοκρασία ἑνὸς σώματος αὐξάνεται, αὐξάνεται καὶ ἡ ἐσωτερική του ἐνέργεια.

360. Μετατροπὴ τοῦ μηχανικοῦ ἔργου εἰς θερμότητα. Πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα. Ἡ μετατροπὴ τοῦ μηχανικοῦ ἔργου εἰς θερμότητα εἶναι ἁπλουστάτη καὶ δύναται νὰ γίνῃ δι' ἁπλῶν μέσων, συναντῶμεν δὲ αὐτὴν εἰς πᾶν βῆμα τῆς καθημερινῆς μας ζωῆς. Οὕτω τὸν χειμῶνα ἀσυναισθήτως τρίβομεν τὰς χεῖράς μας διὰ νὰ θερμανθοῦν, διότι τὸ καταναλισκόμενον ὑπὸ τῆς μυϊκῆς μας δυνάμεως ἔργον πρὸς ὑπερνίκησιν τῆς τριβῆς μετατρέπεται εἰς θερμότητα. Αἱ τροχοπέδαι (τὰ φρένα) τῶν αὐτοκινήτων θερμαίνονται, τὸ δὲ καταναλισκόμενον ἔργον πρὸς συγκράτησιν τῶν τροχῶν μετατρέπεται εἰς θερμότητα τριβῆς, ἐνίοτε μάλιστα ἡ ἀναπτυσσομένη θερμότης εἶναι τόσον μεγάλη, ὥστε αἱ τροχοπέδαι θερμαίνονται μέχρις ἐπικινδύνου



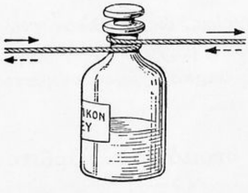
JAMES PRESCOTT JOULE
(1818 - 1889)
Ἄγγλος Φυσικός. Κατέστη ὀνομαστὸς διὰ τοῦ πρώτου πειράματος τοῦ προσδιορισμοῦ τοῦ μηχανικοῦ ἰσοδυνάμου τῆς θερμότητος.



Σχ. 668. Παραγωγὴ θερμότητος διὰ τριβῆς.

βαθμοῦ, τείνοντος νὰ θέσῃ αὐτὰς ἐκτὸς λειτουργίας (κόλλημα φρένων). Λίαν διδακτικὸν πείραμα τῆς ἀναπτύξεως θερμότητος διὰ τριβῆς δεικνύει ἡ εἰς τὸ σχῆμα 668 εἰκονιζομένη διάταξις. Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ κατακόρυφον μεταλλικὸν σωλῆνα περιέχοντα αἰθέρα καὶ δυνάμενον νὰ τεθῇ εἰς περιστροφικὴν κίνησιν διὰ φυγοκεντρικῆς μηχανῆς. Ἡ περιστροφικὴ κίνησις τοῦ σωλῆνος παρεμποδίζεται διὰ τριβέως πραγματοποιουμένου διὰ δύο ξυλίνων σιαγόνων, τὰς ὁποίας πιέζομεν οὕτως, ὥστε νὰ δημιουργῆται καλὴ ἐπαφή, ὅτε, λόγῳ τῆς τριβῆς, ἀναπτύσσεται θερμότης, ἡ ὁποία προκαλεῖ ἀπότομον ἐξαέρωσιν τοῦ αἰθέρος, ἕνεκα δὲ τῆς δημιουργουμένης πιέσεως ἐκσφενδονίζεται τὸ πῶμα τοῦ σωλῆνος μεθ᾿ ὁρμῆς.

Ἐπίσης εἰς τὸ σχῆμα 669 ἡ τριβὴ τοῦ σχοινίου ἀναπτύσσει θερμότητα, ἡ ὁποία θερμαίνει τὸν λαιμὸν τοῦ δοχείου καὶ οὕτω προκαλεῖ διαστολὴν αὐτοῦ. Διὰ τοῦ τρόπου τούτου δυνάμεθα νὰ ἐκπωματίσωμεν ὑάλινον δοχεῖον, τοῦ ὁποίου τὸ ὑάλινον πῶμα ἔχει προσκολληθῇ ἰσχυρῶς εἰς αὐτό.



Σχ. 669. Ὁ ἐκπωματισμὸς ἐπιτυγχάνεται διὰ τριβῆς.

Τὴν ἀνάπτυξιν θερμότητος διὰ καταναλώσεως μηχανικοῦ ἔργου δυνάμεθα νὰ δείξωμεν καὶ διὰ τοῦ ἀερικοῦ πυρείου (βλ. σελ. 451, σχ. 615).

Εἰς ὅλα τὰ ἀνωτέρω περιγραφέντα φαινόμενα ἔχομεν κατανάλωσιν τοῦ μηχανικοῦ ἔργου, τὸ ὁποῖον μετατρέπεται διὰ τριβῆς εἰς θερμότητα. Ἀλλὰ καὶ ὅταν ἐξαφανίζεται ἡ παρεχομένη εἰς ἓν σῶμα θερμότης, ἀναφαίνεται μηχανικὸν ἔργον. Δεδομένου δὲ ὅτι ἡ θερμότης εἶναι ἐνέργεια, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, πρέπει, **ἀντὶ τοῦ ἐξαφανιζομένου ποσοῦ θερμότητος**

(Q), νὰ παράγεται ἰσοδύναμον ἔργον (A), ἤτοι :

$$\boxed{A = Q}$$

Πρῶτος ὁ M a y e r διὰ θεωρητικῆς ὁδοῦ καὶ ἀκολούθως ἄλλοι ἐρευνηταὶ εὗρον διὰ τοῦ πειράματος ὅτι, κατὰ τὴν μετατροπὴν τοῦ μηχανικοῦ ἔργου εἰς θερμότητα, ἰσχύει ὡρισμένη σχέσις ἰσοδυναμίας, ἡ ὁποία δύναται νὰ διατυπωθῇ ὡς ἑξῆς :

« Ὁσάκις ἡ θερμότης παράγει μηχανικὸν ἔργον, ἐξαφανίζεται θερμότης ἀνάλογος πρὸς τὸ ἐπιτελεσθὲν ἔργον ». Καὶ ἀντιστρόφως : **« Ὁσάκις μηχανικὸν ἔργον μετατρέπεται εἰς θερμότητα, αὕτη εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ δαπανηθὲν ἔργον ».** Ἡ ἀρχὴ αὕτη καλεῖται **«πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα».**

Ἐπειδὴ τὸ ἔργον μετρεῖται συνήθως εἰς μηχανικὰς μονάδας ἔργου, ἡ δὲ θερμότης εἰς θερμίδας, δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν τὸ ἀξίωμα τοῦτο ἀναλυτικῶς διὰ τῆς σχέσεως :

$$\boxed{A = J \cdot Q}$$

ὅπου J παριστᾷ σ υ ν τ ε λ ε σ τ ὴ ν ἐξαρτώμενον ἀπὸ τὰς μονάδας ἔργου καὶ τὰς μονάδας θερμότητος καὶ καλεῖται **«μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος».**

Οὕτω, ἐὰν ἐκφράσωμεν τὸ ἔργον εἰς χιλιογραμμόμετρα (kgr*m) καὶ τὴν θερμότητα εἰς χιλιοθερμίδας (kcal), τὸ μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος θὰ ἐκφράζεται εἰς :

$$J = \frac{A}{Q} \qquad \frac{\text{kgr*m}}{\text{kcal}}$$

Ἐὰν τὸ ἔργον ἐκφράζεται εἰς μονάδας Joule (Τζούλ), ἡ δὲ θερμότης εἰς θερμίδας, τὸ J θὰ ἐκφράζεται εἰς Joule/cal. Ἡ διὰ διαφόρων μεθόδων μετρηθεῖσα τιμὴ τοῦ μηχανικοῦ ἰσοδυνάμου τῆς θερμότητος J εὑρέθη ὅτι εἶναι :

$$J = 427 \ \frac{\text{kgr*m}}{\text{kcal}} \qquad \text{ἢ} \qquad J = 4{,}2 \ \frac{\text{Joule}}{\text{cal}}$$

Τοῦτο δηλοῖ ὅτι, διὰ νὰ παραχθῇ θερμότης ἴση πρὸς μίαν χιλιοθερμίδα (1 kcal), πρέπει νὰ καταναλωθῇ ἔργον ἴσον πρὸς 427 χιλιογραμμόμετρα (427 kgr*m) ἤ, ἀντιστρόφως, 1 kcal μετατρεπομένη εἰς ἔργον πρέπει ν' ἀποδώσῃ 427 kgr*m. Ἡ δευτέρα ὅμως περίπτωσις, ὡς θὰ ἴδωμεν, δὲν ἐπαληθεύεται ὑπὸ τοῦ πειράματος.

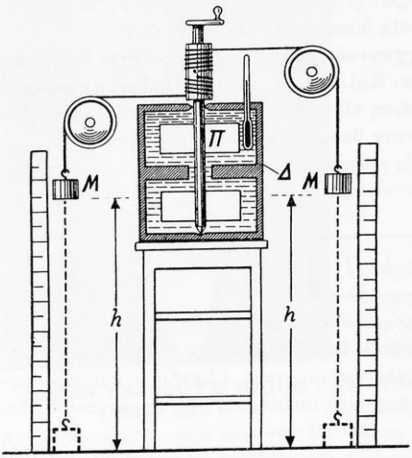
ΜΟΝΑΔΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΚΑΙ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΑΥΤΩΝ

	Joule	kWh	kgr*m	kcal
1 Joule =	1	$2{,}78 \cdot 10^{-7}$	0,102	$0{,}239 \cdot 10^{-3}$
1 kWh =	$3{,}6 \cdot 10^{6}$	1	$3{,}67 \cdot 10^{5}$	860
1 kgr*m =	9,81	$2{,}72 \cdot 10^{-6}$	1	$2{,}34 \cdot 10^{-3}$
1 kcal =	$4{,}19 \cdot 10^{3}$	$1{,}16 \cdot 10^{-3}$	427	1

Τὸ ἀξίωμα τοῦτο διατυπώνεται πολλάκις καὶ ὡς ἀξίωμα τοῦ ἀδυνάτου τοῦ **ἀ ε ι κ ι ν ή τ ο υ. «Δὲν εἶναι δηλαδὴ δυνατὸν**

νὰ κατασκευασθῇ μία μηχανή, ἡ ὁποία νὰ δύναται νὰ παραγάγῃ ὠφέλιμον ἔργον ἐκ τοῦ μηδενός».

361. Πείραμα Joule. Ὁ Joule κατώρθωσε ν᾽ ἀνεύρῃ πρῶτος, πειραματικῶς, τὴν σχέσιν μεταξὺ μηχανικοῦ ἔργου καὶ θερμότητος, διὰ τῆς εἰς τὸ σχῆμα 670 εἰκονιζομένης θερμιδομετρικῆς διατάξεως.



Σχ. 670. Μηχανὴ Joule διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ μηχανικοῦ ἰσοδυνάμου τῆς θερμότητος.

Ἐντὸς θερμιδομέτρου Δ βυθίζεται πτερυγιοφόρος ἄξων Π, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν μὲ τὴν βοήθειαν τῶν δύο μαζῶν Μ. Λόγῳ τῆς τριβῆς τῶν πτερυγίων τοῦ ἄξονος ἐντὸς τοῦ ὕδατος τοῦ θερμιδομέτρου, ἀναπτύσσεται θερμότης, ἡ ὁποία προκαλεῖ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ θερμιδομέτρου, μετρουμένης διὰ θερμομέτρου. Τὸ καταναλισκόμενον μηχανικὸν ἔργον καθορίζεται ἐκ τοῦ ὕψους h τῆς πτώσεως καὶ ἐκ τοῦ μεγέθους τοῦ βάρους, διὰ πολλαπλασιασμοῦ τῶν δύο τούτων μεγεθῶν. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ κατερχομένου βάρους δὲν λαμβάνεται ὑπ᾽ ὄψιν, διότι ἡ κάθοδος αὐτοῦ εἶναι λίαν βραδεῖα. Ἐξ ἄλλου, ἡ ἀναπτυσσομένη θερμότης μετρεῖται ἐκ τῆς μάζης τοῦ ὕδατος, τῆς θερμοχωρητικότητος τοῦ θερμιδομέτρου καὶ τῆς ἀνυψώσεως τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος (§ 321).

362. Μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς ἔργον. Δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα. Ἡ μετατροπὴ θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον δὲν ἀποτελεῖ φαινόμενον τόσον ἁπλοῦν, ὡς ἡ ἀντίστροφος μεταβολή. Ἕνεκα δὲ τοῦ λόγου τούτου, ὁ ἄνθρωπος μόλις πρὸ 100 περίπου ἐτῶν κατώρθωσε νὰ ἐπιτύχῃ τὴν μετατροπὴν τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον, ὅτε δηλαδὴ ἀνεκάλυψε τὰς θ ε ρ μ ι κ ὰ ς μ η χ α ν ά ς. Θερμικαὶ μηχαναὶ εἶναι αἱ ἀτμομηχαναί, αἱ μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως κλπ., τὰς ὁποίας θὰ σπουδάσωμεν εἰς τὸ ἑπόμενον κεφάλαιον.

Διὰ τὴν μετατροπὴν τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον, πρέπει ἀπαραιτήτως νὰ διαθέτωμεν δύο πηγὰς θερμότητος, αἱ ὁποῖαι συνήθως καλοῦνται **δεξαμεναὶ θερμότητος,** ἤτοι : μίαν δεξαμενὴν θερμότητος ὑ ψ η λ ῆ ς θερμοκρασίας, ὡς εἶναι π.χ. ὁ ἀτμολέβης τῆς ἀτμομηχανῆς, καὶ μίαν δεξαμενὴν θερμότητος χ α μ η λ ο τ έ ρ α ς θερμοκρασίας, ὡς εἶναι π.χ. ὁ συμπυκνωτὴς τῆς θερμικῆς μηχανῆς. Ἐπίσης πρέπει εἰς τὴν μηχανὴν νὰ ὑφίσταται ἓν σῶμα (ὑδρατμός), τὸ ὁποῖον προσλαμβάνει ἐκ τῆς θερμικῆς δεξαμενῆς ἀνωτέρας θερμοκρασίας ἓν ποσὸν θερμότητος, ἐκ τοῦ ὁποίου μέρος μεταβιβάζεται εἰς τὴν θερμικὴν δεξαμενὴν κατωτέρας θερμοκρασίας, ἐνῷ τὸ ὑπόλοιπον μετατρέπεται εἰς ὠφέλιμον ἔργον.

Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι τὸ ὕδωρ ρέει φυσικῶς ἀπὸ ὑψιπεδίων πρὸς τὰ κάτω καὶ ὑπὸ τὴν κατάστασιν ταύτην δύναται νὰ παραγάγῃ ἔργον. Ἐὰν ὅμως θέλωμεν ν' ἀνυψώσωμεν ὕδωρ ἀπὸ μιᾶς στάθμης εἰς ἄλλην, δέον νὰ καταναλώσωμεν ἔργον. Ἀνάλογα ἰσχύουν καὶ διὰ τὴν θερμότητα. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι ἡ θερμότης ρέει ἀφ' ἑαυτῆς ἐκ περιοχῶν ὑψηλῆς θερμοκρασίας πρὸς περιοχὰς ταπεινοτέρας θερμοκρασίας, δύναται δὲ κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ροῆς της νὰ παραγάγῃ ἔργον. **« Εἶναι ἀδύνατον ὅμως νὰ παρατηρηθῇ ροὴ θερμότητος ἀφ' ἑαυτῆς ἀπὸ περιοχῆς χαμηλοτέρας θερμοκρασίας εἰς περιοχὴν ὑψηλοτέρας θερμοκρασίας ἄνευ τῆς ταυτοχρόνου καταναλώσεως ἔξωθεν μηχανικοῦ ἔργου ».**

Τ' ἀνωτέρω ἀποτελοῦν τὸ περιεχόμενον τοῦ **«δευτέρου θερμοδυναμικοῦ ἀξιώματος»,** τὸ ὁποῖον διατυποῦται κατὰ ποικίλους τρόπους, μία δὲ ἄλλη διατύπωσις αὐτοῦ εἶναι ἡ ἀκόλουθος:

« Εἶναι ἀδύνατον νὰ κατασκευασθῇ θερμικὴ μηχανή, ἡ ὁποία νὰ ἐργάζεται συνεχῶς διὰ τῆς προσλήψεως θερμότητος ἐξ ἑνὸς σώματος, ἐκτὸς ἐὰν τὸ σῶμα τοῦτο ἔχῃ θερμοκρασίαν ἀνωτέραν τοῦ περιβάλλοντος ».

Οὕτω, ἡ θάλασσα ἀποτελεῖ δεξαμενήν, ἡ ὁποία ἐγκλείει κολοσσιαῖον ποσὸν θερμότητος. Εἶναι ὅμως εἰς ἡμᾶς ἀδύνατον νὰ κατασκευάσωμεν μηχανήν, ἡ ὁποία νὰ προσλαμβάνῃ τὴν θερμότητα τῆς θαλάσσης καὶ νὰ μετατρέπῃ αὐτὴν εἰς μηχανικὸν ἔργον, διότι ἡ θερμοκρασία τῆς θαλάσσης δὲν διαφέρει σχεδὸν ἀπὸ τὴν τοῦ περιβάλλοντος.

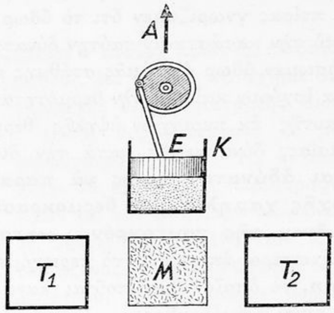
Μία τοιαύτη μηχανή, ἐὰν ἦτο δυνατὴ ἡ κατασκευή της, δὲν θὰ ἐδημιούργει ἐνέργειαν ἐκ τοῦ μηδενός, ἀλλ' ἁπλῶς θὰ μετέτρεπεν ὑπάρχουσαν ἐνέργειαν εἰς ἄλλην μορφὴν καί, ἑπομένως, δὲν θὰ ἦτο ἀσυμβίβαστος πρὸς τὸ πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα. Ἐπειδὴ ὅμως ἡ μηχανὴ αὕτη θὰ παρεῖχεν ἀφθόνως ἐνέργειαν ὠφέλιμον εἰς πολὺ χαμηλὴν τιμήν, ἐκλήθη **ἀεικίνητον τοῦ δευτέρου εἴδους,** πρὸς διάκρισιν ἀπὸ τοῦ **ἀεικινήτου τοῦ πρώτου εἴδους,** τὸ ὁποῖον σημαίνει μηχανὴν δημιουργοῦσαν ἐνέργειαν ἐκ τοῦ μηδενός. Ἐκ τούτου βλέπομεν ὅτι τὸ πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα ἀποκλείει τὸ ἀεικίνητον πρώτου εἴδους, ἐνῷ τὸ δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα ἀποκλείει τὸ ἀεικίνητον δευτέρου εἴδους.

*** 363. Κύκλος Carnot (Καρνό).** Ὁ Γάλλος μηχανικὸς Sadi - Léonard Carnot ἐν ἔτει 1824 ἐθεώρησε τὴν ἀκόλουθον διάταξιν διὰ τὴν μετατροπὴν τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον, ἡ ὁποία ἐκλήθη μηχανὴ Carnot.

Δέον νὰ τονισθῇ ὅτι ἡ μηχανὴ Carnot ἀποτελεῖ φανταστικὴν μηχανήν, ἔχουσαν ἁπλῶς θεωρητικὴν ἀξίαν, δεδομένου ὅτι αὕτη εἶναι ἀδύνατον νὰ πραγματοποιηθῇ.

Ἐντὸς κυλίνδρου Κ (σχ. 671), τοῦ ὁποίου τὰ τοιχώματα εἶναι τελείως θερμικῶς μεμονωμένα, ἀποκλείομεν δι' ἐμβολέως εὐκινήτου, κλείοντος ἀεροστεγῶς καὶ τελείως θερμικῶς μεμονωμένου, ποσότητα σώματός τινος, π.χ. τελείου (ἰδανικοῦ) ἀερίου. Ἐξ ὅλων τῶν μερῶν τοῦ κυλίνδρου μόνον ὁ πυθμὴν αὐτοῦ ἀποτελεῖται ἐξ οὐσίας, ἡ ὁποία εἶναι τελείως διαπερατὴ ὑπὸ τῆς θερμότητος. Ἐν ἀρχῇ τοποθετοῦμεν τὸν κύλινδρον ἐπὶ τοῦ βάθρου θερμοκρασίας σταθερᾶς T_1, ὅτε τὸ ἐν αὐτῷ ἀέριον λαμβάνει τὴν ἰδίαν θερμοκρασίαν, δεχόμεθα δὲ ὅτι, λόγῳ τῆς συνεχῶς ὑφισταμένης ἀπειροελαχίστης ὑπεροχῆς τῆς ἐν τῷ κυλίνδρῳ πιέσεως ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἐξωτερικήν, τὸ ἀέριον διαστέλλεται ἰσοθέρμως βραδύτατα, οὕτω δὲ μετατοπίζει τὸν ἐμβολέα, μέχρις ὅτου ὁ ὄγκος αὐτοῦ λάβῃ τιμὴν V_2. Οὕτω τὸ ἀέριον ἀπὸ τῆς ἀρχικῆς του καταστάσεως V_1, p_1, T_1, δι' ἰσοθέρμου διαστολῆς ἔλαβε τὴν

SADI CARNOT (1796 - 1832)
Γάλλος Μηχανικὸς - Φυσικός.



Σχ. 671. Ἀρχὴ τῆς λειτουργίας τῆς μηχανῆς Carnot.

κατάστασιν V_2, p_2, T_1 καὶ παράγει οὕτως ἔργον διαστολῆς δαπάναις ποσοῦ θερμότητος Q_1 χορηγηθέντος ὑπὸ τοῦ βάθρου T_1.

Ἀκολούθως μεταφέρομεν καὶ τοποθετοῦμεν τὸν κύλινδρον ἐπὶ τῆς θερμομονωτικῆς βάσεως M, ὅτε ὁ κύλινδρος ἀπομονοῦται τελείως θερμικῶς καὶ δεχόμεθα ὅτι, λόγῳ ἀπειροελαχίστης ὑπεροχῆς τῆς ἐν τῷ κυλίνδρῳ πιέσεως ἀπὸ τῆς ἐξωτερικῆς, τὸ ἀέριον ἐξακολουθεῖ διαστελλόμενον ἀδιαβατικῶς, ὅτε ὑφίσταται βραδυτάτην ψῦξιν, δεχόμεθα δὲ ὅτι τὸ ἀέριον διαστέλλεται μέχρις ὅτου ὁ ὄγκος αὐτοῦ λάβῃ τιμὴν V_3. Οὕτω πάλιν τὸ ἀέριον ἀπὸ τῆς καταστάσεως V_2, p_2 T_1, δι' ἀδιαβατικῆς διαστολῆς, ἔφθασεν εἰς τὴν κατάστασιν V_3, p_3T_2, εἶναι δὲ $T_2 < T_1$, διότι διὰ τὸ ἔργον διαστολῆς κατηναλώθη ἓν μέρος τῆς θερμικῆς ἐνεργείας τοῦ ἀερίου.

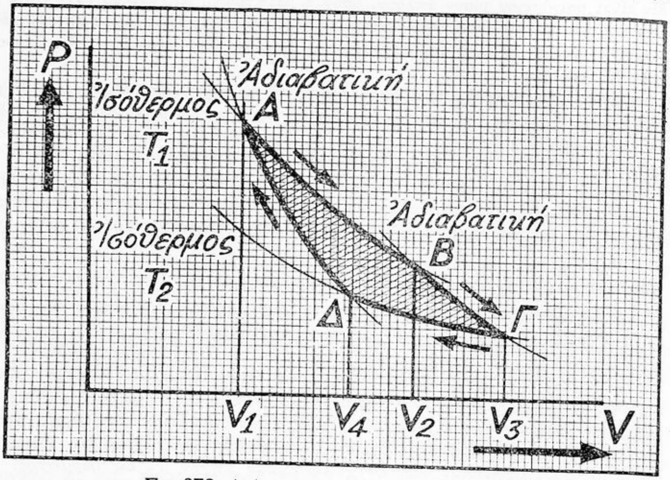
Ἤδη τοποθετοῦμεν τὸν κύλινδρον ἐπὶ τοῦ βάθρου σταθερᾶς θερμοκρασίας T_2 καὶ δεχόμεθα ὅτι, λόγῳ ἀπειροελαχίστης ὑπεροχῆς τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως ἀπὸ τῆς ἐν τῷ κυλίνδρῳ, τὸ ἀέριον συμπιέζεται βραδύτατα μέχρι τοῦ ὄγκου V_4. Κατὰ τὴν μεταβολὴν ταύτην, ἡ ὁποία εἶναι ἰσόθερμος συμπίεσις, τὸ ἀέριον ἐκ τῆς καταστάσεως V_3, p_3, T_2 ἔρχεται εἰς τὴν κατάστασιν V_4, p_4, T_2, καὶ ἀποδίδει ποσὸν θερμότητος Q_2 εἰς τὸ βάθρον T_2, ἰσοδύναμον πρὸς τὸ καταναλωθὲν ἔργον διὰ τὴν συμπίεσιν αὐτοῦ.

Τέλος τοποθετοῦμεν τὸν κύλινδρον ἐκ νέου ἐπὶ τῆς θερμομονωτικῆς βάσεως καὶ δεχόμεθα πάλιν ὅτι, λόγῳ ἀπειροελαχίστης ὑπεροχῆς τῆς ἔξωθεν πιέσεως ἀπὸ τῆς ἐν τῷ κυλίνδρῳ, τὸ ἀέριον συμπιέζεται ἀδιαβατικῶς εἰς τρόπον ὥστε νὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὴν ἀρχικήν του κατάστασιν, τὴν χαρακτηριζομένην ὑπὸ τῶν τιμῶν V_1, p_1, T_1. Τοῦτο εἶναι κατορθωτόν, ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι ἡ ἰσόθερμος συμπίεσις προωθεῖται μέχρις ὅτου ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου λάβῃ τοιαύτην τιμὴν V_4, ὥστε κατὰ τὴν ἀδιαβατικὴν συμπίεσιν, ὅταν τὸ ἀέριον λάβῃ τὸν ὄγκον V_1 καὶ πίεσιν p_1, ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ νὰ γίνῃ T_1. Κατὰ τὴν τελευταίαν ταύτην φάσιν τὸ ἀέριον θερμαίνεται λόγῳ τοῦ ἔξωθεν προσφερομένου ἔργου διὰ τὴν συμπίεσιν αὐτοῦ. Οὕτω βλέπομεν ὅτι τὸ ἀέριον διέγραψε κλειστὴν μεταβολὴν ἤ, ἄλλως, κύκλον, διότι ἐπανῆλθεν ἐκ νέου εἰς τὴν ἀρχικήν του κατάστασιν.

Ὁ ὡς ἄνω κύκλος, ὁ ὁποῖος περιλαμβάνει τὰς ἀκολούθους μεταβολάς: α) Ἰσόθερμον διαστολήν, β) Ἀδιαβατικὴν διαστολήν, γ) Ἰσόθερμον συμπίεσιν, δ) Ἀδιαβατικὴν συμπίεσιν, καλεῖται **« κύκλος τοῦ Carnot »** καὶ ἔχει μεγίστην σημασίαν ἐν τῇ σπουδῇ τῆς Θερμοδυναμικῆς.

Ἐν τῷ σχ. 672 εἰκονίζεται γραφικῶς ὁ κύκλος τοῦ Carnot εἰς pV - διάγραμμα. Ἐφ' ὅσον τὸ ἀέριον διαγράφει τὸν κύκλον Carnot, κατὰ τὴν φορὰν τὴν καθοριζομένην ὑπὸ τῶν βελῶν, παράγει μηχανικὸν ἔργον διὰ μετατροπῆς ἰσοτίμου ποσοῦ θερμότητος.

Πράγματι, κατὰ τὴν πρώτην φάσιν τῆς ἰσοθέρμου διαστολῆς, τὸ ἀέριον προσλαμβάνει ἐκ τοῦ βάθρου σταθερᾶς θερμοκρασίας T_1 ποσὸν θερμότητος Q_1 καὶ παράγει ἔργον. Κατὰ τὴν δευτέραν φάσιν, τῆς ἀδιαβατικῆς διαστολῆς, τὸ ἀέριον παράγει ἔργον, τὸ ὁποῖον ὅμως γίνεται δαπάνη τῆς θερμικῆς του ἐνεργείας, ὡς ἐκ τούτου τὸ ἀέριον ἀποψύχεται εἰς τὴν θερμοκρασίαν T_2. Κατὰ τὴν ἰσόθερμον συμπίεσιν τὸ ἀέριον ἀποδίδει ποσὸν θερμότητος Q_2 εἰς τὸ βάθρον σταθερᾶς θερμοκρασίας T_2, ἰσότιμον πρὸς τὸ προσφερόμενον ἔξωθεν ἔργον κατὰ τὴν ἰσόθερμον συμπίεσιν. Καί, τέλος, κατὰ τὴν ἀδιαβατικὴν συμπίεσιν, τὸ ἀέριον θερμαίνεται μέχρι τῆς θερμοκρασίας T_1 λόγῳ τοῦ ἔξωθεν καταναλισκομένου ἔργου.



Σχ. 672. Διάγραμμα pV τοῦ κύκλου Carnot.

Οὕτω τὸ ἀέριον προσέλαβεν ἐκ τοῦ βάθρου θερμοκρασίας T_1 ποσὸν θερμότητος Q_1 καὶ ἀπέδωκεν εἰς τὸ βάθρον T_2 ποσὸν θερμότητος Q_2, ὅθεν ἀπομένει ἔλλειμμα θερμότητος $Q_1 - Q_2$, τὸ ὁποῖον μετατρέπεται εἰς μηχανικὸν ἔργον κατὰ τὴν ἐκτέλεσιν τοῦ κύκλου Carnot.

Τὸ ἔργον παρέχεται εἰς τὸ pV - διάγραμμα ὑπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ χωρίου ΑΒΓΔΑ (σχ. 672), τοῦ περικλειομένου ὑπὸ τῆς περιμέτρου τῆς κλειστῆς γραμμῆς, τῆς παριστώσης τὸν κύκλον τοῦ Carnot (γραμμοσκιασμένον τμῆμα).

Πράγματι, κατὰ τὴν ἰσόθερμον καὶ ἀδιαβατικὴν διαστολὴν τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον παράγει τὸ σῶμα, παρέχεται ὑπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ $ΑΒΓV_3V_1Α$, τὸ ὁποῖον, ὡς διαγραφόμενον κατὰ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου, εἶναι ἀρνητικόν. Ἐνῷ τὸ ἔργον τὸ καταναλισκόμενον ἐπὶ τοῦ σώματος κατὰ τὴν ἰσόθερμον καὶ ἀδιαβατικὴν συμπίεσιν παρέχεται ὑπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ $ΓΔΑV_1V_3Γ$, τὸ ὁποῖον εἶναι θετικόν, ὡς διαγραφόμενον κατὰ φορὰν ἀντίθετον τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου.

