2

Γ. ΚΑΦΕΝΤΖΗ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ

ΔΙΑ ΤΗΝ Ε' & ΣΤ' ΤΑΞΙΝ ΤΟΥ ΔΗΜΟΤ. ΣΧΟΛΕΙΟΥ

Ἐγκριθεῖσα διὰ τῆς ὑπ᾽ ἀριθ. 85435)1952 ἀποφ. ὑπουρ. Παιδείας

Μὲ νέες Δραχμὲς

ΕΚΔΟΣΙΣ ΔΙΟΝ. & ΒΑΣ. ΛΟΥΚΟΠΟΥΛΟΥ
ΣΤΑΔΙΟΥ 38 (ΣΤΟΑ ΝΙΚΟΛΟΥΔΗ 10) ΑΘΗΝΑΙ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Γ. ΚΑΦΕΝΤΖΗ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ

ΠΡΟΣ ΧΡΗΣΙΝ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΤΗΣ Ε΄ ΚΑΙ ΣΤ΄ ΤΑΞΕΩΣ
ΤΩΝ ΔΗΜΟΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ

Ἐγκριθέντα διὰ τῆς ὑπ᾽ ἀριθ. 85.435/1952 ἀποφ. Ὑπουργ. Παιδείας

ΕΚΔΟΣΙΣ: Δ. & Β. ΛΟΥΚΟΠΟΥΛΟΥ
ΣΤΑΔΙΟΥ 38 (Στοὰ Νικολούδη) ΑΘΗΝΑΙ

18551

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Πᾶν γνήσιον ἀντίτυπον φέρει τὴν ὑπογραφὴν τοῦ συγγραφέως.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σύντομη ἐπανάληψη τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν

1. Γραφὴ πολυψηφίων ἀριθμῶν

1. Διάβασε τοὺς παρακάτω ἀριθμούς :

1=
10=
100=
1000=
10.000=
100.000=
1.000.000=
10.000.000=
100.000.000=

2. Τί εἶναι μονάδες ; τί εἶναι δεκάδες ; τί εἶναι ἑκατοντάδες : τί εἶναι χιλιάδες ; τί εἶναι δεκάδες χιλιάδων ; τί εἶναι ἑκατοντάδες χιλιάδων ; τί εἶναι μονάδες ἑκατομμυρίων ; τί εἶναι δεκάδες ἑκατομμυρίων ; τί εἶναι ἑκατοντάδες ἑκατομμυρίων ;

3. Πόσες μονάδες περιέχει μιὰ δεκάδα ;
Πόσες δεκάδες κάνουν μιὰ ἑκατοντάδα ;
10 ἑκατοντάδες τί κάνουν ;
Πόσες χιλιάδες ἔχει μιὰ δεκάδα χιλιάδων ;
Πόσες δεκάδες χιλιάδων κάνουν μιὰ ἑκατοντάδα χιλιάδων ;

4. Μιὰ ἑκατοντάδα πόσες μονάδες ἔχει ;
Μιὰ χιλιάδα πόσες μονάδες ἔχει ;
Μιὰ δεκάδα χιλιάδων πόσες μονάδες ἔχει ;
Μιὰ ἑκατοντάδα χιλιάδων πόσες μονάδες ἔχει ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

5. Διάβασε τοὺς παρακάτω ἀριθμούς :

100.000.000=
10.000.000=
1.000.000=
100.000=
10.000=
1.000=
100=
10=
1=

6. Ἐπάνω στὶς γραμμὲς γράψε ψηφία καὶ διάβασε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ θὰ σχηματισθοῦν.

Ε. Ε.	Δ. Ε.	Μ. Ε.	Ε. Χ.	Δ. Χ.	Μ. Χ.	Χ.	Δ.	Μ.
—	—	—	—	—	—	—	—	—
	—	—	—	—	—	—	—	—
		—	—	—	—	—	—	—
			—	—	—	—	—	—
				—	—	—	—	—
					—	—	—	—
						—	—	—
							—	—
								—

7. Ποιοὺς ἀριθμοὺς γράφουμε μὲ ἕνα ψηφίο ;
Ποιοὺς μὲ δύο, μὲ τρία, μὲ τέσσερα, μὲ πέντε, μὲ ἕξη ;

8. Διάβασε τοὺς παρακάτω ἀριθμούς :

2
20
202
2000
20020
202202
2022020

9. Γράψε τοὺς ἀριθμούς :

πέντε
πενήντα πέντε
πεντακόσια πενήντα πέντε
πέντε χιλιάδες
εἴκοσι πέντε χιλιάδες πεντακόσια πέντε
πεντακόσιες πενήντα πέντε χιλιάδες
πέντε ἑκατομμύρια πεντακόσιες χιλιάδες.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

2. Πρόσθεση ἀκεραίων

1. Στὴν Πρώτη τάξη τοῦ σχολείου μας εἶναι 107 παιδιά. Στὴ Δευτέρα 70. Στὴν Τρίτη 68. Στὴν Τετάρτη 67. Στὴν Πέμπτη 54 καὶ στὴν Ἕκτη 50. Πόσα παιδιὰ ἔχει τὸ σχολεῖο μας ;

2. Ἕνας γεωργὸς εἶχε σπείρει σιτάρι σὲ τρία κτήματά του. Ἀπὸ τὸ πρῶτο πῆρε 763 ὀκάδες. Ἀπὸ τὸ δεύτερο 579 καὶ ἀπὸ τὸ τρίτο 1004 ὀκάδες. Πόσο σιτάρι πῆρε ὁ γεωργὸς αὐτὸς καὶ ἀπὸ τὰ τρία κτήματά του ;

3. Ἀπὸ μιὰ οἰκογένεια ἐργάζεται ὁ πατέρας καὶ τὸ μεγαλύτερο παιδί του. Ὁ πατέρας παίρνει 1072 δραχμὲς τὸ μῆνα καὶ τὸ παιδί του 902 δραχμές. Πόσες δραχμὲς παίρνουν καὶ οἱ δυὸ μαζί ;

4. Πότε κάνομε πρόσθεση ;

5. Πῶς λέγονται οἱ ἀριθμοὶ ποὺ προσθέτουμε ;

6. Πῶς λέγεται τὸ ἐξαγόμενο ;

7. Μὲ ποιὸ σημεῖο σημειώνουμε τὴν πρόσθεση ;

8. Οἱ προσθετέοι φανερώνουν ὁμοειδεῖς μονάδες ;

9. Τί φανερώνει τὸ ἄθροισμα ;

10. Τὸ ἄθροισμα εἶναι μεγαλύτερο ἢ μικρότερο ἀπὸ κάθε προσθετέο ;

3. Ἀφαίρεση ἀκεραίων

1. Στὴν Τετάρτη τάξη ἦσαν 74 παιδιὰ καὶ προβιβάστηκαν τὰ 68. Πόσα ἔμειναν στὴν ἴδια τάξη ;

2. Ἀπὸ ἕνα κιβώτιο αὐγὰ ποὺ εἶχε 2.000, τὰ 304 βρέθηκαν χαλασμένα. Πόσα ἦσαν τὰ καλά ;

3. Ἕνας ἔμπορος κερδίζει 3.750 δραχμὲς τὸ μῆνα, καὶ ξοδεύει 2.045 δραχμές. Πόσα τοῦ μένουν ;

4. Πότε κάνουμε ἀφαίρεση ;

5. Πῶς λέγεται ὁ ἀριθμὸς ἀπὸ τὸν ὁποῖον ἀφαιροῦμε ;

6. Πῶς λέγεται ὁ ἀριθμὸς τὸν ὁποῖον ἀφαιροῦμε ;

7. Πῶς λέγεται τὸ ἐξαγόμενο ;

8. Μὲ ποιὸ σημεῖο σημειώνουμε τὴν ἀφαίρεση ;

9. Ἂν ὁ μειωτέος φανερώνη δραχμὲς τί φανερώνει ὁ ἀφαιρετέος καὶ τί τὸ ὑπόλοιπο ;

10. Ποιὸς ἀριθμὸς εἶναι μεγαλύτερος. Ὁ μειωτέος ἢ τὸ ὑπόλοιπο ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

4. Πολλαπλασιασμὸς ἀκεραίων

1. Ἕνα παιδὶ ἀγόρασε 7 τετράδια πρὸς 7 δραχμὲς τὸ ἕνα. Πόσες δραχμὲς ἐπλήρωσε ;

2. Ἡ μιὰ ὀκὰ λάδι τιμᾶται 24 δραχμές. Πόσες δραχμὲς τιμῶνται οἱ 79 ὀκάδες ;

3. Ἕνας ἐργάτης παίρνει τὴν ἡμέρα 45 δραχμές. Πόσες δραχμὲς θὰ πάρῃ ἂν ἐργασθῇ 25 ἡμέρες ;

4. Πότε κάνομε πολλαπλασιασμό ;

5. Πῶς λέγονται οἱ παράγοντες τοῦ πολλαπλασιασμοῦ καὶ πῶς λέγεται τὸ ἐξαγόμενο ;

6. Μὲ ποῖο σημεῖο σημειώνουμε τὸν πολλαπλασιασμό ;

7. Μὲ ποιὸν ἀπὸ τοὺς παράγοντες μοιάζει τὸ γινόμενο ;

8. Τὸ γινόμενο εἶναι μικρότερο ἢ μεγαλύτερο ἀπὸ τὸν πολλαπλασιαστέο ;

9. Πῶς πολλαπλασιάζουμε ἕναν ἀριθμὸ ἐπὶ 10, ἐπὶ 100, ἐπὶ 1.000, ἐπὶ 10.000 ;

10. Πῶς πολλαπλασιάζουμε ἀριθμοὺς ποὺ ἔχουν στὸ τέλος τους μηδενικά ;

5. Διαίρεση ἀκεραίων

1. Ἀγοράσαμε 7 τετράδια καὶ ἐδώσαμε 28 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἔχει τὸ ἕνα τετράδιο ;

2. Ἀπὸ τὴν Ἀθήνα ὡς τὸ Σούνιο εἶναι 60 χιλιόμετρα. Πόσες ὧρες θὰ κάμῃ νὰ πάῃ ἐκεῖ ἕνας πεζὸς ποὺ βαδίζει 5 χιλιόμετρα τὴν ὥρα ;

3. Ἕνας ὑπάλληλος παίρνει τὸ μῆνα 1.350 δραχμές. Πόσο παίρνει τὴν ἡμέρα ; (ὁ μῆνας λογαριάζεται μὲ 30 ἡμέρες).

4. Πότε κάνουμε διαίρεση ;

5. Πῶς λέγεται ἡ διαίρεση ποὺ κάνουμε ὅταν μοιράζουμε ἕνα ποσὸν πραγμάτων σὲ ἴσα μέρη ;

6. Πῶς λέγεται ἡ διαίρεση ποὺ κάνουμε ὅταν ζητοῦμε νὰ μάθουμε πόσες φορὲς περιέχεται ἕνα ποσὸν πραγμάτων μέσα σὲ ἕνα ἄλλο ποσὸν ὁμοίων πραγμάτων ;

7. Πῶς λέγεται ὁ ἀριθμὸς ποὺ μοιράζεται ; Πῶς λέγεται ὁ ἀριθμὸς ποὺ φανερώνει σὲ πόσα μέρη θὰ μοιρασθῇ ὁ διαιρετέος ; Πῶς λέγεται τὸ ἐξαγόμενο ;

8. Ποιὸ εἶναι τὸ σημεῖο τῆς διαιρέσεως ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

9. Ποιὸς ἀριθμὸς εἶναι μεγαλύτερος : τὸ πηλίκον ἢ ὁ διαιρετέος ;

10. Στὴ διαίρεση τοῦ μερισμοῦ τὸ πηλίκον φανερώνει ὅ,τι φανερώνει καὶ ὁ διαιρέτης ἢ ὅ,τι φανερώνει ὁ διαιρετέος ;

11. Στὴ διαίρεση τῆς μετρήσεως μὲ ποιὸν ἀπὸ τοὺς παράγοντες μοιάζει τὸ πηλίκον ;

12. Πῶς διαιροῦμε συντομώτερα ἕναν ἀριθμὸ διὰ 10, διὰ 100, διὰ 1.000, διὰ 10.000 ;

13. Κάμετε τὶς παρακάτω πράξεις :

α) 4+15+25+175+10=
1564+2000+508+1750+135800=
3.000.000+575.900+194.000=

β) 1864—372=
75.000—3.618=
10.000.000—2.750.000=

γ)	158×34=	184×10=
	1625×182=	192×200=
	17384×375=	1200×3000=
δ)	15384 : 4=	850 : 10=
	78750 : 25=	3725 : 100=
	473258 : 1325=	35000 : 1000=

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΜΕΡΟΣ Α΄

Οἱ δεκαδικοὶ ἀριθμοί

α΄ Ἔννοια τῶν δεκαδικῶν ἀριθμῶν

1. Πόσες παλάμες ἔχει τὸ ἕνα μέτρο ; Πῶς λέγεται ἡ μία παλάμη ;

2. Πόσους δακτύλους ἔχει τὸ ἕνα μέτρο ; Πῶς λέγεται ὁ ἕνας δάκτυλος ;

3. Πόσες γραμμὲς ἔχει τὸ ἕνα μέτρο ; Πῶς λέγεται ἡ μία γραμμή ;

4. Πόσα δεκάλεπτα ἔχει ἡ δραχμή ; Πῶς λέγεται τὸ ἕνα δεκάλεπτο ;

5. Πόσα λεπτὰ ἔχει ἡ δραχμή ; Πῶς λέγεται τὸ ἕνα λεπτό ;

6. Πόσες παλάμες κάνουν ἕνα μέτρο ;

7. Πόσοι δάκτυλοι κάνουν μιὰ παλάμη ;

8. Πόσες γραμμὲς κάνουν ἕνα δάκτυλο ;

9. Πόσα δεκάλεπτα κάνουν μία δραχμή ;

10. Πόσα λεπτὰ κάνουν ἕνα δεκάλεπτο ;

11. Ἂν κόψουμε ἕνα πεπόνι σὲ δέκα ἴσες φέτες, ἡ μία φέτα τί μέρος τοῦ πεπονιοῦ θὰ εἶναι ;

12. Μὲ πόσα δέκατα κάνουμε ἕνα ὁλόκληρο πεπόνι ;

13. Μὲ πόσα ἑκατοστὰ τοῦ μέτρου κάνουμε ἕνα δέκατο ;

14. Μὲ πόσα χιλιοστὰ τοῦ μέτρου κάνουμε ἕνα ἑκατοστό ;

15. Μὲ 10 παλάμες πόσα μέτρα κάνουμε ;

16. Μὲ 20 παλάμες πόσα μέτρα κάνουμε ;

17. Μὲ 30 δακτύλους πόσες παλάμες κάνουμε ;

18. Μὲ 150 γραμμὲς πόσους δακτύλους κάνουμε ;

19. Μέτρησε τὸ μῆκος τοῦ τραπεζιοῦ καὶ σημείωσε πόσα μέτρα εἶναι, πόσες παλάμες, πόσους δακτύλους καὶ πόσες γραμμές.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

20. Πῶς λέγεται ὁ ἀριθμὸς ποὺ φανερώνει ὁλόκληρα πράγματα, ὁλόκληρες μονάδες ;

21. Πῶς λέγεται ὁ ἀριθμὸς ποὺ φανερώνει καὶ δέκατα, ἑκατοστὰ ἢ χιλιοστὰ μιᾶς ἀκεραίας μονάδος ;

β΄. Γραφὴ δεκαδικῶν ἀριθμῶν

1. Γράψε 4 ἀκέραια μέτρα καὶ 5 παλάμες.
2. Γράψε 5 ἀκέραια μέτρα, 2 παλάμες καὶ 3 δακτύλους.
3. Γράψε 12 μέτρα, 3 παλάμες, 5 δακτύλους καὶ 2 γραμμές.
4. Γράψε 3 παλάμες μόνον.
5. Γράψε 5 δακτύλους μόνον.
6. Γράψε 5 ἀκέραια μέτρα καὶ 3 γραμμές.
7. Γράψε 15 δραχμές, 5 δεκάλεπτα καὶ 5 λεπτά.
8. Ὑπάρχουν διαφορετικοὶ ἀριθμοὶ γιὰ νὰ γράφουμε τὰ δέκατα, τὰ ἑκατοστά, τὰ χιλιοστά ;
9. Πῶς χωρίζουμε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ φανερώνουν ἀκέραιες μονάδες ;
10. Πῶς ἐννοοῦμε ὅτι ἕνας ἀριθμὸς φανερώνει δέκατα ;
11. Πῶς ἐννοοῦμε ὅτι ἕνας ἀριθμὸς φανερώνει ἑκατοστά ;
12. Ποιὸ μέρος τοῦ ἀριθμοῦ λέγεται ἀκέραιο καὶ ποιὸ δεκαδικό ;
13. Τί μᾶς χρησιμεύει ἡ ὑποδιαστολή ;
14. Ποιὲς δεκαδικὲς μονάδες γράφουμε στὴν πρώτη θέση μετὰ τὴν ὑποδιαστολή ;
15. Ὅταν δὲν ἔχουμε ἀκέραιες μονάδες καὶ ἔχουμε μόνο δεκαδικὲς πῶς θὰ τὶς γράψουμε γιὰ νὰ φαίνεται ὅτι εἶναι δεκαδικὲς καὶ ὄχι ἀκέραιες ;
16. Ἂν δὲν ἔχουμε νὰ γράψουμε δέκατα καὶ ἔχουμε ἑκατοστὰ τί θὰ γράψουμε στὴ θέση τῶν δεκάτων καὶ γιατί ;

γ΄. Ἀπαγγελία δεκαδικῶν ἀριθμῶν

1. Διαβάστε τοὺς παρακάτω δεκαδικοὺς ἀριθμούς :

α)	5,5	5,23	12,352	16,6879
β)	0,3	0,35	0,352	0,6879
γ)	0,05	0,002	0,003	0,0009
δ)	0,50	0,350	5,600	0,6000

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

2. Μὲ πόσους τρόπους διαβάζουμε τοὺς δεκαδικοὺς ἀριθμούς ;

3. Ποιὸν τρόπο προτιμοῦμε καὶ γιατί ;

4. Γράψε 3 δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς καὶ διάβασέ τους.

5. Μέτρησε τὸ μῆκος τοῦ πίνακος, γράψε το καὶ διάβασέ το.

6. Μοίρασε 5 δραχμὲς σὲ 4 παιδιὰ καὶ γράψε καὶ διάβασε αὐτὸ ποὺ θὰ πάρη τὸ κάθε παιδί.

7. Μοίρασε μιὰ δραχμὴ σὲ δυὸ παιδιὰ καὶ γράψε καὶ διάβασε αὐτὸ ποὺ θὰ πάρη τὸ κάθε παιδί.

8. Μοίρασε ἕνα μέτρο χαρτὶ σὲ 20 παιδιὰ καὶ γράψε καὶ διάβασε αὐτὸ ποὺ θὰ πάρη τὸ κάθε παιδί.

9. Ἀπὸ τὶς δεκαδικὲς μονάδες 0,1, 0,01, 0,001, 0,0001 ποιὰ εἶναι μεγαλύτερη καὶ ποιὰ μικρότερη;

10. Ἀπὸ τοὺς δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς 0,3 καὶ 0,5 ποιὸς εἶναι μεγαλύτερος καὶ ποιὸς μικρότερος ;

11. Ἀπὸ τοὺς δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς 0,5 καὶ 0,35 ποιὸς εἶναι μεγαλύτερος καὶ ποιὸς μικρότερος καὶ γιατί ;

12. Σημείωσε ἀπάνω στὸ μέτρο ὡς ποῦ εἶναι τὰ 0,5 καὶ ὡς ποῦ εἶναι τὰ 0,35.

13. Χάραξε μὲ τὴν κιμωλία στὸν πίνακα δυὸ γραμμὲς τὴν μία κάτω ἀπὸ τὴν ἄλλη. Ἡ πρώτη νὰ ἔχη μῆκος 0,5 καὶ ἡ δεύτερη 0,50. Ποιὰ εἶναι μεγαλύτερη ;

14. Τί θὰ πάθη τὸ δεκαδικὸ μέρος τοῦ ἀριθμοῦ 6,50 ἂν σβήσω τὸ μηδενικὸ καὶ γίνη 6,5 ;

15. Τί θὰ πάθη τὸ δεκαδικὸ μέρος τοῦ ἀριθμοῦ 0,2 ἂν τοῦ γράψω στὸ τέλος 2 μηδενικὰ καὶ τὸν κάμω 0,200 ;

16. Τί παθαίνει τὸ δεκαδικὸ μέρος τοῦ ἀριθμοῦ ποὺ τελειώνει σὲ μηδενικά, ἂν τὰ σβήσουμε ;

17. Τί παθαίνει τὸ δεκαδικὸ μέρος τοῦ ἀριθμοῦ, ἂν τοῦ γράψω εἰς τὸ τέλος μηδενικά ;

δ΄. Πράξεις ἐπὶ τῶν δεκαδικῶν ἀριθμῶν

1. Πρόσθεση δεκαδικῶν

Παράδειγμα. Γιὰ νὰ γίνη ἕνα παντελόνι χρειάζεται ὕφασμα μήκους 1,25 μέτρων. Ἕνα σακκάκι χρειάζεται 2,75 καὶ ἕνα γελέκο 0,80 μέτρων. Πόσο ὕφασμα πρέπει νὰ ἀγοράση ἕνας ἄνθρωπος γιὰ νὰ κάνη ὁλόκληρη φορεσιά ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Γιὰ νὰ εὕρωμε πόσο ὕφασμα θὰ χρειασθῆ πρέπει νὰ προσθέσουμε τὰ τρία μήκη μὲ αὐτὸν τὸν τρόπο :

$$1,25+2,75+0,80=4,80 \qquad \begin{array}{r} 1,25 \\ 2,75\ + \\ 0,80 \\ \hline 4,80 \end{array}$$

Διὰ νὰ προσθέσουμε δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς γράφουμε τὸν ἕναν κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλον μὲ τέτοιον τρόπο ποὺ οἱ μονάδες τῆς ἴδιας τάξεως νὰ βρίσκωνται στὴν ἴδια κατακόρυφη στήλη, δηλαδὴ τὰ δέκατα κάτω ἀπὸ τὰ δέκατα, τὰ ἑκατοστὰ κάτω ἀπὸ τὰ ἑκατοστά.

Ἀφοῦ γράψουμε τοὺς προσθετέους μὲ αὐτὸν τὸν τρόπον ἀρχίζουμε τὴν πρόσθεση ἀπὸ τὰ δεξιά. Τὰ κρατούμενα ἀπὸ τὰ ἑκατοστὰ τὰ προσθέτουμε στὰ δέκατα, γιατὶ δέκα ἑκατοστὰ κάνουν ἕνα δέκατο. Τὰ κρατούμενα ἀπὸ τὰ δέκατα τὰ προσθέτουμε στὶς μονάδες τῶν ἀκεραίων διατὶ δέκα δέκατα κάνουν μία ἀκεραία μονάδα. Μόλις τελειώσει ἡ πρόσθεση τῶν δεκαδικῶν ψηφίων γράφουμε στὸ ἄθροισμα τὴν ὑποδιαστολὴ καὶ συνεχίζουμε τὴν πρόσθεση τῶν ἀκεραίων.

