ΑΝΤΩΝΙΟΥ Δ. ΜΟΝΟΚΡΟΥΣΟΥ
ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΓΙΑ ΤΗ Ε ΤΑΞΙ ΤΟΥ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ

ΤΙΜΑΤΑΙ ΔΡΑΧ. 10
ΔΙΑ ΤΑΣ ΕΠΑΡΧΙΑΣ 10,50

ΑΜ

ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ
42—ΠΕΙΡΑΙΩΣ—42

ΑΝΤΩΝΙΟΥ Δ. ΜΟΝΟΚΡΟΥΣΟΥ
ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΓΙΑ ΤΗ Ε΄ ΤΑΞΙ

ΤΟΥ

ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ

ΑΜ

ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ
42—ΠΕΙΡΑΙΩΣ—42

Πᾶν γνήσιον ἀντίτυπον μὴ φέρον τὴν ὑπογραφὴν τοῦ συγγραφέως θεωρεῖται κλεψίτυπον.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΠΡΩΤΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Ἐδάφιο 1. Ἂν παρατηρήσωμε διάφορα πράγματα, π.χ. τὰ βιβλία μας, τὸ μολύβι μας, τὸν πίνακα κλπ., θὰ ἰδοῦμε πὼς τὸ καθένα πιάνει ἕνα χῶρο (τόπο). Στὸ χῶρο, ποὺ πιάνει π.χ. τὸ βιβλίο μας, δὲν μποροῦμε νὰ βάλωμε ἄλλο πρᾶγμα, ἂν δὲν βγάλωμε τὸ βιβλίο. Τὰ πράγματα αὐτὰ τὰ λέμε ***στερεὰ σώματα*** ἢ καὶ μόνο ***σώματα***.

Ἔτσι: ***Σῶμα λέμε κάθε πρᾶγμα ποὺ πιάνει χῶρο.***

2. ΟΓΚΟΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ. Τὸ χῶρο ποὺ πιάνει κάθε σῶμα τὸν λέμε ***ὄγκο*** τοῦ σώματος. Ἂν π.χ. βγάλωμε μιὰ πέτρα ἀπὸ τὸν τοῖχο, ἡ τρύπα ποὺ μένει εἶνε ὁ ὄγκος τῆς πέτρας.

ΒΑΣΙΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ. Κάθε σῶμα στηρίζεται σὲ μιά του μεριά. Τὴ μεριὰ ποὺ στηρίζεται κάθε σῶμα τὴ λέμε ***βάσι*** του.

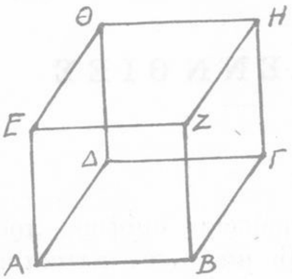
3. ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ. Κάθε σῶμα ἁπλώνεται σὲ ὅλες τὶς διευθύνσεις. Ἀπ᾿ αὐτὲς ξεχωρίζομε 3. Τὴ διεύθυνσι ἀπὸ κάτω πρὸς τὰ πάνω, κι᾿ αὐτὴ τὴ λέμε ***ὕψος***. Τὴ διεύθυνσι ἀπὸ μπροστὰ πρὸς τὰ πίσω. Καὶ τὴ διεύθυνσι ἀπὸ τὰ δεξιὰ πρὸς τ᾿ ἀριστερά. Ἀπὸ τὶς δυὸ διευθύνσεις αὐτὲς τὴ πιὸ μεγάλη τὴ λέμε ***μῆκος*** (μάκρος) καὶ τὴ πιὸ μικρὴ τὴ λέμε ***πλάτος***. Τὶς 3 αὐτὲς διευθύνσεις τὶς λέμε ***διαστάσεις*** τῶν σωμάτων.

Τὸ ὕψος σ᾿ ἄλλα σώματα τὸ λέμε ***βάθος*** καὶ σ᾿ ἄλλα ***πάχος***. Λέμε π.χ. τὸ ὕψος τοῦ σπιτιοῦ, τὸ βάθος τοῦ πηγαδιοῦ, τὸ πάχος τῆς σανίδας.

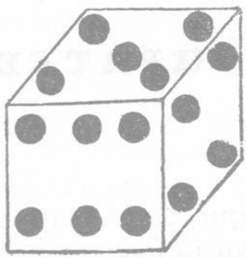
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α΄

ΚΥΒΟΣ

Τὸ σῶμα ποὺ μᾶς παρασταίνει τὸ σχῆμα 1 τὸ λέμε ***κύβο***.



Σχ. 1



Σχ. 2

*4. **ΚΥΒΙΚΑ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ***. Κύβοι εἶνε τὸ ζάρι τοῦ ταβλιοῦ (σχ. 2), μερικὰ κομμάτια κιμωλίας, σαπουνιοῦ, μερικὰ κουτιὰ ἀπὸ χαρτόνι κλπ.

*5. **ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΟΥ ΚΥΒΟΥ***. Ὅταν παρατηροῦμε τὸν κύβο, βλέπομε τὸ ἐξωτερικό του μέρος, ἐκεῖνο μόνο ποὺ μποροῦμε νὰ ἐγγίσωμε. Αὐτὸ τὸ λέμε ***ἐπιφάνεια***.

Ἔτσι: ***Ἐπιφάνεια κάθε σώματος λέμε τὸ ἐξωτερικό του μέρος ποὺ μποροῦμε νὰ τὸ ἰδοῦμε καὶ νὰ τὸ ἐγγίσωμε.***

Ἡ ἐπιφάνεια ἔχει δυὸ διαστάσεις ***μῆκος*** καὶ ***πλάτος***.

*6. **ΕΔΡΕΣ ΤΟΥ***. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κύβου βλέπομε πὼς ἀποτελεῖται ἀπὸ 5 μέρη. Αὐτὰ τὰ λέμε ***ἕδρες***, καὶ εἶνε ἡ πάνω, ἡ κάτω, ἡ δεξιά, ἡ ἀριστερή, ἡ μπροστινὴ καὶ ἡ πισινή.

*7. **ΑΚΜΕΣ ΤΟΥ***. Ἂν παρατηρήσωμε δυὸ ἕδρες τοῦ κύβου, π.χ. τὴν μπροστινὴ καὶ τὴν ἐπάνω (σχ. 1), βλέπομε πὼς κόβονται. Τὴν τομή τους (τὴν κοψιά τους) τὴ λέμε ***ἀκμὴ*** ἢ ***κόψι*** ἢ πλευρὰ τοῦ κύβου.

Ὁ κύβος ἔχει 12 ἀκμές, 4 στὴν ἐπάνω ἕδρα, 4 στὴν κάτω καὶ 4 γύρω.

*8. **ΚΟΡΥΦΕΣ ΤΟΥ***. Κάθε 3 ἀκμὲς τοῦ κύβου βλέπομε πὼς κόβονται. Τὴν τομή τους τὴ λέμε ***κορυφὴ*** τοῦ κύβου. ***Ὁ κύβος ἔχει 8 κορυφές***, 4 πάνω καὶ 4 κάτω.

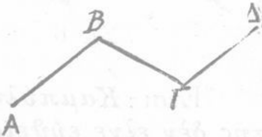
ΓΡΑΜΜΕΣ

9. Εἴδαμε πὼς τὴν τομὴ δυὸ ἑδρῶν τοῦ κύβου τὴ λέμε ἀκμή. ***Τὴν τομὴ δυὸ ἐπιφανειῶν τὴ λέμε γενικὰ γραμμή.***

Ἡ γραμμὴ ἔχει μιὰ διάστασι, μόνο μῆκος.

10. ΠΑΡΑΣΤΑΣΙΣ ΤΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ. Τὴ γραμμὴ τὴν παρασταίνομε μὲ τὸ σημάδι ποὺ ἀφίνει τὸ μολύβι, ὅταν τὸ σέρνομε πάνω στὸ χαρτὶ ἢ ἡ κιμωλία, ὅταν τὴ σέρνωμε πάνω στὸν πίνακα.

Τὴ γραμμὴ τὴν ὀνομάζομε ἢ μὲ ἕνα γράμμα ἢ μὲ δυὸ ἢ μὲ πολλά, ποὺ ἀπ' αὐτὰ τὰ δυὸ τὰ γράφομε στὶς ἄκρες της καὶ τ' ἄλλα ἀνάμεσα στὶς ἄκρες της. Ἔτσι λέμε ἡ γραμμὴ Α (Σχ. 3) ἢ ἡ γραμμὴ ΑΔ ἢ ἡ γραμμὴ ΑΒΓΔ.



Σχ. 3

ΑΣΚΗΣΙΣ. Δεῖξε γραμμὲς ἐπάνω σὲ διάφορα πράγματα.

ΣΗΜΕΙΟ

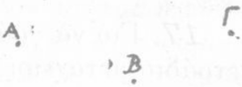
11. Εἴδαμε πὼς τὴν τομὴ δύο ἀκμῶν τοῦ κύβου τὴ λέμε κορυφή του.

Γενικά: ***Τὴν τομὴ δυὸ γραμμῶν τὴ λέμε σημεῖο.***

Τὸ σημεῖο δὲν ἔχει καμμιὰ διάστασι.

12. ΠΑΡΑΣΤΑΣΙΣ ΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ. Τὸ σημεῖο τὸ παρασταίνομε πάνω στὸ χαρτὶ ἢ στὸν πίνακα μὲ μιὰ τελεία καὶ τὸ ὀνομάζομε μὲ ἕνα γράμμα ποὺ τὸ βάνομε κοντά του.

Ἔτσι λέμε τὸ σημεῖο Α, τὸ σημεῖο Β, τὸ σημεῖο Γ κλπ (Σχ. 4).

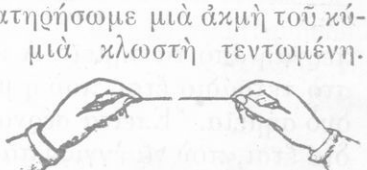


Σχ. 4.

ΕΙΔΗ ΓΡΑΜΜΩΝ

13. ΕΥΘΕΙΑΙ. Ἂν παρατηρήσωμε μιὰ ἀκμὴ τοῦ κύβου, βλέπομε πὼς εἶνε σὰν μιὰ κλωστὴ τεντωμένη. (Σχ. 5). Τὴ γραμμὴ αὐτὴ τὴ λέμε ***εὐθεῖα.***

14. ΤΕΘΛΑΣΜΕΝΗ. Τὴ γραμμή, ποὺ σ' αὐτὴ τελειώνει ἡ μπροστινὴ ἕδρα τοῦ κύβου, τὴν κάνουν εὐθεῖες,

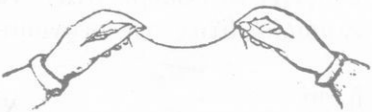


Σχ. 5

ὅλη ὅμως δὲν εἶνε μιὰ εὐθεῖα. Τὴ γραμμὴ αὐτὴ τὴ λέμε ***τεθλασμένη***.

Ἔτσι: ***Τεθλασμένη λέμε τὴ γραμμή, ποὺ ἀποτελεῖται ἀπὸ εὐθεῖες, ἀλλὰ ὁλόκληρη δὲνεἶνε μιὰ εὐθεῖα.***

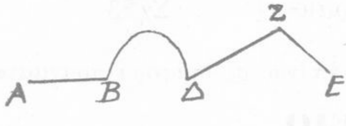
15. ΚΑΜΠΥΛΗ. Ἂν παρατηρήσωμε τὴ γραμμὴ ποὺ δείχνει μιὰ κλωστὴ ὄχι τεντωμένη (Σχ. 6), βλέπομε πῶς κανένα μέρος της, ὅσο μικρὸ καὶ ἂν εἶνε, δὲν εἶνε εὐθεῖα γραμμή. Αὐτὴ τὴ λέμε ***καμπύλη*** γραμμή.



Σχ. 6

Ἔτσι: ***Καμπύλη λέμε τὴ γραμμή, ποὺ κανένα μέρος της δὲν εἶνε εὐθεῖα.***

16. ΜΙΚΤΗ. Τὴ γραμμὴ ΑΒΓΔΖΕ (Σχ. 7) ***ποὺ ἀποτελεῖται ἀπὸ εὐθεῖες καὶ καμπύλες τὴ λέμε μικτή.***



Σχ. 7

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 1) Πόσα καὶ ποιὰ εἶνε τὰ εἴδη τῶν γραμμῶν;

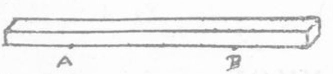
2) Δεῖξε εὐθεῖες καὶ τεθλασμένες γραμμὲς μέσα στὴν τάξι καὶ στὸ βιβλίο.

3) Πὲς πράγματα ποὺ ἔχουνε διάφορες γραμμές.

4) Βρὲς γράμματα κεφαλαῖα ποὺ ἔχουνε διάφορες γραμμές

ΧΑΡΑΞΙΣ ΕΥΘΕΙΑΣ

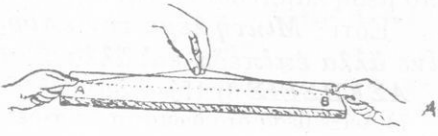
17. Γιὰ νὰ γράψωμε μιὰ εὐθεῖα στὸν πίνακα ἢ στὸ τετράδιο μεταχειριζόμαστε τὴ ρίγα (χάρακα ἢ κανόνα). Αὐτὸς εἶνε ἕνα λεπτὸ σανίδι μακρουλὸ μὲ κόψεις εὐθεῖες (Σχ. 8).



Σχ. 8

Ἂν θέλωμε νὰ γράψωμε στὸ τετράδιο μιὰ εὐθεῖα ποὺ νὰ περνάη ἀπὸ τὰ σημεῖα Α καὶ Β, βάνομε τὸν κανόνα πάνω στὸ τετράδιο ἔτσι, ποὺ ἡ μιὰ κόψι του νὰ περνάη ἀπὸ τὰ δυὸ σημεῖα. Ἔπειτα σέρνομε τὸ μολύβι πάνω στὸ τετράδιο ἔτσι, ποὺ νὰ ἐγγίζη πάντα τὴν κόψι τῆς ρίγας καὶ τότε τὸ μολύβι θὰ σημαδέψη τὴν εὐθεῖα.

18. Γιὰ νὰ γράψωμε μιὰ εὐθεῖα πάνω σὲ μιὰ μακρυὰ σανίδα ποὺ νὰ περνάη ἀπὸ δυὸ σημεῖα Α καὶ Β (Σχ. 9) παίρνομε ἕνα σπάγγο καὶ τὸν χρωματίζομε μὲ κόκκινο χρῶμα τὶς περισσότερες φορές. Ἔπειτα τὸν τεντώνομε καὶ στερεώνομε στὰ σημεῖα αὐτὰ τὶς ἄκρες του. Κατόπι σηκώνομε τὸ σπάγγο ἀπὸ τὴ μέση του καὶ τὸν ἀφίνομε νὰ χτυπήση στὴ σανίδα καὶ ἔτσι θὰ σημαδέψη τὴν εὐθεῖα.



Σχ. 9

19. Ἂν θέλωμε νὰ χαράξωμε μιὰ εὐθεῖα στὴν αὐλὴ ἢ στὸν κῆπο, καρφώνομε δυὸ ξύλα στὰ σημεῖα ποὺ θέλομε νὰ περάση ἡ εὐθεῖα. Ἔπειτα δένομε σ᾽ αὐτὰ ἕνα σχοινὶ τεντωμένο. Κατόπι σέρνομε στὸ χῶμα ἕνα ξύλο σουβλερὸ ἔτσι, ποὺ νὰ ἐγγίζη πάντα τὸ σχοινὶ καὶ τότε τὸ ξύλο θὰ χαράξη τὴν εὐθεῖα.

ΑΣΚΗΣΙΣ. Γράψε στὸ τετράδιο 3 γραμμὲς εὐθεῖες 3 τεθλασμένες, 3 καμπύλες καὶ 3 μικτές.

ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΙ

20. ΕΠΙΠΕΔΟ. Ἂν ἐπάνω σὲ μιὰ ἕδρα τοῦ κύβου βάλωμε μιὰ εὐθεῖα γραμμή, π.χ. τὴν κόψι τῆς ρίγας, καὶ τὴ στρέψωμε γύρω, θὰ ἰδοῦμε πῶς ἐγγίζει ὅλη τὴν ἕδρα.

Τὴν ἐπιφάνεια αὐτὴ τὴ λέμε ***ἐπίπεδη ἐπιφάνεια*** ἢ ***ἐπίπεδο.***

Ἔτσι: ***Ἐπίπεδο λέμε τὴν ἐπιφάνεια ποὺ ἡ εὐθεῖα γραμμὴ τὴν ἐγγίζει ὅλη ὅπως κι᾽ ἂν τὴν στρέψωμε.***

21. ΤΕΘΛΑΣΜΕΝΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κύβου ἀποτελεῖται ἀπὸ πολλὰ ἐπίπεδα, ὅλη ὅμως δὲν εἶνε ἕνα ἐπίπεδο, τὴν ἐπιφάνεια αὐτὴ τὴ λέμε ***τεθλασμένη.***

Ἔτσι: ***Τεθλασμένη λέμε τὴν ἐπιφάνεια ποὺ ἀποτελεῖται ἀπὸ ἐπίπεδα, ἀλλὰ ὅλη δὲν εἶνε ἕνα ἐπίπεδο.***

22. ΚΑΜΠΥΛΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ. Ἂν παρατηρήσωμε τὴν ἐπιφάνεια τοῦ αὐγοῦ, θὰ ἰδοῦμε πὼς κανένα μέρος της ὅσα μικρὸ κι᾽ ἂν εἶνε, δεν εἶνε ἐπίπεδο. Αὐτὴ τὴ λέμε ***καμπύλη*** ἐπιφάνεια.

Ἔτσι: ***Καμπύλη λέμε τὴν ἐπιφάνεια ποὺ καὶ τὸ μικρότερο μέρος της δὲν εἶνε ἐπίπεδο.***

23. ΜΙΚΤΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ. Ὑπάρχουνε καὶ σώματα ποὺ ἡ ἐπιφάνειά τους ἀποτελεῖται ἀπὸ μέρη ἐπίπεδα καὶ ἀπὸ μέρη καμπύλα. Αὐτὴν τὴν ἐπιφάνεια τὴ λέμε ***μικτή***.

Ἔστι: ***Μικτὴ λέμε τὴν ἐπιφάνεια ποὺ τὰ μέρη της εἶνε ἄλλα ἐπίπεδα καὶ ἄλλα καμπύλα.***

ΑΣΚΗΣΕΙΣ 6) Πόσα καὶ ποιὰ εἶνε τὰ εἴδη τῶν ἐπιφανειῶν;
7) Δεῖξε μέσα στὸ δωμάτιο ἐπίπεδες καὶ τεθλασμένες ἐπιφάνειες.
8) Πὲς πράγματα ποὺ νὰ ἔχουνε τὰ διάφορα εἴδη τῶν ἐπιφανειῶν.

ΕΔΡΕΣ ΤΟΥ ΚΥΒΟΥ

24. ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΙΣ ΤΟΥΣ. Ἐμάθαμε στὴ Φυσικὴ (Δὲς Φυσική μου Ε΄ τάξ. σελ. 32) πὼς τὴ διεύθυνσι τοῦ νήματος τῆς στάθμης τὴ λέμε ***κατακόρυφο***. Ἐμάθαμε ἀκόμη (Δὲς φυσική μου Ε΄ τάξ. σελ. 5) πὼς τὴ διεύθυνσι τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ νεροῦ τὴ λέμε ***ὁριζοντία***. Ἂν βάλωμε τὸν κύβο πάνω στὸ τραπέζι, θὰ ἰδοῦμε πὼς ἡ πάνω καὶ ἡ κάτω ἕδρες του ἔχουνε διεύθυνσι ὁριζοντία, γι᾽ αὐτὸ τὶς λέμε ***ὁριζόντιες ἕδρες***.

Οἱ ἄλλες 4 ἕδρες του ἔχουνε διεύθυνσι κατακόρυφο, γι᾽ αὐτὸ τὶς λέμε ***κατακόρυφες ἕδρες***.

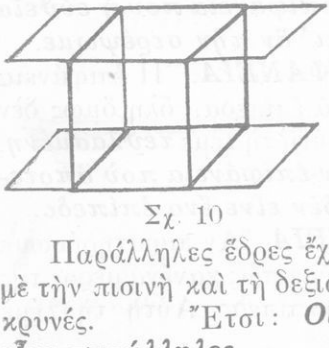
Ἔτσι: ***Ὁ κῦβος ἔχει 2 ἕδρες ὁριζόντιες καὶ 4 κατακόρυφες.***

Τὶς ὁριζόντιες ἕδρες τοῦ κύβου τὶς λέμε ***βάσεις*** του.

Τὶς κατακόρυφες τὶς λέμε ***παράπλευρες ἕδρες*** καὶ ὅλες μαζὺ ***παράπλευρο ἐπιφάνεια***.

Τὶς κατακόρυφες ἀκμὲς τὶς λέμε ***παράπλευρες ἀκμές.***

25. ΘΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ. Ἂν παρατηρήσωμε τὴν ἐπάνω καὶ τὴν κάτω ἕδρα τοῦ κύβου (Σχ. 10), βλέπομε πὼς δὲν συναντῶνται, ὅσο κι᾽ ἂν τὶς μεγαλώσωμε. Τὶς ἕδρες αὐτὲς τὶς λέμε ***παράλληλες***.



Σχ. 10

Παράλληλες ἕδρες ἔχει ἀκόμη ὁ κύβος τὴν μπροστινὴ μὲ τὴν πισινὴ καὶ τὴ δεξιὰ μὲ τὴν ἀριστερή, δηλ. τὶς ἀντικρυνές. Ἔτσι: ***Οἱ ἀντικρυνὲς ἕδρες τοῦ κύβου εἶνε παράλληλες.***

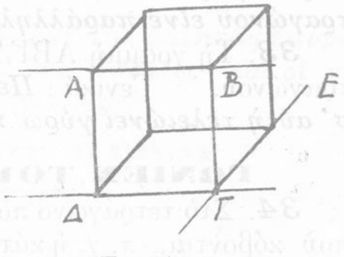
26. ΣΧΕΣΕΙΣ ΤΟΥΣ. Ἂν κόψωμε ἕνα κομμάτι χαρτὶ ἴσο μὲ μιὰ ἕδρα τοῦ κύβου, καὶ τὸ βάλωμε πάνω σὲ κάθε μιὰ ἀπὸ τὶς ἄλλες ἕδρες του, θὰ ἰδοῦμε πὼς τὴ σκεπάζει ἴσα-ἴσα. Ἔτσι βλέπουμε πώς: ***Ὅλες οἱ ἕδρες τοῦ κύβου εἶνε ἴσες.***

ΑΚΜΕΣ ΤΟΥ ΚΥΒΟΥ

27. ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΙΣ ΤΟΥΣ. Εἰς τὸν κύβον οἱ 4 ἀκμές, ποὺ εἶνε στὴν ἐπάνω ἕδρα καὶ οἱ 4 ποὺ εἶνε στὴν κάτω, εἶνε ὁριζόντιες, οἱ ἄλλες 4 ποὺ εἶνε στὶς γύρω ἕδρες εἶνε κατακόρυφες.

Ἔτσι: ***Ὁ κύβος ἔχει 8 ὁριζόντιες ἀκμὲς καὶ 4 κατακόρυφες.***

28. ΘΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ. Ἂν παρατηρήσωμε τὶς ὁριζόντιες ἀκμὲς ΑΒ καὶ ΔΓ τῆς μπροστινῆς ἕδρας τοῦ κύβου (Σχ. 11), βλέπομε πῶς δὲν συναντῶνται, ὅσο κι᾿ ἂν τὶς μεγαλώσωμε. Τὶς ἀκμὲς αὐτὲς τὶς λέμε ***παράλληλες.***



Σχ. 11

Καὶ οἱ ἀκμὲς ΑΒ καὶ ΓΕ βλέπομε πῶς δὲν συναντῶνται, ὅσο κι᾿ ἂν τὶς μεγαλώσωμε. Αὐτὲς ὅμως δὲν εἶνε παράλληλες, γιατὶ δὲν βρίσκονται στὸ ἴδιο ἐπίπεδο.

Ἔτσι: ***Δυὸ εὐθεῖες τὶς λέμε παράλληλες, ὅταν βρίσκωνται στὸ ἴδιο ἐπίπεδο καὶ δὲν συναντῶνται ὅσο κι᾿ ἂν τὶς μεγαλώσωμε. Στὸν κύβο παρατηροῦμε πῶς οἱ ἀντικρυνὲς ἀκμὲς εἶνε παράλληλες.***

29. ΣΧΕΣΕΙΣ ΤΟΥΣ. Ἂν κόψωμε ἕνα κομμάτι λεπτὸ ξύλο, ἴσο μὲ μιὰ ἀκμὴ τοῦ κύβου καὶ τὸ βάλωμε πάνω σὲ κάθε μιὰ ἀπὸ τὶς ἄλλες ἀκμές του, θὰ ἰδοῦμε πῶς τὴ σκεπάζει ἴσα - ἴσα. Ἀπ᾿ αὐτὸ βλέπομε πῶς:

Ὅλες οἱ ἀκμὲς τοῦ κύβου εἶνε ἴσες.

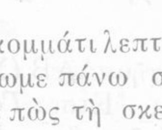
ΑΣΚΗΣΕΙΣ 9) Δεῖξε στὸ βιβλίο, στὸν πίνακα καὶ στὸ δωμάτιο εὐθεῖες παράλληλες καὶ ἄλλες ποὺ δὲν συναντῶνται καὶ δὲν εἶνε παράλληλες.

10) Κράτησε δυὸ μολύβια ἔτσι ποὺ νὰ εἶνε α´) παράλληλα, β´) νὰ συναντῶνται, γ´) νὰ μὴ συναντῶνται καὶ νὰ μὴν εἶνε παράλληλα.

ΣΧΗΜΑ ΤΩΝ ΕΔΡΩΝ ΤΟΥ ΚΥΒΟΥ

30. Ἂν κόψωμε ἕνα κομμάτι χαρτὶ ὅσο εἶνε ἡ ἕδρα τοῦ κύβου θὰ γίνῃ τὸ σχῆμα 12.

Σχ. 12



Τὸ σχῆμα αὐτὸ τὸ λέμε ***τετράγωνο.***

Τὸ τετράγωνο τελειώνει γύρω σὲ 4 γραμμές. Αὐτὲς τὶς λέμε ***πλευρές*** του. Τὰ 4 σημεῖα, ποὺ κόβονται οἱ πλευρές του, τὰ λέμε ***κορυφές*** του.

31. Οἱ πλευρὲς τοῦ τετραγώνου εἶνε καὶ ἀκμὲς τοῦ κύβου. Αὐτὲς ἐμάθαμε πῶς εἶνε ἴσες.

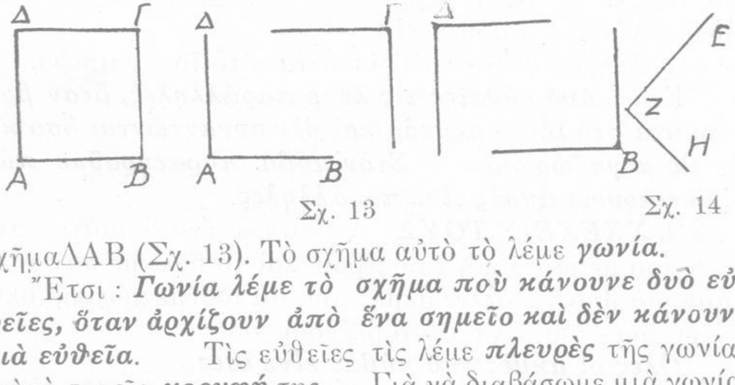
Ἔτσι : ***Ὅλες οἱ πλευρὲς τοῦ τετραγώνου εἶνε ἴσες.***

32. Οἱ ἀντικρυνὲς πλευρὲς τοῦ τετραγώνου εἶνε καὶ ἀντικρυνὲς ἀκμὲς τοῦ κύβου. Αὐτὲς ἐμάθαμε πῶς εἶνε παράλληλες. Ἔτσι : ***Οἱ ἀντικρυνὲς πλευρὲς τοῦ τετραγώνου εἶνε παράλληλες.***

33. Τὴ γραμμὴ ΑΒΓΔΑ, τὴ λέμε ***περίμετρο*** τοῦ τετραγώνου. Γενικά : ***Περίμετρο λέμε τὴ γραμμή, ποὺ σ' αὐτὴ τελειώνει γύρω κάθε ἐπίπεδο σχῆμα.***

ΓΩΝΙΕΣ ΤΟΥ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ

34. Στὸ τετράγωνο παρατηροῦμε πῶς δυὸ πλευρές του, ποὺ κόβονται, π. χ. ἡ κάτω καὶ ἡ ἀριστερή, κάνουνε τὸ



Σχ. 13 Σχ. 14

σχῆμα ΔΑΒ (Σχ. 13). Τὸ σχῆμα αὐτὸ τὸ λέμε ***γωνία.***

Ἔτσι : ***Γωνία λέμε τὸ σχῆμα ποὺ κάνουνε δυὸ εὐθεῖες, ὅταν ἀρχίζουν ἀπὸ ἕνα σημεῖο καὶ δὲν κάνουνε μιὰ εὐθεῖα.*** Τὶς εὐθεῖες τὶς λέμε ***πλευρὲς*** τῆς γωνίας καὶ τὸ σημεῖο ***κορυφή*** της. Γιὰ νὰ διαβάσωμε μιὰ γωνία, βάνωμε ἕνα γράμμα κοντὰ στὴν κορυφή της ἢ καὶ ἄλλο ἕνα γράμμα κοντὰ σὲ κάθε πλευρά της.

