ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΠΑΠΑΝΙΚΟΛΑΟΥ
ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ

'Η. Μ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

(ΜΕΤΑ ΛΥΣΕΩΝ)

ΔΙΑ ΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΑΣ ΤΩΝ ΓΥΜΝΑΣΙΩΝ ΚΑΙ ΤΟΥΣ
ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ
ΚΑΙ ΤΟΥ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ

ΕΚΔΟΤΙΚΟΝ ΤΥΠΟΓΡΑΦΕΙΟΝ
ΑΡΙΣΤΕΙΔΗ Ν. ΜΑΥΡΙΔΗ
ΒΟΥΛΓΑΡΗ 4 - ΑΘΗΝΑΙ
1929

ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΠΑΠΑΝΙΚΟΛΑΟΥ
ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

(ΜΕΤΑ ΛΥΣΕΩΝ)

ΔΙΑ ΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΑΣ ΤΩΝ ΓΥΜΝΑΣΙΩΝ ΚΑΙ ΤΟΥΣ
ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ
ΚΑΙ ΤΟΥ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ

Τῷ συναδέλφῳ κ. Ηλ. Μου-
γιοσάκῃ τιμῆς ἕνεκα

Γ. Παπανικολάου

ΕΚΔΟΤΙΚΟΝ ΤΥΠΟΓΡΑΦΕΙΟΝ
ΑΡΙΣΤΕΙΔΗ Ν. ΜΑΥΡΙΔΗ
ΒΟΥΛΓΑΡΗ 4 - ΑΘΗΝΑΙ
1929

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ἡ ἔλλειψις βοηθητικοῦ βιβλίου περιέχοντος συλλογὴν ἀσκήσεων Φυσικῆς εἶναι τόσον καταφανὴς ὥστε οἱ εἰς τὰ γυμνάσια διδάσκοντες τὸ μάθημα τοῦτο νὰ ἀναγκάζωνται νὰ κάμνουν τὴν διδασκαλίαν των ἄνευ ἀσκήσεων καὶ ἐφαρμογῶν οὕτω δὲ οἱ μαθηταὶ μηχανικῶς μανθάνουν τὰς φυσικὰς ἰδιότητας τῶν σωμάτων καὶ τοὺς ταύτας διέποντας νόμους ἡ δὲ μηχανικὴ των γνῶσις φθάνει μέχρι σημείου ὥστε νὰ μὴ ἐννοοῦν οὐδόλως ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον μελετοῦν.

Τοῦτο ἔγινε καταφανέστερον τελευταίως εἰς τὰς **εἰσαγωγικὰς ἐξετάσεις** τοῦ Πανεπιστημίου ὅπου ὅλοι σχεδὸν οἱ ἐξετασθέντες εἰς τὸ μάθημα τῆς φυσικῆς εὑρέθησαν εἰς ἀδυναμίαν νὰ λύσουν καὶ ἁπλουστάτας ἀκόμη ἀσκήσεις ἐφαρμόζοντες ὅσα θεωρητικῶς εἶχον μάθει.

Εἶναι δὲ αἱ ἀσκήσεις τὸ μέσον δι᾽ οὗ ἐμπεδοῦται καὶ διασαφινίζεται μία γνῶσις ἀποκτηθεῖσα θεωρητικῶς

Ἕνεκα τῶν ἀνωτέρω λόγων ἤχθην εἰς τὴν ἀπόφασιν νὰ προβῶ εἰς τὴν ἔκδοσιν τῆς παρούσης συλλογῆς ἀσκήσεων αἵτινες εἶνε ἁπλαῖ καὶ ὡς βάσιν ἔχουν τὴν εἰς τὰ γυμνάσια διδασκομένην ὕλην ἐκ τῆς Φυσικῆς φρονῶ δὲ ὅτι προσφέρω κἄτι εἰς τὴν σπουδάζουσαν νεολαίαν καὶ ἰδίως εἰς τοὺς προετοιμαζομένους διὰ τὰς εἰς τὸ Πανεπιστήμιον ἢ τὸ Πολυτεχνεῖον εἰσαγωγικάς των ἐξετάσεις.

ΓΕΩΡΓ. ΠΑΠΑΝΙΚΟΛΑΟΥ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ
ΦΥΣΙΚΗΣ

Α΄
ΜΗΧΑΝΙΚΗ

1. Ἔχομεν δύο δυναμόμετρα· σῶμα 10 χιλιογρ. ἀναρτώμενον ἀπὸ μὲν τὸ α΄ ἐπιμηκύνει αὐτὸ κατὰ 8 ὑποδιαιρέσεις του, ἀπὸ δὲ τὸ β΄ τὸ ἐπιμηκύνει κατὰ 2 ὑποδιαιρέσεις του. Νὰ εὑρεθῇ α΄) πρὸς πόσον βάρος ἰσοδυναμεῖ μία ὑποδιαίρεσις ἑκάστου καὶ β΄) ποία σχέσις ὑπάρχει μεταξὺ τῶν ὑποδιαιρέσεων αὐτῶν ;

$\left(\text{᾿Απ. α΄) } 1\frac{1}{4},\ \frac{5}{6} \quad \text{β) } \frac{2}{3}\right)$

2. Νὰ εὑρεθῇ ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων 850 δυνῶν ἑκάστης αἵτινες ἔχουν τὸ αὐτὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς καὶ σχηματίζουν γωνίαν 120^0.

(᾿Απ. $\Sigma = 850$ δῦναι).

3. Ὁμοίως ἂν αἱ δυνάμεις σχηματίζουν γωνίαν 90^0.

(᾿Απ. $\Sigma = 1201,9$ δῦναι)

4. Δύο δυνάμεις ἔχουσαι τὸ αὐτὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς καὶ ἔντασιν ἡ μὲν μία 80 δυνῶν ἡ δὲ ἄλλη 50 ἐνεργοῦν καθέτως ἐπὶ ἑνὸς σώματος. Νὰ εὑρεθῇ ἡ συνισταμένη των.

(᾿Απ. $\Sigma = 94,33$. δῦναι)

5. Σῶμα τι βάρους 120 γραμ. πρόκειται νὰ ἀνυψωθῇ πρὸς τὰ ἄνω. Πόσην δύναμιν εἰς δύνας πρέπει νὰ καταναλώσωμεν πρὸς τοῦτο ;

(᾿Απ. μεγαλυτέραν τῶν 117720 δυνῶν)

6. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἔντασις Σ, ἡ διεύθυνσις καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς Γ τῆς συνισταμένης δύο δυνάμεων παραλλήλων καὶ ὁμορρόπων 40 καὶ 15 δυνῶν ἂν τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς αὐτῶς Α καὶ Β ἀπέχουν 22 ἑκατοστά.

('Απ. Σ = 55, ΑΓ = 6, ΒΓ = 16)

7. Δύο δυνάμεις παράλληλοι καὶ ἀντίρροποι ἔχουν ἔντασιν 15 καὶ 35 χιλιογ. τὰ δὲ σημεῖα ἐφαρμογῆς των Α καὶ Β ἀπέχουν 24 ἑκατοστά. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἔντασις Σ, ἡ διεύθυνσις καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς Γ τῆς συνισταμένης αὐτῶν.

(Απ. Σ = 20 ΑΓ = 42, ΒΓ=18)

8. 'Επὶ τῇ βάσει τῆς ἀνωτέρω ἀσκήσεως νὰ ἀποδειχθῇ ὅτι, ἂν αἱ ἀντίρροποι δυνάμεις εἶναι ἴσαι (ὁπότε ἔχομεν ζεύγος δυνάμεων) δὲν ὑπάρχει συνισταμένη τὸ δὲ σῆμεῖον ἐφαρμογῆς Γ ἐξαφανίζεται εἰς τὸ ἄπειρον.—

9. Νὰ εὑρεθῇ ἡ συνισταμένη καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς δύο δυνάμεων παραλλήλων καὶ ὁμορρόπων ἂν ἡ μία εἶναι τετραπλασία τῆς ἄλλης.—'Εφαρμογὴ ἂν α = 8.

('Απ. Σ = 5α ΑΓ= 4 ΒΓ)

10. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ῥοπὴ δυναμικοῦ ζεύγους 15 χιλιογρ. ἂν αἱ δύο δυνάμεις ἀπέχουν 4 ἑκατοστά.

(Απ. Ρ = 60 χιλιόγ.)

11. 'Η συνισταμένη δύο δυνάμεων παραλλήλων καὶ ὁμορρόπων εἶνε 60 δυνῶν. 'Η μία δύναμις ἧς τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς ἀπέχει τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης κατὰ 3 ἑκατοτοστὰ εἶναι 42 δυνῶν. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἔντασις τῆς β′ δυνάμεως καὶ ἡ ἀπόστασις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς της ἀπὸ τὸ τῆς συνισταμένης.

('Απ. $α_2$ = 18 ΒΓ = 7 ἑκ.)

12. 'Η ἰδίᾳ ἄσκησις ἂν αἱ δυνάμεις εἶναι ἀντίρροποι

('Απ. $α_2$ 102, ΒΓ= $1\frac{4}{17}$)

13. Δύναμις 25 χιλιογ. νὰ ἀναλυθῇ εἰς δύο δυνάμεις καθέτου ἐπ' ἀλλήλας καὶ ἐχούσας τὸ αὐτὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς ἐξ ὧν ἡ μία νὰ ἔχῃ ἔντασιν 15 χιλιογ. Ποία θὰ εἶναι ἡ ἔντασις τῆς ἑτέρας.

('Απ. 20 χιλιογ.)

14. Δύναμις 12 χιλιογρ. νὰ ἀναλυθῇ εἰς δύο ἄλλας παραλλήλως καὶ ἀντιρρόπους ἐξ ὧν ἡ μικροτέρα $α_2 = 20$ χιλιόγρ. μὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς ἀπέχον 80 ἑκατοστὰ τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης. Ζητεῖται ἡ ἔντασις καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ἑτέρας δυνάμεως.

('Απ. $α_1 = 32$ ΓΑ $= 5$ ἑκ.)

15. Σῶμά τι 150 ὀκ στηρίζεται διὰ δύο στύλων (ὑποτίθεται ὅτι ὑπάρχει ἰσσορροπία) ἐξ ὧν ὁ εἷς ἀπέχων 63 ἑκατ. ἀπὸ τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος ἔχει ἀντοχὴν 100 ὀκ. Πόσην ἀντοχὴν πρέπει νὰ ἔχῃ ὁ ἄλλος στύλος καὶ πόσον πρέπει νὰ ἀπέχῃ τοῦ πρώτου στύλου; (οἱ στύλοι πρέπει νὰ ὑποβαστάζουν βάρος ἴσον πρὸς τὸ $^1/_{10}$ τῆς ἀντοχῆς των).

('Απ. 1400 ὀκ. 67,5 ἑκ.)

16. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ῥοπὴ ζεύγους δύο δυνάμεων ἐντάσεως 8 χιλιογρ. ἂν ἡ ἑνοῦσα τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς των εὐθεῖα ἔχῃ μῆκος 30 ἑκατ. καὶ σχηματίζῃ μετ' αὐτῶν γωνίαν 120^0.

('Απ. 207, 84 χιλιόγ.)

17. Ὁμοίως ἂν σχηματίζῃ γωνίαν 135^0

('Απ. 169, 6 χιλιόγ).

18. Μοχλὸς α΄ εἴδους ἔχει μῆκος 1,20 μ. τὸ δὲ ὑπομόχλιον ἀπέχει τῆς ἀντιστάσεως 0,20, μ. Πόση δύναμις ἀπαιτεῖται ἵνα ἀνασηκωθῇ βάρος 800 χιλιογράμμων; (δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν τὸ βάρος τοῦ μοχλοῦ).

('Απ. 160 χιλιογρ.)

19. Τὸ αὐτὸ πρόβλημα ἂν ὁ μοχλὸς εἶναι β΄ εἴδους

$\left(\text{'Απ. } 133\frac{1}{3} \text{ χιλιόγρ.}\right)$

20. Ζυγοῦ τινὸς οἱ ἰσοβαρεῖς δίσκοι ἀπέχουν τοῦ ἄξονος ὑποστηρίξεως ὁ μὲν 30 ἑκ. ὁ δὲ 18 ἑκ. Σῶμα τεθὲν ἐπὶ τοῦ πλησιεστέρου δίσκου ἐζύγισεν 120 ὀκ. Νὰ εὑρεθῇ τὸ πραγματικὸν βάρος του. (ὑποτίθεται ὅτι αἱ φάλαγγες ἔχουν ἴσον βάρος).

('Απ. 200 ὀκ.)

21. Σῶμα τι πραγματικοῦ βάρους 160 χιλιογρ. ζυγισθὲν εἰς μὴ ἀκριβὴ ζυγὸν εὑρέθη βάρους 200 χιλιογρ. Ἂν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ὅτι αἱ φάλαγγες εἶναι ἰσομήκεις καὶ ἰσοβαρεῖς ποίαν σχέσιν ἔχουν τὰ βάρη τῶν δίσκων ;

('Απ. ὁ εἷς βαρύτερος κατὰ 40 χιλιογρ.)

22. Ζυγίζομεν σῶμα τι εἰς ζυγὸν μὴ ἀκριβὴ ἔχοντα ἀνίσους φάλαγγας καὶ ἰσοβαρεῖς δίσκους. Καὶ ἂν μὲν θέσωμεν αὐτὸ ἐπὶ τοῦ ἑνὸς δίσκου ἔχει βάρος 10 χιλιογρ. ἂν δὲ ἐπὶ τοῦ ἑτέρου ἔχει βάρος 14, 4 χιλιογρ. Νὰ εὑρεθῇ τὸ πραγματικὸν βάρος τοῦ σώματος.

('Απ. 12 χιλιογρ.)

23. Ἔμπορός τις πωλήσας ἐμπόρευμα 100 χιλιογρ. ἐζύγισεν αὐτὸ μὲ ζυγὸν μὴ ἀκριβῆ τοῦ ὁποίου ἡ μία φάλαγξ ἔχει μῆκος 20 ἑκ. ἡ δὲ ἄλλη 22 ἑκ. θέσας πρῶτον τὸ ἥμισυ ἐπὶ τοῦ ἑνὸς δίσκου καὶ εἶτα τὸ ἕτερον ἥμισυ ἐπὶ τοῦ ἄλλου δίσκου. Ἐκέρδισεν ἢ ἔχασε καὶ πόσον ; (οἱ δίκοι εἶναι ἰσοβαρεῖς).

('Απ. ἐκέρδισε 0, 45 χιλιογρ.)

24. Εἰς βαροῦλκον ὁ κύλινδρος ἔχει ἀκτῖνα 15 ἑκ. ὁ δὲ μοχλοβραχίων τῆς δυνάμεως 50 ἑκ. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀπαιτουμένη δύναμις διὰ τὴν ἀνύψωσιν βάρους 300 χιλιογ.

('Απ. 90 χιλιογρ).

25. Πολύσπαστον μὲ 5 τροχαλίας ἑκατέρωθεν ὑψώνει βάρος 400 ὀκ. Ποία εἶναι ἡ πρὸς τοῦτο καταναλισκομένη δύναμις;

('Απ. δύναμις διὰ 12, 5 ὀκ,)

26. Πόσα μέτρα θὰ διανύσῃ εἰς διάστημα 9'' σῶμα πίπτον εἰς τὸ κενὸν ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος ; g=9,81.

('Απ. 397, 305 μ.)

27. Σῶμα πίπτει ἐν τῷ κενῷ μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 20 μέτρων. Ζητεῖται α΄) πόσα μέτρα θὰ ἔχει διανύσῃ εἰς τὸ τέλος τοῦ 8΄΄ καὶ β) ποία θὰ εἶναι ἡ ταχύτης του κατὰ τὸ 8΄΄; g=9,81 μ.

('Απ. α΄ 473,92 μ. β΄ 98,48 μ.)

28. Βλῆμα ἐξακοντίζεται καθέτως πρὸς τὰ ἄνω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 402 μ. κατὰ δευτερόλεπτον. Ζητεῖται α) μετὰ πόσον χρόνον θὰ πέσῃ καὶ β) εἰς πόσον ὕψος θὰ ἀνέλθῃ.

('Απ. α΄ 82΄΄ β΄ 8236, 7 μ)

29. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος g διὰ τοῦ ἐκκρεμοῦς ἂν τοῦτο ἐκτελῇ μίαν ἁπλῆν αἰώρησιν εἰς 1΄΄ καὶ ἔχῃ μῆκος 0,994 μ. (μαθηματικὸν ἐκκρεμές).

('Απ. g=9,81 μ.)

30. Ἀτμομηχανὴ 50 ἵππων πόσον ἔργον εἰς χιλιογραμμόμετρα δύναται νὰ παραγάγῃ εἰς 20΄΄ ἐργαζομένη ;

('Απ. 75000 χιλιογααμμόμετρα).

31. Ἡ ἰσχὺς μηχανῆς 120 ἀτμοΐππων νὰ ἐκφρασθῇ εἰς Kilowatt.

(Απ. 88,320 Kilowatt)

Β΄

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

32. Ὑδραυλικοῦ πιεστηρίου ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μεγάλου κυλίνδρου εἶναι 100πλασία τῆς τοῦ μικροῦ ἐντὸς τοῦ ὁποίου κινεῖται ἐμβολεὺς μὲ μοχλὸν β΄ εἴδους οὗτινος οἱ μοχλοβραχίονες ἔχουν λόγον 4 : 1. Ἐὰν ἐξασκήσωμεν ἐπὶ τοῦ μοχλοῦ δύναμιν ἴσην μὲ 5 χιλιόγρ. μὲ πόσην δύναμιν θὰ ἀνυψωθῇ ὁ ἐμβολεὺς τοῦ μεγάλου κυλίνδρου;

(Ἀπ. 2000 χιλιόγρ.)

33. Δυὸ συγκοινωνοῦντα δοχεῖα σχήματος κυλινδρικοῦ καὶ ~~διαμέτρου~~ τὸ μὲν α΄ 6 ἑκ. τὸ δὲ β΄ 2 μ. περιέχουν ὕδωρ μέχρι τινός. Ἐντὸς αὐτῶν κινοῦνται ὑδροστεγῶς δύο ἐμβολεῖς ἔχοντες βάρος τοῦ μὲν α΄ 270 γραμ. τοῦ δὲ β΄ 120 χιλιόγρ. Ζητεῖται α΄ πόσον βάρος πρέπει νὰ προσθέσωμεν εἰς τὸν ἕνα ἐμβολέα ἵνα τὸ ὕδωρ εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον εἰς ἀμφότερα τὰ δοχεῖα β΄) Ἂν ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβολέως θέσωμεν βάρος 9 χιλιογρ. πόσον βάρος πρέπει νὰ θέσωμεν εἰς τὸν μέγαν ἐμβολέα ἵνα διατηρηθῇ ἡ αὐτὴ ὁριζοντία ἐπιφάνεια;

(Ἀπ. α΄ 180 χγρ. β΄ 10180 χγρ)

34. Ὁ πύργος Eiffel ἔχων βάρος 9000 τόννους στηρίζεται εἰς 16 ὑδραυλικὰ πιεστήρια ἑκάστου δὲ πιεστηρίου ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μεγάλου κυλίνδρου εἶναι 100πλασία τῆς τοῦ μικροῦ. Ζητεῖται πόση πίεσις πρέπει νὰ ἐξασκῆται ἐπὶ ἑκάστου πιεστηρίου ἵνα ὁ πύργος ἰσορροπῇ.

(Ἀπ. 5625 χιλιόγρ.)

35. Ἐντὸς δοχείου πλήρους ὕδατος βυθίζομεν δύο σωλῆνας ἰσοδιαμετρικοὺς οὕτως ὥστε ὁ πυθμὴν τοῦ Β νὰ εἶναι βυθισμένος κατὰ 18 ἑκ. περισσότερον τοῦ Α. Ἂν ὁ πυθμήν των ἔχῃ ἐπιφάνειαν 50 τετρ. ἑκ. πόση εἶναι ἡ ἐπὶ τοῦ Β σωλῆνος ἐξασκουμένη ἐπὶ πλέον ἄνωσις τοῦ ὕδατος;

('Απ. 900 γραμ.)

36. Ὁμοίως ὡς ἄνω ἂν τὸ ὕδωρ ἀντικατασταθῇ διὰ θειϊκοῦ ὀξέως. Εἰδ. βάρος θειϊκοῦ ὀξέως 1,84.

('Απ. 1656 γραμ.)

37. Ἐντὸς δοχείου πλήρους ὕδατος βυθίζομεν σωλῆνα κυλινδρικὸν ἐπιφανείας βάσεως 40 τετρ. ἑκ. ἐντὸς τοῦ ὁποίου ἔχομεν τοποθετήρει βάρος 500 γραμ. Τὸ βάρος τοῦ σωλῆνος εἶναι 80 γραμμ. Ζητεῖται α) εἰς πόσον βάθος θὰ βυθισθῇ ὁ σωλὴν καὶ β) ἂν θέλωμεν νὰ βυθισθῇ οὗτος εἰς βάθος 24 ἑκ. πόσον βάρος πρέπει νὰ τοποθετήσωμεν ἐντὸς αὐτοῦ ;

('Απ. α. 14,5 ἑκ. β 880 γραμ).

38. Ὁμοίως ὡς ἄνω ἂν τὸ ὕδωρ ἀντικατασταθῇ διὰ ὑδραργύρου, Εἰδ. β. ὑδραργ. 13,6.