Ἀσκήσεις : α) ἀπὸ μνήμης

1. Ὁ πατέρας τῆς Μαρίας καὶ τῆς Ἑλένης ἀγόρασε στὴν κάθε μιὰ ὕφασμα γιὰ ποδιά. Τῆς Μαρίας ἦταν 1,25 καὶ τῆς Ἑλένης 1,50 μέτρα. Πόσα μέτρα εἶχε ἀγοράσει καὶ γιὰ τὶς δυό ;

2. Τὸ σχοινὶ ποὺ εἶχε ὁ Γιάννης στὸν ἀετό του εἶχε μῆκος 15,50 μέτρα. Τώρα ποὺ ἀγόρασε ἄλλα 11,40 μέτρα σχοινὶ πόσο ψηλὰ θὰ φθάση ὁ ἀετός του ;

3. Ἕνας ἔμπορος ἐπούλησε ἀπὸ ἕνα τόπι ὕφασμα δύο κομμάτια. Τὸ ἕνα ἦταν 6,80 μέτρα, τὸ ἄλλο 8,20. Πόσο ὕφασμα ἐπούλησε καὶ τὶς δυὸ φορές μαζί ;

β') Γραπτῶς

1. Ἕνας ἔμπορος ἀγόρασε στὴ Σπάρτη πορτοκάλια χονδρικῶς μὲ 2,50 δραχμὲς τὴν ὀκά. Γιὰ νὰ τὰ φέρη στὴν Ἀθήνα ἐπλήρωσε μεταφορικὰ γιὰ κάθε ὀκὰ 0,45. Πόσο πρέπει νὰ τὰ πουλῆ γιὰ νὰ κερδίζη καὶ 0,85 δραχμὲς ἀπὸ τὴν κάθε ὀκά ;

2. Γιὰ νὰ κατασκευάσουμε ἕναν πίνακα μεταχειριστήκαμε

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τρεῖς σανίδες διαφορετικοῦ πλάτους. Ἡ πρώτη εἶχε πλάτος 0,42 μέτρα, ἡ δεύτερη 0,36 καὶ ἡ τρίτη 0,22. Πόσο πλάτος ἔχει ὁ πίνακας ;

3. Κάμετε τὶς παρακάτω προσθέσεις :

α) 5,25+12,23=
β) 125,25+52,35+ 5,4=
γ) 12,35+35,98+135,355+0,75=
δ) 13,25+ 7,49+ 0,350+7,4 +1350=

2. Ἀφαίρεση δεκαδικῶν

Παράδειγμα. Ἕνας ἔμπορος εἶχε ἕνα τόπι ὕφασμα μήκους 52,25 μέτρων, καὶ ἀπ' αὐτὸ ἔκοψε καὶ πούλησε ἕνα κομμάτι μήκους 5,50 μέτρων. Πόσο τοῦ ἔμεινε ;

Γιὰ νὰ εὕρουμε πόσο ὕφασμα τοῦ ἔμεινε θὰ ἀφαιρέσουμε ἐκεῖνο ποὺ πούλησε ἀπὸ κεῖνο ποὺ εἶχε.

52,25—5,50=46,75

$$\begin{array}{r} 52{,}25 \\ 5{,}50- \\ \hline 46{,}75 \end{array}$$

Διὰ νὰ ἀφαιρέσουμε δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς γράφουμε τὸν ἀφαιρετέο κάτω ἀπὸ τὸν μειωτέο μὲ τέτοιον τρόπο, ὥστε οἱ μονάδες τῆς ἰδίας τάξεως νὰ εἶναι στὴν ἴδια κατακόρυφο στήλη καὶ ἀρχίζουμε τὴν ἀφαίρεση ἀπὸ τὰ δεξιά. Μόλις τελειώσει ἡ ἀφαίρεση τοῦ δεκαδικοῦ μέρους γράφουμε στὸ ὑπόλοιπο τὴν ὑποδιαστολὴ καὶ συνεχίζουμε τὴν ἀφαίρεση καὶ τοῦ ἀκεραίου μέρους.

Ἀσκήσεις : α) ἀπὸ μνήμης

1. Ὁ Γιάννης ἔχει ὕψος 1,50 μέτρα καὶ ὁ Πέτρος 1,25 μέτρα. Πόσο εἶναι ψηλότερος ὁ Γιάννης ;

2. Ὁ Γιάννης πηδάει ἅλμα εἰς ὕψος 1,80 μέτρα καὶ ὁ Πέτρος 1,68 μέτρα. Πόσο περισσότερο πηδάει ὁ Γιάννης ;

3. Ἡ μητέρα τῆς Εὐτέρπης ἀγόρασε πράγματα ἀξίας 399,50 δραχμῶν. Καὶ ἔδωκε ἕνα πεντακοσιόδραχμο. Πόσα θὰ λάβη ὑπόλοιπον ;

β) Γραπτῶς

1. Ἡ ἀπόσταση ἀπὸ τὴν Ἀθήνα στὸν Μαραθῶνα εἶναι

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

42,195 χιλιόμετρα. 'Από τὴν 'Αθήνα στὸ Σούνιο εἶναι 62,5 Ποιὰ ἀπόσταση εἶναι μεγαλύτερη καὶ πόσο ;

2. Ἕνα περιβόλι εἶχε ἐπιφάνεια 600 τετραγωνικὰ μέτρα. 'Απ' αὐτὸ ἐπούλησαν 205,75 τετραγωνικὰ μέτρα. Πόσα ἔμειναν ;

3. 'Από ἕνα τόπι ὕφασμα 15,50 μέτρων ἔκοψαν 3,175 μέτρα. Πόσο ἔμεινε ;

4. Κάμε τὶς παρακάτω ἀφαιρέσεις :

α) $35,85 - 13,32 =$
β) $15,45 - 3,68 =$
γ) $5,764 - 0,69 =$
δ) $100 - 64,75 =$

3. Πολλαπλασιασμὸς δεκαδικῶν

Παράδειγμα 1ο. Πόσα μέτρα ὕφασμα πρέπει νὰ ἀγοράση ἡ μητέρα τῆς 'Ιωάννας γιὰ νὰ τῆς κάμη τρεῖς ποδιὲς ὅταν γιὰ τὴν κάθε μιὰ χρειάζεται ὕφασμα μήκους 3,25 μέτρα ;

'Εὰν ἤθελε νὰ κάνη μιὰ ποδιὰ θὰ χρειαζόταν ὕφασμα 3,25 μέτρα. 'Εὰν ἤθελε δύο ποδιὲς θὰ χρειαζόταν δύο φορὲς τὸ 3,25. Τώρα ποὺ θέλει νὰ κάνη τρεῖς ποδιὲς θὰ χρειασθῆ 3 φορὲς τὸ 3,25. Δηλαδή :

$$3,25+3,25+3,25=9,75$$

$$\begin{array}{r} 3,25 \\ 3,25 + \\ 3,25 \\ \hline 9,75 \end{array} \quad \text{ἢ} \quad \begin{array}{r} 3,25 \\ \times 3 \\ \hline 9,75 \end{array}$$

Παράδειγμα 2ο. Τὸ ἕνα μέτρο ἑνὸς ὑφάσματος ἀξίζει 13,75 δραχμές. Πόσο ἀξίζουν 4,25 μέτρα ;

Τὰ 4,25 μέτρα ἀξίζουν 4,25 φορὲς τὶς 13,75 δραχμές.

$$13,75 \times 4,25 = 58,4375$$

$$\begin{array}{r} 13,75 \\ 4,25 \\ \hline 6875 \\ 2750 \\ 5500 \\ \hline 58,4375 \end{array}$$

Διὰ νὰ πολλαπλασιάσουμε δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς τοὺς πολλαπλασιάζουμε ὅπως τοὺς ἀκεραίους, ἀλλὰ ἀπὸ τὸ τέλος τοῦ γινομένου χωρίζουμε τόσα δεκαδικὰ ψηφία ὅσα ἔχουν μαζὶ καὶ οἱ δύο παράγοντες (πολλαπλασιαστὴς καὶ πολλαπλασιαστέος).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

'Ασκήσεις : α) ἀπὸ μνήμης

1. Ποιὸς ἀριθμὸς εἶναι τὸ τριπλάσιον τοῦ 5,5 ;

2. Ἂν τὸ 1 μέτρο τὸ χαρτὶ ἔχῃ 5 δραχμὲς πόσο ἔχουν τὰ 25,50 μέτρα ;

3. Ὁ βιβλιοπώλης κερδίζει 0,75 ἀπὸ κάθε μολύβι. Πόσο κέρδος θὰ ἔχῃ ἀπὸ 2 μολύβια ;

β) Γραπτῶς

1. Ἕνας ἐργάτης σκάβει σὲ μιὰ μέρα 15,375 μέτρα αὐλάκι. Σὲ 6 ἡμέρες πόσα μέτρα θὰ σκάψῃ ;

2. Ἡ μιὰ ὀκὰ σιτάρι ἀξίζει 3,15 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἔχουν οἱ 70 ὀκάδες ;

3. Μιὰ ὀκὰ λάδι ἀξίζει 27,35. Πόσες δραχμὲς κοστίζουν οἱ 5,75 ὀκάδες λάδι ;

4. Γιὰ ἕνα παντελόνι χρειάζονται 1,25 μέτρα ὕφασμα. Πόσα μέτρα θὰ χρειασθοῦν γιὰ 12 παντελόνια ;

5. Ἕνα αὐτοκίνητο τρέχει 35,560 χιλιόμετρα τὴν ὥρα. Σὲ 5,50 ὧρες πόσα χιλιόμετρα θὰ τρέξῃ ;

6. Ἕνας ἐφημεριδοπώλης κερδίζει ἀπὸ κάθε ἐφημερίδα 0,65 δραχμές. Πόσες δραχμὲς θὰ κερδίσῃ ἀπὸ 200 ἐφημερίδες ;

7. Κάμετε τοὺς παρακάτω πολλαπλασιασμούς :

$3,2 \times 4=$	$0,45\times 2=$	$4\times 2,5=$	$12,25\times 3,2=$
$15,25 \times 6=$	$0,92\times 3=$	$15\times 3,25=$	$132,18\times 2,25=$
$132,003\times 9=$	$0,009\times 8=$	$22\times 0,04=$	
$19,252\times 2,628=$			

Συντομίες στὸν πολλαπλασιασμὸ τῶν δεκαδικῶν

Παράδειγμα 1ο. Ἕνα πορτοκάλι ἔχει 1,25 δραχμές. Πόσα ἔχουν τὰ 3000 πορτοκάλια ;

$1,25\times 3000=3,750$

$$\begin{array}{r} 1.25 \\ 3.000 \\ \hline 3750,00 \end{array}$$

Διὰ νὰ πολλαπλασιάσουμε δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἔχουν στὸ τέλος μηδενικὰ κάνουμε τὸν πολλαπλασιασμὸ μόνο μὲ τὰ σημαντικὰ ψηφία, εἰς τὸ τέλος δὲ τοῦ γινομένου γράφουμε τὰ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μηδενικὰ καὶ ὕστερα χωρίζουμε τὰ δεκαδικὰ ψηφία μὲ τὴν ὑποδιαστολή.

Παράδειγμα 2ο: Μὲ 3,50 μέτρα ὕφασμα γίνεται μιὰ φορεσιά. Πόσο ὕφασμα θὰ χρειασθῆ γιὰ νὰ γίνουν 10 φορεσιές;

350×10=35

$$\begin{array}{r} 3{,}50 \\ 10\ \times \\ \hline 35{,}00 \end{array}$$

Παράδειγμα 3ο. Μὲ 3,75 μέτρα ὕφασμα γίνεται μιὰ φορεσιά. Πόσο ὕφασμα θὰ χρειασθῆ γιὰ νὰ γίνουν 100 φορεσιές;

3,75×100=375

$$\begin{array}{r} 3{,}75 \\ 100\ \times \\ \hline 375{,}00 \end{array}$$

Παράδειγμα 4ο. Τὸ ἕνα πορτοκάλι ἔχει 1,50 δραχμές. Πόσο ἔχουν τὰ 10.000 πορτοκάλια;

1,50×10.000=15.000

$$\begin{array}{r} 1{,}50 \\ 10.000\ \times \\ \hline 15.000{,}00 \end{array}$$

Διὰ νὰ πολλαπλασιάσουμε σύντομα ἕνα δεκαδικὸ ἀριθμὸ ἐπὶ 10, 100, 1000, 10.000 δὲν ἐκτελοῦμε τὴν πράξη τοῦ πολλαπλασιασμοῦ ἀλλὰ μετακινοῦμε τὴν ὑποδιαστολὴ τόσες θέσεις πρὸς τὰ δεξιὰ ὅσα εἶναι τὰ μηδενικὰ τοῦ πολλαπλασιαστοῦ. Ἂν δὲν ὑπάρχουν τόσα δεκαδικὰ ψηφία στὸν πολλαπλασιαστέο γράφουμε μηδενικά.

Ἀσκήσεις: α) ἀπὸ μνήμης

1. Μία ὀκὰ ἔχει 400 δράμια. Πόσα δράμια εἶναι οἱ 3 ὀκάδες;

2. Ἕνας κτίστης κτίζει σὲ 1 μέρα 2,5 τετραγωνικὰ μέτρα. Σὲ 10 ἡμέρες πόσα θὰ κτίση;

3. Μὲ 2,25 μέτρα ὕφασμα γίνεται ἕνα φόρεμα, διὰ 10 φορέματα πόσο ὕφασμα θὰ χρειασθῆ; Διὰ 100 πόσο; Διὰ 1000 πόσο;

β) Γραπτῶς

1. Κάμετε τὶς παρακάτω πράξεις:

3,5 × 10=	1,5 × 2000=
3,5 × 100=	0,25× 3000=
3,50× 1000=	2,85×12000=
26,65× 10000=	4,60× 4000=
0,35× 10=	3,75× 200=

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

4. Διαίρεση δεκαδικῶν

Περίπτωση 1η. Ὅταν ὁ διαιρέτης εἶναι ἀκέραιος.

Παράδειγμα 1ο : Ἡ μητέρα τῆς Μαρίας ἀγόρασε 9,75 μέτρα ὕφασμα γιὰ νὰ τῆς κάνῃ τρεῖς ποδιές. Μὲ πόσο ὕφασμα γίνεται μιὰ ποδιά ;

9,75:3=3,25

9,75	3
07	3,25
15	
0	

Παράδειγμα 2ο : Τέσσερα ἀδέλφια μοίρασαν ἕνα οἰκόπεδο ποὺ εἶχε ἐπιφάνεια 935,68 τετραγωνικὰ μέτρα. Πόσα θὰ πάρῃ τὸ καθένα ;

935,68 : 4=233,92

935,68	4
13	233,92
15	
36	
08	
0	

Διὰ νὰ διαιρέσουμε δεκαδικὸ ἀριθμὸ διὰ ἀκεραίου διαιροῦμε πρῶτα τὸ ἀκέραιο μέρος καὶ ὕστερα τὸ δεκαδικὸ καὶ ὅσα ψηφία τοῦ πηλίκου βροῦμε ἀπὸ τὴν διαίρεση τοῦ ἀκεραίου μέρους εἶναι ἀκέραια, ὅσα δὲ βροῦμε ἀπὸ τὴν διαίρεση τοῦ δεκαδικοῦ εἶναι δεκαδικά.

Ἀσκήσεις: α) ἀπὸ μνήμης

1. Διὰ νὰ κάνουμε 4 ὑποκάμισα χρειαστήκαμε 20,40 πήχεις ὕφασμα. Πόσο ὕφασμα χρειάζεται διὰ νὰ γίνῃ ἕνα ὑποκάμισο ;
2. Μοίρασε 5,40 δραχμὲς σὲ 2 παιδιά.
3. Μοίρασε 12,75 δραχμὲς σὲ 3 παιδιά.
4. Μὲ 3,50 μέτρα ὕφασμα κάνουμε 7 μαντήλια. Πόσο ὕφασμα χρειάζεται τὸ ἕνα μαντήλι ;

β) Γραπτῶς

1. Γιὰ 12 ὑποκάμισα χρησιμοποιήσαμε 68,90 πήχεις ὕφασμα. Πόσους πήχεις ὕφασμα χρειάσθηκε γιὰ κάθε ὑποκάμισο ;
2. Τρεῖς ἐργάτες ἔσκαψαν ἕνα αὐλάκι μήκους 196,05 μέτρων. Πόσα μέτρα ἔσκαψε ὁ καθένας ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

3. Μιὰ οἰκογένεια εἶχε 22,50 ὀκάδες ἄλευρο καὶ πέρασε μὲ αὐτὸ 30 ἡμέρες. Πόσο ἔτρωγε τὴν ἡμέρα;

4. Οἱ 125 πήχεις ἑνὸς ὑφάσματος τιμῶνται 23.812,50 δραχμές. Πόσες δραχμὲς τιμᾶται ὁ ἕνας πῆχυς;

5. Κάμετε τὶς παρακάτω πράξεις:

16,50 : 3=	35,35 : 7=
13,50 : 3=	90,36 : 3=
375,75 : 25=	784,75 : 24=
3754,35 : 142=	0,195 : 25=

Περίπτωση 2η: (ὅταν ὁ διαιρέτης εἶναι δεκαδικός).

Παράδειγμα 1ο: Ἕνας οἰκογενειάρχης εἶχε 258,50 ὀκάδες σιτάρι. Πόσες ἡμέρες θὰ περάση ἂν ἡ οἰκογένειά του τρώη κάθε μέρα 2,75 ὀκάδες;

258,50 : 2,75 διαίρεση μετρήσεως

```
25850 | 275
       -----
 1100   94  ἡμέρες
  000
```

Παράδειγμα 2ο: Ἔχομε ἕνα καδρόνι μήκους 5,34 μέτρων. Ἀπὸ αὐτὸ πρέπει νὰ κόψουμε κομμάτια μήκους 0,356. Πόσα θὰ κόψουμε;

5,34 : 0,356=15 κομμάτια.

```
5340 | 356
      -----
1780   15  κομμάτια.
 000
```

Διὰ νὰ διαιρέσουμε ἀριθμὸ διὰ δεκαδικοῦ παραλείπουμε τὴν ὑποδιαστολὴ τοῦ διαιρέτη καὶ μετακινοῦμε τὴν ὑποδιαστολὴ τοῦ διαιρετέου τόσες θέσεις πρὸς τὰ δεξιὰ ὅσα δεκαδικὰ ψηφία εἶχε ὁ διαιρέτης. Κατόπιν κάνουμε τὴν διαίρεση καθὼς γνωρίζουμε.

Ἀσκήσεις: α) ἀπὸ μνήμης

1. Κάμετε τὶς διαιρέσεις:

7,50 : 2,5= 6,66 : 3,33=

β) Γραπτῶς

1. Κάμετε τὶς διαιρέσεις:

12,35 : 3,25 =	132,50 : 6,75=
1950 : 5,25 =	15,25 : 4,2 =
6,25 : 3,125=	43,4 : 0,35=

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Περίπτωση 3η:("Οταν ὁ διαιρέτης εἶναι 10, 100, 1000 κλπ.).

Παράδειγμα 1ο: 'Αγοράσαμε 10 ὀκάδες σιτάρι καὶ πληρώσαμε 31.658,50 δραχμές. Πόσο ἔχει ἡ ὀκᾶ ;

31,50 : 10 : 3,150

```
31,50 | 10
1,5    3,15
  50
```

Παράδειγμα 2ο :

45655,65 : 100=456,5565

```
45655,65  | 100
565        456,5565
 655
  556
   565
    650
     500
```

Διὰ νὰ διαιρέσουμε σύντομα ἀριθμὸν διὰ 10, 100, 1000, κλπ. δὲν ἐκτελοῦμε τὴν πράξη τῆς διαιρέσεως, ἀλλὰ μετακινοῦμε τὴν ὑποδιαστολὴ πρὸς τὰ ἀριστερὰ τόσες θέσεις ὅσα μηδενικὰ ἔχει ὁ διαιρέτης.

'Ασκήσεις: α) ἀπὸ μνήμης

65,50 : 100	35,5 : 10=
525,60 : 1000	645 : 10=

β) Γραπτῶς

1. Ἡ ἀδελφὴ τοῦ Γιαννάκη ἀγόρασε 10 πήχεις ὕφασμα καὶ πλήρωσε 145,50 δραχμές. Πόσο ἔχει ὁ ἕνας πῆχυς ;

2. Ἕνα κιβώτιο ντομάτες εἶναι 10 ὀκάδες καὶ ἀξίζει 20 δραχμές. Πόσο ἀξίζει ἡ 1 ὀκά ;

3. Ἕνα αὐτοκίνητο πέρασε σὲ 100 ὧρες 4675,50 χιλιόμετρα. Πόσα περνοῦσε σὲ μία ὥρα ;

4. Τὸ μέτρο ἔχει 10 παλάμες. Πόσα μέτρα κάνουν 253,4 παλάμες ;

5. Νὰ γίνουν μέτρα οἱ 372,50 δάκτυλοι.

6. 1364 λεπτά, πόσες δραχμὲς κάνουν ἀφοῦ μιὰ δραχμὴ ἔχει 100 λεπτά ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΜΕΡΟΣ Β΄

Οἱ κλασματικοὶ ἀριθμοὶ

1. Ἡ κλασματικὴ μονάδα

α) Γραφὴ καὶ ἀπαγγελία κλασματικῶν μονάδων

1. Κόψε ἕνα φύλλο χαρτιοῦ σὲ δυὸ ἴσα κομμάτια, γράψε μὲ ἀριθμοὺς τὸ καθένα καὶ διάβασε τοὺς ἀριθμοὺς αὐτούς. Πῶς ὀνομάζεται ὁ ἀριθμὸς ποὺ εἶναι ἐπάνω ἀπὸ τὴν ὁριζοντία εὐθεῖα γραμμή; Πῶς ὀνομάζεται ὁ ἀριθμὸς ποὺ εἶναι κάτω ἀπὸ τὴν ὁριζοντία εὐθεῖα γραμμή;

2. Σύρε μὲ τὸ χάρακά σου μιὰ εὐθεῖα γραμμὴ καὶ χώρισέ την σὲ δυὸ ἴσα μέρη. Γράψε μὲ ἀριθμοὺς τὸ κάθε μέρος καὶ διάβασέ το.

3. Σύρε καὶ μιὰ ἄλλη εὐθεῖα γραμμή, χώρισέ την σὲ τέσσερα ἴσα μέρη, γράψε καὶ διάβασε τὸ κάθε μέρος.

4. Κόψε ἕνα φύλλο χαρτὶ σὲ 8 ἴσα κομμάτια καὶ γράψε μὲ ἀριθμοὺς τὸ κάθε κομμάτι καὶ διάβασε τοὺς ἀριθμοὺς αὐτούς.

5. Πῶς βρίσκουμε τὸ ἕνα δεύτερο ἑνὸς φύλλου τετραδίου;

6. Τί εἶναι κλασματικὴ μονάδα;

Κλασματικὴ μονάδα λέγεται τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ ἴσα μέρη στὰ ὁποῖα διαιρέθηκε ἡ ἀκεραία μονάδα.

β) Σύγκριση διαφόρων κλασματικῶν μονάδων

1. Γράψε δύο εὐθεῖες ἴσες. Χώρισε τὴν πρώτη σὲ δύο ἴσα κομμάτια καὶ γράψε τὸ ἕνα κομμάτι. Χώρισε τὴ δεύτερη σὲ τρία ἴσα κομμάτια καὶ γράψε τὸ ἕνα. Ποιὸ ἀπὸ τὰ δυὸ εἶναι μεγαλύτερο;

2. Ὁ Νῖκος πῆρε ἀπὸ τὴ μητέρα του τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ πορτοκαλιοῦ καὶ ὁ Γιάννης τὸ $\frac{1}{4}$. Ποιὸς πῆρε τὸ μεγαλύτερο μέρος;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

3. Σύρε μὲ τὸ ὑποδεκάμετρό σου 3 εὐθεῖες 10 ἑκατοστῶν. Τὴν μιὰ κάτω ἀπὸ τὴν ἄλλη. Ἐπάνω στὶς εὐθεῖες αὐτὲς ἀρχίζοντας ἀπὸ τὴν πρώτη σημείωσε μὲ χρωματιστὸ μολύβι τί μῆκος ἐκφράζουν οἱ κλασματικὲς μονάδες : $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$.

4. Τὸ σπίτι τοῦ Γιάννη ἀπέχει ἀπὸ τὸ σχολεῖο $\frac{1}{4}$ τῆς ὥρας, ἐνῶ τοῦ Νίκου ἀπέχει $\frac{1}{6}$ τῆς ὥρας. Τίνος μαθητοῦ τὸ σπίτι εἶναι μακρύτερα ;

5. Βάλε σὲ σειρὰ κατὰ μέγεθος τὶς κλασματικὲς μονάδες :

$$\frac{1}{8}, \frac{1}{20}, \frac{1}{2}, \frac{1}{12}, \frac{1}{5}, \frac{1}{18}, \frac{1}{10}$$

6. Ἀπὸ τὶς κλασματικὲς μονάδες $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$ ποιὰ εἶναι ἡ μικρότερη, ποιὰ ἡ μεγαλύτερη καὶ γιατί ; Ἀπόδειξέ το μὲ ἕνα ἄλλο φύλλο χαρτί.

7. Πότε μιὰ κλασματικὴ μονάδα φανερώνει μεγαλύτερο κομμάτι ἀπὸ μιὰ ἄλλη ;

Ὅσο μεγαλύτερος εἶναι ὁ παρονομαστὴς τόσο μικρότερο κομμάτι φανερώνει.

γ) Εὕρεση διαφόρων κλασματικῶν μονάδων

1. Γράψε μὲ ἀριθμοὺς τὸ μισό, τὸ τέταρτο, τὸ ὄγδοο.