Ἔτσι λέμε ἡ γωνία Α ἢ ἡ γωνία ΔΑΒ, ἢ ἡ ΒΑΔ. Τὸ γράμμα δηλαδὴ τῆς κορυφῆς τὸ βάνομε στὴ μέση.

35. Τὴ γωνία ποὺ κάνουνε μιὰ εὐθεῖα κατακόρυφος μὲ μιὰ ὁριζοντία, τὴ λέμε ***ὀρθή***. Ἀλλὰ καὶ ὅταν οἱ πλευρὲς μιᾶς γωνίας δὲν εἶνε ἡ μιὰ κατακόρυφος καὶ ἡ ἄλλη ὁριζοντία, ὅπως π. χ. τῆς ΕΖΗ (Σχ. 14), γίνεται ὅμως ἡ μιὰ ὁριζοντία μόλις κάμωμε τὴν ἄλλη κατακόρυφο, πάλι τὴ γωνία αὐτὴ τὴ λέμε ὀρθή.

Ἔτσι: ***Ὀρθὴ λέμε τὴ γωνία πού, ὅταν κάμωμε τὴ μιὰ πλευρά της κατακόρυφο, τότε ἡ ἄλλη γίνεται ὁριζοντία.***

36. Ὀρθὲς εἶνε καὶ οἱ 4 γωνίες τοῦ τετραγώνου, οἱ Α, Γ,Δ,Β, (Σχ. 13). Ἂν βάλωμε τὴ μιὰ γωνία πάνω στὴν ἄλλη, ἔτσι ποὺ νὰ ἑνωθοῦν οἱ κορυφές τους καὶ ἡ μιά τους πλευρά, τότε θὰ ἑνωθῆ καὶ ἡ ἄλλη τους πλευρὰ καὶ οἱ δυὸ θὰ κάμουνε μιὰ γωνία. Ἀπ' αὐτὸ βλέπομε πῶς: ***Ὅλες οἱ ὀρθὲς γωνίες εἶνε ἴσες.***

37. Γι' αὐτό: ***Τετράγωνο λέμε τὴν ἐπίπεδη ἐπιφάνεια ποὺ τελειώνει γύρω σὲ 4 ἴσες εὐθεῖες καὶ οἱ εὐθεῖες αὐτὲς κάνουνε 4 ὀρθὲς γωνίες.***

ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΚΥΒΟΥ

38. Εἴδαμε πὼς ὅλες οἱ ἕδρες τοῦ κύβου εἶνε τετράγωνα ἴσα. Γι' αὐτό:

Κύβο λέμε τὸ σῶμα ποὺ ἡ ἐπιφάνειά του ἀποτελεῖται ἀπὸ 6 ἴσα τετράγωνα.

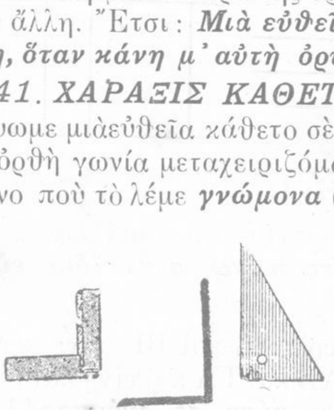
39. ΓΩΝΙΕΣ ΤΟΥ ΚΥΒΟΥ. Κάθε τετράγωνο ἔχει 4 ὀρθὲς γωνιὲς καὶ τὰ 6 τετράγωνα ποὺ ἔχει ὁ κύβος θὰ ἔχουνε $4 \times 6 = 24$ ὀρθὲς γωνίες.

Ἔτσι: ***Ὁ κύβος ἔχει 24 ὀρθὲς γωνίες.***

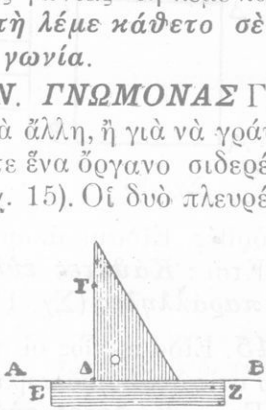
ΚΑΘΕΤΕΣ ΕΥΘΕΙΕΣ

40. Τὴ μιὰ πλευρὰ τῆς ὀρθῆς γωνίας τὴ λέμε κάθετο στὴν ἄλλη. Ἔτσι: ***Μιὰ εὐθεῖα τὴ λέμε κάθετο σὲ μιὰ ἄλλη, ὅταν κάνη μ' αὐτὴ ὀρθὴ γωνία.***

41. ΧΑΡΑΞΙΣ ΚΑΘΕΤΩΝ. ΓΝΩΜΟΝΑΣ Γιὰ νὰ γράψωμε μιὰ εὐθεῖα κάθετο σὲ μιὰ ἄλλη, ἢ γιὰ νὰ γράψωμε μιὰ ὀρθὴ γωνία μεταχειριζόμαστε ἕνα ὄργανο σιδερένιο ἢ ξύλινο ποὺ τὸ λέμε ***γνώμονα*** (Σχ. 15). Οἱ δυὸ πλευρές του



Σχ. 15



Σχ. 16

κάνουνε ὀρθὴ γωνία.

42. Ἂς ὑποθέσωμε πὼς θέλομε νὰ φέρωμε κάθετο, π.χ. στὴν εὐθεῖα ΑΒ (Σχ. 16), στὸ σημεῖο της Δ ἢ ἀπὸ τὸ σημεῖο Τ, ποὺ βρίσκεται ἔξω ἀπὸ τὴν ΑΒ. Βάνομε τὸ γνώμονα πάνω στὸν πίνακα ἢ στὸ χαρτὶ ποὺ βρίσκεται ἡ ΑΒ ἔτσι, ποὺ ὁλόκληρη ἡ μιὰ πλευρὰ τῆς ὀρθῆς γωνίας του νὰ ἐγγίζῃ τὴν ΑΒ. Ἔπειτα σέρνομε τὸν γνώμονα στὴ διεύθυνσι τῆς ΑΒ ὡς ποὺ ἡ ἄλλη πλευρὰ τῆς ὀρθῆς γωνίας του νὰ περάσῃ ἀπὸ τὸ σημεῖο Δ ἢ ἀπὸ τὸ σημεῖο Τ. Τότε μεταχειριζόμαστε τὴν πλευρὰ αὐτὴ γιὰ ρίγα καὶ γράφομε τὴν εὐθεῖαΤΔ Αὐτὴ εἶνε κάθετος πάνω στὴν ΑΒγιατὶ ἡγωνία εἶνε ἴδια μὲ τὴ γωνία τοῦ γνώμονα, ποὺ εἶνε ὀρθή.

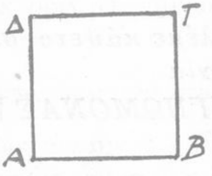
43. Ἂν στὸ σημεῖο Δ ἢ ἀπὸ τὸ σημεῖο Τ φέρωμε κι᾽ ἄλλη κάθετο, θὰ ἑνωθῆ μὲ τὴν πρώτη καὶ θὰ κάμουνε κι᾽ οἱ δυὸ μιὰ κάθετο.

Γι᾽ αὐτό: ***Σ᾽ ἕνα σημεῖο μιᾶς εὐθείας ἢ ἀπὸ ἕνα σημεῖο ἔξω ἀπὸ μιὰ εὐθεῖα μιὰ μόνο κάθετο μποροῦμε νὰ φέρωμε στὴν εὐθεῖα αὐτή.***

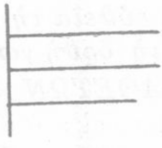
ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 11) Γράψε μιὰ εὐθεῖα καὶ πάρε ἕνα σημεῖό της καὶ στὸ σημεῖο αὐτὸ φέρε κάθετο στὴν εὐθεῖα.

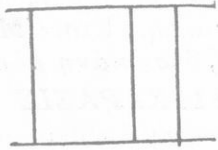
12) Πάρε ἕνα σημεῖο ἔξω ἀπὸ τὴν εὐθεῖα κα᾽ ἀπ᾽ αὐτὸ φέρε κάθετο στὴν εὐθεῖα.

44. Στὸ τετράγωνο εἴδαμε πὼς οἱ πλευρὲς ΑΔ καὶ ΒΓ (Σχ. 16) εἶνε κάθετες στὴν ΑΒ, γιατὶ οἱ γωνίες Α καὶ Β



Σχ. 16


Σχ. 17


Σχ. 18

εἶνε ὀρθές. Εἴδαμε ἀκόμη πὼς εἶνε καὶ παράλληλες.

Ἔτσι: ***Κάθετες εὐθεῖες πάνω στὴν ἴδια εὐθεῖα εἶνε παράλληλες*** (Σχ. 17).

45. Εἴδαμε πὼς οἱ πλευρὲς ΑΔ καὶ ΒΓ εἶνε κάθετες πάνω στὶς δυὸ παράλληλες ΑΒ καὶ ΓΔ καὶ εἶνε καὶ ἴσες.

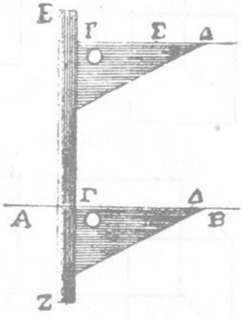
Ἔτσι: ***Κάθετες εὐθεῖες μέσα σὲ δυὸ παράλληλες εἶνε ἴσες*** (Σχ. 18).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 13) Δεῖξε μέσα στὸ δωμάτιο καὶ στὸ βιβλίο εὐθεῖες κάθετες στὴν ἴδια εὐθεῖα.

14) Δεῖξε μέσα στὸ δωμάτιο καὶ στὸ βιβλίο εὐθεῖες κάθειες ἀνάμεσα σὲ δυὸ παράλληλες.

ΧΑΡΑΞΙΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ

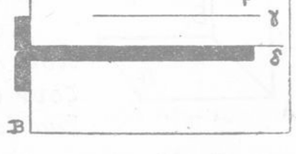
46. ***Ὁ γνώμονας*** χρησιμεύει καὶ γιὰ νὰ φέρνωμε παράλληλες εὐθεῖες. Ἂν π.χ. θέλωμε ἀπὸ τὸ σημεῖο Σ (Σχ. 19) νὰ φέρωμε μιὰ παράλληλο στὴν εὐθεῖα ΑΒ, βάνομε τὸν γνώμονα ἔτσι ποὺ ὁλόκληρη ἡ πλευρὰ μιᾶς ὀρθῆς γωνίας του, π.χ. ἡ ΓΔ, νὰ ἐγγίζη τὴν ΑΒ (Σχ. 19). Ἔπειτα βάνομε μιὰ ρίγα τὴ ΖΕ, ἔτσι ποὺ ὁλόκληρη νὰ ἐγγίζη τὴν ἄλλη κάθετη πλευρὰ τοῦ γνώμονα. Ἔπειτα σέρνομε τὸν γνώμονα στὴ διεύθυνσι τῆς ρίγας, ὡς ποὺ ἡ ἡ πλευρὰ τοῦ ΓΔ νὰ περάση ἀπὸ τὸ σημεῖο Σ. Κατόπι μὲ ρίγα τὴ πλευρὰ ΓΔ τοῦ γνώμονα γράφομε τὴν εὐθεῖα ΓΣΔ. Αὐτὴ θὰ εἶνε παράλληλη μὲ τὴν ΓΒ, γιατὶ κι᾽ οἱ δυὸ εἶνε κάθετες στὴν ἀκμὴ τῆς ρίγας (ἐδ. 44)



Σχ. 19

47. ***ΤΑΥ***. Παράλληλες εὐθεῖες μποροῦμε νὰ φέρωμε καὶ μὲ ἕνα ἄλλο ὄργανο ποὺ τὸ λέμε ***Ταῦ*** (Σχ. 20). Οἱ ἀκμές του κάνουν ὀρθὲς γωνίες. Φέρνομε μιὰ κάθετη, τὴν ΑΒ (Σχ. 21). Ἔπειτα βάνομε τὴν μιὰ ἀκμὴ τοῦ Ταῦ νὰ ἐγγίζη τὴν ΑΒ.

Σχ. 20



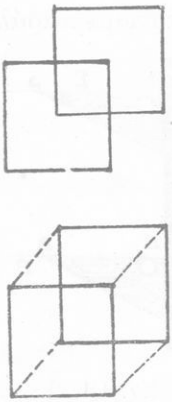
Σχ. 21

Κατόπι μεταχειριζόμαστε γιὰ ρίγα τὴν ἄλλη ἀκμὴ τοῦ Ταῦ καὶ γράφομε τὶς εὐθεῖες α, β, γ. Αὐτὲς θὰ εἶνε παράλληλες γιατὶ εἶνε κάθετες στὴν ΑΒ. Ἔτσι μποροῦμε νὰ γράψωμε πολλὲς παράλληλες στὴν ΑΒ μετακινώντας τὸ Ταῦ στὴ διεύθυνσι τῆς ΑΒ.

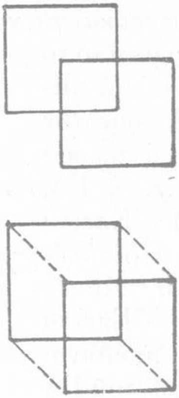
ΙΧΝΟΓΡΑΦΗΣΙΣ

48. ***Τετραγώνου***. Γράφομε μὲ τὴ ρίγα μιὰ εὐθεῖα ΑΒ (Σχ. 12 σελὶς 10), ὅση θέλομε νὰ εἶνε ἡ πλευρὰ τοῦ τετραγώνου, καὶ στὶς ἄκρες Α καὶ Β γράφομε δυὸ κάθετες σ' αὐτὴ καὶ ἴσες μ' αὐτή, τὴν ΑΔ καὶ τὴ ΒΓ. Γράφομε καὶ τὴν εὐθεῖα ΔΓ καὶ γίνεται τὸ τετράγωνο.

49. ***Κύβου.*** Γράφομε δυὸ τετράγωνα ἴσα τὸ ἕνα πάνω στ' ἄλλο ἔτσι, ποὺ οἱ ὁριζόντιες πλευρές τους νὰ εἶνε παράλληλεςκαὶμιὰ ἀπὸ τὶς ὁριζόντιεςπλευρὲς τοῦ ἑνὸς νὰ κόβεται στὴ μέση μὲ μιὰ ἀπὸ τὶς ἄλλες πλευρὲςτοῦἄλλου(Σχ. 22).



Σχ. 22

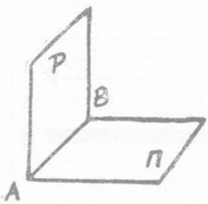


Σχ. 23

Ἔπειτα ἑνώνομε μὲ εὐθεῖες τὶς ἐπάνω καὶ κατόπι τὶς κάτω κορυφὲς τῶν τετραγώνων, τὴν δεξιὰ μὲ τὴ δεξιὰ καὶ τὴν ἀριστερὴ μὲ τὴν ἀριστερή, καὶ γίνεται ὁ κύβος (Σχ. 23).

ΔΙΕΔΡΕΣ ΓΩΝΙΕΣ

50. Στὸν κύβο παρατηροῦμε πὼς δυὸ ἕδρες του ποὺ κόβονται, π. χ. ἡ κάτω καὶ ἡ ἀριστερή, κάνουνε τὸ σχῆμα 24. Τὸ σχῆμα αὐτὸ τὸ λέμε ***δίεδρο γωνία.***



Σχ. 24

Ἔτσι: ***Δίεδρο γωνία λέμε τὸ σχῆμα ποὺ κάνουνε δυὸ ἐπίπεδα ποὺ ἀρχίζουν ἀπὸ μιὰ εὐθεῖα καὶ δὲν κάνουν ἕνα ἐπίπεδο.***

Τὰ ἐπίπεδα τὰ λέμε ***ἕδρες*** της καὶ τὴν εὐθεῖα ***ἀκμή*** της.

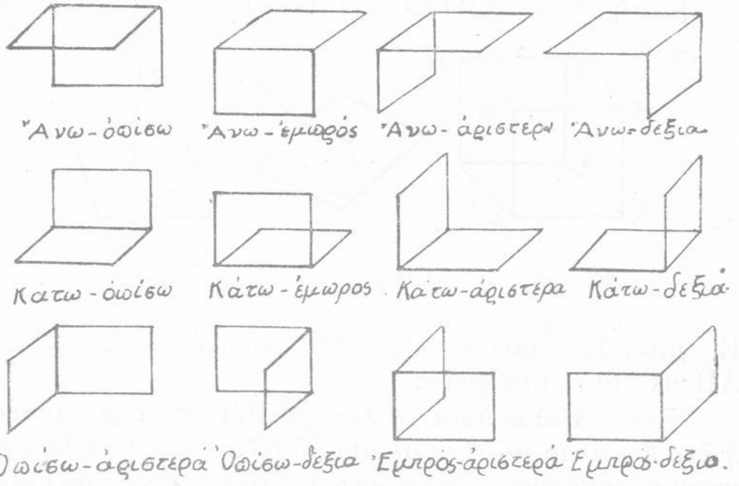
Γιὰ νὰ διαβάσωμε μιὰ δίεδρο γωνία, γράφομε δυὸ γράμματα στὴν ἀκμή της ἢ ἄλλο ἕνα γράμμα σὲ κάθε ἕδρα της. Ἔτσι λέμε ἡ δίεδρος γωνία ΑΒ ἢ ἡ ΡΑΒΠ ἢ ἡ ΠΑΒΡ, τὰ γράμματα δηλαδὴ τῆς ἀκμῆς τὰ βάνομε στὴ μέση. Τὶς γωνίες ποὺ κάνουνε δυὸ εὐθεῖες, γιὰ νὰ τὶς ξεχωρίζωμε ἀπὸ τὶς δίεδρες, τὶς λέμε ***ἐπίπεδες.***

51. ***ΟΡΘΗ ΔΙΕΔΡΟΣ ΓΩΝΙΑ.*** Ἂν μιὰ ἕδρα τῆς διέδρου ΑΒ εἶνε κατακόρυφος, π.χ. ἡ Ρ, ἡ ἄλλη, ἡ Π, θὰ εἶνε ὁριζοντία. Γι᾽ αὐτὸ τὴ δίεδρο αὐτὴ τὴ λέμε ***ὀρθὴ δίεδρο*** γωνία.

Ἔτσι: ***Ὀρθὴ λέμε τὴ δίεδρο γωνία πού, ὅταν κάμωμε τὴ μιὰ ἕδρα της κατακόρυφο, τότε ἡ ἄλλη γίνεται ὁριζοντία.***

52. ΔΙΕΔΡΕΣ ΓΩΝΙΕΣ ΤΟΥ ΚΥΒΟΥ. Κάθε ἀκμὴ τοῦ κύβου εἶνε καὶ ἀκμὴ μιᾶς διέδρου γωνίας, ὥστε ὁ κύβος ἔχει τόσες δίεδρες γωνίες ὅσες ἀκμὲς ἔχει.

Γι᾽ αὐτό: ***Ὁ κύβος ἔχει 12 δίεδρες γωνίες*** (Σχ. 25).



Σχ. 25

53. Ἂν κάμωμε ἀπὸ χαρτόνι μιὰ δίεδρο ὀρθὴ γωνία, σὰν τὴν ΡΑΓΠ (Σχ. 26), καὶ τὴ βάλωμε πάνω σὲ κάθε μιὰ δίεδρο τοῦ κύβου ἔτσι, ποὺ νὰ ἑνωθοῦν οἱ ἀκμές τους καὶ ἡ μιά τους ἕδρα, τότε θὰ ἑνωθῆ καὶ ἡ ἄλλη τους ἕδρα καὶ θὰ κάμουνε μιὰ δίεδρο. Ἀπ᾽ αὐτὸ βλέπομε πώς:

Ὅλες οἱ ὀρθὲς δίεδρες γωνίες εἶνε ἴσες.

ΚΑΘΕΤΑ ΕΠΙΠΕΔΑ

54. Τὴ μιὰ ἕδρα τῆς διέδρου ὀρθῆς γωνίας τὴ λέμε κάθετο στὴν ἄλλη.

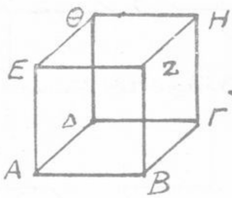
Ἔτσι: ***Ἕνα ἐπίπεδο τὸ λέμε κάθετο σ' ἕνα ἄλλο, ὅταν κάνη μ' αὐτὸ ὀρθὴ δίεδρο γωνία.***

ΑΣΚΗΣΙΣ. 14) Δεῖξε μέσα στὸ δωμάτιο καὶ στὸ βιβλίο ὀρθὲς δίεδρες γωνίες.

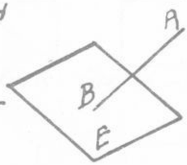
ΚΑΘΕΤΟΣ ΕΥΘΕΙΑ ΣΕ ΕΠΙΠΕΔΟ

55. Ἡ ἀκμὴ ΑΕ τοῦ κύβου ΑΗ (Σχ. 26) εἴπαμε πὼς εἶνε κατακόρυφος καὶ συναντᾶ τὴν ἕδρα ΑΒΓΔ, ποὺ εἶνε ὁριζοντία, στὸ σημεῖο Δ. Τὴν εὐθεῖα ΑΕ τὴ λέμε ***κάθετο*** στὸ ἐπίπεδο ΑΒΓΔ.

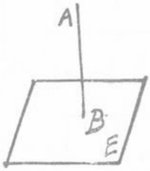
Καὶ ἡ εὐθεῖα ΑΒ (Σχ. 27) εἶνε κάθετος στὸ ἐπίπεδο



Σχ. 26



Σχ. 27



Σχ. 28

Ε, γιατὶ ἂν κάμωμε τὸ ἐπίπεδο Ε ὁριζόντιο (Σχ. 28), ἡ ΑΒ γίνεται κατακόρυφος.

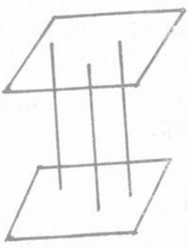
Ἔτσι: ***Μιὰ εὐθεῖα τὴ λέμε κάθετο σ' ἕνα ἐπίπεδο ἢ ἕνα ἐπίπεδο κάθετο σὲ μιὰ εὐθεῖα, ὅταν ἡ εὐθεῖα γίνεται κατακόρυφος, ἅμα κάμωμε τὸ ἐπίπεδο ὁριζόντιο.***

ΚΑΘΕΤΕΣ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΕ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ ΕΠΙΠΕΔΑ

56. Εἰς τὸν κύβο ΑΗ (Σχ. 26) οἱ ὁριζόντιες ἕδρες ΑΒΓΔ καὶ ΕΖΗΘ εἶνε παράλληλες. Οἱ κατακόρυφες ἀκμὲς ΑΕ, ΒΖ, ΓΗ καὶ ΔΘ εἶνε κάθετες στὶς ὁριζόντιες αὐτὲς ἕδρες. Εἶνε ὅπως ἐμάθαμε καὶ ἴσες.

Ἔτσι: ***Εὐθεῖες κάθετες ἀνάμεσα σὲ δυὸ παράλληλα ἐπίπεδα εἶνε ἴσες*** (Σχ. 29).

56. Μιὰ ἀπ' αὐτὲς τὴ λέμε ἀπόστασι τῶν δυὸ παραλλήλων ἐπιπέδων.

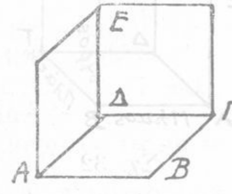


Σχ. 29

ΑΣΚΗΣΙΣ. Βρὲς ἀποστάσεις παραλλήλων ἐπιπέδων μέσα στὸ δωμάτιο καὶ στὸ βιβλίο.

ΣΤΕΡΕΕΣ ΓΩΝΙΕΣ

57. Στὸν κύβο παρατηροῦμε πὼς 3 ἕδρες ποὺ συναντῶνται, π.χ. ἡ πίσω, ἡ ἀριστερὴ καὶ ἡ κάτω, κάνουν τὸ σχῆμα 30. Τὸ σχῆμα αὐτὸ τὸ λέμε ***τρίεδρη γωνία ἢ στερεὰ γωνία***. Καὶ οἱ 3 ἕδρες περνᾶνε ἀπὸ τὸ σημεῖο Δ. Κάθε ἕδρα π.χ. ἡ ΑΒΓΔ, κόβεται ἀπὸ τὶς ἄλλες καὶ δὲν προχωρεῖ ἄλλο, ἀλλὰ τελειώνει ἐκεῖ στὶς τομὲς ΔΑ καὶ ΔΓ.



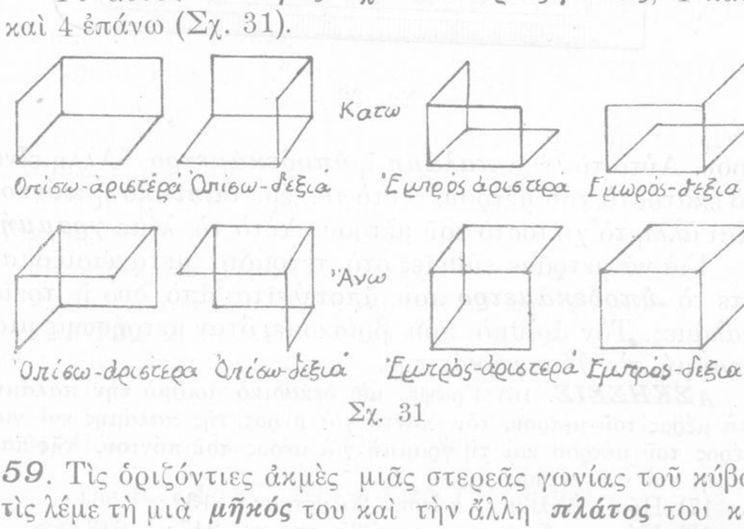
Σχ. 30

Ἔτσι: ***Τρίεδρη γωνία λέμε τὸ σχῆμα ποὺ κάνουνε 3 ἐπίπεδα ποὺ συναντῶνται σ' ἕνα σημεῖο καὶ τὸ καθένα τελειώνει στὶς τομὲς ποὺ κόβεται ἀπὸ τὰ γειτονικά του.*** Τὰ 3 ἐπίπεδα τὰ λέμε ***ἕδρες*** της, τὸ σημεῖο ***κορυφή*** της καὶ τὶς 3 τομὲς τῶν ἑδρῶν της ***ἀκμές*** της.

Γιὰ νὰ διαβάσωμε μιὰ στερεὰ γωνία γράφομε ἕνα γράμμα στὴν κορυφή της ἢ ἄλλο ἕνα γράμμα σὲ κάθε ἀκμή της. Ἔτσι λέμε ἡ στερεὰ γωνία Δ ἢ ἡ ΔΑΕΓ, τὸ γράμμα δηλ. τῆς κορυφῆς τὸ βάνομε πρῶτο.

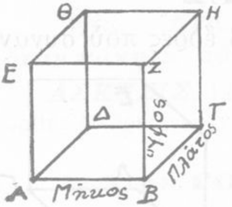
58. ***ΣΤΕΡΕΕΣ ΓΩΝΙΕΣ ΤΟΥ ΚΥΒΟΥ.*** Κάθε κορυφὴ τοῦ κύβου εἶνε καὶ κορυφὴ μιᾶς στερεᾶς γωνίας του.