('Απ. α΄ 1,066 β΄ 12976 γραμ.)

39. Εἰς δοχεῖον περιέχον 250 γρ. ὕδατος βυθίζομεν στερεόν τι σῶμα βάρους 188 γραμ. καὶ οὕτω τὸ ὕδωρ μετὰ τοῦ σώματος ζυγίζει 410 γρ. Νὰ εὑρεθῇ τὸ εἰδ. βάρος τοῦ σώματος.

('Απ. 1,175).

40. Τὸ βάρος ἑνὸς σώματος εἶναι 16 ὀκ. καὶ τὸ εἰδινὸν βάρος τοῦ 8. Νὰ εὑρεθῇ ὁ ὄγκος του.

('Απ. 2, 56 κυβ. δέκ.)

41. Ὁ ὄγκος ἑνὸς σώματος εἶναι 4 κυβ. δέκατα καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος του 4,6. Νὰ εὑρεθῇ τὸ βάρος του α΄. εἰς χιλιόγραμμα καὶ β΄ εἰς ὀκάδας.

('Απ. α΄ 18,4 χιλιογρ. β΄ 14,375 ὀκ.)

42. Σῶμα ἐκ σιδήρου βυθιζόμενον ἐντὸς ὕδατος χάνει 150 γραμ. Νὰ εὑρεθῇ ὁ ὄγκος καὶ τὸ βάρος του. Εἰδ. βάρος σιδήρου 7,8.

(Ο=150 κυβ. ἑκ. Β=1170 γρ.)

43. Σφαῖρα ἐκ χαλκοῦ συμπαγὴς βυθιζομένη εἰς οἰνόπνευμα χάνει 120. γραμ. Νὰ εὑρεθῇ ὁ ὄγκος καὶ τὸ βάρος της. Εἰδ. βάρος οἰνοπνεύματος 0,8 χαλκοῦ 8,8.

('Απ. Ο=150 κυβ. ἑκ. Β=1320γρ.)

44. Τὸ βάρος σώματός τινος συγκρινόμενον πρὸς τὸ βάρος ἴσου ὄγκου ἐλαίου εἶναι πενταπλάσιον. Νὰ εὑρεθῇ τὸ βάρος καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος. ἂν ὁ ὄγκος τοῦ ἐλαίου εἶναι 20 κυβ. ἑκατοστά. Εἰδ. βάρος ἐλαίου0,915.

(Β=91,5 Ε=4,575).

45. Κατά ποίαν ἀναλογίαν πρέπει νὰ ἀναμίξωμεν οἰνόπνευμα μὲ ὕδωρ ἵνα μία σταγὼν ἐλαίου αἰωρῆται ἐντὸς τοῦ μίγματος; Εἰδ: βάρος ἐλαίου 0,915 οἰνοπνεύνατος 0,8.

('Απ. 17 : 23)

46. Σῶμα κυβικὸν ἔχον πλευρὰν 2 μέτρων βυθίζεται ἐντὸς ὕδατος μέχρις 80 ἑκατοστῶν. Ζητεῖται τὸ βάρος καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος.

('Απ. Β=3,2 τόνοι Ε=0,4)

47. Ὁμοίως ὡς ἄνω ἂν τὸ σῶμα βυσισθῇ ἐντὸς ὑδραργύρου. Εἰδ. βάρος ὑδραργ. 13,6.

('Απ. Β΄ =43,52 τόν. Ε΄ = 5,44).

48. Εἰς δοχεῖον ἔχον τετραγωνικὴν βάσιν πλευρᾶς 12 ἑκ. ρίπτομεν ὑδράργυρον καὶ οἰνόπνευμα οὕτως ὥστε ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ οἰνοπνεύματος νὰ ἀπέχῃ τοῦ πυθμένος 30 ἑκ. Τὸ βάρος ἀμφοτέρων τῶν ὑγρῶν εἶναι 40320 γραμ. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ἐντὸς τοῦ δοχείου ὕψος ἑκάστου ἐκ τῶν δύο ὑγρῶν. Εἰδ. β. ὑδρ. 13,6 οἰνοπν. 0,8.

('Απ. 20 ἑκ. ὑδραρ. 10 ἑκ. οἰνοπν.)

49 Εἰς δοχεῖον κυλινδρικὸν ἐπιφανείας βάσεως 30 τετρ. ἑκ. ρίπτομεν ὑδράργυρον ὕδωρ καὶ ἔλαιον εἰς τρόπον ὥστε τὰ ἐντὸς τοῦ δοχείου ὕψη τῶν τριῶν ὑγρῶν νὰ εἶναι ἴσα. Ἂν ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ἐλαίου ἀπέχῃ τῆς βάσεως τοῦ δοχείου 24 ἑκ. πόσον εἶναι τὸ βάρος ἑκάστου ὑγροῦ ; Εἰδ. βάρος ὑδραργ. 13,6, ἐλαίου 0,915.

('Απ. ὑδραρ. 3264 γρ. ὕδ. 240 γρ. ἐλ. 219, 6 γρ.)

50. Σφαῖρα ἐκ κασσιτέρου βυθιζομένη ἐντὸς ἐλαίου χάνει ἐκ τοῦ βάρους της 38,43 γραμ. Νὰ εὑρεθῇ τὸ βάρος αὐτῆς. Εἰδ. βάρος κασσιτέρου 7,3 ἐλαίου 0,915.

('Απ. Ο=42 κυβ. ἑκ. Β=306,6 γρ.)

51. Σφαῖρα ἐκ μολύβδου ἔχει βάρος 203,4 γραμ. βυθιζομένη δὲ ἐντὸς ὕδατος ζυγίζει 160,4 γραμ. Ζητεῖται α) ἂν ἡ σφαῖρα εἶναι συμπαγὴς ἢ κοίλη καὶ β) πόσην ἐσωτερικὴν κοιλότητα ἔχει ; Εἰδ. β. μολύβδου 11,3.

('Απ. α΄ κοίλη β΄ Ο=25 κυβ. ἑκ).

52. Σῶμα βυθιζόμενον διαδοχικῶς ἐντὸς οἰνοπνεύματος καὶ ὕδατος ζυγίζει εἰς μὲν τὸ οἰνόπνευμα 22 γραμ. εἰς δὲ τὸ ὕδωρ 2 γραμ. ὀλιγώτερον. Νὰ εὑρεθῇ ὁ ὄγκος, τὸ βάρος καὶ τὸ εἰδ. βάρος τοῦ σώματος. Εἰδ. β. οἰνοπν. 0,8.

('Απ. Ο=10 Β=30 Ε=3).

53. Ἔχομεν δοχεῖον ἰσοδιαμετρικὸν σχήματος U περιέχον ὑδράργυρον μέχρι τινός. Εἰς τὸ ἓν σκέλος ρίπτομεν θεϊκὸν ὀξὺ μέχρις ὕψους 34 ἑκατοστομέτρων. Ζητεῖται κατὰ πόσα ἑκατοστόμετρα θὰ ὑπερέχῃ ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸ ἕτερον σκέλος ; Εἰδ. βάρος ὑδραργύρου 13,6 θεϊκοῦ ὀξέως 1,84.

('Απ. 4,6)

54. Ἔχομεν δοχεῖον ἰσοδυναμετρικὸν σχήματος U περιέχον ὑδράργυρον μέχρι τινὸς. Εἰς τὸ ἓν σκέλος ρίπτομεν ~~γλυκερίνην~~ μέχρι ὕψους 30 ἑκατοστῶν εἰς δὲ τὸ ἄλλο ρίπτομεν οἰνόπνευμα. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ οἰνοπνεύματος ἂν εὑρίσκονται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον α) αἱ κάτω ἐπιφάνειαι τῶν ὑγρῶν καὶ β) αἱ ἄνω. Εἰδ. βάρη ὑδραργύρου 13,6 ~~γλυκερίνης 1,24~~ οἰνοπνεύματος 0,8.

('Απ. α΄ 69 ἑκ. β΄ 27,5625 ἑκ.)

55. Γνωστοῦ ὄντος ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ πάγου εἶναι 0,92 πόσον ὄγκον θὰ καταλάβῃ ὅταν παγώσῃ ὕδωρ ἔχον βάρος 850 ὀκ.

('Απ. 1182,6 κυβ. δέκατα)

Γ΄

ΑΕΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

56. Ἐπὶ ὄρους τινὸς ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας τὸ βαρόμετρον δεικνύει ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν 425 χιλιοστῶν. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ὕψος τοῦ ὄρους.

(Ἀπ. 3517,5μ.)

57. Ἐπὶ τῆς κορυφῆς τοῦ Ὀλύμπου ἔχοντος ὕψος 2982 μέτρα ποίαν ἀτμοσφ. πίεσιν θὰ δεικνύῃ τὸ βαρόμετρον ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας.

(Ἀπ. 476 χιλιοστὰ)

58. Νὰ ὑπολογισθῇ εἰς χιλιόγραμμα ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἣν δέχεται ὁριζοντία ἐπιφάνεια 125 τετραγ. ἑκατοστῶν α) εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης καὶ β) εἰς ὕψος 850,5 μέτρων ;

(Απ. α΄ 129,125 χγρ. β) 115,45 χγρ.)

59. Ἂν ἡ συνολικὴ ὁριζοντία ἐπιφάνεια ἀνθρώπου ὀρθίου ἐκ τῶν ἄνωθεν ὁρωμένου εἶναι 500 τετρ. ἑκ. ποίαν ἀτμοσφ. πίεσιν δέχεται οὗτος εἰς χιλιόγραμμα ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας ἂν εὑρίσκεται α) εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης καὶ β) εἰς ὕψος 1202 μέτρων.

(Ἀπ. α΄) 516,5 χγρ. β) 439,28 γχρ.)

60. Ἂν εἰς τὸ πείραμα τοῦ Τορικέλλι ὁ ὑδράργυρος ἀντικαταταθῇ δι' ὕδατος εἰς ποῖον ὕψος θὰ φθάσῃ τοῦτο ἐκ τῆς ἐπιδράσεως τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως ;

(Ἀπ. 10,33 μ.)

61. Εἰς ὕψος 2100 μ. ἀντικαθιστῶμεν τὸν εἰς τὸ πείραμα τοῦ Τορικέλλι ὑδράργυρον μὲ θειϊκὸν ὀξὺ χρησιμοποιοῦντες σωλῆνα ἔχοντα τομὴν ἑνὸς τετραγ. ἑκ. καὶ τὸ ἀπαιτούμενον ὕψος. Εἰς ποῖον ὕψος θὰ φθάσῃ τὸ θειϊκὸν ὀξὺ ἐκ μόνης τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως; Εἰδ. β. θειϊκοῦ ὀξέως. 1,84.

('Απ. 4,139 μ.)

62. Σφαίρα κοίλη εἶναι πλήρης ἀέρος ὑπὸ πίεσιν 4 ἀτμοσφ. Ζητεῖται ἡ πίεσις τοῦ ἀέρος ἂν οὗτος μεταφερθῇ εἰς ἑτέραν σφαίραν τῆς ὁποίας ὁ ὄγκος εἶναι 5 φορὰς μεγαλύτερος τοῦ ὄγκου τῆς α΄ σφαίρας.

('Απ. 0,8 ἀτμοσφ. ἢ 608 χιλιοστὰ)

63. Ἔχομεν δύο δοχεῖα κιλινδρικὰ πλήρη φωταερίου ὑπὸ πίεσιν εἰς μὲν τὸ α΄ 5 ἀτμοσφαιρῶν εἰς δὲ τὸ β΄ 20. Τοῦ α΄ ἡ διάμετρος βάσεως εἶναι 60 ἑκ. τὸ δὲ ὕψος 80 ἑκ. τοῦ δέ β΄ ἡ διάμετρος βάσεως εἶναι 40 ἑκ. καὶ τὸ ὕψος 60 ἑκ. Ἂν ἑνώσωμεν διὰ σωλῆνος τὰ δύο ταῦτα δοχεῖα ποίαν τάσιν θὰ ἔχῃ τὸ μίγμα τοῦ φωταερίου ;

('Απ. 8,75 ἀτμοφ.)

64. Ἀερόστατον ἔχον ὄγκον 50 $μ^3$ εἶνε πεπληρωμένον ἀμμωνίας. Ἂν ὅλα τὰ ἐξαρτήματα τοῦ ἀεροστάτου ζυγίζουν συνολικῶς 18 χιλιόγραμμα πόσον βάρος πρέπει νὰ τοῦ προσθέσωμεν ἵνα τοῦτο ἰσορροπήσῃ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς ; Εἰδ. β ἀμμωνίας 0,59 (*)

('Απ. 8506,5 γρ.)

65. Ἀερόστατον σφαιρικὸν ἔχον διάμετρον 2μ. εἶναι πεπληρώμενον ὑδρογόνου. Ὁ κάλαθος μὲ τὰ ἐξαρτήματά του ζυγίζει 3,2 χιλιόγρ. τὰ δὲ τοιχωμανα τῆς σφαίρας ζυγίζουν 100 γραμ. κατὰ τετρ. μέτρον. Ζητεῖται πόσον βάρος πρέπει νὰ προσθέσωμεν εἰς τὸν κάλαθον του ἀεροστάτου ἵνα τοῦτο ἰσορροπήσῃ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς; εἰδ. β. ὑδρογόνου 0,0694 (*) (Απ 583, 60 γραμ).

66 Εἰς τὸ ἀνωνέρω πρόβρημα ἂν ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος ἐλαττοῦται κατὰ 0,05 ἀνὰ 100 μ. εἰς ποῖον ὕψος θὰ φθάσῃ τὸ ἀερόστατον ἂν ἀφεθῇ ἄνευ προσθέτου βάρους ; ('Απ. 200 μ.)

---

* Τὸ εἰδ. βάρος τῶν ἀερίων ὑπολογίζεται ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος οὗτινος ἓν λίτρον (κυβ. δέκατον) ζυγίζει 1,293 γραμ. Ὥστε ἓν λίτρον ἀμμωνίας θὰ ζυγίζῃ 0,59 x 1,293 = 0,76287 γραμ.

67. Εἴς τι ἀεροφυλάκιον χωρητικότητος 500 μ^3 φυλάσσεται ἀέριον τι ὑπὸ πίεσιν 2 ἀτμοσφαιρῶν. Ζητεῖται πόσην ποσότητα ἀερίου πρέπει νὰ εἰσαγάγωμεν ἀκόμη ἵνα ἡ πίεσίς του γίνῃ 8 ἀτμοσφαιρῶν.

(Ἀπ. 1500 μ^3.)

68. Μπαλόνι ἐλαστικὸν περιέχει 30 μ^3 ἀέρος ὑπὸ κανονικὴν πίεσιν. Ἂν τὸ μπαλόνι τοῦτο ὑψωθῇ κατὰ 1050 μ. κατὰ πόσον θὰ αὐξηθῇ ὁ ὄγκος του ἵνα ὁ ἐντὸς αὐτοῦ ἀὴρ ἔχει τὴν αὐτὴν πίεσιν ἣν ἔχει καὶ ὁ ἐξωτερικὸς ἀήρ ;

(Ἀπ. κατὰ 4,54 μ^3)

69. Τεμάχιον σιδήρου καὶ συμπαγὴς ὑαλίνη σφαῖρα τιθέμενα ἐπὶ ζυγοῦ εὑρίσκονται ἐν ἰσορροπίᾳ. Ποῖος εἶναι ὁ λόγος τῶν ὄγκων λαμβονομένης ὑπ᾽ ὄψιν καὶ τῆς ἀνώσεως τοῦ ἀέρος ; Εἰδ. βάρος σιδήρου 7,8 ὑάλου 4 ἀέρος 0,0013.

$\left(\text{Ἀπ. } \frac{39987}{77987}\right)$

70. Ὁμοίως ὡς ἀνωτέρω ἂν δὲν ληφθῇ ὑπ᾽ ὄψιν ἡ ἄνωσις τοῦ ἀέρος.

$\left(\text{Ἀπ. } \frac{20}{39}\right)$

71. Δύο ἡμισφαίρια τοῦ Μαγδεμβούργου ἀκτῖνος 10 ἑκ. εἶναι κλειστά. Ὁ ἐντὸς αὐτῶν ἀὴρ ἔχει πίεσιν 20 ἑκ. τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἡ δὲ ἐκτὸς ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἶναι 74 ἑκ. Ζητεῖται ποῖαν δύναμιν εἰς χιλιόγραμμα πρέπει νὰ ἐξασκήσωμεν ἐφ ἑκατέρου ἡμισφαιρίου ἵνα τὰ ἀποχωρήσωμεν ; (αἱ ἐξασκηθησόμεναι δυνάμεις θὰ εἶναι ἐκ διαμέτρου ἀντίθετον).

(Ἀπ. 230,719 χιλιόγρ.)

72. Εἰς δοχεῖον ἔχον πυθμένα τετραγωνικὸν πλευρᾶς 30 ἑκ. ρίπτομεν οἰνόπνευμα μέχρις ὕψους 120 ἑκ. καὶ εἶτα ἐμβαπτίζομεν βαρομετρικὸν σωλῆνα οὗτινος τὸ κάτω ἄκρον νὰ φθάνῃ μέχρι τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου καὶ πωματίζομεν τὸ δοχεῖον μὲ πῶμα ἐφαρμόζον ὑδατοστεγῶς βάρους 11,7 χιλιογράμμων. Ἂν ἡ ἐκτὸς τοῦ δοχείου ἀτμ.

πίεσις εἶναι 72 ἑκ. πόσην τοιαύτην θὰ δεικνύῃ ὁ ἐντὸς τοῦ δοχείου βαρομετρικὸς σωλήν ;

('Απ. 80 ἑκ.)

73. Ἔχομεν δύο σφαίρας ἐλαστικὰς τοῦ αὐτοῦ βάρους (ὅταν εἶναι κεναὶ) καὶ πληροῦμεν τὴν μὲν μίαν ἀέρος τὴν δὲ ἄλλην μίγματος ὀξυγόνου καὶ διοξειδίου τοῦ θείου οὕτως ὥστε τὰ βάρη των μετὰ τῶν περιεχομένων ἀερίων νὰ εἶναι πάλιν ἴσα. Ἀλλ' ὁ ὄγκος τῆς α΄ σφαίρας τῆς περιεχούσης τὸν ἀέρα εἶναι διπλάσιος τοῦ ὄγκου τῆς β΄ σφαίρας. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν ἀναλογία καθ' ἣν εἶναι ἀναμεμιγμένα τὰ ἀέρια τῆς β΄ σφαίρας. Εἰδ. β ὀξυγόνου 1,1056 διοξειδ. θείου 2,222.

('Απ. 19,9$^0]_0$ ὀξυγ. 80,1$^0]_0$ διοξ. θείου)

74 Ὑαλίνη σφαῖρα χωρητικότητος δύο λίτρων καταλήγει εἰς σωλῆνα κυλινδρικὸν τομῆς ἑνὸς τετρ. ἑκ. καὶ μήκους 60 ἑκ. καὶ εἶναι πλήρης ἀέρος ὑπὸ κανονικὴν πίεσιν, καὶ θερμοκρασίαν 0^0. Ἂν βυθίσωμεν καθέτως τὴν σφαῖραν μὲ τὸν σωλῆνα πρὸς τὰ κάτω καὶ μέχρι τοῦ ἄνω μέρους τοῦ σωλῆνος ἐντὸς δοχείου πλήρους ὑδραργύρου κατὰ πόσον θὰ ἀνέλθῃ ὁ ὑδράργυρος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ;

('Απ. 57,8 ἑκ.)

75 Ὁμοίως ὡς ἄνω ἂν τὸ δοχεῖον ἀντὶ ὑδραργύρου περιέχῃ οἰνόπνευμα. Εἰδ. βάρος οἰνοπν. 0,8.

('Απ. 4,53 ἑκ.)

Δ΄.

ΘΕΡΜΟΤΗΣ

76. Κατὰ πόσον θὰ αὐξηθῇ τὸ μῆκος σιδηρᾶς ῥάβδου ἐχούσης μῆκος 20 εἰς 0^0 ἂν αὕτη θερμανθῇ μέχρι 200^0. Συντελεστὴς διαστολῆς σιδήρου 0,000015.

('Απ. κατὰ 0,06 μ.)

77. Ἔχομεν τρεῖς ῥάβδους ἰσοπαχεῖς μήκους 1 μέτρου τὴν μίαν ἐκ σιδήρου τὴν ἄλλην ἐκ χαλκοῦ καὶ τὴν τρίτην ἐξ ἀργύρου. Ἂν θερμάνωμεν αὐτὰς μέχρι 500^0 κατὰ τὶ θὰ διαφέρῃ τὸ μῆκος των; συντελεστὴς διαστολῆς σιδ. 0,000015. χαλ. 0,000016. ἀργ. 0,0000186.

('Απ. μῆκος α΄ ῥάβδου 1,0075, β΄ 1,0080, γ΄ 1,0093)

78. Σύρμα ἐκ χρυσοῦ μήκους 2 μ. εἰς 18^0 εἶναι τεταμένον μεταξὺ δύο σταθερῶν σημείων Α καὶ Β. Ἐκ τοῦ μέσου Δ τοῦ σύρματος κρέμαται μικρόν τι βάρος Γ. Θερμαίνομεν τὸ σύρμα ὁμοιομερῶς καὶ τοῦτο λόγῳ τῆς διαστολῆς του καὶ τῆς ἐπιδράσεως τοῦ βάρους Γ μεταβάλλεται εἰς τεθλασμένην γραμμὴν ΑΕΒ οὕτως ὥστε ἡ ἀπόστασιν ΔΕ κατά τινα στιγμὴν εἶναι 10 ἑκ. Νὰ εὑρεθῇ ἡ θερμοκρασία εἰς ἣν ἐθερμάνθη τὸ σύρμα. Συντελεστὴς διαστολῆς χρυσοῦ 0,000014, Προσέγγισις 0,00001.