2. Γράψε μὲ ἀριθμοὺς τί μέρος τῆς δραχμῆς εἶναι τὸ λεπτό, τὸ δεκάλεπτο, τὸ εἰκοσάλεπτο, τὸ πενηντάλεπτο ;

3. Γράψε τί μέρος τοῦ πήχεως εἶναι τὸ ρουπι ;

4. Γράψε τί μέρος τοῦ μέτρου εἶναι ἡ παλάμη, ὁ δάκτυλος, ἡ γραμμή ;

5. Γράψε τί μέρους τοῦ ἔτους εἶναι ὁ μῆνας, ἡ ἑβδομάδα, ἡ ἡμέρα ;

6. Γράψε τί μέρος τῆς ὀκᾶς εἶναι τὸ δράμι ;

7. Γράψε τί μέρος τοῦ στατῆρα εἶναι ἡ ὀκά ;

8. Τρία παιδιὰ μοίρασαν ἕνα χιλιάρικο. Ὁ πρῶτος πῆρε τὸ $\frac{1}{5}$, ὁ δεύτερος τὸ $\frac{1}{2}$. Πόσες δραχμές πῆρε ὁ τρίτος ;

9. Ἀπὸ τοὺς 50 μαθητὲς ποὺ ἦταν σὲ μιὰ τάξη τὸ $\frac{1}{5}$ ἔμεινε στὴν ἴδια τάξη. Πόσοι προβιβάστηκαν ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

10. Τί φανερώνει ὁ παρονομαστὴς τοῦ κλάσματος;

Ὁ παρονομαστὴς τοῦ κλάσματος φανερώνει σὲ πόσα ἴσα μέρη ἔχει διαιρεθῆ ἡ ἀκεραία μονάδα. Φανερώνει δηλαδὴ τὸ μέγεθος τῆς κλασματικῆς μονάδας.

2. Ὁ κλασματικὸς ἀριθμὸς

α) Γραφὴ καὶ ἀπαγγελία κλασματικῶν ἀριθμῶν

1. Δύο παιδιὰ ἔκοψαν ἕνα πορτοκάλι σὲ 4 κομμάτια. Τὸ ἕνα πῆρε τὰ τρία κομμάτια καὶ τὸ ἄλλο τὸ ἕνα. Γράψε μὲ ἀριθμοὺς τί μέρος πῆρε τὸ καθένα;

2. Μοίρασε μιὰ εὐθεῖα γραμμὴ σὲ 8 ἴσα κομμάτια καὶ γράψε μὲ ἀριθμοὺς τὰ 6 κομμάτια μαζί.

3. Γράψε τί μέρος τῆς ἡμέρας εἶναι οἱ 5 ὧρες;

4. Γράψε τί μέρος τοῦ πήχεως εἶναι τὰ 5 ρούπια;

5. Γράψε τί μέρος τῆς ὀκᾶς εἶναι τὰ 50 δράμια;

6. Γράψε μιὰ εὐθεῖα 10 ἑκατοστῶν καὶ σημείωσε ἐπάνω σ' αὐτὴν τί μέρος της ἐκφράζει ὁ ἀριθμὸς $\frac{8}{10}$;

7. Ἀπὸ ποιὰ κλασματικὴ μονάδα ἔγινε ὁ κλασματικὸς ἀριθμὸς $\frac{3}{4}$; ὁ ἀριθμὸς $\frac{6}{10}$;

8. Πόσες κλασματικὲς μονάδες ἔχει ὁ κλασματικὸς ἀριθμὸς $\frac{2}{5}$; ὁ $\frac{4}{10}$;

9. Ποιὰ κλασματικὴ μονάδα πρέπει νὰ πάρω καὶ πόσες φορὲς πρέπει νὰ τὴν ἐπαναλάβω γιὰ νὰ σχηματίσω τὸν ἀριθμὸ $\frac{5}{8}$;

10. Τί φανερώνει ὁ ἀριθμητὴς τοῦ κλάσματος;

Ὁ ἀριθμητὴς τοῦ κλάσματος φανερώνει τὸ ποσὸν τῶν κλασματικῶν μονάδων.

Ὁ ἀριθμητὴς καὶ ὁ παρονομαστὴς τοῦ κλάσματος λέγονται ὅροι τοῦ κλάσματος.

β) Εὕρεση τῆς ἀξίας κλασματικοῦ ἀριθμοῦ

1. Τὰ $\frac{5}{5}$ τοῦ πορτοκαλιοῦ πόσο πορτοκάλι εἶναι;

2. Τὰ $\frac{4}{8}$ τοῦ πήχεως πόσα ρούπια εἶναι;

3. Τὰ $\frac{2}{10}$ τοῦ μέτρου πόσες παλάμες εἶναι;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

4. Τὰ $\frac{15}{100}$ τοῦ μέτρου πόσοι πόντοι εἶναι ;

5. Πόσα δράμια εἶναι τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκᾶς ;

6. Πόσα λεπτὰ εἶναι τὸ $\frac{1}{2}$ τῆς δραχμῆς, τὰ $\frac{2}{4}$, τὰ $\frac{2}{20}$;

7. Πόσοι ἀπὸ τοὺς μαθητὲς τῆς τάξεως εἶναι τὰ $\frac{4}{5}$, τὰ $\frac{2}{10}$;

8. Ἀπὸ 12 δραχμὲς τὰ $\frac{2}{4}$ ἔδωσα σὲ ἕναν πτωχὸ καὶ ἀπὸ ὅσα μοῦ περίσσεψαν τὰ $\frac{3}{4}$ τὰ ξόδεψα. Πόσα ἔχω ;

9. Τί μέρος τοῦ μηνὸς εἶναι οἱ 12 ἡμέρες ; οἱ 20 ; οἱ 7 ;

10. Ἕνας κακὸς ἄνθρωπος δικάστηκε ἕνα χρόνο φυλακή. Ἐπειδὴ ὅμως ἔδειξε ἐκεῖ καλὴ διαγωγὴ τοῦ χάρισαν τὸ $\frac{1}{4}$ τῆς ποινῆς του. Πόσες ἡμέρες θὰ μείνῃ τώρα στὴ φυλακή ;

11. Εἶχα 1000 δραχμὲς καὶ ξόδεψα τὰ $\frac{3}{4}$ αὐτῶν γιὰ ν' ἀγοράσω σιτάρι. Πόσες δραχμὲς ἔχω τώρα ;

12. Ἕνας φιλάνθρωπος ἔγραψε στὴ διαθήκη του νὰ δώσουν τὰ $\frac{2}{10}$ τῆς περιουσίας του στοὺς πτωχούς. Ὅταν πέθανε βρῆκαν ὅτι εἶχε περιουσία 312.750. Πόσα θὰ πάρουν ἀπ' αὐτὰ οἱ πτωχοὶ σύμφωνα μὲ τὴ διαθήκη ;

13. Μὲ πόσους ἀριθμοὺς γράφεται ἕνα κλάσμα ;

14. Πῶς λέγεται ὁ καθένας ;

15. Πῶς λέγονται καὶ οἱ δυὸ μαζί ;

16. Τί φανερώνει ὁ καθένας χωριστά ;

17. Τί φανερώνουν καὶ οἱ δυό ;

3. Σύγκριση τῶν κλασμάτων μὲ τὴν ἀκεραία μονάδα

Γνήσια κλάσματα. Καταχρηστικὰ κλάσματα καὶ κλάσματα ἴσα μὲ τὴν ἀκεραία μονάδα

1. Κόψε ἕνα πορτοκάλι σὲ 4 κομμάτια καὶ γράψε τὰ τρία κομμάτια μαζί. Κόψε δεύτερο πορτοκάλι σὲ 4 κομμάτια καὶ γράψε τὰ 4 κομμάτια μαζί. Ἔπειτα κόψε 2 πορτοκάλια σὲ 4 κομμάτια τὸ καθένα καὶ γράψε τὰ 6 κομμάτια μαζί. Σύγκρινε τώρα ἕνα - ἕνα ἀπὸ τὰ τρία κλάσματα ποὺ ἔχεις μὲ τὸ ἕνα ἀκέραιο πορτοκάλι καὶ σημείωσε ποιὸ κλάσμα ἐκφράζει κομ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μάτι μικρότερο ἀπὸ ἕνα πορτοκάλι, ποιὸ μεγαλύτερο καὶ ποιὸ ἴσο μὲ ἕνα πορτοκάλι.

2. Τί λείπει ἀπὸ τὸ κλάσμα $\frac{7}{10}$ γιὰ νὰ γίνη ἴσο μὲ μιὰν ἀκεραία μονάδα ;

3. Ἀπὸ τὰ κλάσματα $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{10}{3}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{7}$ ποιὰ εἶναι γνήσια, ποιὰ καταχρηστικὰ καὶ ποιὰ ἴσα μὲ τὴν ἀκεραία μονάδα ;

4. Ἀπὸ τὰ κλάσματα $\frac{4}{4}$, $\frac{8}{4}$, $\frac{10}{5}$, $\frac{6}{2}$, $\frac{9}{3}$, $\frac{7}{7}$ ποιὰ ἐκφράζουν μιά, ποιὰ τρεῖς καὶ ποιὰ δύο ἀκέραιες μονάδες ;

5. Γράψε τρία κλάσματα γνήσια μὲ παρονομαστὴ τὸ 5. Τρία καταχρηστικὰ μὲ παρονομαστὴ τὸ 10 καὶ τρία ἴσα μὲ τὴν ἀκεραία μονάδα μὲ παρονομαστὲς ὅποιους θέλεις.

6. Ποιὰ κλάσματα λέγονται γνήσια, ποιὰ καταχρηστικὰ καὶ ποιὰ ἴσα μὲ τὴν ἀκεραία μονάδα ;

Γνήσια λέγονται ὅσα κλάσματα φανερώνουν μέρη μιᾶς ἀκεραίας μονάδας, ὅσα δηλαδὴ ἔχουν ἀξία μικρότερη ἀπὸ μία ἀκεραία μονάδα. Τὰ γνήσια κλάσματα ἔχουν ἀριθμητὴ μικρότερο ἀπὸ τὸν παρονομαστή.

Καταχρηστικὰ λέγονται τὰ κλάσματα ποὺ ἡ ἀξία τους εἶναι μεγαλύτερη ἀπὸ μιὰ ἀκεραία μονάδα. Τὰ καταχρηστικὰ κλάσματα ἔχουν ἀριθμητὴ μεγαλύτερον ἀπὸ τὸν παρονομαστή.

Ἴσα μὲ τὴν ἀκεραία μονάδα εἶναι ὅσα κλάσματα φανερώνουν ὅλα τὰ κομμάτια στὰ ὁποῖα κόψαμε τὴν ἀκεραία μονάδα. Τὰ κλάσματα ποὺ εἶναι ἴσα μὲ τὴν ἀκεραία μονάδα ἔχουν ἴσους ὅρους.

4. Ὁμώνυμα καὶ ἑτερώνυμα κλάσματα

1. Ἀπὸ τὰ κλάσματα $\frac{1}{2}$, $\frac{10}{15}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{4}{6}$, ποιὰ εἶναι ὁμώνυμα καὶ ποιὰ ἑτερώνυμα ;

2. Ἀπὸ τὰ ὁμώνυμα κλάσματα $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{1}{4}$ σημείωσε ποιὸ εἶναι μεγαλύτερο ;

3. Ἀπὸ τὰ ἑτερώνυμα κλάσματα $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{2}{5}$ σημείωσε ποιὸ ἔχει μικρότερη ἀξία ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

4. Γράψε 5 κλάσματα ὁμώνυμα γνήσια.

5. Γράψε 5 κλάσματα ἑτερώνυμα μὲ ὅρους μικρότερους ἀπὸ τὸ 10.

Ὁμώνυμα λέγονται δύο ἢ περισσότερα κλάσματα, ὅταν ἔχουν παρονομαστὴ τὸν ἴδιο ἀριθμό.

Ἑτερώνυμα λέγονται δύο ἢ περισσότερα κλάσματα ὅταν οἱ παρονομαστές τους εἶναι διαφορετικοὶ ἀριθμοί.

5. Τροπὴ ἀκεραίου ἀριθμοῦ σὲ κλάσμα

1. Ὁ ἕνας πῆχυς εἶναι $\frac{8}{8}$. Πόσα ὄγδοα εἶναι 5 πήχεις;

$$\frac{8}{8}+\frac{8}{8}+\frac{8}{8}+\frac{8}{8}+\frac{8}{8}=\frac{5\times 8}{8}=\frac{40}{8}$$

2. Κόψε τρία πορτοκάλια στὰ δύο τὸ καθένα καὶ γράψε ὅλα τὰ κομμάτια μαζί.

3. Γράψε 2 δραχμὲς σὲ δεκάρες.

4. Γράψε 4 μέτρα σὲ ἑκατοστά.

5. Γράψε 6 πήχεις σὲ ρούπια.

6. Γράψε 3 μερόνυχτα σὲ ὧρες.

7. Γράψε τὸν ἀριθμὸ 5 σὲ ὄγδοα.

8. Τρέψε τὸν ἀκέραιο ἀριθμὸ 7 σὲ τρίτα, σὲ τέταρτα, σὲ δέκατα.

9. Τρέψε τοὺς ἀκεραίους 5, 6, 7, 8, 9 σὲ κλάσματα μὲ παρονομαστὴ τὸ 5.

10. Τρέψε τοὺς ἀκεραίους 2, 3, 4, 5, 10 σὲ κλάσματα μὲ παρονομαστὴ ὅποιον θέλεις.

Διὰ νὰ τρέψουμε ἕναν ἀκέραιο ἀριθμὸ σὲ κλασματικό, τὸν πολλαπλασιάζουμε ἐπὶ ὅποιον ἀριθμὸν μᾶς ὁρίσουν καὶ τὸ μὲν γινόμενο γράφουμε ἀριθμητή, τὸν δὲ πολλαπλασιαστὴ γράφουμε παρονομαστή.

6. Τροπὴ καταχρηστικῶν κλασμάτων σὲ ἀκεραίους ἢ μικτοὺς

1. Πόσα πορτοκάλια εἶναι $\frac{12}{4}$ τοῦ πορτοκαλιοῦ;

Τὰ $\frac{4}{4}$ εἶναι ἀκέραιο πορτοκάλι. Τὰ $\frac{8}{4}$ εἶναι 2 καὶ τὰ $\frac{12}{4}$ εἶναι 3.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

'Αλλὰ αὐτὸ μποροῦμε νὰ τὸ βροῦμε ἂν διαιρέσουμε τὸν ἀριθμητὴ διὰ τοῦ παρονομαστοῦ.

2. Πόσες δραχμὲς εἶναι τὰ $\frac{36}{10}$ τῆς δραχμῆς ;

3. Πόσοι πήχεις εἶναι τὰ $\frac{24}{8}$ τοῦ πήχεως ;

4. Πόσες ἀκέραιες μονάδες ἐκφράζει τὸ κλάσμα $\frac{15}{5}$;

5. Πόσες ἀκέραιες μονάδες καὶ πόσες κλασματικὲς περιέχει τὸ κλάσμα $\frac{15}{5}$;

6. Πῶς λέγεται ὁ ἀριθμὸς ποὺ ἐκφράζει καὶ ἀκέραιες καὶ κλασματικὲς μονάδες ;

7. Τρέψε σὲ ἀκεραίους τὰ κλάσματα $\frac{10}{2}$, $\frac{15}{3}$, $\frac{21}{7}$, $\frac{12}{2}$, $\frac{100}{25}$

8. Τρέψε σὲ μικτοὺς τὰ κλάσματα $\frac{9}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{49}{8}$, $\frac{24}{7}$, $\frac{83}{15}$.

9. Βγάλε τὶς ἀκέραιες μονάδες ἀπὸ τὰ κλάσματα :

α) $\frac{8}{2} =$ $\frac{25}{5} =$ $\frac{30}{10} =$ $\frac{100}{20} =$

β) $\frac{7}{2} =$ $\frac{9}{4} =$ $\frac{13}{4} =$ $\frac{25}{7} =$

γ) $\frac{122}{31} =$ $\frac{953}{12} =$ $\frac{389}{4} =$ $\frac{654}{13} =$

10. Πῶς γίνεται ἡ ἐξαγωγὴ τῶν ἀκεραίων μονάδων ἀπὸ τὰ καταχρηστικὰ κλάσματα ;

Διὰ νὰ βγάλουμε τὶς ἀκέραιες μονάδες ἀπὸ ἕνα κλάσμα καταχρηστικό, διαιροῦμε τὸν ἀριθμητὴ διὰ τοῦ παρονομαστοῦ. Τὸ πηλίκον εἶναι οἱ ἀκέραιες μονάδες καὶ τὸ ὑπόλοιπον οἱ κλασματικές.

7. Τροπὴ μικτῶν σὲ κλασματικοὺς

1. Πόσα ὄγδοα τοῦ πήχεως εἶναι οἱ $2\frac{1}{8}$ πήχεις ;

Εἶναι $\frac{8}{8}$ ὁ ἕνας καὶ $\frac{8}{8}$ ὁ ἄλλος $\frac{16}{8}$ καὶ $\frac{1}{8} = \frac{17}{8}$.

Αὐτὸ θὰ βρίσκαμε ἂν πολλαπλασιάζαμε τοὺς δύο ἀκεραίους πήχεις ἐπὶ τὸν παρονομαστὴ τοῦ κλάσματος καὶ εἰς τὸ γινόμενον αὐτὸ προσθέταμε καὶ τὸν ἀριθμητή. Δηλαδή :

$$\frac{8}{8} + \frac{8}{8} + \frac{1}{8} = \frac{(2 \times 8) + 1}{8} = \frac{17}{8}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

2. Τὰ $5\frac{3}{10}$ μέτρα, πόσα δέκατα τοῦ μέτρου εἶναι ;

3. $8\frac{1}{10}$ δραχμές, πόσα δέκατα εἶναι ;

4. $2\frac{2}{12}$ ἔτη, πόσοι μῆνες (δωδέκατα) εἶναι ;

5. Τρέψε σὲ κλασματικοὺς τοὺς μικτούς :

α) $3\frac{1}{2} =$ $4\frac{4}{5} =$ $7\frac{10}{15} =$

β) $135\frac{1}{2} =$ $243\frac{4}{5} =$ $315\frac{7}{8} =$

γ) $367\frac{135}{1000} =$ $164\frac{55}{556} =$ $119\frac{356}{854} =$

6. Σύγκρινε τοὺς ἀριθμοὺς $2\frac{1}{2}$ καὶ $\frac{5}{2}$ καὶ σημείωσε τί ἀξία ἔχουν ;

7. Τί σχέση ἔχουν οἱ ἀριθμοὶ $5\frac{7}{10}$ καὶ $\frac{57}{10}$;

8. Πῶς τρέπουμε ἕνα μικτὸ ἀριθμὸ σὲ ἰσοδύναμο κλασματικό ;

Διὰ νὰ τρέψουμε μικτὸ σὲ κλασματικό, πολλαπλασιάζουμε τὸν ἀκέραιο ἐπὶ τὸν παρονομαστὴ καὶ στὸ γινόμενο προσθέτουμε καὶ τὸν ἀριθμητή. Τὸ ἐξαγόμενο τὸ γράφουμε ἀριθμητὴ καὶ παρονομαστὴ ἀφίνουμε τὸν ἴδιο.

8. Ἰδιότητες τῶν κλασμάτων

α) Τί παθαίνει ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος ὅταν πολλαπλασιάσουμε τὸν ἀριθμητή του.

Ἔχουμε $\frac{2}{8}$ τοῦ πήχεως. Ἐὰν διπλασιάσουμε τὸν ἀριθμητὴ γίνεται τὸ κλάσμα $\frac{4}{8}$.

Τὰ $\frac{2}{8}$ τοῦ πήχεως εἶναι 2 ρούπια.

Τὰ $\frac{4}{8}$ τοῦ πήχεως εἶναι 4 ρούπια.

Ἀλλὰ ἀφοῦ τὰ 4 ρούπια εἶναι διπλᾶ ἀπὸ τὰ 2 καὶ τὰ $\frac{4}{8}$ εἶναι διπλάσια ἀπὸ τὰ $\frac{2}{8}$.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Δηλαδὴ θὰ εἶναι $\frac{4}{8} = \frac{2}{8} \times 2$.

1. Διπλασίασε τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος $\frac{2}{4}$, γράψε τὸ νέο κλάσμα καὶ σύγκρινε τὴν ἀξία του $\frac{2}{4}$. Τί παρατηρεῖς ;

2. Τριπλασίασε τὸν ἀριθμητὴ τοῦ $\frac{2}{4}$ καὶ κάμε τὴν ἴδια σύγκριση. Τί παρατηρεῖς ;

3. Δεκαπλασίασε τὸν ἀριθμητὴ τοῦ $\frac{1}{2}$ καὶ γράψε πόσες φορὲς μεγάλωσε ἡ ἀξία του ;

4. Τί παθαίνει ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος ἂν πολλαπλασιάσουμε τὸν ἀριθμητή του ;

Ἂν πολλαπλασιασθῇ ὁ ἀριθμητὴς ἑνὸς κλάσματος ἐπὶ ἕναν ἀριθμό, πολλαπλασιάζεται ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν αὐτόν.

β) Τί παθαίνει ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος ὅταν πολλαπλασιάσουμε τὸν παρονομαστή του.

Ἔχουμε τὸ κλάσμα $\frac{7}{10}$ τοῦ μέτρου, δηλαδὴ 70 πόντους.

Ἂν πολλαπλασιάσουμε τὸν παρονομαστή του ἐπὶ 10 θὰ ἔχουμε τὸ κλάσμα $\frac{7}{100}$ δηλαδὴ 7 πόντους.

Ἐπειδὴ ὅμως οἱ 7 πόντοι εἶναι 10 φορὲς ὀλιγώτεροι ἀπὸ τοὺς 70 πόντους, συμπεραίνουμε ὅτι καὶ τὸ κλάσμα $\frac{7}{100}$ εἶναι 10 φορὲς μικρότερο ἀπὸ τὸ $\frac{7}{10}$.

Δηλαδὴ θὰ εἶναι : $\frac{7}{100} = \frac{7}{10} : 10$.

1. Διπλασίασε τὸν παρονομαστὴ τοῦ κλάσματος $\frac{1}{2}$, γράψε τὸ νέο κλάσμα καὶ σύγκρινε τὴν ἀξία του μὲ τὸ $\frac{1}{2}$. Τί παρατηρεῖς ;

2. Τριπλασίασε τὸν παρονομαστὴ τοῦ κλάσματος $\frac{9}{3}$ καὶ κάμε τὴν ἴδια σύγκριση. Τί παρατηρεῖς ;

3. Δεκαπλασίασε τὸν παρονομαστὴ τοῦ κλάσματος $\frac{100}{10}$ καὶ σημείωσε πόσες φορὲς ἐλαττώθηκε ἡ ἀξία του ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

4. Τί παθαίνει ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος ἄν πολλαπλασιάσουμε τὸν παρονομαστή του ἐπὶ ἕναν ἀριθμό ;

Ἄν πολλαπλασιάσουμε τὸν παρονομαστὴ ἑνὸς κλάσματος ἐπὶ ἕναν ἀριθμό, διαιρεῖται ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος διὰ τοῦ ἀριθμοῦ αὐτοῦ.

γ) Τί παθαίνει ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος ὅταν πολλαπλασιάσουμε καὶ τοὺς δύο ὅρους του ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμό.

Ἔχουμε τὸ κλάσμα $\frac{2}{10}$ τοῦ μέτρου ποὺ σημαίνει 20 πόντους.

Ἐὰν δεκαπλασιάσουμε τοὺς ὅρους τοῦ $\frac{2}{10}$ θὰ ἔχουμε :

$$\frac{2 \times 10}{10 \times 10} = \frac{20}{100}$$

Ἀλλὰ τὸ $\frac{20}{100}$ εἶναι πάλι 20 πόντοι καὶ ἀπὸ αὐτὸ συμπεραίνουμε ὅτι :

$$\frac{2}{10} = \frac{2 \times 10}{10 \times 10} = \frac{20}{100}$$

1. Διπλασίασε τοὺς ὅρους τοῦ κλάσματος $\frac{1}{2}$ καὶ σύγκρινε τὴν ἀξία τοῦ νέου κλάσματος μὲ τὴν ἀξία τοῦ $\frac{1}{2}$. Τί παρατηρεῖς ;

$$\frac{1}{2} = \text{μισὸ}$$

$$\frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4} = \text{μισό.}$$

2. Πενταπλασίασε, δεκαπλασίασε τοὺς ὅρους τοῦ $\frac{1}{2}$ καὶ κάμε τὴν ἴδια σύγκριση. Τί παρατηρεῖς ;

Ἄν πολλαπλασιασθοῦν καὶ οἱ δύο ὅροι ἑνὸς κλάσματος ἐπὶ τὸν ἴδιον ἀριθμὸ ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος δὲν μεταβάλλεται.