Τὸ ἀποδιδόμενον ὑπὸ τοῦ σώματος ἔργον ἰσοῦται πρὸς τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ἀνωτέρω ἐμβαδῶν, τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ ΑΒΓΔΑ διαγραφόμενον κατὰ τὴν φορὰν τῶν βελῶν. Κατὰ κανόνα δὲ ἐν τῇ Θερμοδυναμικῇ τὸ ἀποδιδόμενον ἢ ἄλλως παραγόμενον ἔργον ὑπὸ τοῦ σώματος λογίζομεν ὡς ἀρνητικόν, ἐνῷ τὸ προσλαμβανόμενον ὑπὸ τοῦ σώματος ἢ τὸ ἔξωθεν ἐπὶ τοῦ σώματος καταναλισκόμενον ἔργον λογίζομεν ὡς θετικόν.

Ἡ ἐκτέλεσις τοῦ κύκλου κατὰ τὴν ὀρθὴν φορὰν ΑΒΓΔΑ ἀποτελεῖ τὴν ἀρχήν, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ λειτουργία τῶν θερμικῶν μηχανῶν, ἡ δ' ἐκτέλεσις αὐτοῦ κατὰ τὴν ἀνάδρομον φορὰν ἀποτελεῖ τὴν ἀρχὴν τῆς λειτουργίας τῶν ψυκτικῶν μηχανῶν.

Ἐκ τῆς σπουδῆς δὲ τοῦ κύκλου τοῦ Carnot, ὁ ὁποῖος παρέχει τὴν δυνατότητα, θεωρητικῶς τούλάχιστον, τῆς μετατροπῆς θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον καὶ ἐκ τοῦ ὁποίου προέκυψεν ἡ πραγματοποίησις τῶν θερμικῶν μηχανῶν, κατεδείχθη ὅτι ἡ μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον δὲν εἶναι φαινόμενον τόσον ἁπλοῦν, ὅσον ἡ μετατροπὴ μηχανικοῦ ἔργου εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ φαινόμενον λίαν ἁπλοῦν καὶ δύναται νὰ συντελεσθῇ δι' ὅλως ἁπλῶν μέσων, ἦτο δὲ μάλιστα γνωστὴ ἡ μετατροπὴ αὕτη ἀπὸ ἀρχαιοτάτων χρόνων, δεδομένου ὅτι οἱ ἀρχέγονοι ἄνθρωποι παρῆγον πῦρ διὰ τριβῆς.

Ἡ μετατροπὴ ὅμως τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον ἐπραγματοποιήθη μόλις πρὸ ἑνὸς περίπου αἰῶνος, διότι διὰ τὴν μετατροπὴν τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον δὲν ἀπαιτεῖται μόνον νὰ διαθέτωμεν δύο θερμικὰς δεξαμενὰς διαφόρου θερμοκρασίας, ἀλλὰ καὶ κατάλληλον θερμικὴν μηχανήν, τὴν ὁποίαν μόλις πρὸ αἰῶνος ἀνεκάλυψεν ὁ ἄνθρωπος. Μέσῳ δὲ τοῦ ἐν τῇ μηχανῇ μεταβαλλομένου σώματος, θερμότης ἐκ τῆς δεξαμενῆς ἀνωτέρας θερμοκρασίας μεταβιβάζεται εἰς τὴν θερμικὴν δεξαμενὴν κατωτέρας θερμοκρασίας, ἐνῷ μέρος μόνον ἐκ τῆς μεταβιβαζομένης θερμότητος μετατρέπεται εἰς μηχανικὸν ἔργον, τὸ δὲ ὑπόλοιπον τρέπεται πρὸς τὰ ἔνδον τοῦ συστήματος.

364. Θεωρητικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς (ἢ Θερμοδυναμικὸς συντελεστὴς ἀποδόσεως). Ὡς εἶναι ἤδη γνωστὸν ἐκ τοῦ 2ου θερμοδυναμικοῦ ἀξιώματος, διὰ νὰ λειτουργήσῃ μία θερμικὴ μηχανή, πρέπει νὰ ὑπάρχουν δύο πηγαὶ ἢ δεξαμεναὶ θερμότητος διαφόρου θερμοκρασίας. Ἡ μεταφορὰ τῆς θερμότητος ἀπὸ τῆς πηγῆς ὑψηλῆς θερμοκρασίας T_1 εἰς τὴν πηγὴν χαμηλοτέρας θερμοκρασίας T_2 ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα, ὅτι ἓν μέρος αὐτῆς μετατρέπεται εἰς ὠφέλιμον μηχανικὸν ἔργον καὶ ἕτερον μέρος αὐτῆς μεταβιβάζεται εἰς τὴν θερμικὴν δεξαμενὴν κατωτέρας θερμοκρασίας ὡς θερμότης. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ θερμότης Q_1, ληφθεῖσα ἐκ τῆς πηγῆς ὑψηλοτέρας θερμοκρασίας T_1, δὲν μετατρέπεται ὁλόκληρος εἰς μηχανικὸν ἔργον, καθόσον μέρος αὐτῆς Q_2 ἀποδίδεται εἰς τὴν χαμηλοτέραν πηγὴν T_2 ὡς θερμότης.

Συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, εἰς μίαν θερμικὴν μηχανὴν ἡ δεξαμενὴ ἀνωτέρας θερμοκρασίας T_1 παρέχει τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος Q_1 καὶ ἓν μέρος αὐτῆς Q_2 μεταβιβάζεται διὰ τῆς μηχανῆς εἰς τὴν δεξαμενὴν κατωτέρας θερμοκρασίας T_2, τὸ δὲ ὑπόλοιπον $Q_1 - Q_2$ μετατρέπεται εἰς μηχανικὸν ἔργον δυνάμενον νὰ χρησιμοποιηθῇ ἐπωφελῶς.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι ἡ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς ἐκφράζεται ἐκ τοῦ λόγου τοῦ ποσοῦ τῆς θερμότητος $Q_1 - Q_2$, τὸ ὁποῖον μετατρέπεται εἰς ὠφέλιμον μηχανικὸν ἔργον, πρὸς τὸ ἀρχικῶς ὑπὸ τῆς θερμικῆς δεξαμενῆς ἀνωτέρας θερμοκρασίας παρεχόμενον ποσὸν θερμότητος Q_1, ἤτοι :

$$\boxed{\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1}}$$

ὅπου A παριστᾷ τὸ μηχανικὸν ἔργον ἐκπεφρασμένον εἰς θερμικὰς μονάδας, τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸ ποσὸν θερμότητος $Q_1 - Q_2$.

Θεωρητικῶς δεικνύεται ὅτι ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεως θερμικῆς μηχανῆς ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς ἀπολύτους θερμοκρασίας T_1 καὶ T_2 τῶν δύο δεξαμενῶν θερμότητος καὶ ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως :

$$\boxed{\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}}$$

Ἐὰν ἡ θερμοκρασία T_2 τῆς δεξαμενῆς χαμηλοτέρας θερμοκρασίας ἦτο ἴση πρὸς τὸ ἀπόλυτον μηδὲν ($T_2 = 0$), τότε ὁ θερμοδυναμικὸς συντελεστὴς ἀποδόσεως θὰ ἦτο ἴσος πρὸς τὴν μονάδα, ἀλλὰ τοῦτο ἀποτελεῖ περίπτωσιν ἀκατόρθωτον, διότι εἶναι ἀδύνατον νὰ ἔχωμεν θερμικὴν δεξαμενὴν θερμοκρασίας τοῦ ἀπολύτου μηδενός.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Ἐὰν εἰς ἀτμομηχανήν, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ θερμικὴ δεξαμενὴ ὑψηλῆς θερμοκρασίας εἶναι ὁ λέβης, δεχθῶμεν ὅτι ὁ ἀτμὸς ἔχει θερμοκρασίαν π.χ. 200 °C, ἤτοι 473 ἀπολύτους βαθμοὺς Kelvin (δηλ. $T_1 = 473$ °K), ὡς θερμικὴ δὲ δεξαμενὴ ταπεινοτέρας θερμοκρασίας εἶναι τὸ ψυγεῖον (συμπυκνωτής), τὸ ὁποῖον ἔχει θερμοκρασίαν 50 °C ἢ 323 ἀπολύτους βαθμούς (δηλ. $T_2 = 323$ °K), θὰ ἔχωμεν :

$$\eta = \frac{473 - 323}{473} = 0{,}32 \quad ἢ \quad \eta = 32\,\%$$

365. Ἀξιολόγησις τῶν διαφόρων μορφῶν ἐνεργείας. Ἐν ἀρχῇ ὁ ἄνθρωπος διὰ τὴν ἐξυπηρέτησιν τῶν ἀναγκῶν αὐτοῦ ἐχρησιμοποίει κυρίως τὴν μηχανικὴν ἐνέργειαν, αὕτη δὲ ὡς πηγὴν εἶχε τὴν μυϊκὴν δύναμιν τῶν ἀνθρώπων καὶ ζώων, τὰς ὑδατοπτώσεις καὶ τὴν αἰολικὴν ἐνέργειαν, ἤτοι τὴν ἐνέργειαν τοῦ ἀνέμου. Ἐν τούτοις, μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου καὶ τὰς ραγδαίως αὐξανομένας ἀπαιτήσεις τοῦ ἀνθρώπου, ἀνεζητήθη ἡ ἀνεύρεσις ἄλλων πηγῶν ἐνεργείας καὶ ὡς πολύτιμοι τοιαῦται πηγαὶ ἀνεγνωρίσθησαν τὰ διάφορα καύσιμα, τὰ ὁποῖα ὑπάρχουν ἀφθόνως ἐν τῇ Φύσει.

Τὰ καύσιμα διὰ νὰ χρησιμοποιηθοῦν ὑπὸ τοῦ ἀνθρώπου διέρχονται διὰ δύο φάσεων. Κατὰ τὴν πρώτην φάσιν τὸ καύσιμον καίεται, ἡ δὲ καῦσις αὐτοῦ παρέχει θερμότητα. Ἡ δευτέρα φάσις εἶναι ἡ μετατροπὴ τῆς διατιθεμένης θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον. Ἐνῷ ἡ πρώτη φάσις ἀποτελεῖ φαινόμενον πολὺ εὔκολον, ἡ δευτέρα φάσις ἀποτελεῖ φαινόμενον πολὺ δύσκολον, διότι, ὡς εἴδομεν, διὰ νὰ μετατραπῇ ἡ θερμότης εἰς μηχανικὸν ἔργον ἀπαιτεῖται νὰ διαθέσωμεν δύο θερμικὰς πηγὰς (δεξαμενὰς) διαφόρου θερμοκρασίας καί, πρὸς τούτοις, κατάλληλον θερμικὴν μηχανήν. Εἶναι ὅμως ἀδύνατον νὰ μετατρέψωμεν ὅλον τὸ διατιθέμενον ποσὸν θερμότητος εἰς ὠφέλιμον μηχανικὸν ἔργον, διότι καὶ ὑπὸ τὰς εὐνοϊκωτέρας συνθήκας μόνον 30 - 35 % μετατρέπεται εἰς μηχανικὸν ἔργον, ἐνῷ τὸ ὑπόλοιπον παραμένει ὡς θερμότης, καὶ μάλιστα θερμοκρασίας κατωτέρας τοῦ ἀρχικῶς διατεθέντος ποσοῦ θερμότητος.

Ἐὰν ἤδη ἐξετάσωμεν τὰς τέσσαρας μορφὰς ἐνεργείας, ἤτοι μηχανικὸν ἔργον, χημικὴν ἐνέργειαν, ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν, θερμότητα, διὰ νὰ περιορισθῶμεν μόνον εἰς αὐτάς, παρατηροῦμεν ὅτι μεταξὺ αὐτῶν ὑπάρχει οὐσιώδης διαφορά.

Τὸ μηχανικὸν ἔργον, ἡ χημικὴ καὶ ἡ ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια δύνανται νὰ μετατραποῦν κατὰ 100 % εἰς θερμότητα, ἐνῷ τουναντίον ἡ θερμότης εἶναι ἀδύνατον νὰ μετατραπῇ κατὰ 100 % εἰς τὰς ἄλλας μορφὰς ἐνεργείας. Οὕτω λέγομεν ὅτι :

« Τὸ μηχανικὸν ἔργον, ἡ χημικὴ καὶ ἡ ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια ἀποτελοῦν μορφὰς ἐνεργείας ἀνωτέρας ποιότητος, ἐνῷ ἡ θερμότης ἀποτελεῖ μορφὴν ἐνεργείας κατωτέρας ποιότητος ».

Ἐξ ἄλλου, ἐὰν συγκρίνωμεν δύο ἰσομεγέθη ποσὰ θερμότητος, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ ἓν νὰ διατίθεται ὑπὸ ὑψηλοτέραν θερμοκρασίαν καὶ τὸ ἄλλο ὑπὸ ταπεινοτέραν, τὸ ποσὸν θερμότητος ὑψηλοτέρας θερμοκρασίας θεωρεῖται ἀνωτέρας ποιότητος ἀπὸ τὸ ἴσον ποσὸν θερμότητος ταπεινοτέρας θερμοκρασίας, διότι τὸ πρῶτον δύναται νὰ μετατραπῇ ὑπὸ καλυτέραν ἀπόδοσιν εἰς μηχανικὸν ἔργον.

366. Ὑποβάθμισις τῆς ἐνεργείας. Φαντασθῶμεν ὅτι διαθέτομεν εἰς ἀποκεκλεισμένον σύστημα, τὸ ὁποῖον οὔτε ἔξωθεν δύναται νὰ προσλάβῃ ἐνέργειαν, ἀλλὰ οὔτε καὶ ἐκ τοῦ συστήματος δύναται νὰ διαφύγῃ πρὸς τὰ ἔξω ἐνέργεια, συνολικῶς μηχανικὴν ἐνέργειαν 100 kgr*m. Αὕτη δύναται νὰ μετατραπῇ κατὰ 100 % εἰς θερμότητα, ἤτοι θὰ ἔχωμεν θερμότητα ἰσοδύναμον πρὸς 100 kgr*m. Ἐὰν ἤδη θελήσωμεν νὰ μετατρέψωμεν τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος τὸ ἰσοδύναμον πρὸς 100 kgr*m, θὰ ἀποκτήσωμεν μόνον 30 kgr*m, ἐφ' ὅσον ἡ ἀπόδοσις θὰ εἶναι 30 %, ἐνῷ τὸ ὑπόλοιπον ποσὸν θερμότητος τὸ ἰσοδύναμον πρὸς 70 kgr*m θὰ ὑποβαθμισθῇ καὶ θὰ παραμείνῃ θερμότης κατωτέρας θερμοκρασίας. Τὰ 30 kgr*m δύνανται νὰ μετατραποῦν εἰς ἰσοδύναμον ποσὸν θερμότητος 30 kgr*m, ἀλλά, ἐὰν τὸ ποσὸν τοῦτο θερμότητος θελήσωμεν νὰ τὸ μετατρέψωμεν εἰς μηχανικὸν ἔργον, θὰ προκύψουν μόνον 9 kgr*m, ἐνῷ τὸ ὑπόλοιπον, 21 kgr*m, θὰ ἐμφανισθῇ ὡς θερμότης κατωτέρας θερμοκρασίας.

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω ἁπλῆς περιγραφῆς συνάγομεν ὅτι ἡ ἀρχικῶς διατεθεῖσα ἀνωτέρας ποιότητος ποσότης ἐνεργείας, κατὰ τὰς ἀλληλοδιαδόχους μετατροπὰς ὑ π ο β α θ μ ί ζ ε τ α ι μετατρεπομένη εἰς θερμότητα, ἤτοι εἰς ἐνέργειαν, κατωτέρας ποιότητος. Τὸ αὐτὸ ἰσχύει καὶ διὰ τὰς ἄλλας μορφὰς ἀνωτέρας ποιότητος ἐνεργείας.

Ἡ ὑ π ο β ά θ μ ι σ ι ς τ ῆ ς ἐ ν ε ρ γ ε ί α ς ἀ π ο τ ε λ ε ῖ ν ό μ ο ν τ ῆ ς Φ ύ σ ε ω ς, κατὰ τὸν ὁποῖον, ἐφ' ὅσον τὸ σύμπαν θεωρεῖται ὡς ἀποκεκλεισμένον σύστημα, ὅλαι αἱ μεταβολαὶ αἱ ὁποῖαι συντελοῦνται ἐντὸς αὐτοῦ (ἀφ' ἑαυτῶν) ἔχουν ὡς ἀποτέλεσμα τὴν ὑποβάθμισιν τῆς ἐνεργείας, ἤτοι τὴν συνεχῆ αὔξησιν τῆς περιεκτικότητος τοῦ σύμπαντος εἰς ἐνέργειαν, ὑπὸ μορφὴν θερμότητος, δαπάναις ὅλων τῶν ἄλλων μορφῶν ἐνεργείας.

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α' Ἐρωτήσεις

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος, ποία ἡ ἀριθμητική του τιμὴ καὶ ποῖοι ἠσχολήθησαν εἰς τὸν καθορισμὸν τῆς τιμῆς του.

Τί νοοῦμεν ἀεικίνητον πρώτου εἴδους.

Πῶς διατυποῦται τὸ δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου ἀεικίνητον τοῦ δευτέρου εἴδους.

Περιγράψατε τὸν τρόπον λειτουργίας μηχανῆς Carnot.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου κύκλος τοῦ Carnot καὶ τί ἄλλο σχετικῶς γνωρίζετε περὶ αὐτοῦ.

Ποία ἡ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς Carnot. Ποίας ἰδιότητας παρουσιάζει ὁ κύκλος Carnot.

Β' Προβλήματα

1. Ἠλεκτρικὸς θερμαντὴρ βυθίζεται ἐντὸς θερμιδομέτρου περιέχοντος 380 gr ὕδατος θερμοκρασίας 10 °C. Ὁ θερμαντὴρ καταναλίσκει ἰσχὺν 84 Watt καὶ μετὰ 10 min ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος ἀνέρχεται εἰς 40 °C. Ἐὰν ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ θερμιδομέτρου εἶναι 20 cal·grad^{-1}, πόση ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ μηχανικοῦ ἰσοδυνάμου τῆς θερμότητος εἰς erg/cal. (Ἀπ. J = 4,2 Joule/cal.)

2. Πόση ἰσχὺς εἰς ἵππους ἀπαιτεῖται διὰ τὴν τῆξιν 60 gr πάγου 0 °C ἐντὸς 15 πρώτων λεπτῶν. (Ἀπ. N = 0,03 CV.)

3. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ ταχύτης σφαίρας ἐκ μολύβδου θερμοκρασίας 20 °C, εἰς τρόπον ὥστε, ὅταν ἡ σφαῖρα προσκρούσῃ ἐπὶ τοῦ στόχου, νὰ τακῇ ἐξ ὁλοκλήρου. (Εἰδ. θερμότης μολύβδου 0,032 cal · gr^{-1} · grad^{-1}, σημεῖον τήξεως μολύβδου 327 °C, θερμότης τήξεως μολύβδου 5,4 cal/gr.)
(Ἀπ. υ = 360 m/sec.)

4. Τεμάχιον μετάλλου βάρους 4 kgr* πίπτει ἐξ ὕψους 106,75 m ἐπὶ τελείως μὴ ἐλαστικοῦ βάθρου, ὅτε ἡ ὅλη ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς θερμότητα. Ποῖον ποσὸν θερμότητος ἀναπτύσσεται.
(Ἀπ. Q = 1 kcal.)

5. Κανονικὸς ἄνθρωπος, ὁ ὁποῖος δὲν ἐκτελεῖ σωματικὸν ἔργον, διὰ νὰ συντηρῆται χρειάζεται ἡμερησίως 1800 kcal. Πόση εἶναι κατὰ μέσον ὅρον εἰς Watt ἡ ἀπαιτουμένη ἰσχὺς διὰ τὴν διατήρησιν τῆς ζωῆς. Πόση ἡ καταναλισκομένη ἐνέργεια εἰς κιλοβατώρια εἰς ἓν ἔτος.
(Ἀπ. A = 765 kWh.)

6. Πόσον μηχανικὸν ἔργον παραγόμενον διὰ τριβῆς ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ἀνυψώσωμεν τὴν θερμοκρασίαν κοίλου κυλινδρικοῦ τυμπάνου ἐκ χαλκοῦ μάζης 150 gr περιέχοντος 600 gr ὕδατος κατὰ 5 °C. (Εἰδ. θερμότης χαλκοῦ 0,092 cal · gr^{-1} · grad^{-1}.) (Ἀπ. A = 1310 kgr*m.)

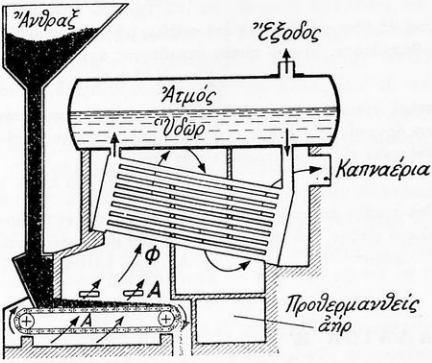
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Κ'

ΘΕΡΜΙΚΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ

367. Γενικά. Αἱ **θερμικαὶ μηχαναὶ** μετατρέπουν τὴν θερμότητα εἰς μηχανικὸν ἔργον. Αὗται διαιροῦνται κυρίως εἰς δύο κατηγορίας, εἰς **ἀτμομηχανάς,** εἰς τὰς ὁποίας ἡ παραγωγὴ τοῦ ἔργου γίνεται διὰ τῆς ἐκτονώσεως τοῦ θερμανθέντος ὑδρατμοῦ (ὡς εἶναι αἱ ἀτμομηχαναὶ μετ' ἐμβόλου καὶ οἱ ἀτμοστρόβιλοι), καὶ εἰς **μηχανὰς ἐσωτερικῆς καύσεως,** εἰς τὰς ὁποίας τὸ μεῖγμα ἑνὸς εὐφλέκτου σώματος καὶ τοῦ ἀέρος ἀναφλέγεται καὶ τὰ προκύπτοντα οὕτω ἀέρια, ταχέως διαστελλόμενα, παράγουν μηχανικὸν ἔργον, π.χ. διὰ τῆς μεταθέσεως τοῦ ἐμβολέως τοῦ κυλίνδρου.

368. Ἀτμομηχαναί. Τὰ κύρια μέρη ἀτμομηχανῆς εἶναι: α) ὁ ἀτμογόνος **λέβης,** ἐντὸς τοῦ ὁποίου θερμαίνεται τὸ ὕδωρ, ἵνα ὁ παραγόμενος ἀτμὸς ἀποκτήσῃ πίεσιν πολλῶν ἀτμοσφαιρῶν (ἀποτελεῖ δηλ. τὴν δεξαμενὴν θερμότητος ὑψηλῆς θερμοκρασίας), β) ὁ **κύλινδρος,** ἐντὸς τοῦ ὁποίου ἐφαρμόζεται ὁ ἐμβολεὺς κινούμενος παλινδρομικῶς, γ) τὸ σύστημα τὸ μετατρέπον τὴν παλινδρομικὴν κίνησιν τοῦ ἐμβολέως εἰς περιστροφικήν, δ) ὁ **συμπυκνωτής,** ὁ ὁποῖος εἶναι δοχεῖον μεταλλικόν, ὅπου ὑγροποιεῖται ὁ ἀτμὸς μετὰ τὴν ἔξοδόν του ἐκ τοῦ κυλίνδρου. Ὁ συμπυκνωτὴς ψύχεται δι' ὕδατος διαρκῶς ἀνανεουμένου, ἀποτελεῖ δὲ τὴν δεξαμενὴν θερμότητος κατωτέρας θερμοκρασίας. Εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς τῶν σιδηροδρόμων δὲν ὑπάρχει συμπυκνωτής, οὕτω δὲ ὁ ἀτμὸς ὁ ἐξερχόμενος ἐκ τοῦ κυλίνδρου ἐκφεύγει ἀπ' εὐθείας εἰς τὸν ἀέρα.

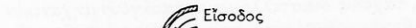
Λέβης. Συνήθως ὁ λέβης ἀποτελεῖται ἐκ μεταλλικοῦ κυλινδρικοῦ δοχείου μὲ τοιχώματα λίαν ἀνθεκτικά, ἐντὸς τοῦ ὁποίου τίθεται τὸ ὕδωρ τὸ ὁποῖον διὰ θερμάνσεως δι' ἄνθρακος ἢ πετρελαίου μεταβάλλεται εἰς ἀτμόν. Εἰς τὰς νεωτέρας μονίμους ἀτμομηχανὰς χρησιμοποιεῖται ὁ λέβης μετὰ αὐλῶν (σχ. 673), ὅπου ἡ πυρὰ τῆς ἑστίας τροφοδοτεῖται αὐτομάτως διὰ γαιάνθρακος.



Σχ. 673. Λέβης μὲ ὑδροσωλῆνας. Φ, ἀέρια φλογός. Α, ψυχρὸς ἀήρ.

Εἰς τὸ σχῆμα ἀριστερὰ δεικνύεται ἡ χοάνη ἡ τροφοδοτοῦσα μὲ ἄνθρακα τὸν λέβητα. Ὁ ἄνθραξ διὰ μιᾶς ἑρπυστρίας Α εἰσάγεται εἰς τὸν θάλαμον καύσεως, ὅπου δημιουργοῦνται ἀέρια φλογός, τὰ ὁποῖα προσβάλλουν σύστημα σωλήνων πλήρων ὕδατος. Ἄνωθεν τῆς στάθμης τοῦ ὕδατος εἰς τὸν λέβητα ὁ ἀτμὸς συλλέγεται, μέχρις ὅτου ἀποκτήσῃ τὴν ἀπαιτουμένην πίεσιν. Ἡ πίεσις εἶναι ἴση μὲ τὴν τάσιν τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ ὕδατος, τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ θερμοῦ ὕδατος τοῦ λέβητος. Ὅταν π.χ. ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ εἶναι 30 ἀτμόσφαιραι, ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος τοῦ λέβητος ἀνέρχεται εἰς 230 °C. Βαλβὶς ἀσφαλείας ὁμοία πρὸς τὴν βαλβῖδα τῆς χύτρας Papin (βλ. σχ. 642) προφυλάσσει τὸν λέβητα, ὥστε ἡ πίεσις νὰ μὴ ὑπερβῇ τὴν ἀνωτάτην ἐπιτρεπομένην τιμήν.

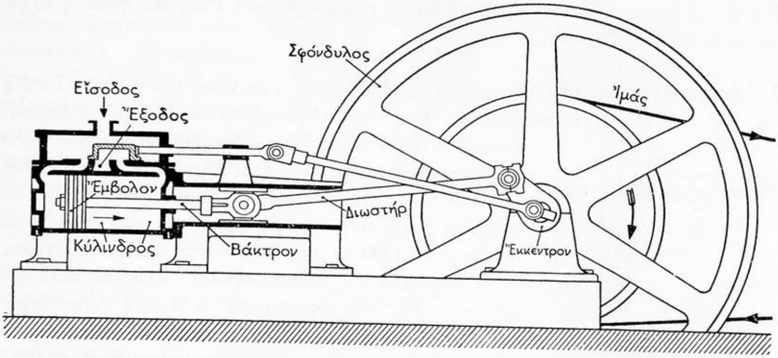
Λειτουργία τῆς ἀτμομηχανῆς. Ἡ λειτουργία τῆς ἀτμομηχανῆς εἶναι εἰς γενικὰς γραμμὰς ἡ ἑξῆς. Ὁ ἀτμός, ὁ παραγόμενος ἐντὸς τοῦ λέβητος, εἰσχωρεῖ ὑπὸ πίεσιν διὰ τοῦ σωλῆνος εἰσόδου εἰς τὸν κύλινδρον (σχ. 674). Ὅταν ὁ ἔμβολεὺς εὑρίσκεται εἰς τὴν ὑπὸ τοῦ σχήματος ὑποδεικνυομένην θέσιν, ὁ ἀτμὸς διοχετεύεται διὰ τοῦ ὀχετοῦ Α καὶ ὠθεῖ τὸν ἐμβολέα πρὸς τὰ δεξιά, διότι ἡ ἐπὶ τῆς δεξιᾶς ὄψεως αὐτοῦ ἀσκουμένη πίεσις εἶναι μικροτέρα, καθότι ἡ περιοχὴ πρὸς τὰ δεξιὰ τοῦ ἐμβολέως συγκοινωνεῖ πρὸς τὴν ἔξοδον, δηλ. πρὸς τὸν συμπυκνωτὴν (ἢ πρὸς τὴν ἀτμόσφαιραν). Ὅταν τὸ ἔμβολον τερματίζῃ τὴν διαδρομήν του πρὸς τὰ δεξιά, ὁ ἀτμοσύρτης μετατίθεται πρὸς τὰ ἀριστερά, ὁπότε κλείει ἡ ἀτμοθυρὶς α πρὸς τὰ ἀριστερὰ καὶ ἀντ' αὐτῆς ἀνοίγει ἡ ἀτμοθυρὶς β πρὸς τὰ δεξιά, ἡ ὁποία πάλιν ἐπιτρέπει τὴν δίοδον τοῦ ἀτμοῦ εἰς τὸν κύλινδρον. Ὁ



Σχ. 674. Τομὴ κυλίνδρου ἀτμομηχανῆς μετὰ τοῦ ἀτμοσύρτου.

ἀτμὸς ἤδη εἰσερχόμενος διὰ τῆς δεξιᾶς ἀτμοθυρίδος πιέζει τὸ ἔμβολον ἐπὶ τῆς ἄλλης πλευρᾶς, τοιουτοτρόπως δὲ ἀναστρέφεται ἡ φορὰ τοῦ πιέζοντος ἀτμοῦ ἀπὸ τῆς ἀριστερᾶς πρὸς τὴν δεξιὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐμβόλου. Κατὰ τὴν κίνησιν πάλιν ταύτην ὁ ἀτμὸς ὁ εὑρισκόμενος εἰς τὸ ἀριστερὸν διαμέρισμα τοῦ κυλίνδρου φέρεται εἰς τὸν συμπυκνωτὴν ἢ ἐκδιώκεται εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν, ὅπου καὶ ὑγροποιεῖται. Τοιουτοτρόπως τὸ ἔμβολον κινεῖται παλινδρομικῶς.

Ἡ ὡς ἄνω παλινδρομικὴ κίνησις τοῦ ἐμβόλου ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου μετατρέπεται διὰ καταλλήλου μηχανισμοῦ (σχ. 675), ἤτοι τοῦ β ά κ τ ρ ο υ, τοῦ δ ι ω σ τ ῆ ρ ο ς,



Σχ. 675. Τομὴ ἀτμομηχανῆς δεικνύουσα τὸν κύλινδρον καὶ τὸ κινητήριον σύστημα.