('Απ. 355^0,7).

79. Κατὰ πόσον θὰ αὐξηθῇ ὁ ὄγκος σφαίρας ἐκ χαλκοῦ ἐχούσης ὄγκον 2000 κυβ. ἑκ. εἰς 0^0 ἂν ἡ θερμοκρασία της γίνῃ 60^0. Κυβικὸς συντελεστὴς διαστολῆς χαλκοῦ 0,00005. ('Απ. 6 κυβ. ἑκ.)

80. Νὰ μετατραποῦν 120^0 C εἰς βαθμοὺς R καὶ F.

('Απ. 96^0 R, 248^0 F.)

81 Ὁμοίως 156° R εἰς βαθμοὺς C καὶ F
(Ἀπ. 195° C, 383° F).

82 Ὁμοίως 356° F εἰς βαθμοὺς C καὶ R
(Ἀπ. 180° C, 144° R)

83 Σῶμα τι θερμομετρηθὲν μὲ θερμόμετρον Κελσίου ἔχει θερμοκρασίαν 80°. Ἕτερον σῶμα θερμομετρηθὲν μὲ θερμόμετρον Ρεωμύρου ἔχει θερμοκρασίαν 70°. Ποῖον ἐκ τῶν δύο σωμάτων εἶναι θερμότερον καὶ κατὰ πόσον;
(Ἀπ. τὸ β΄ κατὰ 7°,5 C.)

84 Σώματός τινος βάρους 30 γρ. ἵνα αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία ἀπὸ 20° ἕως 28° ἀπαιτεῖται κατανάλωσις θερμότητος 280 μικρῶν θερμίδων. Ποία εἶναι ἡ εἰδικὴ θερμότης του;
(Ἀπ. 1,166).

85 Σφαῖρα συμπαγὴς ἐξ ἀλουμινίου ἔχει ὄγκον 150 κυβ. ἑκ. Ποία εἶναι ἡ ἀπαιτουμένη ποσότης θερμότητος (εἰς θερμίδας) ἵνα ἡ θερμοκρασία της ὑψωθῇ ἀπὸ 15° εἰς 27°; εἰδ. θερμότης ἀλουμινίου 0,21 εἰδ. βάρος 2,7.
(Ἀπ. 102060 θερμ.)

86 Εἰσάγομεν ἐντὸς θερμιδομέτρου σῶμά τι βάρους 200 γραμ. καὶ θερμοκρασίας 10°. Νὰ εὑρεθῇ ἡ εἰδικὴ θερμότης του ἄν τὸν μὲν θερμιδόμετρον ἔχει βάρος 20 γραμ. καὶ εἰδ. θερμότητα 0,26 τὸ δὲ ἐντὸς αὐτοῦ ὕδωρ 100 γραμ. Ἡ θερμοκρασία τοῦ θερμιδομέτρου μετὰ τοῦ ὕδατος ἦτο 22° μετὰ δὲ τὴν εἰσαγωγὴν τοῦ σώματος καὶ τὴν ἀποκατάστασιν τῆς θερμικῆς ἰσορροπίας ἔγινε 15°.
(Ἀπ. 0,7364)

87 Εἰς ἓν ἀεροφυλάκιον ἔχον ὄγκον 30 $μ^3$ εὑρίσκεται ἀὴρ ὑπὸ πίεσιν δύο ἀτμοσφαιρῶν καὶ θερμοκρασίαν 0°. Ἂν ἡ θερμοκρασία γίνῃ 25° κατὰ πόσον θὰ αὐξηθῇ ἡ πίεσις;
(Ἀπ. κατὰ 0,183 ἀτμοσφ. ἢ 129 χιλιοστὰ)

88 Εἰς τὸ ἀνωτέρω πρόβλημα ἄν ἡ πίεσις ἔμενεν ἡ αὐτὴ κατὰ πόσον θὰ ἔπρεπε νὰ αὐξηθῇ ὁ ὄγκος του;
(Ἀπ. κατὰ 2,747 $μ^3$)

89 Ἀέριόν τι ἔχει ὄγκον 100 $μ^3$ εἰς θερμοκρασίαν 20°

καὶ πίεσιν κανονικήν. Πόσος θὰ γίνῃ ὁ ὄγκος του ἄν ἡ θερμοκρασία του γίνῃ — 10^0 ἐξασκηθῇ δὲ ἐπ᾽ αὐτοῦ πίεσις 12 ἀτμοσφαιρῶν ;

(᾽Απ· 8,66 μ^3)

90 Πόση θερμότης εἰς θερμίδας θὰ καταναλωθῇ ἵνα τακῇ τεμάχιον πάγου 15 γραμ. Θερμότης τήξεως πάγου 80.

(᾽Απ. 1200 θερμ.)

91 Γνωστοῦ ὄντος ὅτι ἡ θερμότης τήξεως τοῦ χαλκοῦ (λανθάνουσα θερμότης) εἶναι 41,6 πόσην θερμότητα εἰς μεγάλας θερμίδας·θὰ ἀπαιτήσῃ ἵνα τακῇ τεμάχιον χαλκοῦ βάρους 21,5 χιλιογράμμων ;

(᾽Απ. 894,4 μεγ. θερμ.)

92 Πόσα κιλὰ ὕδατος 50^0 πρέπει νὰ ἀναμίξωμεν μὲ 5 κιλὰ πάγου 0^0 ἵνα τὸ μίγμα μετὰ τὴν ὁλοσχερῆ τῆξιν τοῦ πάγου ἔχῃ θερμοκρασίαν 0^0 ; (᾽Απ. 8)

93 ᾽Αναμιγνύομεν 2 κιλὰ πάγου 0^0 μετὰ 6 κιλῶν ὕδατος 90^0. Ποία θὰ εἶναι ἡ θερμοκρασία τοῦ μίγματος ;

᾽Απ. 47^0,5)

94 ῾Αναμιγνύομεν 25 γρ. ὕδατος 10^0 μὲ 5 γρ. ὕδατος 50^0. Ποία θὰ εἶναι ἡ θερμοκρασία τοῦ μίγματος ;

(᾽Απ. 16^0,66)

95 Ὅταν εἰς 10 γρ. ὕδατος 50^0 ρίψωμεν 30 γρ. οἰνοπνεύμ. 8^0 πόση θὰ εἶναι ἡ θερμοκρασία τοῦ μίγματος; Εἰδ. θερμότης οἰνοπνεύματος 0,58.

(᾽Απ. 23^0,3)

96 ᾽Εντὸς 400 γρ. ὕδατος 8^0 ρίπτομεν σφαῖραν χαλκίνην βάρους 60 γρ. καὶ θερμοκρασίας 160^0. Ποία θὰ εἶναι ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος καὶ τῆς σφαίρας μετὰ τὴν ἀποκατάστασιν τῆς θερμικῆς ἰσορροπίας; Εἰδ. θερμότης χαλκοῦ 0,095.

(Απ. 10^0,13)

97 Εἰς θερμιδόμετρον περιέχον ὕδωρ 20 γρ. θερμοκρασίας 50^0 ρίπτομεν σφαῖραν ἐκ σιδήρου θερμοκρ. 0^0 καὶ βάρους 30 γρ. τὸ δὲ ὕδωρ μετὰ τὴν ἀποκατάστασιν τῆς θερμικῆς ἰσορροπίας ἦτο 45°. Πόσην θερμότητα ἀπερρόφησε τὸ θερμιδόμετρον ; Εἰδ. θερμ. σιδ. 0,11.

('Απ. 9,7 θερμ.)

98 Ἐντὸς 10 γρ. ὕδατος 8° βυθίζομεν τεμάχιον μολύβδου θερμοκρασίας 80° οὕτω δὲ ἡ θερμοκρασία τοῦ μίγματοςγίνεται 12°,5. Ἂν τὸ τεμάχιον τοῦ μολύβδου (τοῦ αὐτοῦ βάρους καὶ θερμοκρασίας) τὸ βυθίσωμεν ἐντὸς 8 γρ. ἐλαίου 15° ἡ θερμοκρασία τούτου γίνεται 29°. Νὰ εὑρεθῇ α.΄ τὸ βάρος τοῦ μολύβδου καὶ β.΄ ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ἐλαίου. Εἰδ. θερμ. μολύβδου 0,031.

('Απ. α.΄ 21,5 γρ. β.΄ 0,3035)

99 Θερμόμετρον ἀποτελεῖται ἀπὸ σωλῆνα τομῆς 0,25 τετρ. ἑκ. εἰς τὸ μέσον τοῦ ὁποίου ὑπάρχει ᾠοειδὴς ἐξόγκωσις εἰς τὸ κάτω ἄκρον τῆς ὁποίας εἶναι τοποθετημένος ὁ βαθμὸς 20°. Ἡ ἀπόστασις ἀπὸ 0° ἕως 20° εἶναι 4 ἑκατοστά. Ζητεῖται α) Πόσος πρέπει νὰ εἶναι ὁ ὄγκος τῆς ᾠοειδοῦς ἐξογκώσεως ἵνα τὸ θερμόμετρον δεικνύῃ εἰς τὸ ἄνω μέρος ταύτης 150° καὶ β) ἂν ὁ ὄγκος ταύτης εἶναι 10 κυβ ἑκ. πόσην θερμοκρασίαν θὰ δεικνύῃ τὸ θερμόμετρον εἰς τὸ ἄνω μέρος αὐτῆς ;

('Απ. α.΄ 6,5 κυβ. ἑκ. β.΄ 220°)

100. Θερμόμετρόν τι ἔχει δύο σφαιροειδεῖς ἐξογκώσεις τὴν μίαν ἀμέσως μετὰ τὴν ἄλλην. Ἑκατέρωθεν τῶν ἄκρων τῆς πρώτης εἶναι τοποθετημένοι οἱ βαθμοὶ 0 καὶ 100. Τὸ διάστημα ἀπὸ 0° ἕως — 20° ἔχειμῆκος 6 ἑκ. καὶ τομὴν 0,2 τετρ. ἑκ. Νὰ εὑρεθῇ α) ὁ ὄγκος τῆς α΄ σφαιροειδοῦς ἐξογκώσεως καὶ β) ἂν ὁ ὄγκος τῆς β΄ τοιαύτης εἶναι 15 κυβ. ἑκ. πόσην θερμοκρασίαν θὰ δεικνύῃ τὸ θερμόμετρον ἂν ὁ ὑδράργυρος πληρώσῃ τελείως καὶ τὴν β΄ ἐξόγκωσιν ;

('Απ. α.΄ 6 κυβ. ἑκ. β΄ 350°)

Ε΄

ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

101. Πυροβόλου τινὸς ἐκπυρσοκροτήσαντος ὁ κρότος ἠκούσθη 8΄΄ μετὰ τὴν λάμψιν. Εἰς πόσην ἀπόστασιν εὑρίσκεται τὸ πυροβόλον ;

(Ἀπ. 2720 μ.)

102. Δύο πυροβόλα κείμενα πρὸς τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν ἐκπυρσοκροτοῦν. Τοῦ α΄ ὁ κρότος ἠκούσθη 12΄΄ μετὰ τὴν λάμψιν τοῦ δὲ β΄ 15΄΄. Νὰ εὑρεθῇ ἡ μεταξύ των ἀπόστασις.) (Ἀπ. 1020 μ.)

103. Παρατηρητής τις εὑρίσκεται ἐνώπιον ἑνὸς τοίχου καὶ ἀπέχει τούτου 120 μ. Ὄπισθεν τοῦ παρατηρητοῦ κεῖται ἕτερος τοῖχος ἀπέχων αὐτοῦ κατὰ 390 μ. καὶ κείμενος παραλλήλως πρὸς τὸν α΄ τοῖχον. Ἐὰν φωνάξῃ ὁ παρατηρητὴς κυττάζων πρὸς τὸν α΄ τοῖχον μετὰ πόσα δευτερόλεπτα θὰ ἀκούσῃ 1) τὴν ἐκ τοῦ α΄ τοίχου ἠχὼ καὶ 2) τὴν ἐκ τοῦ β΄ τοίχου ;

$\left(\text{Ἀπ. } 1)\frac{12''}{17}\ \ 2)\ \ 3''\right)$

104. Ὁ κρότος ἑνὸς λίθου πεσόντος ἐντὸς φρέατος ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος ἠκούσθη 10΄΄ μετὰ τὴν πτῶσιν του. Νὰ εὑρεθῇ τὸ βάθος τοῦ φρέατος.

(Ἀπ. 385,25 μ.)

105. Νὰ κανονισθῇ ἡ ἀπόστασις παρατηρητοῦ ἀπὸ ἑνὸς τοίχου οὕτως ὥστε νὰ ἀκουσθῇ ἡ ἠχὼ α΄ μιᾶς συλλαβῆς β΄ δύο καὶ γ΄ 5 συλλαβῶν ;

(Ἀπ. α΄ 17μ. β΄ 34μ. γ΄ 85μ.)

106. Βόμβα ριφθεῖσα ἐντὸς τῆς θαλάσσης ἐξερράγη ὀλίγον κάτωθεν τῆς ἐπιφανείας της ἠκούσθη δὲ δι' ἑνὸς ἀκουστικοῦ κέρατος τεθέντος ἐντὸς τῆς θαλάσσης μετὰ 4'' ἀπὸ τῆς ἐκκρήξεως. Εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ κέρατος ἐξερράγη αὕτη ;

('Απ. 5740 μ.)

107. Ἔχομεν δύο χορδὰς ἰσομήκεις καὶ ἰσοπαχεῖς ἐξ ὧν ἡ μία ἐκ χαλκοῦ καὶ ἡ ἄλλη ἐκ σιδήρου. Ποῖος θὰ εἶναι ὁ λόγος τοῦ ὕψους τῶν παραχθησομένων ὑπ' αὐτῶν ἤχων ; Εἰδ. βάρος χαλκοῦ 8,5 σιδ. 7,8.

(('Απ. $\frac{11}{12}$)

ΣΤ΄

ΟΠΤΙΚΗ

108 Λαμτὴρ 32 κηρίων καὶ λυχνία 2 κηρίων εὑρίσκονται ἑκατέρωθεν ἑνὸς παραπετάσματος. Ἂν ἡ λυχνία ἀπέχῃ τοῦ παραπετάσματος 5 ἑκ. εἰς ποίαν ἀπόστασιν πρέπει νὰ τεθῇ ὁ λαμπτὴρ ἵνα τὸ παραπέτασμα δέχεται τὴν αὐτὴν ποσότητα φωτισμοῦ;

(Ἀπ. 20 ἑκ.)

109. Ἡ ὀθόνη ἑνὸς κινηματογράφου φωτίζεται ὑπὸ προβολέως 200 κηρίων κειμένου εἰς ἀπόστασιν 5 μ. Ποίας ἐντάσεως πρέπει νὰ εἶναι ὁ προβολεὺς ἵνα 1) ἡ ὀθόνη δέχεται δεκαπλάσιον τοῦ ὅν ἐδέχετο φωτισμοῦ καὶ 2) ἵνα τοποθετούμενος εἰς ἀπόστασιν 12 μ. δίδῃ τὸν αὐτὸν ὡς καὶ κατ᾽ ἀρχὰς φωτισμόν;

(Ἀπ. α΄ 2000 κηρ. β΄ 1152 κηρ.)

110. Κατὰ πόσον θὰ μεταβληθῇ ὁ φωτισμὸς ἑνὸς παραπετάσματος φωτιζομένου ὑπὸ λαμπτῆρος 50 κηρίων καὶ ἐξ ἀποστάσεως 2μ. ἂν ἡ ἀπόστασις γίνῃ 8 μ.

((Ἀπ. τὸ $\frac{1}{16}$ τοῦ ἀρχικοῦ)

111. Ἡ ἀκτὶς ἀντικειμένου φωτεινοῦ προσπίπτουσα ἐπὶ ἐπιπέδου κατόπτρου γίνεται ὁρατὴ ὑπὸ γωνίαν ἀνακλάσεως 20^o. Ἂν τὸ κάτοπτρον στραφῇ κατὰ 30^o περὶ ἐπίπεδον κάθετον πρὸς τὸ τῆς γωνίας ἀνακλάσεως πόση θὰ γίνῃ αὕτη καὶ ποίαν γωνίαν θὰ σχηματίσῃ ἡ ἀρχικῶς ἀνακλωμένη ἀκτὶς μὲ τὴν τελικὴν τοιαύτην; (Ἀπ. α΄ 50^o β΄60^o)

112. Ἀντικείμενον εἶναι ὁρατὸν ἐξ ἀνακλάσεως ἐπὶ ἐπιπέδου κατόπτρου ὑπὸ γωνίαν ἀνακλάσεως 45^o. Ἡ ἀκτὶς τῆς μὲν προσπτώσεως εἶναι 3 μ. τῆς δὲ ἀνακλάσεως 8 μ. Πόση εἶναι ἡ ἀπ᾽ εὐθείας ἀπόστασις μεταξὺ τοῦ παρατηρητοῦ καὶ τοῦ ἀντικειμένου; (Ἀπ. 8,54 μ.)

113. Ὁ δείκτης διαθλάσεως τοῦ μὲν ὕδατος πρὸς τὸν ἀέρα εἶναι $\frac{3}{4}$ τῆς δὲ ὑάλου πρὸς τὸν ἀέρα $\frac{3}{2}$ Ποῖος θὰ εἶναι ὁ δείκτης διαθλάσεως τοῦ ὕδατος πρὸς τὴν ὕαλον ;

$\left(\text{Ἀπ. } \frac{8}{9}\right)$

114. Ἐπὶ τοῦ κυρίου ἄξονος κοίλου σφαιρ. κατόπτρου ἀκτῖνος καμπυλότητος 2 μ. κεῖται φωτεινὸν σημεῖον. Ζητεῖται ποῦ καὶ εἰς ποίαν ἀπόστασιν θὰ σχηματισθῇ τὸ εἴδωλόν του ἂν α) τοῦτο ἀπέχῃ τοῦ κατόπτρου 3 μ. β) ἂν ἀπέχῃ 1,50 μ. καὶ γ) 15 ἑκ.

$\left(\text{Ἀπ. α΄ 1,5 μ. β΄ 3 μ. γ΄} - \frac{3}{17}\text{ μ.}\right)$

115. Ἀντικείμενον κεῖται εἰς ἀπόστασιν 3 μ. ἀπὸ κοίλου σφαιρ. κατόπτρου ἀκτῖνος καμπυλότητος 1 μ. Νὰ προσδιορισθῇ α) τὸ μέγεθος καὶ ἡ θέσις τοῦ εἰδώλου του ἂν ληφθῇ ὡς μονὰς τὸ μέγεθος τοῦ ἀντικειμένου β) εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ κατόπτρου πρέπει νὰ τοποθετηθῇ ἵνα σχηματίσῃ τὸ εἴδωλόν του ἀνεστραμμένον καὶ ἴσον πρὸς τὸ τέταρτον αὐτοῦ ;

$\left(\text{Ἀπ. α΄ μέγεθ.} - \frac{5}{9}\text{ ἀπόστ. } 1\frac{2}{3}\text{ μ. β΄ ἀπ. 2,5 μ.}\right)$

116 Ὁμοίως ὡς ἀνωτέρω ἂν τὸ κάτοπτρον εἶνε κυρτὸν

$\left(\text{Ἀπ. α΄ μέγ. } \frac{1}{7}\text{ ἀπόστ.} - \frac{3}{7}\text{ β΄ ἀδύνατον}\right)$

117. Ζητεῖται ἡ ἀκτὶς καμπυλότητος κοίλου σφαιρικοῦ κατόπτρου καὶ ἡ θέσις ἀντικειμένου κειμένου πρὸ αὐτοῦ καὶ σχηματίζοντος τὸ εἴδωλόν του ἀνεστραμμένον, τριπλάσιον αὐτοῦ καὶ εἰς ἀπόστασιν 30 ἑκ. ἀπὸ τοῦ κατόπτρου

(Ἀπ. R=15 ἑκ. p =10 ἑκ.)

118. Ἀντικείμενον εὑρισκόμενον πρὸ φακοῦ συγκλίνοντος ἑστιακῆς ἀποστ. 20 ἑκ. σχηματίζει τὸ εἴδωλόν του ὀρθὸν καὶ ἴσον πρὸς τὸ $^1/_3$ αὐτοῦ. Ζητεῖται ἡ ἀπόστασις τοῦ ἀντικειμένου καὶ τοῦ εἰδώλου ἀπὸ τοῦ φακοῦ.

$\left(\text{Ἀπ. p} = \frac{4}{5}\ ,\ \text{p}' = \frac{4}{15}\right)$

$\frac{1}{80} + \frac{1}{\frac{80}{3}} = \frac{1}{20}$

119. Φακὸς συγκλίνων δίδει ἐπὶ ἑνὸς παραπετάσματος μίαν εἰκόνα ἧς τὸ μέγεθος εἶναι διπλάσιον τοῦ ἀντικειμένου. Ἂν ἡ ἀπόστασις τοῦ ἀντικειμένου ἀπὸ τοῦ παραπετάσματος εἶναι 0,90 μ. νὰ εὑρεθῇ α.΄ εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ἀντικειμένου εὑρίσκεται ὁ φακὸς καὶ β΄ Ποία εἶναι ἡ ἰσχύς του εἰς διοπτρίας.