δ) Τί παθαίνει ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος ὅταν διαιρέσουμε τὸν ἀριθμητή του.

Ἔχουμε τὸ κλάσμα $\frac{4}{8}$ τοῦ πήχεως.

Ἐὰν διαιρέσουμε τὸν ἀριθμητή του διὰ 2 θὰ ἔχουμε :

$$\frac{4 : 2}{8} = \frac{2}{8}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὰ $\frac{4}{8}$ εἶναι 4 ρούπια.

Τὰ $\frac{2}{8}$ εἶναι 2 ρούπια.

Ἀπὸ αὐτὸ συμπεραίνουμε ὅτι:

$$\frac{2}{8} = \frac{4}{8} : 2$$

1. Τοῦ κλάσματος $\frac{4}{8}$ διαίρεσε τὸν ἀριθμητὴ διὰ 2. Σύγκρινε τὴν ἀξία τοῦ νέου κλάσματος μὲ τὴν ἀξία τοῦ $\frac{4}{8}$. Τί παρατηρεῖς;

$$\frac{4}{8} = \text{μισὸ } \frac{4:2}{8} = \frac{2}{8} = \text{μισὸ τοῦ } \frac{4}{8}.$$

2. Τοῦ ἰδίου κλάσματος $\frac{4}{8}$ διαίρεσε τὸν ἀριθμητὴ διὰ 4 καὶ κάμε τὴν ἴδια σύγκριση. Τί παρατηρεῖς;

3. Τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος $\frac{10}{100}$ διαίρεσέ τον διὰ 10 καὶ γράψε πόσες φορὲς ἔγινε μικρότερη ἡ ἀξία του.

4. Τί παθαίνει ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος ὅταν διαιρέσουμε τὸν ἀριθμητή του;

Ἐὰν διαιρεθῇ ὁ ἀριθμητὴς ἑνὸς κλάσματος δι' ἑνὸς ἀριθμοῦ, ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος διαιρεῖται διὰ τοῦ ἀριθμοῦ αὐτοῦ.

ε) Τί παθαίνει ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος ὅταν διαιρέσουμε τὸν παρονομαστή του.

Ἔχουμε τὸ κλάσμα $\frac{6}{100}$ τοῦ μέτρου.

Ἐὰν διαιρέσουμε τὸν παρονομαστή του διὰ 10 θὰ ἔχουμε:

$$\frac{6}{100:10} = \frac{6}{10}$$

Τὰ $\frac{6}{100}$ εἶναι 6 πόντοι.

Τὰ $\frac{6}{10}$ εἶναι 60 πόντοι.

Ἀπὸ αὐτὸ συμπεραίνουμε ὅτι:

$$\frac{6}{100:10} = \frac{6}{10} = \frac{6}{100} \times 10.$$

1. Διαίρεσε τὸν παρονομαστὴ τοῦ κλάσματος $\frac{4}{8}$ διὰ 2

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

καὶ σύγκρινε τὴν ἀξία τοῦ νέου κλάσματος μὲ τὴν ἀξία τοῦ $\frac{4}{8}$. Τί ἔπαθε ;

$$\frac{4}{8} = \text{μισό. } \frac{4}{8:2} = \frac{4}{4} = \text{ὁλόκληρο.}$$

2. Διαίρεσε τὸν παρονομαστὴ τοῦ κλάσματος $\frac{10}{100}$ διὰ 10 καὶ κάμε τὴν ἴδια σύγκριση. Μίκρυνε ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος ἢ μεγάλωσε καὶ πόσες φορές ;

3. Διαίρεσε τὸν παρονομαστὴ τοῦ κλάσματος $\frac{5}{5}$ διὰ 5 καὶ σημείωσε πόσες φορὲς μεγάλωσε ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος ;

4. Τί παθαίνει ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος ἂν διαιρέσουμε τὸν παρονομαστή του ;

Ἂν διαιρεθῆ ὁ παρονομαστὴς ἑνὸς κλάσματος δι' ἑνὸς ἀριθμοῦ, ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος πολλαπλασιάζεται ἐπὶ τὸν ἀριθμὸ αὐτόν.

στ) Τί παθαίνει ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος ὅταν διαιρέσουμε καὶ τοὺς δύο ὅρους διὰ τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ.

Ἔχουμε τὸ κλάσμα $\frac{50}{100}$ τοῦ μέτρου.

Ἐὰν διαιρέσουμε τοὺς ὅρους του διὰ 10 θὰ ἔχουμε :

$$\frac{50:10}{100:10} = \frac{5}{10}$$

Ἀλλὰ τὰ $\frac{50}{100}$ εἶναι 50 πόντοι.

Καὶ τὰ $\frac{5}{10}$ εἶναι 50 πόντοι.

Ἀπὸ αὐτὸ συμπεραίνουμε ὅτι : $\frac{50}{100} = \frac{5}{10}$.

1. Διαίρεσε τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος $\frac{4}{8}$ διὰ 2 καὶ τὸν παρονομαστὴ διὰ δύο καὶ σύγκρινε τὴν ἀξία τοῦ νέου κλάσματος μὲ τὴν ἀξία τοῦ $\frac{4}{8}$. Τί παρατηρεῖς ;

$$\frac{4}{8} = \text{μισὸ} \qquad \frac{4:2}{8:2} = \frac{2}{4} = \text{μισό.}$$

2. Διαίρεσε τοὺς ὅρους τοῦ κλάσματος $\frac{60}{100}$ διὰ 10 καὶ κάμε τὴν ἴδια σύγκριση.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

3. Διαίρεσε τοὺς ὅρους τοῦ κλάσματος $\frac{10}{20}$ πρῶτα διὰ 2, ἔπειτα διὰ 5 καὶ τέλος διὰ 10 καὶ σύγκρινε τὰ 4 κλάσματα.

$\frac{10}{20}$ = μισὴ ἀκεραία μονάδα.

$\frac{10:2}{20:2}=\frac{5}{10}$ = μισὴ ἀκεραία μονάδα.

$\frac{10:5}{20:5}=\frac{2}{4}$ = » » »

$\frac{10:10}{20:10}=\frac{1}{2}$ = » » »

4. Τί παθαίνει ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος ὅταν διαιρέσουμε καὶ τοὺς δύο ὅρους του διὰ τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ;

Ἂν διαιρεθοῦν καὶ οἱ δύο ὅροι τοῦ κλάσματος διὰ τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ, ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος δὲν μεταβάλλεται.

9. Ἐφαρμογὲς τῶν ἰδιοτήτων τῶν κλασμάτων

α) Πῶς βρίσκουμε ἰσοδύναμα κλάσματα μὲ μικρότερους ὅρους.

(Ἁπλοποίηση)

1. Ἀπὸ τὸ κλάσμα $\frac{5}{10}$ νὰ βρῆς ἕνα ἄλλο ἰσοδύναμο (μὲ ἴση ἀξία) ἀλλὰ μὲ μικρότερους ὅρους.

τὰ $\frac{5}{10}$ εἶναι μισὴ ἀκεραία μονάδα.

τὸ $\frac{1}{2}$ εἶναι μισὴ ἀκεραία μονάδα.

Τὰ κλάσματα $\frac{5}{10}$ καὶ $\frac{1}{2}$ εἶναι ἰσοδύναμα.

Διὰ νὰ εὕρουμε ἀπὸ τὸ κλάσμα $\frac{5}{10}$ τὸ $\frac{1}{2}$ διαιροῦμε τοὺς ὅρους τοῦ $\frac{5}{10}$ διὰ 5 ὡς ἑξῆς: $\frac{5:5}{10:5}=\frac{1}{2}$. Ἡ ἐργασία αὐτὴ λέγεται ***ἁπλοποίηση*** τῶν κλασμάτων καὶ μᾶς χρησιμεύει νὰ βρίσκουμε κλάσματα μὲ τὴν ἴδια ἀξία ἀλλὰ μὲ μικρότερους ὅρους.

2. Ἀπὸ τὸ κλάσμα $\frac{25}{50}$ νὰ βρῆς ἄλλο ἰσοδύναμο μὲ μικρότερους ὅρους.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

3. Ἁπλοποίησε τὰ κλάσματα: $\frac{2}{4}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{8}{16}$, $\frac{10}{20}$ διὰ τοῦ 2.

4. » » » $\frac{3}{9}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{12}{24}$ διὰ τοῦ 3.

5. » » » $\frac{5}{10}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{50}{75}$, $\frac{75}{100}$ διὰ τοῦ 3.

6. » » » $\frac{3}{6}$, $\frac{7}{21}$, $\frac{12}{50}$, $\frac{50}{100}$, $\frac{156}{400}$.

7. Ποιὸς ἀριθμὸς διαιρεῖται διὰ τοῦ 2 ; Ποιὸς διὰ τοῦ 3 ; Ποιὸς διὰ τοῦ 4 ; Ποιὸς διὰ 5 ;

8. Διὰ τίνος ἀριθμοῦ ἁπλοποιοῦνται τὰ κλάσματα:

α) $\frac{2}{4}$, $\frac{16}{18}$, $\frac{6}{10}$; β) $\frac{3}{9}$, $\frac{12}{18}$, $\frac{3}{27}$;

γ) $\frac{10}{15}$, $\frac{5}{25}$, $\frac{15}{20}$; δ) $\frac{10}{100}$, $\frac{150}{1000}$, $\frac{100}{350}$,

Ἁπλοποίηση ἑνὸς κλάσματος λέγεται ἡ πράξη ποὺ κάνουμε διὰ νὰ εὕρουμε κλάσμα ἴσο μὲ αὐτό, ἀλλὰ μὲ μικροτέρους ὅρους. Ἁπλοποιοῦμε ἕνα κλάσμα ὅταν διαιρέσουμε ἀκριβῶς καὶ τοὺς δύο ὅρους του διὰ τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ καὶ στὴ θέση τῶν ὅρων γράψουμε τὰ πηλίκα τῆς διαιρέσεως αὐτῶν.

β) Πῶς βρίσκουμε ἰσοδύναμα κλάσματα μὲ μεγαλυτέρους ὅρους.

1. Νὰ τραποῦν σὲ ὁμώνυμα τὰ κλάσματα:

$$\frac{2}{3}, \quad \frac{5}{10}$$

Ἐὰν πολλαπλασιάσουμε καὶ τοὺς δύο ὅρους τοῦ πρώτου κλάσματος ἐπὶ τὸν παρονομαστὴ τοῦ δευτέρου θὰ ἔχουμε τὸ κλάσμα $\frac{2 \times 10}{3 \times 10} = \frac{20}{30}$. Τὸ ὁποῖον εἶναι ἰσοδύναμο μὲ τὸ $\frac{2}{3}$.

Ἐὰν πολλαπλασιάσουμε τοὺς ὅρους τοῦ δευτέρου κλάσματος $\frac{5}{10}$ ἐπὶ τὸν παρονομαστὴ τοῦ πρώτου θὰ ἔχουμε τὸ κλάσμα $\frac{5 \times 3}{10 \times 3} = \frac{15}{30}$, τὸ ὁποῖον εἶναι ἰσοδύναμο μὲ τὸ $\frac{5}{10}$.

Ἀντὶ τοῦ $\frac{2}{3}$ ἔχουμε τὸ $\frac{20}{30}$.

Ἀντὶ τοῦ $\frac{5}{10}$ ἔχουμε τὸ $\frac{15}{30}$.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὰ κλάσματα $\frac{20}{30}$ καὶ $\frac{15}{30}$ εἶναι ἰσοδύναμα μὲ τὰ κλάσματα $\frac{2}{3}$ καὶ $\frac{5}{10}$ ἀλλὰ ὁμώνυμα.

Διὰ νὰ τρέψουμε δύο ἑτερώνυμα κλάσματα σὲ ὁμώνυμα πολλαπλασιάζουμε κάθε ὅρο τοῦ πρώτου ἐπὶ τὸν παρονομαστὴ τοῦ δευτέρου καὶ κάθε ὅρο τοῦ δευτέρου ἐπὶ τὸν παρονομαστὴ τοῦ πρώτου.

2. Νὰ τραποῦν σὲ ὁμώνυμα τὰ κλάσματα $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$.

Πολλαπλασιάζουμε τοὺς ὅρους τοῦ πρώτου κλάσματος ἐπὶ τὸ γινόμενον τῶν παρονομαστῶν τῶν ἄλλων κλασμάτων. Ἔπειτα τοὺς ὅρους τοῦ δευτέρου ἐπὶ τὸ γινόμενον τῶν παρονομαστῶν τῶν ἄλλων δύο κλασμάτων πρώτου καὶ τρίτου καὶ τέλος τοὺς ὅρους τοῦ τρίτου ἐπὶ τὸ γινόμενον τῶν παρονομαστῶν τοῦ πρώτου καὶ τοῦ δευτέρου.

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{4}$$

$$\frac{1 \times (3 \times 4)}{2 \times (3 \times 4)} = \frac{12}{24} \qquad \frac{2 \times (2 \times 4)}{3 \times (2 \times 4)} = \frac{16}{24} \qquad \frac{3 \times (2 \times 3)}{4 \times (2 \times 3)} = \frac{18}{24}$$

$$\frac{12}{24} \quad \frac{16}{24} \quad \frac{18}{24}$$

Διὰ νὰ τρέψουμε πολλὰ κλάσματα ἑτερώνυμα σὲ ὁμώνυμα πολλαπλασιάζουμε κάθε ὅρο τοῦ κλάσματος ἐπὶ τὸ γινόμενον τῶν παρονομαστῶν ὅλων τῶν ἄλλων κλασμάτων.

3. Τρέψε σὲ ὁμώνυμα τὰ κλάσματα :

$\frac{2}{3}, \frac{3}{4} = -,-$ $\qquad$ $\frac{3}{8}, \frac{5}{6} = -,-$

$\frac{4}{7}, \frac{7}{10} = -,-$ $\qquad$ $\frac{15}{18}, \frac{6}{25} = -,-$

$\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{1}{2} = -,-,-$ $\qquad$ $\frac{7}{10}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2} = -,-,-$

$\frac{5}{10}, \frac{3}{5}, \frac{1}{3} = -,-,-$ $\qquad$ $\frac{2}{4}, \frac{1}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7} = -,-,-,-$

γ) Πῶς τρέπουμε ἑτερώνυμα σὲ ὁμώνυμα μὲ τὴ μέθοδο τοῦ ἐλαχίστου κοινοῦ πολλαπλασίου τῶν παρονομαστῶν.

1. Τί εἶναι ἐλάχιστο Κοινὸ Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) δύο ἢ περισσοτέρων ἀριθμῶν ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐλάχιστο Κοινὸ Πολλαπλάσιο δύο ἢ περισσοτέρων ἀρι-θμῶν εἶναι ὁ μικρότερος ἀπὸ τοὺς ἀριθμοὺς εἰς τοὺς ὁποίους οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ χωροῦν ἀκριβῶς.

Π.χ. Ε.Κ.Π. τῶν ἀριθμῶν 2, 4, 8, 16, εἶναι ὁ 16, διότι κα-νεὶς ἄλλος μικρότερος ἀπ' αὐτὸν δὲν διαιρεῖται ἀκριβῶς δι' ὅλων τῶν ἀριθμῶν αὐτῶν.

Ε.Κ.Π. τῶν ἀριθμῶν 3, 5, 10 εἶναι ὁ 30.

2. Πῶς βρίσκεται τὸ Ε.Κ.Π. δύο ἢ περισσοτέρων ἀριθμῶν

Διὰ νὰ εὕρουμε π.χ. τὸ Ε.Κ.Π. τῶν ἀριθμῶν 3, 5, 10 παίρ-νουμε τὸν μεγαλύτερον ἀπ' αὐτούς, τὸν 10, καὶ βλέπουμε ἂν τὸν διαιροῦν ἀκριβῶς οἱ ἄλλοι. Ἂν τὸν διαιροῦν τότε αὐτὸς εἶναι τὸ Ε.Κ.Π. Ἂν δὲν τὸν διαιροῦν τὸν διπλασιάζουμε και κάνομε τὴν ἴδια δοκιμή. Καὶ ἂν καὶ πάλιν δὲν τὸν διαιροῦν τὸν τριπλασιάζουμε ὥσπου νὰ βροῦμε ἀριθμὸ ποὺ νὰ διαιρῆ-ται δι' ὅλων ἀκριβῶς. Ἐδῶ τέτοιος ἀριθμὸς εἶναι ὁ 30. Ἄρα ἐλάχιστο κοινὸ πολλαπλάσιον τῶν ἀριθμῶν 3,5,10 εἶναι ὁ 30.

3. Τρέψε σὲ ὁμώνυμα τὰ κλάσματα $\frac{2}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ μὲ τὴ μέ-θοδο τοῦ Ε.Κ.Π. τῶν παρονομαστῶν.

α) Εὑρίσκω ὅτι τὸ Ε.Κ.Π. τῶν παρονομαστῶν 6, 3, 2 εἶναι τὸ 6.

β) Διαιρῶ τὸ Ε.Κ.Π. αὐτὸ διὰ τοῦ παρονομαστοῦ καθενὸς κλάσματος καὶ τὸ πηλίκον τῆς διαιρέσεως σημειώνω ἐπάνω ἀπὸ κάθε κλάσμα.

$$\frac{\overset{1}{\smile}\,2}{6},\quad \frac{\overset{2}{\smile}\,2}{3},\quad \frac{\overset{3}{\smile}\,1}{2}$$

γ) Πολλαπλασιάζω τοὺς ὅρους κάθε κλάσματος ἐπὶ τὸ πη-λίκον ποὺ ἔχω σημειώσει ἀπὸ πάνω του :

$$\frac{2}{6},\ \frac{4}{6},\ \frac{3}{6}$$

4. Τρέψετε σὲ ὁμώνυμα μὲ τὴ μέθοδο τοῦ Ε.Κ.Π. τὰ κλά-σματα :

α) $\frac{3}{5}, \frac{2}{7}, \frac{1}{10}$ γ) $\frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ ε) $\frac{4}{8}, \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{7}{9}$

β) $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{1}{2}$ δ) $\frac{1}{6}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{30}$ στ) $\frac{2}{3}, \frac{1}{8}, \frac{7}{9}, \frac{4}{15}$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

5. Ποιὸ ἀπὸ τὰ κλάσματα $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{6}{13}$ εἶναι μεγαλύτερο ;

6. Τὸ $\frac{4}{5}$ τῆς ὥρας εἶναι περισσότερο ἢ τὰ $\frac{3}{4}$;

7. Μιὰ μητέρα ἔδωκε στὰ τρία παιδιά της χρήματα. Στὸ πρῶτο ἔδωκε τὸ $\frac{1}{4}$ ἀπ' ὅσα εἶχε. Στὸ δεύτερο τὰ $\frac{25}{100}$ καὶ στὸ τρίτο τὰ $\frac{6}{24}$. Ποιὸ παιδὶ ἔλαβε περισσότερα ;

8. Τρεῖς ἀθληταὶ ἔκαμαν ἀγῶνα δρόμου. Ὁ πρῶτος διέτρεξε τὴν ἀπόσταση σὲ $\frac{3}{8}$ τῆς ὥρας. Ὁ δεύτερος σὲ $\frac{3}{5}$ καὶ ὁ τρίτος σὲ $\frac{4}{6}$ τῆς ὥρας. Ποιὸς ἦρθε πρῶτος ;

Διὰ νὰ τρέψουμε πολλὰ ἑτερώνυμα κλάσματα σὲ ὁμώνυμα μὲ τὴ μέθοδο τοῦ Ε.Κ.Π. τῶν παρονομαστῶν :

1. Εὑρίσκουμε τὸ Ε.Κ.Π. τῶν παρονομαστῶν.

2. Διαιροῦμε τὸ Ε.Κ.Π. διὰ τοῦ παρονομαστοῦ κάθε κλάσματος καὶ σημειώνουμε τὸ πηλίκον ἀπὸ πάνω ἀπὸ κάθε κλάσμα.

3. Πολλαπλασιάζουμε τοὺς ὅρους κάθε κλάσματος ἐπὶ τὸ πηλίκο ποὺ ἔχουμε σημειώσει ἀπὸ πάνω.

10. Πράξεις ἐπὶ τῶν κλασματικῶν ἀριθμῶν

α΄. Πρόσθεση

1. Πρόσθεση ὁμωνύμων κλασμάτων

1. Τὰ 2 ὄγδοα τοῦ πήχεως καὶ τὰ 3 ὄγδοα, πόσα ὄγδοα κάνουν ;

2. Τὰ 2 δέκατα καὶ τὰ 5 δέκατα τοῦ μέτρου, πόσα δέκατα κάνουν ;

3. Τὰ $\frac{2}{8}$ καὶ τὰ $\frac{3}{8}$, πόσα ὄγδοα κάνουν ;

4. Τὰ $\frac{2}{10}$ καὶ τὰ $\frac{5}{10}$, πόσα δέκατα κάνουν ;

5. Ἀπὸ ἕνα τόπι πανὶ ὁ ἔμπορος ἐπούλησε πρῶτα τὸ $\frac{1}{10}$, ἔπειτα τὰ $\frac{3}{10}$ καὶ κατόπιν τὰ $\frac{5}{10}$. Πόσο μέρος τοῦ πανιοῦ ἐπούλησε ;

6. Κάμε τὶς παρακάτω πράξεις. (Ἂν τὸ ἄθροισμα ποὺ θὰ βρῇς εἶναι κλάσμα καταχρηστικὸ νὰ τοῦ βγάλῃς τὶς ἀκέραιες

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μονάδες. Ἂν τὸ κλάσμα ἁπλοποιεῖται νὰ τὸ ἁπλοποιήσῃς).

α) $\frac{3}{10}+\frac{2}{10}=$, $\frac{1}{8}+\frac{3}{8}=$, $\frac{7}{8}+\frac{1}{8}=$, $\frac{3}{10}+\frac{2}{10}=$

β) $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}+\frac{4}{5}=$ $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=$

$\frac{7}{8}+\frac{3}{8}+\frac{2}{8}+\frac{5}{8}=$ $\frac{2}{25}+\frac{15}{25}+\frac{3}{25}+\frac{20}{25}=$

7. Τὸ πρωῒ ὁ Γιάννης ἔφαγε τὰ $\frac{6}{10}$ τοῦ πορτοκαλιοῦ. Τὸ μεσημέρι τὰ $\frac{2}{10}$ καὶ τὸ βράδυ τὰ $\frac{8}{10}$. Πόσα πορτοκάλια ἔφαγε σήμερα ὁ Γιάννης ;

Ἁπλοποίησε πρῶτα τοὺς προσθετέους διὰ δύο καὶ ὕστερα κάμε τὴν πρόσθεση καὶ τὴν ἐξαγωγὴ τῶν ἀκεραίων μονάδων.

Ἔπειτα πρόσθεσε τοὺς προσθετέους ὅπως εἶναι, βγάλε τὶς ἀκέραιες μονάδες καὶ ἁπλοποίησε τὸ κλάσμα διὰ δύο.

Σύγκρινε τὰ ἐξαγόμενα τῶν δύο λύσεων.

8. Πῶς προσθέτουμε ὁμώνυμα κλάσματα ;

Διὰ νὰ προσθέσουμε ὁμώνυμα κλάσματα προσθέτουμε τοὺς ἀριθμητάς των καὶ τὸ ἄθροισμα γράφουμε ἀριθμητή, παρονομαστὴ δὲ γράφουμε ἕναν ἀπὸ τοὺς ἰδίους παρονομαστάς.

2. Πρόσθεση ἑτερωνύμων κλασμάτων

1. Τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ πήχεως καὶ τὸ $\frac{1}{8}$ πόσο μέρος τοῦ πήχεως εἶναι; (ὑπολόγισέ το ἀπὸ μνήμης κάνοντας καὶ τὸ $\frac{1}{2}$ ὄγδοα. Ὕστερα ὑπολόγισέ το καὶ γραπτῶς).

2. Ὑπολόγισε ἀπὸ μνήμης πρῶτα καὶ ὕστερα γραπτῶς πόσα μέρη τοῦ πήχεως κάνουν τὸ $\frac{1}{2}$, τὸ $\frac{1}{8}$ καὶ τὸ $\frac{1}{4}$ αὐτοῦ.