τοῦ ἐ κ κ έ ν τ ρ ο υ καὶ τοῦ σ φ ο ν δ ύ λ ο υ, εἰς περιστροφικὴν κίνησιν. Ὁ σφόνδυλος, ὅστις λόγῳ τῆς μεγάλης ἀδρανείας τὴν ὁποίαν προβάλλει κατὰ τὰς μεταβολὰς τῆς γωνιακῆς ταχύτητος διατηρεῖ ὁμοιόμορφον τὴν λειτουργίαν τῆς μηχανῆς, χρησιμεύει πρὸς τούτοις καὶ διὰ τὴν μεταβίβασιν τῆς κινήσεως εἰς ἄλλας μηχανὰς (γεννητρίας ἠλεκτρικοῦ ρεύματος κλπ.) διὰ μέσου τοῦ ἱμάντος.

Ἡ ἀνωτέρω περιγραφεῖσα μηχανή, ἡ ὁποία ἀποτελεῖται ἐξ ἑνὸς μόνον κυλίνδρου, καλεῖται ἁ π λ ῆ μ η χ α ν ή. Αἱ ἀτμομηχαναὶ ὅμως ἐν τῇ πράξει εἶναι σ ύ ν θ ε τ ο ι μ η χ α ν α ί, ἤτοι ἀποτελοῦνται ἀπὸ σειρὰν δύο, τριῶν ἢ καὶ τεσσάρων κυλίνδρων. Οὕτω, ὁ αὐτὸς ἀτμὸς εἰσέρχεται διαδοχικῶς εἰς ἕκαστον τῶν κυλίνδρων, τῶν ὁποίων ἡ διατομὴ διαδοχικῶς εἶναι ηὐξημένη, δεδομένου ὅτι κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ ἐλαττοῦται, ἐνῷ ὁ ὄγκος αὐτοῦ αὐξάνεται. Διὰ τῆς τοιαύτης βαθμιαίας ἐκτονώσεως τοῦ ἀτμοῦ ἀπὸ κυλίνδρου εἰς κύλινδρον ἐπέρχεται μεγάλη οἰκονομία, διότι ὁ ἀτμὸς δὲν ἀποβάλλεται ἐκ τῆς μηχανῆς, παρὰ μόνον ὅταν ὅλη ἡ ἐνέργεια αὐτοῦ ἔχῃ ἀποδοθῇ.

Αἱ ἐμβολοφόροι ἀτμομηχαναὶ χρησιμοποιοῦνται ὡς κινητῆρες μονίμου ἐγκαταστάσεως εἰς ἐργοστάσια, καθὼς καὶ εἰς τὴν κίνησιν σιδηροδρόμων καὶ ἀτμοπλοίων. Αὗται σήμερον δὲν χρησιμοποιοῦνται πλέον εὐρέως, ἀλλὰ ἀντικαθίστανται ὑπὸ τῶν ἀ τ μ ο σ τ ρ ο β ί λ ω ν.

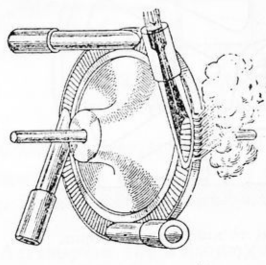
***369. Ὑπολογισμὸς τοῦ ἔργου καὶ τῆς ἰσχύος.** Ἔστω P ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ καὶ p ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, S ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐμβολέως, l ἡ διαδρομὴ αὐτοῦ καὶ n ὁ ἀριθμὸς τῶν διαδρομῶν ἀνὰ 1 sec. Ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ὁ ἀτμὸς ἐπὶ τοῦ ἐμβολέως εἶναι $F_1 = P \cdot S$, ἐπειδὴ ὅμως ἐπὶ τῆς ἄλλης του ἐπιφανείας ἐπενεργεῖ, λόγῳ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, ἡ δύναμις $F_2 = p \cdot S$, ἡ ὁποία εἶναι ἀντίθετος τῆς πρώτης, ἡ ἐνεργὸς ἐπὶ τοῦ ἐμβολέως δύναμις εἶναι $F = P \cdot S - p \cdot S = (P - p) \cdot S$.

Τὸ δὲ παραγόμενον εἰς n διαδρομὰς ἔργον κατὰ δευτερόλεπτον, ἤτοι ἡ ἰσχὺς τῆς μηχανῆς, θὰ εἶναι :

$$N = (P - p) \cdot S \cdot l \cdot n$$

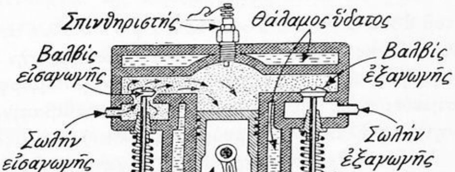
Ἐὰν P καὶ p ἐκφράζωνται εἰς kgr*/cm², S εἰς cm² καὶ l εἰς m, τότε ἡ ἰσχὺς θὰ ἐκφράζεται εἰς kgr*m/sec.

370. Ἀτμοστρόβιλοι. Εἰς τοὺς ἀτμοστροβίλους (κοινῶς τουρμπίνες) ἡ κίνησις εἶναι ἀπ' εὐθείας περιστροφική. Ὑπὸ τὴν ἁπλουστέραν του μορφὴν ὁ ἀτμοστρόβιλος ἀποτελεῖται ἀπὸ ἕνα ἀξονοφόρον τροχόν, ὁ ὁποῖος εἰς τὴν περιφέρειάν του φέρει καμπυλωτὰ πτερύγια, ὡς καὶ τέσσαρας ὑπὸ κατάλληλον γωνίαν ἀκινήτους ἀτμοσωλῆνας (σχ. 676). Διὰ τῆς ροῆς τοῦ ἀτμοῦ μέσῳ τῶν ἀτμοσωλήνων, ὑπὸ πίεσιν ἐπὶ τῶν πτερυγίων, τίθεται ὁ τροχὸς εἰς περιστροφικὴν κίνησιν περὶ τὸν ἄξονά του. Εἰς τὴν ἐφαρμογὴν ὁ ἀτμὸς ὁδηγεῖται εἰς πολλὰς σειρὰς παρομοίων πτερυγίων φερομένων ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄξονος, ὅπου ὑφίσταται νέας διαδοχικὰς ἐκτονώσεις.



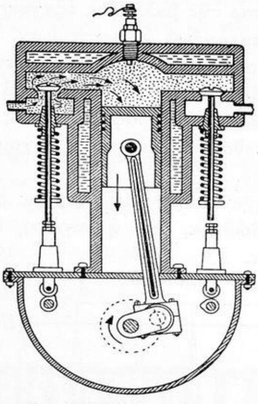
Σχ. 676. Ἀτμοστρόβιλος (ἀρχή).

Οἱ ἀτμοστρόβιλοι ὑπερέχουν τῶν ἐμβολοφόρων ἀτμομηχανῶν, διότι καταλαμβάνουν μικρότερον χῶρον, ἀπαιτοῦν μικροτέραν ἐπίβλεψιν τῆς λειτουργίας των, εἶναι οἰκονομικώτεροι εἰς τὴν λίπανσιν καὶ ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεώς των φθάνει μέχρι 30 - 35 %, μειονεκτοῦν ὅμως, διότι δὲν εἶναι ἀναστρέψιμοι.

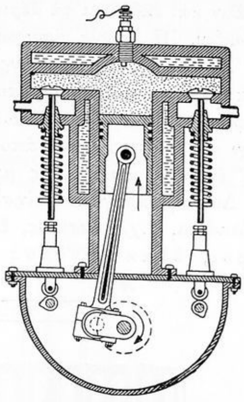


Σχ. 677. Διάταξις μηχανῆς ἐσωτερικῆς καύσεως ἐν τομῇ.

371. Μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως. Εἰς τὰς μηχανὰς ἐσωτερικῆς καύσεως, αἱ ὁποῖαι καλοῦνται καὶ **κινητῆρες δι' ἐκρήξεως**, χρησιμοποιεῖται ὡς πηγὴ θερμότητος ἐκρηκτικὸν μεῖγμα σχηματιζόμενον συνήθως ἐξ ἀέρος καὶ ἑνὸς καυσίμου (ὡς βενζίνης, πετρελαίου κλπ.). Αἱ μηχαναὶ αὗται ἀποτελοῦνται ἐκ κυλίνδρου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου δύναται νὰ κινῆται παλινδρομικῶς ἔμβολον (σχ. 677). Ὁ κύλινδρος φέρει πρὸς τὰ ἄνω δύο βαλβῖδας, ἐξ ὧν ἡ μία, ἡ πρὸς τ' ἀριστερά, λέγεται βαλβὶς εἰσαγωγῆς, διὰ τῆς ὁποίας εἰσέρχεται τὸ ἐκρηκτικὸν μεῖγμα, μέσῳ τοῦ ἐξαεριστῆρος, ἡ δὲ ἄλλη, ἡ πρὸς τὰ δεξιά, λέγεται βαλβὶς ἐξαγωγῆς καὶ ἐξ αὐτῆς ἐξέρχονται τὰ ἀέρια καύσεως (καυσαέρια). Ἐπίσης φέρει πρὸς τὰ ἄνω κατάλληλον ἠλεκτρικὴν διάταξιν σπινθηριστοῦ, τὸν ἀναφλεκτῆρα (bougie), ὅπου τὸ καύσιμον ἀναφλέγεται ἀποτόμως καὶ ἐπακολουθεῖ ἔκρηξις. Λόγῳ τῆς ἐκρήξεως, ἡ ὁποία γίνεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου, ἀνυψοῦται ἡ θερμοκρασία του καὶ διὰ τοῦτο περιβάλλεται ἀπὸ ψυχρὸν ὕδωρ.



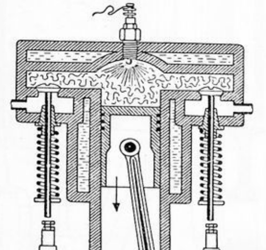
Σχ. 678. Ἀναρρόφησις.



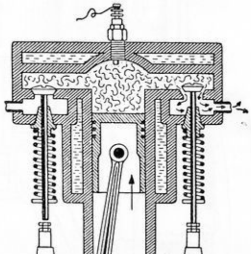
Σχ. 679. Συμπίεσις.

Ὑπάρχουν δύο τύποι κινητήρων, οἱ τετράχρονοι, ὅπου ὁ κύκλος τῆς λειτουργίας τῆς μηχανῆς γίνεται εἰς τέσσαρας χρόνους, καὶ οἱ δίχρονοι, θὰ περιγράψωμεν δὲ πρῶτον τὸν **τετράχρονον βενζινοκινητῆρα.**

1ος χρόνος - Ἀναρρόφησις. Ὁ ἐμβολεὺς εὑρίσκεται κατ' ἀρχὰς εἰς τὸ ἀνώτατον ἄκρον τῆς διαδρομῆς του καί, ὅταν ἀρχίσῃ νὰ κατέρχεται, ἀνοίγει ἀμέσως ἡ βαλβὶς εἰσαγωγῆς καὶ τὸ μεῖγμα τοῦ καυσίμου ἀναρροφᾶται καὶ εἰσχωρεῖ εἰς τὸν κύλινδρον, λόγῳ τῆς ἐλαττώσεως τῆς πιέσεως. Ἡ βαλβὶς ἐξαγωγῆς εἶναι κλειστὴ (σχ. 678).



Σχ. 680. Ἔκρηξις.



Σχ. 681. Ἐξαγωγή.

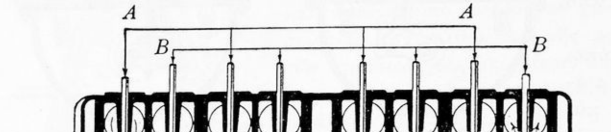
2ος χρόνος - Συμπίεσις. Αἱ δύο βαλβῖδες παραμένουν κλεισταί, ὁ ἐμβολεὺς ἄρχεται κινούμενος πρὸς τὰ ἄνω καὶ τὸ καύσιμον ἀέριον συμπιέζεται (σχ. 679).

3ος χρόνος - Ἔκρηξις καὶ ἐκτόνωσις. Ὅταν τὸ ἀέριον συμπιεσθῇ ἐπαρκῶς, τὸ καύσιμον ἀναφλέγεται, διὰ τοῦ ἀναφλεκτῆρος, ἀποτόμως καὶ προκαλεῖται ἔκρηξις τοῦ μείγματος. Ὡς ἐκ τῆς ἀποτόμου αὐξήσεως τῆς πιέσεως, ὁ ἐμβολεὺς ὠθεῖται βιαίως πρὸς τὰ κάτω καὶ οὕτω τὰ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου εὑρισκόμενα ἀέρια ἐκτονοῦνται (σχ. 680), ἡ φάσις δὲ αὕτη ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν ἀπόδοσιν ἔργου ὑπὸ τῆς μηχανῆς.

4ος χρόνος - Ἐξαγωγή. Τὸ ἔμβολον, τὸ ὁποῖον τώρα εἶναι χαμηλά, ἀνέρχεται πάλιν καὶ ἐκδιώκει τὰ ἀέρια, μέσῳ τῆς βαλβῖδος ἐξαγωγῆς, ἡ ὁποία ἐν τῷ μεταξὺ ἤνοιξεν. Ἡ βαλβὶς εἰσαγωγῆς παραμένει κλειστὴ (σχ. 681).

Ἀπὸ τὰς τέσσαρας περιγραφείσας κυρίας φάσεις, ἑκάστη τῶν ὁποίων ἀντιστοιχεῖ εἰς μίαν ἁπλῆν διαδρομὴν τοῦ ἐμβόλου, μόνον ἐκείνη τῆς ἐκτονώσεως μᾶς δίδει ὠφέλιμον ἔργον. Ἀντιθέτως αἱ ἄλλαι ἀπορροφοῦν ἔργον, τὸ ὁποῖον παρέχεται ἀπὸ τὴν εἰς τὸν σφόνδυλον ἀποταμιευθεῖσαν ἐνέργειαν. Ἔχομεν δηλ. μίαν φάσιν ἔργου δι' ἕκαστον κύκλον τῆς μηχανῆς.

Διὰ τὴν πραγματοποίησιν μηχανῶν μεγάλης ἰσχύος συνδυάζονται περισσότεροι κύλινδροι, π.χ. τέσσαρες, ἓξ ἢ δώδεκα, ὅτε ἡ μηχανὴ καλεῖται τετρακύλινδρος, ἑξακύλινδρος κ.ο.κ.



Σχ. 682. Διάταξις τετρακυλίνδρου μηχανῆς. ΑΑ, βαλβῖδες εἰσαγωγῆς. ΒΒ, βαλβῖδες ἐξαγωγῆς.

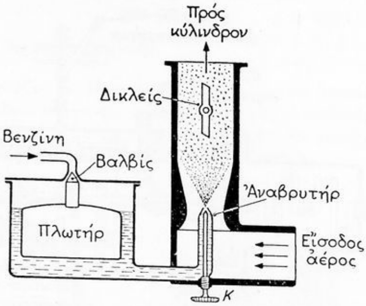
Οἱ διωστῆρες, οἱ ἀντιστοιχοῦντες εἰς ἕκαστον ἑνιαῖον κύλινδρον, τοποθετοῦνται ἐπὶ τοῦ στροφαλοφόρου ἄξονος κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε, εἰς τὴν περίπτωσιν π. χ. τετρακυλίνδρου μηχανῆς, ὅταν ὁ πρῶτος κύλινδρος εὑρίσκεται εἰς φάσιν ἔργου, ὁ δεύτερος εὑρίσκεται εἰς φάσιν ἐξαγωγῆς, ὁ τρίτος εἰς φάσιν συμπιέσεως καὶ ὁ τέταρτος εἰς τὴν φάσιν εἰσαγωγῆς (ἀναρροφήσεως).

Οὕτω μὲ τέσσαρας κυλίνδρους ἀνὰ ἥμισυ κύκλον, καὶ ὄχι πλέον ἀνὰ δύο κύκλους, ἔχομεν μίαν κινητήριον ὤθησιν ἐπὶ τῆς μηχανῆς τῆς συνεζευγμένης πρὸς τὸν κινητῆρα, ἡ ὁποία ἐπιτρέπει νὰ ὑπερβῶμεν τὴν φάσιν τοῦ νεκροῦ σημείου, ὅπου εὑρίσκονται τὰ ἄλλα κινητὰ στοιχεῖα τὴν αὐτὴν στιγμήν, χωρὶς τὴν βοήθειαν τοῦ σφονδύλου. Ἡ κίνησις γίνεται φυσικὰ διαρκῶς καὶ περισσότερον κανονική, αὐξανομένου τοῦ ἀριθμοῦ τῶν κυλίνδρων. Διὰ τοῦτο εἰς τὴν ἀεροπορίαν χρησιμοποιοῦν μηχανὰς μὲ μεγάλον ἀριθμὸν κυλίνδρων.

Τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον οἱ κινητῆρες οὗτοι ἀναπτύσσουν δι' ἁπλῆν διαδρομὴν τοῦ ἐμβόλου, ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν πίεσιν τοῦ ἀερίου, ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐμβόλου καὶ ἀπὸ τὸ μῆκος τῆς διαδρομῆς του ἤ, ἄλλως, ἐκ τοῦ ὄγκου τοῦ θαλάμου ἐκτονώσεως τοῦ ἀερίου.

Εἰς τὸ σχῆμα 682 δεικνύεται τετρακύλινδρος μηχανὴ ἐκρήξεως καὶ ὁ τρόπος τῆς συζεύξεως τῶν ἐμβόλων τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν στροφαλοφόρον ἄξονα.

***372. Ἐξαερωτὴρ (carburateur).** Ὁ ἐξαερωτὴρ (ἀναμεικτὴρ) χρησιμεύει, ὡς εἴδομεν ἀνωτέρω, εἰς τὸ νὰ τροφοδοτῇ τὴν μηχανὴν ἐσωτερικῆς καύσεως διὰ καταλλήλου καυσίμου ἢ ἐκρηκτικοῦ μείγματος. Εἰς τὸν ἐξαερωτῆρα τοῦ σχήματος 683 ἡ βενζίνη ρέει ἐκ τῆς ἀποθήκης εἰς τὸν θάλαμον τοῦ πλωτῆρος καὶ ἀνυψώνει αὐτόν, μὲ κατάλληλον δὲ βαλβῖδα διακόπτει αὐτομάτως τὴν στροφήν, ὅταν ἡ στάθμη τῆς βενζίνης εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος πρὸς τὸ στόμιον τοῦ ἀναβρυτῆρος. Ὅταν τὸ ἔμβολον τῆς μηχανῆς ἐσωτερικῆς καύσεως κινῆται πρὸς τὰ κάτω (1ος χρόνος - ἀναρρόφησις), δημιουργεῖται ἰσχυρὸν ρεῦμα ἀέρος εἰς τὸν σωλῆνα τοῦ ἐξαερωτῆρος καὶ παρασύρονται οὕτω σταγονίδια βενζίνης ἐκ τοῦ στομίου τοῦ ἀναβρυτῆρος, λόγῳ τῆς δημιουργουμένης ἐκεῖ ὑποπιέσεως, ὡς ἀκριβῶς γίνεται καὶ εἰς τὸν ψεκαστῆρα (βλ. σχ. 477). Τοιουτοτρόπως ἡ βενζίνη ἀναβλύζει ἐκ τοῦ ἀναβρυτῆρος καὶ ἐξαεροῦται. Αὐτὴ ἀναμειγνυομένη μετὰ 15 - 20 φορὰς μεγαλυτέρας ποσότητος ἀέρος, διὰ τοῦ ἀναρροφητικοῦ σωλῆνος εἰσάγεται εἰς τὸν θάλαμον τοῦ κυλίνδρου. Διὰ τῆς δικλεῖδος τοῦ σωλῆνος ρυθμίζεται κατὰ βούλησιν ἡ ποσότης τοῦ εἰσαγομένου ἐκρηκτικοῦ μείγματος εἰς τὸν κινητῆρα, διὰ τοῦ κοχλίου δὲ Κ ρυθμίζεται ἡ ὀπὴ τοῦ ἀναβρυτῆρος.



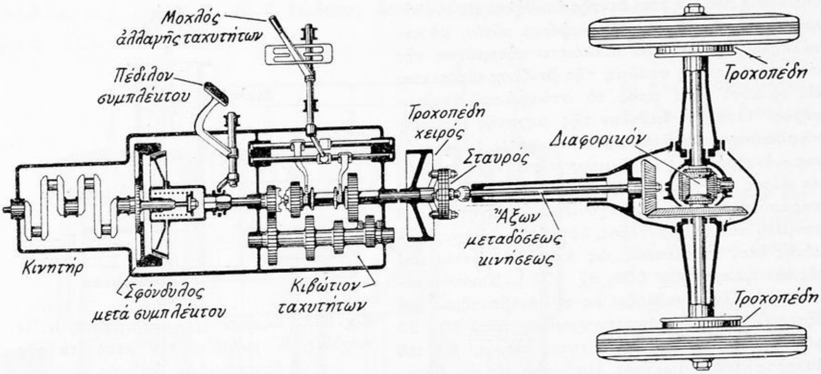
Σχ. 683. Ἐξαερωτὴρ (καρμπυρατέρ). Ὁ κοχλίας Κ ρυθμίζει τὴν ποσότητα τῆς ἐξαερουμένης βενζίνης.

373. Μηχαναὶ Diesel (Ντῆζελ). Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς, ἀλλὰ μὲ ἐλαφρὰς τροποποιήσεις, στηρίζεται καὶ ἡ λειτουργία τῶν **κινητήρων Diesel,** εἰς τοὺς ὁποίους ἡ συμπίεσις εἶναι πολὺ ἀνωτέρα (30 - 40 at) καὶ ταχεῖα, οὕτω δὲ δὲν ἀπαιτεῖται ἡ χρησιμοποίησις ἀναφλεκτικῆς διατάξεως διὰ τὸ καύσιμον, ἀλλὰ τοῦτο αὐταναφλέγεται, λόγῳ τῆς ἐντόνου ἀνυψώσεως τῆς θερμοκρασίας του κατὰ τὴν ταχυτάτην συμπίεσίν του. Εἰς τοὺς κινητῆρας Diesel δὲν λαμβάνει χώραν ἔκρηξις, ἀλλὰ τὸ καύσιμον μεῖγμα καίεται βαθμηδόν. Οὗτοι παρουσιάζουν τὸ πλεονέκτημα, ὅτι δύνανται νὰ χρησιμοποιήσουν ὡς καύσιμα βαρέα ἔλαια ἢ πετρέλαιον, τὰ ὁποῖα δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ χρησιμοποιηθοῦν ὑπὸ τῶν κινητήρων ἐσωτερικῆς καύσεως.

Γενικῶς οἱ κινητῆρες ἐκρήξεως χρησιμοποιοῦνται εἰς τὰ αὐτοκίνητα, μοτοσυκλέτας, ὑπὸ σχετικῶς μικρὰν ἰσχύν, ἀλλὰ ὑπὸ λίαν μεγάλην ἰσχὺν εἰς τὰ ἀεροπλάνα.

Οἱ κινητῆρες Diesel, ἐπειδὴ ἀποτελοῦν βαρείας μηχανάς, χρησιμοποιοῦνται κυρίως εἰς τὰ ἐργοστάσια, εἰς πλοῖα καὶ εἰς μονίμους ἐν γένει ἐγκαταστάσεις.

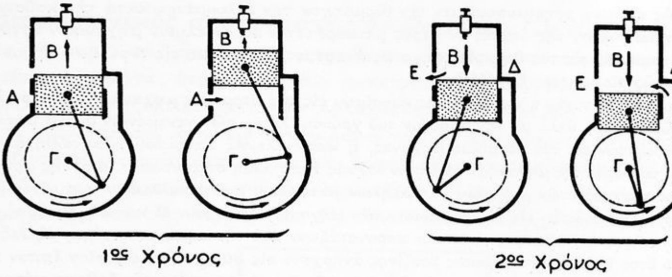
374. Αὐτοκίνητον. Τὸ βασικὸν διάγραμμα ἑνὸς αὐτοκινήτου φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 684. Ὁ κινητὴρ δίδει στροφὰς εἰς τὸν σφόνδυλον, ὅστις διὰ τοῦ συμπλέκτου μεταδίδει αὐτὰς εἰς τὸ κιβώτιον τῶν ταχυτήτων πρὸς ἐπιλογὴν τοῦ καταλλήλου λόγου στροφῶν τοῦ ἄξονος μεταφορᾶς τῆς ἰσχύος πρὸς τοὺς ὀπισθίους τροχοὺς (βλ. σχῆμα 331 σελ. 274). Ἐὰν θέλωμεν νὰ ἀπομονώσωμεν τὴν μηχανήν, εἴτε διότι θὰ ἀλλάξωμεν ταχύτητα, εἴτε διότι πρέπει νὰ ἀσκήσωμεν πέδησιν (φρένο), τότε εἶναι ἀνάγκη νὰ πιέσωμεν διὰ τοῦ ποδός μας τὸν μοχλὸν τοῦ συμπλέκτου πρὸς ἀπομάκρυνσιν αὐτοῦ ἀπὸ τὸν σφόνδυλον (débrayage, ντεμπραγιάζ). Ἐὰν δὲν πράξωμεν τοῦτο, κινδυνεύουν νὰ καταστραφοῦν οἱ ὀδοντωτοὶ τροχοὶ τῆς ἀλλαγῆς τῶν ταχυτήτων, νὰ φθαρῇ ὁ συμπλέκτης, νὰ σταματήσῃ ἐργαζόμενος ὁ κινητὴρ κλπ.



Σχ. 684. Διάγραμμα αὐτοκινήτου. Μετάδοσις τῆς κινήσεως ἐκ τοῦ κινητῆρος εἰς τοὺς ὀπισθίους τροχούς.

Ἐνδιαφέρον ἐξάρτημα τοῦ αὐτοκινήτου εἶναι τὸ « διαφορικόν », σύστημα μεταδόσεως τῶν στροφῶν εἰς τοὺς δύο ὀπισθίους τροχούς. Πράγματι, ὅταν τὸ αὐτοκίνητον τρέχῃ ἐπὶ εὐθυγράμμου ὁδοῦ, τότε ἀμφότεροι οἱ τροχοὶ ἔχουν τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν στροφῶν. Ὅταν ὅμως διαγράφῃ καμπύλην τροχιάν, τότε ὁ πρὸς τὸ ἐσωτερικὸν τῆς καμπύλης τροχιᾶς βλέπων τροχὸς πρέπει νὰ ἐκτελέσῃ ὀλιγωτέρας στροφὰς παρὰ ὁ ἄλλος. (Εἰς τὴν στροφὴν φάλαγγος ὁπλιτῶν, οἱ πρὸς τὰ μέσα τῆς στροφῆς κάμνουν σημειωτόν, ἐνῷ οἱ πρὸς τὰ ἔξω κινοῦνται ταχύτερον). Ἡ ἀφαίρεσις στροφῶν ἀπὸ τὸν ἕνα τροχὸν καὶ ἡ πρόσθεσις αὐτῶν εἰς τὸν ἄλλον γίνεται διὰ συστήματος ὀδοντωτῶν κωνικῶν τροχῶν φερομένων ἐπὶ πλαισίου στηριζομένου ἐπὶ τῆς στεφάνης, ἥτις στρέφεται ὑπὸ τοῦ ἄξονος μεταδόσεως ἰσχύος. Ὁ ἄξων οὗτος δὲν εἶναι ἄκαμπτος, ἀλλὰ δι' ἀρθρώσεως καλουμένης « σταυρὸς » δύναται νὰ μεταδίδῃ τὴν ἰσχὺν καὶ ὅταν τὸ αὐτοκίνητον διατρέχῃ ἀνώμαλον δρόμον.

375. Δίχρονοι μηχαναί. Ἐκτὸς τῶν τετραχρόνων κινητήρων ἢ μηχανῶν, ὑπάρχουν καὶ αἱ **δίχρονοι μηχαναί.** Ἐν τῷ συνόλῳ τὰ ὄργανα παραμένουν τὰ ἴδια, ὡς καὶ εἰς τὰς τετραχρόνους μηχανάς. Καλοῦνται ὅμως αἱ μηχαναὶ αὗται **δίχρονοι,** διότι ἡ ἔκρηξις λαμβάνει χώραν μίαν φορὰν διὰ μίαν ἄνοδον καὶ μίαν κάθοδον τοῦ ἐμβολέως, δηλ. τὸ ἔμβολον ὑφίσταται μίαν ὤθησιν κατὰ τὸ τέλος ἑκάστης δευτέρας ἁπλῆς διαδρομῆς.

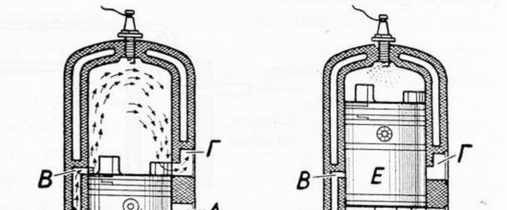


Σχ. 685. Λειτουργία διχρόνου μηχανῆς.

1ος χρόνος. Κατὰ τὴν ἄνοδον ὁ ἐμβολεὺς συμπιέζει τὰ ἀέρια εἰς Β καὶ δημιουργεῖ ὑποπίεσιν εἰς τὸ κάτωθεν κιβώτιον Γ (carter), τὸ ὁποῖον εἶναι στεγανῶς συνδεδεμένον πρὸς τὸν κύλινδρον. Λόγῳ τῆς ἀνόδου τοῦ ἐμβολέως ἀνοίγει ἡ ὀπὴ Α, ἡ ὁποία ἐπιτρέπει τὴν ἐκ νέου εἴσοδον καυσίμου, τὸ ὁποῖον εἰσχωρεῖ ἐντὸς τοῦ κιβωτίου, ἐνῷ ἡ ὀπὴ ἐξαγωγῆς εἶναι κλειστὴ (σχ. 685).

2ος χρόνος. Τὸ ἀέριον ἀναφλέγεται, ὅταν ὁ ἐμβολεὺς εὑρίσκεται εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς τροχιᾶς του. Ὡς ἐκ τῆς ἀναπτυσσομένης πιέσεως, ὁ ἐμβολεὺς ὠθεῖται πρὸς τὰ κάτω, ὁπότε ἀνοίγει ἡ ὀπὴ ἐξαγωγῆς Ε καί, ὀλίγον ἀργότερον, ἡ ὀπὴ εἰς Δ, διὰ τῆς ὁποίας εἰσχωρεῖ καύσιμον ἐκ τοῦ κιβωτίου, τὸ ὁποῖον συμβάλλει πρὸς τούτοις εἰς τὴν ἐκδίωξιν τῶν ἀερίων καύσεως. Ἀκολούθως ἐπαναλαμβάνεται ἡ αὐτὴ φάσις ὡς προγενεστέρως.