$\left(\text{Ἀπ. } p=0{,}30 \quad p'=0{,}60 \quad f=0.20 \quad \text{ἢ } \frac{1}{f}=5 \text{ διοπτρ.}\right)$

120. Μία φωτεινὴ εὐθεῖα τοποθετεῖται εἰς ἀπόστασιν 0,50 μ. πρὸ ἀποκλίνοντος φακοῦ ἰσχύος 4 διοπτριῶν. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ θέσις τῆς εἰκόνος.

$\left(\text{Ἀπ. } p'=\frac{1}{6}\text{ μ.}\right)$

121. Φωτεινὴ εὐθεῖα τοποθετεῖται 0,50 μ. πρὸ ἀποκλίκοντος φακοῦ 4 διοπριῶν. Μετὰ τὸν φακὸν καὶ εἰς ἀπόστασιν 0,50 μ. τοποθετεῖται ἕτερος φακὸς συγκλίνων 2 διοπριῶν. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ θέσις καὶ τὸ μέγεθος τῆς τελικῆς εἰκόνος.

(Ἀπ. $p'=2$μ. μέγεθος $= -1$).

122. Πίναξ τις ἔχει ἐπιφάνειαν 9 $μ^2$. Θέλομεν νὰ λάβωμεν φωτογραφίαν τούτου ἔχουσαν ἐπιφάνειαν 400 τετρ. ἑκ. μὲ φωτογραφικὴν μηχανὴν ὁ φακὸς τῆς ὁποίας ἔχει ἑστιακὴν ἀπόστασιν 30 ἑκ. Εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ πίνακος πρέπει νὰ τοποθετήσωμεν τὸν φακὸν τῆς μηχανῆς ; (Ἀπ. 4,80 μ.)

123. Σύνθετον μικροσκόπιον ἔχει προσοφθάλμιον φακὸν ἰσχύος 40 διοπριῶν καί ἀντικειμενικὸν ἑστιακῆς ἀποστάσεως 0,005μ. Τοποθετοῦμεν ἓν ἀντικείμενον εἰς ἀπόστασιν 0,0051μ. ἐκ τοῦ ὀπτικοῦ κέντρου τοῦ ἀντικειμενικοῦ. Ζητεῖται α) εἰς ποῖαν ἀπόστασιν ἐκ τοῦ εἰδώλου τοῦ διδομένου διὰ τοῦ ἀντικειμενικοῦ φακοῦ πρέπει νὰ τοποθετήσωμεν τὸν προσοφθάλμιον ἵνα τὸ τελικὸν εἴδωλον σχηματισθῇ εἰς ἀπόστασιν 0,30 μ. ἀπὸ τοῦ προσοφθαλμίου

καὶ β). Ποῖον θὰ εἶναι τὸ μῆκος τοῦ μικροσκοπίου ;
('Απ. α΄ 0,023μ. β΄ 0,278μ.)

124. 'Αντικείμενον εὐθύγραμμον ὕψους 20 ἐκ. εἶνε τοποθετημένον εἰς ἀπόστασιν 90 ἐκ. πρὸ ἀποκλίνοντος φακοῦ 10 διοπριῶν. Μετὰ τὸν ἀποκλίνοντα φακὸν τοποθετοῦμεν συγκλίνοντα τοιοῦτον 5 διοπτριῶν. α) Ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ ἀπόστασις τῶν δύο φαοῶν ἵνα ἡ τελικὴ εἰκὼν τοῦ ἀντικειμένου εἶναι πραγματικὴ καὶ ἵνα ἀπέχῃ 25 ἐκ ὄπισθεν τοῦ συγκλίνοντος φακοῦ ; β) Ποῖον δὲ θὰ εἶναι τὸ μέγεθος αὐτῆς ;
('Απ. α΄ 51 ἐκ, β΄ 1 ἐκ.)

Ζ΄.

ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

125. Δύο σφαῖραι τῆς αὐτῆς οὐσίας ἠλεκτρισμέναι ὁμονύμως εἶναι τοποθετημέναι εἰς ἀπόστασίν τινα ἀπ᾿ ἀλλήλων καί ἀπωθοῦνται μὲ δύναμιν ἴσην πρὸς 1. Τὰς φέρομεν εἰς ἐπαφὴν καὶ εἶτα τὰς ἀπομακρύνομεν εἰς ἀπόστασιν ἡμίσειαν τῆς ἀρχικῆς οὕτω δὲ ἀπωθοῦνται μὲ δύναμιν 4,5 Νὰ εὑρεθῇ ὁ λόγος τῶν ἀρχικῶν ἠλεκρικῶν φορτίων ἑκάστης ;

(᾿Απ. 2)

126 Λουγδουνικὴ λάγηνος ἔχει τὸν ἐξωτερικόν της ὁπλισμὸν εἰς τὸ ἔδαφος. Ὁ δὲ ἐσωτερικὸς συγκοινωνεῖ μὲ ἠλεκτρικὴν πηγὴν 60.000 volts. Ἑνώνομεν τὸν ἐσωτερικὸν ὁπλισμὸν μὲ δοχεῖον ἠλεκτροχωρητικότητος $\frac{1}{100}$ τοῦ microfarad ἐνῷ ὁ ἐξωτερικὸς εἶναι εἰς τὸ ἔδαφος καὶ παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἠλεκτρικὴ πηγὴ δεικνύει 24000 volts. Ζητεῖται ἡ ἠλεκροχωρητικότης τῆς λαγήνου ;

$\left(\text{᾿Απ. } \frac{1}{150} \text{ microfarad} \right)$

127. Ἠλεκτροστατικὴ μηχανὴ δυνάμεως 25000 volts φορτίζει εἰς 30 δευτερόλεπτα μίαν ἠλεκτρικὴν συστοιχίαν χωρητικότητος 0,13 τοῦ microfarad. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ποσότης τοῦ περιεχομένου ἠλεκτρικοῦ φορτίου εἰς coulombs.

$\left(\text{᾿Απ. } \frac{325}{100000} \text{ coulombs} \right)$

128. Λουγδουνικὴ λάγηνος ἔχει τὸν ἐξωτερικὸν ὁπλισμὸν εἰς τὴν γῆν τὸν δὲ ἐσωτερικὸν εἰς στήλην δυνάμεως 30000 volts. Ἡ χωρητικότης της εἶναι 0,1 τοῦ microfarad. Νὰ ὑπογογισθῇ α) τὸ φορτίον της καὶ ἡ ἠλεκτρικὴ ἐνέργειά της καὶ β) ἡ ἐκλυομένη ποσότης ἀργύρου εἰς γραμ. λαμβανομένου ὑπ' ὄψιν ὅτι ἡ λάγηνος ἐκκενοῦται χιλίας φορὰς εἰς διάλυσιν νιτρικοῦ ἀργύρου καὶ ὅτι 96600 coulombs ἐκλύουν 108 γραμ. ἀργύρου.

'Απ. α'. 0,003 coul. 45 joules β' 0,003 γραμ.)

129. Νὰ ὑπολογισθῇ α) ἡ ἔντασις τοῦ ρεύματος τοῦ διερχομένου διὰ λάμπας 32 κηρίων ἂν ἕκαστον κηρίον ἔχει ἠλεκρεγερτικὴν δύναμιν 3 watts καὶ β) ἡ ἀντίστασις τοῦ διαπύρου σύρματος τῆς λάμπας. Διαφορὰ δυναμικοῦ 110 volts.

('Απ. α' 0,87 ampère β' 126 ohms)

130 Τοποθετοῦμεν μεταξὺ δύο σημείων ἑνὸς κυκλώματος 7 λάμπας κατὰ σειράν. Ἡ ἀντίστασις ἑκάστης εἶναι 130 ohms. Ἡ διαφορὰ τοῦ δυναμικοῦ μεταξὺ τῶν δύο σημείων εἶναι 105 volts Νὰ εὑρεθῇ α) ἡ ἔντασις τοῦ ρεύματος ὅπερ διέρχεται δι' ἑκάστης λάμπας καὶ β) ἡ ὁλικὴ ἔντασις τοῦ ρεύματος.

('Απ. α' 0,807 amp. β' 5,649 amp.)

131. Τὸ ρεῦμα μιᾶς στήλης ἀποτελουμένης ἀπὸ τρία στοιχεῖα κατὰ σειρὰν ἡνωμένα ἕκαστον τῶν ὁποίων ἔχει ἀντίστασιν 0,5 ohm διέρχεται δι' ἀγωγῶν ἀσημάντου ἀντιστάσεως καὶ διὰ γαλβανομέτρου τὸ ὁποῖον δεικνύει 1,5 ampère. Γνωστοῦ ὄντος ὅτι ἡ ἀντίστασις τοῦ γαλβανομέτρου εἶναι 0,5 ohm νὰ εὑρεθῇ α) ἡ ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις ἑκάστου στοιχείου τῆς στήλης. ('Απ. 1 volt)

132 Κύκλωμά τι περιλαμβάνει δύο ὅμοια ἠλεκτρικὰ στοιχεῖα κατὰ σειρὰν καὶ μίαν ἐξωτερικὴν ἀντίστασιν 10 ohms. Ἕκάστον στοιχεῖον ἔχει ἠλεκτρεγερτικὴν δύναμιν 1,4 volt καὶ ἐσωτερικὴν ἀντίστασιν 2,5 ohms. Ποία εἶναι ἡ ἔντασις τοῦ ρεύματος ;

(0,186 ampère)

133 Ἠλεκτρικὸν ρεῦμα διαιρεῖται εἰς δύο εἰς τρόπον ὥστε νὰ διέρχεται δι' ἀμπερομέτρου ἀντιστάσεως 2,2 ohms καὶ δι' ἀγωγοῦ ἀντιστάσεως 0,4 ohm. Τὸ ρεῦμα μετὰ διέρχεται διὰ βολταμέτρου μὲ ὕδωρ ὀξυνισθέν. Τὸ ἀμπερόμετρον δεικνύει ἔντασιν 0,2 ampère. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἔντασις τοῦ ρεύματος ὅπερ διέρχεται διὰ τοῦ ἀγωγοῦ,

('Απ. 1,1 ampère)

134 Ἓξ στοιχεῖα ἕκαστον ἀντιστάσεως 4 ohms καὶ ἠλεκτρεγερτικῆς δυνάμεως 1,1 volt εἶναι ἠνωμένα ἀνὰ τρία διαδοχικῶς εἰς δύο σειρὰς ὅλη δὲ ἡ συσκευὴ παρέχει ρεῦμα εἰς βολτάμετρον ἀντιστάσεως 5 ohms. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἔντασις τοῦ ρεύματος εἰς τὸ ἐξωτερικὸν κύκλωμα.

('Απ. 0,3 ampère)

153 Ἔχομεν δύο ὅμοια ἠλεκτρικὰ στοιχεῖα τὰ ὁποῖα θέτομεν κατὰ σειρὰν καὶ ἑνώνομεν τοὺς δύο πόλους τῆς στήλης μὲ τὰ ἄκρα γαλβανομέτρου ἔχοντος ἀντίστασιν 7 ohms. Ἂν οἱ ἀγωγοὶ εἶναι ἀσημάντου ἐντάσεως τὸ γαλβανόμετρον δεικνύει ρεῦμα ἐντάσεως 0,525 ampère. Ἂν δὲ οὗτοι ἔχουν ἀντίστασιν 5,25 ohms τότε τὸ γαλβανόμετρον δεικνύει ρεῦμα ἐντάσεως 0,45 ampère. Νὰ εὑρεθῇ α΄) ἡ ἐσωτερικὴ ἀντίστασις τῆς στήλης (ἀμφοτέρων τῶν στοιχείων ὁμοῦ) καὶ β΄) ἡ ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις ἑκάστου ἐκ τῶν δύο στοιχείων.

('Απ. α΄ 24,5 ohms β΄ 8,27 volts)

136. Ποία εἶναι ἡ ἔντασις ρεύματος παραγομένου ὑπὸ ἠλεκτρικῆς στήλης ἐξ ὀκτὼ στοιχείων Daniell ἂν ὁ ἀγωγὸς ὅστις ἑνώνει τοὺς ἄκρους πόλους ἔχει ἀντίστασιν 0,30 ohm ; Τὰ στοιχεῖα εἶναι ἠνωμένα κατὰ σειρὰν (τάσιν) Ἀντίστασις ἑκάστου στοιχείου 0,39 ohm ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις ἑκάστου 1,07 volt.

('Απ. 2,5 ampères)

137 Ἀπὸ πόσα στοιχεῖα ἀποτελεῖται στήλη παράγουσα ρεῦμα ἐντάσεως 3.4 ampères ἂν ἡ μὲν ἐξωτερικὴ ἀντίστασις εἶναι 0,495 ohm ἡ δὲ ἐσωτερικὴ τοιαύτη ἑκάστου στοιχείου 0,4 ohm ; ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις ἑκάστου στοιχείου 1,5 volt.

('Απ. 12).

ΛΥΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Α΄

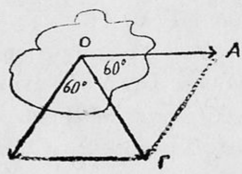
ΜΗΧΑΝΙΚΗ

1 α.΄) Ἐπειδὴ αἱ 8 ὑποδ. ἰσομυναμοῦν μὲ 10 χιλιόγρ. ἡ 1 θὰ ἰσοδυναμῇ μὲ $\frac{10}{8} = 1\frac{1}{4}$ χιλιόγρ. Ὁμοίως τοῦ β΄ ἡ 1 ὑποδ. $= \frac{5}{6}$ χιλιόγρ.

4:1

β.΄) Ὁ λόγος τῶν ὑποδιαιρέσεών των εἶναι 8 : 12 ἢ 2 : 3

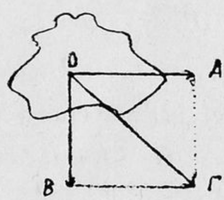
2 Ἡ ζητουμένη συνισταμένη θὰ εἶναι ἡ διαγώνισις ΟΓ τοῦ ῥόμβου ΟΑΒΓ (σχ. 1) ἥτις εἶναι ἴση πρὸς ἑκατέραν ἐκ τῶν δοθεισῶν δυνάμεων ΟΑ ἢ ΟΒ καθόσον τὸ τρίγωνον ΟΑΓ εἶναι ἰσόπλευρον ἤτοι ΟΓ=ΟΑ=850 δοῦναι.



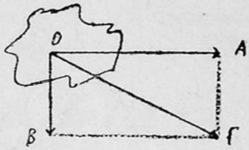
Σχῆμα 1·

3 Ἐκ τοῦ ὀρθογωνίου καὶ ἰσοσκελοῦς τριγώνου ΟΑΓ (σχ. 2) ἔχομεν :

$(\text{ΟΓ})^2 = 2\,(\text{ΟΑ})^2$ ἢ $\text{ΟΓ} = 850\sqrt{2}$ $= 1201{,}9$ δῦναι



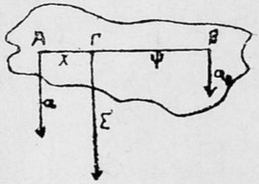
Σχῆμα 2.



Σχῆμα 3.

4 Ἐκ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου ΟΑΓ (σχ. 3) ἔχομεν $(ΟΓ)^2 = (ΟΑ)^2 + (ΑΒ)^2$ ἢ $(ΟΓ)^2 = 80^2 + 50^2$ ἐξ οὗ ΟΓ = 94,33 δῦναι

5 Ἐρειδὴ βάρος ἑνὸς γραμμαρίου ἰσοῦται πρὸς 981 δύνας διὰ τοῦτο 120 γρ. ἰσοδυναμοῦν μὲ 117720 δύνας Ἄρα ἀπαιτεῖται δύναμις ἀνωτέρα τῶν 117720 δυνῶν.



Σχῆμα 4.

6 Ἡ συνιστημένη $Σ = α_1 + α_2 = 55$. Τὸ Γ ἀπέχει ἐκ τῶν Α καὶ Β κατὰ λόγον ἀντίστροφον πρὸς τὰς ἐντάσεις τῶν δυνάμεων $α_1$ καὶ $α_2$ (σχ. 4) ἤτοι :

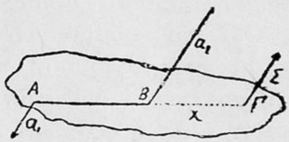
$$\frac{α_1}{α_2} = \frac{ΒΓ}{ΑΓ}$$

θέτοντες δὲ ΑΓ = χ καὶ ΒΓ = 22 — χ ἔχομεν

$$\frac{40}{15} = \frac{22-χ}{χ}$$

40x = 330 - 15x
x = 330/55 = 6

Ἐπιλύοντες τὴν ἄνω ἐξίσωσιν εὑρίσκομεν χ = 6 καὶ ἄρα ΒΓ = 16.



Σχῆμα 5.

7 Ἡ συνιστημένη των ἔχουσα τὴν διεύθυνσιν τῆς μεγαλυτέρας δυνάμεως $α_2$ θὰ εἶναι $Σ = α_2 - α_1 = 20$. Τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της θὰ κεῖται πέραν τοῦ Β θέτοντες δὲ ΒΓ=χ ἔχομεν (σχ. 5).

$$\frac{α_1}{α_2} = \frac{ΒΓ}{ΑΓ} \quad ἢ \quad \frac{15}{35} = \frac{χ}{24+χ} \qquad (1)$$

ἐξ ἧς ἐπιλυομένης εὑρίσκομεν χ=18 καὶ ἄρα ΑΓ=42 ἑκατ.

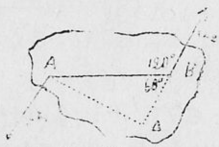
8 Ἂν $α_1 = α_2$ τότε θὰ εἶναι $Σ = α_1 - α_2 = 0$ ἡ ἀναλογία

$$\frac{α_1}{α_2} = \frac{ΒΓ}{ΑΓ} \text{ γίνεται } ΑΓ = ΒΓ$$

Τοῦτο ὅμως δὲν δύναται νὰ νοηθῇ εἰμὴ μόνον ἄν τὸ σημεῖον Γ κεῖται εἰς ἄπειρον ἀπόστασιν ἀπὸ τὰ σημεῖα Α καὶ Β. Γίνεται ἐπίσης φανερὸν ὅτι ὅσον ὀλιγώτερον διαφέρουν αἱ δυνάμεις α_1 καὶ α_2 τόσον περισσότερον ἀπέχει τὸ σημεῖον Γ ἀπὸ τὰ Α καὶ Β.

9 Ἄν ἡ μία δύναμις εἶναι α ἡ ἑτέρα θὰ εἶναι 4α. Ἄρα $\Sigma = 5\alpha$. Ἔχομεν ἐπίσης

$$\frac{\alpha}{4\alpha} = \frac{\mathrm{B\Gamma}}{\mathrm{A\Gamma}} \quad \text{ἢ} \quad \mathrm{A\Gamma} = 4\mathrm{B\Gamma}$$



Σχῆμα 6.

10 Ἔχομεν (σχ.6) $\mathrm{P} = \alpha_1 \times \mathrm{A\Delta}$ ἢ $\mathrm{P} = 15 \times 4 = 60$ χιλιόγρ.

11 Ἔχομεν $\alpha_2 = \Sigma - \alpha_1 = 18$. Ἄν θέσωμεν $\mathrm{B\Gamma} = \psi$ (σχῆμα 4) τότε ἔχομεν $\mathrm{A\Gamma} = 3$ καὶ

$$\frac{42}{18} = \frac{\psi}{3} \quad \text{ἐξ ἧς} \quad \psi = 7.$$

12 Ἔχομεν $\alpha_2 = \Sigma + \alpha_1 = 102$. Ἄν θέσωνεν $\mathrm{B\Gamma} = \chi$ (σχῆμα 5) τότε ἔχομεν

$$\frac{42}{102} = \frac{\chi}{3} \quad \text{ἐξ ἧς} \quad \chi = 1\frac{4}{17}$$

13 Ἄν χ εἶναι ἡ ζητουμένη δύναμις ΟΑ ἐκ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου ΟΑΓ (σχῆμα 3) ἔχομεν

$(\mathrm{O\Gamma})^2 = (\mathrm{A\Gamma})^2 + \chi^2$ ἢ $25^2 = 15^2 + \chi^2$ ἐξ οὗ $\chi = 20$

14 Ἴδε ἄσκησιν 11.

15 Τὸ βάρος τοῦ σώματος δέον νὰ ἀντικατασταθῇ ὑπὸ τῶν δύο συνιστωσῶν (στύλων) αἵτινες θὰ εἶναι παράλληλοι. Ἐπειδὴ δὲ θὰ ὑποβαστάζωσι βάρος ἴσον πρὸς τὸ $^1/_{10}$ τῆς ἀντοχῆς των διὰ τοῦτο ἡ ἀντοχὴ ἀμφοτέρων (δηλ. ἡ συνισταμένη των) θὰ εἶναι 1500 ὀκ. ἐκ δὲ τῶν τύπων.

$$\Sigma = \alpha_1 + \alpha_2 \quad \text{καὶ} \quad \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\mathrm{B\Gamma}}{\mathrm{A\Gamma}}$$

εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ἀντοχὴ τοῦ β′ στύλου εἶναι 1400 ὀκ. ἡ δὲ ἀπόστασίς του ἀπὸ τὸ κέντρον εἶναι

$$\frac{100}{1400} = \frac{\chi}{63} \text{ ἢ } \chi = 4{,}5 \text{ ἑκ.}$$

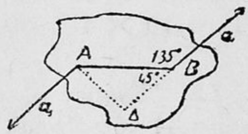
ἄρα ἡ ἀπόστασις τῶν δύο στύλων θὰ εἶναι $63+4{,}5=67{,}5$ ἑκ.