3. Ἀπὸ ἕνα τόπι ὕφασμα ὁ ἔμπορος ἐπούλησε πρῶτα τὸ $\frac{1}{2}$ ὕστερα τὸ $\frac{1}{5}$ καὶ πιὸ ὕστερα τὰ $\frac{2}{10}$. Πόσο μέρος τοῦ ὑφάσματος πούλησε ὁ ἔμπορος καὶ τὶς τρεῖς φορὲς μαζί ;

4. Κάμε τὶς παρακάτω προσθέσεις :

α) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=$ $\frac{2}{5}+\frac{3}{6}=$ $\frac{3}{4}+\frac{7}{8}=$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

β) $\frac{1}{2}+\frac{3}{5}+\frac{1}{3}=$, $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}+\frac{4}{8}+\frac{3}{6}=$

$$\frac{1}{3}+\frac{3}{5}+\frac{2}{4}+\frac{2}{7}=$$

5. Ὁ Πέτρος νοίκιασε σήμερα ποδήλατο τρεῖς φορές. Τὴν πρώτη φορὰ τὸ κράτησε $\frac{3}{6}$ τῆς ὥρας, τὴ δεύτερη $\frac{1}{4}$ καὶ τὴν τρίτη $\frac{30}{60}$. Πόσες ὧρες ἔκαμε σήμερα ποδήλατο;

α) Κάμε τοὺς προσθετέους κλάσματα ὁμώνυμα μὲ τὴ μέθοδο τοῦ Ε.Κ.Π. τῶν παρονομαστῶν. Ὕστερα πρόσθεσε, βγάλε τὶς ἀκέραιες μονάδες ἀπὸ τὸ ἄθροισμα καὶ ἁπλοποίησε τὸ κλάσμα διὰ τοῦ 15.

β) Ἁπλοποίησε τοὺς προσθετέους, τὸν πρῶτον διὰ 2 καὶ τὸν τρίτον διὰ 30. Ὕστερα κάμε τὰ ἁπλοποιημένα κλάσματα ὁμώνυμα μὲ τὴ μέθοδο τοῦ Ε.Κ.Π. τῶν παρονομαστῶν καὶ πρόσθεσε.

γ) Σύγκρινε τὰ δύο ἐξαγόμενα καὶ σκέψου ποιὰ ἀπὸ τὶς δύο προσθέσεις ἔκαμες εὐκολώτερα.

6. Πῶς προσθέτουμε ἑτερώνυμα κλάσματα;

Διὰ νὰ προσθέσουμε ἑτερώνυμα κλάσματα τὰ τρέπουμε σὲ ὁμώνυμα καὶ τὰ προσθέτουμε ὅπως τὰ ὁμώνυμα.

3. Πρόσθεση μικτῶν μὲ κλάσματα ὁμώνυμα ἢ ἑτερώνυμα.

1. Μιὰ μαθήτρια ἔπλεξε χθὲς $3\frac{1}{8}$ πήχεις δαντέλλα καὶ σήμερα $2\frac{4}{8}$. Πόσους πήχεις ἔπλεξε καὶ τὶς δύο μέρες;

2. Μιὰ ἄλλη μαθήτρια ἔπλεξε χθὲς $3\frac{1}{8}$ πήχεις καὶ σήμερα $2\frac{2}{4}$. Πόσους πήχεις ἔπλεξε καὶ τὶς δύο μέρες;

3. Ἕνα παιδάκι ἔδωσε σὲ ἕνα φτωχὸ $5\frac{1}{2}$ δραχμὲς καὶ σ' ἕνα ἄλλο φτωχὸ $3\frac{2}{4}$. Πόσα ἔδωσε καὶ στοὺς δύο;

α) Πρόσθεσε χωριστὰ τοὺς ἀκεραίους καὶ χωριστὰ τὰ κλάσματα ἀφοῦ τὰ κάμης πρῶτα ὁμώνυμα καὶ ἕνωσε τὰ δύο ἀθροίσματα.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

β) Κάμε τοὺς μικτοὺς κλασματικούς, τοὺς κλασματικοὺς ὁμωνύμους, πρόσθεσέ τους καὶ βγάλε τὶς ἀκέραιες μονάδες.

γ) Σύγκρινε τὰ δύο ἐξαγόμενα καὶ γράψε ποιὸς τρόπος σοῦ φάνηκε καλύτερος καὶ γιατί.

4. Κάμε τὶς παρακάτω πράξεις :

α) $2\frac{1}{4} + 3\frac{2}{4} =$ β) $5\frac{1}{2} + 2\frac{2}{4} =$

$14\frac{1}{5} + 3\frac{2}{5} + 1\frac{4}{5} =$ $3\frac{1}{2} + 7\frac{2}{5} + 3\frac{2}{4} =$

$1\frac{3}{10} + 2\frac{8}{10} + \frac{2}{10} + 1\frac{5}{10} =$ $13\frac{3}{4} + \frac{4}{5} + 1\frac{1}{10} + 7\frac{3}{4} =$

5. Πῶς προσθέτουμε μικτούς ;

Διὰ νὰ προσθέσουμε μικτοὺς μὲ κλάσματα ὁμώνυμα προσθέτουμε πρῶτα τοὺς ἀκεραίους καὶ ὕστερα τὰ κλάσματα. Ἐὰν στὸ ἄθροισμα τῶν κλασμάτων ὑπάρχουν ἀκέραιες μονάδες, τὶς βγάζουμε καὶ τὶς προσθέτουμε στὶς ἀκέραιες. Ἂν τὰ κλάσματα τῶν μικτῶν εἶναι ἑτερώνυμα τὰ τρέπουμε σὲ ὁμώνυμα.

4. Προβλήματα προσθέσεως κλασμάτων

1. Ἕνα δοχεῖο ζυγίζει κενὸ $1\frac{1}{4}$ ὀκάδες. Μέσα ἔβαλαν $2\frac{1}{8}$ ὀκάδες βούτυρο. Πόσες ὀκάδες ζυγίζει τὸ δοχεῖο γεμάτο βούτυρο ;

2. Ἕνας παντοπώλης ἀγόρασε τὸ σαποῦνι $10\frac{1}{2}$ δραχμὲς τὴν ὀκά. Δικαιοῦται νὰ κερδίζῃ $2\frac{5}{10}$ τὴν ὀκά. Πόσο πρέπει νὰ πουλῇ τὴν ὀκά ;

3. Ἡ πέμπτη τάξη ἔχει τὸ ἀπόγευμα δύο μαθήματα. Τὸ πρῶτο διαρκεῖ $\frac{50}{60}$ τῆς ὥρας καὶ τὸ δεύτερο $\frac{45}{60}$ τῆς ὥρας. Πόση ὥρα ἐργάζεται τὸ ἀπόγευμα ἡ Πέμπτη τάξη ;

4. Ἀγοράσαμε $3\frac{1}{2}$ πήχεις ὕφασμα δι' ἕνα ὑποκάμισο, ἀλλὰ δὲν ἔφτασε καὶ πήραμε ἀκόμη $\frac{6}{8}$. Πόσο ὕφασμα χρειάσθηκε;

5. Ἕνας γαλακτοπώλης πούλησε τὴ Δευτέρα $71\frac{3}{8}$ ὀκάδες

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γάλα, τὴν Τρίτη 51 $\frac{4}{5}$ καὶ τὴν Τετάρτη 45 $\frac{3}{4}$. Πόσο γάλα πούλησε τὶς τρεῖς ἡμέρες;

6. Ἕνα ξενοδοχεῖο φαγητοῦ διέθεσε στοὺς πελάτες του μιὰ ἡμέρα 5 $\frac{1}{2}$ ὀκάδες ροδάκινα, 3 $\frac{2}{5}$ ὀκάδες ἀχλάδια καὶ 4 $\frac{5}{8}$ ὀκάδες σταφύλια. Πόσες ὀκάδες φροῦτα ἐπούλησε αὐτὴ τὴν ἡμέρα αὐτὸ τὸ ξενοδοχεῖο;

7. Ἕνας οἰκογενειάρχης ἐξόδεψε τὸν πρῶτο μῆνα 4 $\frac{2}{8}$ ὀκάδες λάδι. Τὸν δεύτερο 5 $\frac{1}{2}$ καὶ τὸν τρίτο 5 $\frac{3}{8}$. Πόσο λάδι χρησιμοποίησε καὶ τοὺς τρεῖς μῆνες;

8. Ἡ ἀπόσταση ἀπὸ τὰς Ἀθήνας ὡς τὴν Κόρινθο εἶναι 80 $\frac{1}{2}$ χιλιόμετρα. Ἀπὸ τὴν Κόρινθο ὡς τὴν Τρίπολη εἶναι 102 $\frac{1}{2}$ καὶ ἀπὸ τὴν Τρίπολη ὡς τὴ Σπάρτη 62 $\frac{3}{4}$ χιλιόμετρα. Πόσα χιλιόμετρα εἶναι ἡ ἀπόσταση ἀπὸ τὰς Ἀθήνας ὡς τὴ Σπάρτη;

9. Ὁ κῆπος τοῦ σχολείου εἶναι μοιρασμένος σὲ 6 διαμερίσματα, ἕνα γιὰ τὴν κάθε τάξη. Τὸ τμῆμα τῆς α΄ τάξεως εἶναι 12 $\frac{1}{2}$ τετραγ. μέτρα, τῆς β΄ 15 $\frac{1}{4}$, τῆς γ΄ 16 $\frac{3}{8}$, τῆς δ΄ 18 $\frac{4}{10}$, τῆς ε΄ 20 $\frac{4}{6}$ καὶ τῆς στ΄ 20 $\frac{1}{3}$. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι ὁλόκληρος ὁ σχολικὸς κῆπος;

10. Μία οἰκογένεια δαπανᾶ κάθε μέρα γιὰ νὰ ἀγοράση τὸ ψωμὶ 12 $\frac{4}{10}$ δραχμές, γιὰ νὰ ἀγοράση φαγητὸ 22 $\frac{1}{2}$ δραχμὲς καὶ γιὰ νὰ ἀγοράση κάρβουνα 2 $\frac{3}{4}$ δραχμές. Πόσες δραχμὲς δαπανᾶ αὐτὴ ἡ οἰκογένεια τὴν ἡμέρα γιὰ τὴν τροφή της;

β΄. Ἀφαίρεση

1. Ἀφαίρεση ὁμωνύμων κλασμάτων

1. Ὁ Πέτρος εἶχε $\frac{6}{10}$ τῆς δραχμῆς καὶ χάρισε στὸ Νῖκο τὰ $\frac{4}{8}$. Πόσα τοῦ ἔμειναν;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

2. Ἀπὸ τὸ σπίτι τοῦ Γιάννη ὡς τὸ σχολεῖο εἶναι $\frac{20}{60}$ τῆς ὥρας. Ὁ Γιάννης ἔχει περπατήσει $\frac{14}{60}$ τῆς ὥρας. Πόσα τοῦ μένουν ἀκόμα ;

3. Κάμε αὐτὲς τὶς ἀφαιρέσεις :

α) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$ $\frac{12}{60} - \frac{7}{60} =$ $\frac{15}{20} - \frac{3}{20} =$

β) $\frac{35}{70} - \frac{7}{70} =$ $\frac{50}{100} - \frac{6}{100} =$ $\frac{12}{15} - \frac{3}{15} =$

γ) $\frac{10}{2} - \frac{1}{2} =$ $\frac{25}{4} - \frac{3}{4} =$ $\frac{12}{10} - \frac{3}{10} =$

4. Πῶς ἀφαιροῦμε ὁμώνυμα κλάσματα ;

Διὰ νὰ ἀφαιρέσουμε ὁμώνυμα κλάσματα ἀφαιροῦμε τὸν ἀριθμητὴ τοῦ ἀφαιρετέου ἀπὸ τὸν ἀριθμητὴ τοῦ μειωτέου καὶ τὸ ὑπόλοιπο γράφουμε ἀριθμητή, παρονομαστὴ δὲ γράφουμε τὸν ἴδιον.

2. Ἀφαίρεση ἑτερωνύμων κλασμάτων

1. Ἀπὸ τὰ $\frac{3}{5}$ τῆς ὀκᾶς ζάχαρη ποὺ εἶχε ἡ μητέρα τῆς Μαρίας χρησιμοποίησε τὰ $\frac{6}{20}$. Πόση ζάχαρη τῆς ἔμεινε ;

Πρέπει νὰ ἀφαιρέσουμε τὰ $\frac{6}{20}$ ποὺ χρησιμοποίησε ἀπὸ τὰ $\frac{3}{5}$ τῆς ὀκᾶς ποὺ εἶχε.

$$\frac{3}{5} - \frac{6}{20} =$$

Διὰ νὰ γίνη ὅμως αὐτὴ ἡ ἀφαίρεση πρέπει νὰ τρέψουμε τὰ ἑτερώνυμα κλάσματα σὲ ὁμώνυμα :

$$\frac{3}{5} - \frac{6}{20} = \frac{60}{100} - \frac{30}{100} = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

2. Ἡ Γεωργία εἶχε μιὰ κορδέλλα $\frac{7}{8}$ τοῦ πήχεως. Ἀπὸ αὐτὴ ἔδωσε στὴν ἀδελφή της τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ πήχεως. Πόση τῆς ἔμεινε ;

3. Κάμε τὶς παρακάτω ἀφαιρέσεις :

α) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$ $\frac{14}{20} - \frac{2}{5} =$ $\frac{25}{50} - \frac{39}{100} =$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

β) $\frac{65}{100} - \frac{1}{2} =$ $\frac{39}{48} - \frac{7}{8} =$ $\frac{132}{100} - \frac{4}{19} =$

γ) $\frac{15}{2} - \frac{3}{4} =$ $\frac{7}{3} - \frac{5}{8} =$ $\frac{165}{2} - \frac{3}{5} =$

4. Πῶς ἀφαιροῦμε ἑτερώνυμα κλάσματα ;

Διὰ νὰ ἀφαιρέσουμε ἑτερώνυμα κλάσματα τὰ τρέπουμε πρῶτα σὲ ὁμώνυμα καὶ κάνουμε τὴν ἀφαίρεση ὅπως στὰ ὁμώνυμα.

3. Ἀφαίρεση κλάσματος ἀπὸ ἀκέραιο

1. Ὁ Κώστας εἶχε δύο μανταρίνια καὶ ἀπὸ αὐτὰ ἔδωκε τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ μανταρινιοῦ στὸν Γιάννη. Πόσα τοῦ ἔμειναν ;

$$2 - \frac{3}{4} = \frac{8}{4} - \frac{3}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

$$2 - \frac{3}{4} = 1\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = 1\frac{1}{4}$$

2. Ἀπὸ 20 πήχεις κορδέλλα ἡ Νίκη ἔκοψε $\frac{7}{8}$ τοῦ πήχεως. Πόση κορδέλλα τῆς ἔμεινε ;

3. Ἡ Μαίρη ἀγόρασε 4 μέτρα ὕφασμα καὶ τὸ ἔδωσε στὴ ράπτρια νὰ τῆς κάνη ἕνα φόρεμα. Μαζὶ μὲ τὸ φόρεμα τῆς ἐπέστρεψε ἡ ράπτρια καὶ $\frac{3}{4}$ τοῦ μέτρου ὕφασμα. Μὲ πόσο ὕφασμα ἔγινε τὸ φόρεμα τῆς Μαίρης ;

4. Ὁ πατέρας τοῦ Νίκου ἀγόρασε ἕνα σακκὶ ἀλεύρι ποὺ ζύγιζε 50 ὀκάδες καὶ τὸ φόρτωσε στὸ καρροτσάκι νὰ τὸ στείλη στὸ σπίτι. Ἕνα καρφὶ ὅμως ἔσχισε τὸ σακκὶ καὶ χύθηκε λίγο ἀλεύρι. Αὐτὸ τὸ μάζεψαν καὶ τὸ ζύγισαν καὶ ἦταν $\frac{7}{8}$ τῆς ὀκᾶς. Πόσο ἀλεύρι ἔμεινε στὸ σακκί ;

α) Κάμε τὸ 50 κλάσμα μὲ ὅποιον παρονομαστὴ σὲ συμφέρει. Ἀφαίρεσε ἀπὸ τὸ κλάσμα αὐτὸ τὰ $\frac{7}{8}$ καὶ ἀπὸ τὸ ὑπόλοιπο βγάλε τὶς ἀκέραιες μονάδες.

β) Πάρε μιὰ ἀκέραια μονάδα ἀπὸ τὸ 50 καὶ κάμε την κλάσμα μὲ ὅποιον παρονομαστὴ σὲ συμφέρει καὶ ἀπὸ τὸν μικτὸ ἀριθμὸ ποὺ θὰ γίνη ἀφαίρεσε τὰ $\frac{7}{8}$. Ὁ ἀφαιρετέος $\frac{7}{8}$ θὰ ἀφαι-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ρεθῆ ἀπὸ τὸ κλάσμα τοῦ μειωτέου. Ὁ ἀκέραιος θὰ μείνη ὁ ἴδιος.

γ) Σύγκρινε τὰ δύο ἐξαγόμενα καὶ σημείωσε ποιὸς τρόπος σοῦ φαίνεται εὐκολώτερος καὶ γιατί ;

5. Κάμε τὶς ἀφαιρέσεις :

α) $15 - \frac{2}{3} =$ $\quad 29 - \frac{4}{5} =$ $\quad 1000 - \frac{2}{4} =$

β) $4 - \frac{2}{8} =$ $\quad 564 - \frac{1}{3} =$ $\quad 1673 - \frac{5}{49} =$

γ) $14456 - \frac{4}{18} =$ $\quad 7543 - \frac{100}{400} =$ $\quad 37500 - \frac{1}{17} =$

6. Πῶς ἀφαιροῦμε κλάσμα ἀπὸ ἀκέραιον ;

Διὰ νὰ ἀφαιρέσουμε κλάσμα ἀπὸ ἀκέραιον ἢ κάνουμε ὁλόκληρο τὸν ἀκέραιο κλασματικὸ μὲ παρονομαστὴ τὸν ἴδιο ποὺ ἔχει καὶ ὁ ἀφαιρετέος καὶ ἀφαιροῦμε ὅπως τὰ ὁμώνυμα κλάσματα, ἢ κάνουμε τὸν ἀκέραιο μικτό, δηλαδὴ παίρνουμε μιὰ μόνο ἀκεραία μονάδα ἀπ' αὐτόν, τὴν κάνουμε κλάσμα μὲ παρονομαστὴ ἴδιο μὲ τὸν παρονομαστὴ τοῦ ἀφαιρετέου καὶ τὴν γράφουμε δίπλα στὸν ἀκέραιο καὶ ἔπειτα ἀφαιροῦμε κλάσμα ἀπὸ κλάσμα, ὁ ἀκέραιος δὲ μένει ὁ ἴδιος.

4. Ἀφαίρεση μικτοῦ ἀπὸ ἀκέραιο

1. Ἡ μητέρα τῆς Ἑλένης καὶ τῆς Μαρίας ἀγόρασε 10 πήχεις ὕφασμα γιὰ νὰ τοὺς κάνη ποδιές. Τῆς Ἑλένης ἡ ποδιὰ χρειάσθηκε $5\frac{6}{8}$ πήχεις. Πόσο ὕφασμα ἔμεινε γιὰ τὴ Μαρία ;

2. Ποιὸν ἀριθμὸ πρέπει νὰ προσθέσης στὸν $15\frac{1}{2}$ γιὰ νὰ κάμης τὸν ἀριθμὸ 40 ;

3. Ὁ πατέρας τοῦ Βασιλάκη εἶχε δυὸ παιδιά. Τὸν Βασιλάκη καὶ τὸν Κωστάκη. Μιὰ μέρα τοὺς ἔδωσε 10 μανταρίνια καὶ εἶπε νὰ πάρη ὁ Βασιλάκης ποὺ εἶναι μεγαλύτερος τὰ $6\frac{3}{4}$. Πόσα θὰ πάρη ὁ Κωστάκης ;

α) Κάμε τὸ 10 κλάσμα καὶ τὸν μικτὸ κλάσμα καὶ ἀφαίρεσε. Ἔπειτα βγάλε τὶς ἀκέραιες μονάδες ἀπὸ τὸ ὑπόλοιπο.

β) Ἀπὸ τὸ 10 πάρε μιὰ ἀκεραία μονάδα, κάμε την τέταρτα καὶ γράψε στὴ θέση τοῦ 10 τὸν ἰσοδύναμο μικτό. Ὕστερα ἀφαίρεσε κλάσμα ἀπὸ κλάσμα καὶ ἀκέραιο ἀπὸ ἀκέραιο.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γ) Σύγκρινε τὰ ἐξαγόμενα καὶ ἂν εἶναι ἴδια σημείωσε ποιὸς τρόπος ἀπὸ τοὺς δυὸ σοῦ φαίνεται εὐκολώτερος.

4. Κάμε τὶς ἀφαιρέσεις :

α) $100 - 2\frac{1}{3} =$ $\quad 375 - 142\frac{7}{20} =$ $\quad 500 - 374\frac{1}{2} =$

β) $653 - 159\frac{1}{2} =$ $\quad 1075 - 127\frac{7}{9} =$ $\quad 1000 - 675\frac{3}{8} =$

5. Πῶς ἀφαιροῦμε μικτὸν ἀπὸ ἀκέραιο ;

Διὰ νὰ ἀφαιρέσουμε μικτὸν ἀπὸ ἀκέραιον ἢ κάνουμε καὶ τὸν ἀκέραιο καὶ τὸν μικτὸ κλάσματα ὁμώνυμα καὶ ἀφαιροῦμε ὅπως τὰ ὁμώνυμα κλάσματα ἢ κάνουμε τὸν ἀκέραιο μειωτέο μικτὸ τρέποντας μιὰ ἀκεραία μονάδα του σὲ κλάσμα μὲ παρονομαστὴ ἴδιον μὲ τὸν παρονομαστὴ τοῦ ἀφαιρετέου καὶ κατόπιν ἀφαιροῦμε κλάσμα ἀπὸ κλάσμα καὶ ἀκέραιο ἀπὸ ἀκέραιο.

5. Ἀφαίρεση μικτοῦ ἀπὸ μικτὸ μὲ κλάσματα ὁμώνυμα

Περίπτωση 1η : (Ὅταν τὸ κλάσμα τοῦ ἀφαιρετέου εἶναι μικρότερο ἀπὸ τὸ κλάσμα τοῦ μειωτέου).

1. Τοῦ Γιωργάκη τὸ ἀνάστημα ἔχει ὕψος $1\frac{40}{100}$ τοῦ μέτρου. Τοῦ Δημητράκη $1\frac{25}{100}$. Πόσο εἶναι ψηλότερος ὁ Γιωργάκης ;

2. Ἕνας ἔμπορος εἶχε ἕνα τόπι ὕφασμα $12\frac{5}{8}$ πήχεις καὶ ἀπὸ αὐτὸ πούλησε στὴ μητέρα τῆς Μαρίας $5\frac{2}{8}$ πήχεις. Πόσο τοῦ ἔμεινε ;

3. Ποιὸν ἀριθμὸ πρέπει νὰ προσθέσῃς στὸν $14\frac{7}{15}$ γιὰ νὰ κάμῃς τὸν ἀριθμὸ $73\frac{11}{115}$;

4. Κάμε αὐτὲς τὶς πράξεις :

α) $55\frac{10}{12} - 17\frac{4}{12} =$ $\quad 77\frac{5}{8} - 63\frac{4}{8} =$

β) $65\frac{107}{113} - 59\frac{81}{113} =$ $\quad 564\frac{2}{4} - 319\frac{1}{4} =$

5. Πῶς ἀφαιροῦμε μικτὸν ἀπὸ μικτόν, ὅταν ὁ ἀριθμητὴς τοῦ κλάσματος τοῦ ἀφαιρετέου εἶναι μικρότερος ἀπὸ τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος τοῦ μειωτέου ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Διὰ νὰ ἀφαιρέσουμε μικτὸν ἀπὸ μικτὸν ὅταν ὁ ἀριθμητὴς τοῦ κλάσματος τοῦ ἀφαιρετέου εἶναι μικρότερος ἀπὸ τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος τοῦ μειωτέου καὶ τὰ κλάσματα ὁμώνυμα, ἀφαιροῦμε κλάσμα ἀπὸ κλάσμα καὶ ἀκέραιο ἀπὸ ἀκέραιο.

Περίπτωση 2η : (Ὅταν τὸ κλάσμα τοῦ ἀφαιρετέου εἶναι μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ κλάσμα τοῦ μειωτέου).