Γι' αὐτό: ***Ὁ κύβος ἔχει 8 στερεὲς γωνίες***, 4 κάτω καὶ 4 ἐπάνω (Σχ. 31).



Σχ. 31

59. Τὶς ὁριζόντιες ἀκμὲς μιᾶς στερεᾶς γωνίας τοῦ κύβου τὶς λέμε τὴ μιὰ ***μῆκός*** του καὶ τὴν ἄλλη ***πλάτος*** του καὶ



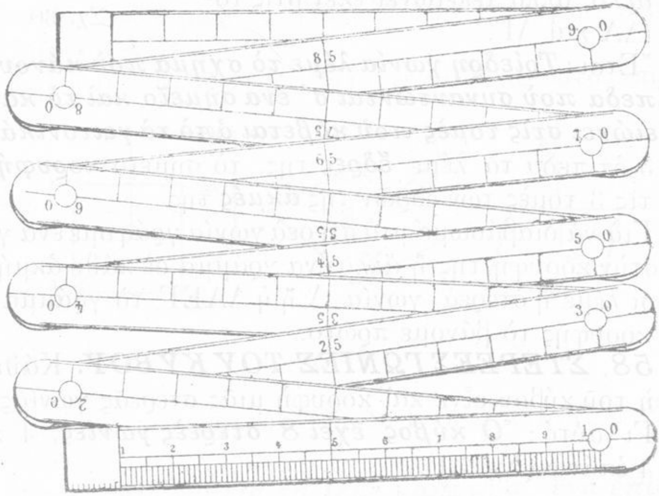
Σχ. 32

τὴν κατακόρυφο ***ὕψος*** του (Σχ. 32).

ΑΣΚΗΣΙΣ. 15) Δεῖξε στερεὲς γωνίες στὸ δωμάτιο, στὸν πίνακα καὶ στὸ βιβλίο.

ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΕΥΘΕΙΩΝ

60. Γιὰ νὰ μετρᾶμε τὶς εὐθεῖες μεταχειριζόμαστε γιὰ μονάδα τὸ ***μέτρο*** (Σχ. 33). Ἄλλη μονάδα εἶνε τὸ δέκατο τοῦ μέ-



Σχ. 33

τρου. Αὐτὸ τὸ λέμε ***παλάμη*** ἢ ***ὑποδεκάμετρο***. Ἄλλη εἶνε τὸ ἑκατοστὸ τοῦ μέτρου. Αὐτὸ τὸ λέμε ***δάκτυλο*** ἢ ***πόντο***. Καὶ ἄλλη τὸ χιλιοστὸ τοῦ μέτρου. Αὐτὸ τὸ λέμε ***γραμμή***.

Γιὰ νὰ μετρᾶμε εὐθεῖες στὸ τετράδιο μεταχειριζόμαστε τὸ ***ὑποδεκάμετρο*** ποὺ ἀποτελεῖται ἀπὸ δυὸ ἢ τρεῖς παλάμες. Τὸν ἀριθμὸ ποὺ βρίσκομε, ὅταν μετρήσωμε μιὰ γραμμή, τὸν λέμε ***μῆκός*** της.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 16) Γράψε μὲ δεκαδικὸ ἀριθμὸ τὴν παλάμη γιὰ μέρος τοῦ μέτρου, τὸν πόντο γιὰ μέρος τῆς παλάμης καὶ γιὰ μέρος τοῦ μέτρου καὶ τὴ γραμμὴ γιὰ μέρος τοῦ πόντου, τῆς παλάμης καὶ τοῦ μέτρου.

17) Πόσες παλάμες κάνουν 25 μέτρα; 132; 564;
18) Πόσους πόντους κάνουνε 35 παλ.; 247; 643;

19) Πόσες γραμμὲς κάνουνε 35 πόντοι; 143; 568;
20) Πόσους πόντους κάνουν 25 μ.; 132 μ.; 564 μ.;
21) Πόσες γραμμὲς κάνουν 25 μ.; 132; 564 μ.;
22) Πόσα μέτρα κάνουν 80 παλ.; 276;
23) Πόσες παλάμες κάνουνε 50 πόντοι; 432 πόντοι.;
24) Πόσους πόντους κάνουνε 50 γραμμ. ;432 γραμμ.;
25) Γράψε με δεκαδεκὸ ἀριθμὸ σὲ μέτρα 32 παλ., 7 παλ., 432 ποντ. 3267 ποντ. 75 γραμμ. 3897 γραμμ.
26) Γράψε 3 εὐθεῖες στὸ τετράδιο καὶ μέτρησέ τες μὲ τὸ ὑποδεκάμετρο.
27) Γράψε μιὰ εὐθεῖα 0,17 τοῦ μέτρου καὶ ἄλλη 0,08 τοῦ μέτρο .
28) Μέτρησε τὶς ἀκμὲς τοῦ τετραδίου, τοῦ πίνακα, τοῦ θρανίου καὶ τῆς ἕδρας.
29) Μέτρησε τὸ ὕψος ποὺ ἔχει τὸ πόδι τοῦ τραπεζιοῦ, τὸ ὕψος τοῦ παρεθυριοῦ ἀπὸ τὸ πάτωμα.
30) Μέτρησε τὶς κάτω ὁριζόντιες ἀκμὲς τοῦ δωματίου.

ΑΛΛΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΗΚΟΥΣ

61. Γιὰ νὰ μετρᾶμε τὰ οἰκόπεδα ἔχομε τὸν ***τεκτονικὸ πῆχυ*** ποὺ εἶνε τὰ 0,75 τοῦ μέτρου. Γιὰ νὰ μετρᾶμε τὰ ὑφάσματα ἔχομε τὸν πῆχυ τοῦ ἐμπορίου ποὺ εἶνε 0,64 τοῦ μέτρου καὶ διαιρεῖται σὲ 8 ἴσα μέρη ποὺ τὰ λέμε ***ρούπια***. Ἔτσι τὸ κάθε ρούπι εἶνε 0,64 : 8 ἢ 0,08 τοῦ μέτρου.

Γιὰ νὰ βροῦμε πόσα μέτρα εἶνε μερικοὶ τεκτονικοὶ πήχεις τοὺς πολλαπλασιάζομε μὲ τὸ 0,75. Ἂν εἶνε πήχεις τοῦ ἐμπορίου τοὺς πολλαπλασιάζομε μὲ τὸ 0,64.

Παράδειγμα. 1) 320 τεκτ. πηχ. εἶνε 320×0,75=240 μ.
2) 320 πηχ. ἐμπ. εἶνε 320×0,64=204,8 μ.

Γιὰ νὰ βροῦμε μερικὰ μέτρα πόσοι τεκτον. πήχεις εἶνε, τὰ διαιροῦμε μὲ τὸ 0,75.

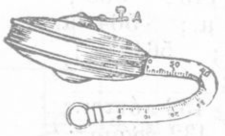
Γιὰ νὰ βροῦμε πόσοι πήχεις ἐμπορίου εἶνε τὰ διαιροῦμε μὲ τὸ 0,64.

Παράδειγμα. 1) 300 μέτρα εἶνε 300: 0,75=400 τεκτ. π.
2) 224 μέτρα εἶνε 224 : 0,64=350 πηχ. ἐμπορ.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 31) Πόσα μέτρα εἶνε 400 τεκτ. πηχ; 560; 688; 476; 638;
32) Πόσα μέτρα εἶνε 400 πηχ. ἐμπ.; 650; 740; 576;
33) Πόσοι τεκτ. πηχ. εἶνε 225 μέτρα; 283,5; 335,25; 389,52;
34) Πόσοι πηχ. ἐμπ. εἶνε 240 μ. 320 μ. 400 μ.

ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΓΑΛΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ

62. Γιὰ νὰ μετρᾶμε μεγάλες γραμμὲς ἔχομε μονάδες:



Σχ. 34

Τὸ ***δεκάμετρο*** ποὺ εἶνε 10 μέτρα, τὸ ***ἑκατόμετρο*** ποὺ εἶνε 100 μ. καὶ τὸ ***χιλιόμετρο*** ποὺ εἶνε 1000 μέτρα καὶ μεταχειριζόμαστε ἕνα ὄργανον ποὺ τὸ λέμε ***ταινία*** (Σχ. 34) καὶ ἀποτελεῖται ἀπὸ 10 ἢ 20 μέτρα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 35) Τὸ ἑκατόμετρο πόσα δεκάμετρα ἔχει;

36) Τὸ χιλιόμετρο πόσα ἑκατόμετρα καὶ πόσα δεκάμετρα ἔχει;

ΜΗΚΟΣ ΤΗΣ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΥ ΤΟΥ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ

63. Ἐπειδὴ καὶ οἱ 4 πλευρὲς τοῦ τετραγώνου εἶνε ἴσες, γιὰ νὰ εὕρωμε τὸ μῆκος τῆς περιμέτρου του, πολλαπλασιάζομε τὸ μῆκος μιᾶς πλευρᾶς του μὲ τὸ 4.

Παράδειγμα. Τὸ μῆκος μιᾶς πλευρᾶς ἑνὸς τετραγώνου εἶνε 2,75 μ., τὸ μῆκος τῆς περιμέτρου του θὰ εἶνε 2,75×4=11 μ.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 37) Κάμε στὸ τετράδιο ἕνα τετράγωνο ποὺ νὰ ἔχῃ πλευρὰ 5 πόντους καὶ ἄλλο μὲ πλευρὰ 7 πόντους καὶ βρὲς πόση εἶνε περίμετρος τοῦ καθενός.

38) Πόση εἶνε ἡ περίμετρος τετραγώνου, ποὺ ἔχει πλευρὰ 4 μέτρα; 5,8 μέτρα; 4,35 μ.; 0,9 μ.; 0,87 μ.

39) Πόση εἶνε ἡ πλευρὰ τετραγώνου ποὺ ἔχει περίμετρο 32 μ.; 14,4 μ.; 13.8 μ.; 2,8 μ.; 2,52 μ.;

40) Ἕνας κῆπος ἔχει σχῆμα τετράγωνο, μὲ πλευρὰ 14,5 μ. Πόσο συρματόπλεγμα θὰ χρειασθῇ, γιὰ νὰ τὸν κλείσωμε; Πόσο θὰ δώσωμε γιὰ τὸ συρματόπλεγμα, ἂν τὸ μέτρο πουλιέται 16,5 δρ;

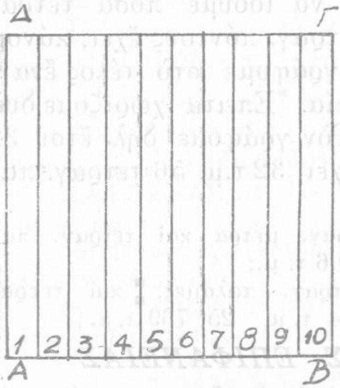
41) Μιὰ αὐλὴ ἔχει σχῆμα τετράγωνο μὲ πλευρὰ 15 μ. Θέλομε νὰ φυτέψωμε στὸ γύρο δένδρα μακρυὰ τὸ ἕνα ἀπὸ τὸ ἄλλο 1,5μ. Σὲ κάθε κορυφὴ θὰ φυτέψωμε ἕνα δέντρο. Πόσα δένδρα θὰ φυτέψωμε;

ΜΟΝΑΔΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ

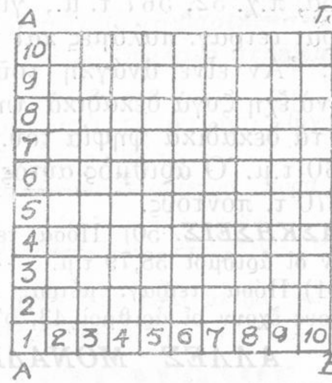
64. Γιὰ νὰ μετρᾶμε τὶς ἐπιφάνειες ἔχομε μονάδα τὸ ***τετραγωνικὸ μέτρο***. Αὐτὸ εἶνε ἕνα τετράγωνο ποὺ κάθε πλευρά του εἶνε 1 μέτρο.

Γιὰ νὰ μετρᾶμε ἐπιφάνειες μικρότερες ἀπὸ τετραγ. μέτρο ἔχομε μονάδες: ***Τὴν τετραγ. παλάμη***, ποὺ εἶνε ἕνα τετράγωνο μὲ πλευρὰ μιὰ παλάμη καὶ τὸν ***τετραγωνικὸ πόντο*** ποὺ εἶνε ἕνα τετράγωνο μὲ πλευρὰ ἕνα πόντο.

῎Ας ὑποθέσωμε πὼς τὸ ΑΒΓΔ (Σχ. 35) εἶνε ἕνα τετραγ.



Σχ. 35



Σχ. 36

μέτρο. Κάθε πλευρὰ τοῦ τετραγώνου αὐτοῦ εἶνε 10 παλάμες. Στὸ τέλος κάθε παλάμης βάνομε ἕνα σημάδι. Ἑνώνομε μὲ εὐθεῖες τὰ σημάδια αὐτὰ στὶς πλευρὲς ΑΓ καὶ ΔΓ καὶ βλέπομε πὼς τὸ τετραγ. μέτρο χωρίζεται σὲ 10 ταινίες (Σχ. 35). ῎Επειτα ἑνώνομε τὰ σημάδια τῶν πλευρῶν ΑΔ καὶ ΒΓ καὶ βλέπομε πῶς κάθε ταινία χωρίζεται σὲ δέκα τετράγωνα καὶ οἱ 10 ταινίες, ποὺ εἶνε τὸ τετραγ. μέτρο, χωρίζονται σὲ 10×10=100 τετράγωνα ποὺ ἔχουνε πλευρὰ μιὰ παλάμη, δηλαδὴ σὲ 1000 τετραγ. παλάμες (Σχ. 36). ῎Ετσι βρίσκομε πώς: ***Τὸ τετραγ. μέτρο ἔχει 100 τετραγωνικὲς παλάμες.***

Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο βρίσκομε πώς: ***Ἡ τετραγ. παλάμη ἔχει 100 τετραγ. πόντους.***

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 42) Ἡ τετραγωνικὴ παλάμη ποιὸ μέρος εἶνε τοῦ τετραγ. μέτρου; Γράψετο μὲ δεκαδικὸ ἀριθμό.

43) Τὸ τετραγ. μέτρο πόσους τετραγ. πόντους ἔχει; Ὁ τετραγ. πόντος ποιὸ μέρος εἶνε τῆς τετραγ. παλάμης; Καὶ ποιὸ τοῦ τετραγ. μέτρου; Γράψετο μὲ δεκαδικὸ ἀριθμό.

44) Πόσες τετραγ. παλάμες κάνουν 25 τετραγ. μέτρα; 132; 564;

45) Πόσους τετραγ. πόντους κάνουν 35 τετραγ. παλ; 247; 693;

46) Πόσους τετραγ. πόντους κάνουν 25 τετραγ. μ; 132; 564;

47) Πόσα τετραγ. μέτρα κάνουν 800; 2763 τετραγ. παλάμες;

48) Πόσες τετραγ. παλάμες κάνουν 500; 4326 τετραγ. πόντοι.

49) Γράψε μὲ δεκαδικὸ ἀριθμὸ σὲ τετραγ. μέτρα 32 τετραγ. παλάμες, 7 τετραγ. παλάμες, 438 τετραγ. πόντους, 82675 τετραγ. πόντους.

65. Ὅταν ἔχωμε ἕνα δεκαδικὸ ἀριθμὸ σὲ τετραγ. μέτρα, π.χ. 32, 567 τ. μ., γιὰ νὰ ἰδοῦμε πόσα τετραγ. μέτρα, τετραγ. παλάμες καὶ τετραγ. πόντους ἔχει, κάνομε ἔτσι: Ἂν εἶνε ἀνάγκη τοῦ γράφομε στὸ τέλος ἕνα 0, γιὰ νὰ ἔχη ζυγὰ δεκαδικὰ ψηφία. Ἔπειτα χωρίζομε δυὸ-δυὸ τὰ δεκαδικὰ ψηφία του. Τὸν γράφομε δηλ. ἔτσι 32, 56.60 τ.μ. Ὁ ἀριθμὸς αὐτὸς ἔχει 32 τ.μ. 56 τετραγ. παλ. καὶ 70 τ. ποντους.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 50) Πόσα τετραγ. μέτρα καὶ τετραγ. παλ. ἔχουν οἱ ἀριθμοὶ 38,79 τ.μ.; 49,6 τ. μ.;

51) Πόσα τετραγ. μέτρα, τετραγ. παλάμες, καὶ τετραγ. πόντους ἔχουν οἱ ἀριθμοὶ 43, 5764 τ. μ. 25, 739 τ. μ.;

ΑΛΛΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ

66. Γιὰ νὰ μετρᾶμε τὰ οἰκόπεδα ἔχομε μονάδα τὸν ***τεκτονικὸ τετρ. πῆχυ*** ποὺ εἶνε τὰ $\frac{9}{16}$ τοῦ τετρ. μέτρου.

Γιὰ νὰ βροῦμε μερικοὶ τέτοιοι πήχεις πόσα τετραγ. μέτρα εἶνε, τοὺς πολλαπλασιάζομε μὲ τὸ κλάσμα αὐτό.

Παράδειγμα. 376 τεκτ. τετρ. πήχεις εἶνε $376 \times \frac{9}{16} = \frac{3384}{16} = 221,5$ τ. μ. ποὺ κάνουνε 211 τετρ. καὶ 50 τετρ. παλάμες. Γιὰ νὰ βροῦμε μερικὰ μέτρα πόσοι τετρ. τεκτ. πήχεις εἶνε εἶνε θὰ τὰ πολλαπλασιάσωμε μὲ τὸ $\frac{16}{9}$

Παράδειγμα. 197 τετρ. μέτρα εἶνε $197 \times \frac{16}{9} = 346,89$ τεκτονικοὶ τετραγ. πήχεις.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 52) Πόσα τετραγ. μέτρα εἶνε 400; 560; 688; 476; 638 τ. τ. π;

53) Πόσοι τεκτ. τετρ. πήχεις εἶνε 225; 283,5; 335,25; 389,52 τ. μ;

ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΓΑΛΩΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ

67. Γιὰ νὰ μετρᾶμε μεγάλες ἐπιφάνειες ἔχομε μονάδες:

α΄) Τὸ ***τετραγωνικὸ δεκάμετρο*** ποὺ εἶνε τετράγωνο μὲ πλευρὰ 10 μ.

β΄) Τὸ ***τετραγωνικὸ ἑκατόμετρο*** ποὺ εἶνε τετράγωνο μὲ πλευρὰ 100 μ. καὶ γ΄) Τὸ ***τετραγωνικὸ χιλιόμετρο*** ποὺ εἶνε τετράγωνο μὲ πλευρὰ 1000 μ.

Γιὰ νὰ μετρᾶμε τὰ κτήματα ἔχομε τὸ ***βασιλικὸ στρέμμα*** ποὺ εἶνε 1000 τετρ. μέτρα, καὶ τὸ ***παλαιὸ στρέμμα*** ποὺ εἶνε 1270 τετρ. μέτρα.

Τὸν ἀριθμὸ ποὺ βρίσκομε ἀπὸ τὴ μέτρησι τῶν ἐπιφανειῶν, τὸν λέμε ***ἐμβαδὸν*** τῆς ἐπιφανείας.

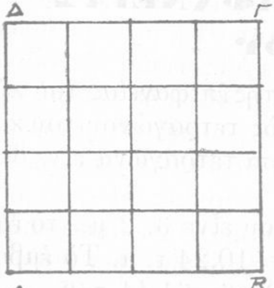
ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 54) Τὸ τετραγωνικὸ δεκάμετρο πόσα τετραγ. μέτρα ἔχει;

55) Τὸ τετραγ. ἑκατόμετρο πόσα τετρ. δεκάμετρα καὶ πόσα τετραγ. μέτρα ἔχει;

56) Τὸ τετραγ. χιλιόμετρο πόσα τετρ. ἑκατόμετρα, πόσα τετρ. δεκάμετρα καὶ πόσα τετραγ. μέτρα ἔχει;

ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ

68. Ἂς ὑποθέσωμε πὼς κάθε πλευρὰ τοῦ τετραγώνου ΑΒΓΔ (Σχ. 37) εἶνε 4 μέτρα. Στὸ τέλος κάθε μέτρου γράφομε ἕνα σημάδι. Ἔπειτα στὶς πλευρὲς ΑΒ καὶ ΔΓ ἑνώνομε μὲ εὐθεῖες τὰ σημάδια αὐτά. Τότε τὸ τετράγωνο χωρίζεται σὲ 4 ταινίες. Κατόπι ἑνώνομε τὰ σημάδια στὶς πλευρὲς ΑΔ καὶ ΒΓ καὶ βλέπομε πὼς κάθε ταινία χωρίζεται σὲ 4 τετράγωνακαὶ οἱ 4 ταινίες ποὺ εἶνε ὅλο τὸ τετράγωνο χωρίζονται σὲ 4×4=16 τετράγωνα. Τὰ τετράγωνα αὐτὰ ἔχουνε πλευρὰ 1 μέτρο εἶνε δηλαδὴ 16 τετραγ. μέτρα. Ἔτσι τὸ ἐμβαδὸ τοῦ τετραγώνου ΑΒΓΔ εἶνε 4×4=16 τετρ. μέτρα.



Σχ. 37

Ἀπ᾽ αὐτὸ βλέπομε πώς:

Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τοῦ τετραγώνου πολλαπλασιάζομε τὴ πλευρά του μὲ τὸν ἑαυτό της.

Παράδειγμα. Ἡ πλευρὰ ἑνὸς τετραγώνου εἶνε 0,5 μ., δηλ. 5 παλάμες. Τὸ ἐμβαδό του θὰ εἶνε 5×5=25 τετρ. παλάμες, ἤτοι 0,25 τετρ. μ. Ἀλλὰ καὶ 0,5×0,5=0,25 τετρ. μ.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 57) Βρὲς τὰ ἐμβαδὰ τῶν τετραγώνων τῶν ἀσκήσεων 37, 38, 39, 40, 41.

58) Σ' ἕνα χωράφι τετραγωνικὸ μὲ πλευρὰ 43, 5 μ. θὰ φυτέψωμε καπνό. Σὲ κάθε τετραγ. μέτρο θὰφυτέψωμε 9 φυτά. Πόσα

φυτὰ θὰ χρειασθοῦν;

59) Μιὰ τετραγωνικὴ αὐλὴ μὲ πλευρὰ 8 μ. θὰ στρωθῆ μὲ τετραγωνικὰ πλακάκια ποὺ ἔχουνε πλευρὰ 0,25 μ. Πόσα πλακάκια θὰ χρειασθοῦν;

60) Ἡ περίμετρος ἑνὸς τετραγώνου εἶνε 17 μ. Πόσο εἶνε τὸ ἐμβαδό του;

61) Ἕνα τετραγωνικὸ ἀμπέλι ἔχει περίμετρο 450 μ. Πόσα βασιλικὰ στρέμματα εἶνε;

ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΣ ΤΟΥ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ

69. Τί λέμε τετράγωνο; (ἐδ. 37). Ποιὰ θέσι ἔχουν οἱ πλευρές του μεταξύ τους; (ἐδ. 32). Πῶς γράφομε ἕνα τετράγωνο; (ἐδ. 40). Πῶς βρίσκομε τὸ μῆκος τῆς περιμέτρου του; (ἐδ. 63). Πῶς βρίσκομε τὸ ἐμβαδό του; (ἐδ. 68).

ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΤΟΥ ΚΥΒΟΥ

70. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας τοῦ κύβου, βρίσκομε πρῶτα τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς τετραγώνου του καὶ τὸ πολλαπλασιάζομε ἐπὶ 6, ἀφοῦ 6 ἴσα τετράγωνα εἶνε ὅλη ἡ ἐπιφάνειά του.

Παράδειγμα. Ἡ ἀκμὴ ἑνὸς κύβου εἶνε 3, 2 μ., τὸ ἐμβαδὸν μιᾶς ἕδρας του εἶνε $3{,}2 \times 3{,}2 = 10{,}24$ τ. μ. Τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας του εἶνε $3{,}2 \times 3{,}2 \times 6 = 61{,}44$ τ. μ.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 62) Νὰ βρεθῆ τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας καθενὸς ἀπὸ τοὺς κύβους ποὺ ἔχουνε πλευρὰν 5 μ., 6, 2 μ., 3,28 μ., 0,8 μ., 0,76 μ.

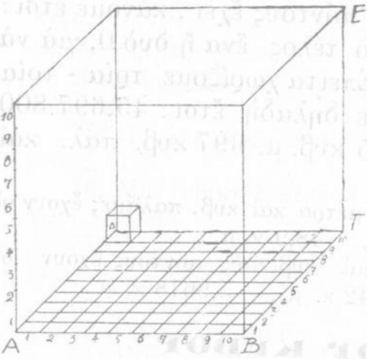
63) Ἕνα κυβικὸ δωμάτιο ἔχει ἀκμὴ 4,2 μ. Πόση εἶνε ὅλη ἡ ἐπιφάνειά του; Πόσο θὰ στοιχίση τὸ ἀσβέτωμα τῶν 4 τοίχων του, ἂν τὸ κάθε τετρ. μέτρο στοιχίζει 3,50 δρ;

ΜΟΝΑΔΕΣ ΟΓΚΟΥ

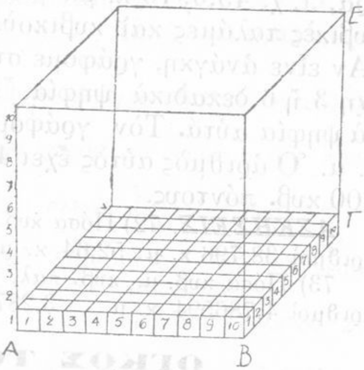
71. Γιὰ νὰ μετρᾶμε τοὺς ὄγκους τῶν σωμάτων μεταχειριζόμαστε γιὰ μονάδα ***τὸ κυβικὸ μέτρο***, ποὺ εἶνε ἕνας κύβος μὲ ἀκμὴ ἕνα μέτρο. Γιὰ μικρότερους ὄγκους ἀπὸ τὸ κυβικὸ μέτρο ἔχομε μονάδες:

Τὴν κυβικὴ παλάμη, ποὺ εἶνε ἕνας κύβος μὲ ἀκμὴ μιὰ παλάμη. καὶ ***τὸν κυβικὸ πόντο***, ποὺ εἶνε ἕνας κύβος μὲ ἀκμὴ ἕνα πόντο.

Ἂς ὑποθέσωμε πὼς ὁ κύβος ΑΕ (Σχ. 38) εἶνε 1 κυβικὸ μέτρο. Ἡ βάσις του ΑΒΓΔ θὰ εἶνε ἕνα τετράγωνο μὲ πλευρὰ 1 μέτρο ἢ 10 παλάμες καὶ ὅπως ἐμάθαμε (ἐδ. 66) τὸ ἐμβαδὸ τῆς βάσεως θὰ εἶνε 10×10=100 τετρ. παλάμες.



Σχ. 38



Σχ. 39

Ἂν ἐπάνω σὲ κάθε τετραγ. παλάμη βάλωμε μιὰ κυβικὴ παλάμη, θὰ ἔχωμε ἕνα στρῶμα ἀπὸ 100 κυβικὲς παλάμες (Σχ. 39). Καὶ ἀφοῦ τὸ ὕψος τοῦ κυβικοῦ μέτρου εἶνε 1 μέτρο, δηλ. 10 παλάμες, πρέπει νὰ βάλωμε 10 τέτοια στρώμματα ἀπὸ 100 κυβικὲς παλάμες τὸ καθένα, δηλ. 100 ×10=1000 κυβ. παλάμες γιὰ νὰ κάμωμε τὸ κυβικὸ μέτρο. Ἔτσι: ***Τὸ κυβικὸ μέτρο ἔχει 1000 κυβικὲς παλάμες.***

Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο βρίσκομε πώς:

Ἡ κυβικὴ παλάμη ἔχει 1000 κυβικοὺς πόντους.

Τὸν ἀριθμὸ ποὺ βρίσκομε ἀπὸ τὴ μέτρησι τοῦ ὄγκου ἑνὸς σώματος τὸν λέμε κι᾿ αὐτὸν ***ὄγκο*** τοῦ σώματος.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 64) Ἡ κυβικὴ παλάμη ποιὸ μέρος εἶνε τοῦ κυβικοῦ μέτρου; Γράψε το μὲ δεκαδικὸ ἀριθμό.