16 Ἐκ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου ΔΑΒ (σχῆμα 6) ἡ γωνία $B=60^0$ ἄρα ἡ γωνία Α θὰ εἶναι 30^0 καὶ ἐπομένως ἡ ἀπέναντί της πλευρὰ ΒΔ θὰ εἶναι τὸ ἥμισυ τῆς ὑποτεινούσης ΑΒ ἤτοι

$$(A\Delta)^2=30^2-15^2 \text{ ἐξ οὗ } A\Delta=\sqrt{675}=25{,}98$$

ἄρα ἡ ροπὴ τοῦ ζεύγους θὰ εἶγαι $25{,}98\times8=207{,}84$ χιλιόγραμμα.

17 Τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον ΔΑΒ θὰ εἶναι καὶ ἰσοσκελὲς διότι ἡ γωνία Β θὰ εἶναι 45^0 (σχ. 7) ἄρα $2\,(A\Delta)^2 = 30^2$ ἢ $A\Delta=\sqrt{450}=21{,}2$ ἄρα ἡ ροπὴ θὰ εἶναι $8\times21{,}2=169{,}6$ χιλιόγραμμα.

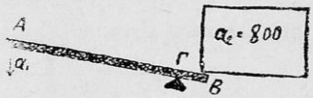


Σχῆμα 7.

18 Ἐκ τῆς σχέσεως

$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{B\Gamma}{A\Gamma}$ ἔχομεν (σχ. 8)

$\frac{\alpha_1}{800} = \frac{0{,}20}{1{,}00}$ ἐξ οὗ $\alpha_1 = 160$ χιλιόγρ.



Σχῆμα 3,

19 Ἂν ὁ μοχλὸς εἶναι β΄ εἴδους τότε ὁ μοχλοβραχίων τῆς μὲν ἀντιστάσεως θὰ εἶναι 0,20 μ. τῆς δὲ δυνάμεως 1,20 ὅτι θὰ ἔχωμεν :

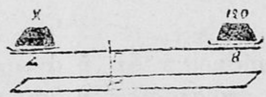
$$\frac{\alpha_1}{800} = \frac{0{,}20}{1{,}20}$$

$$\text{ἐξ οὗ } \alpha_1 = 133\frac{1}{3} \text{ χιλιόγρ.}$$

20 Ἔστω χ τὸ βάρος τοῦ σώματος. Ἔχομεν τὴν ἀναλογίαν (σχ. 9)

$$\frac{120}{\chi} = \frac{A\Gamma}{B\Gamma} \text{ ἢ } \frac{120}{\chi} = \frac{18}{30}$$

ἐξ ἧς $\chi = 200$ ὀκάδες.



Σχῆμα 9.

21 Ἂν Α, Β εἶναι τὰ βάρη τῶν δίσκων πρέπει νὰ εἶναι

$$160 + A = 200 + B.$$

δηλ. τὸ Α πρέπει νὰ εἶναι κατὰ 40 χιλιόγρ. βαρύτερον τοῦ Β.

22 Ἂν α καὶ β εἶναι τὰ μήκη τῶν φαλάγγων τοῦ ζυγοῦ θὰ ἔχωμεν παριστῶντες διὰ χ τὸ πραγματικὸν βάρος τοῦ σώματος.

α´) $$\frac{10}{\chi} = \frac{\alpha}{\beta} \qquad (1)$$

καὶ β´) $$\frac{14{,}4}{\chi} = \frac{\beta}{\alpha} \text{ ἢ } \frac{\chi}{14{,}4} = \frac{\alpha}{\beta} \qquad (2)$$

Ἐκ τῆς (1) καὶ (2) εὑρίσκομεν

$$\frac{10}{\chi} = \frac{\chi}{14{,}4} \text{ ἢ } \chi^2 = 144$$

ἐξ οὗ $\chi = 12$ χιλιόγραμμα.

23 Ἂν διὰ χ καὶ ψ παραστήσωμεν τὰ ἐπὶ τοῦ ἑτέρου δίσκου τιθέμενα βάρη εἰς τὰς δύο περιπτώσεις ἔχομεν

$$\frac{50}{\chi} = \frac{20}{22} \quad \text{καὶ} \quad \frac{50}{\psi} = \frac{22}{20}$$

Ἐκ τῆς α´ εὑρίσκομεν $\chi = 55$ ἐκ δὲ τῆς β´ $\psi = 45{,}45$ ἄρα ὁλόκληρον τό βάρος θὰ εἶναι $\chi + \psi = 100{,}45$ χιλιόγρ.

24 Ἔχομεν μοχλὸν α´ εἴδους εἰς ὅν ὁ μοχλοβραχίων τῆς μὲν δυνάμεως εἶναι 50 ἑκ τῆς δὲ ἀντιστάσεως 15 ἑκ. Ἄρα ἔχομεν τὴν ἀναλογίαν

$$\frac{50}{15} = \frac{300}{\chi}$$

ἐξ οὗ $\chi = 90$ χιλιόγραμμα

25 Ἐπειδὴ ἑκάστη ἐλευθέρα τροχαλία ἀπαιτεῖ δύναμιν ἴσην πρὸς τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ βάρους διὰ τοῦτο αἱ 5 τροχαλίαι θὰ ἀπαιτήσουν δύναμιν ἴσην μὲ τὸ $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$ τοῦ βάρους ἤτοι $\frac{400}{32} = 12{,}5$ ὀκ. Αἱ ἄνω 5 πάγιαι τροχαλίαι οὐδὲν ἀποτέλεσμα ἔχουν σχετικῶς μὲ τὴν καταναλισκομένην δύναμιν.

26 Ὁ τύπος ὁ παρέχων τὸ διανυθὲν διάστημα κατὰ τὴν πτῶσιν τῶν σωμάτων ἐν τῷ κενῷ εἶναι

$$\delta = \frac{1}{2} g\chi^2 \quad \text{ἢ} \quad \delta = \frac{1}{2} \times 9{,}81 \times 9^2$$

ἐξ οὗ $\delta = 397{,}305$ μέτρα.

27 α.΄) Ὁ τύπος ὁ παρέχων τὸ διανυθὲν διάστημα ἂν ὑπάρχῃ καὶ ἀρχικὴ ταχύτης εἶναι

$$\delta = \gamma\chi + \frac{1}{2} g\chi^2 \qquad \text{ἢ} \quad \delta = 20 \times 8 + 4{,}905 \times 8^2$$

ἐξ οὗ $\delta = 473{,}92$ μ.

β.΄) ἡ ταχύτης κατὰ τὸ 8΄΄ θὰ εἶναι

$$\tau = \gamma + g\,\chi \qquad \text{ἢ} \quad \tau = 20 + 78{,}48 = 98{,}48 \text{ μ.}$$

28 Αἱ ἐξισώσεις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων εἶναι

$$\tau = \gamma + g\chi \quad \text{καὶ} \quad \delta = \gamma\chi + \frac{1}{2} g\chi^2$$

ἐπειδὴ ὅμως τὸ σῶμα ἀνέρχεται διὰ τοῦτο ἡ ταχύτης του θὰ ἐλαττοῦται ἐνῶ τουναντίον θὰ αὐξάνῃ ἡ ἐνέργεια τῆς βαρύτητος. Ἂν δὲ ἡ ταχύτης του γίνῃ 0 τότε τὸ σῶμα θὰ παύσῃ ἀνερχόμενον. Ἄρα ὁ χρόνος τῆς ἀνόδου θὰ εἶναι

$$\gamma - g\chi = 0 \quad \text{ἢ} \quad 402 - g\chi = 0 \ (^*)$$

ἐξ οὗ $\chi = 41''$.

Τὸν αὐτὸν δὲ χρόνον θὰ κάμῃ ἵνα κατέλθῃ. Συνεπῶς μετὰ 82΄΄ θὰ πέσῃ.

β.΄) Τὸ διανυθὲν διάστημα κατὰ τὴν ἄνοδόν του θὰ εἶναι

$$\delta = \gamma\chi - \frac{1}{2} g\chi^2 \quad \text{ἢ} \quad \delta = 402 \times 41 - \frac{1}{2} \times 9{,}81 \times 41^2$$

ἐξ οὗ εἰς $\delta = 8236{,}7$ μ.

(*) Ἡ τιμὴ τοῦ g ἐτέθη ἀρνητικὴ διότι ἐλαττώνει τὴν ὅλην ταχύτητα ὡς ἐνεργοῦσα ἀντιθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τοῦ κινητοῦ ὅπερ κινεῖται πρὸς τὰ ἄνω.

29 Ὁ τύπος ὁ δίδων τὸν χρόνον τῆς ἁπλῆς αἰωρήσεως εἶναι

$$T = \pi \sqrt{\frac{\mu}{g}}$$

ἐξ οὗ $g = \frac{\pi^2 \mu}{T^2}$ ἢ g $3{,}1416^2 \times 0{,}994 = 9{,}81$ μ.

30 Ἔχομεν $50 \times 20 \times 75 = 75000$ χιλιογραμμομέτρα.

31 Ἔχομεν 1 ἀτμόϊππος$=0{,}736$ Kw καὶ $120 \times 0{,}736 = 88{,}330$ Kw.

Β΄

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

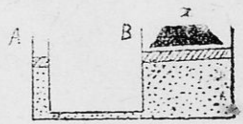
32 Ἡ δύναμις τῶν 5 χιλιογρ. γίνεται ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβολέως 20 χιλιογρ. ἐπὶ δὲ τοῦ μεγάλου $20 \times 100 = 2000$ χιλιόγραμμα.

33 Αἱ πιέσεις εἶναι ἀνάλογοι τῶν ἐπιφανειῶν. Ὁ λόγος τῶν δύο ἐπιφανειῶν εἶναι (σχ. 10).

$$\frac{\pi\alpha^2}{\pi A^2} = \frac{\alpha^2}{A^2} \quad \frac{36}{40000}$$

Ἤδη α.΄) ἂν παραστήσωμεν διὰ χ τὴν πίεσιν τοῦ β΄ δοχείου ἔχομεν λόγον τῶν δύο πιέσεων 270 : χ ἄρα

$$\frac{36}{40000} = \frac{270}{\chi}$$



Σχῆμα 10.

ἐξ οὗ $\chi = 300$ χιλιόγρ.

Ἄρα $300 - 120 = 180$ χιλιόγρ. πρέπει νὰ θέσωμεν ἀκόμη εἰς τὸν ἐμβολέα Β

β) Ἔχομεν $\frac{36}{40000} = \frac{9270}{\chi}$

ἐξ οὗ $\chi = 10300$ χιλιόγρ. Ἄρα $10300 - 120 = 10180$ χιλιόγραμμα δέον νὰ θέσωμεν ἀκόμη.

34 Εἰς ἕκαστον πιεστήριον ἀναλογεῖ βάρος 562,5 τόννων. Ἔστω χ ἡ ἐξασκουμένη πίεσις ἐπὶ ἑκάστου. Ἔχομεν

$$\frac{1}{100} = \frac{\chi}{562{,}5} \text{ ἢ } \chi = 5625 \text{ χιλιόγρ.}$$

Σχῆμα 11.

35 Ἡ ἐπὶ πλέον ἄνωσις τοῦ ὕδατος εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος τῆς στήλης αβγδ. (σχ. 11) ἤτι :

$50 \times 18 = 900$ γραμ.

36 Ἔχομεν ὄγκον στήλης αβγδ=900 κυβ. ἑκ. (*). Ἄρα $900 \times 1{,}84 = 1656$ γραμ.

37 α΄) Ὁ ὄγκος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος, (δηλ. ὁ ὄγκος του ἐντὸς τοῦ ὕδατος μέρους τοῦ σωλῆνος) πρέπει νὰ εἶναι 580 κυβ. ἑκατ. Ἄρα τὸ ἐντὸς τοῦ ὕδατος ὕψος τοῦ σωλῆνος θὰ εἶναι $580 : 40 = 14{,}5$ ἑκ.

β΄) Τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος θὰ εἶναι $40 \times 24 = 960$ γραμμάρια. Ἄρα πρέπει νὰ προσθέσωμεν $960 - 80 = 880$ γραμ.

38 α.΄) Ὁ ὄγκος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑδραργύρου θὰ εἶναι $580 : 13{,}6 = 42{,}65$ κυβ. ἑκ. Ἄρα τὸ ὕψος τοῦ ἐντὸς τοῦ ὑδραργύρου σωλῆνος θὰ εἶναι $42{,}65 : 40 = 1{,}066$ ἑκ.

β.΄) Ἔχομεν $40 \times 24 \times 13{,}6 = 13056$ γραμ. Ἄρα πρέπει νὰ προσθέσωμεν $13056 - 80 = 12976$ γραμ.

39 Ἂν χ εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος τότε ὁ ὄγκος του θὰ εἶναι $\frac{188}{\chi}$. Ἑπομένως τὸ βάρος τοῦ ὕδατος θὰ αὐξηθῇ κατὰ $\frac{188}{\chi}$ γραμμάρια ἤτοι θὰ ἔχωμεν

$$\frac{188}{\chi} + 250 = 410$$

ἐξ οὗ $\chi = 1{,}175$.

40 Τὸ βάρος Β, ὁ ὄγκος Ο καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος ε συνδέοντται διὰ τῆς σχέσεως $B = O \times \varepsilon$

ἐπειδὴ δὲ τὸ γραμ. ἀντιστ. πρὸς τὸ κυβ. ἑκατ. ὡς πρὸς τὸν ὄγκ.
τὸ χιλ. » » » κυβ.δέκατ. » » » »
ὁ τόνος » » » κυβ. μέτρ. » » » »

διὰ τοῦτο αἱ 16 ὀκ.$=16 \times 1{,}28 = 20{,}48$ χιλιόγρ. καὶ ἄρα

$$O = \frac{20{,}48}{8} = 2{,}56 \text{ κυβικὰ δέκατα}$$

(*) Ὅταν πρόκειται περὶ ὕδατος ὁ ὄγκος καὶ τὸ βάρος ἐκφράζονται διὰ τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ ὅστις ἂν εἰς τὸ βάρος παριστᾶ γραμμάρια εἰς τον ὄγκον θὰ παριστᾶ κυβ. ἑκατοστὰ (καθόσον εἰδ. βάρος τοῦ ὕδατος εἶναι ἡ μονὰς) ἰδὲ καὶ λύσιν ἀσκήσεως 40.

41 Ἔχομεν Β=4,6×4=18,4 χιλιόγρ. ἢ 18,4 : 1,28 = 14,375 ὀκάδες.

42 Ὁ ὄγκος τοῦ σώματος εἶναι 150 κυβ. ἑκατοστὰ (ἀρχὴ Ἀρχιμήδους). Ἄρα τὸ βάρος του εἶναι

$$Β = 150 \times 7,8 = 1170 \text{ γραμ.}$$

43 Ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας θὰ εἶναι

$$0 = \frac{120}{0.8} = 150 \text{ κυβ. ἑκατοστά.}$$

ἄρα τὸ βάρος της εἶναι Β = 150×8,8 = 1320 γραμ.

44 Τὸ βάρος τοῦ ἐλαίου εἶναι Β=20×0,915=18,3 γραμ. τὸ βάρος τοῦ σώματος θὰ εἶναι 18,3×5=91,5 γρ.

τὸ δὲ εἰδικὸν βάρος του, $Ε = \frac{91,5}{20} = 4,575.$

45 Κατὰ τὰ προβλήματα α΄ εἴδους μείξεως ἔχομεν

0,8		0,085	85	17
	0,915			
1		0,115	115	23

ἄρα πρέπει νὰ λάβωμεν 17 ὄγκους οἰνοπνεύματος καὶ 23 ὄγκους ὕδατος.

46 Τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος, ἄρα καὶ τὸ βάρος τοῦ σώματος εἶναι 2×2×0,8=3,2 τόνοι ὁ δὲ ὄγκος του εἶναι $2^3 = 8$ $μ^3$. Ἄρα τὸ εἰδικὸν βάρος του εἶναι

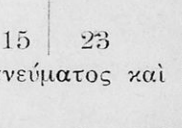
$$ε = \frac{3.2}{8} = = 0,4$$

47 Τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑδραργύρου ἄρα καὶ τοῦ σώματος εἶναι 2×2×0,8×13,6=43,52 τόν. τὸ δὲ εἰδικὸν βάρος του εἶναι $\frac{43,52}{8} = 5,44.$

48 Καλέσωμεν τὴν ἀπόστασιν αγ=χ. (σχ. 12) τότε ἡ γβ=30—χ. Τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως εἶναι

12×12=144 τετρ. ἑκ. Ἄρα 144 × 13,6χ + 144 × 0,8(30 - χ) = 40320

ἐξ οὗ χ=20 καὶ ἄρα βγ=10.



Σχῆμα 12.

49 Βάρος ὑδραργύρου $30 \times 8 \times 13{,}6 = 3264$ γραμ.
» ὕδατος $30 \times 8 = 240$ »
» οἰνοπνεύμ. $30 \times 8 \times 0{,}915 = 219{,}6$ »

50 Ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας (δηλ. τοῦ ἐκτοπιζομένου ἐλαίου θὰ εἶναι $0 = \frac{38{,}43}{0{,}915} = 42$ κυβ. ἑκ.
καὶ ἄρα τὸ βάρος της θὰ εἶναι $B = 42 \times 7{,}3 = 306{,}6$ γραμ.

51 Ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας εἶνα $203{,}4 - 160{,}4 = 43$ κυβ. ἑκ. τὸ δὲ βάρος της ἂν εἶναι συμπαγὴς πρέπει νὰ εἶναι $43 \times 11{,}3 = 485{,}9$ γραμ. καὶ ἐπειδὴ εἶναι μόνον 203,4 γρ. ἕπεται ὅτι εἶναι κοίλη ἡ δὲ ἐσωτερικὴ κοιλότης ἀντιστοιχεῖ εἰς βάρος $485{,}9 - 203{,}4 = 282{,}5$ γρ. Ἄρα ὁ ὄγκος της θὰ εἶναι $0 = \frac{282{,}5}{11{,}3} = 25$ κυβ. ἑκατοστά.

52 Ἔστω χ ὁ ὄγκος τοῦ σώματος. Τὸ βάρος του θὰ εἶναι ἀφ᾽ ἑνὸς $(0{,}8\,\chi + 22)$ καὶ ἀφ᾽ ἑτέρου $(\chi + 20.)$ Ἄρα

$$0{,}8\,\chi + 22 = \chi + 20$$

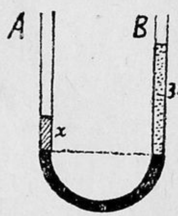
ἐξ οὗ $\chi = 10$ κυβ. ἑκατοστά. Τὸ δὲ βάρος του θὰ εἶναι 30 γραμμάρια καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος του

$$\varepsilon = \frac{30}{10} = 3$$

53 Ἔστω χ ἑκ. τὸ ἐπὶ πλέον ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου (σχ. 13). Γνωρίζομεν ὅτι τὰ ὕψη εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα τῶν πυκνοτήτων των. Ἄρα ἔχομεν

$$\frac{1{,}84}{13{,}6} = \frac{\chi}{34}$$

ἐξ οὗ $\chi = 4{,}6$ ἑκ.

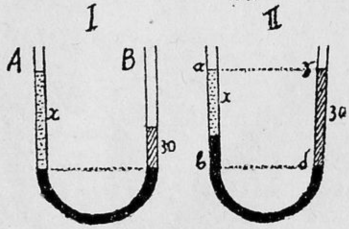


Σχῆμα 13.

54 Ἔστω χ τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ οἰνοπνεύματος (σχ. 14 I.)

Ἔχομεν α.´ $\frac{0{,}8}{1{,}84} = \frac{30}{\chi}$

ἐξ οὗ $\chi = 69$ ἑκατοστά.



Σχῆμα 14

β.´) Αἱ στῆλαι αβ καὶ γδ (σχ. 14 ΙΙ) πρέπει νὰ εἶναι ἴσαι ὡς πρὸς τὸ βάρος ὡς ἰσορροποῦσαι. Τὸ βάρος τῆς αβ εἶναι

$$0{,}8\chi + 13{,}6\ (30 - \chi)$$

τῆς δὲ β´ εἶναι $30 \times 1{,}84$ (*)

Ἄρα $0{,}8\chi + 13{,}6\ (30 - \chi) = 30 \times 1{,}84$

ἐξ οὗ $\chi = 27{,}5625$ ἑκατοστά.

55 Αἱ 850 ὀκ. ἰσοδυναμεῖ μὲ 1088 χιλιόγραμμα. Ἄρα ὁ ὄγκος τοῦ πάγου θὰ εἶναι

$$1088 : 0{,}92 = 1182{,}6 \text{ κυβ. δέκατα.}$$

(*) Κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ βάρους ἐλήφθη ὑπ' ὄψιν τὸ ὕψος καὶ ὄχι ὁ ὄγκος καθόσον αἱ βάσεις τῶν σωλήνων εἰναι ἴσαι καὶ ἑπομένως οἱ ὄγκοι εἶναι ἀνάλογοι τῶν ὑψῶν.