1. Ὁ Μίμης ζυγίστηκε τὴν πρώτη τοῦ μηνὸς καὶ ἦταν $26\frac{3}{4}$ ὀκάδες, ζυγίστηκε καὶ στὸ τέλος τοῦ μηνὸς καὶ ἦταν $27\frac{1}{4}$ ὀκάδες. Πόσο βάρος πῆρε ὁ Μίμης αὐτὸ τὸ μῆνα ;

$$\left(27\frac{1}{4} - 26\frac{3}{4}\right) = \left(26\frac{5}{4} - 26\frac{3}{4}\right) = \frac{2}{4}$$

2. Ὁ Γιάννης πηδάει ἅλμα εἰς μῆκος $2\frac{20}{100}$ μέτρα καὶ ὁ Βασίλης $1\frac{95}{100}$. Πόσο πηδάει περισσότερο ὁ Γιάννης ;

3. Πόσο εἶναι μεγαλύτερος ὁ ἀριθμὸς $149\frac{12}{41}$ ἀπὸ τὸν $79\frac{14}{41}$;

4. Κάμε τὶς ἀφαιρέσεις :

α) $3\frac{4}{10} - 1\frac{5}{10} =$ $\qquad 14\frac{2}{8} - 6\frac{7}{8} =$

β) $145\frac{1}{4} - 94\frac{3}{4} =$ $\qquad 64\frac{3}{15} - 12\frac{7}{15} =$

γ) $73\frac{7}{20} - 50\frac{15}{20} =$ $\qquad 1148\frac{7}{50} - 64\frac{45}{50} =$

5. Πῶς ἀφαιροῦμε μικτὸν ἀπὸ μικτὸν ὅταν ὁ ἀριθμητὴς τοῦ ἀφαιρετέου εἶναι μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν ἀριθμητὴ τοῦ μειωτέου ;

Διὰ νὰ ἀφαιρέσουμε μικτὸν ἀπὸ μικτὸν ὅταν τὰ κλάσματα εἶναι ὁμώνυμα καὶ ὁ ἀριθμητὴς τοῦ κλάσματος τοῦ ἀφαιρετέου δὲν ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος τοῦ μειωτέου, τρέπουμε μιὰ ἀκεραία μονάδα ἀπὸ τὸν ἀκέραιο τοῦ μειωτέου σὲ κλάσμα μὲ τὸν ἴδιο παρονομαστὴ καὶ τὴν προσθέτουμε στὸ κλάσμα τοῦ μειωτέου. Τότε ἀφαιροῦμε κλάσμα ἀπὸ κλάσμα καὶ ἀκέραιο ἀπὸ ἀκέραιο.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

6. Ἀφαίρεση μικτοῦ ἀπὸ μικτὸ μὲ κλάσματα ἑτερώνυμα

Περίπτωση 1η : (Ὅταν μετὰ τὴν τροπὴ τοῦ ἑτερωνύμου κλάσματος σὲ ὁμώνυμα ὁ ἀριθμητὴς τοῦ ἀφαιρετέου ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὸν ἀριθμητὴ τοῦ μειωτέου).

1. Ὁ πατέρας τοῦ Στάθη ἀγόρασε ἕνα δοχεῖο λάδι καὶ ἦταν μαζὶ μὲ τὸ δοχεῖο $15\frac{1}{4}$ ὀκάδες. Τὸ ἀπόβαρο τοῦ δοχείου ἦταν $1\frac{1}{8}$ ὀκάδες. Πόσο καθαρὸ λάδι ἀγόρασε ;

$$\left(15\frac{1}{4} - 1\frac{1}{8}\right) = \left(15\frac{8}{32} - 1\frac{4}{32}\right) = 14\frac{4}{32} = 14\frac{1}{8}$$

$$\left(15\frac{1}{4} - 1\frac{1}{8}\right) = \left(\frac{61}{4} - \frac{9}{8}\right) = \left(\frac{488}{32} - \frac{36}{32}\right) =$$

$$\frac{452}{32} = 14\frac{4}{32} = 14\frac{1}{8}$$

2. Ἡ Καίτη εἶναι $25\frac{1}{2}$ ὀκάδες, ἡ Κορνηλία εἶναι $24\frac{2}{8}$. Πόσο εἶναι βαρύτερη ἡ Καίτη ;

3. Ποιὸν ἀριθμὸ πρέπει νὰ προσθέσης στὸν $95\frac{2}{10}$ γιὰ νὰ κάμης τὸν ἀριθμὸ $148\frac{5}{8}$;

Περίπτωση 2η : (Ὅταν μετὰ τὴν τροπὴ τῶν ἑτερωνύμων κλασμάτων σὲ ὁμώνυμα ὁ ἀριθμητὴς τοῦ ἀφαιρετέου δὲν ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὸν ἀριθμητὴ τοῦ μειωτέου).

1. Ὁ πατέρας τοῦ Πάνου εἶναι ἔμπορος. Μιὰ μέρα ἐπούλησε $142\frac{5}{8}$ πήχεις ὕφασμα. Τὴν ἑπομένη μέρα ἐπούλησε $154\frac{1}{2}$. Πόσες ἐπούλησε περισσότερες τὴ δεύτερη μέρα ;

α) $154\frac{8}{16} - 142\frac{10}{16} = 153\frac{24}{16} - 142\frac{10}{16} = 11\frac{14}{16} = 11\frac{7}{8}$

β) $154\frac{1}{2} - 142\frac{5}{8} = \frac{309}{2} - \frac{1141}{8} = \frac{2472}{16} - \frac{2282}{16} =$

$$= \frac{190}{16} = 11\frac{14}{16} = 11\frac{7}{8}.$$

2. Ἡ Ἑλένη ἔλυσε τὰ προβλήματά της σὲ $1\frac{1}{2}$ ὧρες. Ἡ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἰωάννα σὲ $2\frac{1}{8}$. Πόση ὥρα χρειάσθηκε περισσότερο ἡ Ἰωάννα;

3. Ἡ αἴθουσα τῆς τάξεώς μας ἔχει μῆκος $12\frac{40}{100}$ καὶ πλάτος $7\frac{1}{2}$. Πόσο πλάτος ἔπρεπε νὰ εἶχε ἀκόμη γιὰ νὰ εἶχε πλάτος ἴσο μὲ τὸ μῆκος;

4. Πῶς ἀφαιροῦμε μικτοὺς μὲ κλάσματα ἑτερώνυμα;

Διὰ νὰ ἀφαιρέσουμε μικτοὺς μὲ κλάσματα ἑτερώνυμα τρέπουμε πρῶτα τὰ κλάσματα σὲ ὁμώνυμα καὶ ἂν ὁ ἀριθμητὴς τοῦ ἀφαιρετέου ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὸν ἀριθμητὴ τοῦ μειωτέου, ἀφαιροῦμε κλάσμα ἀπὸ κλάσμα καὶ ἀκέραιον ἀπὸ ἀκέραιο. Ἂν δὲν ἀφαιρεῖται τρέπουμε μιὰν ἀκεραία μονάδα ἀπὸ τὸν ἀκέραιο τοῦ μειωτέου σὲ κλάσμα μὲ τὸν ἴδιο παρονομαστὴ καὶ τὴν προσθέτουμε στὸ κλάσμα τοῦ μειωτέου καὶ ἀφαιροῦμε ἀκέραιο ἀπὸ ἀκέραιο καὶ κλάσμα ἀπὸ κλάσμα.

(Μποροῦμε νὰ τρέψουμε τοὺς μικτοὺς σὲ κλασματικούς, τοὺς ἑτερωνύμους κλασματικοὺς σὲ ὁμωνύμους, νὰ ἀφαιρέσουμε ὅπως κλάσμα ἀπὸ κλάσμα καὶ ἀπὸ τὸ ὑπόλοιπο νὰ βγάλουμε τὶς ἀκέραιες μονάδες, ἀλλὰ τὸν τρόπο αὐτὸ δὲν τὸν προτιμοῦμε ὅταν οἱ ἀριθμοὶ εἶναι μεγάλοι).

5. Κάμε τὶς παρακάτω πράξεις:

α) $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} =$	$\frac{10}{20} - \frac{5}{20} =$	$\frac{18}{30} -$	$\frac{5}{30} =$
β) $\frac{5}{8} - \frac{2}{4} =$	$\frac{3}{4} - \frac{1}{19} =$	$\frac{3}{25} -$	$\frac{8}{100} =$
γ) $10 - \frac{2}{3} =$	$35 - \frac{2}{10} =$	$17685 -$	$\frac{164}{548} =$
δ) $15 - 2\frac{1}{3} =$	$100 - 7\frac{3}{4} =$	$18759 =$	$1784\frac{35}{87} =$
ε) $4\frac{5}{10} - 2\frac{3}{10} =$	$15\frac{10}{12} - 3\frac{8}{12} =$	$1673\frac{35}{50} -$	$987\frac{22}{50} =$
στ) $10\frac{1}{2} - 7\frac{4}{10} =$	$6\frac{3}{4} - 2\frac{1}{2} =$	$7584\frac{8}{12} -$	$3006\frac{2}{10} =$
ζ) $4\frac{5}{10} - 2\frac{6}{10} =$	$15\frac{10}{12} - 3\frac{11}{12} =$	$1673\frac{35}{50} -$	$987\frac{42}{50} =$
η) $7\frac{5}{8} - 3\frac{9}{10} =$	$15\frac{5}{10} - 2\frac{3}{4} =$	$19764\frac{42}{75} -$	$6735\frac{64}{73} =$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

7. Προβλήματα προσθέσεως καὶ ἀφαιρέσεως κλασμάτων

1. Τὸ ἄθροισμα δύο ἀριθμῶν εἶναι $8\frac{1}{3}$ καὶ ὁ ἕνας ἀπ' αὐτοὺς εἶναι $\frac{4}{5}$. Ποιὸς εἶναι ὁ ἄλλος ;

2. Ποιὸν ἀριθμὸ πρέπει νὰ προσθέσουμε στὸν $5\frac{8}{9}$ γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ἀριθμὸ $23\frac{1}{2}$;

3. Ποιὸν ἀριθμὸ πρέπει νὰ ἀφαιρέσουμε ἀπὸ τὸν $35\frac{3}{5}$ γιὰ νὰ βροῦμε ὑπόλοιπο $7\frac{1}{2}$;

4. Τὸ ἄθροισμα τριῶν κλασμάτων εἶναι $\frac{15}{20}$. Τὸ ἕνα ἀπ' αὐτὰ εἶναι $\frac{1}{5}$, τὸ ἄλλο $\frac{2}{10}$. Ποιὸ εἶναι τὸ τρίτο ;

5. Ἕνας πεζοπόρος σὲ μιὰ ὥρα διέτρεξε $6\frac{3}{4}$ χιλιόμετρα. Ἕνας ποδηλάτης διέτρεξε σὲ μιὰ ὥρα $15\frac{1}{2}$ χιλιόμετρα. Πόσα χιλιόμετρα διέτρεξε περισσότερα ὁ ποδηλάτης ;

6. Ἕνας ἐργάτης ἔσκαψε τὴν πρώτη μέρα τὸ $\frac{1}{3}$ τοῦ κήπου, τὴ δεύτερη τὰ $\frac{4}{10}$ καὶ τὴν τρίτη τὸ ὑπόλοιπο. Πόσο μέρος τοῦ κήπου ἔσκαψε τὴν τρίτη μέρα ;

7. Τρεῖς καρραγωγεῖς συμφώνησαν νὰ μεταφέρουν 10.000 ὀκάδες σιτάρι. Ὁ πρῶτος μετέφερε $3.332\frac{1}{2}$, ὁ δεύτερος $3333\frac{1}{4}$ Πόσο μετέφερε ὁ τρίτος ;

8. Ἕνα πλοῖο ἀνεχώρησε ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ στὶς $8\frac{1}{2}$ μ. μ. τῆς Δευτέρας καὶ ἔφθασε εἰς Μονεμβασίαν στὶς $7\frac{3}{4}$ π. μ. τῆς Τρίτης. Πόσες ὧρες χρειάστηκε γι' αὐτὸ τὸ ταξίδι ;

9. Ἕνας ὑπάλληλος παίρνει τὸ μῆνα $1755\frac{1}{2}$ δραχμ. Ἀπὸ αὐτὰ δαπανᾷ διὰ τροφὴ $885\frac{1}{2}$, διὰ ἐνδυμασία $312\frac{1}{10}$. Τὰ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὑπόλοιπα τὰ πληρώνει δι' ἐνοίκιο. Πόσες δραχμὲς πληρώνει δι' ἐνοίκιο ;

10. Μιὰ κυρία ἀγόρασε βιβλία ἀξίας 32 $\frac{1}{2}$ δραχμῶν καὶ τετράδια ἀξίας 3 $\frac{2}{10}$ δραχμῶν. Ἔδωσε δὲ εἰς τὸ ταμεῖον τοῦ καταστήματος ἕνα πενηντόδραχμο. Πόσα θὰ λάβη ὑπόλοιπο ;

γ'. Πολλαπλασιασμὸς

1. Πολλαπλασιασμὸς κλάσματος ἢ μικτοῦ ἐπὶ ἀκέραιο

1. Μία ὑφάντρια ὑφαίνει $\frac{2}{10}$ τοῦ μέτρου ὕφασμα σὲ μιὰ ὥρα. Πόσα μέτρα ὕφασμα θὰ ὑφάνη σὲ 5 ὧρες ;

$$\frac{2}{10} \times 5 = \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} =$$

$$\frac{2+2+2+2+2}{10} = \frac{2 \times 5}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

ἢ $\frac{2}{10} \times 5 = \frac{2}{10:5} = \frac{2}{2} = 1$ (5η ἰδιότης τῶν κλασμάτων).

2. Ἕνας πῆχυς κορδέλλα ἔχει 48 $\frac{5}{10}$ δραχμές. Πόσο ἔχουν οἱ τρεῖς πήχεις ;

3. Μὲ 5 $\frac{2}{8}$ πήχεις κάνουμε μιὰ φορεσιά. Γιὰ νὰ κάνουμε 5 φορεσιὲς πόσους πήχεις θὰ χρειασθοῦμε ;

4. Ἕνα μέτρο σύρμα ἔχει 3 $\frac{1}{2}$ δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀξίζουν τὰ 75 μέτρα ;

5. Ἕνας ἀρτοποιὸς κερδίζει ἀπὸ κάθε ψωμὶ 1 $\frac{9}{10}$ δραχμές. Πόσες δραχμὲς θὰ κερδίση ἀπὸ τὰ 525 ψωμιὰ ποὺ ἔψησε σήμερα ;

6. Ὁ καπνοπώλης κερδίζει σὲ κάθε σιγαρέττο ποὺ πουλεῖ $\frac{2}{10}$ δραχμές. Σήμερα πούλησε 1458 σιγαρέττα. Πόσες δραχμὲς ἐκέρδισε ;

7. Νὰ συνθέσης δύο προβλήματα ποὺ νὰ ἔχουν γνωστὴ τὴν ἀξία τῆς μιᾶς ἀκεραίας μονάδος καὶ νὰ ζητοῦν τὴν ἀξία πολ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

λων ἀκεραίων μονάδων. Ἡ ἀξία τῆς μιᾶς ἀκεραίας μονάδος νὰ εἶναι στὸ ἕνα πρόβλημα κλασματικὸς ἀριθμὸς καὶ στὸ ἄλλο μικτός.

8. Κάμετε τοὺς πολλαπλασιασμούς :

α) $\frac{3}{4} \times 6 =$ β) $\frac{1}{2} \times 100 =$ γ) $2\frac{1}{2} \times 3 =$

$\frac{5}{20} \times 20 =$ $\frac{3}{10} \times 63 =$ $3\frac{2}{5} \times 7 =$

$\frac{7}{15} \times 64 =$ $\frac{7}{8} \times 500 =$ $154\frac{1}{10} \times 36 =$

9. Πῶς πολλαπλασιάζουμε κλάσμα ἐπὶ ἀκέραιο ;

10. Πῶς πολλαπλασιάζουμε μικτὸν ἐπὶ ἀκέραιο ;

Διὰ νὰ πολλαπλασιάσουμε κλάσμα ἐπὶ ἀκέραιον ἢ πολλαπλασιάζουμε τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος ἐπὶ τὸν ἀκέραιο καὶ τὸ γινόμενο γράφουμε ἀριθμητή, παρονομαστὴ δὲ ἀφίνουμε τὸν ἴδιο ἢ διαιροῦμε τὸν παρονομαστὴ διὰ τοῦ ἀκεραίου ἂν διαιρεῖται ἀκριβῶς καὶ τὸ πηλίκον γράφουμε παρονομαστή, ἀριθμητὴ δὲ ἀφίνουμε τὸν ἴδιο.

Διὰ νὰ πολλαπλασιάσουμε μικτὸν ἐπὶ ἀκέραιο κάνουμε πρῶτα τὸν μικτὸ κλασματικὸ καὶ ἔπειτα πολλαπλασιάζουμε ὅπως κλάσμα ἐπὶ ἀκέραιο.

2. Πολλαπλασιασμὸς ἀκεραίου ἐπὶ κλάσμα ἢ μικτὸν

1. Ὁ πῆχυς ἑνὸς ὑφάσματος ἔχει 80 δραχμές. Πόσο ἔχει τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ πήχεως ;

Ἀφοῦ ὁ ἕνας πῆχυς ἔχει 80, τὸ $\frac{1}{2}$ αὐτοῦ θὰ ἔχῃ τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ 80 δηλαδὴ $\frac{80}{2} = 40$.

Αὐτὸ εὑρίσκεται καὶ ὡς ἑξῆς :

$$80 \times \frac{1}{2} = \frac{80 \times 1}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

2. Ἡ μιὰ ὀκὰ κρέατος ἔχει 24 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἔχουν οἱ $1\frac{1}{4}$ ὀκάδες ;

$$24 \times 1\frac{1}{4} = 24 \times \frac{5}{4} = \frac{24 \times 5}{4} = \frac{120}{4} = 30$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

3. Ἡ μιὰ ὀκὰ λάδι ἔχει 32 δραχμές. Πόσο ἔχουν οἱ 2 $\frac{1}{2}$ ὀκάδες ;

4. Ἕνα ποδήλατο νοικιάζεται 10 δρχ. τὴν ὥρα. Πόσες δραχμὲς θὰ πληρώση ὁ Γιάννης ποὺ τὸ εἶχε κρατήσει $1\frac{1}{4}$ ὧρες ;

5. Ἕνα αὐτοκίνητο τρέχει 60 χιλιόμετρα τὴν ὥρα. Σὲ $8\frac{2}{6}$ ὧρες πόσα χιλιόμετρα θὰ διατρέξη ;

6. Ἡ μιὰ ὀκὰ ζάχαρη ἔχει 16 δραχμές. Πόσες δραχμὲς θὰ πληρώσουμε γιὰ $3\frac{9}{8}$ ὀκάδες ;

7. Σύνθεσε δύο προβλήματα στὰ ὁποῖα νὰ εἶναι γνωστὴ ἡ ἀξία τῆς μιᾶς ἀκεραίας μονάδος καὶ νὰ ζητῆται ἡ ἀξία μερῶν τῆς ἀκεραίας μονάδος. Ἡ ἀξία τῆς μιᾶς ἀκεραίας μονάδος νὰ εἶναι ἀκέραιος ἀριθμός, τὰ μέρη δὲ τῆς ἀκεραίας μονάδος τῶν ὁποίων ζητοῦμε τὴν τιμὴ νὰ εἶναι στὸ ἕνα λιγώτερα ἀπὸ μιὰ ἀκεραία μονάδα καὶ στὸ ἄλλο περισσότερα.

8. Κάμε τοὺς πολλαπλασιασμούς :

α) $2 \times \frac{5}{10} =$ $\quad 12 \times \frac{3}{4} =$ $\quad 75 \times \frac{1}{2} =$

β) $15 \times \frac{2}{3} =$ $\quad 6 \times 2\frac{2}{10} =$ $\quad 1325 \times 2\frac{7}{12} =$

9. Πῶς πολλαπλασιάζουμε ἀκέραιον ἐπὶ κλάσμα ;
10. Πῶς πολλαπλασιάζουμε ἀκέραιον ἐπὶ μικτόν ;

Διὰ νὰ πολλαπλασιάσουμε ἀκέραιον ἐπὶ κλάσμα πολλαπλασιάζουμε τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος ἐπὶ τὸν ἀκέραιο καὶ κάτω ἀπὸ τὸ γινόμενο γράφουμε γιὰ παρονομαστὴ τὸν παρονομαστὴ τοῦ κλάσματος.

Διὰ νὰ πολλαπλασιάσουμε ἀκέραιον ἐπὶ μικτὸ τρέπουμε τὸν μικτὸν εἰς κλασματικὸν καὶ πολλαπλασιάζουμε ὅπως ἀκέραιο ἐπὶ κλάσμα.

11. Ἡ μιὰ ὀκὰ ἔχει 400 δράμια. Πόσα δράμια εἶναι τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκᾶς ;

$$\left(400 \times \frac{3}{4}\right) = \frac{400 \times 3}{4} = \frac{1200}{4} = 300 \text{ δράμια.}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

12. Ὁ ἕνας πῆχυς ἔχει 8 ρούπια. Πόσα ρούπια εἶναι τὰ $\frac{45}{60}$ τοῦ πήχεως ;

13. Τὸ χιλιόμετρο εἶναι 1.000 μέτρα. Πόσα μέτρα εἶναι τὰ $3\frac{2}{5}$ χιλιόμετρα ;

14. Ἕνας εἶχε 12.000 δραχμὲς καὶ δαπάνησε τὰ $\frac{4}{5}$ αὐτῶν. Πόσα δαπάνησε καὶ πόσα ἔχει ;

15. Ἕνας φιλάνθρωπος διέθεσε τὸ $\frac{1}{10}$ τῆς περιουσίας του εἰς τὰ φιλανθρωπικὰ ἱδρύματα. Ἡ περιουσία του ἦταν 4.000.000 δραχμές. Τί ποσὸ θὰ πάρουν τὰ ἱδρύματα ;

16. Ποιὸς ἀριθμὸς εἶναι τὰ $\frac{4}{5}$ τοῦ 100 ;

17. Τὰ $\frac{5}{10}$ τῆς ὥρας πόσα λεπτὰ κάνουν ;

18. Πόσες ἡμέρες εἶναι τὰ $\frac{7}{10}$ τοῦ ἔτους ;

3. Πολλαπλασιασμὸς κλάσματος ἢ μικτοῦ ἐπὶ κλάσμα ἢ μικτὸν

1. Μιὰ μαθήτρια πλέκει σὲ μιὰ ὥρα $\frac{20}{100}$ τοῦ μέτρου δαντέλλα. Πόση θὰ πλέξῃ σὲ $\frac{1}{2}$ ὧρες ;

Ἀφοῦ στὴ μιὰ ὥρα πλέκει $\frac{20}{100}$ στὸ $\frac{1}{2}$ τῆς ὥρας θὰ πλέξῃ τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ $\frac{20}{100}$. Ἀλλὰ τὸ $\frac{1}{2}$ (μισὸ) τοῦ $\frac{20}{100}$ εἶναι τὸ $\frac{10}{100}$.

Τὸ ἴδιο βρίσκουμε ἂν πολλαπλασιάσουμε τὸ $\frac{20}{100}$ ἐπὶ τὸ $\frac{1}{2}$

ὡς ἑξῆς: $\frac{20}{100} \times \frac{1}{2} = \frac{20 \times 1}{100 \times 2} = \frac{20}{200} = \frac{10}{100}$.

2. Ἕνας ἐργάτης σκάβει σὲ μιὰ ὥρα τὸ $\frac{1}{10}$ τοῦ στρέμματος. Πόσα στρέμματα θὰ σκάψῃ σὲ $3\frac{3}{4}$ ὧρες ;

$$\left(\frac{1}{10} \times 3\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{1}{10} \times \frac{15}{4}\right) = \frac{1 \times 15}{10 \times 4} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}.$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

3. Ἡ μιὰ ὀκὰ ψωμὶ ἔχει $\frac{12}{2}$ δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἔχει τὸ $\frac{1}{4}$ τῆς ὀκᾶς ;

4. Ἕνας πῆχυς ὕφασμα ἔχει $54\frac{1}{2}$ δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἔχουν οἱ $12\frac{3}{8}$ πήχεις ;

5. Μιὰ ὑφάντρια ἐργοστασίου ὑφαίνει σὲ μιὰ ὥρα $12\frac{3}{8}$ πήχεις ὕφασμα. Πόσους πήχεις θὰ ὑφάνῃ σὲ $7\frac{1}{2}$ ὧρες ;

6. Μιὰ μηχανὴ ἀλέθει σὲ μιὰ ὥρα $170\frac{1}{2}$ ὀκάδες σιτάρι. Πόσες ὀκάδες θὰ ἀλέσῃ σὲ $12\frac{1}{2}$ ὧρες ;

7. Σύνθεσε δύο προβλήματα πολλαπλασιασμοῦ. Στὸ ἕνα νὰ εἶναι ὁ πολλαπλασιαστέος κλασματικὸς καὶ ὁ πολλαπλασιαστὴς μικτός. Στὸ ἄλλο τὸ ἀντίθετο.