65) Τὸ κυβ. μέτρο πόσους κυβ. πόντους ἔχει. Ὁ κυβικὸς πόντος ποιὸ μέρος εἶνε τῆς κυβ. παλάμης; Καὶ ποιὸ μέρος τοῦ κυβικοῦ μέτρου; Γράψε τα μὲ δεκαδικὸ ἀριθμό.

66) Πόσες κυβικὲς παλάμες κάνουν 25 κυβ. μέτρα; 132; 564;

67) Πόσους κύβ. πόντους κάνουνε 35 κυβ. παλ; 247; 693;

98) Πόσους κυβ. πόντους κάνουνε 25 κυβ. μέτρα 132, 564;

69) Πόσα κυβ. μέτρα κάνουν 8600 κυβ. παλ; 27634;

70) Πόσες κυβ. παλάμες κάνουνε 5000 κυβ. πόντοι; 43267;

71) Γράψε μὲ δεκαδικὸ ἀριθμὸ σὲ κυβικὰ μέτρα 325 κυβικὲς παλ. 72 κυβ. παλ, 4389 κυβ. πόντους, 86227543 κυβ. πόντους.

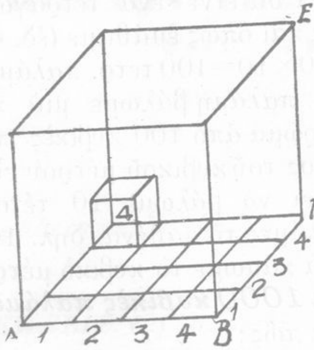
72. Ὅταν ἔχωμε ἕνα δεκαδικὸ ἀριθμὸ σὲ κυβικὰ μέτρα, π. χ. 45,6978 κ. μ., γιὰ νὰ ἰδοῦμε πόσα κυβ. μέτρα, κυβικὲς παλάμες καὶ κυβικοὺς πόντους ἔχει, κάνομε ἔτσι: Ἂν εἶνε ἀνάγκη, γράφομε στὸ τέλος ἕνα ἢ δυὸ 0, γιὰ νὰ ἔχη 3 ἢ 6 δεκαδικὰ ψηφία. Ἔπειτα χωρίζομε τρία - τρία τὰ ψηφία αὐτά. Τὸν γράφομε δηλαδὴ ἔτσι: 45,697.800 κ. μ. Ὁ ἀριθμὸς αὐτὸς ἔχει 45 κυβ. μ. 697 κυβ. παλ. καὶ 800 κυβ. πόντους.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 72) Πόσα κυβ. μέτρα καὶ κυβ. παλάμες ἔχουν οἱ ἀριθμοὶ 38,796 κ. μ. 52,64 κ. μ., 48,9 κ. μ.;

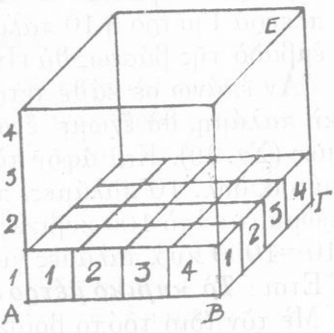
73) Πόσα κυβ. μ., κυβ. παλ. καὶ κυβικοὺς πόντους ἔχουν οἱ ἀριθμοὶ 4,786594 κ. μ., 3,28742 κ. μ., 5,9678 κ. μ.;

ΟΓΚΟΣ ΤΟΥ ΚΥΒΟΥ

73. Ἂς ὑποθέσωμε πὼς ἡ πλευρὰ τοῦ κύβου ΑΕ (Σχ.



Σχ. 40



Σχ. 31

40) εἶνε 4 μέτρα. Ὅπως ἐμάθαμε (ἐδ. 66) ἡ βάσι τοῦ ΑΒΓΔ θὰ εἶνε $4 \times 4 = 16$ τετρ. μέτρα. Ἂν πάνω σὲ κάθε τετρ. μέτρο βάλωμε ἕνα κυβ. μέτρο, θὰ ἔχωμε στρῶμα ἀπὸ 16 κυβ. μ. (Σχ. 41). Καὶ ἐπειδὴ τὸ ὕψος τοῦ κύβου εἶνε 4 μέτρα, πρέπει νὰ βάλωμε 4 τέτοια στρώματα ἀπὸ 16 κυβ. μ. τὸ καθένα, δηλ. 16×4 ἢ $4 \times 4 \times 4$ ἢ 64 κυβ. μ., γιὰ νὰ κάνωμε τὸν κύβο ΑΕ.

Ἔτσι ὁ κύβος ΑΕ ἀποτελεῖται ἀπὸ $4 \times 4 \times 4$ ἢ 64 κυβικὰ μέτρα. Ἀπ' αὐτὸ βλέπομε πώς:

Γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο τοῦ κύβου πολλαπλασιάζομε τὴν πλευρά του ἐπὶ τὸν ἑαυτό της δυὸ φορές.

Παράδειγμα. Ἡ πλευρὰ ἑνὸς κύβου εἶνε 0,03 μέτρα, δηλ. 3 πόντοι. Ὁ ὄγκος του θὰ εἶνε 3×3×3=27 κυβ. πόντοι, δηλ. 0,000027 κ. μ. Ἀλλὰ καὶ 0,03×0,03×0,03=0,000027 κ. μ.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 74) Νὰ βρεθοῦν οἱ ὄγκοι τῶν κύβων τῆς ἀσκήσεως 60.

75) Πόσα κυβικὰ μέτρα ἀέρα χωράει τὸ δωμάτιο τοῦ προβλήματος 61;

76) Μία κυβικὴ δεξαμενὴ ἔχει πλευρὰ 2,4 μ. Πόσα κυβικὰ μ. νερὸ χωράει;

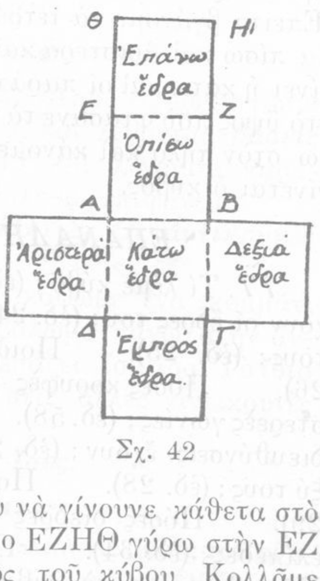
77) Πόσοι τενεκέδες νερὸ θὰ χρειασθοῦνε γιὰ νὰ γεμίσῃ ἡ δεξαμενὴ αὐτή, ἂν ὁ τενεκὲς χωράει 27 κυβ. παλάμες;

78) Ἕνας σωρὸς πέτρες ἔχει κυβικὸ σχῆμα μὲ πλευρὰ 2,5 μ. Ποιὸς εἶνε ὁ ὄγκος του;

79) Πόσες κυβικὲς πλάκες σαποῦνι μὲ πλευρὰ 0,05 μ. χωρᾶνε μέσα σὲ μιὰ κυβικὴ κάσα ποὺ ἔχει πλευρὰ 1,5μ.;

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΚΥΒΟΥ

74. ΜΕ ΧΑΡΤΟΝΙ. Γράφομε πάνω στὸ χαρτόνι μὲ τὸν γνώμονα καὶ μὲ τὸν κανόνα ἕνα τετράγωνο π. χ. τὸ ΑΒΓΔ (Σχ. 42). Αὐτὸ θὰ εἶνε ἡ κάτω ἕδρα τοῦ κύβου. Στὶς πλευρές του γύρω γράφομε 4 τετράγωνα ἴσα μ' αὐτό. Αὐτὰ θὰ εἶνε οἱ παράπλευρες ἕδρες τοῦ κύβου. Σὲ μιὰ πλευρὰ ἑνὸς ἀπὸ τὰ τετράγωνα αὐτά, π. χ. στὴν ΕΖ, γράφομε ἄλλο ἕνα ἴσο τετράγωνο, τὸ ΕΖΗΘ. Αὐτὸ θὰ εἶνε ἡ πάνω ἕδρα. Τὸ σχῆμα αὐτὸ τὸ χωρίζομε ἀπὸ τὸ χαρτόνι καὶ τὸ χαράζομε ἐλαφρὰ στὶς εὐθεῖες ποὺ εἶνε πλευρὲς σὲ δυὸ τετράγωνα. Ἔπειτα διπλώνομε στὶς χαραξιὲς αὐτὲς τὰ τετράγωνα ποὺ εἶνε γύρω στὸ ΑΒΓΔ ὡς ποὺ νὰ γίνουνε κάθετα στὸ ΑΒΓΔ. Γυρίζομε καὶ τὸ ὀρθογώνιο ΕΖΗΘ γύρω στὴν ΕΖ ὡς ποὺ νὰ σκεπάσῃ τὸ πάνω μέρος τοῦ κύβου. Κολλᾶμε κατόπι μὲ χαρτὶ τὶς ἄκρες ποὺ εἶνε χωρισμένες καὶ γίνεται ὁ κύβος.



Σχ. 42

75. ***ΜΕ ΞΥΛΟ.*** Κόβομε δυὸ τετράγωνα ἴσα ἀπὸ ξύλο ὅσο θέλομε νὰ εἶνε ἡ πάνω καὶ κάτω ἕδρα τοῦ κύβου. Κόβομε ἄλλα δυὸ ξύλα ποὺ νὰ ἔχουνε μῆκος ὅσο ἔχει ἡ κάτω ἕδρα καὶ πλάτος μικρότερο ὅσο εἶνε τὸ πάχος τοῦ ξύλου τῆς ἐπάνω καὶ τῆς κάτω ἕδρας. Τὰ βάνωμε κάθετα μὲ τὸ μῆκος τους ἐπάνω σὲ δυὸ ἀντικρυνὲς πλευρὲς τῆς κάτω ἕδρας καὶ τὰ καρφώνομε. Κόβομε ἄλλα δυὸ τετράγωνα μὲ πλευρὰ μικρότερη ὅσο εἶνε τὸ πάχος τοῦ ξύλου δυὸ ἑδρῶν. Τὰ βάνομε καὶ αὐτὰ κάθετα ἐπάνω στὶς δυὸ ἄλλες πλευρὲς τῆς κάτω ἕδρας καὶ τὰ καρφώνομε. Ἀπὸ πάνω καρφώνομε καὶ τὴν ἐπάνω ἕδρα καὶ ἔτσι ἔχομε τὸν κύβο ἀπὸ ξύλο.

76. ***ΜΕ ΠΗΛΟ.*** Πλάθομε πρῶτα τὸν πηλὸ καὶ τὸν βάνομε πάνω σ' ἕνα τραπέζι. Κατόπι κόβομε δυὸ ἴσα ξύλινα τετράγωνα καὶ τὰ κολλᾶμε κατακόρυφα στὸν πηλὸ ἔτσι ποὺ νὰ κάνουν ὀρθὴ δίεδρη γωνία. Πιέζομε σ' αὐτὰ τὸν πηλὸ ὡς ποὺ νὰ γίνη στὶς μεριὲς αὐτὲς ἴσιος. Ὅσος πηλὸς περισσεύει πέρα ἀπὸ τὰ τετράγωνα, τὸν ἀφαιροῦμε. Ἔπειτα βγάνομε τὰ τετράγωνα καὶ τὰ βάνομε κατακόρυφα πίσω καὶ ἀριστερὰ καὶ κάνομε τὸ ἴδιο. Ἔτσι ἔχουνε γίνει ἡ κάτω καὶ οἱ παράπλευρες ἕδρες τοῦ κύβου. Ἔπειτα στὸ ὕψος ποὺ φτάσανε τὰ τετράγωνα, σέρνομε μιὰ ρίγα πάνω στὸν πηλὸ καὶ κάνομε ἴσια καὶ τὴν ἐπάνω ἕδρα καὶ γίνεται ὁ κύβος.

ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΣ ΤΟΥ ΚΥΒΟΥ

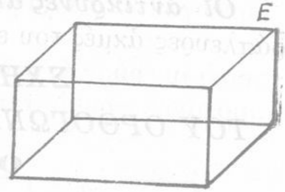
77. Τί λέμε κύβο; (ἐδ. 38). Ποιὲς διευθύνσεις ἔχουν οἱ ἕδρες του; (ἐδ. 24). Ποιὰ θέσι ἔχουνε μεταξύ τους; (ἐδ. 25). Ποιὰ σχέσι ἔχουνε μεταξύ τους; (ἐδ. 26). Πόσες κορυφὲς ἔχει ὁ κύβος; (ἐδ. 8). Πόσες στερεὲς γωνίες; (ἐδ. 58). Πόσες ἀκμές; (ἐδ. 7). Ποιὲς διευθύνσεις ἔχουν; (ἐδ. 27). Ποιὰ θέσι ἔχουνε μεταξύ τους; (ἐδ. 28). Ποιὰ σχέσι ἔχουνε μεταξύ τους; (ἐδ. 29). Πόσες δίεδρες γωνίες ἔχει; (ἐδ. 51). Πόσες ἐπίπεδες; (ἐδ. 34). Πῶς γράφομε ἕνα κύβο; (ἐδ. 48). Πῶς βρίσκομε τὸ ἐμβαδὸ τῆς ἐπιφανείας του; (ἐδ. 70). Πῶς βρίσκομε τὸν ὄγκο του; (ἐδ. 71).

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β΄

ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠΙΠΕΔΟ

78. Τὸ σῶμα ποὺ μᾶς παρασταίνει τὸ σχῆμα 43 λέγεται ***ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο***.

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ ΜΕ ΤΟ ΣΧΗΜΑ ΑΥΤΟ. Τέτοιο σχῆμα ἔχουν ἡ ρίγα, τὰ κουτιὰ τῶν σπίρτων, οἱ κασετίνες, οἱ πλάκες τὸ σαποῦνι, τὰ τοῦβλα, οἱ ντενεκέδες τοῦ πετρελαίου καὶ τῆς βενζίνας, μερικὰ κιβώτια κλπ. Τὸ ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο ἔχει:



Σχ. 43

α΄) ἐπιφάνεια τεθλασμένη.

β΄) 6 ἕδρες τὴν ἐπάνω, τὴν κάτω, τὴν μπροστινή, τὴν πισινή, τὴν δεξιὰ καὶ τὴν ἀριστερή.

γ΄) 12 ἀκμές, 4 ἐπάνω, 4 κάτω καὶ 4 γύρω στὰ πλάγια,

δ΄) 8 κορυφές, 4 πάνω καὶ 4 κάτω.

ΕΔΡΕΣ ΤΟΥ

79. *ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΙΣ ΤΟΥΣ.* Ἀπὸ τὶς ἕδρες του 2 εἶνε ὁριζόντιες ἡ πάνω καὶ ἡ κάτω καὶ λέγονται ***βάσεις*** του. Οἱ ἄλλες 4 εἶνε κατακόρυφες καὶ λέγονται παράπλευρες ἕδρές καὶ ὅλες μαζὺ παράπλευρη ἐπιφάνεια.

80. **ΘΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ. *Οἱ ἀντικρυνὲς ἕδρες του εἶνε παράλληλες.***

81. **ΣΧΕΣΕΙΣ ΤΟΥΣ.** Ἂν κόψωμε ἕνα κομμάτι χαρτὶ ἴσο μὲ μιὰ ἕδρα του καὶ τὸ βάλωμε πάνω στὴν ἀντικρυνή της, θὰ ἰδοῦμε πὼς τὴ σκεπάζει ἴσα-ἴσα. Τὸ ἴδιο θὰ ἰδοῦμε, ἂν κάμωμε αὐτὸ καὶ στὶς ἄλλες ἀντικρυνὲς ἕδρες. Ἀπ᾽ αὐτὸ βλέπομε πώς:

Οἱ ἀντικρυνὲς ἕδρες του εἶνε ἴσες.

ΑΚΜΕΣ ΤΟΥ

82. *ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΙΣ ΤΟΥΣ.* Ἀπὸ τὶς ἀκμές του οἱ 8 εἶνε ὁριζόντιες, 4 τῆς ἐπάνω ἕδρας καὶ 4 τῆς κάτω. Οἱ ἄλλες 4 εἶνε κατακόρυφες καὶ λέγονται ***παράπλευρες*** ἀκμές.

83. ΘΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ. ***Οἱ ἀντικρυνὲς ἀκμές του εἶνε παράλληλες.***

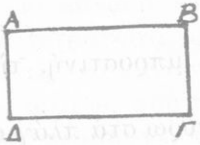
84. ΣΧΕΣΕΙΣ ΤΟΥΣ. Ἂν κόψωμε ἕνα λεπτὸ ξύλο ὅσο εἶνε μιὰ ἀκμή του καὶ τὸ βάλωμε πάνω στὴν ἀντικρυνή της, θὰ ἰδοῦμε πῶς τὴ σκεπάζει ἴσα-ἴσα. Τὸ ἴδιο θὰ ἰδοῦμε, ἂν κάμωμε αὐτὸ καὶ στὶς ἄλλες ἀντικρυνὲς ἀκμές. Ἀπ' αὐτὸ βλέπομε πῶς:

Οἱ ἀντικρυνὲς ἀκμές του εἶνε ἴσες. Ὅλες οἱ παράπλευρες ἀκμές του εἶνε ἴσες γιατὶ εἶνε ἀντικρυνές.

ΣΧΗΜΑ ΤΩΝ ΕΔΡΩΝ ΤΟΥ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠΙΠΕΔΟΥ

ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ

85. Ἂν κόψωμε ἕνα χαρτὶ ἴσο μὲ μιὰ ἕδρα τοῦ ὀρθογ. παραλληλεπ. θὰ γίνη τὸ σχῆμα ΑΒΓΔ (Σχ. 44). Τὸ σχῆμα αὐτὸ τὸ λέμε ***ὀρθογώνιο.*** Ἔχει 4 κορυφές, 4 πλευρὲς καὶ 4 ὀρθὲς γωνίες. Οἱ πλευρὲς μιᾶς ὀρθῆς γωνίας του δὲν εἶνε ἴσες. Οἱ ἀντικρυνὲς πλευρές του εἶνε καὶ ἀντικρυνὲς ἀκμὲς τοῦ πλαγ. παραλληλεπ., γι' αὐτὸ εἶνε παράλληλες καὶ ἴσες (ἐδ. 80 καὶ 81).



Σχ. 44

86. Ἔτσι: ***Ὀρθογώνιο λέμε τὴν ἐπίπεδη ἐπιφάνεια ποὺ τελειώνει γύρω σὲ 4 εὐθεῖες καὶ οἱ εὐθεῖες αὐτὲς κάνουνε 4 ὀρθὲς γωνίες.*** Τὸ τετράγωνο μποροῦμε νὰ τὸ ποῦμε καὶ ὀρθογώνιο, ἀφοῦ ἔχει τὶς γωνίες του ὀρθές.

87. ΙΧΝΟΓΡΑΦΗΣΙΣ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ. Γράφομε μιὰ εὐθεῖα, π. χ. τὴν ΑΒ (Σχ. 44), καὶ στὶς ἄκρες τῆς Α καὶ Β φέρνομε δυὸ κάθετες σ' αὐτὴ καὶ ἴσες μεταξύ τους, ὄχι ὅμως ἴσες καὶ μὲ τὴν ΑΒ, τὶς ΑΔ καὶ ΒΓ. Γράφομε καὶ τὴν εὐθεῖα ΔΓ καὶ γίνεται τὸ ὀρθογώνιο ΑΒΓΔ.

ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ *ΤΟΥ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠΙΠΕΔΟΥ*

88. Ἐπειδὴ ὅλες οἱ ἕδρες τοῦ ὀρθογ. παραλληλεπ. εἶνε ὀρθογώνια, γι' αὐτό:

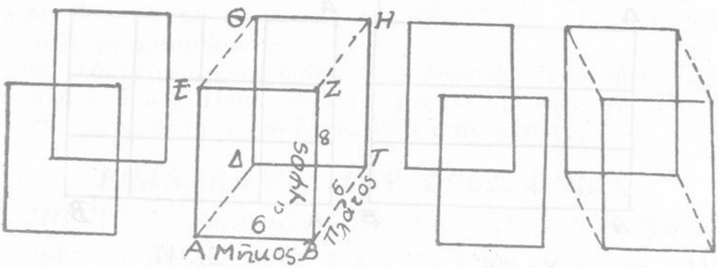
Ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο λέμε τὸ σχῆμα ποὺ ἡ ἐπιφάνειά του ἀποτελεῖται ἀπὸ 6 ὀρθογώνια.

89. ΣΤΕΡΕΕΣ ΓΩΝΙΕΣ ΤΟΥ. Κάθε κορυφή του εἶνε καὶ κορυφὴ στερεᾶς γωνίας καὶ ἐπειδὴ ἔχει 8 κορυφές, θὰ ἔχῃ καὶ 8 στερεὲς γωνίες.

90. ΔΙΕΔΡΕΣ ΓΩΝΙΕΣ ΤΟΥ. Κάθε ἀκμή του εἶνε καὶ ἀκμὴ μιᾶς ὀρθῆς δίεδρης γωνίας καὶ ἐπειδὴ ἔχει 12 ἀκμὲς θὰ ἔχῃ καὶ 12 ὀρθὲς δίεδρες γωνίες.

91. ΕΠΙΠΕΔΕΣ ΓΩΝΙΕΣ ΤΟΥ. Κάθε ὀρθογώνιο ἔχει 4 ὀρθὲς γωνίες καὶ ἐπειδὴ ἔχει 6 ὀρθογώνια, θὰ ἔχῃ $4 \times 6 = 24$ ὀρθὲς γωνίες.

92. ΙΧΝΟΓΡΑΦΗΣΙΣ ΤΟΥ. Αὐτὸ τὸ γράφομε ὅπως καὶ τὸν κύβο (ἐδ. 49), μόνο πὼς ἀντὶ τετράγωνα γράφομε ὀρθογώνια (Σχ. 45).



Σχ. 45

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΟΥ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ

93. ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΟΥ. Τὴ μιὰ πλευρὰ μιᾶς γωνιας τοῦ ὀρθογωνίου, πιὸ συχνὰ τὴ μεγαλύτερη, τὴ λέμε ***μῆκός*** του ἢ ***βάσι*** του καὶ τὴν ἄλλη ***πλάτος*** του ἢ ***ὕψος*** του

94. ΜΗΚΟΣ ΤΗΣ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΥ ΤΟΥ. Εἴπαμε πὼς οἱ ἀντικρυνὲς πλευρὲς τοῦ ὀρθογωνίου εἶνε ἴσες γι᾽ αὐτό:

Γιὰ νὰ βροῦμε τὴν περίμετρο τοῦ ὀρθογωνίου προσθέτομε τὸ μῆκός του μὲ τὸ πλάτος του καὶ τὸ ἄθροισμα τὸ διπλασιάζομε.

Παράδειγμα. Τὸ μῆκος ἑνὸς ὀρθογωνίου εἶνε 5 μέτρα, τὸ πλάτος του 4 μέτρα, ἡ περίμετρός του θὰ εἶνε: $5+4=9$, $9 \times 2 = 18$μ.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 80) Πόση εἶνε ἡ περίμετρος ὀρθογωνίου, ποὺ ἔχει μῆκος 5 μ. καὶ πλάτος 3 μ., μῆκος 4,7 μ. καὶ πλάτος 3,8 μ., μῆκος 0,8 μ. καὶ πλάτος 0,35 μ.

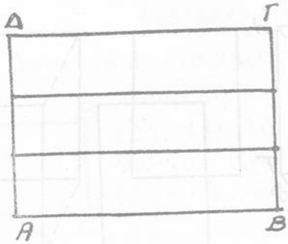
81) Ἔφραξαν ἕνα χωράφι ποὺ εἶχε μῆκος 756 μέτρα καὶ πλάτος 78 μ. μὲ 3 σειρὲς σύρμα ποὺ στοιχίζει 82,5 δρ. τὰ 100 μ. Πόσο ἐκόστισε ὅλο τὸ σύρμα;

82) Ἔφραξαν ἕνα ὀρθογώνιο κῆπο ποὺ εἶχε μῆκος 60μ. μὲ ἕνα φράγμα ποὺ κόστισε 1080 δρ. Τὸ φράγμα κοστίζει 5,40 δρ. τὸ 1 μέτρο. Πόσο εἶνε τὸ πλάτος τοῦ κήπου;

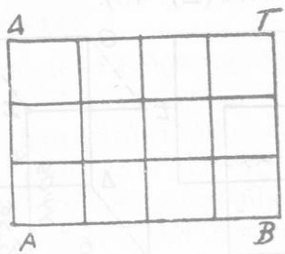
83) Ἡ μιὰ πλευρὰ ὀρθογωνίου εἶνε 255 μ. ἡ ἄλλη τὰ $\frac{4}{5}$ αὐτῆς. Πόσο εἶνε ἡ περίμετρός του;

95. ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΟΥ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ. Ἂς ὑποθέσωμεν πὼς ἡ βάσις τοῦ ὀρθογωνίου ΑΒΓΔ (Σχ. 46) εἶνε 5 μέτρα καὶ τὸ ὕψος 3.

Στὸ τέλος κάθε μέτρου γράφομε ἕνα σημάδι. Ἐπειτα στὶς πλευρὲς ΑΔ καὶ ΔΓ ἑνώνομε τὰ σημάδια μὲ εὐθεῖες καὶ τὸ ὀρθογώνιο χωρίζεται σὲ 3 ταινίες. Κατόπι ἑνώνομε τὰ σημαδια τῶν πλευρῶν ΑΒ καὶ ΔΓ καὶ βλέπομε πὼς κάθε ταινία χωρίζεται σὲ 4 τετράγωνα καὶ οἱ τρεῖς ταινίες ποὺ εἶνε τὸ ὀρθογώνιο, σὲ 4×3=12 τετράγωνα. Τὰ τετράγωνα αὐτὰ ἔχουνε πλευρὰ 1 μέτρο, εἶνε δηλ. 12 τετρ. μέτρα (Σχ. 47). Ἔτσι τὸ ἐμβαδὸ τοῦ τοῦ ὀρθογωνίου ΑΒΓΔ εἶνε 4×3=12 τετρ. μ. Ἀπ' αὐτὸ βλέπομε πὼς:



Σχ. 46



Σχ. 47

Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τοῦ ὀρθογωνίου πολλαπλασιάζομε τὴ βάσι του μὲ τὸ ὕψος του.

Παράδειγμα. Ἡ βάσις ἑνὸς ὀρθογωνίου εἶνε 0,05μ. δηλαδὴ 5 δάκτ., τὸ ὕψος του 0,03μ., δηλαδὴ 3 δάκτ., τὸ ἐμβαδό του θὰ εἶνε 5×3=15 τετρ. δάκτ. δηλ. 0,0015 τ. μ. Ἀλλὰ 0,05×0,03=0,0015.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 84) Ποιὰ εἶνε τὰ ἐμβαδὰ τῶν ὀρθογωνίων τῶν ἀσκήσεων 76, 77, 78, 79.