Γ.΄

ΑΕΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

56 Ἔχομεν 760—325=335 καὶ 335×10,5=3517,5 μέτρα.

57 Ἔχομεν 2982 : 10,5=284 καὶ 760—284=476 χιλιοστά.

58 Ἔχομεν α.΄) 1033×125=129125 γραμμάρια.

β.΄) Εἰς ὕψος 850,5 μέτρων τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης θὰ εἶναι 850,5 : 10,5=81 καὶ 76—8,1=67,9 ἑκατοστὰ τὸ δὲ βάρος της θὰ εἶναι 67,9×13,6=923,44 γραμμάρια. Ἄρα ἡ ἀτμοσφαιρ. πίεσις θὰ εἶναι 923,44×125=115430 γραμ.

59 Ἴδε λύσιν ἀνωτέρω προβλήματος

60 Ἡ ἀτμοσφ. πίεσις εἶναι 1033 γραμ. ἄρα 1033 κυβ. ἑκ. ὄγκον πρέπει νὰ ἔχῃ τὸ εἰς τὸν σωλῆνα τοῦ Τοριτσέλλι ὕδωρ καὶ ἐπειδὴ ἡ βάσις του εἶναι ἑνὸς τετρ. ἑκ. διὰ τοῦτο τὸ ὕψος του θὰ εἶναι 1033 ἑκ. ἢ 10,33 μέτρα.

61 Ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἰς ὕψος 2100 μ. εἶναι 56 ἑκ. ἢ εἰς βάρος 56×13,6=761,6 γραμ.
Ἄρα ὁ ὄγκος του ἐντὸς τοῦ σωλῆνος θειϊκοῦ ὀξέως θὰ εἶναι 761,6 : 1,84=413,9 κυβ. ἑκατοστὰ καὶ τὸ ὕψος του θὰ εἶναι 413,9 ἑκ. ἢ 4,139 μέτρα (ἴδε λύσιν ἀσκήσεως 60).

62 Ἂν V, V_1 εἶναι οἱ ὄγκοι καὶ P, P_1 αἱ πιέσεις ἔχομεν (*) $\frac{V}{V_1} = \frac{P_1}{P}$ ἢ $\frac{1}{5} = \frac{\chi}{4}$.

ἐξ οὗ χ=0,8 ἀτμοσφ. ἢ 608 χιλιοστά.

63 Ὁ ὄγκος τῶν δύο δοχείων εἶναι
τοῦ α΄ $\pi\alpha^2 \upsilon$ = 3,1416 × 900 × 80=226195,2 κυβ. ἑκ.
τοῦ β΄ $\pi\alpha^2 \upsilon$ = 3,1416 × 400 × 60= 75398,4 κυβ. ἑκ.

(*) Κατὰ τὸν νόμον τοῦ Mariotte αἱ πιέσεις εἶναι ἀντιστρ. ἀνάλογος τῶν ὄγκων ἢ τὸ γινόμενον τοῦ ὄγκου ἐπὶ τὴν πίεσιν εἶνε σταθερὸν δηλ. $PV=P_1V_1$

Ἤδη κατὰ τὰ προβλήματα α΄ εἴδους μίξεως ἔχομεν

226195,2 x 5 = 1130976
75398,4 x 20 = 1507968
301593,6 2638944 : 301593,6 = 8,75 ἀτμοσφ.

Σημ. Ἂν ἀναμιγνύωμεν πολλὰ ἀέρια ὑπὸ διαφόρους ὄγκους καὶ πιέσεις ἀρκεῖ νὰ προσθέτωμεν τὰ γινόμενα τοῦ ὄγκου ἐπὶ τὴν πίεσιν ἑκάστου καὶ τὸ ἐξαγόμενον νὰ διαιροῦμεν διὰ τοῦ κοινοῦ ὄγκου. Ἤτοι ἂν V_1, V_2, V_3 εἶναι οἱ ὄγκοι καὶ P_1, P_2, P_3 αἱ πιέσεις τοῦ δὲ μίγματος ὁ ὄγκος εἶναι V καὶ ἡ πίεσις P τὸ γινόμενον PV τοῦ μίγματος πρέπει νὰ εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἄθροισμα $P_1V_1+P_2V_2+P_3V_3$ ἤτοι $PV=P_1V_1+P_2V_2+P_3V_3$ ἐξ οὗ

$$P = \frac{P_1V_1+P_2V_2+P_3V_3}{V}.$$

64 Τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀέρος (ἄρα ἡ ἄνωσις τοῦ ἀεροστάτου) εἶναι 50000×1,293=64650 γραμ.

Τὸ βάρος τοῦ περιεχομένου ἀερίου εἶναι

50000×0,59×1,293=38143,5 γραμ.

Τὸ συνολικὸν βάρος τοῦ ἀεροστάτου εἶναι

38143,5 + 18000 = 56143,5 γραμ.

Ἄρα ἵνα τοῦτο ἰσορροπήσῃ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς πρέπει νὰ προστεθῇ 64650—56143,5=8506,5 γραμμάρια.

65 Ἡ ἐπιφάνεια καὶ ὁ ὄγκος τοῦ ἀεροστάτου εἶναι α΄) $4\pi\alpha^2=12,5664$ μ² καὶ β΄) $\frac{4}{3}\pi\alpha^3=4,1888$ μ³

Τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀέρος εἶναι

4188,8 × 1,293 = 5416,11 γραμ.

Τὸ βάρος τοῦ περιεχομένου ὑδρογόνου εἶναι

4188,8×0,0694×1,293=375,87 γραμ.

Τὸ βάρος τῶν τοιχωμάτων τῆς σφαίρας εἶναι

12,5664×100=1256,64 γραμ.

Τὸ ὁλικὸν βάρος τοῦ ἀεροστάτου εἶναι 4832,51 γραμ. Ἄρα πρέπει νὰ προσθέσωμεν 5416,11—4832,51=583,60 γραμ.

66 Τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀέρος πρέπει νὰ εἶναι 4832,51 γραμ. ὁπότε τὸ εἰδικὸν βάρος αὐτοῦ πρέπει νὰ εἶναι

4832,51 : 4188,8=1,1537 γραμ.

Ἄρα χάνει βάρος 1,293—1,1537=0,1393 γρ. καὶ ἐπειδὴ ἡ πυκνότης του ἐλαττοῦται κατὰ 0,0005 κατὰ μέτρον διὰ τοῦτο ὁ ἀὴρ χάνει βάρος 1,293×0,0005=0,0006465 γρ. κατὰ μέτρον. Ἄρα τὸ ἀερόστατον πρέπει νὰ φθάσῃ εἰς ὕψος 0,1393 : 0,0006465=200 μ.

67 Ἂν ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ εἰδ. βάρος τοῦ ἀερίου εἶναι ἡ μονὰς τότε 500 χιλιόγρ. εὑρίσκονται ὑπὸ πίεσιν 2 ἀτμοσφ. Ἵνα δὲ ἡ πίεσις γίνῃ μιᾶς ἀτμοσφαίρας πρέπει εἰς τὸν αὐτὸν χῶρον νὰ εὑρίσκωνται 250 χιλιόγρ. ἀερίου καὶ διὰ 8 ἀτμοσφ. 8×250=2000 χιλιόγρ. Ἄρα πρέπει νὰ εἰσαγάγωμεν ἀκόμη 1500 χιλιόγρ. ἅτινα ἰσοδυναμοῦν πρὸς τὸν τριπλάσιον τοῦ ὑπάρχοντος ὄγκου.

68 Ἡ πίεσις τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ ἔχῃ ὁ ἐντὸς ἀὴρ εἰς ὕψος 1050 μ. εἶναι:
1050 : 10,5 = 100 χιλιοστὰ καὶ 760—100=660 χιλιοστά. Ἤδη διότι αἱ πιέσεις εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τοὺς ὄγκους ἔχομεν: $\frac{760}{660} = \frac{\chi}{30}$ καὶ $\chi = 34{,}54$ μ³.
Ἄρα ὁ ὄγκος θὰ αὐξηθῇ ἀκόμη κατὰ 4,54 μ³.

69 Ἂν χ εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ σιδήρου καὶ ψ τῆς σφαίρας τότε τὸ πραγματικὸν βάρος τοῦ μὲν σιδήρου εἶναι:

$$7{,}8\,\chi - 0{,}0013\,\chi$$

τῆς δὲ σφαίρας $4\,\psi - 0{,}0013\,\psi$

Ἄρα $7{,}8\chi - 0{,}0013\chi = 4\psi - 0{,}0013\psi$ ἢ $\frac{\chi}{\psi} = \frac{39987}{77987}$.

70 Ἂν δὲν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ ἄνωσις τοῦ ἀέρος τότε ἔχομεν λόγον τῶν ὄγκων:

$$7{,}8\,\chi = 4\,\psi \quad \text{ἢ} \quad \frac{\chi}{\psi} = \frac{20}{39}$$

71 Ἡ ἐπιφάνεια τῆς τομῆς τῶν ἡμισφαιρίων εἶναι

$$\pi\alpha^2 = 314{,}16 \text{ τετρ. ἑκ.}$$

Διότι ἡ ἐξασκηθησομένη δύναμις θὰ εἶναι ἐκ διαμέτρου ἀντίθετος καὶ θὰ ἐνεργῇ καθέτως ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς τομῆς διὰ τοῦτο πρέπει νὰ ὑπολογίσωμεν τὰς ἐπὶ τῆς τομῆς ἐξασκουμένας πιέσεις, ἤτοι :

ὁλικὴ ἐξωτερ. πίεσις $74 \times 13{,}6 \times 314{,}16 = 316170{,}6$ γραμ.
» ἐσωτερ. » $20 \times 13{,}6 \times 314{,}16 = 85451{,}5$ γραμ
διαφορὰ $230719{,}1$ γραμ.

Ἄρα πρέπει νὰ ἐξασκηθῇ ἐφ᾽ ἑκατέρου ἡμισφαιρίου δύναμις ἴση μὲ 230,719 χιλιόγραμμα.

72 Ὄγκος οἰνοπν. $30 \times 30 \times 120 = 108000$ κυβ. ἑκ.
βάρος » $108000 \times 0{,}8 = 86400$ γραμ.
βάρος οἰνοπν. καὶ πώματος $86400 + 11700 = 98100$ γραμ.
βάρος ἀναλογοῦν εἰς ἓν τετρ. ἑκ. $98100 : 900 = 109$ γραμ.
ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις $72 \times 13{,}6 = 979{,}2$ γραμ.
ὁλικὸν βάρος ἐπὶ ἑνὸς τετρ. ἑκ. $109 + 979{,}2 = 1088{,}2$ γραμ.
Ἄρα ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ βαρομετρικοῦ σωλῆνος θὰ εἶναι :

$$1088{,}2 : 13{,}6 = 80 \text{ ἑκ.}$$

73 Ἂν παραστήσωμεν διὰ τοῦ 100 τὸν ὄγκον τοῦ μίγματος καὶ διὰ τοῦ χ τὸν τοῦ ὀξυγόνου τότε ὁ ὄγκος τοῦ μὲν ἀέρος θὰ εἶναι 200 τοῦ δὲ διοξειδίου τοῦ θείου (100—χ)

Ἄρα ἔχομεν :

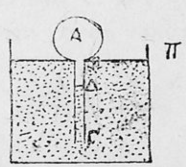
$$1{,}1056\chi + 2{,}2222(100-\chi) = 200$$

ἐξ οὗ $\chi = 19{,}9$.

Ἄρα οἱ ὄγκοι τοῦ μὲν ὀξυγόνου εἶναι 19,9% τοῦ δὲ διοξειδίου τοῦ θείου 80,1%.

74 Κατὰ τὸν νόμον τοῦ Mariotte τὸ γινόμενον τῆς πιέσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον διὰ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν εἶναι σταθερόν. Ὁ ὁλικὸς ὄγκος τῆς σφαίρας Α καὶ τοῦ σωλῆνος ΒΓ εἶναι (σχ. 15)

$$2000 + 60 = 2060 \text{ κυβ. ἑκ.}$$



Σχῆμα 15.

μετὰ δὲ τὴν εἴσοδόν της εἰς τὸ δοχεῖον Π εἶναι (2060 — χ) κυβ. ἑκ. ἂν χ καλέσωμεν τὸ ὕψος ΓΔ τοῦ ἐν τῷ σωλῆνι εἰσελθόντος ὑδραργύρου (τομὴ σωλῆνος 1 τετρ. ἑκ.) Ἡ πίεσις πρὸ τῆς εἰσόδου τῆς σφαίρας εἰς τὸ δοχεῖον Π εἶναι 76 ἑκ. μετὰ δὲ τὴν εἴσοδόν της αὐξάνει κατὰ τὸ βάρος τῆς στήλης ὑδραργύρου ΒΔ κατὰ τὴν ἀρχὴν τοῦ Ἀρχιμήδους διότι αὐτὸ εἶναι τὸ βάρος τοῦ ὑπὸ τοῦ σωλῆνος ἐκτοπιζομένου ὑδραργύρου Ἡ στήλη ΒΔ ἔχει ὄγκον (60 - χ) κυβ. ἑκ. Ἡ πίεσις λοιπὸν θὰ εἶναι

$$76 + 60 - \chi = 136 - \chi \text{ ἑκ.}$$

Ἄρα θὰ ἔχωμεν

$$2060 \times 76 = (2060 - \chi)\ (136 - \chi)$$

$$\text{ἢ} \qquad \chi^2 - 2196\chi + 123600 = 0$$

ἐξ ἧς εὑρίσκουεν $\chi' = 57{,}8$ ἑκ. καὶ $\chi'' = 2138{,}2$ ἑκ. Ἐκ τῶν δύο ριζῶν ἡ πρώτη ἐπαληθεύει τὸ πρόβλημα. Ἄρα τὸ ὕψος ΓΔ=57,8 ἑκ.

75 Ἂν ὁ ὑδράργυρος ἀντικατασταθῇ διὰ οἰνοπνεύματος καὶ παραστήσωμεν πάλιν διὰ χ τὸ ὕψος τῆς στήλης ΓΔ τότε πρὸ τῆς εἰσόδου τοῦ σωλῆνος εἰς τὸ οἰνόπνευμα ἔχομεν ὄγκον 2060 κυβ. ἑκ. καὶ πίεσιν $76 \times 13{,}6 = 1033$ γρ. μετὰ δὲ τὴν εἴσοδον ὁ μὲν ὄγκος γίνεται (2060-χ) κυβ. ἑκ. ἡ δὲ πίεσις αὐξάνουσα κατὰ τὸ βάρος οἰνοπν. τῆς στήλης ΒΔ γίνεται·

$$76 \times 13{,}6 + 0{,}8(60 - \chi) = 1081 - 0{,}8\chi$$

Ἄρα ἔχομεν

$$2060 \times 1033 = (2060 - \chi)(1081 - 0{,}8\chi)$$

$$\text{ἢ } 8\chi^3 - 27290\chi + 988800 = 0$$

ἐξ οὗ $\chi = 36{,}6$ ἑκ.

Δ΄

ΘΕΡΜΟΤΗΣ

76 Τὸ διώνυμον τῆς γραμμικῆς διαστολῆς τῶν σωμάτων εἶναι

$$M = \mu(1 + \lambda\vartheta)$$

ἔνθα M εἶναι τὸ μετὰ τὴν διαστολὴν μῆκος τοῦ σώματος μ τὸ ἀρχικὸν μῆκος, λ ὁ συντελεστὴς διαστολῆς καὶ ϑ ἡ θερμοκρασία. Ἄρα ἔχομεν

$$M = 20\ (1 + 0.003) = 20{,}06\ \mu.$$

77 Ἐφαρμόζοντες τὸν τύπον τῆς γραμμικῆς διαστολῆς εὑρίσκομεν

α΄	μῆκος	σιδήρου	1,0075 μ.
β΄	»	χαλκοῦ	1,0080 μ.
γ΄	»	ἀργύρου	1,0093 μ.

78 Ἐκ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου (σχ. 16) ΔΕΑ ἔχομεν ΔΑ = 100 ἑκ. ΔΕ = 10 ἑκ. Ἄρα

$$(AE)^2 = 100^2 + 10^2$$

καὶ ΑΕ = 100,498 ἑκ.

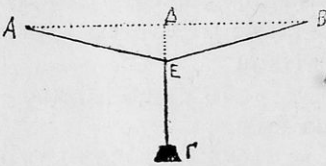
Ἄρα ΑΕΒ = 200,996 ἑκ. ἢ 2,00996 μ.

Ἤδη ἐκ τύπου :

$$M = \mu\ (1 + \lambda\vartheta)$$

ἔχομεν

$$2{,}00996 = 2\ (1 + 0{,}000014\vartheta) \quad \text{ἐξ οὗ } \vartheta = 355^\circ{,}7.$$



Σχῆμα 16.

79 Ἔχομεν $V = v(1 + \varkappa\vartheta)$ ἔνθα κ = κυβ. συντελ. διαστολῆς (*) ἢ

$$V = 2000(1 + 0{,}00005 \times 60)$$

ἐξ οὗ V = 2006 κυβ. ἑκ.

Ἄρα ὁ ὄγκος θὰ αὐξηθῇ κατὰ 6 κυβ. ἑκατοστά.

80 Ἔχομεν

$$\frac{100^0}{120^0}\ C = \frac{80^0}{\chi}\ R$$

(*) Ὁ κυβικὸς συντελεστὴς διαστολῆς λαμβάνεται κατὰ προσέγγισιν τριπλάσιος τοῦ γραμμικοῦ.

ἐξ οὗ $\chi = 96^\circ$ R

καὶ $$\frac{100^\circ \text{ C}}{120} = \frac{180 \text{ F}}{\chi}$$

ἐξ οὗ $\chi = 216 + 32 = 248^\circ$ F

81 Ἐργαζόμεθα ὁμοίως ὡς ἀνωτέρω.

82 Ἔχομεν $356 - 32 = 324$ καὶ

$$\frac{180}{324}\text{ F} = \frac{100}{\chi}\text{ C}$$

ἐξ οὗ $\chi = 180^\circ$ C. Ὁμοίως 324 F $= 144^\circ$ R

83 Ἂν ἀναγάγωμεν τὰς θερμοκρασίας ἀμφοτέρων εἰς βαθμοὺς Κελσίου ἔχομεν α΄ 80° καὶ β΄ $87^\circ{,}5$ ἄρα θερμότερον εἶναι τὸ β΄ κατὰ $7^\circ{,}5$ C.

84 Ἐκ τοῦ τύπου τοῦ παρέχοντος τὴν ποσότητα θερμότητος $Q = mc(\vartheta_2 - \vartheta_1)$

ἔχομεν $280 = 30 \times c \times 8$

ἐξ οὗ $c = 1{,}166$

85 Ἡ ποσότης θερμότητος Q μᾶς δίδεταί διὰ τοῦ τύπου : $Q = mc(\vartheta_2 - \vartheta_1)$

ἔνθα c εἶναι ἡ εἰδ. θερμότης (καὶ m c ἡ θερμοχωρητικότης). Εἶναι δὲ $m = 150 \times 2{,}7 = 405$ γραμ.

Ἄρα $Q = 405 \times 0{,}21 \times 12 = 1020{,}60$ μικρ. θερμίδας.

86 Πρέπει ἡ ποσότης θερμότητος ἣν λαμβάνει τὸ σῶμα νὰ εἶναι ἴση μὲ ἐκείνην τὴν ὁποίαν χάνουν ὁμοῦ τὸ θερμιδόμετρον καὶ τὸ ὕδωρ : ἤτοι ἐκ τοῦ τύπου

$$Mc(\theta_1 - \theta_0) = M'c'(\theta_2 - \theta_1) + \mu(\theta_2 - \theta_1)$$

ἔχομεν

$$200 \times c \times 5 = 20 \times 0{,}26 \times 7 + 100 \times 7$$

ἐξ οὗ $c = 0{,}7364$

87 Ἐκ τοῦ νόμου τοῦ Gay - Lussac γνωρίζομεν ὅτι τὸ γινόμενον τοῦ ὄγκου V ἐπὶ τὴν πίεσιν P αὐξάνει κατὰ $\frac{1}{273}$ εἰς ἕνα βαθμὸν Κελσίου, ὅταν ὡς ἀρχικὴ θερμοκρασία ληφθῇ τὸ 0^0. Ἔχομεν δηλαδή :

$$PV = P_0 V_0\left(1 + \frac{\vartheta}{273}\right) \quad (1)$$

ἢ διότι ὁ ὄγκος V εἶναι σταθερὸς ἔχομεν

$$P = P_0 \left(1 + \frac{\vartheta}{273}\right)$$

ἐξ οὗ εὑρίσκομεν $P = 2\left(1 + \frac{25}{273}\right) = 2{,}183$ ἀτμοσφ.

Ἄρα ἡ πίεσις θὰ αὐξηθῇ κατὰ 0,183 ἀτμοσφ.

88 Διότι ἡ πίεσις P θὰ ἦτο σταθερὰ θὰ εἴχομεν

$$V = V_0\left(1 + \frac{\vartheta}{273}\right)$$

ἐξ οὗ εὑρίσκομεν $V = 30\left(1 + \frac{25}{273}\right) = 32{,}747$ μ^3.