Παραστατικώτερον διάγραμμα διχρόνου μηχανῆς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 686. Οὕτω τὸ ἔμβολον Ε εὑρίσκεται εἰς κατάστασιν, καθ' ἣν ἀρχίζει νὰ κινῆται πρὸς τὰ ἄνω (σχ. 686,I). Κατὰ τὸ πρῶτον μέρος τῆς διαδρομῆς του τὰ ἀέρια τῆς καύσεως ἐκφεύγουν διὰ τῆς ὀπῆς Γ, ἐνῷ ταυτοχρόνως καύσιμον, τὸ ὁποῖον εἶναι ἀποθηκευμένον εἰς τὸ κιβώτιον, εἰσχωρεῖ διὰ τῆς ὀπῆς Β.



Σχ. 686. Μέρη διχρόνου κινητῆρος. Ε, ἔμβολον. Ζ, ἄξων στροφαλοφόρος. Δ, διωστήρ. Α, ὀπὴ εἰσαγωγῆς κιβωτίου. Β, ὀπὴ εἰσαγωγῆς κυλίνδρου. Γ, ὀπὴ ἐξαγωγῆς. Η, ἀντίβαρον.

Κατὰ τὸ ὑπόλοιπον μέρος τῆς διαδρομῆς του τὸ ἔμβολον ἀποφράσσει τὰς ὀπὰς Γ καὶ Β καὶ τὸ καύσιμον συμπιέζεται ἐντὸς τοῦ κυλίν-

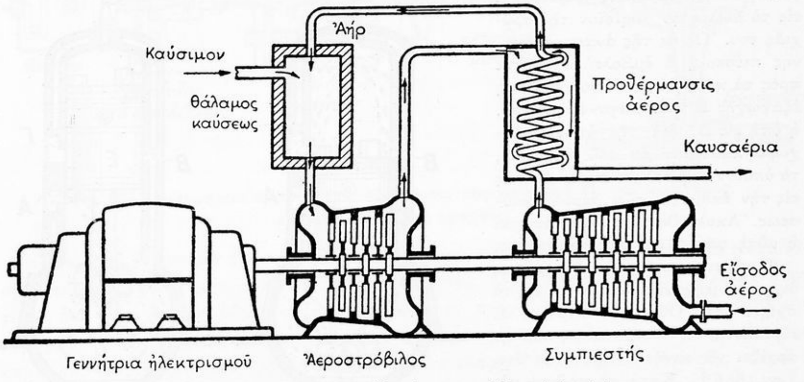
δρου, ἐνῷ ἑτέρα ποσότης ἐξ αὐτοῦ εἰσχωρεῖ εἰς τὸ κιβώτιον μέσῳ τῆς ὀπῆς Α (πρῶτος χρόνος).
'Ακολούθως ἐπακολουθεῖ ἡ ἔκρηξις καὶ τὸ ἔμβολον κατέρχεται πρὸς τὰ κάτω (δεύτερος χρόνος) καὶ μεταδίδει οὕτω ὤθησιν εἰς τὸν διωστῆρα καὶ τὸν σφόνδυλον, ἐνῷ ταυτοχρόνως συμπιέζει τὸ ἐντὸς τοῦ κιβωτίου καύσιμον (σχ. 686,ΙΙ).

***376. Κατανάλωσις καυσίμου ὑπὸ τῶν θερμικῶν μηχανῶν.** Εἰς τὰς θερμικὰς μηχανάς, ὡς εἴδομεν, χρησιμοποιοῦμεν τὴν θερμότητα τὴν ἐκλυομένην κατὰ τὴν καῦσιν τῶν διαφόρων καυσίμων ὑλῶν, τῆς ὁποίας ἓν μέρος μετατρέπεται εἰς ὠφέλιμον μηχανικὸν ἔργον. Ἡ κατανάλωσις καυσίμου εἰς τὰς θερμικὰς μηχανὰς ἀναφέρεται συνήθως εἰς ὠφέλιμον ἔργον ἀντιστοιχοῦν εἰς ἕνα ὡριαῖον ἵππον (1 HPh).

Εἰς παλαιοτέραν ἐποχὴν ἡ κατανάλωσις καυσίμου εἰς τὰς θερμικὰς μηχανὰς ἀνὰ ὡριαῖον ἵππον ἦτο σχετικῶς μεγάλη, ἀλλὰ μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου, λόγῳ τῶν γενομένων ἐν τῷ μεταξὺ τεχνικῶν τελειοποιήσεων εἰς τὰς θερμικὰς μηχανάς, ἡ κατανάλωσις καυσίμου ἠλαττώθη σημαντικῶς. 'Επίσης καὶ τὸ βάρος τῆς μηχανῆς ἀνὰ ἵππον ἰσχύος ἠλαττώθη σημαντικῶς, διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως πρὸς κατασκευὴν τῶν μηχανῶν καταλλήλων μετάλλων καὶ μεταλλικῶν κραμάτων.

Τὴν καλυτέραν ἀπόδειξιν εἰς τὴν βελτίωσιν τῶν μηχανῶν δεικνύουν οἱ κάτωθι ἀριθμοί, ἀναφερόμενοι εἰς κινητῆρας ἀεροπλάνων, οἱ ὁποῖοι παρουσιάζουν καὶ τὴν σημαντικωτέραν ἐξέλιξιν. Οὕτω, ἐνῷ κατὰ τὸ ἔτος 1910 ἡ κατανάλωσις βενζίνης ἀνήρχετο εἰς 800 gr ἀνὰ ὡριαῖον ἵππον καὶ βάρος κινητῆρος 2 kgr* ἀνὰ ἰσχὺν ἵππου, κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη ἡ κατανάλωσις ἔφθασε κάτω τῶν 200 gr βενζίνης ἀνὰ ὡριαῖον ἵππον καὶ βάρος κινητῆρος 0,3 kgr* ἀνὰ ἰσχὺν ἵππου.

377. 'Αεριοστρόβιλοι. Κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη ἤρχισαν νὰ ἀποκτοῦν σημασίαν μεταξὺ τῶν διαφόρων θερμικῶν μηχανῶν καὶ οἱ **ἀεριοστρόβιλοι** (στρόβιλοι δι' ἀερίων). Εἰς ἕνα ἀεριοστρόβιλον (σχ. 687) εἰσχωρεῖ ἀήρ, ὁ ὁποῖος διὰ καταλλήλου συμπιεστοῦ συμπιέζεται εἰς 4 - 12 ἀτμοσφαίρας καὶ εἰσχωρεῖ ἀκολούθως ἐντὸς τοῦ θαλάμου καύσεως. Ποσότης 1/10 ἐκ τοῦ ἀέρος τούτου χρη-



Σχ. 687. Σχηματικὴ διάταξις ἀεριοστροβίλου (ἀρχή).

σιμεύει διὰ τὴν καῦσιν τοῦ διαρκῶς εἰσαγομένου καυσίμου (πετρελαίου κλπ.), ἐνῷ τὰ ὑπόλοιπα 9/10 χρησιμεύουν διὰ τὴν ψῦξιν τῶν τοιχωμάτων τοῦ θαλάμου καύσεως. Τὸ μεῖγμα (θερμοκρασίας 600 °C) τοῦ ἀερίου καύσεως καὶ τοῦ ἀέρος ψύξεως ἐκρέει ὑπὸ μεγάλην ταχύτητα ἐπὶ τῶν πτερυγίων τοῦ τροχοῦ τοῦ στροβίλου καὶ ἐμβάλλει αὐτὸν εἰς κίνησιν. Ἓν μέρος τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας τοῦ στροβίλου χρησιμεύει διὰ τὴν λειτουργίαν τοῦ συμπιεστοῦ. Ἡ ἀπόδοσις τοῦ ἀεριοστροβίλου αὐξάνει σημαντικῶς, ἐὰν ὁ πεπιεσμένος ἀὴρ πρὸ τῆς εἰσαγωγῆς του εἰς τὸν θάλαμον καύσεως προθερμανθῇ (εἰς 350 °C). Τὸ οὐσιῶδες πλεονέκτημα τοῦ ἀεριοστροβίλου συνίσταται εἰς τὸ ὅτι δύναται νὰ χρησιμοποιῇ εὐθηνὰ ὑγρὰ ἢ ἀέρια καύσιμα μὲ καλὴν ἀπόδοσιν. Οἱ ἀεριοστρόβιλοι τείνουν νὰ ἀντικαταστήσουν σὺν τῷ χρόνῳ τοὺς συνήθεις τύπους μηχανῶν ἐσωτερικῆς καύσεως. Οἱ ἀεριοστρόβιλοι χρησιμοποιοῦνται ἐπίσης διὰ τὴν κίνησιν τῶν ἀεροπλάνων, ὡς περιεγράψαμεν αὐτοὺς εἰς τὴν § 264.

378. Βιομηχανικὸς συντελεστὴς ἀποδόσεως. Ὡς εἴδομεν, εἰς ὅλας τὰς θερμικὰς μηχανάς, τὰς ὁποίας περιεγράψαμεν ἀνωτέρω, τὸ μεγαλύτερν μέρος τῆς παρεχομένης εἰς αὐτὰς θερμότητος δὲν μετατρέπεται εἰς ὠφέλιμον ἔργον, καὶ τοῦτο διότι προκύπτουν ἀτέλειαι κατὰ τὴν κατασκευὴν τῶν μηχανῶν, ἀπώλειαι θερμότητος εἰς τὸ περιβάλλον, ἀπώλεια ἔργου λόγῳ τριβῶν, κατανάλωσις ἔργου διὰ νὰ κινηθοῦν βοηθητικαὶ μηχαναὶ κλπ. Καλοῦμεν λοιπὸν **βιομηχανικὸν συντελεστὴν ἀποδόσεως** ($\eta_{\beta\iota o\mu.}$) τὸ πηλίκον τοῦ ὠφελίμου ἔργου ($A_{\omega\varphi\acute{\varepsilon}\lambda.}$), τὸ ὁποῖον λαμβάνομεν ἐκ τῆς μηχανῆς, διὰ τῆς θερμότητος Q, τὴν ὁποίαν προσφέρομεν εἰς αὐτήν. Ἤτοι :

$$\boxed{\eta_{\beta\iota o\mu.} = \frac{A_{\omega\varphi\acute{\varepsilon}\lambda.}}{Q}}$$

Οὕτω, ἐκ τῆς καύσεως 1 kgr γαιάνθρακος λαμβάνομεν 8 000 kcal, αἱ ὁποῖαι θὰ ἠδύναντο νὰ θερμάνουν καὶ νὰ ἀτμοποιήσουν ἀρκετὰ χιλιόγραμμα ὕδατος.

Ἐν τούτοις ἔχομεν πολλὰς ἀπωλείας, διότι πρῶτον ὅλος ὁ ἄνθραξ δὲν καίεται πρὸς CO_2, ἀλλὰ ἐμφανίζονται εἰς τὰ καυσαέρια τὸ δηλητηριῶδες μονοξείδιον τοῦ ἄνθρακος (CO) καὶ ἄκαυστος ἄνθραξ (καπνιά). Δεύτερον, ὁ θερμαινόμενος λέβης ἀκτινοβολεῖ καὶ χάνεται ἐξ ἀκτινοβολίας ἢ ἄλλων τρόπων διαδόσεως τῆς θερμότητος, ἱκανὴ ποσότης θερμίδων μὴ χρησιμοποιουμένη πρὸς ἀτμοποίησιν.

Ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι αἱ ἀπώλειαι αὗται εἶναι περὶ τὰ 30 - 35 %, θὰ ἔχωμεν 65 - 70 % ὠφέλιμον ἔργον. Ὅμως τοῦτο δὲν συμβαίνει, διότι ἡ μηχανὴ δὲν ἐργάζεται ἄνευ ψυγείου — κατὰ τὸ δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα —, τὸ ὁποῖον προσλαμβάνει τὸ ἥμισυ περίπου τῶν διαθεσίμων δι' ἔργον θερμίδων. Ἂν ὑπολογίσωμεν καὶ τὰς ἀπωλείας ἐξ ἀκτινοβολίας κ.λ.π. τῆς μηχανῆς, καθὼς καὶ τὰς τριβάς, μειοῦται ὁ βιομηχανικὸς συντελεστὴς ἀποδόσεως εἰς 12 - 20 % διὰ τὰς ἀτμομηχανάς, 20 - 30 % διὰ τοὺς ἀτμοστροβίλους καὶ τοὺς βενζινοκινητῆρας καὶ 30 - 40 % διὰ τοὺς κινητῆρας Diesel (Ντῆζελ).

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Πόσα kgr ἄνθρακος, τοῦ ὁποίου ἡ θερμότης καύσεως εἶναι 7 000 kcal/kgr, καταναλίσκονται εἰς ἀτμομηχανὴν 2 000 PS βιομηχανικοῦ συντελεστοῦ ἀποδόσεως 16 %, διὰ συνεχῆ λειτουργίαν αὐτῆς ἐπὶ 24 ὥρας.

Λύσις. Ἐὰν καλέσωμεν η τὸν βιομηχανικὸν συντελεστὴν ἀποδόσεως, $A_{\delta\alpha\pi.}$ τὸ δαπανώμενον ἔργον καὶ $A_{\omega\varphi.}$ τὸ ὠφέλιμον ἔργον, ἔχομεν:

$$A_{\delta\alpha\pi.} = \frac{A_{\omega\varphi.}}{\eta} \qquad (1)$$

Τὸ δαπανώμενον ἔργον προέρχεται ἀπὸ τὴν καῦσιν τοῦ ἄνθρακος καὶ θὰ εἶναι $A_{\delta\alpha\pi.} = J \cdot Q$, ὅπου J εἶναι τὸ μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος, τὸ δὲ ὠφέλιμον ἔργον τὸ προερχόμενον ἐκ τῆς λειτουργίας τῆς ἀτμομηχανῆς θὰ εἶναι $A_{ωφ.} = N \cdot t$. Ἄρα ἡ σχέσις (1) γράφεται:

$$J \cdot Q = \frac{N \cdot t}{\eta} \quad ἢ \quad Q = \frac{N \cdot t}{J \cdot \eta} \qquad (2)$$

Ἐὰν καλέσωμεν Θ_κ τὴν θερμότητα καύσεως καὶ α τὸν ἀριθμὸν τῶν χιλιογράμμων ἄνθρακος, τὰ ὁποῖα ἀπαιτοῦνται διὰ νὰ λάβωμεν τὴν θερμότητα Q, θὰ ἔχωμεν :

$$Q = \alpha \cdot \Theta_\kappa$$

καὶ συνεπῶς ἡ σχέσις (2) γράφεται :

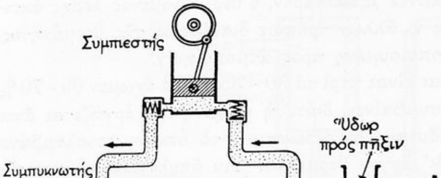
$$\alpha \cdot \Theta_\kappa = \frac{N \cdot t}{J \cdot \eta} \quad ἢ \quad \alpha = \frac{N \cdot t}{\Theta_\kappa \cdot J \cdot \eta} \qquad (3)$$

Θέτομεν εἰς τὴν σχέσιν (3): $N = 2\,000$ PS $= 2\,000 \cdot 736$ Watt, $t = 24 \cdot 3\,600$ sec, $\Theta_\kappa = 7\,000 \cdot 10^3$ cal/gr, $J = 4{,}2$ Joule/sec, $\eta = 0{,}16$, καὶ εὑρίσκομεν:

$$\underline{\alpha = 27\,100 \text{ kgr} = 27{,}1 \text{ ton.}}$$

ΨΥΚΤΙΚΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ

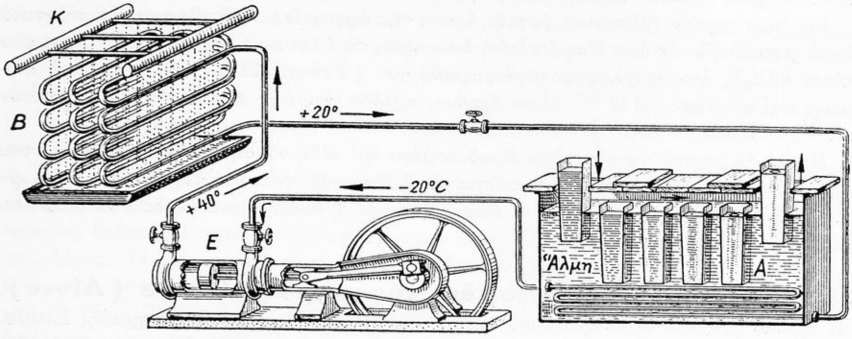
379. Τὸ σχῆμα 688 παριστᾷ τὴν ἀρχὴν τῆς λειτουργίας ψυκτικῆς μηχανῆς, ἡ ὁποία χρησιμεύει διὰ τὴν παραγωγὴν πάγου δι' ἐξαερώσεως ὑγρᾶς ἀμμωνίας. Οὕτω, ὅταν ὁ ἐμβολεὺς τοῦ συμπιεστοῦ κινῆται πρὸς τὰ ἄνω, τότε ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου αὐτοῦ δημιουργεῖται ὑποπίεσις, συνεπείᾳ δὲ τούτου ἡ ἐντὸς τοῦ ὀφιοειδοῦς σωλῆνος Α ὑγρὰ ἀμμωνία ἐξαεροῦται καὶ εἰσέρχεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου τούτου. Ἐξ ἄλλου, ἡ ἐξαερουμένη ἀμμωνία ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Α ἀπορροφᾷ θερμότητα ἐκ τοῦ λουτροῦ τοῦ ἁλατούχου διαλύματος (ἅλμης), τὸ ὁποῖον περιβάλλει τὸν σωλῆνα Α, καὶ οὕτω ἡ ἀμμωνία ψύχεται. Ὅταν ἀκολούθως ὁ ἐμβολεὺς κατέρχεται, συμπιέζεται ἡ εἰσχωρήσασα ἀέριος ἀμμωνία καὶ εἰσέρχεται εἰς τὸν σωλῆνα Β. Ὁ σωλὴν Β ψύχεται διὰ τοῦ κυκλοφοροῦντος ψυχροῦ ὕδατος, διαρκῶς ἀνανεουμένου. Τὸ ἀέριον, ὡς ἐκ τῆς ταυτοχρόνου συμπιέσεως καὶ ψύξεως αὐτοῦ, ὑγροποιεῖται καί, ἐπειδὴ ἡ πίεσις εἰς τὸν σωλῆνα Β εἶναι μεγαλυτέρα παρὰ εἰς τὸν σωλῆνα Α, μὲ τὴν βοήθειαν βαλβῖδος Γ αὐτορρυθμιζομένης, ἡ ὑγρὰ ἀμμωνία εἰσχωρεῖ εἰς τὸν σωλῆνα Α διὰ νὰ ἐξαερωθῇ ἐκ νέου κ.ο.κ. Διὰ τοῦ τρόπου τούτου ἀφαιρεῖται θερμότης ἐκ τῆς ἅλμης καὶ αὐτὴ βαθμιαίως ψύχεται εἰς $-15\ ^0C$ ἕως $-20\ ^0C$. Ἐὰν ἐντὸς τοῦ λουτροῦ τῆς ἅλμης τοποθετήσωμεν κατάλληλα δοχεῖα



Σχ. 688. Ἀρχὴ τῆς λειτουργίας ψυκτικῆς μηχανῆς.

μὲ πόσιμον ὕδωρ, τοῦτο πήγνυται καὶ μετατρέπεται εἰς πάγον, ὡς οὗτος φέρεται εἰς τὸ ἐμπόριον.

Τὸ σχῆμα 689 δεικνύει κατὰ παραστατικώτερον τρόπον τὴν ἐγκατάστασιν ψυκτικῆς μηχανῆς δι' ἀμμωνίας, ὅπου Ε παριστᾷ τὸν ἐμβολέα μιᾶς ἀντλίας συμπιέσεως, Β τὸν

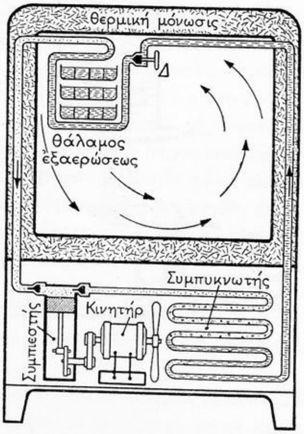


Σχ. 689. Σχηματικὴ παράστασις ἐγκαταστάσεως παγοποιείου.

συμπυκνωτήν, ὅπου διὰ καταιονισμοῦ ὕδατος ἀπὸ τοῦ Κ ἐπέρχεται ἡ ψῦξις τῆς ἀμμωνίας, καὶ Α τὸ συγκρότημα, ὅπου οἱ σωλῆνες ἐξαερώσεως τῆς ἀμμωνίας. Εἰς τὴν εἰκόνα παρατηροῦμεν σειρὰν δοχείων, τὰ ὁποῖα περιέχουν ὕδωρ πρὸς παραγωγὴν πάγου, ἐξ αὐτῶν δὲ ἓν εἶναι ἕτοιμον νὰ βυθισθῇ, ἕτερον δεξιὰ μὲ πάγον ἀνέρχεται καὶ σειρὰ 4 ἀκόμη δοχείων βυθισμένων εἰς τὸ λουτρὸν τῆς ἅλμης.

380. Ἠλεκτρικὰ ψυγεῖα. Ἡ λειτουργία τῶν **ἠλεκτρικῶν ψυγείων** (σχ. 690) στηρίζεται ἐπὶ τοῦ φαινομένου τῆς ἐξαερώσεως καταλλήλων ὑγρῶν (π.χ. ἀμμωνίας) κατὰ ἐντελῶς ἀνάλογον πρὸς τὸν περιγραφέντα ὡς ἄνω τρόπον.

Οὕτω, μὲ τὴν βοήθειαν συμπιεστοῦ (κάτω ἀριστερά), κινουμένου δι' ἠλεκτροκινητῆρος, ὁ ἀτμὸς τοῦ ἐξαερωθέντος ὑγροῦ παραλαμβάνεται ἐκ τοῦ θαλάμου ἐξαερώσεως (ἄνω ἀριστερὰ) καὶ συμπιέζεται ἐντὸς τοῦ συμπυκνωτοῦ (κάτω δεξιά). Ἡ ψῦξις τοῦ κατὰ τὴν συμπίεσιν ὑγροποιουμένου ἀερίου γίνεται δι' ἀνεμιστῆρος κινουμένου ὑπὸ κινητῆρος. Τὸ συμπιεσθὲν ὑγρὸν ἀνέρχεται πρὸς τὰ ἄνω, διὰ μέσου δὲ καταλλήλου



Σχ. 690. Σχηματικὴ διάταξις ἠλεκτρικοῦ ψυγείου οἰκιακῆς χρήσεως.

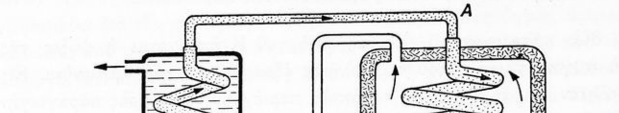
αὐτορρυθμιζομένης βαλβῖδος Δ πληροῖ τὸν θάλαμον ἐξαερώσεως, ὅπου ἐξαεροῦται ἀποτόμως (λόγῳ τῆς ὑποπιέσεως τοῦ συμπιεστοῦ), ὑπὸ σύγχρονον ταπείνωσιν τῆς θερμοκρασίας. Οὕτω, ὁ ἐντὸς τοῦ θαλάμου τοῦ ψυγείου ἀὴρ ὁ περιβάλλων τὸν θάλαμον ἐξαερώσεως ψύχεται καὶ κατέρχεται πρὸς τὰ κάτω, δημιουργουμένου οὕτω ρεύματος ψυχροῦ ἀέρος. Ἐντὸς τοῦ θαλάμου ἐξαερώσεως τοποθετοῦνται μικραὶ λεκάναι πλήρεις ὕδατος διὰ τὴν παραγωγὴν μικρῶν τεμαχίων πάγου.

Εἰς τὰ σύγχρονα ἠλεκτρικὰ ψυγεῖα, ἐκτὸς τῆς ἀμμωνίας, εἰσήχθησαν νέα πτητικὰ ὑγρά, μεταξὺ τῶν ὁποίων λίαν διαδεδομένον εἶναι τὸ Freon. Τὸ ὑγρὸν τοῦτο ἔχει τὸν τύπον CCl_3F, ἤτοι τριχλωρομονοφθοριομεθάνιον (Freon, 11), τοῦ ὁποίου τὸ σημεῖον πήξεως εἶναι —111 °C, εἶναι ἄχρουν, σχεδὸν ἄοσμον εἰς τὸν ἀέρα, ἄφλεκτον καὶ ὄχι τοξικόν.

Πολλὰ ἠλεκτρικὰ ψυγεῖα εἶναι ἐφωδιασμένα δι' εἰδικοῦ διμεταλλικοῦ διακόπτου (βλ. σελ. 430), διὰ τοῦ ὁποίου διακόπτεται ἢ ἀποκαθίσταται αὐτομάτως ἡ λειτουργία τοῦ ἠλεκτροκινητῆρος, οὕτω δὲ ἐπιτυγχάνεται ἡ διατήρησις ἐντὸς τοῦ θαλάμου ψύξεως σταθερᾶς θερμοκρασίας.

381. Ὑγροποίησις τοῦ ἀέρος διὰ τῆς μηχανῆς Linde (Λίντε).

Ἡ ὑγροποίησις τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος γίνεται συνήθως διὰ τῆς μηχανῆς Linde. Εἰς τὸ σχῆμα 691 δεικνύεται διάγραμμα μὲ τὰ κύρια μέρη τῆς μηχανῆς, ὑπὸ τὴν ἁπλουστέραν αὐτῶν μορφήν, διὰ τὴν καλλιτέραν κατανόησιν τοῦ τρόπου τῆς λειτουργίας της. Ἡ λειτουργία τῆς μηχανῆς στηρίζεται εἰς τὴν ἀπότομον ἐλάττωσιν τῆς πιέσεως τοῦ ἀέρος, ὅτε, ὡς εἴδομεν εἰς τὴν § 350, ἐπέρχεται πτῶσις τῆς θερμοκρασίας. Οὕτω, διὰ τοῦ συμπιεστοῦ Σ ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ συμπιέζεται ὑπὸ ὑψηλὴν πίεσιν, ἤτοι περίπου 200 ἀτμοσφαιρῶν, ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Α, ὁ ὁποῖος καταλήγει εἰς τὸν σπειροειδῆ σωλῆνα Β, ὁ ὁποῖος ἐγκλείεται ἐντὸς κιβω-



Σχ. 691. Μηχανὴ Linde ὑγροποιήσεως τοῦ ἀέρος (ἀρχή).

τίου ἰσχυρῶς θερμικῶς μεμονωμένου. Ἐπειδὴ ὁ ἀὴρ κατὰ τὴν συμπίεσίν του θερμαίνεται, διὰ τοῦτο οὗτος διέρχεται διὰ τοῦ ψυκτῆρος, ὅπου διὰ συνεχῶς κυκλοφοροῦντος ὕδατος ψύχει τὸν θερμανθέντα ἀέρα εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος. Ἐὰν ἀκολούθως ἀνοίξωμεν τὴν βαλβῖδα Θ, ὁ ἀὴρ ἐκτονοῦται καὶ ἀπὸ τῆς λίαν ὑψηλῆς πιέσεως μεταπίπτει εἰς λίαν χαμηλὴν πίεσιν, ὅτε οὗτος ψύχεται. Ἡ ψῦξις ὅμως αὕτη δὲν εἶναι ἀκόμη ἀρκετὴ διὰ νὰ ὑγροποιηθῇ ὁ ἀήρ. Διὰ τοῦτο ὁ ἐξερχόμενος ψυχρὸς ἀὴρ διοχετεύεται πρὸς τὰ ἄνω διὰ τοῦ χώρου Γ, ὅστις περιβάλλει τὸν σπειροειδῆ σωλῆνα, τοιουτοτρόπως δὲ ὁ ἀὴρ ἐντὸς τοῦ σπειροειδοῦς σωλῆνος ψύχεται ἐπιπροσθέτως. Διὰ τοῦ χώρου Γ καὶ διὰ τοῦ σωλῆνος ἐπιστροφῆς Δ ὁ ἀὴρ οὗτος ἐπανέρχεται καὶ πάλιν εἰς τὸν συμπιεστήν, ἡ ἑκάστοτε δὲ ἀπαιτουμένη πρὸς συμπίεσιν νέα ποσότης ἀέρος εἰσέρχεται διὰ τοῦ στομίου Ε, ὅπου ὑπάρχει κατάλληλος δικλείς. Οὕτω, δι' ἐπανειλημμένων συμπιέσεων καὶ ἐκτονώσεων τοῦ ἀέρος, ἐπιτυγχάνομεν νὰ ταπεινωθῇ ἡ θερμοκρασία εἰς τοιοῦτον βαθμόν, ὥστε ὁ ἀὴρ μεταπίπτει εἰς ὑγρὰν κατάστασιν, διότι ἡ θερμοκρασία του γίνεται κατωτέρα ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν ζέσεως τοῦ ἀέρος. Ὁ οὕτω παραγόμενος ὑγρὸς ἀὴρ συλλέγεται ἐντὸς τοῦ δοχείου Ν, εὑρισκόμενος ὑπὸ πίεσιν περίπου 1 ἀτμοσφαίρας. Ὅταν ἀνοιγῇ ἡ στρόφιγξ τοῦ κρουνοῦ Κ, ἐξατμίζεται μέρος τοῦ ἐκρέοντος ὑγροῦ ἀέρος καὶ ἕνεκα τούτου ψύχεται τὸ ὑπόλοιπον μέχρι —192 °C, δηλ. τοῦ σημείου ζέσεως ὑγροῦ ἀέρος ὑπὸ τὴν κανονικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ὁπότε οὗτος ἐκρέει εἰς δοχεῖον θερμικῶς μεμονωμένον, ἤτοι εἰς δοχεῖον Dewar (Ντιούαρ) (βλ. § 356). Εἰς τὴν πραγματικότητα ὅμως ἡ συσκευὴ εἶναι λίαν σύνθετος, ὅτε καὶ ἡ συμπίεσις γίνεται τμηματικῶς καὶ ἡ ἐκτόνωσις κατὰ στάδια.