85) Ἀγόρασε ἕνας ἕνα ὀρθογώνιο χωράφι, ποὺ ἔχει μῆκος

125 μ. καὶ πλάτος 40 μέτρα μὲ 850 τὸ στρέμμα. Πόσο θὰ πληρώση;

86) Ἕνα ὀρθογώνιο πάτωμα ἔχει μῆκος 4,2 μ. καὶ πλάτος 3,8 μ. Πόσο εἶνε τὸ ἐμβαδό του;

87) Τὸ ὀρθογώνιο πάτωμα ἑνὸς δωματίου ἔχει στρωθῆ μὲ 13 σανίδες. Κάθε μιὰ ἔχει μῆκος 4 μ. καὶ πλάτος 0,3 μ. Πόσο εἶνε τὸ ἐμβαδὸ τοῦ πατώματος;

88) Μιὰ ἀποθήκη θὰ πατωθῆ μὲ σανίδες. Ἔχει σχῆμα ὀρθογώνιο μὲ μῆκος 6 μ. καὶ πλάτος 5 μ. Κάθε σανίδα ἔχει μῆκος 4 μ. καὶ πλάτος 0,25 μ. Πόσες σανίδες θὰ χρειασθοῦν;

89) Τὸ ἐμβαδὸ ἑνὸς ὀρθογωνίου εἶνε 33,6 μ., τὸ μῆκός του 6,4 μ. Πόσο εἶνε τὸ ὕψος του, καὶ πόση ἡ περίμετρός του;

90) Πόσο εἶνε τὸ ἐμβαδὸν ὀρθογωνίου ποὺ ἡ περίμετρός του εἶνε 26,1 μ., καὶ ἡ μιά του πλευρὰ 5,25.μ;

91) Τὸ ὀρθογώνιο πάτωμα ἑνὸς δωματίου μὲ μῆκος 4 μ. καὶ πλάτος 3,75 θὰ στρωθῆ μὲ χαλὶ ποὺ ἔχει πλάτος 1,5 μ. Πόσα μέτρα χαλὶ θὰ χρειασθοῦν;

92) Τὸ πάτωμα ἑνὸς ὀρθογωνίου δωματίου ἔχει μῆκος 7,5 μ. καὶ πλάτος 5,5 μ. Πόσοι μαθηταὶ χωρᾶνε στὸ δωμάτιο αὐτό, ἂν γιὰ τὸν κάθε μαθητὴ χρειάζεται 1,25 τετρ. μέτρα;

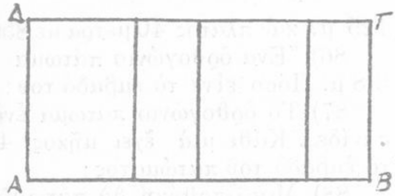
ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΣ ΤΟΥ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ

96. Τί λέμε ὀρθογώνιο (ἐδ. 86). Ποιὰ θέσι ἔχουν οἱ πλευρές του μεταξύ τους καὶ ποιὰ σχέσι; (ἐδ. 85). Πῶς γράφομε τὸ ὀρθογώνιο; (ἐδ. 87). Τί λέμε βάσι καὶ ὕψος του; (ἐδ. 93). Πῶς βρίσκομε τὴν περίμετρό του; (ἐδ. 94). Πῶς βρίσκομε τὸ ἐμβαδό του; (ἐδ. 96). Ποιὲς ὁμοιότητες καὶ ποιὲς διαφορὲς ἔχει μὲ τὸ τετράγωνο; (ἐδ. 69).

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΟΥ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠΙΠΕΔΟΥ

97. ***ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΟΥ***. ***Μῆκος*** καὶ ***πλάτος*** τοῦ ὀρθογ. παραλληλεπ. λέμε τὸ μῆκος καὶ τὸ πλάτος τῆς βάσεώς του. ***Ὕψος*** του λέμε μιὰ παράπλευρη ἀκμή του (ἐδ. 81).

98. ***ΠΑΡΑΠΛΕΥΡΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΟΥ***. Τυλίγομε τὴν παράπλευρη ἐπιφάνεια τοῦ ὀρθογ. παραλληλεπ. μὲ χαρτὶ καὶ κατόπι κόβομε τὸ χαρτὶ στὴ διεύθυνσι μιᾶς ἀκμῆς του. Ἂν ἁπλώσωμε τὸ χαρτὶ αὐτὸ ποὺ εἶνε ἴσο μὲ τὴν παράπλευρη ἐπιφάνεια τοῦ ὀρθ. παραλλ., θὰ γίνη ἕνα ὀρθογώνιο τὸ ΑΒΓΔ (Σχ. 48, σελ. 34), ποὺ θὰ ἔχη μῆκος τὴν περίμετρο τῆς βάσεως τοῦ ὀρθογ. παραλλ. καὶ πλάτος τὸ ὕψος τοῦ ὀρθογ. παραλληλεπιπέδου.



Σχ. 48

Γι' αὐτό: ***Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τῆς παράπλευρης ἐπιφανείας τοῦ ὀρθογ. παραλληλ. πολλαπλασιάζομε τὴν περίμετρο τῆς βάσεώς του μὲ τὸ ὕψος του.***

99. Η ΟΛΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΟΥ. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸν ὅλης τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὀρθογ. παραλλεπ., εἰς τὸ ἐμβαδὸν τῆς παράπλευρης ἐπιφανείας του προσθέτομε καὶ τὰ ἐμβαδὰ τῶν δυὸ βάσεών του.

Παράδειγμα. Ἂν τὸ ὀρθογ. παραλλ. ΑΗ (Σχ. 45) ἔχει μῆκος 6 μ., πλάτος 5 καὶ ὕψος 8 μ. Ἡ περίμετρος τῆς βάσεώς του θὰ εἶνε $6+6+5+5=22$μ. Τὸ ἐμβαδὸ τῆς παράπλευρης ἐπιφανείας του θὰ εἶνε $22\times8=176$ τ.μ. Τὸ ἐμβαδὸ τῆς βάσεώς του θὰ εἶνε $6\times5=30$ τ. μ. Τὸ ἐμβαδὸ ὅλης τῆς ἐπιφανείας του θὰ εἶνε $176+30+30=236$ τ.μ.

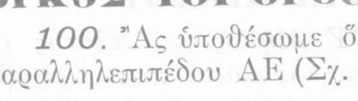
ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 93) Πόση εἶνε ἡ ἐπιφάνεια ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου ποὺ ἔχει μῆκος 7 μ., πλάτος 6 μ. καὶ ὕψος 8 μ.; μῆκος 6,4, πλάτος 5,7 καὶ ὕψος 8,3; μῆ ος 0,3μ. πλάτος 0,04 μ. καὶ ὕψος 0,96 μ.

94) Πόσο θὰ κοστίση τὸ χρωμάτισμα τῶν τοίχων καὶ τοῦ νταβανιοῦ ἑνὸς δωματίου ποὺ ἔχει μῆκος 4,5 μ., πλάτος 4,2 μ. καὶ ὕψος 4 μ., ἂν κοστίζη 5,5 δρ. τὸ 1 τετραγ. μ.;

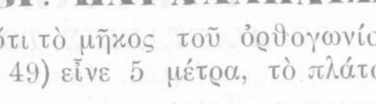
95) Πόσο θὰ πληρώσωμε, γιὰ νὰ ἀπολυμάνωμε ἕνα δωμάτιο ποὺ ἔχει μῆκος 5,4 μ., πλάτος 4,5 μ. καὶ ὕψος 4,2 μ., ἂν κοστίζη 1,5 δραχ. τὸ 1 τετρ. μ.;

ΟΓΚΟΣ ΤΟΥ ΟΡΘΟΓ. ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠ.

100. Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι τὸ μῆκος τοῦ ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου ΑΕ (Σχ. 49) εἶνε 5 μέτρα, τὸ πλάτος



Σχ. 49



Σχ. 50

4 καὶ τὸ ὕψος 3 μ.

Ὅπως ἐμάθαμε ἡ βάσις του ΑΒΓΔ θὰ εἶνε 5×4=20 τετρ. μ. Ἂν πάνω σὲ κάθε τετραγωνικὸ μέτρο βάλωμε ἕνα κυβικὸ μέτρο, θὰ ἔχωμε ἕνα στρῶμα ἀπὸ 20 κυβ. μ. (Σχ. 50) Καὶ ἐπειδὴ τὸ ὕψος του εἶνε 3 μέτρα, πρέπει νὰ βάλωμε 3 τέτοια στρώματα ἀπὸ 20 κυβ. μέτρα τὸ καθένα, δηλ. 20×3 ἢ 5×4×3=60 κυβ. μέτρα, γιὰ νὰ κάμωμε ὅλο τὸ ὀρθογ. παραλληλεπίπεδο ΑΕ.

Ἔτσι τὸ ΑΕ τὸ κάνουν 5×4×3=60 κυβ. μ. Ἀπ' αὐτὸ βλέπομε πώς:

Γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο τοῦ ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου, πολλαπλασιάζομε τὸ μῆκος, τὸ πλάτος καὶ τὸ ὕψος του, δηλ. τὶς 3 διαστάσεις του.

Ὅταν ὅμως πολλαπλασιάσωμε τὸ μῆκός του μὲ τὸ πλάτος του, βρίσκομε τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεώς του. Γι' αὐτό:

Γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκον τοῦ ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου πολλαπλασιάζομε τὸ ἐμβαδὸ τῆς βάσεώς του μὲ τὸ ὕψος του.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 96) Νὰ εὑρεθοῦν οἱ ὄγκοι τῶν ὀρθογωνίων παραλληλεπιπέδων τῶν προβλημάτων 93, 94 καὶ 95.

97) Ἕνα δοκάρι ἔχει μῆκος 6,8 μ. πλάτος 0,2 μ. καὶ πάχος 0,25 μ. Πόσος εἶνε ὁ ὄγκος του;

98) Ἕνα δωμάτιο μὲ σχῆμα ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο ἔχει μῆκος 4,20 μ., πλάτος 3,8 μ. καὶ ὕψος 4,4 μ. Πόσα κυβικὰ μέτρα ἀέρα χωράει; Πόσοι ἄνθρωποι μποροῦνε νὰ κοιμηθοῦνε μέσα σ' αὐτό, ἂν ὁ καθένας χρειάζεται 10 κυβικὰ μέτρα ἀέρα;

99) Μιὰ ἀποθήκη ἔχει μῆκος 7 μ., πλάτος 6 μ. καὶ ὕψος 4 μ. Πόσα κυβικὰ μέτρα χωράει καὶ πόσα κοιλὰ στάρι, ἂν κάθε κοιλὸ χωράει 100 κυβ. παλάμες;

100) Μιὰ δεξαμενὴ ἔχει μῆκος 4 μ., πλάτος 3,75 μ. καὶ βάθος 1,6 μ. Πόσος εἶνε ὁ ὄγκος της; Καὶ πόσο νερὸ χωράει, ἂν κάθε κυβικὸ μέτρο χωράει 781,25 ὀκάδες;

101) Ἕνας δρόμος τριῶν χιλιομέτρων μὲ πλάτος 4 μ. θὰ στρωθῇ μὲ χαλίκια σὲ ὕψος 0,25 μ. Πόσα κυβικὰ μέτρα χαλίκια θὰ χρειασθοῦν;

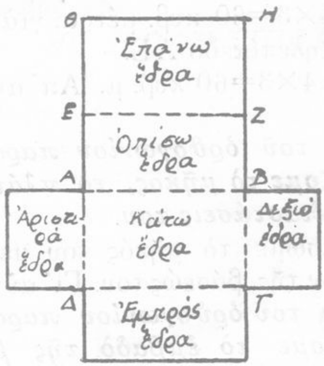
102) Μιὰ πλάκα σιδερένια ἔχει μῆκος 0,8 μ., πλάτος 0,6 καὶ πάχος 0,004 μ. Πόσος εἶνε ὁ ὄγκος της; Πόσα χιλιόγραμμα ζυγίζει, ἂν ὁ κάθε κυβικὸς πόντος τὸ σίδερο ζυγίζει 7,7 γραμμάρια;

103) Δυὸ κτίσται μὲ τὸ βοηθό τους κτίζουν ἕνα τοῖχο ποὺ ἔχει μῆκος 16,45 μ., πλάτος 0,45 μ. καὶ ὕψος 1,6 μ. Πόσος εἶνε ὁ ὄγκος τοῦ τοίχου; Καὶ πόσο θὰ πάρουν, ἂν πληρώνωνται 170 δραχ. τὸ κυβικὸ μέτρο;

104) Πόσα τοῦβλα θὰ χρειασθοῦνε γιὰ τὸν παραπάνω τοῖχο, ἂν τὸ καθένα ἔχῃ μῆκος 0,2 μ., πλάτος 0,12 μ. καὶ πάχος 0,05;

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΟΡΘ. ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠ.

101. ΜΕ ΧΑΡΤΟΝΙ. Γιὰ νὰ κατασκευάσωμε ἕνα ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο, γράφομε πάνω σ᾽ ἕνα χαρτόνι ἕνα ὀρθογώνιο, ὅσο θέλομε νὰ εἶνε ἡ βάσις τοῦ ὀρθ. παραλλ., π.χ. τὸ ΑΒΓΔ(Σχ. 51). Σὲ κάθε του πλευρὰ γράφομε ἕνα ὀρθογώνιο ποὺ ἡ ἄλλη του πλευρὰ νὰ εἶνε ὅσο τὸ ὕψος τοῦ ὀρθ. παραλλ. Στὴν ἔξω πλευρὰ ἑνὸς ἀπὸ τὰ ὀρθογώνια αὐτά, π.χ. στὴν ΕΖ, γράφομε τὸ ὀρθογώνιο ΕΖΗΘ ἴσο μὲ τὸ ΑΒΓΔ.



Σχ. 51

Αὐτὸ εἶνε ἡ πάνω ἕδρα. Τὸ σχῆμα αὐτὸ τὸ κόβομε ἀπὸ τὸ χαρτόνι καὶ χαράζομε ἐλαφρὰ τὶς εὐθεῖες ποὺ εἶνε πλευρὲς σὲ δυὸ ὀρθογώνια. Ἔπειτα διπλώνομε στὶς χαραξιὲς αὐτὲς τὰ γύρω τοῦ ΑΒΓΔ ὀρθογ. ὡς ποὺ νὰ γίνουνε κάθετα στὸ ΑΒΓΔ. Γυρίζομε καὶ τὸ ὀρθογ. ΕΖΗΘ γύρω στὴν ΕΒ ὡς ποὺ νὰ σκεπάσῃ τὸ πάνω μέρος. Κολλᾶμε κατόπι χαρτὶ στὶς ἄκρες ποὺ εἶνε χωρισμένες καὶ γίνεται τὸ ὀρθογ. παραλληλεπίπεδο.

102. ΜΕ ΞΥΛΟ. Κόβομε ἀπὸ ξύλο δυὸ ὀρθογ. ἴσα μεταξύ τους καὶ δυὸ ἄλλα ὀρθογ. ἴσα μεταξύ τους, ἡ μιὰ ὅμωςπλευρά τους νὰ εἶνε ἴση μετὴ μιὰ πλευρὰτῶνπρώτων. Καρφώνομε τὰ 4 αὐτὰ ὀρθογ. στὶς ἴσες πλευρές τους ἔτσι, ποὺ τὰ ἴσα μεταξύ τους νὰ γίνουν ἀντικρυνά. Οἱ ἄλλες πλευρές τους θὰ κάνουν ἀπὸ κάθε μεριὰ τὴν περίμετρο δυὸ ἴσων ὀρθογωνίων.

Κόβομε ἀπὸ ξύλο δυὸ ὀρθογ. ἴσα μ᾽ αὐτὰ καὶ τὰ καρφώνομε καὶ ἔτσι γίνεται τὸ ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο.

103. ΜΕ ΠΗΛΟ. Πλάθομε τὸν πηλὸ καὶ τὸν βάνομε πάνω σ᾽ ἕνα τραπέζι. Κατόπι κόβομε δυὸ ὀρθογώνια ποὺ ἡ μιά τους πλευρὰ νὰ εἶνε ἴση μὲ τὸ ὕψος τοῦ ὀρθογων. παραλληλεπ., ἡ ἄλλη τους πλευρά, τοῦ ἑνὸς νὰ εἶνε ἴση μὲ τὸ μῆκος τοῦ ὀρθογ. παραλληλεπ., τοῦ ἄλλου νὰ εἶνε ἴση μὲ τὸ πλάτος του.

Αὐτὰ τὰ κολλᾶμε κατακόρυφα στὸν πηλό, μπροστὰ καὶ δεξιὰ ἔτσι, ποὺ νὰ κάνουνε δίεδρο ὀρθὴ γωνία. Πιέζομε σ᾿ αὐτὰ τὸν πηλὸ ὡς ποὺ νὰ γίνῃ στὶς μεριὲς αὐτὲς ἴσιος. Ὅσος πηλὸς περισσεύει πέρα ἀπὸ τὰ ὀρθογώνια τὸν ἀφαιροῦμε.

Ἔπειτα βγάνομε τὰ ὀρθογώνια καὶ τὸ μπροστινὸ τὸ βάνομε πίσω καὶ τὸ δεξιὸ στὰ ἀριστερὰ καὶ κάνομε τὸ ἴδιο. Ἔτσι ἔχουνε γίνει ἡ κάτω καὶ οἱ παράπλευρες ἕδρες τοῦ ὀρθογ. παραλληλεπιπέδου.

Ἔπειτα στὸ ὕψος ποὺ ἔφθασαν τὰ ὀρθογώνια σέρνομε μιὰ ρίγα πάνω στὸν πηλὸ καὶ κάνομε ἴσια καὶ τὴν ἐπάνω ἕδρα καὶ γίνεται τὸ ὀρθογ. παραλληλεπίπεδο.

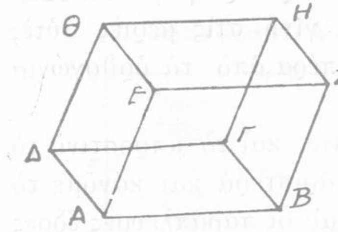
ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΣ ΤΟΥ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠΙΠΕΔΟΥ

104. Τί λέμε ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο; (ἐδ. 88). Ποιὲς διευθύνσεις ἔχουν οἱ ἕδρες του; (ἐδ. 79). Ποιὰ θέσι; (ἐδ. 80) καὶ ποιὰ σχέσι μεταξύ τους; (ἐδ. 82). Πόσες κορυφὲς ἔχει; (ἐδ. 78). Πόσες στερεὲς γωνίες ἔχει; (ἐδ. 89). Πόσες ἀκμὲς ἔχει; (ἐδ. 79). Ποιὲς διευθύνσεις ἔχουν; (ἐδ.83). Ποιὰ θέσι; (ἐδ. 83) καὶ ποιὰ σχέσι μεταξύ τους; (ἐδ. 84). Πόσες δίεδρες γωνίες ἔχει; (ἐδ. 90). Πόσες ἐπίπεδες; (ἐδ. 91). Πῶς τὸ γράφομε; ἐδ. 92). Τί λέμε μῆκός του, πλάτος του καὶ ὕψος του; (ἐδ. 97). Πῶς βρίσκομε τὸ ἐμβαδὸ τῆς ἐπιφανείας του; (ἐδ. 99). Πῶς βρίσκομε τὸν ὄγκο του; (ἐδ. 100). Ποιὲς ὁμοιότητες καὶ ποιὲς διαφορὲς ἔχει τὸ ὀρθογ. παραλληλεπ. μὲ τὸν κύβο; (ἐδ. 77).

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ΄

ΠΛΑΓΙΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠΙΠΕΔΟ

105. Τὸ σῶμα ποὺ μᾶς παρασταίνει τὸ σχῆμα 52 λέγεται ***πλάγιο*** παραλληλεπίπεδο. Ἔχει:



Σχ. 52

α΄) ἐπιφάνεια τεθλασμένη, β΄) 6 ἕδρες, τὴν ἐπάνω, τὴν κάτω, τὴν μπροστινή, τὴν πισινή, τὴ δεξιὰ καὶ τὴν ἀριστερή, γ΄) 12 ἀκμές, 4 πάνω, 4 κάτω καὶ 4 γύρω στὰ πλάγια, δ΄) 8 κορυφὲς 4 ἐπάνω καὶ 4 κάτω.

ΕΔΡΕΣ ΤΟΥ

106. ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΙΣ ΤΟΥΣ. Ἀπὸ τὶς ἕδρες του 2 εἶνε ὁριζόντιες ἡ πάνω καὶ ἡ κάτω καὶ λέγονται ***βάσεις*** του. Οἱ ἄλλες 4 λέγονται παράπλευρες ἕδρες καὶ ὅλες μαζὺ παράπλευρη ἐπιφάνεια.

107. ΘΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ. ***Οἱ ἀντικρυνὲς ἕδρες του εἶνε παράλληλες.***

108. ΣΧΕΣΕΙΣ ΤΟΥΣ. Ἂν κόψωμε ἕνα κομμάτι χαρτὶ ἴσο μὲ μιὰ ἕδρα του καὶ τὸ βάλωμε πάνω στὴν ἀντικρυνή της, θὰ ἰδοῦμε πὼς τὴ σκεπάζει ἴσα ἴσα. Τὸ ἴδιο θὰ ἰδοῦμε, ἂν κάμωμε αὐτὸ καὶ στὶς ἄλλες ἀντικρυνὲς ἕδρες. Ἀπ᾿ αὐτὸ βλέπομε πώς:

Οἱ ἀντικρυνὲς ἕδρες του εἶνε ἴσες.

ΑΚΜΕΣ ΤΟΥ

109. ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΙΣ ΤΟΥΣ. Ἀπὸ τὶς ἀκμές του οἱ 8 εἶνε ὁριζόντιες, 4 ἐπάνω καὶ 4 κάτω. Οἱ ἄλλες 4 στὰ πλάγια λέγονται παράπλευρες ἀκμές

110. ΘΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ. ***Οἱ ἀντικρυνὲς ἀκμές του εἶνε παράλληλες.***

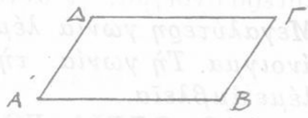
111. ΣΧΕΣΕΙΣ ΤΟΥΣ. Ἂν κόψωμε ἕνα λεπτὸ ξύλο ὅσο εἶνε μιὰ ἀκμή του καὶ τὸ βάλωμε πάνω στὴν ἀντικρυνή της, θὰ ἰδοῦμε πὼς τὴ σκεπάζει ἴσα-ἴσα. Τὸ ἴδιο θὰ ἰδοῦμε, ἂν κάμωμε αὐτὸ καὶ στὶς ἄλλες ἀντικρυνὲς ἀκμές. Ἀπ' αὐτὸ βλέπομε πώς:

Οἱ ἀντικρυνὲς ἀκμές του εἶνε ἴσες.

ΣΧΗΜΑ ΤΩΝ ΕΔΡΩΝ ΤΟΥ ΠΛΑΓΙΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠΙΠΕΔΟΥ

ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ

112. Ἂν κόψωμε ἕνα κομμάτι χαρτὶ ἴσο μὲ μιὰ ἕδρα τοῦ πλαγίου παραλληλεπιπέδου θὰ ἰδοῦμε πῶς ἔχει τὸ σχῆμα ΑΒΓΔ (Σχ. 53). Τὸ σχῆμα αὐτὸ τὸ λέμε ***παραλληλόγραμμο***. Ἔχει 4 κορυφές, 4 πλευρές καὶ 4 γωνίες. Οἱ πλευρὲς μιᾶς γωνίας του δὲν εἶνε ἴσες. Οἱ ἀντικρυνὲς πλευρές του εἶνε ἀντικρυνὲς ἀκμές τοῦ πλαγ. παραλληλεπ., γι' αὐτὸ εἶνε ἴσες καὶ παράλληλες. (ἐδ. 84).



Σχ. 53

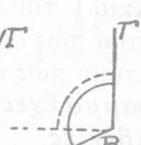
113. Γι' αὐτό: ***Παραλληλόγραμμο λέμε τὴν ἐπίπεδη ἐπιφάνεια ποὺ τελειώνει γύρω σὲ 4 εὐθεῖες καὶ ἀπὸ αὐτὲς οἱ ἀντικρυνὲς εἶνε παράλληλες.***

Τὸ τετράγωνο καὶ τὸ ὀρθογώνιο μποροῦμε νὰ τὰ ποῦμε καὶ παραλληλόγραμμα, ἀφοῦ ἔχουν τὶς ἀντικρυνὲς πλευρές τους παράλληλες.

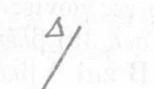
ΕΠΙΠΕΔΕΣ ΓΩΝΙΕΣ

114. Δυὸ πλευρὲς τοῦ παραλληλογράμμου ποὺ συναντῶνται π. χ. ἡ κάτω καὶ ἡ δεξιὰ κάνουνε τὴ γωνία ΑΒΓ (Σχ. 54)

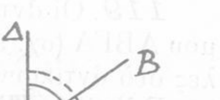
Σχ. 54



Σχ. 55



Σχ. 56



Σχ. 57

Ἂν κάμωμε μὲ λεπτό σύρμα μιὰ γωνιὰ σὰν κι' αὐτὴ καὶ κάμωμε τὴ μιὰ πλευρά της κατακόρυφο, π. χ. τὴ ΒΓ ἡ ἄλλη, ἡ ΑΒ, δὲν γίνεται ὁριζοντία. (Σχ. 55).

Καὶ ἡ κάτω πλευρὰ τοῦ παραλληλογράμμου μὲ τὴν ἀριστερὴ κάνουνε τὴ γωνία ΔΑΒ (Σχ. 56).

Καὶ σ᾽ αὐτὴ ἂν κάμωμε τὴ μιὰ πλευρά της κατακόρυφο π. χ. τὴν ΔΑ, ἡ ἄλλη ἡ ΑΒ, δὲν γίνεται ὁριζοντία (Σχ. 57).

115) ΑΜΒΛΕΙΑ ΓΩΝΙΑ. Ἡ γωνία ΑΒΓ (Σχ. 55) εἶνε πιὸ ἀνοικτὴ ἀπὸ τὴν ὀρθὴ γωνία, ἔχει δηλαδὴ μεγαλύτερο ἄνοιγμα, γι᾽ αὐτὸ τὴ λέμε καὶ μεγαλύτερη. Ἔτσι: ***Μεγαλύτερη γωνία λέμε ἐκείνη ποὺ ἔχει μεγαλύτερο ἄνοιγμα. Τὴ γωνία τὴ μεγαλύτερη ἀπὸ τὴν ὀρθὴ τὴ λέμε ἀμβλεῖα.***

116. ΟΞΕΙΑ ΓΩΝΙΑ. Ἡ γωνία ΔΑΒ (Σχ. 57) ἔχει μικρότερο ἄνοιγμα ἀπὸ τὴν ὀρθή, γι᾽ αὐτὸ τὴ λέμε μικρότερη. Τὶς γωνίες αὐτὲς τὶς λέμε ***ὀξεῖες.***

Ἔτσι: ***Ὀξεῖα γωνία λέμε τὴ μικρότερη ἀπὸ τὴν ὀρθή.***

ΚΕΚΛΙΜΕΝΗ ΕΥΘΕΙΑ

117. Κάθε πλευρὰ τῆς ὀξείας ἢ τῆς ἀμβλείας γωνίας τὴ λέμε ***πλαγία ἢ κεκλιμένη*** (γερμένη) στὴν ἄλλη.

Ὥστε: ***Μιὰ εὐθεῖα τὴ λέμε πλαγία ἢ κεκλιμένη σὲ μιὰ ἄλλη, ὅταν κάνῃ μ᾽ αὐτὴ ὀξεῖα ἢ ἀμβλεῖα γωνία.***

118. Οἱ παράπλευρες ἀκμές τοῦ πλάγ. παραλληλεπ. εἶνε κεκλιμένες στὶς ὁριζόντιες.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. Γράψε στὸ τετράδιο 3 γωνίες ὀρθές, 3 ὀξεῖες καὶ 3 ἀμβλεῖες.

ΓΩΝΙΕΣ ΤΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ

119. Οἱ ἀντικρινὲς γωνίες Α καὶ Γ τοῦ παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ (σχ. 53, σελ 39) βλέπομε πὼς εἶνε ὀξεῖες. Οἱ ἄλλες δυὸ ἀντικρυνὲς Β καὶ Δ βλέπομε πὼς εἶνε ἀμβλεῖες.

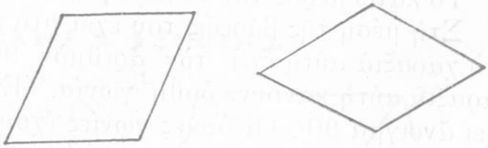
Γι᾽ αὐτό: ***Τὸ παραλληλόγραμμο ἔχει τὶς δυὸ γωνίες του ὀξεῖες καὶ τὶς ἄλλες δυὸ ἀμβλεῖες.***

120. ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ. Ἂν κάμωμε μὲ σύρμα λεπτὸ μιὰ γωνία σὰν τὴν Α καὶ τὴ βάλωμε πάνω στὴ Γ ἔτσι ποῦ νὰ ἑνωθοῦν οἱ κορυφές τους καὶ οἱ δυό τους πλευρὲς θὰ ἑνωθοῦνε καὶ οἱ ἄλλες δυό. Γι᾽ αὐτὸ εἶνε ἴσες. Ἂν κάμωμε τὸ ἴδιο καὶ στὶς γωνίες Β καὶ Δ, θὰ βροῦμε πὼς κι᾽ αὐτὲς εἶνε ἴσες.

Ἔτσι: *Οἱ ἀντικρυνὲς γωνίες τοῦ παραλληλογράμμου εἶνε ἴσες.*

ΡΟΜΒΟΣ

121. Τὸ παραλληλόγραμμο ποὺ ἔχει καὶ τὶς 4 πλευρές του ἴσες, τὸ λέμε ρόμβο (Σχ. 58).