89 Ἐκ τοῦ τύπου (1) τῆς ἀσκήσεως 87 εὑρίσκομεν τὸ γινόμενον P_0V_0 τοῦ ὄγκου ἐπὶ τὴν πίεσιν εἰς θερμοκρασίαν 0^0 ἤτοι :

$$100 = P_0V_0\left(1 - \frac{20}{273}\right) \quad \text{ἐξ οὗ } P_0V_0 = \frac{27300}{253}$$

εἶτα δὲ ἐκ τοῦ αὐτοῦ τύπου γνωρίζοντες τὸ P_0V_0 εὑρίσκομεν

$$12V = \frac{27300}{253}\left(1 - \frac{10}{273}\right)$$

ἤτοι $V = 8{,}66$ μ^3.

90 Ἔχομεν $15 \times 80 = 1200$ θερμ.

91 Ἔχομεν $41{,}6 \times 21{,}5 = 894{,}4$ μεγ. θερμίδας.

92 Ἡ θερμοκρασία τήξεως τοῦ πάγου εἶναι 80 θερμίδες. Ἄρα ὁ πάγος ἀπαιτεῖ $5 \times 80 = 400$ μεγ. θερμ. διὰ τὴν τῆξιν του. Ἂν χ εἶναι τὸ βάρος τοῦ ὕδατος τοῦτο θὰ χάσῃ 50χ μεγάλας θερμίδας. Ἄρα

$$50\chi = 400 \quad \text{καὶ} \quad \chi = 8 \text{ χιλιόγρ.}$$

93 Ἂν χ εἶναι θερμοκρασία τοῦ μίγματος τότε ὁ μὲν πάγος θὰ λάβῃ θερμότητα 2×80 μεγ. θερμ. διὰ νὰ τακῇ καὶ 2χ μεγ. θερμ. ἵνα φθάσῃ εἰς χ^0. Τὸ δὲ ὕδωρ θὰ χάσῃ $6(90 - \chi)$ μεγ. θερμ. Ἄρα.

$$6(90 - \chi) = 2\chi + 160$$

ἐξ οὗ $\chi = 47^0{,}5$.

94 Ἂν χ εἶναι ἡ ζητουμένη θερμοκρασία ἔχομεν

$$25(\chi - 10) = 5(50 - \chi)$$

ἐξ οὗ $\chi = 16^{0},66$.

95 Ἂν χ εἶναι ἡ θερμοκρασία τοῦ μίγματος ἔχομεν

$$10(50-\chi)=30\times 0,58(\chi-8)$$

ἐν οὗ $\chi = 23^{0},3$.

96 Ἂν χ εἶναι ἡ ζητουμένη θερμοκρασία ἔχομεν

$$400(\chi-8) = 60\times 0,095(160-\chi)$$

ἐξ υὗ $\chi=10^{0},13$.

97 Ἐκ τοῦ τύπου τῆς ἀσκήσεως 86 ἔχομεν

$$30 \times 0,11\times 45 = M'c'\times 5 + 20 \times 5$$

ἐξ οὗ $M'c'=9,7$ θερμίδας.

Σημ. Ἂν ἡ μᾶζα Μ΄ τοῦ θερμιδομέτρου ἦτο γνωστὴ ἔστω $M'=10$ γραμμ. τότε ἡ εἰδ. θερμότης του θὰ ἦτο 0,97.

98 Ἂν χ εἶναι τὸ βάρος τοῦ μολύβδου καὶ ψ ἡ εἰδ. θερμότης τοῦ ἐλαίου θὰ ἔχωμεν διαδοχικῶς.

$$\alpha' \quad 10(12,5-8) = 0,031\chi(80-12,5)$$

ἐξ οὗ τὸ βάρος χ τοῦ μολύβδου εἶναι 21,5 γραμ.

$$\beta' \quad 8\psi(29-15) = 21,5\times 0,031\,(80-29)$$

ἐξ οὗ $\psi = 0,3035$.

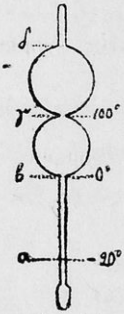
99 Ὁ ὄγκος τοῦ μέρογς αβ (σχ. 17) τοῦ θερμομέτρου εἶναι $0,25\times 4 = 1$ κυβ. ἑκ. Ἄρα εἰς ἕκαστον βαθμὸν ἀναλογεῖ διαστολὴ ὑδραργύρου $1:20=0,05$ κυβ. ἑκ. Ἤδη α.΄) Ἵνα τὸ θερμόμετρον δεικνύῃ εἰς τὸ γ 150^{0} δέον ἡ ἐξόγκωσις αγ νὰ ἀναλογῇ εἰς 130^{0}. Ἄρα αὕτη θὰ ἔχῃ ὄγκον $130\times 0,05 =6,5$ κυβ. ἑκ.

Σχ. 17

β.΄) Ἂν ὁ ὄγκος τῆς αγ εἶναι 10 κυβ. ἑκ. οὗτος θὰ ἀναλογῇ εἰς βαθμοὺς $10:0,05=200^{0}$ καὶ ἑπομένως εἰς τὸ σημεῖον γ τὸ θερμόμετρον θὰ δεικνύῃ 220^{0}.

100 Ὁ ὄγκος αβ (σχ. 18) θὰ εἶναι $0{,}2 \times 6 = 1{,}2$ κυβ. ἑκ. ἄρα εἰς 1^0 ἀντιστοιχεῖ διαστολὴ ὑδραργύρου

$$1{,}2 : 20 = 0{,}06 \text{ κυβ. ἑκ.}$$



Σχ. 18

Ἤδη α.΄ εἰς 100^0 θὰ ἀναλογῇ ὄγκος ὑδραργύρου $100 \times 0{,}06 = 6$ κυβ. ἑκ.

Ἄρα ὁ ὄγκος τῆς πρώτης σφαίρας θὰ εἶναι 6 κυβ. ἑκατοστά.

β.΄ Ἐπειδὴ ὁ ὄγκος τοῦ ὑδραργύρου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν θερμοκρασίαν του διὰ τοῦτο ἄν διὰ τοῦ χ παραστήσωμεν τὴν εἰς τὸ σημεῖον δ σημειωθησομένην θερμοκρασίαν ἔχομεν

$$\frac{6}{100} = \frac{15}{\chi}$$

ἐξ οὗ $\chi = 250^0$.

Ἄρα ἄν ὁ ὑδράργυρος τοῦ θερμομέτρου ἀνέλθῃ μέχρι τοῦ σημείου δ τὸ θερμόμετρον θὰ δεικνύῃ

$$100^0 + 250^0 = 350^0.$$

Ε΄

ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

101. Ἔχομεν $340 \times 8 = 2720$ μέτρα.

102. Ἡ διαφορὰ τῶν χρόνων καθ' οὓς ἠκούσθησαν οἱ κρότοι εἶναι 3΄΄ Ἄρα ἡ ἀπόστασίς των εἶναι $340 \times 3 = 1020$ μ.

103. α΄) ὁ ἦχος ἐκ τοῦ παρατηρητοῦ πρὸς τὸν α΄ τοῖχον καὶ τανάπαλιν θὰ διατρέξῃ $120 \times 2 = 240$ μ.

Ἄρα μετὰ $\frac{240}{340}$ ἢ $\frac{12''}{17}$ θὰ ἀκουσθῇ ἡ ἠχώ του.

β΄) ὁ ἦχος ἤδη θὰ διατρέξῃ $120 \times 2 + 390 \times 2 = 1020$ μ.

Ἄρα μετὰ $1020 : 340 = 3''$ θὰ ἀκουσθῃ ἡ ἠχώ του.

104. Ἔστω ψ τὸ βάθος τοῦ φρέατος καὶ χ ὁ χρόνος καθ' ὅν διαρκεῖ ἡ πτῶσις τοῦ σώματος. Τὸ σῶμα πίπτον ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος διανύει (ἄσκη 26).

$$\psi = \frac{1}{2} g\chi^2 \quad \text{ἐξ οὗ} \quad \chi = \sqrt{\frac{2\psi}{g}}$$

Ἄρα ὁ χρόνος τὸν ὁποῖον διήνυσεν ὁ ἦχος ἵνα ἀνέλθῃ ἐκ τοῦ πυθμένος εἰς τὴν ἐπιφάνειαν εἶναι.

$$10 - \sqrt{\frac{2\psi}{g}}$$

καὶ συνεπῶς τὸ διαυθὲν διάστημα ὑπ' αὐτοῦ ἤτοι τὸ βάθος τοῦ φρέατος θὰ εἶναι.

$$\psi = 340\left(10 - \sqrt{\frac{2\psi}{g}}\right) \quad \text{ἔνθα } g = 9{,}80$$

ἐπιλύοντες ὡς πρὸς ψ τὴν ἄνω ἐξίσωσιν εὑρίσκομεν $\psi = 385{,}25$ μ.

105. Ἵνα ἀκουσθῇ εὐκρινῶς μία συλλαβὴ δέον ἡ ἀπόστασις νὰ εἶναι 17 μ. διὰ δύο συλλαβὰς θὰ εἶναι $2 \times 17 = 34$ διὰ 5 θὰ εἶναι $5 \times 17 = 85$ μ. κ. ο. κ.

106. Ταχύτης ἤχου εἰς ὕδωρ 1435 μ. Ἄρα $1435 \times 4 = 5740$ μ.

107. Τὸ ὕψος τοῦ ἤχου εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογον τῶν τετραγωνικῶν ριζῶν τῶν πυκνοτήτων.

$$\text{Ἄρα } \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \sqrt{\frac{7{,}8}{8{,}5}} = \frac{28}{29}$$

ΣΤ΄.

ΟΠΤΙΚΗ

108. Ἐκ τῶν τριῶν ποσοτήτων ἤτοι, φωτισμοῦ, ἐντάσεως καὶ ἀποστάσεως, ὁ μὲν φωτισμὸς εἶναι ἀνάλογος τῆς ἐντάσεως καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως ἡ δὲ ἔντασις εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως. Ητοι:

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2}=\frac{E_1}{E_2}=\frac{A^2{}_2}{A^2{}_1} \quad \text{καὶ} \quad \frac{E_1}{E_2}=\frac{A^2{}_1}{A^2{}_2}$$

Ἤδη ἂν χ εἶναι ἡ ζητουμένη ἀπόστασις ἔχομεν

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{A^2{}_1}{A^2{}_2} \quad \text{ἢ} \quad \frac{2}{32}=\frac{25}{\chi}$$

ἐξ οὗ $\chi^2=400$ ἑκ. καὶ $\chi=20$ ἑκ.

109. Ἔχομεν

$$\alpha') \ \frac{\Phi_1}{\Phi_2}=\frac{E_1}{E_2} \quad \text{ἢ} \quad \frac{1}{10}=\frac{200}{\chi}$$

ἐξ οὗ $\chi=2000$ κηρίων

$$\beta') \frac{E_1}{E_2}=\frac{A^2{}_1}{A^2{}_2} \quad \text{ἢ} \quad \frac{200}{\chi}=\frac{25}{144}$$

ἐξ οὗ $\chi=1152$ κηρίων

110. Ἔχομεν

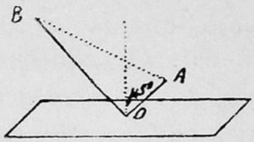
$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2}=\frac{A^2{}_2}{A^2{}_1} \quad \text{ἢ} \quad \frac{1}{\chi}=\frac{64}{4}$$

ἐξ οὗ $\chi=\frac{1}{16}$

Ἄρα ὁ φωτισμὸς θὰ γίνῃ 16 φορὰς ὀλιγώτερος

111. Ἔχομεν γωνίαν ἀνακλάσεως $20+30=50^0$. Ἡ ἀρχικὴ γωνία τῶν ἀκτίνων προσπτώσεως καὶ ἀνακλάσεως εἶναι 40^0 μετὰ δὲ τὴν στροφὴν τοῦ κατόπτρου θὰ γίνῃ 100^0. Ἄρα ἡ γωνία τῆς ἀρχικῆς ἀκτῖνος ἀνακλάσεως καὶ τῆς τελικῆς τοιαύτης θὰ εἶναι 60^0

112. Ζητεῖται ἡ ἀπόστασις ΒΑ (σχ.19). Ἐκ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου ΟΑΒ ἔχομεν $(BA)^2 = 8^2 + 3^2$ ἐξ οὗ ΒΑ=8,54 μ.



Σχῆμα 19

113. Ὁ δείκτης διαθλάσεως εἶναι ὁ λόγος τῶν ἡμιτόνων τῶν γωνιῶν προσπτώσεως καὶ διαθλάσεως. Ἂν ω εἶναι ἡ γωνία προσπώσεως α γωνία διαθλάσεως ὕδατος καὶ β. γωνία διαθλάσεως ὑάλου ἔχομεν.

$$\frac{\eta\mu\omega}{\eta\mu\alpha} = \frac{4}{3} \text{ καὶ } \frac{\eta\mu\omega}{\eta\mu\beta} = \frac{3}{2}$$

διαιροῦντες κατὰ μέλη εὑρίσκομεν $\frac{\eta\mu\beta}{\eta\mu\alpha} = \frac{8}{9}$ ἢ $\frac{\eta\mu\alpha}{\eta\mu\beta} = \frac{9}{8}$

114 Ὁ τύπος τῶν κατόπτρων εἶναι

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \quad \text{ἢ} \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{R}$$

ἔνθα p εἶναι ἡ ἀπόστασις τοῦ ἀντικειμένου ἀπὸ τοῦ κατόπρου p΄ ἡ ἀπόστασις τοῦ εἰδώλου, καὶ f ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις ἥτις εἶναι τὸ ἥμισυ τῆς ἀκτῖνος καμπυλότητος R.

Αἱ ποσότητες p, p΄, f εἶναι θετικαὶ ἂν τὰ παριστώμενα ὑπ' αὐτῶν εἶναι πραγματικὰ ἀρνητικαὶ δὲ ἂν ταῦτα εἶναι φανταστικά.

Ἄρα ἔχομεν f=1 μ. καὶ

$$\alpha')\ \frac{1}{3} + \frac{1}{p'} = 1 \text{ ἐξ οὗ } p' = 1{,}5 \text{ μ.}$$

$$\beta')\ \frac{1}{1{,}5} + \frac{1}{p'} = 1 \text{ ἐξ οὗ } p' = 3 \text{ μ.}$$

$$\gamma')\ \frac{1}{0{,}15} + \frac{1}{p'} = 1 \text{ ἐξ οὗ } p' = -\frac{3}{17}$$

Τὸ εἴδωλον εἰς τὰς α΄ καὶ β΄ περιπτώσεως εἶναι πραγματικὸν καὶ κεῖται πρὸ τοῦ κατόπρου εἰς δὲ τὴν γ΄ περίπτωσιν εἶναι φανταστικὸν καὶ κεῖται ὄπισθεν τοῦκατόπρου.

$\pi \cdot \pi' = f^2$

115 Ὁ λόγος τῶν μεγεθῶν τοῦ εἰδώλου πρὸς τὸ ἀντικείμενον ἰσοῦται πρὸς τὸν λόγον τῶν ἀποστάσεων αὐτῶν ἀπὸ τοῦ φακοῦ ἤτοι ἂν E εἶναι τὸ εἴδωλον p′ ἡ ἀπόστασίς του, A τὸ ἀντικείμενον καὶ p ἡ ἀπόστασίς του ἔχομεν:

$$\frac{E}{A} = -\frac{p'}{p}$$

Ἂν ἡ τιμὴ τοῦ E εἶναι θετικὴ τὸ εἴδωλον εἶναι ὀρθὸν ἂν δὲ ἀρνητικὴ τὸ εἴδωλον εἶναι ἀντεστραμμένον. Ἄρα ἔχομεν

α′) θέσις $\frac{1}{3} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{1}$ ἐξ οὗ $P' = \frac{3}{5}$ μ.

μέγεθος $\frac{E}{1} = -\frac{\frac{3}{5}}{3}$ ἐξ οὗ $E = -\frac{1}{5}$

Ἄρα τὸ εἴδωλον εἶναι πραγματικὸν ἀνεστραμμένον καὶ μικρότερον τοῦ ἀντικειμένου ἰσούμενον πρὸς τὰ $\frac{1}{5}$ αὐτοῦ

β′) $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 2$ καὶ $-\frac{p'}{p} = -\frac{1}{4}$

Ἐπιλύοντες τὸ ἄνω σύστημα ὡς πρὸς ἀγνώστους τοὺς p καὶ p′ εὑρίσκομεν p=2,5 μ. καὶ $p' = \frac{5}{8}$ μ. Ἄρα εἰς ἀπόστασιν 2,5 μ. πρέπει νὰ τεθῇ τὸ ἀντικείμενον ὁπότε τὸ εἴδωλόν του θὰ σχηματισθῇ εἰς ἀπόστασιν $\frac{5}{8}$ μέτρου.

116 Ἔχομεν f ἢ R ἀρνητικὰ διότι τὸ κάτοπρον εἶνε κυρτὸν Ἄρα

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{p'} = -\frac{2}{1} \quad \text{ἐξ οὗ } p' = -\frac{3}{7} \text{ μ.}$$

$$\frac{E}{1} = \frac{\frac{3}{7}}{3} \quad \text{ἐξ οὗ } E = \frac{1}{7}$$

Ἄρα εἴδωλον φανταστικὸν ὄπισθεν τοῦ κατόπρου ἀπέχον τούτου κατὰ $\frac{3}{7}$ μ. καὶ ἴσον πρὸς τὸ $\frac{1}{7}$ τοῦ ἀντικειμένου.

β′) $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = -2$ καὶ $-\frac{P'}{p} = -\frac{1}{4}$

ἐξ οὗ εὑρίσκομεν $p = -2{,}5$ μ. καὶ $p' = -\frac{5}{8}$

Ἤτοι καὶ τὸ ἀντικείμενον καὶ τὸ εἴδωλόν του πρέπει νὰ εἶναι φανταστικὰ (καθόσον αἱ ἀποστάσεις των p καὶ p′ εἶναι ἀρνητικαί). Τοῦτο ὅμως εἶναι ἀδύνατον νὰ συμβῇ.

Πράγματι εἰς τὰ κυρτὰ κάτοπτρα τὰ εἴδωλά των εἶναι πάντοτε ***ὀρθὰ*** φανταστικὰ καὶ μικρότερα τῶν ἀντικειμένων ἐνῷ εἰς τὴν β΄ ἐρώτησιν τοῦ προβλήματος ζητοῦμεν εἴδωλον ἀνεστραμμένον

ΣΗΜ : Ἂν ἐζητούσαμεν εἴδωλον ὀρθὸν θὰ ἐθέτομεν $\frac{1}{4}$ ἀντὶ $-\frac{1}{4}$ ὅτε θὰ εὑρίσκομεν $P = 2{,}5$ μ. καὶ $P' = -\frac{5}{8}$

117 Ἔχομεν

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{0{,}30} = \frac{2}{R} \quad \text{καὶ} \quad \frac{0{,}30}{p} = -3$$

ἐπιλύοντες δὲ ταύτης εὑρίσκομεν $P=0{,}10$ μ. καὶ $R=0\ 15$μ

118 Οἱ τύποι τῶν φακῶν εἶναι οἱ αὐτοὶ μὲ τοὺς τῶν κατόπτρων ἤτοι

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \quad \text{καὶ} \quad \frac{E}{A} = \frac{p'}{p} \ (^*)$$

Αἱ ποσότητες p,p',f εἶναι θετικαὶ ἄν τὰ ὑπ᾽ αὐτῶν παριστώμενα εἶναι πραγματικὰ (φακοὶ συγκλίνοντες) ἀρνητικαὶ δὲ ἄν εἶναι φανταστικὰ τὰ ὑπ᾽ αὐτῶν παριστώμενα (φακοὶ ἀποκλίνοντες). Ἄρα ἔχομεν

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{0{,}20} \quad \text{καὶ} \quad \frac{p'}{p} = \frac{1}{3}$$

ἐξ ὧν $p=\frac{4}{5}$ = 80 πόδ. καὶ $p' = \frac{4}{15}$ = $\frac{1}{3}$ τῶν 80cm.

119 Ἡ ἀπόστασις τοῦ ἀντικειμένου καὶ τοῦ εἰδώλου εἶναι 0,90. Ἄρα.

$$\frac{1}{P} + \frac{1}{P'} = \frac{1}{f} \qquad \frac{P'}{P} = 2 \quad \text{καὶ} \quad p+p'=0{,}90.$$

ἐξ ὧν εὑρίσκομεν

$$p=0{,}30, \quad p'=0{,}60, \quad f=0{,}20, \quad \text{ἢ} \ \frac{1}{f} = 5 \ \text{διοπτρίαι}$$

120 Ἔχομεν $\frac{1}{f} = -4$ διοπτρίαι (ἡ τιμὴ τῶν διοπ-

(*) Ὁ λόγος $\frac{P'}{P}$ τοῦ β΄ τύπου εἶναι θετικὸς εἰς τοὺς φακοὺς καὶ ἀρνητικὸς εἰς τὰ κάτοπρα καθόσον εἰς μὲν τοὺς φακοὺς αἱ ἀκτῖνες μετὰ τὴν διάθλασιν ἔχουν τὴν αὐτὴν ὡς καί πρότερον διεύθυνσιν εἰς δὲ τὰ κάτοπτρα αὗται κατὰ τὴν ἀνάκλασιν ἔχουν ἀντίθετον διεύθυνσιν.