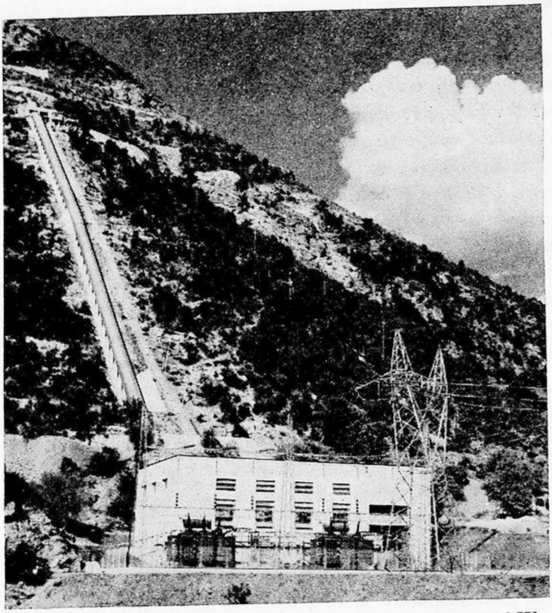
*** 382. Ἐνεργειακὴ οἰκονομία.** Ἐκ τῶν διαφόρων πηγῶν ἐνεργείας, αἱ ὁποῖαι ὑφίστανται εἰς τὴν Φύσιν, αἱ κυριώτεραι εἶναι τὰ διάφορα καύσιμα, ἄνθραξ, πετρέλαιον κτλ., αἱ ὑδατοπτώσεις, ποτάμια ρεύματα κτλ., τὰ ὁποῖα συνήθως καλοῦνται καὶ λευκὸς ἄνθραξ, καὶ ἡ ἡλιακὴ θερμότης.

α) Καύσιμα. Πρὸς βιομηχανικὴν ἐκμετάλλευσιν τῆς θερμότητος, τῆς προερχομένης ἐκ τῆς καύσεως τῶν διαφόρων καυσίμων, διὰ τὴν παραγωγὴν μηχανικοῦ ἔργου, χρησιμοποιοῦμεν τὰς θερμικὰς μηχανάς, αἱ ὁποῖαι, ὡς εἴδομεν, ἔχουν ἐν γένει μικρὰν ἀπόδοσιν. Οὕτω, εἰς μίαν θερμικὴν μηχανήν, π.χ. ἐμβολοφόρον ἀτμομηχανήν, ἀπαιτεῖται διὰ τὴν παραγωγὴν ἔργου ἴσου πρὸς 1 ὡριαῖον ἵππον (ἢ 270 000 kgr*m) κατανάλωσις 0,5 kgr ἄνθρακος. Ἐὰν ὁ ἄνθραξ καιόμενος παρέχῃ 7 000 kcal κατὰ kgr, τὰ 0,5 kgr παρέχουν 3 500 kcal καί, ἐπειδὴ 1 kcal ἀντιστοιχεῖ εἰς 427 kgr*m, τὸ ἀντίστοιχον ἔργον θὰ εἶναι : $A = 3\,500 \cdot 427 = 1\,494\,500$ kgr*m.

Εἷς ὡριαῖος ἵππος ὅμως ἀντιστοιχεῖ εἰς 270 000 kgr*m, ἑπομένως ἡ ἀπόδοσις εἶναι : $\eta = 270\,000 \,/\, 1\,494\,500 = 0{,}18$ ἢ 18 %.

Προκειμένου περὶ ἀτμοστροβίλου, ὁ ὁποῖος καταναλίσκει κατὰ ὡριαῖον ἵππον 0,25 kgr* ἀκαθάρτου πετρελαίου, τὸ ὁποῖον καιόμενον παρέχει 10 000 kcal κατὰ kgr*, ἡ ἀπόδοσις εἶναι περίπου 25 %.

β) Ὑδατοπτώσεις (Λευκὸς ἄνθραξ). Εἰς χώρας ὅπου σπανίζουν τὰ καύσιμα, δηλαδὴ ἄνθραξ, πετρέλαιον κτλ., αἱ ὑδατοπτώσεις ἔχουν μεγίστην σημασίαν διὰ τὴν ἐνεργειακὴν οἰκονομίαν, παρουσιάζουν δὲ τὸ πλεονέκτημα, ὅτι εἶναι λίαν συμφέρουσαι οἰκονομικῶς, ἐφ' ὅσον διὰ τὰς ἀρχικὰς ἐγκαταστάσεις δὲν διατίθενται σημαντικὰ κεφάλαια, οὔτε καὶ ἡ συντήρησις αὐτῶν εἶναι δαπανηρά· ἐπομένως τὸ κόστος τῆς παραγομένης ἐνεργείας εἶναι ἀρκετὰ χαμηλόν. Φαντασθῶμεν ὅτι ὑδατόπτωσις παρέχει κατὰ δευτερόλεπτον 37,5 m³ ὕδατος, πίπτοντος ἐξ ὕψους 200 m. Τὸ παραγόμενον μηχανικὸν ἔργον τῆς ὑδατοπτώσεως ταύτης ἐκφραζόμενον εἰς ἰσχύν, δηλαδὴ εἰς διαθέσιμον ἔργον κατὰ δευτερόλεπτον, ἤτοι εἰς ἵππους, ἐὰν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ὅτι 1 m³ ὕδατος ἔχει βάρος 1000 kgr* καὶ 1 HP = = 75 kgr*m/sec, ὑπολογίζεται ἐκ τῆς σχέσεως :



Σχ. 692. Ὑδροηλεκτρικὸς σταθμὸς Λάδωνος, ἰσχύος 60 000 kW. Τὸ ὕδωρ πίπτει ἀπὸ ὕψους 239 m.

$$37{,}5 \cdot 1000 \cdot 200 = 7\,500\,000 \text{ kgr*m/sec} = 100\,000 \text{ HP}$$

Ἐπειδὴ δὲ κατὰ τὴν μετατροπὴν τῆς ἐνεργείας προκύπτουν, λόγῳ παντοειδῶν αἰτίων, ἀπώλειαι 20 %, ἀπομένει ὡς ὠφέλιμος ἰσχὺς 80 000 HP, ἤτοι :

$$6\,000\,000 \text{ kgr*m/sec}$$

Πρὸς σύγκρισιν τῆς ἀνωτέρω ὑδατοπτώσεως, θὰ ὑπολογίσωμεν, εἰς τὴν περίπτωσιν θερμικῆς ἐγκαταστάσεως δι' ἀτμοῦ ἀποδόσεως 25 %, πόσος ἄνθραξ χρειάζεται κατὰ sec πρὸς ἀνάπτυξιν τῆς αὐτῆς ἰσχύος. Ὁ ἀρίστης ποιότητος ἄνθραξ καιόμενος παρέχει 8 000 kcal/kgr καὶ ὑπὸ ἀπόδοσιν 25 % μόλις 2 000 kcal ἐκ τοῦ ποσοῦ τούτου μετατρέπονται εἰς ὠφέλιμον μηχανικὸν ἔργον, ἀντιστοιχεῖ δὲ ἡ θερμότης αὕτη εἰς $2\,000 \cdot 427 = 854\,000$ kgr*m/sec ἢ εἰς $854\,000/75 = 11\,400$ HP. Ἑπομένως, διὰ τὴν ἀνάπτυξιν ἰσχύος 80 000 HP δι' ἁπλοῦ ὑπολογισμοῦ θὰ ἔπρεπε νὰ καταναλίσκωμεν 7 kgr ἄνθρακος κατὰ δευτερόλεπτον καὶ ἑπομένως εἰς ἓν ἔτος : $7 \cdot 86\,400 \cdot 365 = 220\,752\,000$ kgr ἢ κατὰ προσέγγισιν 220 000 τόννους ἄνθρακος.

γ) Ἡλιακὴ ἐνέργεια. Ἐκ μετρήσεων κατεδείχθη ὅτι ὁ Ἥλιος παρέχει εἰς τὴν Γῆν, ἐπὶ 1 m^2 ἐπιφανείας καὶ ὑπὸ κάθετον πρόσπτωσιν εἰς 1 λεπτόν, 20 kcal καὶ εἰς 1 ὥραν 1200 kcal. Εἰς περίπτωσιν καθ' ἣν αἱ ἡλιακαὶ ἀκτῖνες δὲν προσπίπτουν καθέτως, τότε τὸ ὑπὸ τοῦ Ἡλίου ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς ἀκτινοβολούμενον ποσὸν θερμότητος εἶναι κατὰ πολὺ μικρότερον τοῦ ἀνωτέρω.

Ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι ἡ κλίσις τῶν ἡλιακῶν ἀκτίνων εἶναι τοιαύτη, ὥστε ἡ κατὰ τὴν διάρκειαν μιᾶς ἡμέρας ἀκτινοβολουμένη ὑπὸ τοῦ Ἡλίου θερμότης νὰ συμπίπτη πρὸς τὴν ἀκτινοβολουμένην ὑπὸ κάθετον πρόσπτωσιν ἐντὸς μιᾶς ὥρας ἐπὶ 1 m^2, τότε μία περιοχὴ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, ἐκτάσεως 1 $km^2 = 10^6\ m^2$, θὰ προσλαμβάνῃ ἐκ τοῦ Ἡλίου θερμότητα : $1200 \cdot 10^6 = 12 \cdot 10^8$ kcal.

Ἐὰν τὸ αὐτὸ ποσὸν θερμότητος ἐπιδιώκωμεν νὰ δώσωμεν εἰς τὸ ἔδαφος διὰ καύσεως ἄνθρακος παρέχοντος 7 000 kcal κατὰ kgr, θὰ ἀπῃτεῖτο διὰ μίαν ἡμέραν ποσότης ἄνθρακος : $12 \cdot 10^8 / 7 \cdot 10^3$ = περίπου 170 000 kgr*, καὶ δι' ἓν ἔτος ἁπλοῦς ὑπολογισμὸς δεικνύει ὅτι θ' ἀπῃτοῦντο περίπου 62 000 τόννοι ἄνθρακος. Ἐὰν δὲ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι αἱ ἀνωτέρω συνθῆκαι ἐπικρατοῦν εἰς τὴν Ἑλλάδα καὶ δεχθῶμεν ὅτι ἡ Ἑλλὰς ἔχει χερσαίαν ἔκτασιν 131 000 km^2, εὑρίσκομεν δι' ἁπλοῦ ὑπολογισμοῦ ὅτι, διὰ νὰ μεταδοθῇ εἰς τὸ ἔδαφος διὰ καύσεως ἄνθρακος ἐντὸς ἑνὸς ἔτους τὸ αὐτὸ ποσὸν θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀκτινοβολεῖ ὁ Ἥλιος πρὸς τὸ ἔδαφος αὐτῆς, θ' ἀπαιτηθοῦν περίπου 8 000 000 000 τόννοι ἄνθρακος.

ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Α' Ἐρωτήσεις

Εἰς πόσας κατηγορίας διακρίνονται αἱ θερμικαὶ μηχαναί.
Ἀπὸ ποῖα μέρη ἀποτελεῖται ἡ ἀτμομηχανή.
Περιγράψατε τὸν τρόπον λειτουργίας τῆς ἁπλῆς θερμικῆς μηχανῆς.
Πῶς λειτουργοῦν οἱ ἀτμοστρόβιλοι.
Τί ὀνομάζομεν μηχανὰς ἐκρήξεως καὶ πῶς λειτουργοῦν αὗται.
Τί γνωρίζετε διὰ τὰς μηχανὰς Diesel. Πῶς λειτουργοῦν αἱ δίχρονοι μηχαναί.
Περιγράψατε στοιχειώδη διάταξιν ψυκτικῆς μηχανῆς.
Πῶς λειτουργοῦν τὰ ἠλεκτρικὰ ψυγεῖα.

Β' Προβλήματα

1. Βενζινοκινητὴρ ἰσχύος 1000 PS καὶ συντελεστοῦ ἀποδόσεως 30 % καταναλίσκει βενζίνην, τῆς ὁποίας ἡ θερμότης καύσεως εἶναι 10 200 cal/gr καὶ ἡ πυκνότης 0,72 gr/cm^3. Πόσα λίτρα βενζίνης ἀπαιτοῦνται διὰ τὴν λειτουργίαν τοῦ κινητῆρος ἐπὶ μίαν ὥραν. ('Απ. 287 *lt.*)

2. Αὐτοκίνητον, τοῦ ὁποίου ὁ κινητὴρ ἔχει ἰσχὺν 20 ἵππων καὶ συντελεστὴν ἀποδόσεως 25 %, ἀναπτύσσει ταχύτητα 75 km/h. Πόσα λίτρα βενζίνης, τῆς ὁποίας ἡ θερμότης καύσεως εἶναι 10 000 cal/gr καὶ ἡ πυκνότης 0,72 gr/cm^3, θὰ καταναλωθοῦν διὰ τὴν διαδρομὴν 100 km. ('Απ. 9,4 *lt.*)

3. Νὰ καθορισθῇ ἡ θεωρητικὴ ἀπόδοσις ἀτμομηχανῆς ἐργαζομένης μεταξὺ τῶν θερμοκρασιῶν 400 °C καὶ 105 °C. ('Απ. 0,62 HP.)

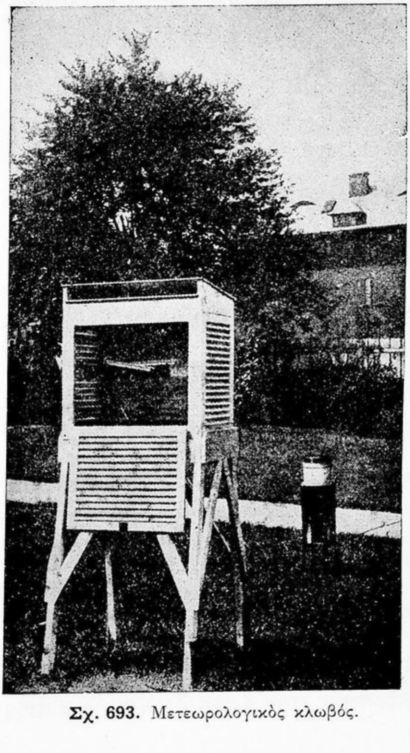
Μ Ε Ρ Ο Σ   Τ Ρ Ι Τ Ο Ν

ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΚΑ΄

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΚ ΤΗΣ ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΑΣ

383. Γενικά. Ἡ Μετεωρολογία ὑπὸ τὴν σύγχρονον αὐτῆς ἀνάπτυξιν ἀσχολεῖται ἀποκλειστικῶς εἰς τὴν μελέτην ὅλων ἐν γένει τῶν ἀτμοσφαιρικῶν φαινομένων, τὰ ὁποῖα συνιστοῦν τὸν καιρὸν καὶ χαρακτηρίζουν πρὸς τούτοις τὸ κλῖμα ἑκάστης περιοχῆς τῆς ὑδρογείου. Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου ἡ Μετεωρολογία, ὡς διεμορφώθη τελευταίως, ἀποτελεῖ σπουδαιοτάτην ἐπιστήμην, ἡ ὁποία προσφέρει ἀνεκτιμήτους ὑπηρεσίας εἰς τὴν ναυτιλίαν, ἀεροναυτιλίαν, τὰς ἐνόπλους δυνάμεις, τὴν γεωργίαν, τὰ δημόσια ἔργα, τὴν ὑγιεινὴν κλπ.



Σχ. 693. Μετεωρολογικὸς κλωβός.

Τὰ μᾶλλον σπουδαιότερα ἐκ τῶν μετεωρολογικῶν στοιχείων εἶναι: ἡ θ ε ρ μ ο κ ρ α σ ί α τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, ὁ ἄ ν ε μ ο ς, ἡ β α ρ ο μ ε τ ρ ι κ ὴ π ί ε σ ι ς, ἡ ὑ γ ρ α σ ί α, ἡ ν έ φ ω σ ι ς καὶ αἱ μ ο ρ φ α ὶ ὑ ε τ ο ῦ, ὡς π.χ. ἡ β ρ ο χ ή, ἡ χ ι ώ ν, ἡ χ ά λ α ζ α, ἡ δ ρ ό σ ο ς, ἡ π ά χ ν η κ.τ.λ.

Γενικῶς ὅλα σχεδὸν τ' ἀνωτέρω φαινόμενα, τὰ ὁποῖα χαρακτηρίζουν ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον ἀποκαλοῦμεν κατὰ τὴν συνήθη μετεωρολογικὴν ἔκφρασιν **καιρόν,** λαμβάνουν χώραν κυρίως εἰς τὰ κατώτατα στρώματα τῆς ἀτμοσφαίρας, τὰ ὁποῖα ἐκτείνονται εἰς τὰ μέσα πλάτη μέχρις ὕψους 10 - 11 χιλιομέτρων ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης.

Ἵνα δυνηθῶμεν νὰ χαρακτηρίσωμεν τὸν καιρὸν ἢ ἀκόμη νὰ προβλέψωμεν τὸν καιρόν, εἶναι ἀπαραίτητον νὰ ἐκτελοῦμεν μετρήσεις πρὸς καθορισμὸν τῆς ἑκάστοτε τιμῆς τῶν ἀνωτέρω μεγεθῶν, ὡς καὶ τῶν μεταβολῶν, τὰς ὁποίας ταῦτα ὑφίστανται κατὰ τὴν διάρκειαν μιᾶς ἡμέρας ἢ καὶ εἰς μεγαλύτερα ἀκόμη χρονικὰ διαστήματα.

Ἐκ τούτου συνάγομεν ὅτι εἶναι ἀδύνατον διὰ τῆς παρατηρήσεως καὶ μετρήσεως ἑνὸς μόνον φαινομένου, π.χ. τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, νὰ χαρακτηρίσωμεν τὸν καιρὸν καὶ διὰ τοῦτο αἱ ἀναγραφόμεναι ἐνδείξεις ἐπὶ τῆς κλίμακος τῶν συνήθων οἰκιακῶν μεταλλικῶν βαρομέτρων, π.χ. « ξηρός », « πολὺ ξηρὸς » κ.λ.π., δὲν ἔχουν μεγάλην σημασίαν.

384. Θερμοκρασία. Αὕτη ποικίλλει ἀπὸ τόπου εἰς τόπον καὶ εἰς τὸν αὐτὸν τόπον ἀναλόγως τῆς ἐποχῆς τοῦ ἔτους καὶ τῆς ὥρας τῆς ἡμέρας.

Εἰς τὴν περιοχὴν τοῦ Ἰσημερινοῦ, ὅπου αἱ ἡλιακαὶ ἀκτῖνες προσπίπτουν καθέτως, ἡ μέση ἐτησία θερμοκρασία πλησίον τοῦ ἐδάφους κυμαίνεται μεταξὺ 26 °C καὶ 27 °C, ἐνῷ εἰς τὰς πολικὰς περιοχάς, ὅπου αἱ ἀκτῖνες προσπίπτουν πολὺ πλαγίως καὶ εἰς ὡρισμένας μάλιστα ἐποχὰς τοῦ ἔτους οὐδόλως ὑφίστανται, ἡ μέση θερμοκρασία κυμαίνεται μεταξὺ —20 °C καὶ —30 °C.

Ἡ ἀτμοσφαῖρα, ἡ ὁποία περιβάλλει τὴν Γῆν, δύναται νὰ θεωρηθῇ ὅτι ἀποτελεῖ θερμομονωτικὸν προστατευτικὸν περίβλημα.

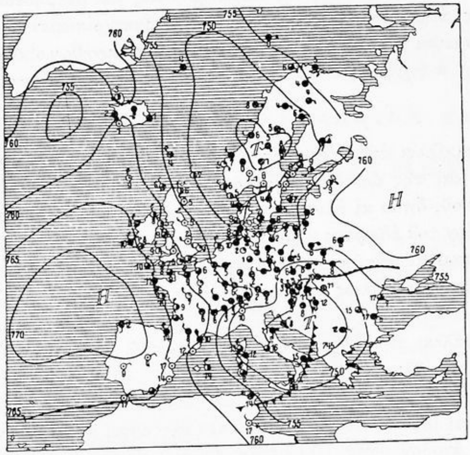
Ἐκ παρατηρήσεων κατεδείχθη ὅτι, ὅσον ἀνερχόμεθα εἰς ἀνώτερα στρώματα, ἡ θερμοκρασία γίνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ταπεινοτέρα καὶ ἐλαττοῦται κατὰ μέσον ὅρον ἀπὸ 0,5 °C μέχρις 1 °C δι' ἄνοδον κατὰ 100 μέτρα. Οὕτω, εἰς ὕψος 2 000 m ἐπικρατεῖ θερμοκρασία 0 °C, εἰς ὕψος 4 000 m ἡ θερμοκρασία εἶναι —10 °C, εἰς ὕψος 6 000 m εἶναι —23 °C καὶ εἰς ὕψος 10 000 m εἶναι —56 °C.

Οἱ ἀνωτέρω ἀριθμοὶ δίδουν ἁπλῶς ἰδέαν τῆς μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας μετὰ τοῦ ὕψους, διότι οὗτοι ποικίλλουν ἀπὸ τόπου εἰς τόπον, ὡς καὶ μετὰ τῆς ἐποχῆς τοῦ ἔτους.

Ἡ θερμοκρασία μετρεῖται δι' ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου, τὸ ὁποῖον ὅμως πρέπει νὰ μὴ ἐκτίθεται ἀπ' εὐθείας εἰς τὰς ἡλιακὰς ἀκτῖνας, ἀλλὰ τοποθετεῖται ἐντὸς εἰδικοῦ μετεωρολογικοῦ κλωβοῦ (σχ. 693) μετὰ τῶν ἄλλων μετεωρολογικῶν ὀργάνων.

Τὸ κατώτερον τμῆμα τῆς γηΐνης ἀτμοσφαίρας, ἐντὸς τοῦ ὁποίου ἡ θερμοκρασία ἐλαττοῦται μετὰ τοῦ ὕψους, καλεῖται **τροπόσφαιρα.** Αὕτη φθάνει μέχρις ὕψους 17 km ὑπεράνω τοῦ Ἰσημερινοῦ, 11 km ὑπεράνω τῶν εὐκράτων περιοχῶν καὶ 7 km ὑπεράνω τῶν πόλων. Ἄνωθεν τῆς τροποσφαίρας καὶ μέχρις ὕψους 35 km περίπου ἡ θερμοκρασία δὲν μεταβάλλεται σχεδὸν μετὰ τοῦ ὕψους. Ἡ περιοχὴ αὕτη ἐκλήθη **στρατόσφαιρα.** Ὑπεράνω τῆς στρατοσφαίρας ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀέρος αὐξάνει μέχρι τῆς στάθμης τῶν 55 km καὶ ἀκολούθως ἐλαττοῦται μέχρις 80 km περίπου. Ἡ περιοχὴ αὕτη τῆς ἀτμοσφαίρας ἐκλήθη **μεσόσφαιρα.** Ἄνωθεν τῆς μεσοσφαίρας ἡ θερμοκρασία αὐξάνει ἁλματωδῶς μέχρι τῶν ὁρίων τῆς ἀτμοσφαίρας, ὅπου ὑπερβαίνει τοὺς 3 000 °C. Τὸ τμῆμα τῆς ἀτμοσφαίρας ἀπὸ τὸ ὕψος τῶν 80 km μέχρι τοῦ ὕψους τῶν 500 km ἐκλήθη **θερμόσφαιρα,** τὸ δὲ ὑπεράνω ταύτης **ἐξώσφαιρα.**

385. Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. Αὕτη μετρεῖται δι᾽ ὑδραργυρικοῦ ἢ μεταλλικοῦ βαρομέτρου καὶ συνήθως ἀνάγεται εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης, εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ 0 °C καὶ εἰς τὴν κανονικὴν βαρύτητα (πλάτος 45°), τὸ δὲ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης εἶναι κατὰ μέσον ὅρον 760 m, εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης.



Σχ. 694. Ὑπόδειγμα μετεωρολογικοῦ χάρτου καιροῦ τῆς Εὐρώπης, κατά τινα ὡρισμένην ὥραν καὶ ἡμέραν τοῦ ἔτους, μετὰ ἰσοβαρῶν καμπύλων.

Ἡ μεταβολὴ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως εἰς ἕνα καὶ τὸν αὐτὸν τόπον ὑφίσταται διακυμάνσεις κατὰ ὀλίγα χιλιοστόμετρα πρὸς τὰ ἄνω ἢ πρὸς τὰ κάτω.

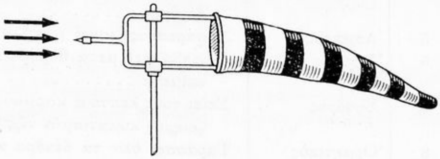
Ὡς καὶ εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Μηχανικῆς τῶν ρευστῶν ἀνεφέρθη (βλ. σελ. 289), ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἐκφράζεται εἰς millibar (mBar). Αἱ τιμαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως καθορίζονται εἰς διαφόρους τόπους ὑπὸ τῶν **Μετεωρολογικῶν Σταθμῶν** καὶ καταγράφονται εἰς εἰδικοὺς μετεωρολογικοὺς χάρτας.

Ἐφ᾽ ὅσον ὁ χάρτης ἀναφέρεται εἰς ἐκτεταμένην περιοχήν, ἐὰν ἑνώσωμεν ὅλους τοὺς τόπους, εἰς τοὺς ὁποίους ἐπικρατεῖ ἡ αὐτὴ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις κατὰ τὴν αὐτὴν χρονικὴν στιγμήν, προκύπτουν καμπύλαι, συνήθως κλεισταί, αἱ ὁποῖαι καλοῦνται **ἰσοβαρεῖς** (σχ. 694). Περιοχαὶ περικλειόμεναι ὑπὸ ἰσοβαρῶν, αἵτινες καθ᾽ ὅσον πλησιάζουν πρὸς τὸ κέντρον ἀντιστοιχοῦν εἰς μικροτέρας πιέσεις, καλοῦνται **περιοχαὶ ἢ κέντρα χαμηλῶν πιέσεων** (T) (ὑ φ έ σ ε ι ς, κ υ κ λ ῶ ν ε ς), ἐνῷ περιοχαὶ περικλειόμεναι ὑπὸ ἰσοβαρῶν, αἵτινες καθ᾽ ὅσον πλησιάζουν πρὸς τὸ κέντρον ἀντιστοιχοῦν εἰς μεγαλυτέρας πιέσεις, καλοῦνται **περιοχαὶ ἢ κέντρα ὑψηλῶν πιέσεων** (H) (ἀ ν τ ι κ υ κ λ ῶ ν ε ς).

Εἰς περιοχὰς ὅπου αἱ ἰσοβαρεῖς ἀπέχουν πολὺ ἀπ᾽ ἀλλήλων, ὑφίσταται μικρὰ μεταβολὴ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως (ἤτοι ὑφίσταται μικρὰ τιμὴ τῆς βαροβαθμῖδος), ἐνῷ εἰς περιοχὰς ὅπου αἱ ἰσοβαρεῖς κεῖνται πλησίον ἀλλήλων, ἡ μεταβολὴ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως εἶναι μεγάλη (ἤτοι ἡ τιμὴ τῆς βαροβαθμῖδος εἶναι μεγάλη).

386. Ἄνεμος. Ὁ ἄνεμος ἀποτελεῖ κινουμένην μᾶζαν ἀέρος καί, ὅπως μᾶζα ὕδατος ἐν κινήσει ρέει ἀπὸ περιοχῆς ὑψηλοτέρας στάθμης εἰς περιοχὴν χαμηλοτέρας στάθμης, οὕτω καὶ μᾶζα ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος κινεῖται ἀπὸ περιοχῆς μεγάλης ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως πρὸς περιοχὴν μικροτέρας ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Ὁ ἄνεμος χαρακτηρίζεται κυρίως ἐκ δύο στοιχείων, ἐκ τῆς διευθύνσεως καὶ τῆς ταχύτητος αὐτοῦ. Ἡ διεύθυνσις τοῦ ἀνέμου καθορίζεται ἐκ τοῦ σημείου τοῦ ὁρίζοντος, ἐκ τοῦ ὁποίου οὗτος πνέει, ἡ δὲ ταχύτης αὐτοῦ καθορίζεται εἰς μέτρα ἀνὰ δευτερόλεπτον ἢ χιλιόμετρα ἢ μίλια καθ' ὥραν.

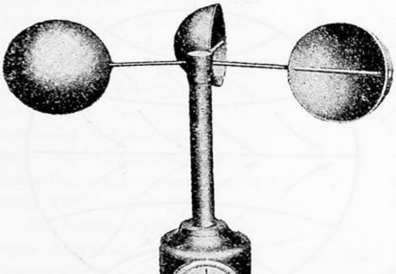
Ἡ διεύθυνσις τοῦ ἀνέμου καθορίζεται διὰ τῶν **ἀνεμοδεικτῶν**, ὁ ἁπλούστερος δὲ καὶ εὐαισθητότερος ἀνεμοδείκτης εἶναι ὁ πραγματοποιούμενος ὑπὸ λεπτῆς μεταξίνης ταινίας μήκους 30 - 40 cm καὶ πλάτους 6 - 8 cm, ἡ ὁποία ἐξαρτᾶται ἀπὸ ὑψηλοῦ ἱστοῦ εἰς τρόπον, ὥστε αὕτη νὰ εὑρίσκεται εἰς ἀναπεπταμένον χῶρον. Ὅταν ἡ ταινία ἀνεμίζεται ὑπὸ τοῦ ἀνέμου, προσανατολίζεται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ δεικνύῃ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἀνέμου. Οὕτω, ὅταν ὁ ἄνεμος πνέῃ ἐκ Βορρᾶ — βόρειος ἄνεμος —, τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τῆς ταινίας διευθύνεται πρὸς Νότον, ἐκ τούτου δὲ συμπεραίνομεν ὅτι ὁ ἄνεμος πνέει ἐκ Βορρᾶ.



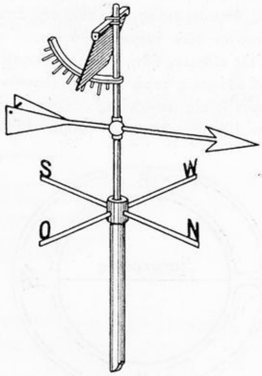
Σχ. 695. Ἀνεμούριον.

Εἰς τὰ ἀεροδρόμια ὡς ἀνεμοδείκτης χρησιμεύει τὸ **ἀνεμούριον** (σχ. 695). Ἐπίσης, διὰ τὸν καθορισμὸν τῆς διευθύνσεως τοῦ ἀνέμου, δύναται νὰ χρησιμεύσῃ καὶ ὁ καπνὸς ὁ ἐξερχόμενος ἀπὸ καπνοδόχον.

Ἡ ταχύτης τοῦ ἀνέμου μετρεῖται διὰ τῶν **ἀνεμομέτρων**, τῶν ὁποίων ὑπάρχουν πολλοὶ τύποι. Ἁπλούστερος τύπος εἶναι τὸ ἀνεμόμετρον τοῦ σχήματος 696, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἐκ κατακορύφου ἄξονος, ἐπὶ τοῦ ὁποίου προσαρμόζονται καθέτως τρία ἢ τέσσαρα στελέχη φέροντα εἰς τὰ ἄκρα αὐτῶν κοίλας μεταλλικὰς ἡμισφαιρικὰς κάψας. Ὅταν πνέῃ ἄνεμος, ἡ πίεσις αὐτοῦ ἐπὶ τῶν κοίλων ἡμισφαιρίων εἶναι μεγαλυτέρα ἢ ἐπὶ τῶν κυρτῶν καὶ οὕτω τίθεται τὸ σύστημα εἰς περιστροφικὴν κίνησιν κατὰ φορὰν τοιαύτην, ὥστε νὰ προηγῆται τὸ κυρτὸν μέρος τῶν ἡμισφαιρίων. Ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στροφῶν, ὁ ὁποῖος καθορίζεται ὑπὸ καταλλήλου μετρητοῦ συνεζευγμένου πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς τοῦ ὀργάνου, δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὴν ταχύτητα τοῦ ἀνέμου. Ἕτερος τύπος ἀνεμοδείκτου μετὰ ἀνεμομέτρου εἶναι ὁ τοῦ σχήματος 697.