Σχ. 58

Τὸ τετράγωνο μποροῦμε νὰ τὸ ποῦμε καὶ ρόμβο, ἀφοῦ ἔχει καὶ τὶς 4 πλευρές του ἴσες.

ΙΧΝΟΓΡΑΦΗΣΙΣ

122. ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ. Γράφομε μιὰ εὐθεῖα, τὴν ΔΓ (Σχ. 53, σελ. 39) καὶ ἀπὸ τὶς ἄκρες τὶς Δ καὶ Γ γράφομε δυὸ πλάγιες σ' αὐτή, τὴ ΔΑ καὶ τὴ ΓΒ, ποὺ νὰ εἶνε ἴσες καὶ παράλληλες μεταξύ τους, ὄχι ὅμως ἴσες καὶ μὲ τὴ ΔΓ. Γράφομε καὶ τὴν εὐθεῖα ΑΒ καὶ γίνεται τὸ παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ.

123. ΡΟΜΒΟΥ. Γράφομε τὸ ρόμβο, ὅπως καὶ τὸ παραλληλόγραμμο, μόνο πὼς παίρνομε ὅλες τὶς εὐθεῖες ἴσες.

ΜΟΙΡΟΓΝΩΜΟΝΙΟ

124. Ἐμάθαμε (ἐδ 112) πὼς ὅσο μεγαλύτερο ἄνοιγμα ἔχει μιὰ γωνία τόσο εἶνε μεγαλύτερη. Τὸ ἄνοιγμα τῶν γωνιῶν τὸ μετρᾶμε μὲ ἕνα ὄργανο ποὺ τὸ λέμε ***γωνιόμετρο*** καὶ τὸ παρασταίνει τὸ σχῆμα 59. Εἶνε καμωμένο ἀπὸ μέ-

Σχ. 59

ταλλο ἢ ἀπὸ ξύλο ἢ ἀπὸ τζελατίνα καὶ εἶνε χωρισμένο σὲ 180 ἴσα μέρη ποὺ τὰ λέμε μοῖρες καὶ τὶς γράφομε ἔτσι 180°. Τὸ γωνιόμετρο τὸ λέμε καὶ ***μοιρογνωμόνιο***, ἐπειδὴ μετράει τὶς μοῖρες.

Τὸ κάτω μέρος του τὸ λέμε ***βάσι***.

Στὴ μέση τῆς βάσεώς του ἔχει μιὰ χαραξιά. Ἀντικρὺ στὴ χαραξιὰ αὐτὴ ἔχει τὸν ἀριθμὸν 90. Ἡ βάσις μὲ τὴ χαραξιὰ αὐτὴ κάνουνε ὀρθὴ γωνία. Ἔτσι ἡ ὀρθὴ γωνία ἔχει ἄνοιγμα 90°. Οἱ ὀξεῖες γωνίες ἔχουν ἄνοιγμα μικρότερο ἀπὸ 90°. Οἱ ἀμβλεῖες μεγαλύτερο ἀπὸ 90°.

Τὴν κάθε μοῖρα τὴ χωρίζομε σὲ 60 ἴσα μέρη καὶ τὰ λέμε ***πρῶτα λεφτά***. Λέμε π. χ. πὼς μιὰ γωνία εἶνε 30° καὶ 45 πρώτων λεφτῶν καὶ τὸ γράφομε ἔτσι 30° 45′. Γράφομε δηλ. μιὰ ὀξεῖα. Τὸ κάθε λεφτὸ τὸ χωρίζομε σὲ 60 ἴσα μέρη καὶ τὰ λέμε ***δεύτερα λεφτά***. Λέμε π. χ. πὼς μιὰ γωνία εἶνε 35° 45′ καὶ 56 δευτέρων λεφτῶν καὶ τὸ γράφομε ἔτσι 30° 45′ 56″.

125 ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ. Γιὰ νὰ μετρήσωμε μιὰ γωνία, βάνωμε τὸ γωνιόμετρο πάνω στὴ γωνία ἔτσι, ποὺ ἡ χαραξιά του νὰ πέση στὴν κορυφὴ τῆς γωνίας καὶ ἡ βάσι του στὴν μιὰ πλευρὰ τῆς γωνίας. Βλέπομε τότε σὲ ποιὸ ἀριθμὸ πέφτει ἡ ἄλλη πλευρὰ τῆς γωνίας. Ὁ ἀριθμὸς αὐτὸς μᾶς δείχνει πόσες μοῖρες εἶνε τὸ ἄνοιγμα τῆς γωνίας. Ἔτσι βλέπομε πὼς ἡ γωνία ΑΟΒ εἶνε 44°.

126. ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΓΩΝΙΑΣ. Ἂν θέλωμε νὰ κατασκευάσωμε γωνία, π. χ. 44°, μὲ πλευρὰν τὴν ΟΑ καὶ κορυφὴν τὸ Ο (Σχ. 59), βάνομε τὸ μοιρογνωμόνιο ἔτσι ποὺ ἡ χαραξιά του νὰ πέση στὸ Ο καὶ ἡ βάσι του στὴν ΟΑ. Κοντὰ στὸν ἀριθμὸ τοῦ μοιρογνωμονίου 42 γράφομε ἕνα σημάδι. Ἑνώνομε τὸ σημάδι αὐτὸ μὲ τὸ Ο μὲ μιὰ εὐθεῖα καὶ ἔτσι γίνεται ἡ γωνία.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 106) Μιὰ γωνία εἶνε 50°, ἄλλη 132°, ἄλλη 90° καὶ μιὰ ἄλλη 38°. Τί γωνία εἶνε κάθε μία ἀπ' αὐτές;

107) Σὲ μιὰ γωνία 75° προσθέτομε μιὰ ἄλλη 45°. Τί γωνία θὰ σχηματισθῆ;

108) Σὲ μιὰ γωνία 68° προσθέτομε μία ἄλλη 22°. Τί γωνία θὰ σχηματισθῆ;

109) Ἀπὸ μιὰ γωνία 146 μοιρῶν ἀφαιροῦμε μιὰ ἄλλη 28°. Τί γωνία θὰ μείνη;

110) Ἀπὸ μιὰ γωνία 158° ἀφαιροῦμε μιὰ ἄλλη 89°. Τί γω-

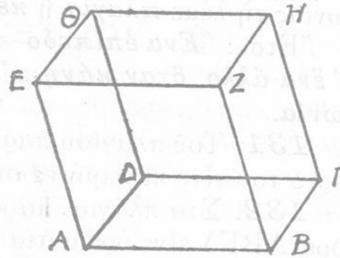
νία θὰ μείνη;

111) Ἀπὸ μιὰ γωνία 137° ἀφαιροῦμε μιὰ ἄλλη 47°. Τί γωνία θὰ μείνη;

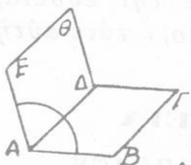
112) Χωρίζομε μιὰ ὀρθὴ ἢ μιὰ ἀμβλεῖα σὲ δυὸ ἴσες γωνίες. Τί γωνίες εἶνε αὐτές;

ΔΙΕΔΡΕΣ ΓΩΝΙΕΣ

127. Δυὸ ἕδρες τοῦ πλαγίου παραλληλεπιπέδου (Σχ. 60), ποὺ συναντῶνται, π.χ. ἡ κάτω καὶ ἡ ἀριστερὴ κάνουνε τὴ δίεδρο γωνία ΕΑΔΓ (Σχ. 61). Ἂν κάμωμε μὲ χαρτόνι μιὰ δίεδρο γωνία σὰν αὐτὴ καὶ κάμωμε τὴ μιὰ ἕδρα της κατακόρυφο, π.χ. τὴν ΕΑΔΘ (Σχ. 62), ἡ ἄλλη ἡ ΑΒΓΔ δὲν

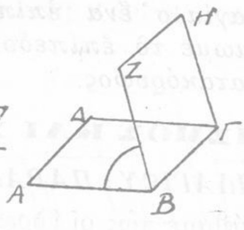


Σχ. 60

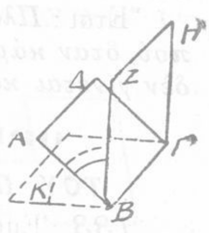


Σχ. 61

Σχ. 62



Σχ. 63



Σχ. 64

γίνεται ὁριζοντία. Καὶ ἡ κάτω ἕδρα τοῦ πλαγ. παραλλ. μὲ τὴ δεξιὰ κάνουνε τὴ δίεδρο γωνία ΑΒΓΖ (Σχ. 63). Καὶ σ' αὐτὴ ἂν κάμωμε τὴ μιὰ ἕδρα της κατακόρυφο, π.χ. τὴν ΖΒΓΗ, ἡ ἄλλη, ἡ ΑΒΓΔ, δὲν γίνεται ὁριζοντία (Σχ. 64).

128. ***ΑΜΒΛΕΙΑ ΔΙΕΔΡΟΣ ΓΩΝΙΑ***. Ἡ δίεδρος γωνία ΕΑΔΓ (Σχ. 62) εἶνε πιὸ ἀνοικτὴ ἀπὸ τὴν ὀρθὴ δίεδρο γωνία ΕΑΔΚ ἔχει δηλαδὴ μεγαλύτερο ἄνοιγμα, γι' αὐτὸ τὴ λέμε καὶ μεγαλύτερη. Τὶς γωνίες αὐτὲς τὶς λέμε **ἀμβλεῖες**.

Ἔτσι: ***Ἀμβλεῖα δίεδρο γωνία λέμε τὴ μεγαλύτερη ἀπὸ τὴν ὀρθὴ δίεδρο.***

129. ***ΟΞΕΙΑ ΔΙΕΔΡΟΣ ΓΩΝΙΑ***. Ἡ δίεδρος γωνία ΑΒΓΖ (Σχ. 64) ἔχει μικρότερο ἄνοιγμα ἀπὸ τὴν ὀρθὴ

ΖΒΓΚ γι᾽ αὐτὸ τὴ λέμε καὶ μικρότερη. Τὶς γωνίες αὐτὲς τὶς λέμε ***ὀξεῖες***.

Ἔτσι: ***Ὀξεῖα δίεδρο γωνία λέμε τὴ μικρότερη ἀπὸ τὴν ὀρθὴ δίεδρο.***

ΚΕΚΛΙΜΕΝΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

130. Κάθε ἕδρα τῆς ὀξείας καὶ τῆς ἀμβλείας διέδρου γωνίας τὴ λέμε ***πλαγία*** ἢ ***κεκλιμένη*** (γερμένη) στὴν ἄλλη.

Ἔτσι: ***Ἕνα ἐπίπεδο τὸ λέμε πλάγιο ἢ κεκλιμένο σ᾽ ἕνα ἄλλο, ὅταν κάνη μ᾽ αὐτὸ ὀξεῖα ἢ ἀμβλεῖα δίεδρο γωνία.***

131. Τοῦ πλαγίου παραλληλεπιπέδου οἱ παράπλευρες ἕδρες του εἶνε κεκλιμένες στὶς ὁριζόντιες.

132. Στὸ πλάγιο παραλληλεπίπεδο ΑΗ (Σχ. 60) ἡ ἕδρα ΑΒΓΔ εἶνε ὁριζοντία καὶ ἀκμὴ ΑΕ δὲν εἶνε κατακόρυφος. Τὴν εὐθεῖα ΑΕ τὴ λέμε πλαγία ἢ κεκλιμένη στὸ ἐπίπεδο ΑΒΓΔ.

Ἔτσι: ***Πλαγία σ᾽ ἕνα ἐπίπεδο λέμε τὴν εὐθεῖα, πού, ὅταν κάμωμε τὸ ἐπίπεδο ὁριζόντιο, τότε αὐτὴ δὲν γίνεται κατακόρυφος.***

ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

ΤΟΥ ΠΛΑΓΙΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠΙΠΕΔΟΥ

133. Ἐμάθαμε πὼς οἱ ἕδρες τοῦ πλαγίου παραλληλεπιπέδου εἶνε παραλληλόγραμμα. Γι᾽ αὐτό: ***Πλάγιο παραλληλεπίπεδο λέμε τὸ σῶμα ποὺ ἡ ἐπιφάνειά του ἀποτελεῖται ἀπὸ παραλληλόγραμμα.***

134. ***ΣΤΕΡΕΕΣ ΓΩΝΙΕΣ ΤΟΥ***. Κάθε κορυφή του εἶνε καὶ κορυφὴ στερεᾶς γωνίας καὶ ἐπειδὴ ἔχει 8 κορυφὲς θὰ ἔχη καὶ 8 στερεὲς γωνίες.

135. ***ΔΙΕΔΡΕΣ ΓΩΝΙΕΣ ΤΟΥ***. Κάθε ἀκμὴ τοῦ πλαγίου παραλληλεπιπέδου εἶνε καὶ ἀκμὴ μιᾶς διέδρου γωνίας καὶ ἐπειδὴ ἔχει τοῦτο 12 ἀκμὲς θὰ ἔχει 12 δίεδρες γωνίες. Ἀπὸ τὶς δίεδρες ποὺ ἔχουνε τὴν ἴδια ἕδρα ἡ μιὰ εἶνε ὀξεῖα καὶ ἡ ἄλλη ἀμβλεῖα. Ὥστε οἱ μισές, δηλαδὴ οἱ 6, εἶνε ὀξεῖες καὶ οἱ ἄλλες 6 ἀμβλεῖες.

Ἂν κάμωμε μιὰ δίεδρο γωνία ἀπὸ χαρτόνι ἴση μὲ μιὰ ὀξεῖα τοῦ πλαγ. παραλληλ. καὶ τὴ βάλωμε πάνω στὴν ἀντικρυνή της ἔτσι, ποὺ νὰ ἑνωθοῦν οἱ ἀκμές τους καὶ οἱ δυὸ ἕδρες τους, θὰ ἑνωθοῦν κι' οἱ ἄλλες δυό. Γι' αὐτὸ εἶνε ἴσες.

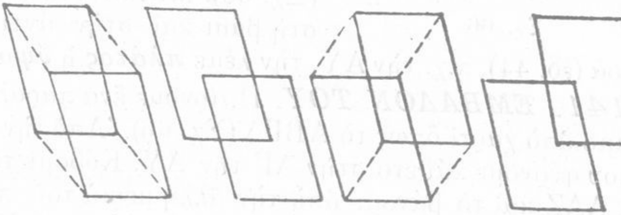
Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο βρίσκομε πῶς κι' οἱ ἀντικρυνὲς ἀμβλεῖες εἶνε ἴσες.

Ἔτσι : ***Οἱ ἀντικρυνὲς δίεδρες γωνίες τοῦ πλαγ. παραλλ. εἶνε ἴσες.***

136. ΕΠΙΠΕΔΕΣ ΓΩΝΙΕΣ ΤΟΥ. Κάθε παραλληλόγραμμο ἔχει 2 ὀξεῖες καὶ 2 ἀμβλεῖες γωνίες καὶ τὸ πλάγιο παραλληλεπίπεδο ποὺ ἔχει 6 παραλληλόγραμμα θὰ ἔχῃ 2×6=12 ὀξεῖες καὶ 12 ἀμβλεῖες ἐπίπεδες γωνίες.

Οἱ ἀντικρυνὲς ἐπίπεδες γωνίες τοῦ πλαγίου παραλληλεπ. εἶνε ἀντικρυνὲς γωνίες τοῦ παραλληλογράμμου, γι' αὐτὸ εἶνε ἴσες (ἐδ. 120).

137. ΙΧΝΟΓΡΑΦΗΣΙΣ ΤΟΥ. Γράφομε τὸ πλάγιο παραλληλεπ. ὅπως καὶ τὸ ὀρθογώνιο παραλληλεπ. (ἐδ. 92), μόνο πῶς ἀντὶ νὰ γράψωμε ὀρθογώνια γράφομε παραλληλόγραμμα. (Σχ. 65).



Σχ. 65

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜ.

138. ΜΗΚΟΣ ΤΗΣ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΥ ΤΟΥ. Ἐπειδὴ οἱ ἀντικρυνὲς πλευρὲς τοῦ παραλληλογράμμου εἶνε ἴσες, γιὰ νὰ βροῦμε τὸ μῆκος τῆς περιμέτρου του, προσθέτομε τὰ μήκη τῶν πλευρῶν μιᾶς γωνίας του καὶ διπλασιάζομε τὸ ἄθροισμα.

Παράδειγμα. Ἂν ἡ μιὰ πλευρὰ ἑνὸς παραλληλογράμμου εἶνε 6 μ., καὶ ἡ ἄλλη 3 μ., τὸ ἄθροισμά τους θὰ εἶνε 6+3=9 μ. καὶ τὸ μῆκος τῆς περιμέτρου του θὰ εἶνε 9×2=18 μ.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 114) Μιὰ αὐλὴ ἔχει σχῆμα παραλληλογράμμου. Οἱ πλευρὲς μιᾶς γωνίας του εἶνε 5 μ. καὶ 9 μ. Πόση εἶνε ἡ περίμετρός του;

115) Ἡ περίμετρος ἑνὸς παραλληλογράμμου εἶνε 89,7 μ. Ἡ μιὰ πλευρά του εἶνε 18,21 μ. Πόσο εἶνε κάθε πλευρά του;

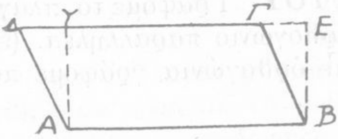
116) Ἡ περίμετρος ἑνὸς παραλληλογράμμου εἶνε 134 μ. Ἡ μεγαλύτερη πλευρά του εἶνε τριπλάσια ἀπὸ τὴν μικρότερη. Πόσο εἶνε κάθε πλευρά του;

139. ΜΗΚΟΣ ΤΗΣ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΥ ΤΟΥ ΡΟΜΒΟΥ. Ἐπειδὴ ὅλες οἱ πλευρὲς τοῦ ρόμβου εἶνε ἴσες, γιὰ νὰ βροῦμε τὸ μῆκος τῆς περιμέτρου του πολλαπλασιάζομε τὸ μῆκος τῆς μιᾶς πλευρᾶς του ἐπὶ 4.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 117) Ἡ πλευρὰ ἑνὸς ρόμβου εἶνε 32,28 μ. Πόση εἶνε ἡ περίμετρός του;

118) Ἡ περίμετρος ἑνὸς ρόμβου εἶνε 101,76 μ. Πόσο εἶνε κάθε πλευρά του;

140. ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ. Τὴ μιὰ πλευρὰ τοῦ παραλληλογράμμου, τὴ μεγαλύτερη πιὸ συχνά, τὴ λέμε ***μῆκος*** ἢ ***βάσι*** του, π.χ. τὴν ΑΒ (Σχ. 66). Μιὰ κάθετο ἀνάμεσα στὴ βάσι καὶ στὴν ἀντικρυνὴ πλευρὰ (ἐδ. 44), π.χ. τὴν ΑΥ, τὴν λέμε ***πλάτος*** ἢ ***ὕψος*** του.



Σχ. 66

141. ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΟΥ. Παίρνομε ἕνα παραλληλόγραμμο ἀπὸ χαρτὶ ὅπως τὸ ΑΒΓΔ (Σχ. 66). Ἀπὸ τὴν κορυφή του φέρνομε κάθετο στὴν ΔΓ τὴν ΑΥ. Κόβομε τὸ κομμάτι ΑΔΖ καὶ τὸ βάνομε ἀπὸ τὴν ἄλλη μεριὰ τοῦ παραλληλογράμμου ἔτσι, ποὺ ἡ κορυφὴ Α νὰ πέση στὴ Β καὶ ἡ πλευρὰ ΑΔ στὴ ΒΓ. Τότε θὰ σχηματισθῆ τὸ ὀρθογώνιο ΑΒΕΥ ποὺ ἔχει τὴν ἴδια βάσι ΑΒ καὶ τὸ ἴδιο ὕψος ΑΥ μὲ τὸ παραλληλόγραμμο. Ἀφοῦ ὅμως τὸ παραλληλόγραμμο ἔχει ἴση ἐπιφάνεια μὲ τὸ ὀρθογώνιο ποὺ ἔχει τὴν ἴδια βάσι καὶ τὸ ἴδιο ὕψος, βρίσκομε τὸ ἐμβαδό του ὅπως καὶ τοῦ ὀρθογωνίου.

Γι' αὐτό: ***Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ παραλληλογράμμου, πολλαπλασιάζομε τὴ βάσι του μὲ τὸ ὕψος του.***

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 119) Μιὰ αὐλὴ μὲ σχῆμα παραλληλόγραμμο ἔχει μῆκος 3,8 μ. καὶ πλάτος 15,3 μ. Ποιὸ εἶνε τὸ ἐμβαδό της;

120) Ἕνας κῆπος μὲ σχῆμα παραλληλόγραμμο ἔχει ἐμβαδὸν 170,45 τ. μ. καὶ μῆκος 17,5 μ. Πόσο εἶνε τὸ πλάτος του;

121) Ἕνα παραλληλόγραμμο ἔχει μῆκος 14 μ. καὶ πλάτος 12 μ. Πόσο εἶνε τὸ μῆκος ἄλλου παραλληλογράμμου ποὺ ἔχει ἐμβαδὸ ἴσο μ' αὐτὸ καὶ πλάτος 8 μ;

122) Ἕνα χωράφι μὲ σχῆμα παραλληλόγραμμο ἔχει ἐμβαδὸ 22,5 βασιλικὰ στρέμματα, ὕψος 125 μ. καὶ περίμετρο 660 μ. Πόσο εἶνε κάθε πλευρά του;

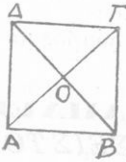
123) Ἕνα μαγαζὶ μὲ σχῆμα παραλληλόγραμμο ἔχει μῆκος 13,8 καὶ πλάτος 12,75 μ. Θὰ στρωθῆ μὲ πλάκες ποὺ κάθε μιὰ ἔχει ἐπιφάνεια 0,0225 τ. μ. Οἱ πλάκες κοστίζουν 960 δραχ. ἡ χιλιάδα Γιὰ τὴν τοποθέτησί τους πληρώνονται 3,40 δρχ. γιὰ κάθε τετραγωνικὸ μέτρο. Πόσο θὰ κοστίση τὸ πλακόστρωμα αὐτό;

ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΣ ΤΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ

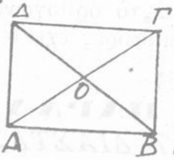
142. Τί λέμε παραλληλόγραμμο; (ἐδ. 113). Τί λέμε ρόμβο; (121). Ποιὰ σχέσι ἔχουν οἱ πλευρὲς τοῦ παραλληλογράμμου μεταξύ τους; (ἐδ. 112). Τί γωνίες ἔχει; (ἐδ. 122), καὶ ποιὰ σχέσι ἔχουνε μεταξύ τους; (ἐδ. 120). Πῶς γράφομε ἕνα παραλληλόγραμμο (ἐδ. 122), καὶ πῶς ἕνα ρόμβο; (ἐδ. 123). Πῶς βρίσκομε τὴ περίμετρο τοῦ παραλληλογράμμου (ἐδ. 138), καὶ πῶς τοῦ ρόμβου; (ἐδ. 139). Τί λέμε βάσι τους καὶ τί ὕψος τους; (ἐδ. 140). Πῶς βρίσκομε τὸ ἐμβαδό τους; (ἐδ. 141).

ΔΙΑΓΩΝΙΕΣ

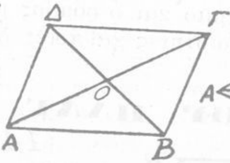
143. Τὸ τετράγωνο, τὸ ὀρθογώνιο, καὶ τὸ παραλληλόγραμμο, ἐπειδὴ τελειώνουνε γύρω σὲ 4 πλευρές, τὰ λέμε καὶ ***τετράπλευρα***.



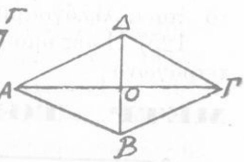
Σχ. 67



Σχ. 68



Σχ. 69



Σχ. 70

144. Στὰ τετράπλευρα τὶς εὐθεῖες ποὺ ἑνώνουνε δυὸ κορυφές, χωρὶς νὰ εἶνε καὶ πλευρές, τὶς λέμε ***διαγώνιες τοῦ τετραπλεύρου***. Π.χ. τὴν ΑΓ καὶ τὴ ΒΔ.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΔΙΑΓΩΝΙΩΝ

145. ***Τοῦ τετραγώνου*** οἱ διαγώνιες εἶνε ἴσες καὶ κόβονται σὲ 4 ἴσα μέρη, δηλ. τὸ ΟΑ εἶνε ἴσο μὲ τὸ ΟΒ καὶ μὲ τὸ ΟΔ, καὶ ἡ μιὰ εἶνε κάθετος στὴν ἄλλη (Σχ. 67).

Τοῦ ὀρθογωνίου οἱ διαγώνιες εἶνε ἴσες καὶ κόβονται σὲ 4 ἴσα μέρη (Σχ. 68). ***Τοῦ παραλληλογράμμου***, οἱ διαγώνιες δὲν εἶνε ἴσες, κόβει ὅμως ἡ μιὰ τὴν ἄλλη σὲ 2 ἴσα μέρη. (Σχ. 69). ***Τοῦ ρόμβου***, οἱ διαγώνιες εἶνε κάθετες καὶ κόβει ἡ μιὰ τὴν ἄλλη σὲ 2 ἴσα μέρη (Σχ. 70).

ΙΧΝΟΓΡΑΦΗΣΙΣ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΩΝ ΜΕ ΤΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΕΣ ΤΟΥΣ

146. ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ. Γράφομε 2 εὐθεῖες κάθετες τὴν ΑΓ καὶ τὴ ΒΔ (Σχ. 67), καὶ γύρω στὴν τομή τους Ο παίρνομε 4 κομμάτια ἴσα, ἑνώνομε μὲ εὐθεῖες τὶς ἄκρες τους καὶ γίνεται τὸ τετράγωνο.

ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ. Γράφομε 2 εὐθεῖες πλάγιες καὶ γύρω στὴν τομή τους Ο (Σχ. 68) παίρνομε 4 κομμάτια ἴσα, ἑνώνομε τὶς ἄκρες τους καὶ γίνεται τὸ ὀρθογώνιο.

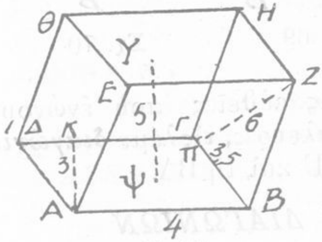
ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ. Γράφομε 2 εὐθεῖες πλάγιες καὶ γύρω στὴν τομή τους Ο (Σχ. 62) παίρνομε ἀπὸ κάθε μιὰ 2 κομμάτια ἴσα, ἑνώνομε τὶς ἄκρες τους καὶ γίνεται τὸ παραλληλόγραμμο.

ΡΟΜΒΟΥ. Γράφομε 2 εὐθεῖες κάθετες καὶ γύρω στὴν τομή τους Ο (Σχ. 70) παίρνομε ἀπὸ κάθε μιὰ 2 κομμάτια ἴσα, ἑνώνομε τὶς ἄκρες τους καὶ γίνεται ὁ ρόμβος.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 124) Ποιὲς ὁμοιότητες καὶ ποιὲς διαφορὲς ἔχει τὸ παραλληλόγραμμο καὶ ὁ ρόμβος μὲ τὸ ὀρθογώνιο;

125) Ποιὲς ὁμοιότητες καὶ ποιὲς διαφορὲς ἔχει ὁ ρόμβος μὲ τὸ τετράγωνο;

ΜΕΤΡ. ΤΟΥ ΠΛΑΓ. ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠ.



Σχ. 71

147. ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΟΥ. ***Μῆκος*** καὶ ***πλάτος*** τοῦ πλαγίου παραλληλεπιπέδου λέμε τὸ μῆκος καὶ τὸ πλάτος τῆς βάσεώς του. Π.χ. τοῦ ΑΗ (Σχ. 71) μῆκος εἶνε ἡ ΑΒ καὶ πλάτος ἡ ΑΚ. ***Ὕψος*** λέμε τὴν κάθετο ἀνάμεσα στὶς βάσεις του, δηλαδὴ τὴν ΥΨ.