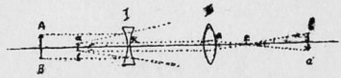
τριῶν ἐτέθη ἀρνητικὴ καθόσον ὁ φακὸς εἶναι ἀποκλίνων)

$$\text{ἄρα} \quad \frac{1}{0{,}50} + \frac{1}{P'} = -4$$

ἐξ οὗ $p' = -\frac{1}{6}$ μέτρα.

121 Τὸ εἴδωλον τοῦ ἀντικειμένου ΑΒ (σχ. 20) εἶναι τὸ αβ καὶ ἀπέχει τοῦ φακοῦ Ι

$$\frac{1}{0{,}50} + \frac{1}{p'} = -\frac{1}{0{,}25}$$



Σχῆμα 20

ἢ $p' = -\frac{100}{6}$ ἑκ. ἤτοι εἶναι φανταστικὸν καὶ κεῖται πρὸς τὸ αὐτὸ μέρος πρὸ ὅ καὶ τὼ ἀντικείμενον. Ἤδη ἡ ἀπόστασις τοῦ αβ ἀπὸ τοῦ φακοῦ ΙΙ εἶναι $50 + \frac{100}{6}$ ἑκ. ἢ $\frac{2}{3}$ μ. Ἄρα ἡ ἀπόστασις τοῦ τελικοῦ εἰδώλου α΄ β΄ θὰ εἶναι

$$\frac{1}{\frac{2}{3}} + \frac{1}{p''} = 2$$

ἐξ οὗ $pp'' = 2$ μέτρα.

Ἄρα τὸ εἴδωλον α΄β΄ θὰ κεῖται 2 μ. πέραν τοῦ φακοῦ Τὸ μέγεθος τοῦ μὲν αβ εἶναι

$$\frac{E}{1} = \frac{-\frac{1}{6}}{0{,}5} \qquad \text{ἐξ οὗ} \quad E = -\frac{1}{3}$$

τοῦ δὲ α΄β΄ εἶναι: $\frac{E}{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{\frac{2}{3}}$ ἐξ οὗ $E = -1$

Ἄρα τὸ μέγεθος τοῦ τελικοῦ εἰδώλου α΄ β΄ ἰσοῦται μὲ τὸ μέγεθος τοῦ ἀρχικοῦ ΑΒ.

122 Ἐπειδὴ ὁ λόγος τῶν ἐμβαδῶν τῶν ἐπιφανειῶν τοῦ πίνακος καὶ τῆς εἰκόνος ἰσοῦται μὲ τὸν λόγον τῶν τετραγώνων τῶν πλευρῶν των διὰ τοῦτο αἱ πλευραί των θὰ ἔχουν λόγον

$$\sqrt{\frac{90000}{400}} = \sqrt{225} = 15 \text{ ἑκ.} \qquad \text{ἄρα} \quad \frac{A}{E} = 15$$

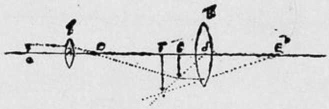
Ἤδη ἔχομεν

$$15=\frac{p}{p'} \quad \text{καὶ} \quad \frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{30}$$

ἐξ ὧν εὑρίσκομεν p=480 ἑκ. καὶ p′+32 ἑκ.

Ἄρα ὁ μὲν πίναξ ἀπέχει τοῦ φακοῦ 4,80 μ. ἡ δὲ φωτογραφικὴ πλὰξ 0,32 μ.

123 Ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις τοῦ προσοφθαλμίου φακοῦ II (σχ. 21) εἶναι $\frac{1}{f}=40$ καὶ f=0,025 μ



Σχῆμα 21

Ἤδη ἡ ζητουμένη ἀπόστασις βδ εὑρίσκεται ὡς κάτωθι ἂν θέσωμεν γδ = 0,30

$$\frac{1}{\beta\delta}-\frac{1}{0{,}30}=\frac{1}{0{,}025}$$

ἐξ οὗ βδ = 0,023 μ.

β.′) Τὸ μῆκος τοῦ μικροσκοπίου θὰ εἶναι βδ+βλ. Τὸ βλ ὑπολογίζεται ὡς κάτωθι ἂν θέσωμεν αλ=0,0051.

$$\frac{1}{0{,}0051}+\frac{1}{\beta\lambda}=\frac{1}{0{,}005}$$

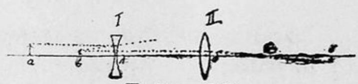
ἐξ οὗ βλ=0,255 μ. Ἄρα βδ+βλ 0,278 μ.

124 Αἱ ἑστιακαὶ ἀποστάσεις τῶν δύο φακῶν εἶναι

$$\text{τοῦ I} \quad \frac{1}{f}=10 \text{ ἢ } f=10 \text{ ἑκ.}$$

$$\text{καὶ τοῦ II} \quad \frac{1}{f}=5 \text{ ἢ } f=20 \text{ ἑκ.}$$

Ἔχομεν μῆκος ἀντικειμένου α=20 ἑκ αλ=90ἑκ. λδ=χ ἑκ. γδ=30ἑκ



Σχῆμα 22

Ἡ ἀπόστασις βλ θὰ εἶναι

$$\frac{1}{90}+\frac{1}{p'}=-\frac{1}{10} \quad \text{ἐξ οὗ } p'=-9$$

τὸ δὲ μέγεθος τοῦ εἰδώλου β θὰ εἶναι

$$\frac{E}{20}=\frac{-9}{90} \quad \text{ἐξ οὗ } E=-2$$

Ἤδη τὸ β ἐκ τοῦ φακοῦ II ἀπέχει $\chi+9$ ἑκατοστὰ ἤτοι

$$\frac{1}{\chi+9}+\frac{1}{30}=\frac{1}{20} \quad \text{ἐξ οὗ } \chi=51 \text{ ἑκ.}$$

τὸ δὲ μέγεθος τῆς εἰκόνος γ ἥτις προέρχεται ἐκ τοῦ εἰδώλου β θὰ εἶνε

$$\frac{E}{2}=\frac{30}{51+9} \quad \text{ἐξ οὗ } E=1 \text{ ἑκ.}$$

Ἄρα τὸ μέγεθος τοῦ τελικοῦ εἰδώλου εἶναι 1 ἑκ.

Ζ.΄

ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

125 Κατὰ τὸν νόμον τοῦ Coulomb ἡ δύναμις μεθ' ἧς ἀπωθοῦνται αἱ σφαῖραι εἶναι ἀνάλογος μὲν τοῦ γινομένου τῶν ἠλεκτρικῶν φορτίων τῶν σφαιρῶν ἀντιστρόφως ἀνάλογος δὲ τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως. Ἂν λοιπὸν α καὶ β εἶναι τὰ φορτία τῶν δύο σφαιρῶν πρὸ τῆς ἐπαφῆς καὶ δ ἡ ἀπόστασίς των θὰ ἔχωμεν

$$\frac{\alpha\beta}{\delta^2} = 1$$

Μετὰ τὴν ἐπαφὴν τὸ μὲν φορτίον ἑκάστης γίνεται $\frac{\alpha+\beta}{2}$ ἡ δὲ ἀπόστασίς των $\frac{\delta}{2}$. Θὰ ἔχωμεν λοιπὸν

$$\frac{\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)}{\left(\frac{\delta}{2}\right)^2} = 4{,}5 \qquad \text{ἢ} \quad \alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2=4{,}5\,\delta^2$$

θέτοντες δὲ τὴν τιμὴν τοῦ δ^2 ἐκ τῆς πρώτης ἐξισώσεως εὑρίσκομεν $\alpha^2-2{,}5\alpha\beta+\beta^2=0$

Ἐπιλύοντες τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν ὡς πρὸς ἄγνωστον τὸν α εὑρίσκομεν τὰς ρίζας

$$\alpha=2\beta \quad \text{καὶ} \quad \alpha=\frac{\beta}{2}$$

ἐξ ὧν εὑρίσκομεν ὅτι ὁ ζητούμενος λόγος τῶν ἀρχικῶν φορτίων θὰ εἶναι

$$\frac{\alpha}{\beta} = 2 \qquad \text{ἢ} \quad \frac{\alpha}{\beta} = \frac{1}{2}$$

Σημ. Αἱ δύο ρίζαι δίδουν τὴν αὐτὴν λύσιν φανερώνουσαι ὅτι τὸ φορτίον τῆς μιᾶς σφαίρας εἶναι διπλάσιον τοῦ τῆς ἄλλης.

126 Ἡ ἠλεκτροχωρητικότης C ἰσοῦται μὲ τὸ πηλίχον τῆς διαιρέσεως τῆς ποσότητος τοῦ ἠλεκτρισμοῦ Q διὰ τοῦ δυναμικοῦ V ἤτοι

$$C = \frac{Q}{V} \qquad \text{ἐξ οὗ} \quad Q = CV$$

Ἤδη ἄν διὰ τοῦ χ παραστήσωμεν τὴν ἠλεκτροχωρητικότητα της λαγήνου θὰ ἔχωμεν τὴν α΄ φορὰν C=χ καὶ V=60000 τὴν δὲ β΄ φορὰν $C = \chi + \frac{1}{100}$ καὶ V=24000 ἄρα

$$Q = 60000\,\chi \quad \text{καὶ} \quad Q = 24000\left(\chi + \frac{1}{100}\right)$$

καὶ

$$60000\,\chi = 24000\left(\chi + \frac{1}{100}\right)$$

ἐξ οὗ $\chi = \frac{1}{150}$ του microfarad.

127 Ἡ χωρητικότης τῆς μηχανῆς εἶναι $\frac{13}{100}$ τοῦ microf. ἐκφραζομέν ηδὲ εἰς farad γίνεται $\frac{13}{100} \times \frac{1}{1.000000}$ farad Ἄρα ἡ ποσότης τοῦ φορτίου εἰς coulombs εἶναι (Q=cV)

$$Q = \frac{13}{100} \times \frac{1}{1000000} \times 2500 \text{ ἢ } Q = \frac{325}{100000} \text{ coul.}$$

128. Τὸ φορτίον τῆς λαγήνου εἰς Goulombs θὰ εἶναι :

$$Q = 0{,}1 \times 30000 \times \frac{1}{1000000} = 0{,}003 \text{ columbus}$$

ἡ δὲ ἠλεκρικὴ ἐνέργεια αὐτῆς διδομένη ὑπὸ τοῦ τύπου

$$W = \frac{1}{2}\,CV^2 \text{ θὰ εἶναι}$$

$$W = \frac{1}{2} \times 0{,}1 \times (30000)^2 \times \frac{1}{1000000} = 45 \text{ joules}$$

β΄ Αἱ χίλιαι ἐκκενώσεως τῆς λαγήνου θὰ κάμουν νὰ διέλθῃ διὰ τοῦ νιτρικοῦ ἀργύρου ρεῦμα 0,003 × 1000=3 coluombs. Ἐπειδὴ ὅμως 96600 coulombs ἐκλύουν 108 γραμ. ἀργύρου διὰ τοῦτο ἔχομεν τὴν ἀναλογίαν

$$\frac{96600}{3} = \frac{108}{\chi}$$

ἐξ οὗ χ=0,003 γραμ.
Ἄρα ἐκλύονται 0,003 γραμ. ἀργύρου

129. α΄) Ἡ ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις τῶν 32 κηρίων θὰ εἶναι 32×3=96 watts. Ἐπειδὴ δὲ αὕτη ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τῆς διαφορᾶς τοῦ δυναμικοῦ 110 votls ἐπὶ τὴν ἔντασιν I ἔχομεν

$$96 = 110 \times I \text{ ἐξ οὗ } I = 0{,}87 \text{ ampère}$$

β΄) Κατὰ τὸν νόμον του ohm ἡ ἀντίστασις R ἰσοῦται μὲ τὸ πηλίκον τῆς διαιρέσεως τῆς διαφορᾶς δυναμικοῦ διὰ τῆς ἐντάσεως ἤτοι

$$R = \frac{110}{I} = \frac{110}{0{,}87} = 126 \text{ ohms}$$

130. α΄ Ἡ ἔντασις τοῦ δι᾽ἑκάστης λάμπας διερχομένου ρεύματος εἶται τὸ πηλίκον τῆς διαφορᾶς δυναμικοῦ διὰ τῆς ἀντιστάσεως τῆς λάμπας ἤτοι

$$I = \frac{105}{130} = 0{,}807 \text{ ampère}$$

β΄.) Ἡ ὁλικὴ ἔντασις τοῦ ρεύματος εἶναι

$$0{,}807 \times 7 = 5{,}649 \text{ ampéres}$$

131 Ἡ ὁλικὴ ἀντίστασις τοῦ κυκλώματος, εἶναι 0,5×3+0,5=2 ohms. Ἡ ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις ἰσοῦται τῷ γινομένῳ τῆς ἐντάσεως ἐπὶ τὴν ἀντίστασιν

Ἄρα $E = 1{,}5 \times 2 = 3$ volts

καὶ δι᾽ ἕκαστον στοιχεῖον εἶναι $E = \frac{3}{3} = 1$ volt

132 Ἡ ἔντασις I τοῦ ρεύματος ἰσοῦται μὲ τὸ πηλίκον τῆς διαιρέσεως τοῦ δυναμικοῦ της διὰ τοῦ συνόλου τῶν ἀντιστάσεων. Ἔχομεν δὲ δυναμικὸν 2×1,4=2,8 volts ἐσωτ. ἀντίστασιν 2×2,5=5 ohms.

Ἄρα $I = \frac{2{,}8}{10+5} = 0{,}186$ ampêre

133 Εἶναι γνωστὸν ὅτι εἰς διχαζόμενον ρεῦμα τὸ γινόμενον τῆς ἐντάσεως ἐπὶ τὴν ἀντίστασιν ἑκάστου ἐκ τῶν δύο μερῶν εἰς ἃ διαιρεῖται τὸ ρεῦμα εἶναι ἴσα ἤτοι ἔχομεν

$$2,2 \times 0,2 = I \times 0,4$$

ἐξ οὗ I = 1,1 ampère

134. Ἡ ἔντασις τοῦ ρεύματος θὰ εἶναι

$$I = \frac{6 \times 1,1}{3 \times 4 + 2 \times 5} = 0,3 \text{ ampère}$$

135 Ἂν διά τοῦ χ παραστήσωμεν τὴν ἠλεκτρεγερτικὴν δύναμιν ἀμφοτέρων τῶν στοιχείων καὶ διὰ τοῦ ψ τὴν συνολικὴν ἐσωτερικὴν ἀντίστασιν αὐτῶν λαμβάνοντες δὲ ὑπ᾽ ὄψιν ὅτι ἡ ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς ἐντάσεως ἐπὶ τὸ σύνολον τῶν ἀντιστάσεων ἔχομεν τὰς ἑξῆς δύο ἐξισώσεις

$$\chi = 0,525\,(\psi + 7)$$

καὶ

$$\chi = 0,45\,(\psi + 5,25 + 7$$

ἐξ ὧν εὑρίσκομεν ψ =24,5 ohms καὶ χ =16,54 volts

Ἡ δὲ ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις ἑκατέρου στοιχείου θὰ εἶναι

$$16,54 : 2 = 8,27 \text{ volts}$$

136 Ἔχομεν ἠλεκτρεγερτικὴν δύναμιν 1,07×8= 8,56 volts καὶ ὁλικὴν ἐσωτερικὴν ἀντίστασιν 0,39×8= 3,12 ohms. Ἄρα ἡ ἔντασις I εἶναι

$$I = \frac{8,56}{3,12 + 0,30} = 2,5 \text{ ampères}$$

137 Ἂν χ εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν στοιχείων τῆς στήλης θὰ ἔχωμεν ἠλεκτρεγερτικὴν δύναμιν 1,5 χ καὶ ἐσωτερικὴν ἀντίστασιν 0,4χ Ἄρα ἔχομεν

$$1,5\,\chi = 3,4\,(0,4\,\chi + 0,494)$$

ἐξ ἧς χ = 12 στοιχεῖα.

ΠΙΝΑΞ

ΕΜΦΑΙΝΩΝ ΤΑΣ ΦΥΣΙΚΑΣ ΣΤΑΘΕΡΑΣ ΣΩΜΑΤΩΝ ΤΙΝΩΝ

Αὔξων ἀριθ.	Σώματα	Φυσ. κατάστ.	Πυκνότης (εἰδ. βάρος)	Γραμμικὸς συντελεστὴς διαστολῆς	Εἰδικὴ θερμότης (εἰς 0°)	Σημεῖον τήξεως (εἰς βαθμ. C)	Θερμότης τήξεως (λανθάνουσ.)	Σημεῖον ζέσεως (εἰς βαθμοὺς C)	Θερμότης ἐξαερώσεως (λανθάνουσ.)
1	Αἰθὴρ	ὑγρ.	0,736	0,00162*	0,523	--117,6	27,4	34,6	91
2	Ἀμμωνία **	ἀέρ.	0,596		0,508	—75,5	108	—33,5	321
3	Ἀργίλιον	στερ.	2,58	0,000022	0,217	657	80	1800	
4	Ἄργυρος	»	10,5	0,0000186	0,056	960	25	1955	
5	Ἀτμ. ἀὴρ. **	ἀέρ.	1		0,241	—225		—192	51
6	Βενζίνη	ὑγρ.	0,899	0,00124*	0,38	5,4	30,4	80	95
7	Γλυκερίνη	»	1,24			—20	42,5	291	
8	Ἔλαιον	»	0,915		0,31				
9	Θειϊκὸν ὀξύ.	»	1,84					338	
10	Θεῖον	στερ.	2	0,000051	0,18	114,5			
11	Ἰώδιον	»	4,95			112,5	11,7	184,35	23,9
12	Κασσίτερος	»	7,3	0,000021	0,055	231,5	14,6	2270	
13	Κηρὸς	»	0,96		0,5				
14	Λευκόχρυσος	»	21,4	0,0000089	0,322	1750			
15	Μόλυβδος	»	11,3	0,000029	0,031	327	5,37	1525	
16	Νικέλιον	»	8,8	0,0000125	0,11	1452			
17	Οἰνόπνευμα	ὑγρ.	0,795	0,00126*	0,56	—130		78	201,47
18	Ὀξυγόνον **	ἀέρ.	1,1053			—233		--181,4	55,5
19	Παραφίνη	στερ.	0,88	0,00024					
20	Σίδηρος	»	7,8	0,000015	0,11	1505	59	2450	
21	Ὕαλος	»	2,54	0,0000073	0,187	800			
22	Ὑδράργυρος	ὑγρ.	13,6	0,00018*	0,033	— 39	2,77	357	
23	Ὑδρογόνον **	ἀέρ.	0,0694			—259		--252,8	123
24	Ὑδροχλ. ὀξὺ	ὑγρ.	1,268			--111,3	10,3	—83	99
25	Ὕδωρ (4ο)	»	1		1	0	79,7	100	538,1
26	— Πάγος	στερ.	0,92						
27	Χαλκὸς	»	8,8	0,000016	0,093	1082	41,6	2100	
28	Χλώριον **	ἀέρ.	2,49			—102		—37,6	62
29	Χρυσός	στερ.	19,26	0,000014	0,031	1065			
30	Ψευδάργυρος	»	7,1	0,0000297	0,092	418		918	

(*) Οἱ δι' ἀστερίσκου σημειούμενοι συντελεσταὶ διαστολῆς εἶναι κυβικοὶ (πρόκειται περὶ ὑγρῶν σωμάτων). Ὁ κυβικὸς συντελεστὴς διαστολῆς τῶν στερεῶν σωμάτων εἶναι τριπλάσιος τοῦ γραμμικοῦ (κατὰ μεγάλην προσέγγισιν).

(**) Ἡ πυκνότης τῶν ἀερίων ὑπολογίζεται ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος οὗτινος ἓν λίτρον (κυβ. δέκατον ἔχει) βάρος 1,293 γραμ. εἰς θερμοκρασίαν 0° καὶ ὑπὸ πίεσιν 76 ἑκ. Πρὸς εὕρεσιν τοῦ βάρους ἐκ τοῦ ὄγκου του ἑνὸς ἀερίου πρέπει νὰ πολλαπλασιάσωμεν τὸν εἰς λίτρα ὄγκον του ἐπὶ τὸ εἰδικὸν βάρος του καὶ ἐπὶ 1,293 γραμμάρια.

ΠΑΡΟΡΑΜΑΤΑ

Ἀσκ. 33	στίχ. 2	ἀντὶ διαμέτρου	γράφ. ἀκτῖνος
» 42	Ἀπάντ.	» 10	» 150
» 54	στίχ. 3	» γλυκερίνην	» θειϊκὸν ὀξὺ
» 54	» 7	» γλυκερίνης 1,24	» θειϊκοῦ ὀξέως 1,84
» 75	Ἀπάντ.	» 4,53 ἑκ.	» 36,6 ἑκ.
» 85	»	» 102060	» 1020,60
» 87	»	» 129 χιλιοστὰ	» 139 χιλιοστὰ
» 107	»	» $\frac{11}{12}$	» $\frac{28}{29}$
» 113	στίχ. 2	» $\frac{3}{4}$	» $\frac{4}{3}$
» 113	Ἀπάντ.	» $\frac{8}{9}$	» $\frac{9}{8}$
» 115	»	» $-\frac{5}{9}$ ἀπόστ. $1\frac{2}{3}$	» $-\frac{1}{5}$ ἀπόστ. $\frac{3}{5}$
» 120	»	» $\frac{1}{6}$ μ.	» $-\frac{1}{6}$ μ.

ΤΙΜΗ ΔΡΑΧ. 25