Σχ. 696. Ἀνεμόμετρον.



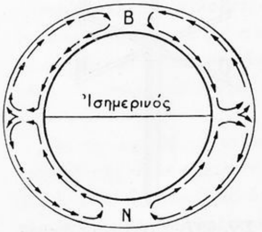
Σχ. 697. Συνδυασμὸς ἀνεμοδείκτου καὶ ἀνεμομέτρου.

Ὁ παρατιθέμενος πίναξ δεικνύει, κατὰ Beaufort, τὰς χαρακτηριστικὰς ὀνομασίας τῶν ἀνέμων, τὴν ταχύτητα αὐτῶν εἰς χιλιόμετρα καθ' ὥραν (km/h), ὡς καὶ διάφορα προκαλούμενα ὑπ' αὐτῶν ἀποτελέσματα, ἐκ τῶν ὁποίων δυνάμεθα νὰ ἐκτιμήσωμεν προχείρως τὴν ταχύτητα αὐτῶν.

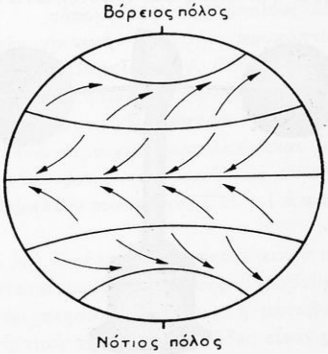
Κλῖμαξ Beaufort	Ὀνομασία	Ἀποτελέσματα	Ταχύτης εἰς km/h
0	Νηνεμία	Πλήρης ἄπνοια	κάτω τοῦ 1
1	Ὑποπνέων	Καπνὸς ὑψοῦται σχεδὸν κατακόρυφος	1—5
2	Ἀσθενὴς	Μόλις αἰσθητὸς	6—12
3	Λεπτὸς	Κινεῖ ἀσθενῶς σημαίαν καὶ φύλλα δένδρων	12,2—19
4	Μέτριος	Κυματίζει σημαίαν καὶ κινεῖ μικροὺς κλάδους δένδρων	20—29
5	Λαμπρὸς	Δυσάρεστος, κινεῖ μεγάλους κλάδους	29,2—38,5
6	Ἰσχυρὸς	Προσβάλλει μετὰ θορύβου οἰκίας καὶ ἄλλα ἀντικείμενα	39—49,7
7	Σφοδρὸς	Σείει τοὺς λεπτοὺς κορμοὺς δένδρων καὶ προκαλεῖ ζωηρὸν κυματισμὸν τῆς θαλάσσης	50,4—61,6
8	Ὁρμητικὸς	Ταράσσει ὅλα τὰ δένδρα καὶ δυσχεραίνει τὴν κίνησιν τῶν ἀνθρώπων	62—74,5
9	Θύελλα	Ἀποσπᾷ τὰς κεράμους ἐκ τῶν στεγῶν καὶ ἄλλα ἀντικείμενα ἐκ τῆς θέσεώς των	74,9—87,8
10	Ἰσχυρὰ θύελλα	Καταρρίπτει δένδρα	88,2—102,2
11	Σφοδρὰ θύελλα	Προκαλεῖ καταστροφὰς	102,6—130,6
12	Λαῖλαψ	Προκαλεῖ μεγίστας καταστροφὰς	131 καὶ ἄνω

387. Γενικὴ διανομὴ τῶν ἀνέμων. Γήινοι ἄνεμοι. Εἰς τὴν Μετεωρολογίαν χαρακτηρίζομεν ὡς *γηίνους ἀνέμους* ἐκείνους, οἱ ὁποῖοι παρατηροῦνται εἰς τὰ κατώτερα στρώματα τῆς ἀτμοσφαίρας, πλησίον τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς· θὰ περιορισθῶμεν δὲ ἐνταῦθα μόνον εἰς τὴν σπουδὴν τῶν ἀνέμων τούτων.

Ὡς εἴδομεν ἤδη, ὁ ἀὴρ ὁ πλησίον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐδάφους παρὰ τὸν Ἰσημερινὸν θερμαίνεται περισσότερον ἢ εἰς μεγαλύτερα πλάτη, οὕτω δὲ γεννᾶται περὶ τὴν Γῆν κολοσσιαῖον ρεῦμα ἀέρος διὰ μεταφορᾶς, ὡς εἰς τὸ σχῆμα 698, τὸ ὁποῖον δεικνύει ἐν γενικαῖς γραμμαῖς τὴν κυκλοφορίαν τοῦ ἀέρος μεταξὺ τῶν πόλων καὶ τοῦ Ἰσημερινοῦ καὶ ἀντιστρόφως. Πλησίον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐδάφους ἡ ροὴ λαμβάνει χώραν ἐκ τῶν πόλων πρὸς τὸν Ἰσημερινόν, ἐνῷ εἰς τ' ἀνώτερα στρώματα τῆς ἀτμοσφαίρας ἡ ροὴ τοῦ ἀέρος ἀναστρέφεται ἔχουσα τὴν διεύθυνσιν ἐκ τοῦ Ἰσημερινοῦ πρὸς τοὺς πόλους.



Σχ. 698. Κυκλοφορία τοῦ ἀέρος, θεωρουμένης τῆς Γῆς ἀκινήτου καὶ τῆς ἐπιφανείας της ἄνευ ἀνωμαλιῶν.



Σχ. 699. Πραγματικὴ διανομὴ καὶ διευθύνσεις γηίνων ἀνέμων λόγω περιστροφῆς τῆς Γῆς.

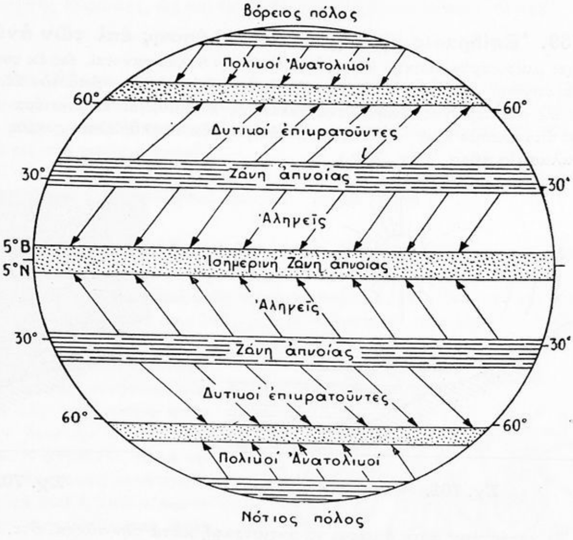
Ἡ ἀνωτέρω εἰκονιζομένη κυκλοφορία τοῦ ἀέρος προϋποθέτει, ὅτι ἡ Γῆ δὲν περιστρέφεται περὶ τὸν ἄξονά της, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς εἶναι ἄνευ ἀνωμαλιῶν, πρὸς τούτοις δὲ ὅτι παρουσιάζει ὁμοιόμορφον θερμοχωρητικότητα. Εἰς τὴν πραγματικότητα ὅμως ἡ ἐπιφάνεια τῆς Γῆς δὲν εἶναι ἄνευ ἀνωμαλιῶν, πρὸς τούτοις δὲ περιστρέφεται περὶ τὸν ἄξονά της καί, κατὰ συνέπειαν, ἡ εἰκονιζομένη εἰς τὸ σχῆμα 698 κυκλοφορία ὑφίσταται οὐσιώδη ἀλλοίωσιν.

Οὕτω, ἐκ τῆς συστηματικῆς ἐρεύνης τῶν γηίνων ἀνέμων κατεδείχθη, ὅτι εἰς τὸ βόρειον ἡμισφαίριον καὶ μεταξὺ βορείου πλάτους 10⁰ καὶ 30⁰ πνέουν ἐγγὺς τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς σταθεροὶ ἄνεμοι ἐκ βορειοανατολικῶν διευθύνσεων, ἐνῷ ἐπὶ τῆς ἀντιστοίχου ζώνης τοῦ νοτίου ἡμισφαιρίου ἐκ νοτιοανατολικῶν διευθύνσεων, οἱ ἄνεμοι δὲ οὗτοι καλοῦνται, ὡς θὰ ἴδωμεν, ἀ λ η γ ε ῖ ς. Τὸ σχῆμα 699 δεικνύει κατὰ στοιχειώδη τρόπον τὴν διανομὴν τῶν γηίνων ἀνέμων μετὰ τῆς διευθύνσεως αὐτῶν, ὅταν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν ἡ περιστροφὴ τῆς Γῆς περὶ τὸν ἄξονά της.

388. Ταξινόμησις τῶν γηίνων ἀνέμων. Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς ὑφίσταται μία ζώνη χαμηλῆς πιέσεως ἐκτεινομένη ἑκατέρωθεν τοῦ Ἰσημερινοῦ μεταξὺ γεωγραφικῶν πλατῶν 5^0 Β καὶ 5^0 Ν (σχ. 700) καὶ ἡ ὁποία καλεῖται **ἰσημερινὴ ζώνη ἀπνοίας** ἢ **ζώνη ἰσημερινῶν νηνεμιῶν.** Ἡ περιοχὴ αὐτὴ χαρακτηρίζεται ἀπὸ λίαν ἀσθενεῖς ἀνέμους καὶ ἐν γένει ἀπὸ καλὸν καιρόν.

Ἡ κίνησις τοῦ ἀέρος εἰς τὴν περιοχὴν ταύτην γίνεται πρὸς τὰ ἄνω, οὕτω δὲ γεννῶνται νέφη τοῦ τύπου σωρειτῶν (Cumulus), τὰ ὁποῖα συνοδεύονται πολὺ συχνὰ ὑπὸ καταιγίδων.

Ἀληγεῖς. Οἱ ἄνεμοι οὗτοι πνέουν ἐκ βορειοανατολικῆς κατευθύνσεως εἰς τὸ βόρειον ἡμισφαίριον καὶ ἐκ νοτιοανατολικῆς κατευθύνσεως εἰς τὸ νότιον ἡμισφαίριον, περιορίζονται δὲ μεταξὺ τῆς **ἰσημερινῆς ζώνης ἀπνοίας** καὶ ἄλλων δύο ζωνῶν λίαν ἀσθενῶν ἀνέμων, ἑκατέρωθεν τοῦ Ἰσημερινοῦ, εὑρισκομένων εἰς πλάτος περίπου 30^0 Β καὶ 30^0 Ν.



Σχ. 700. Λεπτομερὴς ἐπεξήγησις διανομῆς γηίνων ἀνέμων καὶ ταξινόμησις αὐτῶν.

Οἱ ἄνεμοι οὗτοι ἐκλήθησαν **ἀληγεῖς,** ὡς ἐκ τῆς κανονικότητος ὡς πρὸς τὴν ἐμφάνισιν αὐτῶν, ἐχρησιμοποιοῦντο δὲ εἰς παλαιοτέραν ἐποχὴν ὑπὸ τῶν ἱστιοφόρων πλοίων.

Δυτικοὶ ἐπικρατοῦντες ἄνεμοι. Ἄνωθεν τῶν δύο ἀνωτέρω ζωνῶν ἀπνοίας σχηματίζονται δύο ἄλλαι ζῶναι χαρακτηριζόμεναι ἀπὸ χαμηλὰς πιέσεις, ἐντὸς δὲ αὐτῶν, ὑπὸ τὴν ἐπήρειαν καὶ τῆς περιστροφικῆς κινήσεως τῆς Γῆς περὶ τὸν ἄξονά της, ἐπικρατοῦν εἰς τὸ βόρειον μὲν ἡμισφαίριον ἄνεμοι νοτιοδυτικοί, ἐνῷ εἰς τὸ νότιον ἡμισφαίριον ἐπικρατοῦν ἄνεμοι βορειοδυτικοί.

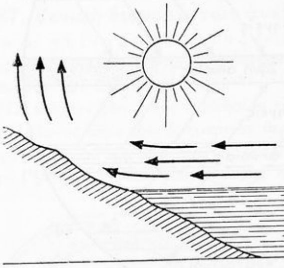
Οἱ τελευταῖοι οὗτοι ἄνεμοι εἶναι πολὺ συχνοί, καλοῦνται δὲ διὰ τοῦτο συνήθως καὶ **δυτικοὶ ἐπικρατοῦντες ἄνεμοι.**

Ἐπειδὴ εἰς τὸ νότιον ἡμισφαίριον, εἰς πλάτος περίπου 40° Ν, τὰ χερσαῖα τμήματα εἶναι μικρά, ταῦτα προβάλλουν μικρὰν ἀντίστασιν εἰς τοὺς ἀνέμους, οὕτω δὲ οἱ βορειοδυτικοὶ ἄνεμοι οἱ πνέοντες ἐντὸς τῆς ζώνης ταύτης ἀποκτοῦν μεγάλας ταχύτητας καὶ ἀποτελοῦν σφοδροτάτους ἀνέμους.

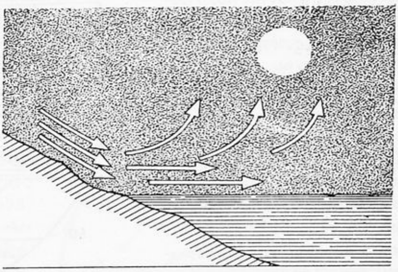
Τουναντίον εἰς τὸ βόρειον ἡμισφαίριον οἱ νοτιοδυτικοὶ ἄνεμοι εἰς πλάτος 40° Β εἶναι μᾶλλον ἰσχυροὶ καὶ προέρχονται ἐκ δυσμῶν.

Πολικοὶ ἄνεμοι. Ὅπως ὁ ἀήρ, ὁ εὑρισκόμενος ἀμέσως ἄνωθεν τοῦ Ἰσημερινοῦ, θερμαίνεται ἐντόνως, συνεπείᾳ δὲ τούτου δημιουργεῖται περιοχὴ χαμηλῶν πιέσεων, κατ' ἀνάλογον τρόπον ὁ ἀήρ, ὁ εὑρισκόμενος ἀμέσως ἄνωθεν τῶν πολικῶν περιοχῶν, ψύχεται ὑπερμέτρως, οὕτω δὲ δημιουργεῖται εἰς τὰς πολικὰς περιοχὰς κέντρον ὑψηλῶν πιέσεων. Ὡς ἐκ τούτου, μᾶζαι ἀέρος κινοῦνται μὲ κατεύθυνσιν ἐκ τῶν πόλων πρὸς τὸν Ἰσημερινόν, οὕτω δέ, λόγῳ τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς περὶ τὸν ἄξονά της, δημιουργοῦνται εἰς τὰς πολικὰς περιοχὰς ἄνεμοι βορειοανατολικοὶ εἰς τὸ βόρειον ἡμισφαίριον καὶ νοτιοανατολικοὶ εἰς τὸ νότιον ἡμισφαίριον. Οἱ ὡς ἄνω ἄνεμοι καλοῦνται **πολικοὶ ἄνεμοι.** Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω γηίνων ἀνέμων, ἀναφέρομεν καὶ τοὺς **ἀνταληγεῖς,** οἱ ὁποῖοι δὲν ἀποτελοῦν γηίνους ἀνέμους, ἀλλ' ἀνέμους τῶν ἀνωτέρων στρωμάτων τῆς ἀτμοσφαίρας καὶ πνέουν ἐκ νοτιοδυτικῆς κατευθύνσεως εἰς τὸ βόρειον ἡμισφαίριον καὶ ἐκ βορειοδυτικῆς εἰς τὸ νότιον ἡμισφαίριον, οἱ ἄνεμοι δὲ οὗτοι εἶναι ἐκεῖνοι, οἱ ὁποῖοι τροφοδοτοῦν τοὺς ἀληγεῖς.

389. Ἐπίδρασις τῆς ξηρᾶς καὶ θαλάσσης ἐπὶ τῶν ἀνέμων. Ἡ ξηρά, ὡς γνωστόν, ἔχει μικροτέραν εἰδικὴν θερμότητα ἀπὸ τὴν θάλασσαν καί, ὡς ἐκ τούτου, ὁ ἄνωθεν τῆς ξηρᾶς ἀὴρ θερμαίνεται κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ἡμέρας ἐντονώτερον ἀπὸ τὸν ἀέρα ἄνωθεν τῆς θαλάσσης, οὕτω δὲ εἰς τὰς περιοχὰς ἄνωθεν τῆς θαλάσσης δημιουργεῖται ἀνωτέρα ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, ἡ ὁποία ὡς ἀποτέλεσμα ἔχει τὴν ἀνάπτυξιν ἀνέμου ἐκ τῆς θαλάσσης πρὸς τὴν ξηράν, ὁ ὁποῖος καλεῖται **θαλασσία αὔρα** (σχ. 701).



Σχ. 701. Θαλασσία αὔρα.



Σχ. 702. Ἀπόγειος αὔρα.

Ἡ κατάστασις αὕτη δύναται νὰ ἀντιστραφῇ κατὰ τὴν νύκτα, ὅτε, λόγῳ τοῦ ὅτι ἡ ἀκτινοβολουμένη θερμότης ἀπὸ τὴν ξηρὰν ὑπερέχει τῆς ἀκτινοβολίας θερμότητος ἀπὸ τὴν θάλασσαν, δημιουργεῖται ἄνεμος ἐκ τῆς ξηρᾶς πρὸς τὴν θάλασσαν, ὁ ὁποῖος καλεῖται **ἀπόγειος αὔρα** (σχ. 702).

390. Ἐποχιακοὶ ἄνεμοι. Κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ θέρους ἐκτεταμέναι ἤπειροι θερμαίνονται περισσότερον ἀπὸ τὸν γειτνιάζοντα ὠκεανόν. Οὕτω δὲ πάλιν γεννᾶται εἶδος θαλασσίας αὔρας, ὑπὸ μεγαλυτέραν ὅμως κλίμακα, ἡ ὁποία ἀντιστρέφεται κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ χειμῶνος. Οἱ ἀνωτέρω ἄνεμοι καλοῦνται **ἐποχιακοὶ** ἢ **μουσσῶνες.** Εἰς τὰς περιοχὰς τῶν ἐπικρατούντων δυτικῶν ἀνέμων, ἕνεκα τοῦ ἀνωτέρω λόγου, εἰς τὰς δυτικὰς ἀκτάς, οἱ ἄνεμοι οὗτοι ἐξασθενίζουν ἐν καιρῷ χειμῶνος καὶ ἐνισχύονται κατὰ τὸ θέρος, ἐνῷ τὸ ἀντίστροφον συμβαίνει εἰς τὰς ἀνατολικὰς ἀκτάς.

Ἡ μεγάλη ἔκτασις καὶ μᾶζα τῆς Ἀσιατικῆς Ἠπείρου δημιουργεῖ τόσον ἰσχυροὺς ἠπειρωτικοὺς ἀνέμους, ὥστε κατὰ τὸ θέρος οἱ εἰς τὴν περιοχὴν ταύτην ὑπάρχοντες ἄνεμοι, οἱ βορειοανατολικοὶ ἀληγεῖς, ἀντιστρέφονται καὶ οὕτω εἰς τὰς Ἰνδίας ἐπικρατοῦν νοτιοανατολικοὶ ἄνεμοι. Ὁ ἄνεμος οὗτος καλεῖται **θερινὸς μουσσών**. Τουναντίον κατὰ τὸν χειμῶνα εἰς τὸν Ἰνδικὸν ὠκεανὸν παρατηροῦνται ἄνεμοι τοῦ βορείου τομέως συνεπείᾳ τῆς ὑψηλῆς πιέσεως, ἥτις ἐπικρατεῖ κατὰ τὴν ἐποχὴν ταύτην ὑπεράνω τῆς Ἀσιατικῆς Ἠπείρου, καὶ τῶν σχετικῶς χαμηλῶν πιέσεων τῶν παρατηρουμένων ὑπεράνω τοῦ Ἰνδικοῦ ὠκεανοῦ. Οἱ ἄνεμοι οὗτοι καλοῦνται **μουσσῶνες τοῦ χειμῶνος**.

391. Ἐτησίαι. Οἱ **ἐτησίαι ἄνεμοι** (κοινῶς **μελτέμια**) εἶναι βόρειοι περιοδικοὶ ἄνεμοι καὶ πνέουν κατὰ τὸ θέρος εἰς τὴν Ἀνατολικὴν Μεσόγειον καὶ τὰς ἀκτὰς τῆς Ἀφρικῆς.

Οἱ ἄνεμοι οὗτοι ἀναφαίνονται κατὰ τὰ τέλη Μαΐου καὶ διαρκοῦν ἐνίοτε μέχρι καὶ τοῦ Ὀκτωβρίου· καὶ εἰς μὲν τὸ Αἰγαῖον πέλαγος οἱ ἄνεμοι οὗτοι πνέουν ἐκ βορειοανατολικῆς διευθύνσεως, ἐνῷ εἰς τὸ Ἰόνιον πέλαγος πνέουν ἐκ βορειοδυτικῆς διευθύνσεως.

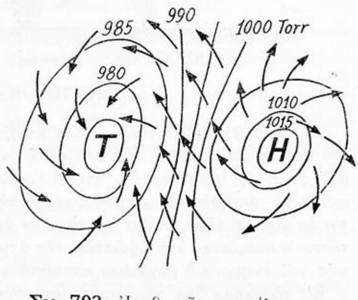
Χαρακτηριστικὸν γνώρισμα τῶν ἀνέμων τούτων εἶναι, ὅτι οὗτοι εἶναι πολὺ ἰσχυρότεροι τὴν ἡμέραν, ἰδίως μέχρι τῶν πρώτων ὡρῶν τοῦ ἀπογεύματος, ἐνῷ καθίστανται ἀσθενέστεροι κατὰ τὴν νύκτα. Οἱ ἐτησίαι ὀφείλονται κυρίως εἰς τὴν κατὰ τὴν ἐποχὴν ταύτην ἐπέκτασιν τοῦ ἀντικυκλῶνος τῶν Ἀζορῶν ὑπεράνω τῆς Εὐρώπης, ὡς καὶ εἰς τὸ θερινὸν ἐλάχιστον πιέσεως τὸ σημειούμενον ἐπὶ τῶν Ἰνδιῶν.

392. Αὖραι ὀρέων καὶ κοιλάδων. Κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ἡμέρας ὁ ἀὴρ πλησίον τῆς περιοχῆς ὄρους θερμαίνεται ἐντονώτερον καὶ οὕτω δημιουργεῖται ρεῦμα μεταφορᾶς ἐκ τῆς κοιλάδος πρὸς τὰ ἄνω. Ἡ ὡς ἄνω **αὔρα κοιλάδος** συντελεῖ εἰς τὸν σχηματισμόν, ἄνωθεν τῆς κορυφῆς τοῦ ὄρους, νεφῶν, ὡς καὶ εἰς τὴν πτῶσιν βροχῆς.

Ἐν καιρῷ ἀπογεύματος καὶ νυκτὸς ὁ ἀὴρ ἐγγὺς τῆς κορυφῆς τοῦ ὄρους ψύχεται ἐντονώτερον, οὕτω δὲ γεννᾶται κατιὸν ρεῦμα ἀέρος ἤ, ὡς συνήθως καλεῖται, **αὔρα ὄρους**.

393. Μεγάλαι ἀτμοσφαιρικαὶ διαταράξεις (ὑφέσεις, ἀντικυκλῶνες). Ἡ **ὕφεσις** εἶναι περιοχὴ τῆς ἀτμοσφαίρας, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ πίεσις εἶναι μικροτέρα τῆς τῶν περιβαλλουσῶν αὐτὴν περιοχῶν. Αἱ ἰσοβαρεῖς καμπύλαι πέριξ μιᾶς τοιαύτης περιοχῆς χαμηλῶν πιέσεων εἶναι ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον κυκλικαὶ ἢ ἐλλειπτικαὶ (σχ. 703), ἡ δὲ διάμετρος μιᾶς ὑφέσεως κυμαίνεται, δυναμένη νὰ φθάσῃ τὰ 2 000 μίλια.

Οἱ ἄνεμοι εἰς τὰς ὑφέσεις τοῦ βορείου ἡμισφαιρίου κινοῦνται ἀντιθέτως τῆς φορᾶς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου, εἰς δὲ τὰς τοῦ νοτίου κατὰ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου. Αἱ ὑφέσεις δὲν παραμένουν στάσιμοι, ἀλλὰ κινοῦνται σχεδὸν πάντοτε πρὸς ἀνατολὰς μετὰ ταχύτητος, ἥτις δύναται νὰ φθάσῃ τὰ 600 ἢ 700 μίλια τὸ εἰκοσιτετράωρον. Αἱ ὑφέσεις σχηματίζονται, ὅταν μᾶζαι ἀέρος διαφόρου θερμομετρικῆς καὶ ὑγρομετρικῆς καταστάσεως καὶ γενικῶς διαφόρων φυσικῶν χαρακτηριστικῶν ἔλθουν εἰς ἐπαφὴν μεταξύ των, π.χ. ψυχρὰ πολικὴ μᾶζα ἀέρος μετὰ θερμῆς τροπικῆς τοιαύτης, ὁπότε αὗται διαχωρίζονται μεταξύ των ὑπὸ μιᾶς ἐπιφανείας ἀσυνεχείας, ἡ ὁποία τέμνει τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς κατὰ γραμμήν, ἡ ὁποία καλεῖται, ὡς θὰ ἴδωμεν, **μέτωπον**.



Σχ. 703. Ἰσοβαρεῖς καμπύλαι. Ἀντικυκλὼν (Η) καὶ ὕφεσις (Τ).

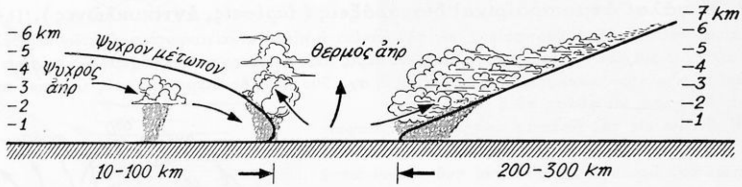
Ὁ **ἀντικυκλὼν** εἶναι περιοχή, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ βαρομετρικὴ πίεσις εἶναι ὑψηλὴ σχετικῶς πρὸς τὴν τοῦ περιβάλλοντος. Αἱ ἰσοβαρεῖς καμπύλαι εἰς μίαν τοιαύτην περιοχὴν εἶναι γενικῶς κλεισται σχήματος κυκλικοῦ ἢ ἐλλειπτικοῦ (βλ. σχ. 703). Οἱ ἄνεμοι εἰς τοὺς ἀντικυκλῶνας τοῦ βορείου ἡμισφαιρίου κινοῦνται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου, ἐνῷ εἰς τοὺς τοῦ νοτίου ἡμισφαιρίου ἀντιθέτως τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου.

Ὑπάρχουν δύο ἐκτεταμέναι ζῶναι ἀντικυκλώνων εἰς πλάτη περίπου 30⁰ Β καὶ 30⁰ Ν, αἵτινες εἶναι σχεδὸν μόνιμοι (μόνιμοι ἀντικυκλῶνες). Ἀντικυκλῶνες σχηματίζονται ἐπίσης ὑπεράνω ἠπειρωτικῶν ἐκτάσεων κατὰ τὸν χειμῶνα, ὡς εἶναι π.χ. ὁ Σιβηρικὸς ἀντικυκλών, ὅστις φθάνει πολλάκις μέχρι τῶν Βαλκανίων, ἐπιδρῶν σημαντικῶς εἰς τὸν καιρὸν τῆς Ἑλλάδος.

394. Ἀέριοι μᾶζαι. Μέτωπα. Ὅταν μᾶζα ἀέρος παραμένῃ ἐπὶ σημαντικὸν χρονικὸν διάστημα ἄνωθεν ὡρισμένης περιοχῆς τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, ἀποκτᾷ ὡρισμένα χαρακτηριστικά. Οὕτω π.χ. τροπικὴ μᾶζα ἀέρος εἶναι θερμή, ἐνῷ πολικὴ μᾶζα ἀέρος εἶναι ψυχρά. Ἐπίσης μᾶζα ἀέρος εὑρισκομένη ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης ἔχει πολλοὺς ὑδρατμούς, ἐνῷ μᾶζα ἀέρος εὑρισκομένη ἄνωθεν ἠπείρων εἶναι ξηρά, ἤτοι περιέχει ὀλίγους ὑδρατμούς. Ὑπὸ δεδομένην μᾶζαν ἀέρος ὁ καιρὸς εἶναι ὁπωσδήποτε καλὸς καί, μόνον ὅταν μᾶζα ἀέρος ἀντικαθίσταται ὑπὸ ἄλλης ἐχούσης διάφορα χαρακτηριστικά, προκύπτουν σοβαραὶ μεταβολαὶ τοῦ καιροῦ.

Γενικῶς αἱ ἐντὸς τῆς τροποσφαίρας ἀέριοι μᾶζαι ἔχουν διαφόρους φυσικὰς ἰδιότητας ἢ χαρακτηριστικά, βάσει τῶν ὁποίων εἶναι δυνατὸν νὰ διακρίνωμεν ταύτας. Καὶ ὅσον μὲν ἀφορᾷ εἰς τὸν τρόπον τῆς προελεύσεώς των, αἱ ἀέριοι μᾶζαι διακρίνονται εἰς **ἀρκτικάς, πολικάς, τροπικὰς** καὶ **ἰσημερινάς,** ἐνῷ ἀπὸ θερμικῆς ἀπόψεως διαιροῦνται εἰς δύο κατηγορίας, εἰς **θερμὰς** καὶ **ψυχρὰς** μάζας.

Αἱ διάφοροι τροποσφαιρικαὶ ἀέριοι μᾶζαι δὲν μετακινοῦνται μετὰ τῆς αὐτῆς ταχύτητος καὶ ἐπὶ πλέον ἔχουν διαφόρους πυκνότητας, ὡς ἐκ τούτου χωρίζονται μεταξύ των διὰ ζωνῶν μεταβατικῶν, αἵτινες γενικῶς καλοῦνται **ἐπιφάνειαι ἀσυνεχείας** ἢ ἁπλῶς **μέτωπα,** ἐκ τῶν ὁποίων διὰ τὸν Βόρειον Ἀτλαντικὸν καὶ τὴν Εὐρώπην τὰ σπουδαιότερα εἶναι τὸ **πολικὸν μέτωπον,** τὸ ὁποῖον διαχωρίζει πολικὰς καὶ τροπικὰς μάζας ἀέρος, καὶ τὸ **ἀρκτικόν,** τὸ ὁποῖον διαχωρίζει ἀρκτικὰς καὶ πολικὰς μάζας ἀέρος.