8. Κάμε τοὺς πολλαπλασιασμούς :

α) $\frac{8}{10} \times \frac{1}{2} =$ $\quad$ $\frac{6}{8} \times \frac{3}{4} =$ $\quad$ $\frac{5}{6} \times \frac{7}{10} =$

β) $2\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} =$ $\quad$ $125\frac{5}{8} \times \frac{1}{5} =$ $\quad$ $75\frac{9}{10} \times \frac{6}{8} =$

γ) $\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{2} =$ $\quad$ $\frac{7}{10} \times 3\frac{1}{8} =$ $\quad$ $\frac{5}{10} \times 7\frac{3}{10} =$

9. Πῶς πολλαπλασιάζουμε κλάσμα ἐπὶ κλάσμα ;

10. Πῶς πολλαπλασιάζουμε μικτοὺς ἀριθμούς ;

Διὰ νὰ πολλαπλασιάσουμε κλάσμα ἐπὶ κλάσμα πολλαπλασιάζουμε ἀριθμητὴν ἐπὶ ἀριθμητὴ καὶ παρονομαστὴν ἐπὶ παρονομαστὴ καὶ τὸ μὲν γινόμενο τῶν ἀριθμητῶν γράφουμε ἀριθμητή, τὸ δὲ γινόμενο τῶν παρονομαστῶν παρονομαστή. Ὅταν ὁ πολλαπλασιαστὴς ἢ ὁ πολλαπλασιαστέος ἢ καὶ οἱ δυὸ εἶναι μικτοὶ τοὺς τρέπουμε πρῶτα σὲ κλασματικούς.

4. Γινόμενον πολλῶν παραγόντων

1. Ἕνας τεχνίτης πληρώνεται μὲ 8 δραχμὲς τὴν ὥρα. Πόσα χρήματα θὰ πάρῃ ὅταν ἐργασθῇ 4 ἡμέρες ἀπὸ 5 ὧρες τὴν καθεμία ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

4 ἡμέρες ἀπὸ 5 ὧρες τὴν κάθε μία $= 5 \times 4 = 20$ ὧρες. 8 δραχμὲς ἡ μία ὥρα. Οἱ 20 ὧρες, $8 \times 20 = 160$ ἢ $8 \times 4 \times \times 5 = 160$.

2. Νὰ εὑρεθῇ τὸ γινόμενο τῶν ἑξῆς τριῶν παραγόντων:

α) $8 \times 2 \times 5 =$
β) $4 \times 2 \times 1 =$
γ) $3 \times 5 \times 0 =$
δ) $7 \times 0 \times 4 =$

3. Νὰ εὑρεθῇ τὸ γινόμενο τῶν ἑξῆς παραγόντων:

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{9}{10} =$$

4. Ἕνα δωμάτιο ἔχει μῆκος $3\frac{2}{10}$ μέτρα, πλάτος $2\,\frac{8}{10}$ καὶ ὕψος $3\,\frac{1}{2}$. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος του;

5. Ἔχουμε 5 βαρέλια λάδι. Κάθε βαρέλι ἔχει $152\,\frac{3}{4}$ ὀκάδες. Κάθε ὀκὰ ἔχει $23\,\frac{1}{2}$ δραχμές. Πόσα χρήματα ἀξίζει ὅλο τὸ λάδι;

5. Προβλήματα πολλαπλασιασμοῦ

1. Πόσα χρήματα θὰ πληρώσουμε διὰ $2\frac{1}{2}$ ὀκάδες σταφύλια ὅταν ἡ μία ὀκὰ ἀξίζῃ 4 δραχμές;

2. Ἕνας πῆχυς ὕφασμα ἀξίζει 14 δραχμές. Πόσες δραχμὲς θὰ πληρώσῃ μιὰ κυρία ποὺ ἀγόρασε $7\,\frac{1}{8}$ πήχεις;

3. Ἡ Ε΄ τάξη κάνει 5 μαθήματα τὴν ἡμέρα. Κάθε μάθημα διαρκεῖ $\frac{50}{60}$ τῆς ὥρας. Πόσες ὧρες τὴν ἡμέρα ἐργάζεται ἡ Ε΄ τάξη;

4. Ἕνας ἐργάτης πληρώνεται μὲ 10 δραχμὲς τὴν ὥρα. Πόσα χρήματα θὰ πάρῃ δι' ἐργασίαν $5\,\frac{1}{2}$ ἡμερῶν ὅταν ἐργαζόταν $7\frac{1}{2}$ ὧρες τὴν κάθε ἡμέρα;

5. Ἕνα αὐτοκίνητο ἔχει φορτίο 45 σάκκους ἀλεύρι. Κάθε σάκκος ζυγίζει $70\,\frac{1}{4}$ ὀκάδες. Πόσο βάρος μεταφέρει τὸ αὐτοκίνητο αὐτό;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

6. Εἰς τὸ συσσίτιο τοῦ σχολείου λαμβάνουν μέρος 360 παιδιὰ καὶ τὸ καθένα λαμβάνει $\frac{70}{400}$ τῆς ὀκᾶς γάλα. Πόσες ὀκάδες γάλα παρασκευάζεται εἰς τὸ σχολεῖο;

7. Πόση εἶναι ἡ ἀπόσταση Ἀθηνῶν — Σπάρτης ὅταν ἕνα λεωφορεῖο μὲ ταχύτητα 25 χιλιομέτρων τὴν ὥρα ἐχρειάστηκε διὰ νὰ φθάση $8\frac{3}{4}$ ὧρες;

8. Οἱ μαθηταὶ τοῦ σχολείου μας εἶναι 340. Τὰ $\frac{2}{5}$ αὐτῶν εἶναι κορίτσια. Πόσα εἶναι τὰ ἀγόρια;

9. Ἡ αἴθουσα τῆς Ε′ τάξεως ἔχει μῆκος 12 μέτρα. Πλάτος $8\frac{1}{2}$ καὶ ὕψος $4\frac{1}{5}$. Πόσο ἐμβαδὸν ἔχει καὶ πόσον ὄγκο;

10. Νὰ εὑρεθῆ τὸ δεκαπλάσιο τοῦ ἀριθμοῦ $3\frac{2}{5}$.

11. Νὰ εὑρεθοῦν τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ ἀριθμοῦ $360\frac{9}{12}$.

12. Νὰ εὑρεθῆ ἀριθμὸς $5\frac{1}{2}$ φορὲς μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν $7\frac{1}{2}$.

δ) Διαίρεση

1. Διαίρεση κλάσματος ἢ μικτοῦ δι' ἀκεραίου (διαιρέτης ἀκέραιος)

1. Δύο παιδιὰ μοιράστηκαν $\frac{6}{10}$ τῆς δραχμῆς. Πόσα πῆρε τὸ καθένα;

Ἐπειδὴ μᾶς δίδονται οἱ πολλὲς μονάδες καὶ ἡ τιμή τους καὶ μᾶς ζητεῖται ἡ τιμὴ τῆς μιᾶς μονάδος θὰ κάνουμε διαίρεση μερισμοῦ μὲ διαιρετέο τὴν τιμὴ τῶν πολλῶν μονάδων καὶ διαιρέτη τὶς πολλὲς μονάδες.

$$\frac{6}{10} : 2 = \frac{6:2}{10} = \frac{3}{10}$$

Καὶ μὲ ἄλλον τρόπον λύεται αὐτὸ τὸ πρόβλημα. Ἔχουμε μάθει πὼς ἂν πολλαπλασιάσουμε τὸν παρονομαστὴ ἑνὸς κλάσματος ἐπὶ ἕνα ἀριθμὸν ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος διαιρεῖται διὰ τοῦ ἀριθμοῦ αὐτοῦ, δηλαδή:

$$\frac{6}{10} : 2 = \frac{6}{10 \times 2} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Αὐτὸν τὸν τρόπο τὸν μεταχειριζόμαστε ὅταν ὁ ἀριθμητὴς δὲν διαιρεῖται ἀκριβῶς διὰ τοῦ ἀκεραίου.

2. 6 παιδιὰ μοιράστηκαν $\frac{6}{10}$ τῆς δραχμῆς. Πόσα πῆρε τὸ καθένα ;

3. Ἀπὸ ἕνα μεταξωτὸ ὕφασμα $\frac{60}{100}$ τοῦ μέτρου ἔκαμαν 6 κορδέλλες. Τί μῆκος εἶχε ἡ κάθε μιά ;

4. Ἀπὸ 15 $\frac{3}{8}$ πήχεις ὕφασμα ἔγιναν τρεῖς φορεσιές. Πόσο ὕφασμα χρειάστηκε γιὰ τὴν κάθε μία ;

5. Μὲ 1 $\frac{3}{6}$ ὀκάδες ρύζι γίνονται 3 φαγητά. Πόσο ρύζι χρειάζεται γιὰ τὸ ἕνα ;

6. Ἕνας πεζοπόρος σὲ 4 ὧρες πέρασε 20 $\frac{8}{10}$ χιλιόμετρα. Πόσα χιλιόμετρα περνοῦσε τὴν ὥρα ;

7. Ἕνας κτίστης κτίζει σὲ 8 ὧρες 4 $\frac{1}{2}$ τετραγωνικὰ μέτρα τοῖχο. Πόσα μέτρα χτίζει τὴν ὥρα ;

8. Μὲ 85$\frac{1}{2}$ δραχμὲς ἀγοράσαμε 3 ὀκάδες λάδι. Πόσο ἔχει ἡ μία ὀκά ;

9. Πῶς διαιροῦμε κλάσμα δι' ἀκεραίου ;

10. Πῶς διαιροῦμε μικτὸ δι' ἀκεραίου ;

Διὰ νὰ διαιρέσουμε κλάσμα διὰ ἀκεραίου, διαιροῦμε τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος διὰ τοῦ ἀκεραίου, ἂν διαιρεῖται ἀκριβῶς, ἂν ὅμως δὲν διαιρεῖται πολλαπλασιάζουμε τὸν παρονομαστὴ τοῦ κλάσματος ἐπὶ τὸν ἀκέραιο.

Διὰ νὰ διαιρέσουμε μικτὸ δι' ἀκεραίου τρέπουμε τὸν μικτὸν εἰς κλασματικὸ καὶ διαιροῦμε ὅπως κλάσμα δι' ἀκεραίου.

11. Ἕνα αὐτοκίνητο τρέχει 20 χιλιόμετρα τὴν ὥρα. Μιὰ ἀπόσταση ἀπὸ 115 $\frac{1}{2}$ χιλιόμετρα σὲ πόσες ὧρες θὰ τὴν διατρέξη ;

Θὰ τὴν διατρέξη σὲ τόσες ὧρες, ὅσες φορὲς χωρεῖ τὸ 20 στὸ 115$\frac{1}{2}$. Εἶναι διαίρεση μετρήσεως.

$$115\frac{1}{2} : 20 = \frac{231}{2} : 20 = \frac{231}{40} = 5\frac{31}{40} \text{ ὧρες.}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

12. Ἕνα φόρεμα χρειάζεται $8\frac{1}{2}$ πήχεις ὕφασμα. Μὲ $42\frac{1}{2}$ πήχεις πόσα φορέματα γίνονται;

13. Κάμε τὶς διαιρέσεις :

α)	$\frac{4}{10} : 2 =$	$\frac{5}{10} : 5 =$	$\frac{6}{9} : 3 =$
β)	$\frac{2}{4} : 3 =$	$\frac{4}{5} : 5 =$	$\frac{7}{9} : 8 =$
γ)	$\frac{1}{2} : 3 =$	$16\frac{5}{15} : 5 =$	$6\frac{1}{4} : 5 =$
δ)	$7\frac{1}{2} : 3 =$	$60\frac{1}{10} : 12 =$	$75\frac{4}{8} : 9 =$

14. Σύνθεσε δύο προβλήματα διαιρέσεως κλασμάτων, στὰ ὁποῖα ὁ διαιρέτης νὰ εἶναι ἀκέραιος. Τὸ ἕνα νὰ εἶναι μερισμοῦ καὶ τὸ ἄλλο μετρήσεως.

2. Διαίρεση ἀκεραίου, κλασματικοῦ ἢ μικτοῦ διὰ κλάσματος ἢ μικτοῦ

1. Τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκᾶς ζάχαρη ἀξίζουν 12 δρχ. Πόσο ἀξίζει ἡ μία ὀκά;

Διὰ νὰ λύσουμε τὸ πρόβλημα ἀπὸ μνήμης σκεπτόμεθα ὡς ἑξῆς :

Τὰ 3 τέταρτα ἀξίζουν 12. Τὸ 1 τέταρτο ἀξίζει 12 : 3 ἢ $\frac{12}{3}$ Καὶ τὰ 4 τέταρτα, ποὺ εἶναι ἡ μία ὀκά, θὰ ἀξίζουν $\frac{12}{3} \times 4$ ἢ $\frac{12 \times 4}{3} = \frac{48}{3} = 16$.

Διὰ νὰ λυθῇ ὅμως τὸ πρόβλημα αὐτὸ γραπτῶς θὰ γίνῃ διαίρεση μερισμοῦ, διότι μᾶς δίδεται ἡ τιμὴ μέρους τῆς μονάδος καὶ ζητεῖται ἡ τιμὴ τῆς μονάδος ὡς ἑξῆς :

$$12 : \frac{3}{4} = 12 \times \frac{4}{3} = \frac{12 \times 4}{3} = \frac{48}{3} = 16.$$

2. Ἀπὸ τὴν Ἀθήνα ὡς τὴν Πεντέλη ἡ ἀπόσταση εἶναι 18 χιλιόμετρα. Πόσες ὧρες θὰ χρειαστῇ διὰ νὰ μεταβῇ ἐκεῖ ἕνας πεζός, ὁ ὁποῖος βαδίζει $4\frac{1}{2}$ χιλιόμετρα τὴν ὥρα;

Ἀπὸ μνήμης μποροῦμε νὰ λύσουμε τὸ πρόβλημα αὐτὸ λογαριάζοντας ὡς ἑξῆς : Ἔχουμε 18 χιλιόμετρα· ἂν περπατήσῃ ὁ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

πεζὸς μιὰν ὥρα θὰ περάση τὰ $4\frac{1}{2}$. Ἄλλη μιὰ ὥρα θὰ περάση ἄλλα $4\frac{1}{2}$. Ἄλλη μιὰ ὥρα ἄλλα $4\frac{1}{2}$. Καὶ ἄλλη μιὰ ὥρα ἄλλα $4\frac{1}{2}$. Τὰ 18 χιλιόμετρα εἶναι 4 φορὲς ἀπὸ $4\frac{1}{2}$. Δηλαδὴ χρειάζονται 4 ὧρες. Χρειάζονται τόσες ὧρες ὅσες φορὲς χωρεῖ τὸ $4\frac{1}{2}$ στὸ 18. Ἀλλὰ αὐτὸ εἶναι διαίρεση μετρήσεως.

$$18 : 4\frac{1}{2} = 18 : \frac{9}{2} = 18 \times \frac{2}{9} = \frac{18 \times 2}{9} = \frac{36}{9} = 4.$$

3. Ἕνα αὐτοκίνητο διέτρεξε μιὰ ἀπόσταση $182\frac{1}{2}$ χιλιομέτρων σὲ $2\frac{1}{2}$ ὧρες. Μὲ πόση ταχύτητα ἔτρεχε;

Εἶναι διαίρεση μερισμοῦ. $182\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$. Θὰ κάνουμε τοὺς μικτοὺς κλασματικούς:

$$182\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2} = \frac{365}{2} : \frac{5}{2} = \frac{365}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{730}{10} = 73 \text{ χιλιόμετρα.}$$

Διὰ νὰ διαιρέσουμε ὅταν ὁ διαιρέτης εἶναι κλάσμα, ἀντιστρέφουμε τοὺς ὅρους τοῦ κλασματικοῦ διαιρέτου καὶ ἀντὶ διαιρέσεως κάνουμε πολλαπλασιασμό. Στὴ διαίρεση τοὺς μικτοὺς τοὺς τρέπουμε σὲ κλασματικούς.

4. Γιὰ ἕνα μαντῆλι χρειάζεται ὕφασμα $\frac{1}{4}$ τοῦ μέτρου. Ἀπὸ 4 μέτρα πόσα μαντήλια θὰ γίνουν;

5. Ἕνα κουτὶ χωρεῖ $\frac{2}{4}$ τῆς ὀκᾶς λουκούμια. Διὰ 10 ὀκάδες λουκούμια πόσα κουτιὰ χρειαζόμεθα;

6. Ἡ ἀπόσταση ἀπὸ τὴν Ἀθήνα ὡς τὴ Σπάρτη εἶναι 340 χιλιόμετρα. Σὲ πόσες ὧρες θὰ φθάση στὴ Σπάρτη ἕνα αὐτοκίνητο ποὺ ξεκίνησε ἀπὸ τὴν Ἀθήνα καὶ τρέχει μὲ ταχύτητα $56\frac{1}{2}$ χιλιόμετρα τὴν ὥρα;

7. Ἕνας πῆχυς ὕφασμα ἀξίζει $59\frac{1}{2}$ δραχμές. Πόσους πήχεις θὰ ἀγοράσουμε μὲ $957\frac{1}{2}$ δραχμές;

8. Μιὰ βρύση σὲ 2 ὧρες γεμίζει τὸ $\frac{1}{4}$ μιᾶς δεξαμενῆς. Σὲ πόσες ὧρες θὰ γεμίση ὁλόκληρη τὴ δεξαμενή;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

9. Ἕνας ἐργάτης ἐργάστηκε 6 $\frac{1}{2}$ ὧρες καὶ ἔλαβε 52 δραχμές. Πόσο ἐπληρώνετο τὴν ὥρα ;

10. Ἀπὸ τὴν Ἀθήνα ὡς τὴν Κόρινθο εἶναι 80 χιλιόμετρα (80.000 μέτρα). Κάθε 156 $\frac{3}{4}$ μέτρα ὑπάρχει καὶ μιὰ κολώνα ποὺ κρατεῖ τὰ τηλεφωνικὰ σύρματα. Πόσες κολῶνες ὑπάρχουν ἀπὸ τὴν Ἀθήνα ὡς τὴν Κόρινθο ;

11. Ποιὸς ἀριθμὸς πρέπει νὰ πολλαπλασιασθῆ ἐπὶ τὸν $3\frac{5}{10}$ γιὰ νὰ δώση γινόμενο 26 $\frac{1}{4}$;

12. Ἀπὸ ἕνα περιβόλι 2 $\frac{1}{2}$ στρέμματα πῆραν 1875 $\frac{1}{2}$ ὀκάδες πατάτες. Πόσες ὀκάδες ἔδωσε τὸ ἕνα στρέμμα ;

13. Ἕνα ποδήλατο νοικιάζεται 5 $\frac{1}{2}$ δραχμὲς τὴν ὥρα. Πόσες ὧρες θὰ τὸ κρατήση ἕνα παιδὶ ποὺ ἔχει 62 $\frac{1}{2}$ δραχμ.;

14. Ἀπὸ μιὰ χαρτοταινία μήκους 1 $\frac{6}{8}$ πήχεις θέλουν νὰ κόψουν κομμάτια πλάτους $\frac{2}{16}$ τοῦ πήχεως. Πόσα κομμάτια θὰ βγάλουν ;

15. Σύνθεσε τρία προβλήματα διαιρέσεως :

α) Κλάσματος δι' ἀκεραίου.
β) Ἀκεραίου διὰ κλάσματος.
γ) Κλάσματος διὰ κλάσματος.

16. Σύνθεσε δύο προβλήματα διαιρέσεως :

α) Μικτοῦ διὰ μικτοῦ (μετρήσεως).
β) Μικτοῦ δι' ἀκεραίου (μερισμοῦ).

17. Κάμε τὶς πράξεις :

$\frac{4}{10} : 2 =$ $\quad 4 : \frac{3}{4} =$ $\quad \frac{6}{12} : \frac{1}{2} =$

$\frac{7}{10} : 7 =$ $\quad 3 : 1\frac{1}{2} =$ $\quad 3\frac{1}{2} : \frac{2}{3} =$

$3\frac{1}{2} : 2 =$ $\quad 14 : 2\frac{7}{10} =$ $\quad \frac{4}{5} : 1\frac{4}{10} =$

18. Πῶς διαιροῦμε ὅταν ὁ διαιρέτης εἶναι ἀκέραιος ;
19. Πῶς διαιροῦμε ὅταν ὁ διαιρέτης εἶναι κλασματικός ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

20. Πῶς διαιροῦμε ὅταν ὁ διαιρετέος ἢ ὁ διαιρέτης εἶναι μικτός ;

3. Προβλήματα διαιρέσεως

1. Μία ὑφάντρια ὕφαινε σὲ 20 μέρες $124 \frac{1}{2}$ πήχεις ὕφασμα. Πόσο ὕφασμα ὕφαινε τὴν ἡμέρα ;

2. Διὰ 4 ὑποκάμισα χρειάστηκαν $17 \frac{1}{2}$ πήχεις ὕφασμα. Πόσο ὕφασμα χρειάζεται διὰ νὰ γίνη ἕνα ὑποκάμισο ;

3. Ἕνας ἐργάτης πρέπει νὰ σκάψη σὲ $8 \frac{1}{2}$ ἡμέρες 5 στρέμματα ἀμπέλι. Πόσο πρέπει νὰ σκάβη τὴν ἡμέρα ;

4. Μὲ 185 δραχμὲς ἀγοράζουμε $18 \frac{1}{2}$ πήχεις ὕφασμα. Πόσες δραχμὲς ἀξίζει ὁ πῆχυς ;

5. Ἀπὸ $2 \frac{1}{2}$ στρέμματα περιβόλι πῆρε ἕνας κηπουρὸς $2756 \frac{1}{2}$ ὀκάδες ντομάτα. Πόση παραγωγὴ εἶχε ἀπὸ κάθε στρέμμα ;

6. Ἕνας ὑπάλληλος ἔχει μηνιαῖο μισθὸ $1998 \frac{1}{2}$ δραχμ. Πόσα χρήματα πρέπει νὰ ξοδεύη τὴν ἡμέρα γιὰ νὰ τοῦ φθάνουν νὰ περάση 31 ἡμέρες ;

7. Ποιὰ εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ αὐτοκινήτου, τὸ ὁποῖο εἰς $3 \frac{1}{2}$ ὧρες διέτρεξε 200 χιλιόμετρα ;

8. Ἡ ἀξία τοῦ ξύλου τῆς καρυδιᾶς εἶναι 4 χιλιόδραχμα κατὰ κυβικὸ μέτρο. Πόσα κυβικὰ θὰ ἀγοράση ἕνας ἐπιπλοποιὸς μὲ $15 \frac{1}{2}$ χιλιόδραχμα ;

9. Τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς οἰκοπέδου ποὺ ἔχει μῆκος $14 \frac{1}{2}$ μέτρα εἶναι $352 \frac{4}{10}$ τετραγωνικὰ μέτρα. Πόσο εἶναι τὸ πλάτος τοῦ οἰκοπέδου αὐτοῦ ;

10. Πόσο πρέπει νὰ πουλήσουμε τὴν ὀκᾶ $12 \frac{1}{2}$ ὀκάδες καρύδια διὰ νὰ εἰσπράξουμε $131 \frac{1}{4}$ δραχμές ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

11. Τροπὴ κλασματικῶν σὲ δεκαδικοὺς καὶ δεκαδικῶ σὲ κλασματικοὺς

1. Μὲ ποιὸν δεκαδικὸν ἀριθμὸ μπορεῖ νὰ γραφῇ τὸ κλάσμα $\frac{18}{20}$;

Ἐὰν ἁπλοποιήσουμε τὸ κλάσμα αὐτὸ διὰ τοῦ 2 θὰ ἔχουμε τὸ κλάσμα $\frac{9}{10}$, τὸ ὁποῖον μπορεῖ νὰ γραφτῇ καὶ ὡς δεκαδικὸς ὡς ἑξῆς: 0,9.

Τὸ ἴδιο μπορούσαμε νὰ εὕρωμε καὶ ἐξ ἀρχῆς, ἂν διαιρούσαμε τὸν ἀριθμητὴ 18 διὰ τοῦ παρονομαστοῦ 20.

$$18 : 20 = 0,9$$

2. Μὲ ποιὸν κλασματικὸν ἀριθμὸ μπορεῖ νὰ γραφτῇ ὁ δεκαδικὸς ἀριθμὸς 0,5;

Εἶναι φανερὸ πὼς μποροῦμε νὰ τὸν γράψουμε καὶ μὲ μορφὴν κλάσματος, ὅπως τὸν ἀκοῦμε: $\frac{5}{10}$.