148. ΠΑΡΑΠΛΕΥΡΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΟΥ. Τυλίγομε τὴν παράπλευρη ἐπιφάνεια τοῦ πλαγ παραλληλεπ. μὲ χαρτί. Κόβομε τὸ χαρτὶ στὶς ἀντικρυνὲς ἀκμὲς τῶν ὀξειῶν γωνιῶν του. Ἂν ἁπλώσωμε τὸ ἕνα κομμάτι τοῦ χαρτιοῦ καὶ δίπλα του τὸ ἄλλο κομμάτι ἀναποδογυρισμένο, θὰ γίνη ἕνα παραλληλόγραμμο, ποὺ ἡ ἐπιφάνειά του εἶνε ἴση μὲ τὴν παράπλευρη ἐπιφάνεια τοῦ πλαγ. παραλληλεπιπέδου.

Τὸ παραλληλόγραμμο αὐτὸ θὰ ἔχη μῆκος τὴν περίμετρο τῆς βάσεως τοῦ πλαγίου παραλληλ. καὶ πλάτος τὸ πλάτος μιᾶς παράπλευρης ἕδρας του.

Γι' αὐτό: ***Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τῆς παράπλευρης ἐπιφανείας τοῦ πλάγ. παραλληλεπ. πολλαπλασιάζομε τὴν περίμετρο τῆς βάσεώς του μὲ τὸ πλάτος μιᾶς παράπλευρης ἕδρας του.***

149. Η ΟΛΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΟΥ. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸν ὅλης τῆς ἐπιφανείας τοῦ πλαγίου παραλληλεπ., εἰς τὸ ἐμβαδὸ τῆς παράπλευρης ἐπιφανείας του προσθέτομε καὶ τὸ ἐμβαδὸ τῶν δυὸ βάσεών του.

Παράδειγμα. Ἂν π. χ. τὸ μῆκος ΑΒ τῆς κάτω ἕδρας τοῦ πλαγίου παραλληλεπ. ΑΕ (σχ. 71) εἶνε 4 μέτρα, τὸ μῆκος τῆς ΒΓ 3,5, ἡ περίμετρος τῆς βάσεως θὰ εἶνε $(4+3,5) \times 2 = 15$ μ. Ἂν τὸ πλάτος ΖΠ τῆς ἕδρας ΒΗ εἶνε 4 μ., τὸ ἐμβαδὸ τῆς παράπλευρης ἐπιφανείας του θὰ εἶνε $15 \times 6 = 90$ τ. μ. Ἂν τὸ πλάτος τῆς βάσεως εἶνε 3 μ. τὸ ἐμβαδό της θὰ εἶνε $4 \times 3 = 12$ τ. μ. Καὶ τὸ ἐμβαδὸ ὅλης τῆς ἐπιφάνείας του θὰ εἶνε $90+12+12=114$ τ. μ.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 126) Ἕνα πλάγιο παραλληλεπίπεδο ἔχει περίμετρο τῆς βάσεώς του 0,48 μ. καὶ ὕψος μιᾶς παράπλευρης ἕδρας του 0,56 μ. Πόσο εἶνε τὸ ἐμβαδὸ τῆς παράπλευρης ἐπιφανείας του;

127) Ἕνα πλάγιο παραλληλεπίπεδο ἔχει πλευρὲς τῆς βάσεώς του 0,56 μ. καὶ 0,48 μ., πλάτος τῆς βάσεως 0,36 μ., ὕψος τῆς παράπλευρης ἕδρας του 0,84 μ. Πόση εἶνε ὅλη ἡ ἐπιφάνειά του;

ΟΓΚΟΣ ΤΟΥ ΠΛΑΓΙΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΠ.

150. Παίρνομε δυὸ παραλληλεπίπεδα ἀπὸ χαρτόνι τὸ ἕνα ὀρθογώνιο καὶ τὸ ἄλλο πλάγιο ποὺ νὰ ἔχουνε ἴσα ὕψη καὶ οἱ βάσεις τους νὰ ἔχουνε ἴσα ἐμβαδά. Γεμίζομε τὸ ἕνα ἄμμο καὶ τὸν χύνομε στὸ ἄλλο. Θὰ ἰδοῦμε πῶς θὰ γεμίση καὶ τὸ ἄλλο. Ὥστε ἔχουνε καὶ τὰ δυὸ τὸν ἴδιον ὄγκο. Ἀφοῦ ὅμως ἔχουνε ἴσα ὕψη καὶ οἱ βάσεις τους ἔχουνε τὸ ἴδιο ἐμβαδό, θὰ βροῦμε τὸν ὄγκο τοῦ πλαγίου ὅπως βρίσκομε τὸν ὄγκο καὶ τοῦ ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου.

Ἔτσι: ***Γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο τοῦ πλαγ. παραλληλεπ., πολλαπλασιάζομε τὸ ἐμβαδὸ τῆς βάσεώς του μὲ τὸ ὕψος του.***

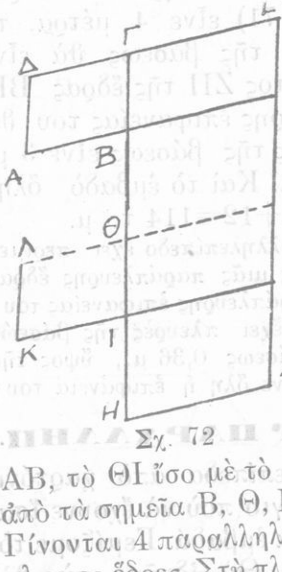
Παράδειγμα. Ἂν τοῦ πλαγίου παραλλεπ. ΑΗ (Σχ. 71) τὸ μῆκος ΑΒ εἶνε 4 μ. καὶ τὸ πλάτος ΑΚ 3 μ., τὸ ἐμβαδὸ τῆς βάσεως θὰ εἶνε $3 \times 4 = 12$ τ. μ. Ἂν τὸ ὕψος ΥΨ εἶνε 5 μ., ὁ ὄγκος του θὰ εἶνε $12 \times 5 = 60$ κυβ. μέτρα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 128) Ἕνα πλάγιο παραλληλεπίπεδο ἔχει μῆκος 0,9 μ. πλάτος 0,7 καὶ ὕψος 1,2 μ. Ποιὸς εἶνε ὁ ὄγκος του;

129) Πόσος εἶνε ὁ ὄγκος τοῦ πλαγίου παραλληλεπιπέδου τῆς ἀσκήσεως 122, ἂν τὸ ὕψος του εἶνε 0,8 μ;

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΛΑΓΙΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠΙΠΕΔΟΥ

151. ΜΕ ΧΑΡΤΟΝΙ. Γράφομε τὸ παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ (Σχ. 72) ποὺ θὰ εἶνε ἡ μιὰ βάσις τοῦ πλαγ. παραλλ. Ἔπειτα μεγαλώνομε τὴ πλευρά του ΔΓ καὶ παίρνομε τὸ κομμάτι ΓΕ, ὅσο θέλομε νὰ εἶνε ἡ παράπλευρη ἀκμή του.



Σχ. 72

Ἀπὸ τὸ Ε φέρνομε τὴ ΕΖ παράλληλο στὴ ΓΒ καὶ μεγαλώνομε καὶ τὴ ΓΒ. Ἔπειτα πάνω στὴ ΓΗ πέρνομε κομμάτια ἴσα στὴ σειρὰ μὲ τὶς πλευρὲς τοῦ ΑΒΓΔ, δηλ. τὸ ΒΘ ἴσο μὲ τὸ ΑΒ, τὸ ΘΙ ἴσο μὲ τὸ ΑΔ καὶ τὸ ΙΗ ἴσο μὲ τὸ ΔΓ καὶ ἀπὸ τὰ σημεῖα Β, Θ, Ι καὶ Η φέρνομε παράλληλες στὴ ΓΕ. Γίνονται 4 παραλληλόγραμμα ποὺ θὰ κάνουνε τὶς παράπλευρες ἕδρες. Στὴ πλευρὰ ΘΙ κάνομε τὴν ἄλλη βάσι ΘΙΚΛ ἴση μὲ τὴν ΑΒΓΔ.

Κόβομε τὸ σχῆμα αὐτὸ ἀπὸ τὸ χαρτόνι καὶ ἔπειτα τὸ κόβομε στὴ μέση, ὅπως δείχνει ἡ γραμμὴ ποὺ ἔγινε μὲ τελεῖες. Χαράζομε ἐλαφρὰ τὶς εὐθεῖες, ποὺ εἶνε πλευρὲς σὲ δυὸ παραλληλόγραμμα, στὸ ἕνα κομμάτι στὴ μεριὰ ποὺ τὸ ἔχομε σημαδέψει, στὸ ἄλλο κομμάτι ἀπὸ τὴν ἄλλη μεριά. Διπλώνομε στὶς χαραξιὲς τὰ παραλληλόγραμμα σὲ κάθε κομμάτι ὡς ποὺ νὰ γίνουν ὄρθια. Κάθε κομμάτι θὰ κάμη τὸ μισὸ πλάγιο παραλληλεπ. Βάνομε μὲ κατάλληλον τρόπο τὰ δυὸ μισὰ καὶ θὰ γίνη τὸ πλάγιο παραλληλεπίπεδο.

152. ΜΕ ΞΥΛΟ. Κατασκευάζομε τὸ πλάγιο παραλληλεπ. ἀπὸ ξύλο, ὅπως καὶ τὸ ὀρθογ. παραλληλεπ. (ἐδ. 102), μόνο πὼς ἀντὶ ὀρθογώνια κόβομε παραλληλόγραμμα.

153. ΜΕ ΠΗΛΟ Κάνομε τὴ βάσι τοῦ πλαγ. παραλληλεπ. ἀπὸ πηλό. Ἔπειτα κόβομε ἀπὸ ξύλο δυὸ παραλληλόγραμμμα ποὺ νὰ ἔχουνε πλάτος ὅσο θὰ εἶνε τὸ ὕψος τοῦ πλαγ. παραλληλεπ. καὶ μῆκος, τὸ ἕνα ὅσο εἶνε ἡ μιὰ πλευρὰ μιᾶς γωνίας τῆς βάσεως καὶ τὸ ἄλλο ὅσο εἶνε ἡ ἄλλη πλευρὰ τῆς γωνίας αὐτῆς. Βάνομε πηλὸ πάνω στὴ βάσι καὶ κολλᾶμε σ᾿αὐτὸν τὰ δυὸ παραλληλόγραμμα ὄρθια στὶς πλευρὲς τῆς γωνίας αὐτῆς ἔτσι, ποὺ νὰ κάνουν δίεδρη γωνία καὶ δίνομε στὸν πηλὸ τὸ σχῆμα τῶν δυὸ ἑδρῶν τοῦ πλαγ. παραλληλεπ. Ἔπειτα βγάνομε ἀπὸ ἐκεῖ τὰ δυὸ αὐτὰ παραλληλόγραμμα καὶ τὰ κολλᾶμε στὸν πηλὸ ὄρθια στὶς πλευρὲς τῆς ἀντικρυνῆς γωνίας τῆς βάσεως ἔτσι, ποὺ νὰ ἀντικρύζουν οἱ ἴσες ἕδρες καὶ δίνομε στὸν πηλὸ τὸ σχῆμα τῶν ἄλλων δυὸ ἑδρῶν τοῦ πλαγίου παραλληλεπιπέδου.

Κατόπι στὸ ὕψος ποὺ ἔφθασαν τὰ ὀρθογώνια σέρνομε μιὰ ρίγα πάνω στὸ πηλὸ καὶ κάνομε ἴσια καὶ τὴν ἐπάνω ἕδρα καὶ ἔτσι γίνεται τὸ πλάγιο παραλληλεπ. ἀπὸ πηλό.

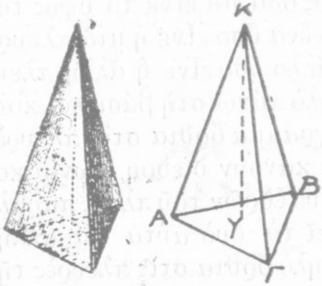
ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΣ ΤΟΥ ΠΛΑΓΙΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠ.

154. Τί λέμε πλάγιο παραλληλεπίπεδο; (ἐδ. 133). Ποιὲς διευθύνσεις ἔχουν οἱ ἕδρες του; (ἐδ. 106 καὶ 131). Ποιὰ θέσι ἔχουνε μεταξύ τους; (ἐδ. 107). Ποιὰ σχέσι ἔχουνε μεταξύ τους; (ἐδ. 108). Πόσες κορυφὲς ἔχει; (ἐδ. 105). Πόσες στερεὲς γωνίες; (ἐδ. 134). Πόσες ἀκμές; (ἐδ. 105). Ποιὲς διευθύνσεις ἔχουν οἱ ἀκμές του; (ἐδ. 106 καὶ 104). Ποιὰ θέσι ἔχουνε μεταξύ τους; (ἐδ. 107) καὶ ποιὰ σχέσι; (ἐδ. 108). Πόσες δίεδρες γωνίες ἔχει καὶ τί σχέσι ἔχουνε μεταξύ τους. (ἐδ. 135). Πόσες ἐπίπεδες ἔχει καὶ τὶ σχέσι ἔχουνε μεταξύ τους; (ἐδ. 136). Πῶς τὸ γράφομε; (ἐδ. 137). Πῶς βρίσκομε τὸ ἐμβαδὸ τῆς ἐπιφάνειάς του; (ἐδ. 147) καὶ 148). Πῶς βρίσκομε τὸν ὄγκο του; (ἐδ. 150). Τί λέμε μῆκος, πλάτος καὶ ὕψος του; (ἐδ. 149). Ποιὲς ὁμοιότητες καὶ ποιὲς διαφορὲς ἔχει μὲ τὸ ὀρθογ. παραλληλεπίπεδο; (ἐδ. 104).

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ΄

ΤΡΙΓΩΝΙΚΗ ΠΥΡΑΜΙΔΑ

155. Τὸ σῶμα ποὺ παρασταίνει τὸ σχῆμα 73 τὸ λέμε ***Τριγωνικὴ Πυραμίδα.*** Ἔχει:



Σχ. 73

α΄) ἐπιφάνεια τεθλασμένη,

β΄) 4 ἕδρες, 1 κάτω καὶ 3 γύρω στὰ πλάγια,

γ΄) 6 ἀκμές, 3 κάτω καὶ 3 γύρω στὰ πλάγια,

δ΄) 4 κορυφές, 3 κάτω καὶ 1 πάνω,

ε΄) 6 δίεδρες γωνίες, ἀφοῦ ἔχει 6 ἀκμές,

στ΄) 4 στερεὲς γωνίες, ἀφοῦ ἔχη 4 κορυφές.

156. ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΙΣ ΤΩΝ ΕΔΡΩΝ ΤΗΣ. Ἡ κάτω ἕδρα της εἶνε ὁριζοντία καὶ λέγεται ***βάσις*** της. Οἱ 3 γύρω στὰ πλάγια εἶνε κεκλιμένες καὶ τὶς λέμε παράπλευρες ἕδρες καὶ ὅλες μαζὺ παράπλευρη ἐπιφάνεια.

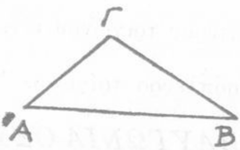
157. ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΙΣ ΤΩΝ ΑΚΜΩΝ ΤΗΣ. Οἱ 3 κάτω ἀκμές της εἶνε ὁριζόντιες. Οἱ 3 γύρω στὰ πλάγια εἶνε κεκλιμένες καὶ τὶς λέμε ***πλευρές*** της.

158. ΕΙΔΗ ΤΡΙΓΩΝΙΚΩΝ ΠΥΡΑΜΙΔΩΝ. Μιὰ τριγωνικὴ πυραμίδα τὴ λέμε ***ὀρθή,*** ὅταν ὅλες οἱ παράπλευρες ἀκμές της εἶναι ἴσες. Ἂν δὲν εἶνε ὅλες ἴσες, τὴ λέμε ***πλαγία.*** Ἂν ἡ πυραμίδα εἶνε ὀρθὴ καὶ ἡ βάσις της εἶνε τρίγωνο ἰσόπλευρο τὴ λέμε ***κανονική.***

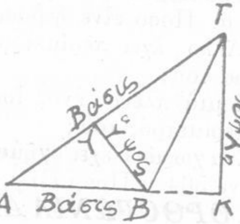
159. Ὕψος τῆς τριγωνικῆς πυραμίδας λέμε τὴν κάθετο ΚΥ στὴ βάσι ἀπὸ τὴν ἀντικρυνή της κορυφή.

ΣΧΗΜΑ ΤΩΝ ΕΔΡΩΝ ΤΗΣ

ΤΡΙΓΩΝΟΝ



Σχ. 74



Σχ. 75

160. "Αν κόψωμε ἕνα κομμάτι χαρτὶ ἴσο μὲ μιὰ ἕδρα τῆς πυραμίδας, θὰ γίνη τὸ σχῆμα ΑΒΓ (Σχ. 74). Τὸ σχῆμα αὐτὸ τὸ λέμε ***τρίγωνο***. Τὸ τρίγωνο ἔχει 3 πλευρές, καὶ 3 γωνίες. Γι᾽ αὐτό: ***Τρίγωνο λέμε τὴν ἐπίπεδη ἐπιφάνεια ποὺ τελειώνει γύρω σὲ 3 εὐθεῖες γραμμές.***

Μιὰ πλευρὰ τοῦ τριγώνου τὴ λέμε ***βάσι*** του, π.χ. τὴν ΑΓ (Σχ. 75). Τὴν κάθετο ΒΚ ποὺ φέρνομε στὴ βάσι του ἀπὸ τὴν ἀντικρυνὴ κορυφή της τὴ λέμε ***ὕψος*** του.

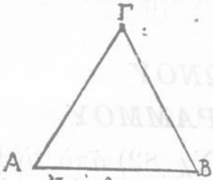
Ἀφοῦ τὸ τρίγωνο ἔχει 3 πλευρές, θὰ ἔχη καὶ 3 βάσεις καὶ 3 ὕψη. Μπορεῖ τὸ ὕψος νὰ βρίσκεται ἔξω ἀπὸ τὸ τρίγωνο, ὅπως τὸ ὕψος ΓΚ Σχ. 75.

ΕΙΔΗ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

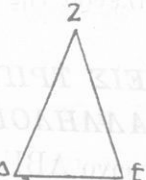
161. ΙΣΟΠΛΕΥΡΑ, ΙΣΟΣΚΕΛΗ, ΣΚΑΛΗΝΑ.

"Οταν ἐξετάζωμε τὶς πλευρὲς τῶν τριγώνων βλέπομε πώς:

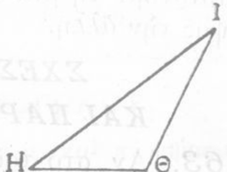
Σ᾽ ἄλλα τρίγωνα εἶνε καὶ οἱ 3 ἴσες κι᾽ αὐτὰ τὰ λέμε



Σχ. 76



Σχ. 77



Σχ. 78

ἰσόπλευρα (Σχ. 76). Σ᾽ ἄλλα εἶνε οἱ 2 μόνο ἴσες κι᾽ αὐτὰ τὰ λέμε ***ἰσοσκελῆ*** (Σχ. 77). Σ᾽ ἄλλα εἶνε καὶ οἱ 3 ἄνισες κι᾽ αὐτὰ τὰ λέμε ***σκαληνὰ*** (Σχ. 78).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 130) Ἕνα ἰσοσκελὲς τρίγωνο ἔχει βάσι 5 μ. καὶ μιὰ ἄλλη πλευρὰ 8 μ. Πόση εἶνε ἡ περίμετρός του;

131) Ἄλλο ἔχει περίμετρο 19 μ. καὶ κάθε πλευρά του ἀπὸ τὶς ἴσες εἶνε 7 μ. Πόσο εἶνε ἡ βάσις του;

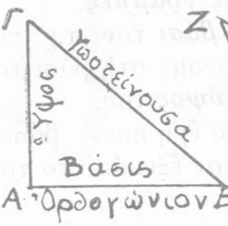
132) Ἄλλο ἔχει περίμετρο 17 μ. καὶ βάσι 5 μ. Πόσο εἶνε κάθε πλευρά του;

133) Ἡ μιὰ πλευρὰ ἑνὸς ἰσοπλεύρου τριγώνου εἶνε 9 μ. Πόσο εἶνε ἡ περίμετρός του;

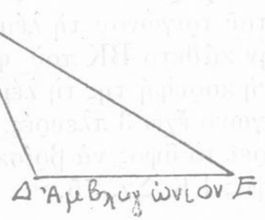
134 Ἕνα χωράφι ἔχει σχῆμα ἰσόπλευρο τρίγωνο. Ἡ περίμετρός του εἶνε 564 μ. Πόσο εἶνε κάθε πλευρά του;

162. ΟΡΘΟΓΩΝΙΑ ΑΜΒΛΥΓΩΝΙΑ ΟΞΥΓΩΝΙΑ.

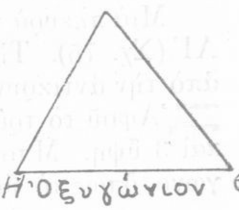
Ὅταν ἐξετάζωμε τὶς γωνίες τῶν τριγώνων, βλέπομε πῶς ἄλλα ἔχουνε μιὰ γωνία ὀρθή, κι' αὐτὰ τὰ λέμε ὀρθογώνια. (Σχ. 79). Ἄλλα ἔχουνε μιὰ γωνία ἀμβλεῖα, κι' αὐτὰ τὰ λέμε **ἀμβλυγώνια** (Σχ. 80). Κι' ἄλλα ἔχουνε καὶ τὶς 3 γωνίες τους ὀξεῖες, κι' αὐτὰ τὰ λέμε **ὀξυγώνια** (Σχ. 81).



Σχ. 79



Σχ. 80

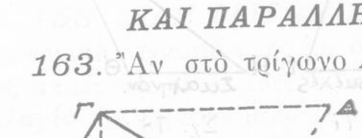


Σχ. 81

Στὰ ὀρθογώνια τρίγωνα τὴν πλευρὰ τὴν ἀντικρυνὴ στὴν ὀρθὴ γωνία τὴ λέμε **ὑποτείνουσα** καὶ εἶνε μεγαλύτερη ἀπὸ κάθε μιὰ ἀπὸ τὶς ἄλλες. Στὰ ὀρθογώνια τρίγωνα γιὰ βάσι παίρνομε τὴ μιὰ πλευρὰ τῆς ὀρθῆς γωνίας του καὶ γιὰ ὕψος τὴν ἄλλη.

ΣΧΕΣΕΙΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΚΑΙ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ

163. Ἂν στὸ τρίγωνο ΑΒΓ (Σχ. 82) ἀπὸ τὸ Γ φέρωμε παράλληλο στὴν ΑΒ καὶ ἀπὸ τὸ Β παράλληλο στὴν ΑΓ, γίνεται τὸ παραλληλόγραμμο ΑΒΔΓ ποὺ ἔχει τὴν ἴδια βάσι ΑΒ καὶ τὸ ἴδιο ὕψος ΓΚ μὲ τὸ τρί-



Σχ. 82

γωνο. Κόβομε ἀπὸ χαρτὶ ἕνα παραλληλόγραμμο ὅσο τὸ ΑΒΓΔ καὶ τὸ χωρίζομε στὴ διεύθυνσι ποὺ ἔχει ἡ διαγώνιός του ΓΒ σὲ 2 τρίγωνα. Ἂν βάλωμε μὲ κατάλληλον τρόπο τὸ ἕνα πάνω στ' ἄλλο, θὰ ἰδοῦμε πὼς τὸ σκεπάζει ἴσα-ἴσα. Γι' αὐτὸ εἶνε ἴσα καὶ τὸ καθένα εἶνε τὸ μισὸ τοῦ παραλληλογράμμου.

Ἔτσι: ***Κάθε τρίγωνο εἶνε τὸ μισὸ τοῦ παραλληλογράμμου ποὺ ἔχει τὴν ἴδια βάσι καὶ τὸ ἴδιο ὕψος.***

ΕΜΒΑΔΟ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

164. Ἐμάθαμε πὼς (ἐδ. 147), γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τοῦ παραλληλογράμμου, πολλαπλασιάζομε τὴ βάσι του μὲ τὸ ὕψος του. Ἀφοῦ ὅμως τὸ τρίγωνο εἶνε το μισὸ τοῦ παραλληλογράμμου ποὺ ἔχει τὴν ἴδια βάσι καὶ τὸ ἴδιο ὕψος, γι' αὐτό:

Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τοῦ τριγώνου πολλαπλασιάζομε τὴ βάσι του μὲ τὸ ὕψος του καὶ διαιροῦμε τὸ γινόμενο μὲ τὸ 2.

Παράδειγμα. Ἑνὸς τριγώνου ἡ βάσις εἶνε 10 μ. καὶ τὸ ὕψος 4, τὸ ἐμβαδό του θὰ εἶνε $10\times4=40, 40:2=20$ τ.μ.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 135) Πόσο εἶνε τὸ ἐμβαδὸ τριγώνου ποὺ ἔχει βάσι 5, 4 μ. καὶ ὕψος 3, 8 μ.; βάσι 0,4 καὶ ὕψος 0,8 μ; βάσι 0, 25 καὶ ὕψος 0, 52 μ;

136) Πόσο εἶνε τὸ ἐμβαδὸ τριγωνικοῦ οἰκοπέδου ποὺ ἔχει βάσι 27, 5 μ. καὶ ὕψος 16, 4 μ. Καὶ πόσο κοστίζει μὲ 185δρ. τὸ 1 τ.μ.

137) Ἕνα τριγωνικὸ ἀμπέλι ἔχει βάσι 150 μ. καὶ ὕψος 60 μ. Πόσα βασιλικὰ στρέμματα εἶνε;

138) Ἕνα τριγωνικὸ χωράφι μὲ βάσι 200 μ. καὶ ὕψος 150 μ. πουλήθηκε γιὰ 39000 δρ. Πόσο πουλήθηκε τὸ στρέμμα;

139) Ἕνα ἰσόπλευρο τρίγωνο ἔχει περίμετρο 48 μ. καὶ ἐμβαδὸ 35, 04 τ. μ. Πόσο εἶνε τὸ ὕψος του;

140) Πόση εἶνε ἡ βάσις τοῦ τριγώνου ποὺ ἔχει ὕψος 16, 2 μ; καὶ ἐμβαδὸ ἴσο μὲ τὸ ἐμβαδὸ τετραγώνου ποὺ ἔχει πλευρὰ 32, 4 μ.

ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΣ ΤΟΥ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

165. Τί λέμε τρίγωνο καὶ τί βάσι καὶ τί ὕψος του; (ἐδ. 159). Πόσων εἰδῶν τρίγωνα ἔχομε; (ἐδ. 160 καὶ 161). Πῶς βρίσκομε τὸ ἐμβαδὸ τοῦ τριγώνου; (ἐδ. 163).

ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΤΡΙΓΩΝ. ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ

166. Εἴδαμε πὼς ὅλες οἱ ἕδρες τῆς τριγωνικῆς πυραμίδας εἶνε τρίγωνα.

Γι' αὐτό : ***Τριγωνικὴ πυραμίδα λέμε τὸ σῶμα ποὺ ἡ ἐπιφάνειά του ἀποτελεῖται ἀπὸ 4 τρίγωνα.***

167. ΕΠΙΠΕΔΕΣ ΓΩΝΙΕΣ ΤΗΣ. Κάθε τρίγωνο ἔχει 3 γωνίες καὶ ἡ τριγ. πυραμίδα ποὺ ἔχει 4 τρίγωνα θὰ ἔχῃ 3×4=12 ἐπίπεδες γωνίες.

168. ΙΧΝΟΓΡΑΦΗΣΙΣ ΤΡΙΓΩΝΙΚΗΣ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ. Γράφομε τὸ τρίγωνο ΑΒΓ (Σχ. 73) ποὺ θὰ εἶνε βάσις τῆς πυραμίδας καὶ ἀπὸ ἕνα σημεῖο Κ ἔξω ἀπὸ τὸ τρίγωνο φέρομε εὐθεῖες στὶς κορυφὲς τοῦ τριγώνου καὶ γίνεται ἡ τριγωνικὴ πυραμίδα.