Σχ. 704. Κατακόρυφος τομὴ ὑφέσεως.

Τὰ μέτωπα διακρίνονται εἰς δύο κατηγορίας, εἰς θ ε ρ μ ὰ καὶ εἰς ψ υ χ ρ ὰ μέτωπα. Καὶ τὰ μὲν **θερμὰ** εἶναι ἐκεῖνα, τῶν ὁποίων ἡ μετατόπισις πραγματοποιεῖται ὑπὸ τὴν ὤθησιν τῆς θερμῆς μάζης (ἢ τῆς θερμοτέρας), ἥτις διαρκῶς ἀνέρχεται ὑπεράνω τῆς ψυχρᾶς (ἢ τῆς ψυχροτέρας).

Εἰς τὰ **ψυχρὰ μέτωπα** ὁ ψυχρὸς ἀὴρ προχωρεῖ ὡς σφὴν ὑπὸ τὴν μᾶζαν τοῦ θερμοῦ ἀέρος, τὸν ὁποῖον καὶ ἐξαναγκάζει εἰς ταχεῖαν ἀνοδικὴν κίνησιν (σχ. 704). Ἡ διάβασις τοῦ ψυχροῦ μετώπου συνοδεύεται ὑπὸ ὑψώσεως τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, πτώσεως τῆς θερμοκρασίας, στροφῆς τοῦ ἀνέμου καὶ ραγδαίων καταιγιδοφόρων βροχῶν, ὄχι ὅμως συνεχῶν.

Εἰς τὸ σχῆμα 704 τὸ ψυχρὸν μέτωπον ἀποτελεῖ μίαν κεκλιμένην ἐπιφάνειαν, ἡ ὁποία σχηματίζεται ὅταν ὁ ὄπισθεν εὑρισκόμενος ψυχρὸς ἀὴρ κινῆται μετὰ μεγαλυτέρας ταχύτητος ἀπὸ τὸν θερμὸν ἀέρα, τὸν ὁποῖον, ὅταν συναντήσῃ, ἐκτοπίζει βιαίως πρὸς τὰ ἐπάνω. Ἐξετάσωμεν ἤδη τί συμβαίνει εἰς τοιοῦτον ψυχρὸν μέτωπον. Πρὸς διευκόλυνσιν τῆς κατανοήσεως τῶν παρατηρουμένων φαινομένων, θὰ ἐξετάσωμεν τὴν περίπτωσιν ἠρέμου τμήματος ἐπιφανείας θαλάσσης καὶ τοῦ ἄνωθεν αὐτῆς εὑρισκομένου στρώματος ἀέρος. Ἐφ' ὅσον ἐπικρατεῖ ἄπνοια, ὕδωρ καὶ ἀὴρ εὑρίσκονται ἐν ἠρεμίᾳ καθ' ὅλην τὴν ἔκτασιν τῆς ὁριζοντίας ἐπιφανείας ἐπαφῆς. Εἰς τὴν περίπτωσιν ὅμως ἠπίου ἀνέμου, τὰ δημιουργούμενα κύματα εἶναι μικρὰ καὶ δὲν ἐπιφέρουν σοβαρὰν ἀναταραχήν, ἐνῷ εἰς τὴν περίπτωσιν ἰσχυροῦ ἀνέμου δημιουργοῦνται μεγάλα κύματα, οὕτω δὲ τὰ δύο ρευστά, θαλάσσιον ὕδωρ καὶ ἀήρ, περιδινοῦνται περὶ ἄλληλα καὶ ἀναμειγνύονται.

Γενικῶς ἡ δημιουργία μετώπου συνοδεύεται ὑπὸ μεταβολῆς τοῦ καιροῦ.

395. Ὑγρομετρία. Ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ περιέχει πάντοτε ὑδρατμούς, προερχομένους ἐκ τῆς διαρκοῦς ἐξατμίσεως τῶν ὑδάτων θαλασσῶν, λιμνῶν, ὑγρῶν ἐδαφῶν κλπ. Ὁ καθορισμὸς τῆς περιεκτικότητος τῆς ἀτμοσφαίρας εἰς ἀτμοὺς ὕδατος ἀποτελεῖ τὸ ἀντικείμενον τῆς **ὑγρομετρίας.**

Ὁ βαθμὸς τῆς ὑγρότητος τοῦ ἀέρος ἐξαρτᾶται ὄχι μόνον ἐκ τῆς ποσότητος τῶν ὑδρατμῶν τοὺς ὁποίους περιέχει, ἀλλὰ καὶ ἐκ τῆς ποσότητος τῶν ἀτμῶν οἱ ὁποῖοι ἀπαιτοῦνται ἵνα κορεσθῇ οὗτος. Ὅταν ὁ ἀὴρ εἶναι ψυχρός, δύναται νὰ εἶναι ὑγρός, καίτοι περιέχει σχετικῶς μικρὰν ποσότητα ἀτμῶν. Ἐὰν ἀφ' ἑτέρου ὁ ἀὴρ εἶναι θερμός, δύναται νὰ εἶναι ξηρός, καίτοι περιέχει περισσοτέρους ἀτμοὺς ἢ ὁ ψυχρός, διότι τότε ἀπαιτεῖται μεγαλυτέρα ποσότης ἀτμῶν ἵνα καταστῇ κεκορεσμένος. Θερμαίνοντες χῶρον τινά, π.χ. δωματίου, τοῦ ὁποίου ὁ ἀὴρ δὲν ἀνανεοῦται, δὲν μεταβάλλομεν τὴν μᾶζαν τῶν περιεχομένων ὑδρατμῶν, ἀλλὰ καθιστῶμεν τὸν ἀέρα ξηρότερον, διότι τότε οὗτος ἀπέχει περισσότερον ἀπὸ τοῦ σημείου κόρου, ἤτοι ἀπαιτεῖ μεγαλυτέραν ποσότητα ἀτμῶν ἵνα κορεσθῇ. Οὕτω τὸν ἀέρα περιέχοντα 6 gr ὑδρατμῶν εἰς 1 m^3 αἰσθανόμεθα λίαν ὑγρὸν εἰς 5 °C, τουναντίον δὲ λίαν ξηρὸν εἰς 25 °C, διότι εἰς 5 °C εἶναι κεκορεσμένος διὰ τῶν περιεχομένων 6 gr ὑδρατμῶν, ἐνῷ εἰς 25 °C ἀπαιτεῖ 27,5 gr ὑδρατμῶν ἵνα κορεσθῇ.

Διὰ τὸν καθορισμὸν τῆς ὑγρομετρικῆς καταστάσεως τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος εἶναι ἀνάγκη νὰ γνωρίζωμεν τὴν ἀπόλυτον ὑγρασίαν τοῦ ἀέρος. Οὕτω:

Ἀπόλυτον ὑγρασίαν τοῦ ἀέρος καλοῦμεν τὸ πηλίκον τῆς μάζης τῶν ὑδρατμῶν, οἱ ὁποῖοι περιέχονται ἐντὸς ὄγκου τινὸς ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, διὰ τοῦ ὄγκου τούτου. Μετρεῖται δὲ συνήθως εἰς gr/m^3.

Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς ὑγρομετρικῆς καταστάσεως τοῦ ἀέρος χρησιμοποιοῦμεν κυρίως τὴν σχετικὴν ὑγρασίαν, ἡ ὁποία ὁρίζεται ὡς ἀκολούθως:

Σχετικὴ ὑγρασία καλεῖται τὸ πηλίκον τῆς μάζης τῶν ὑδρατμῶν, τοὺς ὁποίους περιέχει ὡρισμένος ὄγκος ἀέρος, διὰ τῆς μάζης τῶν ὑδρατμῶν, τοὺς ὁποίους θὰ ἔπρεπε νὰ περιέχῃ ὁ αὐτὸς ὄγκος διὰ νὰ εἶναι κεκορεσμένος ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν.

Συμφώνως πρὸς τὸν ὁρισμόν της, ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἶναι καθαρὸς ἀριθμὸς καὶ ἐκφράζεται, συνήθως, ἐπὶ τοῖς ἑκατόν, παρέχουσα τὸ μέτρον τοῦ κατὰ πόσον ἡ ἀτμόσφαιρα εἶναι πλησίον ἢ μακρὰν τοῦ σημείου κόρου.

Ἡ κατάστασις κόρου τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν. Οὕτω, εἰς θερμοκρασίαν 15 °C ὁ ἀὴρ ἐν καταστάσει κόρου περιέχει 12,8 gr/m^3 ὑδρατμοῦ. Ἐὰν ὁ ἀὴρ εἰς θερμοκρασίαν 15° περιέχῃ μόνον 9,6 gr/m^3, τότε ὁ λόγος:

$$\frac{9,6}{12,8} = \frac{3}{4}$$

δηλοῖ ὅτι ὁ ἀὴρ περιέχει ὑδρατμοὺς μόνον 3/4 ἢ 75 % τῆς ποσότητος κόρου, καλοῦμεν δέ, ὡς εἴδομεν, τὸν ἀνωτέρω λόγον **σχετικὴν ὑγρασίαν** τοῦ ἀέρος, ἤτοι :

$$\text{σχετικὴ ὑγρασία } \% = \frac{\text{ποσότης ὑπαρχόντων ὑδρατμῶν}}{\text{ποσότης κόρου}} \cdot 100$$

Ἡ σχετικὴ ὑγρασία μεταβάλλεται συχνὰ πολὺ ταχέως· οὕτως, ὅταν ὁ ἀὴρ ἔχῃ κατὰ τὰς μεσημβρινὰς ὥρας θερμοκρασίαν 20 °C καὶ περιέχῃ 9,6 gr/m³ ὑδρατμοῦ, ἐνῷ ἡ ποσότης κορεσμοῦ διὰ 20 °C εἶναι 17,3 gr/m³, τότε ἡ σχετικὴ ὑγρασία, συμφώνως πρὸς τὸν ἀνωτέρω τύπον, θὰ εἶναι :

$$\text{σχετικὴ ὑγρασία} = \frac{9{,}6}{17{,}3} \cdot 100 = 55\ \%$$

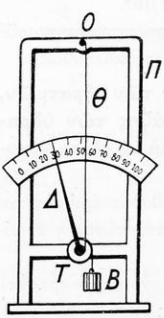
Ἐὰν ὅμως τὸ ἑσπέρας ἡ θερμοκρασία κατέλθῃ εἰς 15 °C, ἡ ποσότης κόρου εἶναι 12,8 gr/m³, ἑπομένως:

$$\text{σχετικὴ ὑγρασία} = \frac{9{,}6}{12{,}8} \cdot 100 = 75\ \%$$

Ἐὰν ἀὴρ εἰς 15 °C ἔχῃ σχετικὴν ὑγρασίαν 75 % καὶ ψυχθῇ εἰς 10 °C, τότε, ἐπειδὴ ἡ ποσότης κορεσμοῦ εἰς τὴν θερμοκρασίαν ταύτην εἶναι περίπου 9,6 gr/m³, ὁ ἀὴρ εἶναι κεκορεσμένος ὑδρατμοῦ. Ἐὰν ὅμως ψυχθῇ ἀκόμη περισσότερον, δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ διατηρήσῃ τὴν ποσότητα 9,6 gr/m³ ὑπὸ μορφὴν ἀοράτου ὑδρατμοῦ, ἀλλὰ τότε σχηματίζονται σταγονίδια ἤ, ἄλλως, σταγονίδια ὁμίχλης.

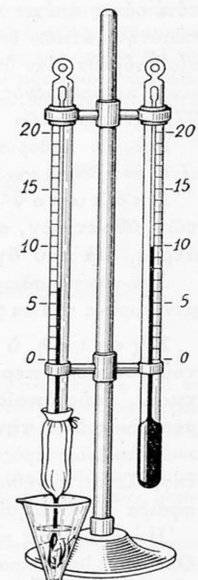
Τὰ ὄργανα διὰ τῶν ὁποίων μετρεῖται ἡ ὑγρασία τοῦ ἀέρος καλοῦνται **ὑγρόμετρα.** Ἁπλούστατος τύπος ὀργάνου μετρήσεως τῆς σχετικῆς ὑγρασίας εἶναι τὸ ὑγρόμετρον διὰ τριχός.

1) Ὑγρόμετρον διὰ τριχός. Τὸ ὄργανον τοῦτο (σχ. 705) στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἰδιότητος, τὴν ὁποίαν παρουσιάζει θρὶξ ἀνθρωπίνης κόμης νὰ διαστέλλεται, ὅταν εὑρίσκεται ἐν ὑγρᾷ ἀτμοσφαίρᾳ, καὶ νὰ συστέλλεται, ὅταν εὑρίσκεται ἐν ξηρᾷ ἀτμοσφαίρᾳ. Ἡ θρὶξ Θ, καταλλήλως καθαριζομένη, ἐξαρτᾶται ἀπὸ ἀκλονήτου σημείου Ο τοῦ πλαισίου Π, ἐνῷ τὸ κατώτερον ἄκρον αὐτῆς, ἀφοῦ διέλθῃ δι᾽ εὐκινήτου τροχαλίας Τ, φορτίζεται διὰ βάρους Β. Ἐπὶ τῆς τροχαλίας τοποθετεῖται ὁ δείκτης Δ, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ μετακινῆται πρὸ τῶν διαιρέσεων κλίμακος καὶ δεικνύει δι᾽ ἀναγνώσεως τὴν σχετικὴν ὑγρασίαν.



Σχ. 705. Ὑγρόμετρον διὰ τριχός.

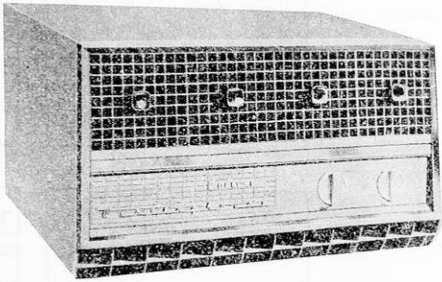
2) Ψυχρόμετρον. Διὰ τῶν ὀργάνων τούτων εὑρίσκεται ἡ ὑγρασία ἐκ τῆς ταχύτητος ἐξατμίσεως τοῦ ὕδατος, δηλ. ἐκ τῆς ψύξεως τὴν ὁποίαν προκαλεῖ ἡ ἐξάτμισις. Τὸ ὄργανον τοῦτο (σχ. 706) ἀπο-



Σχ. 706. Ψυχρόμετρον.

τελεῖται ἐκ δύο θερμομέτρων, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ ἓν περιβάλλεται εἰς τὸ κάτω ἄκρον του ἀπὸ ὕφασμα μουσελίνας, ἥτις διαβρέχεται δι' ὕδατος. Οὕτω, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ σχετικὴ ὑγρασία, τόσον ταχύτερον γίνεται ἡ ἐξάτμισις καί, κατ' ἀκολουθίαν, τόσον χαμηλοτέρα θὰ εἶναι ἡ ἔνδειξις τοῦ θερμομέτρου τούτου, ἐνῷ τὸ ἄλλο θερμόμετρον δεικνύει τὴν ἑκάστοτε θερμοκρασίαν τοῦ χώρου. Ἐκ τῆς διαφορᾶς τῶν δύο θερμοκρασιῶν καὶ τῇ βοηθείᾳ πειραματικῶς εὑρεθέντων πινάκων προσδιορίζομεν τὴν ὑγρασίαν.

396. Σύστημα κλιματισμοῦ (air conditioning). Κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη ἀνεπτύχθη πολὺ ἡ βιομηχανία συσκευῶν, αἱ ὁποῖαι ἔχουν σκοπὸν νὰ προκαλέσουν ἐντὸς κλειστοῦ τινος χώρου (αἴθουσαι θεάτρων, πλοίων, δωμάτια οἰκιῶν κ.λ.π.) σταθερὰν κατάστασιν κλίματος, ἤτοι ὡρισμένην θερμοκρασίαν, ὑγρασίαν, καθαρότητα ἀέρος κλπ.



Σχ. 707. Συσκευὴ κλιματισμοῦ (air conditioning, αἲρ κοντίσιονιν).

Αἱ ἁπλούστεραι συσκευαὶ χρησιμοποιοῦνται διὰ τὰ δωμάτια, καὶ δὴ ψυκτικαὶ διατάξεις κατὰ τὸ διάστημα τοῦ θέρους (σχ. 707). Ὑπάρχουν ὅμως καὶ πολυπλοκώτεραι, καλούμεναι «ἀντλίαι θερμότητος», ἀναστρεψίμου ἱκανότητος, δηλ. ὅταν ὁ ἔξω τῆς οἰκίας ἀὴρ εἶναι ψυχρὸς (χειμών), τότε προσφέρουν εἰς τὸ ἐσωτερικὸν αὐτῆς θερμὸν ἀέρα, ὅταν δὲ ὁ ἐξωτερικὸς ἀὴρ εἶναι θερμὸς (θέρος), τότε εἰσάγουν εἰς τὸν ὑπὸ κλιματισμὸν χῶρον ψυχρὸν ἀέρα. Κατὰ τὰς περιόδους τοῦ ἔαρος ἢ φθινοπώρου εἰσάγουν τὸν ἔξω ἀέρα μὲ τὴν θερμοκρασίαν τὴν ὁποίαν ἔχει, καθαρίζουν ὅμως αὐτὸν ἐκ τοῦ κονιορτοῦ καὶ ρυθμίζουν τὴν ὑγρασίαν του.

Εἰς ὅλας τὰς ἐν λόγῳ συσκευὰς τὸ ἥμισυ τμῆμα αὐτῶν ἐξέχει τοῦ τοίχου τῆς οἰκοδομῆς πρὸς τὰ ἔξω, διὰ νὰ συγκοινωνῇ ἐλευθέρως μὲ τὸν ἐξωτερικὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα. Ἡ λειτουργία των ὡς ψυκτικῶν μηχανῶν ἢ θερμαντήρων τοῦ δι' αὐτῶν διερχομένου ἀέρος καὶ ὡς ρυθμιστῶν τῆς ὑγρασίας του ἐξαρτᾶται ἀπὸ ἡμᾶς, δεδομένου ὅτι, διὰ στροφῆς τῶν κομβίων τῶν θερμοστατῶν, ὑγραντήρων καὶ ἀνεμιστήρων τῆς συσκευῆς, ὁρίζομεν τὰς συνθήκας τοῦ κλιματισμοῦ ποὺ ἐπιθυμοῦμεν νὰ ἔχωμεν ἐντὸς τοῦ δωματίου μας.

397. Νέφωσις. Ὅταν θερμὸς ἀὴρ ἀνέρχεται βραδέως πρὸς τὰ ἄνω, ὡς π.χ. κατὰ τὴν περίπτωσιν θερμοῦ μετώπου, ἢ ὅταν ἀπωθῆται βιαίως πρὸς τὰ ἄνω, ὡς εἰς τὴν περίπτωσιν ψυχροῦ μετώπου, τότε ὁ ἀὴρ ψύχεται μέχρι τοιούτου σημείου, ὥστε ἡ ποσότης τῶν ὑδρατμῶν ποὺ περιέχει νὰ εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ποσότητος κόρου.

Συμφώνως ὅμως πρὸς τ' ἀνωτέρω, ὁ ἀὴρ δὲν δύναται νὰ συγκρατήσῃ τὸ ἐπὶ πλέον ποσὸν τῶν ὑπὸ μορφὴν ἀόρατον ὑδρατμῶν, ἀλλ' ἀποβάλλει αὐτοὺς ὑπὸ μορφὴν σταγονιδίων ὕδατος, τὰ ὁποῖα ἐπικάθηνται ἐπὶ διαφόρων προσμείξεων ποὺ ὑπάρχουν εἰς τὸν ἀέρα, καλουμένων **πυρήνων συμπυκνώσεως,** οὕτω δὲ σχηματίζονται τὰ νέφη.

Νέφη, τὰ ὁποῖα ἐγγίζουν τὸ ἔδαφος, καλοῦνται εἰδικώτερον **ὁμίχλη.**

Σχ. 708. Τινὲς ἐκ τῶν κυριωτέρων τύπων νεφῶν.

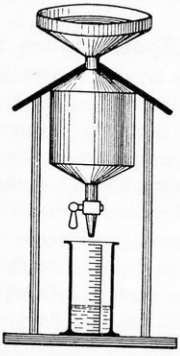
Γενικῶς τὰ νέφη διακρίνονται εἰς τρεῖς βασικὰς μορφάς: Τοὺς **θυσάνους** (Cirrus), οἱ ὁποῖοι προσομοιάζουν πρὸς λεπτὰς ἰνώδεις ταινίας ἢ λωρίδας εἰς ὕψος περίπου 10 km. Τὰ **στρώματα** (Stratus), τὰ ὁποῖα ἀναφαίνονται ἀπὸ ὕψους 500 m μέχρι 4 000 m καὶ εἶναι ὁμαλὰ νεφικὰ στρώματα δίδοντα εἰς τὸν οὐρανὸν χρῶμα ὑπόφαιον. Τοὺς **σωρείτας** (Cumulus), οἱ ὁποῖοι ἀποτελοῦν νεφικὰς μάζας ἐχούσας τὸ σχῆμα στρογγυλοῦ θόλου, τοῦ ὁποίου ἡ κορυφὴ εὑρίσκεται εἰς ὕψος περίπου 2 000 m.

Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω κυρίων τύπων νεφῶν, διακρίνομεν καὶ πολυαρίθμους ἄλλας παραλλαγάς, ὡς τοὺς **θυσανοσωρείτας** (Cirrocumulus), οἵτινες ἀπαντοῦν εἰς μέσον ὕψος 7 km, τοὺς **ὑψισωρείτας** (Altocumulus), σχηματιζομένους εἰς ὕψος 3,5 km, τὰ **ὑψιστρώματα** (Altostratus), τὰ ὁποῖα ἀπαντῶνται εἰς μέσον ὕψος 3,5 km, τὰ **θυσανοστρώματα** (Cirrostratus), ἀπαντῶντα εἰς μέσον ὕψος 6 km, τὰ ὁποῖα ἐν καιρῷ χειμῶνος καλύπτουν ὅλον τὸν οὐρανόν, τοὺς **στρωματομελανίας** (Nimbostratus), οἱ ὁποῖοι εἶναι βροχερὰ καὶ χαμηλὰ νέφη εἰς ὕψος 800 m, τοὺς **στρωματοσωρείτας** (Straltocumuus), οἵτινες ἀπαντῶνται εἰς ὕψος 1500 m, τοὺς **σωρειτομελανίας** (Cumulonimbus), σχηματιζομένους εἰς ὕψος ἀπὸ 300 m ἕως 3,5 km, εἶναι δὲ ἐν γένει νέφη σκοτεινά, τὰ πλέον καταιγιδοφόρα, προκαλοῦντα θυέλλας καὶ λίαν ἐπικίνδυνα διὰ τὴν ἀεροπορίαν.

398. Κατακρημνίσματα. Εἰς τὴν κατηγορίαν τῶν κατακρημνισμάτων καταλέγονται ἡ **βροχή**, ἡ **χιὼν** καὶ ἡ **χάλαζα**, ἡ **δρόσος** καὶ ἡ **πάχνη.**

Ἡ **βροχὴ** παράγεται, ὅταν ἐλαφρὰ σταγονίδια, ἐκ τῶν ὁποίων ἀποτελοῦνται τὰ νέφη, συνενοῦνται πρὸς μεγάλας σταγόνας, αἱ ὁποῖαι καταπίπτουν ἐπὶ τῆς Γῆς. Διὰ τὸν ποσοτικὸν καθορισμὸν τῆς βροχῆς χρησιμοποιοῦμεν τὸ **βροχόμετρον**, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἀπὸ ὑάλινον ἢ μεταλλικὸν κυλινδρικὸν δοχεῖον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου τοποθετεῖται χοάνη, ἡ ὁποία προστατεύει τὸ ἐντὸς τοῦ κάτωθεν αὐτῆς δοχείου συλλεγόμενον ὑγρὸν ἀπὸ τῆς ἐξατμίσεως (σχ. 709).

Ποσοτικῶς ἡ βροχὴ καθορίζεται ἐκ τοῦ ὕψους τῆς στήλης τοῦ συλλεγομένου ὑγροῦ. Οὕτω λέγομεν ὅτι εἰς ἕνα τόπον ἡ βροχὴ ἐτησίως ἀνέρχεται εἰς 50 cm, δηλ. ἐὰν ἀθροίσωμεν τὸ σύνολον τῶν ἑκάστοτε μετρουμένων ὑψῶν, εὑρίσκομεν δι' ἓν ἔτος παρατηρήσεων ἄθροισμα 50 cm. Εἰς θερμοκρασίαν κάτω τῶν 0 °C, διὰ τοῦ αὐτοῦ μηχανισμοῦ ποὺ ἐξετέθη ἀνωτέρω, προκύπτει **χιών.**



Σχ. 709. Συνήθης τύπος βροχομέτρου.

Ἡ **χάλαζα** (κοινῶς χαλάζι) σχηματίζεται, ὅταν στερεοποιηθεῖσαι σταγόνες ὕδατος παρασύρωνται ὑπὸ ἀνιόντων ρευμάτων θερμοῦ ἀέρος μεγάλης σχετικῆς ὑγρασίας, ὅτε ἐπὶ τῶν ἤδη στερεοποιημένων σταγονιδίων προστίθεται ἑτέρα ποσότης στερεοποιημένου ὕδατος ἐπὶ τῆς ἐξωτερικῆς ἐπιφανείας αὐτῶν. Τοῦτο εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπαναληφθῇ πολλὰς φοράς, ὅτε τὸ μέγεθος τῆς χαλάζης δύναται νὰ φθάσῃ τὸ μέγεθος πορτοκαλλίου.

Τέλος εἰς τὰ κατακρημνίσματα ἀνάγονται ἡ **δρόσος** καὶ ἡ **πάχνη.** Ὅταν ἡ ψῦξις τῆς Γῆς ἐν καιρῷ νυκτὸς εἶναι ἔντονος, συντελεῖ εἰς τὴν ἀνάπτυξιν **δρόσου,** λόγῳ ἀποθέσεως ὑδρατμῶν ὑπὸ μορφὴν σταγονιδίων ὕδατος, τὰ ὁποῖα, ὅταν ἡ θερμοκρασία εἶναι ταπεινή, στερεοποιοῦνται, ὅτε ἔχομεν **πάχνην.**

ΣΥΝΤΟΜΟΣ ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Ἡ Φυσική, ὡς γνωστόν, ἀσχολεῖται μὲ τὴν ἀνεύρεσιν τῶν φυσικῶν νόμων, οἱ ὁποῖοι διέπουν τὰ ὑπ' αὐτῆς ἐξεταζόμενα φαινόμενα. Τοὺς ὑπὸ τῆς Φυσικῆς ἀποκαλυπτομένους νόμους ἐκμεταλλεύεται ἀκολούθως ἡ Τεχνική, ἡ ὁποία ἐπινοεῖ διαφόρους πρακτικὰς ἐφαρμογὰς τῶν νόμων τούτων, αἱ ὁποῖαι ἀποβλέπουν εἰς τὴν ἐξύψωσιν τοῦ πνευματικοῦ καὶ βιοτικοῦ ἐπιπέδου τῆς ἀνθρωπότητος.

Ποίαν σημασίαν ἔχει ἡ Φυσικὴ διὰ τὴν ἀνθρωπότητα, δυνάμεθα ν' ἀντιληφθῶμεν ἐκ τῆς μελέτης τῆς Ἱστορίας της, διὰ τὸν λόγον δὲ τοῦτον ἐκρίναμεν σκόπιμον νὰ παραθέσωμεν εἰς τὸ ἀνὰ χεῖρας βιβλίον σύντομον Ἱστορίαν τῆς Φυσικῆς, εἰς ὅ,τι κυρίως ἀφορᾷ εἰς τὴν συμβολὴν τῶν Ἀρχαίων Ἑλλήνων εἰς τὰς φυσικὰς ἐπιστήμας.

Προελληνικὴ περίοδος. Εἰς αἰῶνας προγενεστέρους τοῦ 500 π. Χ., ὑπῆρχον λίαν ἰσχναὶ γνώσεις Φυσικῆς καὶ εἶναι βέβαιον ὅτι οὐδεμία προσπάθεια εἶχε γίνει διὰ τὴν συστηματοποίησιν τῆς Φυσικῆς εἰς ἑνιαῖον κεφάλαιον τῆς γνώσεως. Ἐν τούτοις καὶ κατὰ τὴν ἀρχαιοτάτην ταύτην ἐποχὴν εἶχον γίνει μερικαὶ ἀνακαλύψεις στηριζόμεναι ἐπὶ τῶν ἀρχῶν τῆς Φυσικῆς, ὡς π.χ. τὸ τρύπανον καὶ ὁ τροχὸς τῶν κεραμέων. Ἐπίσης ὑδατικὰ ὡρολόγια διὰ τὴν μέτρησιν μικρῶν χρονικῶν διαστημάτων ἦσαν γνωστὰ περίπου ἀπὸ τοῦ 1400 π. Χ., ἡ δὲ ἀρχὴ λειτουργίας αὐτῶν ἐστηρίζετο εἰς τὴν ζύγισιν τῆς ποσότητος ὕδατος τῆς ἐκρεούσης ἀπὸ σταθερᾶς ὀπῆς ἐκροῆς, ἀπὸ δοχεῖον εἰς τὸ ὁποῖον ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος διετηρεῖτο σταθερά, δεδομένου ὅτι ὑπὸ τὰς ἀνωτέρω συνθήκας ἐκροῆς ἡ ποσότης τοῦ ἐκρέοντος ὑγροῦ εἶναι ἀνάλογος τοῦ χρόνου.

Ἐξ ἄλλου αἱ ἀστρονομικαὶ παρατηρήσεις τῶν Χαλδαίων καὶ Βαβυλωνίων, διὰ τῶν ὁποίων οὗτοι προκαθώριζον τὰς ἐκλείψεις, θεωροῦνται ὡς ἐκπληκτικῶς ἀκριβεῖς. Εἶχον ἀνακαλύψει π.χ. τὴν περίοδον *Σάρος*, 18 ἔτη καὶ $10\,^1/_3$ ἡμέρας, μετὰ τὴν ὁποίαν κατὰ προσέγγισιν ἐπαναλαμβάνεται σειρὰ ἐκλείψεων Ἡλίου καὶ Σελήνης.

Ἑλληνικὴ περίοδος (700 π. Χ. - 150 μ. Χ.). Οἱ Ἕλληνες εἶναι ὁ πρῶτος λαός, ὁ ὁποῖος ἐπεδίωξε ν' ἀναζητήσῃ τὰ αἴτια τῶν φαινομένων καὶ νὰ κατατάξῃ εἰς κοινὰς ὁμάδας ὅλα τὰ φαινόμενα, τὰ ὁποῖα ὠφείλοντο εἰς κοινὸν ἢ ὅμοιον αἴτιον ἢ χαρακτηριστικόν. Εἶναι ὁ πρῶτος λαός, ὁ ὁποῖος ἔδειξεν ἐνδιαφέρον διὰ τὴν μελέτην καὶ τὴν κατανόησιν τοῦ τρόπου τῆς συγκροτήσεως τῶν ἀντικειμένων, ὡς καὶ τοῦ τρόπου κατὰ τὸν ὁποῖον ἐξελίσσονται εἰς τὴν Φύσιν. Ἐν τούτοις οἱ Ἕλληνες ἦσαν κυρίως θεωρητικοὶ ἐρευνηταὶ καὶ δὲν ἠσχολήθησαν εἰς τὴν συστηματικὴν παρακολούθησιν τῆς Φύσεως διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως τοῦ πειράματος.

Τὸ πρῶτον ζήτημα, τὸ ὁποῖον ἀπησχόλησε τοὺς Ἕλληνας, εἶναι ἡ ἀναζήτησις τῆς φυσικῆς βάσεως, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ αἴσθησις τῆς ὁράσεως καὶ τὸ ζήτημα τοῦτο ἐξήτασε πρῶτος ὁ **Πυθαγόρας** ἀπὸ τοῦ 500 π. Χ. Οὗτος ἐδέχθη ὅτι ἡ αἴσθησις τῆς ὁράσεως διεγείρεται ὑπὸ ἰδιαζόντων σωματίων, τὰ ὁποῖα ἐκπέμπει ὁ ὀφθαλμός. Τὰ σωμάτια ταῦτα, προσπίπτοντα ἐπὶ τῶν διαφόρων σωμάτων, ἀνακλῶνται ἐξ αὐτῶν καὶ ἀκολούθως ἐκ τοῦ ὁρωμένου σώματος εἰσχωροῦν ἐκ νέου εἰς τὸν ὀφθαλμόν, οὕτω δὲ τὸ ἀντικείμενον καθίσταται ὁρατόν. Ἡ ἄποψις τοῦ Πυθαγόρου διήγειρε μεγάλας συζητήσεις, ὅσον ἀφορᾷ εἰς τὴν ὀρθότητα αὐτῆς, αἱ ὁποῖαι διήρκεσαν ἐπὶ αἰῶνας. Ὀλίγον βραδύτερον ὁ **Ἐμπεδοκλῆς** (μαθητής, ὡς ἱστορεῖται, τοῦ Πυθαγόρου) ἐδέχθη τὴν ἀντίθετον ἄποψιν, ὅτι δηλ. τὰ φωτεινὰ σωμάτια δὲν ἐκπέμπονται ἀπὸ τοῦ ὀφθαλμοῦ, ἀλλ' ἀπὸ τῶν ὁρωμένων ἀντικειμένων.

Ὁ Ἐμπεδοκλῆς παρεδέχετο ὅτι ὅλα ἐν γένει τὰ ἐν τῇ Φύσει ὑλικὰ σώματα ἀποτελοῦνται ἐκ τεσσάρων πρωταρχικῶν στοιχείων, ἤτοι γῆς, ἀέρος, πυρὸς καὶ ὕδατος, καὶ ὅτι ἡ συμπεριφορὰ τῆς ὕλης καθορίζεται ὑπὸ δύο δυνάμεων, ἤτοι τῆς ἕλξεως καὶ ἀπώσεως, διὰ τὰς ὁποίας ἐδέχετο ὅτι ὑφίσταντο πανταχοῦ εἰς τὸ σύμπαν. Τὰ ἓξ ὡς ἄνω στοιχεῖα (γῆ, ἀήρ, πῦρ, ὕδωρ, ἕλξις, ἄπωσις) ἢ « λέξεις τοῦ Ἐμπεδοκλέους » ἀπετέλεσαν τὴν βάσιν διὰ τὴν δημιουργίαν φυσικῶν θεωριῶν, ὡς καὶ διὰ τὴν φιλοσοφικὴν ἔρευναν, καὶ διετηρήθησαν ἐπὶ ἀρκετοὺς αἰῶνας.

Οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες φιλόσοφοι ἠσχολήθησαν ἀρχικῶς μὲ τὸ πρόβλημα τῆς κινήσεως καὶ ἠρεμίας τῶν σωμάτων καὶ ἐπρέσβευον ὅτι, ἵνα ἓν πρᾶγμα ἢ σῶμα ὑφίσταται, πρέπει νὰ παρουσιάζῃ μονίμους ἰδιότητας. Ἐπειδὴ ὅμως τὰ κινούμενα σώματα δὲν διατηροῦν μόνιμον θέσιν, ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου ὁ **Παρμενίδης** (ὅστις πρῶτος διετύπωσε τὴν θεωρίαν, ὅτι ἡ Γῆ εἶναι σφαιροειδὴς καὶ αἰωρεῖται εἰς τὸ διάστημα) διετύπωσε τὴν ἄποψιν, διὰ νὰ ἀπαλλαγῇ ἀπὸ τοῦ ἀνωτέρω διλήμματος, ὅτι πράγματι δὲν ὑφίστανται κινούμενα σώματα, ἀλλ' ὅτι ἡ κίνησις ἀποτελεῖ ὀπτικὴν ἀπάτην.

Ἀκολούθως ὁ **Ἀναξαγόρας** (500 π. Χ.) ὑπεστήριξε τὸ ἐναντίον, ὅτι δηλ. ἡ κίνησις πράγματι ὑφίσταται, ἀλλὰ δὲν ἠδυνήθη νὰ διακρίνῃ τὰς δύο καταστάσεις τῆς κινήσεως καὶ τῆς ἠρεμίας. Ὁ Ἀναξαγόρας ἐδέχθη ὅτι ὑφίσταται εἰδικὴ ὕλη, ἡ ὁποία προκαλεῖ τὴν κίνησιν, ἐνῷ βραδύτερον ὁ **Λεύκιππος,** ὁ ὁποῖος ὑπεστήριξε τὴν ὕπαρξιν τῶν ἀτόμων, ἐθεώρησεν ὅτι ἡ κίνησις τῶν ἀτόμων ἀποτελεῖ αἰώνιον ἰδιότητα αὐτῶν, οὕτω δὲ οὗτος ἀπηρνήθη τὴν κατάστασιν τῆς ἠρεμίας.

Ὁ Ἀναξαγόρας παραδέχεται ὅτι αἱ ἀρχαὶ καὶ τὰ στοιχεῖα ἐν τῇ Φύσει εἶναι ἄπειρα καὶ ὅτι ὁ νοῦς παρέχει τὴν κίνησιν εἰς τὰ ὄντα. Διετύπωσε τὴν ἀρχὴν τῆς ἀφθαρσίας τῆς ὕλης καὶ ὅτι « δὲν ὑπάρχει μέγα καὶ μικρόν, ἀλλὰ τοῦ μεγάλου ὑπάρχει μεγαλύτερον καὶ τοῦ μικροῦ ὑπάρχει μικρότερον » (ἀξίωμα τῆς συνεχείας εἰς τὰ Μαθηματικά).

Ὁ **Ἀριστοτέλης** (384 - 322 π. Χ.), ὁ ὁποῖος ὑπῆρξεν ἐπὶ εἰκοσαετίαν μαθητὴς καὶ συνεργάτης τοῦ Πλάτωνος, εἶναι ὄχι μόνον φιλόσοφος, ἀλλὰ καὶ ὁ θεμελιωτὴς τῶν ἐπιστημῶν. Ἐκ τῶν ἔργων τοῦ Ἀριστοτέλους τῶν ἀφορώντων εἰς τὰς φυσικὰς ἐπιστήμας ἐσώθησαν ἐλάχιστα. Εἰς ταῦτα ἐπισκοποῦνται αἱ γενικαὶ ἀρχαὶ τῆς φυσικῆς πειραματικῆς, ἡ ἔννοια τοῦ χώρου, τοῦ χρόνου, τοῦ κενοῦ. Ὁ Ἀριστοτέλης παραδέχεται ὡς ἀρχὴν τοῦ Κόσμου τὴν ἔννοιαν τῆς συνεχείας (κατ' ἀντίθεσιν πρὸς τοὺς Λεύκιππον καὶ Δημόκριτον) καὶ ἀπορρίπτει τὴν ἔννοιαν τοῦ ἀπολύτου κενοῦ.

Κατ' αὐτὸν ἡ πρώτη κίνησις εἰς τὸν Κόσμον ἐδόθη ὑπὸ τοῦ Κινοῦντος 'Ακινήτου (δηλ. ὑπὸ τοῦ Θεοῦ).

Τὸ ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας, τὸ ὁποῖον φέρεται ὡς ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος (βλ. σελ. 110), τὸ διετύπωσεν οὗτος ὡς ἑξῆς : « "Ετι οὐδεὶς ἂν ἔχοι εἰπεῖν διατί κινηθὲν στήσεταί που ἂν τί γὰρ μᾶλλον ἐνταῦθα ἢ ἐνταῦθα ; ὥστ' ἢ ἠρεμήσει ἢ εἰς ἄπειρον ἀνάγκη φέρεσθαι, ἐὰν μή τι ἐμποδίσῃ κρεῖττον ». ['Ερμηνεία : Οὐδεὶς θὰ ἠδύνατο νὰ ἰσχυρισθῇ ὅτι σῶμα ἅπαξ κινηθὲν θὰ σταθῇ κάπου· διότι διατί θὰ σταθῇ ἐδῶ καὶ ὄχι ἐκεῖ ; "Ωστε εἶναι ἀνάγκη (τὸ κινηθὲν σῶμα) ἢ νὰ ἠρεμήσῃ ἢ νὰ κινῆται ἐπ' ἄπειρον, ἐὰν δὲν τὸ ἐμποδίσῃ μεγαλυτέρα δύναμις ἐκείνης, ἡ ὁποία προκαλεῖ τὴν κίνησιν].

Μεταξὺ τῶν 'Ελλήνων φιλοσόφων σπουδαιότατος θεωρεῖται καὶ ὁ **Δημόκριτος** (περίπου 465 π. Χ.), ὁ ὁποῖος διετύπωσε τὴν ἀρχὴν τῆς ἀφθαρσίας τῆς ὕλης καὶ ἐνεργείας ὡς ἑξῆς : « Μηδέν τι ἐκ τοῦ μὴ ὄντος γίγνεσθαι, μηδὲ εἰς τὸ μὴ ὂν φθείρεσθαι ». Κατὰ τὸν Δημόκριτον, ἡ ὕλη ἀποτελεῖται ἐκ σωματίων, τὰ ὁποῖα ὑφίστανται ἀπὸ αἰωνιότητος, εἶναι ἀόρατα, ἀδιαίρετα καὶ ἀσυμπίεστα, ἐκάλεσε δὲ αὐτὰ **ἄτομα.** Διαφέρουν τὰ διάφορα εἴδη ὕλης ἐκ τοῦ ὅτι τὰ ἄτομα διαφέρουν ὡς πρὸς τὸ σχῆμα καὶ τὴν διάταξιν αὐτῶν.

Εἰς τὴν ἐποχὴν τοῦ **Πλάτωνος** (427 - 347 π. Χ.) ἐδέχοντο ὅτι μία οὐσία δύναται νὰ ὑφίσταται ὑπὸ διαφόρους καταστάσεις, στερεάν, ὑγρὰν ἢ ἀέριον, τῆς μεταβολῆς ἐπιτυγχανομένης διὰ προσθέσεως ἢ ἀφαιρέσεως πυρός. Οὕτω, ὅταν στερεὸν προσλάβῃ πῦρ, μετατρέπεται εἰς ὑγρόν.

'Ο σπουδαιότατος "Ελλην μελετητὴς τῆς Φυσικῆς εἶναι ὁ **'Αρχιμήδης** (287 - 212 π. Χ.), ὁ ὁποῖος ἐγεννήθη καὶ ἀπέθανεν εἰς τὴν ἑλληνικὴν ἀποικίαν τῶν Συρακουσῶν, ὑπῆρξε δὲ καὶ διασημότατος Μαθηματικός. Εἶναι ὁ θεμελιωτὴς τῶν σημερινῶν θεωριῶν τῆς Μηχανικῆς, ἐγνώριζε δὲ τελείως τὰς συνθήκας ἰσορροπίας τῶν μηχανῶν. Πρῶτος ὁ 'Αρχιμήδης εἰσήγαγε τὸ πολύσπαστον εἰς τὴν ναυπηγικὴν τέχνην, ἐμελέτησε τοὺς μοχλοὺς (« δός μοι πᾶ στῶ καὶ τὰν Γᾶν κινάσω ») καὶ διὰ τῆς ἐπινοήσεως διαφόρων ἄλλων μηχανῶν κατώρθωσε νὰ ὑπερασπίσῃ τὴν πατρίδα του ἐπὶ δύο συναπτὰ ἔτη ἔναντι τῆς ἐπιδρομῆς τῶν Ρωμαίων κατακτητῶν. 'Ο 'Αρχιμήδης ἀνεκάλυψε τὴν ἀρχὴν τῆς ἀνώσεως, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται πᾶν σῶμα, ὅταν ἐμβαπτίζεται ἐντὸς ὑγροῦ.

'Ο περίφημος 'Αστρονόμος **'Αρίσταρχος** ὁ Σάμιος (320 - 250 π. Χ.) ὑπῆρξεν ὁ πρῶτος, ὁ ὁποῖος εἰσήγαγε τὸ ἡλιοκεντρικὸν σύστημα τοῦ κόσμου, κατὰ τὸ ὁποῖον οἱ πλανῆται καὶ ἡ Γῆ περιφέρονται περὶ τὸν "Ηλιον.

'Ο **"Ιππαρχος** (160 - 125 π. Χ.) θεωρεῖται ὡς εἷς ἐκ τῶν μεγαλυτέρων 'Αστρονόμων τῆς ἐποχῆς του, διότι εἶναι ὁ πρῶτος, ὁ ὁποῖος ἐπὶ τῇ βάσει μετρήσεων ἐσπούδασε τὰς κινήσεις τῶν ἀστερισμῶν καὶ ἀνεκάλυψε τὴν τρίτην σπουδαίαν κίνησιν τῆς Γῆς, τὴν μετάπτωσιν.

'Ο **Πτολεμαῖος** (87 - 165 μ. Χ.) ἐσπούδασε πειραματικῶς τὸ φαινόμενον τῆς διαθλάσεως τοῦ φωτὸς καὶ διετύπωσε τοὺς νόμους της.

"Αν καὶ οἱ "Ελληνες δὲν εἶχον μέσα πρὸς διατήρησιν καὶ ἀνακοίνωσιν τῶν γνώσεών των, ὅμως προήγαγον τὰς γνώσεις τῆς ἀνθρωπότητος τόσον, ὥστε αὗται διετηρήθησαν μέχρι τοῦ 1500, ὁπότε ἤρχισε νεωτέρα καὶ συστηματικωτέρα ἔρευνα τῆς Φύσεως.

Ἄραβες καὶ Μεσαίων (600 - 1600 μ. Χ.). Ἡ συμβολὴ τῶν Ἀράβων εἰς τὴν Φυσικὴν εἶναι ἔμμεσος. Ἡ σπουδαιοτέρα συμβολὴ αὐτῶν εἰς τὴν γνῶσιν εἶναι ἡ μεταβίβασις πρὸς τὴν Δύσιν τῶν ἀραβικῶν ἀριθμῶν καὶ τοῦ δεκαδικοῦ συστήματος, ὡς καὶ ἡ θεμελίωσις τῆς Ἀριθμητικῆς καὶ Ἀλγέβρας. Συνέβαλον ἐπίσης εἰς τὴν διατήρησιν τοῦ ἔργου τῶν Ἑλλήνων κατὰ τοὺς σκοτεινοὺς αἰῶνας καὶ μετέφερον εἰς τὴν Εὐρώπην ἑλληνικὰ βιβλία κατὰ τὴν Ἀναγέννησιν, ὅτε ἀνεζωογονήθη ἡ ἐπιθυμία πρὸς ἀπόκτησιν γνώσεων καὶ ἔρευναν. Δυτικοὶ ἐπιστήμονες καὶ διδάσκαλοι ᾐσθάνθησαν μεγίστην ἱκανοποίησιν, ὅταν ἐτέθησαν εἰς τὴν διάθεσιν αὐτῶν αὐθεντικαὶ ἔρευναι καὶ συμπεράσματα τῶν Ἑλλήνων καὶ ἰδίως τοῦ Ἀριστοτέλους.

Νεωτέρα περίοδος (1600 καὶ ἐντεῦθεν). Χαρακτηριστικὸν γνώρισμα τῆς περιόδου ταύτης εἶναι ἡ μεταβολὴ τῶν ἀντιλήψεων, αἱ ὁποῖαι ἐπεκράτουν εἰς τὴν προγενεστέραν περίοδον, καὶ ἡ ἀπόδοσις μεγαλυτέρας σημασίας εἰς τὸ πείραμα παρὰ εἰς τὴν θεωρίαν, ἡ μεταβολὴ ὅμως αὕτη ἐν πάσῃ περιπτώσει δὲν ὑπῆρξεν ἀπότομος.

Ὁ πρῶτος διάσημος Φυσικὸς καὶ ζωγράφος, ὁ ὁποῖος ἐνεφανίσθη κατὰ τοὺς χρόνους τῆς Ἀναγεννήσεως, εἶναι ὁ **Λεονάρδος ντὰ Βίντσι** (Leonardo da Vinci, 1452 - 1519), ὁ ὁποῖος ἐπέτυχε νὰ γενικεύσῃ τὸν νόμον τοῦ μοχλοῦ καὶ πρὸς τούτοις κατεσκεύασε πολυποικίλους καὶ χρησίμους μηχανικὰς διατάξεις. Ὁ Λεονάρδος ντὰ Βίντσι ἔδωσε μεγάλην σημασίαν εἰς τὴν πειραματικὴν ἔρευναν καὶ ἀπὸ τῆς ἀπόψεως αὐτῆς δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς πρόδρομος τοῦ **Γαλιλαίου** (Galileo Calilei, 1564 - 1642), ὁ ὁποῖος θεωρεῖται ὡς θεμελιωτὴς τῆς πειραματικῆς Φυσικῆς, καὶ τοῦ **Γκέρικε** (Otto von Guericke, 1602 - 1686). Ἄξιον μνείας εἶναι ὅτι ὁ Λεονάρδος ντὰ Βίντσι ἐσχεδίασε τὰς πρώτας πετομηχανάς, σχέδια δὲ αὐτῶν διεσώθησαν μέχρι τῆς ἐποχῆς μας, εἰς τρόπον ὥστε οὗτος δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς πατὴρ τῆς ἀεροπορίας.

Ὁ **Κοπέρνικος** (Nicolaus Copernicus, 1473 - 1543), πιθανώτατα μὴ γνωρίζων τὰ περὶ Ἀριστάρχου, διετύπωσε γενικώτερον τὸ ἡλιοκεντρικὸν σύστημα τοῦ Κόσμου. Ἔνθερμος ὑποστηρικτὴς τοῦ συστήματος τούτου ὑπῆρξεν ὁ Γαλιλαῖος, ὁ ὁποῖος δι' ἁπλῶν καὶ εὐφυῶν πειραμάτων ἀπέδειξε διὰ πρώτην φορὰν τοὺς νόμους τῆς ἐλευθέρας πτώσεως τῶν σωμάτων, ἐκφράσας τὰ ἀποτελέσματα αὐτοῦ κατὰ τρόπον λίαν ἁπλοῦν. Ὁ Γαλιλαῖος ἀνεγνώρισε τὴν σπουδαιότητα τῶν μηχανῶν καὶ διετύπωσε τὸν « χρυσοῦν κανόνα τῆς μηχανικῆς ». Κατὰ τὴν ἐποχὴν τοῦ Γαλιλαίου, καὶ εἰς μεταγενεστέρους χρόνους, μόνον εἰς ὀλίγας περιπτώσεις ἐχρησιμοποιήθη ἡ ἱκανότης παραγωγῆς ἔργου ὑπὸ τοῦ ὕδατος (ὑδατοπτώσεις) καὶ τοῦ ἀέρος (ἄνεμοι) διὰ χρησιμοποιήσεως ὑδροστροβίλων καὶ ἀνεμομύλων. Ἀκόμη καὶ μέχρι τοῦ 16ου αἰῶνος διὰ τὴν κίνησιν τῶν διαφόρων μηχανῶν ἐχρησιμοποίουν τὴν ἀνθρωπίνην δύναμιν.

Ἡ κατασκευὴ μηχανῶν πρὸς παραγωγὴν δυνάμεως ἐπραγματοποιήθη μόνον κατὰ τοὺς νεωτέρους χρόνους διὰ τῆς ἐπινοήσεως τῆς ἀτμομηχανῆς, τῶν ἀεριομηχανῶν καὶ τῶν ἠλεκτρικῶν μηχανῶν. Σύγχρονος τοῦ Γαλιλαίου ὑπῆρξεν ὁ μέγας Γερμανὸς Ἀστρονόμος **Κέπλερ** (Johannes Kepler, 1571 - 1630), ὁ ὁποῖος διετύπωσε τοὺς τρεῖς νόμους τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν περὶ τὸν Ἥλιον, ἡ διατύπωσις δὲ αὕτη ἀποτελεῖ τὴν σύντομον ἀλλ' ἁπλουστέραν καὶ καλυτέραν περιγραφὴν τῶν παρατηρηθέντων φαινομένων.

Εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Μηχανικῆς δεσπόζει τὸ ὄνομα τοῦ Ἄγγλου Μαθηματικοῦ καὶ Φυσικοῦ **Νεύτωνος** (Sir Isaac Newton, 1643 - 1727), ὁ ὁποῖος ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς παγκοσμίου ἕλξεως καὶ θεωρεῖται ὡς ὁ θεμελιωτὴς τῆς Θεωρητικῆς Μηχανικῆς καὶ τῆς Οὐρανίου Μηχανικῆς, τὴν ὁποίαν διεμόρφωσε καὶ ἐτελειοποίησεν ὁ μέγας Γάλλος Μαθηματικὸς **Λαπλὰς** (Pierre Simon Laplace, 1749 - 1827).

ΕΙΚΟΝΕΣ ΔΙΑΣΗΜΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΩΝ

ΣΥΜΒΟΛΑ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

῾Ως ταῦτα κατὰ προτίμησιν χρησιμοποιοῦνται εἰς τὸ βιβλίον.

A	= ἔργον, ἄνωσις
α	= συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς στερεῶν, θερμικὸς συντελεστὴς ἀερίων
α	= γωνία
Atm	= φυσικὴ ἀτμόσφαιρα
at	= τεχνικὴ ἀτμόσφαιρα
A	= ngström = 10^{-8} cm
B, β	= βάρος
β	= συντελεστὴς ἐπιφ. διαστολῆς
γ	= ἐπιτάχυνσις σώματος
γ	= συντελεστὴς κυβ. διαστολῆς
c	= ταχύτης διαδόσεως φωτὸς
c	= εἰδικὴ θερμότης
^{0}C	= βαθμοὶ Κελσίου
cal	= θερμὶς
C.G.S	= ἀπόλυτον σύστημα μονάδων
CV	= ἀτμόϊππος
c/sec	= κύκλος ἀνὰ δευτερόλεπτον
cm	= ἑκατοστόμετρον
δ	= διάμετρος
d	= διάμετρος
dyn	= δύνη
E	= μέτρον ἐλαστικότητος
$E_{δυν}$	= δυναμικὴ ἐνέργεια
$E_{κιν}$	= κινητικὴ ἐνέργεια
ε	= εἰδικὸν βάρος
erg	= ἔργιον
εφ	= ἐφαπτομένη
F	= δύναμις
^{0}F	= βαθμοὶ Fahrenheit
Φ	= φορτίον
φ, θ	= γωνία
g	= ἐπιτάχυνσις βαρύτητος
gr	= γραμμάριον μάζης
gr*	= γραμμάριον βάρους
grad	= βαθμὸς
h	= ὥρα, ὕψος
Hz	= Hertz
HP	= ἵππος
ημ	= ἡμίτονον
η	= συντελεστὴς ἀποδόσεως
η	= συντελεστὴς τριβῆς
Θ	= ροπὴ ἀδρανείας
θ	= θερμοκρασία
J	= ὁρμή, Joule
J	= μηχαν. ἰσοδύναμον θερμότητος
κ	= συντελεστὴς κρούσεως
κ	= λόγος c_p / c_v
^{0}K	= βαθμοὶ Kelvin (ἀπόλυτοι)
k	= σταθερὰ
km	= χιλιόμετρον
kgr	= χιλιόγραμμον μάζης
kgr*	= χιλιόγραμμον βάρους
kcal	= χιλιοθερμὶς
kW	= χιλιοβὰτ (κιλοβὰτ)
kWh	= κιλοβατώριον
kgr*m	= χιλιογραμμόμετρον
λ	= θερμότης τήξεως
l	= μῆκος
lt	= λίτρον
L	= θερμότης ἐξαερώσεως
m	= μέτρον
m, M	= μᾶζα
m Bar	= millibar
μ	= μικρὸν = 10^{-4} cm
μBar	= mikrobar
mμ	= μιλλιμικρὸν
mm	= χιλιοστὸν
mgr	= χιλιοστὸν γραμμαρίου
min	= λεπτὸν
mil	= μίλιον
N	= ἰσχύς, Νιοῦτον
ν	= συχνότης
Π	= παροχὴ
PS	= ἀτμόϊππος
p	= πίεσις
Q	= ποσότης θερμότητος
R	= παγκόσμιος σταθερὰ ἀερίων
^{0}R	= βαθμοὶ Ρεωμύρου
R, r	= ἀκτὶς
rad	= ἀκτίνιον
ρ	= πυκνότης
s	= διάστημα
S	= ἐπιφάνεια, τομὴ
sec	= δευτερόλεπτον
Σ	= συνισταμένη, ἄθροισμα
συν	= συνημίτονον
T	= τριβή, τάσις, περίοδος
T	= ἀπόλυτος θερμοκρασία
ton	= τόννος μάζης
t	= χρόνος, θερμοκρασία
T.Σ.	= τεχνικὸν σύστημα μονάδων
T.M.	= τεχνικὴ μονὰς μάζης
Torr	= mm στήλης Hg
υ	= ταχύτης
$υ_0$	= ἀρχικὴ ταχύτης
φ	= γωνία
V	= ὄγκος
W	= Watt
x, y	= ζητούμενα μεγέθη
X, Ψ	= ἄξονες συντεταγμένων
ω	= γωνιακὴ ταχύτης
ω′	= γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις
Ω	= ὤθησις δυνάμεως

ΠΙΝΑΞ ΦΥΣΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Γωνία		ημ	συν	εφ	Γωνία		ημ	συν	εφ
Μοῖραι	Ἀκτίνια				Μοῖραι	Ἀκτίνια			
0	0,000	0,000	1,000	0,000	46	0,803	0,719	0,695	1,036
1	0,017	0,018	1,000	0,018	47	0,820	0,731	0,682	1,072
2	0,035	0,035	0,999	0,036	48	0,838	0,743	0,669	1,111
3	0,052	0,052	0,999	0,052	49	0,855	0,755	0,656	1,150
4	0,070	0,070	0,998	0,070	50	0,873	0,766	0,643	1,192
5	0,087	0,087	0,996	0,088	51	0,890	0,777	0,629	1,235
6	0,105	0,105	0,995	0,105	52	0,908	0,788	0,616	1,280
7	0,122	0,122	0,993	0,123	53	0,925	0,799	0,602	1,327
8	0,140	0,139	0,990	0,141	54	0,942	0,809	0,588	1,376
9	0,157	0,156	0,988	0,158	55	0,960	0,819	0,574	1,428
10	0,175	0,174	0,985	0,176	56	0,977	0,829	0,559	1,483
11	0,192	0,191	0,982	0,194	57	0,995	0,839	0,545	1,540
12	0,209	0,208	0,978	0,213	58	1,012	0,848	0,530	1,600
13	0,227	0,225	0,974	0,231	59	1,030	0,857	0,515	1,664
14	0,244	0,242	0,970	0,249	60	1,047	0,866	0,500	1,732
15	0,262	0,259	0,966	0,268	61	1,065	0,875	0,485	1,804
16	0,279	0,276	0,961	0,287	62	1,082	0,883	0,470	1,881
17	0,297	0,292	0,956	0,306	63	1,100	0,891	0,454	1,963
18	0,314	0,309	0,951	0,325	64	1,117	0,899	0,438	2,050
19	0,332	0,326	0,946	0,344	65	1,134	0,906	0,423	2,145
20	0,349	0,342	0,940	0,364	66	1,152	0,914	0,407	2,246
21	0,367	0,358	0,934	0,384	67	1,169	0,921	0,391	2,356
22	0,384	0,375	0,927	0,404	68	1,187	0,927	0,375	2,475
23	0,401	0,391	0,921	0,425	69	1,204	0,934	0,358	2,605
24	0,419	0,407	0,914	0,445	70	1,222	0,940	0,342	2,747
25	0,436	0,423	0,906	0,466	71	1,239	0,946	0,326	2,904
26	0,454	0,438	0,899	0,488	72	1,257	0,951	0,309	3,078
27	0,471	0,454	0,891	0,510	73	1,274	0,956	0,292	3,271
28	0,489	0,470	0,883	0,532	74	1,292	0,961	0,276	3,487
29	0,506	0,485	0,875	0,554	75	1,309	0,966	0,259	3,732
30	0,524	0,500	0,866	0,577	76	1,326	0,970	0,242	4,011
31	0,541	0,515	0,857	0,601	77	1,344	0,974	0,225	4,331
32	0,559	0,530	0,848	0,625	78	1,361	0,978	0,208	4,705
33	0,576	0,545	0,839	0,649	79	1,319	0,982	0,191	5,145
34	0,593	0,559	0,829	0,675	80	1,396	0,985	0,174	5,671
35	0,611	0,574	0,819	0,700	81	1,414	0,988	0,156	6,314
36	0,628	0,588	0,809	0,727	82	1,431	0,990	0,139	7,115
37	0,646	0,602	0,799	0,754	83	1,449	0,993	0,122	8,144
38	0,663	0,616	0,788	0,781	84	1,466	0,995	0,105	9,514
39	0,681	0,629	0,777	0,810	85	1,484	0,996	0,087	11,43
40	0,698	0,643	0,766	0,839	86	1,501	0,998	0,070	14,30
41	0,716	0,658	0,755	0,869	87	1,518	0,999	0,052	19,08
42	0,733	0,669	0,743	0,900	88	1,536	0,999	0,035	28,64
43	0,751	0,682	0,731	0,933	89	1,553	1,000	0,018	57,29
44	0,768	0,695	0,719	0,966	90	1,571	1,000	0,000	∞
45	0,785	0,707	0,707	1,000					

ΑΛΦΑΒΗΤΙΚΟΝ ΕΥΡΕΤΗΡΙΟΝ

Δ

Ε

Ζ

Η

Θ

Ι

Κ

Λ

Μ

Ν

Ξ

Ο

Π

0240000028125