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΤΡΙΓΩΝΙΚΗΣ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ

ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΗΣ

169. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς τριγωνικῆς πυραμίδας, βρίσκομε τὰ ἐμβαδὰ τῶν τριγώνων ποὺ κάνουν τὴν ἐπιφάνειά της καὶ τὰ προσθέτομε.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 141) Μιὰ ὀρθὴ τριγωνικὴ πυραμίδα ἔχει βάσι ἰσόπλευρο τρίγωνο μὲ περίμετρο 24 μ. καὶ ὕψος 6,93 μ. Οἱ παράπλευρες ἕδρες της ἔχουν ὕψος 10 μ. Πόση εἶνε ἡ ἐπιφάνειά της;

142) Ἄλλη ἔχει βάσι ὀρθογώνιο τρίγωνο μὲ πλευρὲς 3 μ., 4 μ. καὶ 5 μ. Οἱ παράπλευρες ἕδρες της ἔχουν ὕψη στὴ σειρὰ 3 μ., 2,7 μ. καὶ 2,23 μ. Πόση εἶνε ἡ ἐπιφάνειά της;

143) Ἄλλη ἔχει βάσι τρίγωνο μὲ πλευρὲς 6 μ., 8 μ., 10 μ. καὶ ὕψος ποὺ πέφτει στὴ μεγαλύτερη πλευρὰ 5, 7 μ. Οἱ παράπλευρες ἕδρες της ἔχουν ὕψη στὴ σειρὰ 9 μ., 8,5 μ. καὶ 8 μ. Πόση εἶνε ἡ ἐπιφάνειά της;

ΟΓΚΟΣ ΤΡΙΓΩΝΙΚΗΣ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ

Σχ. 83

170. Παίρνομε μιὰ τριγωνικὴ πυραμίδα καὶ ἕνα ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο ἀπὸ χαρτόνι ποὺ νὰ ἔχουνε ἴσα ὕψη καὶ οἱ βάσεις τους νὰ ἔχουνε ἴσα ἐμβαδὰ (Σχ. 83). Γεμίζομε τὴν πυραμίδα ἄμμο καὶ τὸν χύνομε στὸ ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο. Θὰ ἰδοῦμε πὼς πρέπει νὰ τὴν γεμίσωμε 3 φορὲς ἄμμο καὶ νὰ τὸν χύσωμε στὸ ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο γιὰ νὰ γεμίσῃ κι' αὐτό. Ἔτσι ὁ ὄγκος τῆς τριγωνικῆς πυραμίδας εἶνε τὸ τρίτο τοῦ ὄγκου του ὀρθογ. παραλληλεπ. Ἀφοῦ ὅμως ἔχουνε ἴσα ὕψη καὶ οἱ βάσεις τους ἴσα ἐμβαδά, γι' αὐτό:

Γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο τῆς πυραμίδας πολλαπλασιάζομε τὸ ἐμβαδὸ τῆς βάσεώς της μὲ τὸ ὕψος της καὶ τὸ γινόμενο τὸ διαιροῦμε μὲ τὸ 3.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 144) Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος τριγωνικῆς πυραμίδας ποὺ ἔχει βάσι 24 τ. μ. καὶ ὕψος 4 μ; βάσι 2, 25 τ. μ. καὶ ὕψος 3, 4 μ; βάσι 0,64 τ. μ. καὶ ὕψος 0.9 μ;

145) Μιὰ πυραμίδα ἔχει ὕψος 15 μ. καὶ βάσι ὀρθογώνιο τρίγωνο μὲ κάθετες πλευρὲς 3, 2 μ. καὶ 4, 7 μ. Πόσος εἶνε ὁ ὄγκος της;

146) Νὰ βρεθοῦν οἱ ὄγκοι τῶν τριγωνικῶν πυραμίδων ποὺ ἔχουνε βάσεις τὰ τρίγωνα τοῦ προβλήματος 136, ἂν ἡ πρώτη ἔχει ὕψος 6,3 μ., ἡ β' 0,9 μ. καὶ ἡ τρίτι 0,54 μ;

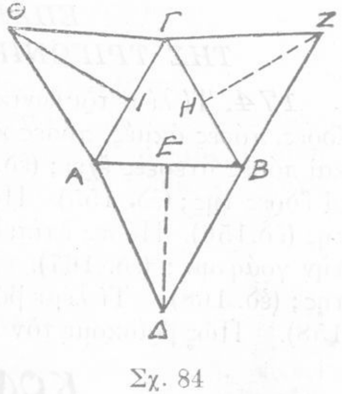
147) Νὰ βρεθῇ ὁ ὄγκος τῆς τριγωνικῆς πυραμίδας, ποὺ ἔχει βάσι τὸ τρίγωνο τῆς ἀσκήσεως 139 καὶ ὕψος 3 μ.

148) Νὰ βρεθῇ ὁ ὄγκος τῆς τριγωνικῆς πυραμίδας τοῦ προβλήματος 141 ποὺ τὸ ὕψος της εἶνε 9,72 μ.

149) Νὰ βρεθῇ ὁ ὄγκος τῆς τριγωνικῆς πυραμίδας τοῦ προβλήματος 142 ποὺ ἔχει ὕψος 2,23;

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΤΡΙΓΩΝΙΚΗΣ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ

171. ΜΕ ΧΑΡΤΟΝΙ. Γράφομε τὸ ἰσόπλευρο τρίγωνο ποὺ θέλομε νὰ ἔχη βάσι ἡ πυραμίδα, π.χ. τὸ ΑΒΓ (Σχ.84). Κατόπιστὴ μέσητῶν πλευρῶν του φέρομε κάθετες ἴσες, π.χ. στὴ μέση τῆς ΑΒ φέρομε τὴν κάθετο ΔΕ. Ἔπειτα ἑνώνομε τὴν ἄκρη κάθε μιᾶς καθέτου μὲ τὶς ἄκρες τῆς πλευρᾶς ποὺ εἶνε κάθετος, π.χ. ἑνώνομε τὴν ἄκρη Δ μὲ τὶς ἄκρες Α καὶ Β. Τὸ σχῆμα αὐτὸ τὸ κόβομε ἀπὸ τὸ χαρτόνι καὶ χαράζομε



Σχ. 84

ἐλαφρὰ τὶς πλευρὲς τοῦ τριγώνου. Ἔπειτα διπλώνομε στὶς χαραξιὲς τὰ τρίγωνα ὡς ποὺ νὰ ἑνωθοῦν οἱ κορυφές τους

172. ΜΕ ΞΥΛΟ. Κόβομε ἀπὸ ξύλο τρία ἰσοσκελῆ τρίγωνα ἴσα, γιὰ τὴν παράπλευρη ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδας. Ξύνομε γύρω τὶς πλευρὲς κάθε τριγώνου ἀπὸ τὴν ἴδια ὄψι ὡς ποὺ νὰ γίνη τὸ τρίγωνο στὶς πλευρές του σὰν σφῆνα. Κολλᾶμε μὲ κόλλα τὰ τρίγωνα αὐτὰ ἔτσι ποὺ νὰ ἑνωθοῦν οἱ κορυφές τους. Οἱ βάσεις τῶν τριγώνων αὐτῶν κάνουνε τὴν περίμετρο ἑνὸς ἰσοπλεύρου τριγώνου. Κόβομε ἀπὸ ξύλο ἕνα τρίγωνο ἴσο μ' αὐτὸ γιὰ τὴ βάσι τῆς πυραμίδας καὶ τὸ κολλᾶμε στὴ βάσι τῶν τριγώνων καὶ γίνεται ἡ πυραμίδα.

173 ΜΕ ΠΗΛΟ. Κάνομε μὲ πηλὸ ἕνα ἰσόπλευρο τρίγωνο γιὰ τὴ βάσι τῆς πυραμίδας. Κατόπι ἑνώνομε μὲ εὐθεῖες 2 κορυφὲς τοῦ τριγώνου μὲ τὴ μέση τῶν ἀντικρυνῶν τους πλευρῶν. Ἐκεῖ ποὺ θὰ συναντηθοῦν οἱ εὐθεῖες αὐτὲς στήνομε κατακόρυφο ἕνα λεπτὸ ξύλο, μακρύ, ὅσο θέλομε νὰ εἶνε τὸ ὕψος τῆς πυραμίδας. Κατόπι βάνομε πηλὸ ἀπὸ τὴ βάσι τῆς πυραμίδος ὡς τὸ ἐπάνω ἄκρο τοῦ ξύλου. Καὶ τὸν πιέζομε μὲ ἕνα ξύλινο τρίγωνο ποὺ νὰ ἔχη βάσι ἴση μὲ τὴ πλευρὰ τοῦ τριγώνου τῆς βάσεως καὶ ἡ κορυφή του νὰ φθάνη ὡς τὸ ἐπάνω μέρος τοῦ ξύλου. Ἀφαιροῦμε τὸν πηλὸ ποὺ εἶνε πέρα ἀπὸ τὶς πλευρὲς τοῦ ξύλινου τριγώνου. Τὸ ἴδιο κάνομε καὶ ἀπὸ τὶς ἄλλες δυὸ πλευρὲς τοῦ τριγώνου τῆς βάσεως καὶ γίνεται ἡ πυραμίδα.

ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΣ ΤΗΣ ΤΡΙΓΩΝΙΚΗΣ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ

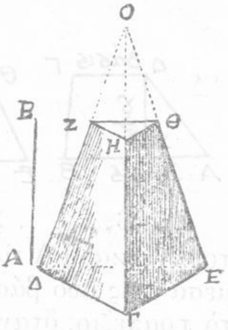
174. Τί λέμε τριγωνικὴ πυραμίδα; (ἐδ. 165). Πόσες ἕδρες, πόσες ἀκμές, πόσες κορυφές, πόσες δίεδρες γωνίες καὶ πόσες στερεὲς ἔχει; (ἐδ. 454). Ποιὲς διευθύνσεις ἔχουν οἱ ἕδρες της; (ἐδ. 155). Ποιὲς διευθύνσεις ἔχουν οἱ ἀκμές της (ἐδ.156). Πόσες ἐπίπεδες γωνίες ἔχει; (ἐδ. 166). Πῶς τὴν γράφομε; (ἐδ. 167). Πῶς βρίσκομε τὴν ἐπιφάνειά της; (ἐδ. 168). Τί λέμε βάσι καὶ ὕψος της; (ἐδ. 155 καὶ 158). Πῶς βρίσκομε τὸν ὄγκο της; ἐδ. 169).

ΚΟΛΟΥΡΟΣ ΤΡΙΓΩΝΙΚΗ ΠΥΡΑΜΙΔΑ

175. Κόβομε μιὰ τριγωνικὴ πυραμίδα, π.χ. τὴν

ΟΑΒΓ (Σχ. 85), παράλληλα πρὸς τὴν βάσι της ΑΒΓ. Τὸ μέρος ποὺ βρίσκεται ἀνάμεσα στὴν τομή της ΔΕΖ καὶ στὴ βάσι της ΑΒΓ τὸ λέμε ***κόλουρο πυραμίδα***.

Ἔτσι: ***Κόλουρο πυραμίδα λέμε τὸ μέρος τῆς πυραμίδας ποὺ βρίσκεται ἀνάμεσα στὴ βάσι της καὶ σὲ μιὰ τομή της ποὺ εἶνε παράλληλος μὲ τὴ βάσι της.***



Σχ. 85

176. Ἡ κόλουρος τριγωνικὴ πυραμίδα ἔχει:

α´) ἐπιφάνεια τεθλασμένη,
β´) 5 ἕδρες, τὴν ἐπάνω, τὴν κάτω καὶ 3 γύρω στὰ πλάγια,
γ´) 9 ἀκμές, 3 ἐπάνω, 3 κάτω καὶ 3 γύρω στὰ πλάγια,
δ´) 6 κορυφές, 3 ἐπάνω καὶ 3 κάτω,
ε´) 9 δίεδρες γωνίες, ἀφοῦ ἔχῃ 9 ἀκμές,
στ´) 6 στερεὲς γωνίες, ἀφοῦ ἔχῃ 6 κορυφές.

177. ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΙΣ ΤΩΝ ΕΔΡΩΝ ΤΗΣ. Ἡ πάνω καὶ κάτω ἕδρες της εἶνε ὁριζόντιες καὶ λέγονται ***βάσεις*** της. Οἱ 3 γύρω στὰ πλάγια εἶνε κεκλιμένες καὶ τὶς λέμε παράπλευρες ἕδρες καὶ ὅλες μαζὺ παράπλευρη ἐπιφάνεια.

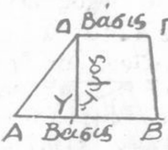
178. ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΙΣ ΤΩΝ ΑΚΜΩΝ ΤΗΣ. Οἱ 3 ἐπάνω καὶ οἱ 3 κάτω ἀκμές της εἶνε ὁριζόντιες, οἱ 3 γύρω στὰ πλάγια εἶνε κεκλιμένες καὶ τὶς λέμε ***πλευρές*** της.

179. ***Ὕψος*** λέμε τὴν κάθετο (ΚΥ, Σχ. 84), ἀνάμεσα στὶς δυὸ βάσεις της. Ἂν ἡ κόλουρος πυραμίδα γίνῃ ἀπὸ ὀρθὴ ἢ ἀπὸ κανονικὴ πυραμίδα, τὴ λέμε κι᾽ αὐτὴ ***ὀρθὴ*** ἢ ***κανονική***.

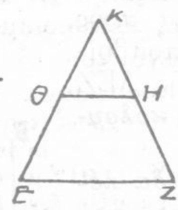
ΣΧΗΜΑ ΤΩΝ ΕΔΡΩΝ ΤΗΣ

ΤΡΑΠΕΖΙΟ

180. Οἱ δυὸ βάσεις τῆς κολούρου τριγωνικῆς πυραμίδας εἶνε τρίγωνα. Ἂν κόψωμε ἕνα κομμάτι χαρτὶ ἴσο μὲ μιὰ παράπλευρη ἕδρα της, θὰ ἰδοῦμε πῶς ἔχει τὸ σχῆμα ΑΒΓΔ (Σχ. 86, σελ. 60). Τὸ σχῆμα αὐτὸ τὸ λέμε ***τραπέζιο***. Ἔχει κι᾽ αὐτὸ 4 κορυφές, 4 πλευρὲς καὶ 4



Σχ. 86



Σχ. 87

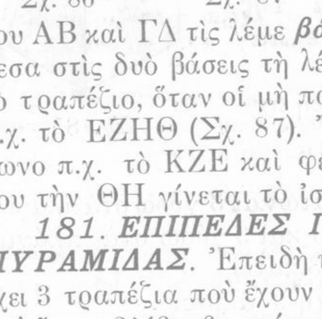
γωνίες. Ἀπὸ τὶς πλευρές του μόνον οἱ δυὸ εἶνε παράλληλες. Γι' αὐτό: ***Τραπέζιο λέμε τὴν ἐπίπεδη ἐπιφάνεια ποὺ τελειώνει γύρω σὲ 4 εὐθεῖες ποὺ μόνο οἱ δυὸ εἶνε παράλληλες.***

Τὶς παράλληλες πλευρές του ΑΒ καὶ ΓΔ τὶς λέμε ***βάσεις*** του. Τὴν κάθετο ΔΥ ἀνάμεσα στὶς δυὸ βάσεις τὴ λέμε ***ὕψος*** του. ***Ἰσοσκελὲς*** λέμε τὸ τραπέζιο, ὅταν οἱ μὴ παράλληλες πλευρὲς του εἶνε ἴσες, π.χ. τὸ ΕΖΗΘ (Σχ. 87). Ἂν γράψωμε ἕνα ἰσοσκελὲς τρίγωνο π.χ. τὸ ΚΖΕ καὶ φέρωμε μιὰ παράλληλη στὴ βάσι του τὴν ΘΗ γίνεται τὸ ἰσοσκελὲς τραπέζιο.

181. ΕΠΙΠΕΔΕΣ ΓΩΝΙΕΣ ΤΗΣ ΚΟΛΟΥΡΟΥ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ. Ἐπειδὴ ἡ κόλουρος τριγωνικὴ πυραμίδα ἔχει 3 τραπέζια ποὺ ἔχουν $3 \times 4 = 12$ γωνίες καὶ 2 τρίγωνα ποὺ ἔχουν $2 \times 3 = 6$ γωνίες, θὰ ἔχῃ $12 + 6 = 18$ ἐπίπεδ. γωνίες.

ΕΜΒΑΔΟ ΤΟΥ ΤΡΑΠΕΖΙΟΥ

182. Ἂν φέρωμε τὴν διαγώνιο ΔΒ (Σχ. 88) τοῦ τραπεζίου χωρίζεται σὲ δυὸ τρίγωνα, τὸ ΑΔΒ καὶ τὸ ΔΓΒ. Ἂν πάρωμε βάσι τοῦ ΑΒΔ τὴν ΑΒ, ὕψος θὰ εἶνε ἡ ΔΥ. Ἂν πάρωμε βάσι τοῦ ΔΓΒ τὴ ΔΓ, ὕψος θὰ εἶνε ἡ ΒΖ. Ἀλλὰ ἡ ΒΖ εἶνε ἴση μὲ τὴ ΔΥ, γιατὶ εἶνε κάθετες ἀνάμεσα σὲ δυὸ παράλληλες (ἐδ. 46). Γιὰ νὰ βροῦμε τὰ ἐμβαδὰ τῶν τριγώνων θὰ πολλαπλασιάσωμε τὶς βάσεις τους μὲ τὸ ἴδιο ὕψος καὶ ἀπὸ κάθε γινόμενο θὰ πάρωμε τὸ μισό. Ἔπειτα θὰ προσθέσωμε τὰ δυὸ ἐμβαδὰ γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τοῦ τραπεζίου. Μποροῦμε ὅμως εὐκολώτερα νὰ προσθέσωμε τὶς δυὸ βάσεις, τὸ ἄθροισμά τους νὰ τὸ πολλαπλασιάσωμε μὲ τὸ ὕψος καὶ ἀπὸ τὸ γινόμενο νὰ πάρωμε τὸ μισό.



Σχ. 88

Ἔτσι: ***Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τοῦ τραπεζίου προσθέτομε τὶς δυὸ βάσεις του, τὸ ἄθροισμά τους τὸ πολλαπλάσιάζομε μὲ τὸ ὕψος του καὶ τὸ γινόμενο τὸ διαιροῦμε μὲ τὸ 2.***

Παράδειγμα. Ἂν τοῦ τραπεζίου ΑΒΓΔ οἱ βάσεις εἶνε 10 μ. καὶ 4 μ. καὶ τὸ ὕψος 3 μ., τὸ ἄθροισμα τῶν βάσεών του εἶνε $10+4=14$, τὸ γινόμενό του μὲ τὸ ὕψος εἶνε $14 \times 3=42$ καὶ τὸ ἐμβαδὸ τοῦ τραπεζίου εἶνε $42:2=21$ μ.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 150) Ποιὸ εἶνε τὸ ἐμβαδὸ τραπεζίου, ποὺ ἔχει βάσεις 0,8 μ. καὶ 0,7 μ. καὶ ὕψος 0,4 μ. ἢ βάσεις 0,34 μ. καὶ 0,58μ. καὶ ὕψος 0,96 μ. ἢ βάσεις 0,08 μ., 0,06 μ. καὶ ὕψος 0,09 μ;

151) Ἕνα χωράφι μὲ σχῆμα τραπέζιο ἔχει βάσεις 419,7 μ. καὶ 324,8 μ. καὶ ὕψος 245,5 μ. Πόσα βασιλικὰ στρέμματα εἶνε;

152) Ἐπούλησε ἕνας ἕνα οἰκόπεδο μὲ σχῆμα τραπέζιο μὲ 85 δρ. τὸ τεκτον. τετραγ. πῆχυ. Οἱ βάσεις του εἶνε 24,5 μ. καὶ 18,75 μ. καὶ τὸ ὕψος του 12,2 μ. Πόσο ἔπιασε;

153) Ἕνα ἀμπέλι μὲ σχῆμα τραπέζιο ἔχει ἐμβαδὸ ἕνα βασιλικὸ στρέμμα καὶ ὕψος 25 μ. Ἡ μιὰ βάσις του εἶνε 26 μ. μικρότερη ἀπὸ τὴν ἄλλη. Πόσο εἶνε κάθε μιὰ βάσις του;

ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΣ ΤΡΑΠΕΖΙΟΥ

183. Τί λέμε τραπέζιο καὶ τί βάσεις καὶ τί ὕψος του; (ἐδ. 79). Πῶς βρίσκομε τὸ ἐμβαδό του; (ἐδ. 181).

ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΗΣ ΚΟΛΟΥΡΟΥ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ

184. Βρίσκομε τὰ ἐμβαδὰ τῶν δυὸ βάσεων καὶ τῶν παραπλεύρων ἑδρῶν τῆς κολούρου πυραμίδας, τὰ προσθέτομε καὶ ἔχομε τὸ ἐμβαδὸν ὅλης τῆς ἐπιφανείας της.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ. 154. Μιὰ κόλουρος τριγωνικὴ πυραμίδα ἔχει βάσεις ἰσόπλευρα τρίγωνα. Τὸ ἕνα ἔχει περίμετρο 24 μ. καὶ ὕψος 6,9 μ. Τὸ ἄλλο ἔχει περίμετρο 13 μ. καὶ ὕψος 3,45 μ, Οἱ παράπλευρες ἕδρες ἔχουν ὕψος 5 μ. Πόση εἶνε ἡ ἐπιφάνειά της;

155) Μιὰ ἄλλη ἔχει βάσεις ὀρθογώνια τρίγωνα. Τὸ ἕνα ἔχει πλευρὲς 3 μ., 4 μ. καὶ 5 μ. Τὸ ἄλλο 1 μ., 1,33 μ. καὶ 1,66 μ. Οἱ παράπλευρες ἕδρες της ἔχουν ὕψη 1 μ., 0,91 μ. καὶ 0,76 μ. Πόση εἶνε ἡ ἐπιφάνειά της;

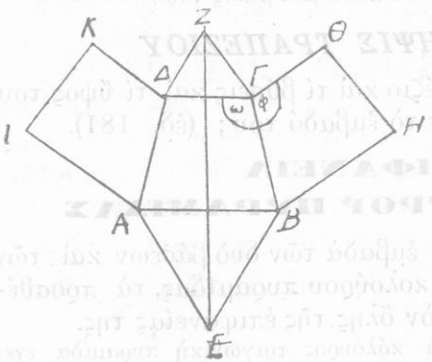
156) Μιὰ ἄλλη ἔχει βάσεις τρίγωνα. Τὸ ἕνα ἔχει πλευρὲς 6 μ., 8 μ., 10 μ. καὶ ὕψος ποὺ πέφτει στὴ μεγαλύτερη πλευρὰ 5,7 μ. Τὸ ἄλλο ἔχει πλευρὲς 1,25 μ., 2 μ. καὶ 2,25 μ. καὶ ὅμοιο ὕψος 1,42 μ. Οἱ παράπλευρες ἕδρες της ἔχουν ὕψη στὴ σειρὰ 2,25 μ. 2,12 μ. καὶ 2 μ. Πόση εἶνε ἡ ἐπιφάνειά της;

ΙΧΝΟΓΡΑΦΗΣΙΣ ΚΟΛΟΥΡΟΥ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ

185. Γράφομε τὸ τρίγωνο ποὺ θέλομε νὰ εἶνε βάσις τῆς κολούρου πυραμίδας, π.χ. τὸ ΔΕΖ (Σχ. 85, σελ, 59). Ἔπειτα ἀπὸ μιὰ κορυφή του π.χ. τὴ Δ φέρνομε μιὰ κεκλιμένη εὐθεῖα, π.χ. τὴ ΔΑ. Κατόπι ἀρχίζομε ἀπὸ τὴν ἄκρη της Α καὶ φέρνομε παράλληλες στὶς πλευρὲς τοῦ τριγώνου καὶ τὴν κάθε μιὰ διπλάσια π.χ. ἀπὸ τὴν παράλληλό της. Ἔτσι σχηματίζεται τὸ τρίγωνο ΑΒΓ, δηλ. ἡ ἄλλη βάσις τῆς κολούρου πυραμίδας. Ἑνώνομε ἔπειτα μὲ εὐθεῖες τὶς κορυφὲς τῶν γωνιῶν, ποὺ εἶνε οἱ πλευρὲς τους παράλληλες, καὶ γίνεται ἡ πυραμίδα.

ΚΑΤΑΚΕΥΗ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΚΟΛΟΥΡΟΥ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ

186. ***ΜΕ ΧΑΡΤΟΝΙ.*** Γράφομε πάνω στὸ χαρτόνι ἕνα ἰσοσκελὲς τραπέζιο τὸ ΑΒΓΔ (Σχ. 89). Στὶς παράλληλες πλευρές του ΑΒ καὶ ΔΓ γράφομε δυὸ ἰσόπλευρα τρίγωνα, τὰ ΑΒΕ καὶ ΔΓΖ.



Σχ. 89

Ἔπειτα μὲ πλευρὰ τὴ ΓΒ κάνομε τὴ γωνία φ ἴση μὲ τὴν ω (ἐδ. 89) καὶ παίρνομε τὴ ΓΘ ἴση μὲ τὴν ΔΓ. Ἀπὸ τὸ Β φέρομε τὴν ΒΗ παράλληλο στὴ ΓΘ καὶ ἴση μὲ τὴν ΑΒ. Φέρομε καὶ τὴν εὐθεῖα ΘΗ καὶ γίνεται τὸ τραπέζιο ΒΓΘΗ ἴσο μὲ τὸ ΑΒΓΔ.

Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο κάνομε καὶ τὸ τραπέζιο ΑΔΚΙ.

Κόβομε τὸ σχῆμα αὐτὸ ἀπὸ τὸ χαρτόνι καὶ χαράζομε ἐλαφρὰ τὶς πλευρές τοῦ ΑΒΓΔ. Ἔπειτα διπλώνομε τὸ σχῆμα πάνω στὶς χαραξιὲς καὶ ἔτσι γίνεται ἡ κολουρη πυραμίδα.

187. ***ΜΕ ΞΥΛΟ.*** Ἰχνογραφοῦμε πάνω στὸ ξύλο τὸ σχ. 89 καὶ κατόπι κόβομε τὰ τραπέζια καὶ τὰ τρίγωνα. Τὰ ξύνομε στὶς πλευρές, ὅπως ἐκάμαμε στὴ πυραμίδα (ἐδ. 171), τὰ κολλᾶμε καὶ γίνεται ἡ κόλουρος πυραμίδα.

188. ***ΜΕ ΠΗΛΟ.*** Κατασκευάζομε μὲ πηλὸ μιὰ πυραμίδα, ὅπως ἐμάθαμε (ἐδ. 172), καὶ πρὶν ξεραθῆ ὁ πηλός, τὴν κόβομε παράλληλα στὴ βάσι.

Ἔτσι θὰ ἔχωμε μιὰ μικρὴ πυραμίδα καὶ μιὰ κόλουρο.

ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΣ
ΤΗΣ ΚΟΛΟΥΡΟΥ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ

189. Τί λέμε κόλουρο τριγ. πυραμίδα; (ἐδ. 175). Πόσες ἕδρες, πόσες ἀκμές, πόσες κορυφές, πόσες δίεδρες καὶ πόσες στερεὲς γωνίες ἔχει; (ἐδ. 176). Τί λέμε βάσεις της καὶ ὕψος της ;(ἐδ. 177 καὶ 179). Πόσες ἐπίπεδες γωνίες ἔχει; (ἐδ. 181). Ποιὲς διευθύνσεις ἔχουν οἱ ἕδρες της; (ἐδ. 177). Ποιὲς διευθύνσεις ἔχουν οἱ ἀκμές της; (ἐδ. 178).Πῶς βρίσκομε τὴν ἐπιφάνειά της ; (ἐδ. 184). Πῶς τὴν γράφομε; (ἐδ. 185).

ΤΟΥ ΙΔΙΟΥ ΣΥΓΓΡΑΦΕΩΣ

'Ασκήσεις καὶ Προβλήματα διὰ τὴν Γ' τάξιν
» » » » » Δ' »
» » » » » Γ' καὶ Δ' (Συνδιδ)λίας)
» » » » » Ε' τάξιν 'Εγκεκριμένα
» » » » » ΣΤ' τάξιν »
» » » » » Ε' καὶ ΣΤ' »
Γεωμετρία » » Ε' τάξιν
» » » ΣΤ' τάξιν
» » » Ε'—ΣΤ' (Συνδιδ)λίας)
Φυσικὴ Πειραματικὴ » » Ε' τάξιν
» » » » ΣΤ' τάξιν
Χημεία » » » » Ε' τάξιν
» » » ΣΤ' τάξιν
Πρακτικὴ 'Αριθμητικὴ διὰ τὴν Α', Β', Γ' τάξιν Γυμνασίων.
Λογάριθμοι » » Ε' καὶ ΣΤ' »