3. Μὲ ποιὸν δεκαδικὸν ἀριθμὸν εἶναι ἴσος ὁ μικτὸς ἀριθμὸς $4\frac{6}{8}$;

$$4\frac{6}{8} = \frac{38}{8} = 38 : 8 = 4,75.$$

$$\text{ἢ } 4\frac{6}{8} = 4 + (6 : 8 = 0,75) = 4,75.$$

4. Νὰ τραποῦν σὲ κλασματικοὺς οἱ ἑξῆς δεκαδικοὶ ἀριθμοί:

0,5—0,9—0,05—1,5—0,15—1,50

0,350—0,007—0,0150—3,565

5. Νὰ τραποῦν σὲ δεκαδικοὺς οἱ ἑξῆς κλασματικοὶ ἀριθμοί:

$$\frac{1}{2}, \frac{18}{20}, \frac{12}{7}, \frac{32}{45}, \frac{4}{5}, \frac{25}{30}, \frac{12}{19}, \frac{255}{375}, \frac{56}{75}$$

6. Νὰ τραποῦν σὲ δεκαδικοὺς οἱ μικτοί:

$$6\frac{2}{3}, 7\frac{1}{2}, 60\frac{5}{6}, 35\frac{2}{3}$$

7. Νὰ μποῦν στὴ σειρὰ κατὰ μέγεθος οἱ ἀριθμοί:

$$\left(137\frac{10}{25}\right), \left(137,75\right), \left(136\frac{85}{100}\right), \left(136\frac{12}{35}\right), \left(137,35\right)$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

8. Τρία σακκιὰ σιτάρι ζύγιζαν τὸ πρῶτο 64 $\frac{1}{10}$ ὀκάδες, τὸ δεύτερο $\frac{641}{10}$ ὀκάδες καὶ τὸ τρίτο 64,10. Ποιὸ ἦταν βαρύτερο ;

9. Τὸ ἐπανωφόρι τοῦ Ἠλία ἔγινε μὲ 4 $\frac{6}{8}$ πήχεις ὕφασμα. Τοῦ Νίκου μὲ 4,28 καὶ τοῦ Σπύρου μὲ 3 $\frac{5}{10}$. Πόσο ὕφασμα χρειάστηκε καὶ γιὰ τὰ τρία ἐπανωφόρια ;

10. Πῶς τρέπουμε ἕνα δεκαδικὸ σὲ κλάσμα ;

11. Πῶς τρέπουμε ἕνα κλάσμα σὲ δεκαδικό ;

12. Πῶς τρέπουμε ἕνα μικτὸ σὲ δεκαδικό ;

13. Τί μᾶς χρησιμεύει νὰ ξέρουμε νὰ τρέπουμε τοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ δεκαδικοὺς σὲ κλασματικοὺς καὶ ἀπὸ κλασματικοὺς σὲ δεκαδικούς ;

12. Προβλήματα ποὺ λύονται μὲ ἀναγωγὴ στὴ μονάδα.

Ὁμάδα 1η. (Εἶναι γνωστὴ ἡ τιμὴ τῆς μιᾶς μονάδος καὶ ζητεῖται ἡ τιμὴ μερῶν τῆς μονάδος).

1. Μία ὀκὰ τυρὶ ἔχει 20 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἔχουν τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκᾶς ;

Τὸ πρόβλημα λύεται μὲ πολλαπλασιασμόν.

$$20 \times \frac{3}{4} = \frac{20 \times 3}{4} = \frac{60}{4} = 15$$

Ἀλλὰ λύεται καὶ μὲ ἀναγωγὴ στὴ μονάδα, ὡς ἑξῆς :

Τὰ $\frac{4}{4}$ τῆς ὀκᾶς (ἡ μία ὀκὰ) ἔχουν 20

Τὸ $\frac{1}{4}$ τῆς ὀκᾶς ἔχει 4 φορὲς λιγώτερο : 20 : 4 ἢ $\frac{20}{4}$

Καὶ τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκᾶς ἔχουν 3 φορὲς περισσότερο : $\frac{20}{4} \times 3 = \frac{20 \times 3}{4} = 15$.

2. Μία ὀκὰ ζάχαρη ἔχει 16 δρχ. Πόσο ἔχουν τὰ $\frac{5}{8}$ τῆς ὀκᾶς.

3. Ὁ πῆχυς ἑνὸς ὑφάσματος ἔχει 15 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἔχουν τὰ $\frac{7}{8}$ τοῦ πήχεως ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

4. Ὁ μύλος ἀλέθει 143 $\frac{1}{4}$ ὀκάδες σιτάρι τὴν ὥρα. Πόσες ὀκάδες θὰ ἀλέσῃ σὲ $\frac{45}{60}$ τῆς ὥρας ;

5. Ἕνα αὐτοκίνητο σὲ μιὰ ὥρα θὰ τρέξῃ 20 χιλιόμετρα. Πόσα χιλιόμετρα θὰ τρέξῃ σὲ $\frac{5}{6}$ τῆς ὥρας ;

6. Ἕνας πεζοπόρος βαδίζει 5 χιλιόμετρα τὴν ὥρα. Σὲ 3 $\frac{1}{2}$ ὧρες πόσα χιλιόμετρα θὰ διανύσῃ ;

7. Μία λάμπα πετρελαίου καίει τὴν ὥρα 10 δράμια πετρέλαιο. Πόσο πετρέλαιο θὰ κάψῃ σὲ 4 $\frac{1}{2}$ ὧρες ;

8. Πόσα ρούπια εἶναι τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ πήχεως ;

9. Πόσα δράμια εἶναι τὸ 1 $\frac{1}{2}$ τῆς ὀκᾶς ;

10. Ποιὸς ἀριθμὸς εἶναι τὰ $\frac{5}{8}$ τοῦ 200 ;

Ὁμάδα 2η. (Εἶναι γνωστὴ ἡ τιμὴ μερῶν τῆς μονάδος καὶ ζητεῖται ἡ τιμὴ τῆς μιᾶς μονάδος).

1. Τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκᾶς κρέας ἔχει 15 δραχμές. Πόσο ἔχει ἡ μία ὀκά ;

Τὸ πρόβλημα λύεται μὲ διαίρεση μερισμοῦ, διότι ζητεῖται ἡ τιμὴ τῆς μιᾶς ὀκᾶς.

$$15 : \frac{3}{4} = 15 \times \frac{4}{3} = \frac{15 \times 4}{3} = \frac{60}{3} = 20.$$

Ἀλλὰ λύεται καὶ μὲ τὴν ἀναγωγὴ στὴ μονάδα ὡς ἑξῆς :

Τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκᾶς ἔχουν 15

Τὸ $\frac{1}{4}$ τῆς ὀκᾶς ἔχει 3 φορὲς λιγώτερο : $15 : 3 = \frac{15}{3}$

Καὶ τὰ $\frac{4}{4}$ τῆς ὀκᾶς ἔχουν 4 φορὲς περισσότερο $\frac{15}{3} \times 4 = \frac{15 \times 4}{3} = 20.$

2. Τὰ $\frac{3}{8}$ τῆς ὀκᾶς τυρὶ ἔχει 10 δραχμές. Πόσο ἔχει ἡ ὀκά;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

3. Τὰ $\frac{8}{10}$ τοῦ μέτρου ὕφασμα τιμῶνται 60 δραχμές. Πόσο ἔχει τὸ ἕνα μέτρο;

4. Οἱ $2\frac{4}{8}$ πήχεις ἀξίζουν 30 δραχμές. Πόσο ἔχει ὁ ἕνας πῆχυς;

5. $3\frac{1}{4}$ ὀκάδες λάδι ἔχουν 39 δραχμές. Πόσο ἀξίζει ἡ μία ὀκα;

6. $7\frac{1}{2}$ ὀκάδες ζάχαρη ἀξίζει 120 δραχμές. Πόσο ἀξίζει ἡ μιὰ ὀκά;

7. Ἕνας ἐργάτης ἐργάσθηκε $7\frac{1}{2}$ ἡμέρες καὶ ἔλαβε 225 δραχμές. Ποιὸ εἶναι τὸ ἡμερομίσθιό του;

8. Τὰ $\frac{2}{3}$ ἑνὸς ἀριθμοῦ εἶναι ὁ ἀριθμὸς 12. Ποῖος εἶναι αὐτὸς ὁ ἀριθμός;

9. Ποιὸν ἀριθμὸ πρέπει νὰ πολλαπλασιάσουμε μὲ τὸν $4\frac{3}{4}$ διὰ νὰ εὕρουμε τὸν ἀριθμὸ $27\frac{1}{2}$;

10. Ποιὸν ἀριθμὸ πρέπει νὰ πάρω $12\frac{1}{2}$ φορὲς διὰ νὰ κάμω τὸν ἀριθμὸ 6.250;

Ὁμάδα 3η. (Εἶναι γνωστὴ ἡ τιμὴ πολλῶν μονάδων καὶ ζητεῖται ἡ τιμὴ τῶν ἄλλων πολλῶν μονάδων).

1. $5\frac{1}{2}$ πήχεις ἀξίζουν 99 δραχμές. Πόσο ἀξίζουν οἱ 25 πήχεις;

Θὰ διαιρέσουμε τὶς 99 δραχμ. διὰ $5\frac{1}{2}$ διὰ νὰ εὕρωμε τὴν τιμὴ τοῦ ἑνὸς πήχεως. Κατόπιν τὴν τιμὴ τοῦ ἑνὸς πήχεως θὰ τὴν πολλαπλασιάσουμε ἐπὶ 25 διὰ νὰ εὕρουμε τὴν τιμὴ τῶν 25 πήχεων:

$$99 : 5\frac{1}{2} = 99 : \frac{11}{2} = 99 \times \frac{2}{11} = \frac{99 \times 2}{11} = 18$$

$18 \times 25 = 450$ δραχμές.

Μὲ τὴν ἀναγωγὴ στὴ μονάδα λύεται ὡς ἑξῆς:

(ὁ μικτὸς $5\frac{1}{2}$ γίνεται κλασματικὸς $\frac{11}{2}$)

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Οἱ $\frac{11}{2}$ πήχεις τιμῶνται 99

Τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ πήχεως τιμᾶται $99 : 11 = \frac{99}{11}$

καὶ τὰ $\frac{2}{2}$ ἢ ὁ ἕνας πῆχυς τιμᾶται $\frac{99}{11} \times 2 = \frac{99 \times 2}{11}$

Οἱ 25 πήχεις θὰ τιμῶνται :

$$\left(\frac{99 \times 2}{11}\right) \times 25 = \frac{99 \times 2 \times 25}{11} = 450.$$

2. Οἱ $2\frac{4}{8}$ πήχεις ἀξίζουν 35 δραχμές. Πόσο τιμῶνται οἱ 6 πήχεις ;

3. Οἱ $25\frac{1}{4}$ ὀκάδες τιμῶνται 1010 δραχμές. Πόσο ἀξίζουν οἱ 12 ὀκάδες ;

4. Οἱ $2\frac{4}{8}$ ὀκάδες ἀξίζουν 75 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀξίζουν οἱ $6\frac{1}{2}$ ὀκάδες ;

$\left(2\frac{4}{8}\text{ ὀκάδες} = \frac{20}{8}\text{ ὀκάδες}\right)$ $\left(6\frac{1}{2}\text{ ὀκάδες} = \frac{13}{2}\text{ ὀκάδες}\right)$

Οἱ $\frac{20}{8}$ ὀκάδες τιμῶνται 75 δρχ.

Τὸ $\frac{1}{8}$ » » $\frac{75}{20}$

Τὰ $\frac{8}{8}$ ἢ $\frac{2}{2}$ ὀκάδες τιμῶνται $\frac{75 \times 8}{20}$ = (τιμὴ μιᾶς ὀκᾶς)

Τὸ $\frac{1}{2}$ » » $\frac{75 \times 8}{20} : 2 = \frac{75 \times 8}{20 \times 2}$

Τὰ $\frac{13}{2}$ » » $\frac{75 \times 8 \times 13}{20 \times 2} = 195$

ἢ $\left(2\frac{4}{8}\text{ ὀκ. } 6\frac{1}{2}\text{ ὀκ.} = 2\frac{4}{8}\text{ ὀκ. } 6\frac{4}{8}\text{ ὀκ.} = \frac{20}{8}\text{ ὀκ. } \frac{52}{8}\text{ ὀκ.}\right)$

Οἱ $\frac{20}{8}$ ὀκάδες τιμῶνται 75

Τὸ $\frac{1}{8}$ » » $\frac{75}{20}$

Τὰ $\frac{52}{8}$ » » $\frac{75 \times 52}{20} = 195$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

5. Ἀπὸ 3 $\frac{1}{2}$ στρέμματα κήπου ἐκέρδισε ὁ κηπουρὸς 7.000 δραχμές. Πόσα χρήματα θὰ ἐκέρδιζε ἂν εἶχε 5 $\frac{3}{4}$ στρέμματα.

6. 5 $\frac{1}{2}$ πήχεις ὕφασμα τιμῶνται 825 δραχμές. Τὰ $\frac{7}{8}$ πήχεις, πόσες δραχμὲς ἀξίζουν ;

7. 4 $\frac{1}{2}$ ὀκάδες ἄλευρο ἀξίζουν 13 $\frac{1}{2}$ δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀξίζουν οἱ 2 $\frac{4}{5}$ ὀκάδες ;

(Τρέπουμε τοὺς μικτοὺς εἰς κλασματικούς).

$4\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$ ὀκ. $13\frac{1}{2}=\frac{27}{2}$ δρχ. $2\frac{4}{5}=\frac{14}{5}$ ὀκάδες.

Τρέπουμε τὰ κλάσματα τῶν ὀκάδων εἰς ὁμώνυμα.

$$\frac{9}{2} \text{ ὀκ. } \frac{14}{5} \text{ ὀκ.} = \frac{45}{10} \text{ ὀκ. } \frac{28}{10} \text{ ὀκ.}$$

Οἱ $\frac{45}{10}$ ὀκ. τιμῶνται $\frac{27}{2}$ δραχμές.

Τὸ $\frac{1}{10}$ » » $\frac{27}{2} : 45 = \frac{27}{2 \times 45}$

Τὰ $\frac{28}{10}$ » » $\frac{27}{2 \times 45} \times 28 = \frac{27 \times 28}{2 \times 45} = 8\frac{4}{10}$

8. Οἱ 25 $\frac{2}{5}$ ὀκάδες κρέας ἀξίζουν 819 $\frac{3}{5}$ δραχμές. Πόσο ἀξίζουν οἱ 12 $\frac{3}{4}$ ὀκάδες ;

9. 5 $\frac{1}{2}$ ὀκάδες λάδι τιμᾶται 71 $\frac{1}{2}$ δραχμές. Πόσο τιμῶνται οἱ 2 $\frac{4}{10}$ ὀκάδες ;

10. Ἡ Νίκη ἔπλεξε σὲ 2 $\frac{1}{4}$ ὧρες $\frac{4}{8}$ πήχεις δαντέλλα. Σὲ 5 $\frac{2}{10}$ ὧρες πόσους πήχεις θὰ πλέξῃ ;

Ὁμάδα 4η. (Προβλήματα ποὺ λύονται μὲ διαίρεση μετρήσεως).

1. Μιὰ ὀκὰ πορτοκάλια ἔχουν 3 $\frac{1}{2}$ δραχμές. Μὲ 105 δρα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

χμές, πόσα πορτοκάλια ἀγοράζουμε ;

$$\left(105 : 3\frac{1}{2} = 105 : \frac{7}{2} = 105 \times \frac{2}{7} = \frac{210}{7} = 30\right)$$

Μὲ $\frac{7}{2}$ δραχ. ἀγοράζω 1 ὀκὰ πορτοκάλια.

Μὲ $\frac{1}{2}$ » » $1 : 7 = \frac{1}{7}$ ὀκ.

Μὲ $\frac{2}{2}$ ἢ 1 » » $\frac{1}{7} \times 2 = \frac{2}{7}$ ὀκ.

Καὶ μὲ 105 » » $\frac{2}{7} \times 105 = \frac{2 \times 105}{7} = 30$ ὀκ.

2. Ἕνα μέτρο χαρτὶ ἀξίζει $2\frac{4}{5}$ δραχμές. Μὲ $59\frac{6}{10}$ δραχμές, πόσα μέτρα ἀγοράζουμε ;

3. Οἱ $12\frac{1}{2}$ ὀκάδες μαλλὶ ἀξίζουν 562,50 δραχμές. Μὲ $5647\frac{1}{2}$ δραχμὲς πόσες ὀκάδες θὰ ἀγοράσω ;

13. Διάφορα προβλήματα

1. Ἕνας γεωργὸς εἶχε τρία κτήματα ἀπὸ τὰ ὁποῖα εἶχε εἰσόδημα $5.375\frac{1}{2}$ δραχμές. Τὸ πρῶτο τοῦ ἔδιδε 1.250. Τὸ δεύτερο $1\frac{3}{4}$ φορὲς περισσότερο ἀπὸ τὸ πρῶτο. Πόσο ἔδιδε τὸ τρίτο ;

2. Ἕνας γεωργὸς χρεωστοῦσε στὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα 1.800 δρχ. καὶ ἐπλήρωσε τὰ $\frac{4}{5}$ τοῦ χρέους του. Πόσα χρήματα χρεωστεῖ ἀκόμη ;

3. Διὰ νὰ γίνη ἕνα ζευγάρι κάλτσες χρειάζονται $12\frac{1}{2}$ δράμια μαλλί. Μὲ $162\frac{1}{2}$ δράμια μαλλὶ πόσα ζεύγη κάλτσες γίνονται ;

4. Ἕνας κτίστης ἔκτισε τὰ $\frac{3}{5}$ τῆς οἰκοδομῆς καὶ πρέπει νὰ ἐργασθῆ 12 ἡμέρες διὰ νὰ τὴν ἀποτελειώση. Πόσες ἡμέρες ἐργάστηκε ὥς τώρα ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

5. Ἕνας παντοπώλης ἐπώλησε τὰ $\frac{5}{7}$ τοῦ λαδιοῦ ποὺ εἶχε, καὶ τοῦ ἔμειναν 45 ὀκάδες. Πόσο λάδι εἶχε ;

6. Ἕνας ὀπωροπώλης ἀγόρασε 38 $\frac{1}{2}$ ὀκάδες σταφύλια πρὸς 2 $\frac{1}{5}$ δραχμὲς τὴν ὀκά. Ἀπὸ αὐτὰ τὶς 12 $\frac{3}{4}$ ὀκάδες ἐπώλησε πρὸς 2 $\frac{6}{10}$ καὶ τὶς ὑπόλοιπες πρὸς 2 $\frac{4}{10}$. Πόσα ἐκέρδισε ;

7. Ἕνα ἀτμόπλοιο πλέει ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ στὴ Μονεμβασία μὲ ταχύτητα 9 $\frac{1}{2}$ μίλλια τὴν ὥρα καὶ ἔφτασε σὲ 8 $\frac{1}{2}$ ὧρες. Πόσα μίλλια εἶναι ἀπὸ τὴν Ἀθήνα ὡς τὴν Μονεμβασία ;

8. Ἕνα αὐτοκίνητο τρέχει μὲ ταχύτητα 32 $\frac{1}{2}$ χιλιόμετρα τὴν ὥρα. Εἰς πόσες ὧρες θὰ διατρέξῃ ἀπόσταση 152 $\frac{4}{10}$ χιλιομ.;

9. Πόσα δράμια εἶναι οἱ 12 $\frac{3}{8}$ ὀκάδες ;

10. Πόσα δράμια εἶναι τὰ $\frac{4}{5}$ τῆς ὀκᾶς ;

11. Τρεῖς ἄνθρωποι μοιράστηκαν ἕνα ποσὸν χρημάτων. Ὁ πρῶτος ἔλαβε τὰ $\frac{3}{10}$ τοῦ ποσοῦ αὐτοῦ. Ὁ δεύτερος τὰ $\frac{2}{4}$ καὶ ὁ τρίτος 250. Πόσα χρήματα ἔλαβαν ὁ πρῶτος καὶ ὁ δεύτερος ;

12. Ἕνα αὐτοκίνητο πρέπει νὰ πάῃ ἀπὸ τὴν Ἀθήνα στὴ Σπάρτη, ποὺ εἶναι 325 $\frac{1}{2}$ χιλιόμετρα, σὲ 8 ὧρες. Σὲ 1 $\frac{3}{4}$ ἔφτασε στὴν Κόρινθο ποὺ ἀπέχει ἀπὸ τὴν Ἀθήνα 80 χιλιόμετρα. Μὲ ποιὰ ταχύτητα πρέπει νὰ τρέχῃ διὰ νὰ διανύσῃ τὰ ὑπόλοιπα χιλιόμετρα στὶς ὑπόλοιπες ὧρες ;

13. Ἕνα δοχεῖο γεμάτο βούτυρο ζυγίζει 1 $\frac{1}{8}$ ὀκάδες. Ἄδειο ἐζύγιζε $\frac{2}{8}$ τῆς ὀκᾶς. Πόσο ζυγίζει τὸ βούτυρο τὸ ὁποῖο περιέχει ;

14. Ἕνα πλοῖο ἀνεχώρησε ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ διὰ Θεσσαλονίκην μὲ ταχύτητα 7 $\frac{3}{4}$ μιλλίων τὴν ὥρα. Μετὰ 6 ὧρες ἀνεχώ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ρησε ἄλλο πλοῖο μὲ ταχύτητα $8\frac{1}{2}$ μιλλίων τὴν ὥρα. Μετὰ πόσες ὧρες θὰ φτάση τὸ πρῶτο ;

15. Μιὰ ἀντλία γεμίζει μιὰ δεξαμενὴ σὲ 8 πρῶτα λεπτά. Μιὰ ἄλλη ἀντλία γεμίζει τὴν ἴδια δεξαμενὴ σὲ 15 πρῶτα λεπτά. Σὲ πόσα πρῶτα λεπτὰ θὰ τὴν γεμίσουν καὶ οἱ δυὸ μαζί ;

16. Ἕνας οἰκογενειάρχης ἔχει τὸ μῆνα μισθὸ 1.800. Ἐξοδεύει γιὰ τροφὴ τὸ $\frac{1}{3}$, γιὰ ἐνοίκιο τὸ $\frac{1}{6}$, γιὰ ἀγορὰ ἐνδυμάτων τὸ $\frac{1}{8}$, γιὰ τὸ σχολεῖο τῶν παιδιῶν του τὸ $\frac{1}{10}$, γιὰ νερό, φῶς, τηλέφωνο καὶ ραδιόφωνο τὸ $\frac{1}{12}$ καὶ δι' ὅλες τὶς ἄλλες ἀνάγκες τὰ ὑπόλοιπα. Τί ποσὸ ἐξοδεύει γιὰ κάθε μιὰ ἀπὸ τὶς παραπάνω ἀνάγκες του ;

17. Νὰ εὑρεθοῦν τὰ $\frac{4}{5}$ τοῦ ἀριθμοῦ 60.

18. Τὰ $\frac{4}{7}$ ἑνὸς ἀριθμοῦ εἶναι 40. Ποιὸς εἶναι αὐτὸς ὁ ἀριθμός ;

19. Τὰ $\frac{3}{4}$ ἑνὸς ἀριθμοῦ εἶναι 120. Ποιὸς εἶναι ὁ ἀριθμὸς αὐτός ;

20. Τὸ $\frac{1}{5}$ ἑνὸς ἀριθμοῦ καὶ τὰ $\frac{2}{3}$ αὐτοῦ ἔχουν ἄθροισμα 40. Ποιὸς εἶναι αὐτὸς ὁ ἀριθμός ;

21. Τὰ $\frac{2}{3}$, τὰ $\frac{2}{12}$ καὶ τὸ $\frac{1}{24}$ ἑνὸς ἀριθμοῦ ἔχουν ἄθροισμα 105. Ποιὸς εἶναι ὁ ἀριθμὸς αὐτός ;

22. Νὰ εὑρεθοῦν τὰ $\frac{2}{5}$ τῶν $\frac{3}{4}$ τοῦ ἀριθμοῦ 80.

23. Τὰ $\frac{2}{3}$ τῶν $\frac{3}{4}$ ἑνὸς ἀριθμοῦ εἶναι 64. Ποιὸς εἶναι ὁ ἀριθμὸς αὐτός ;

24. Ποιὸς ἀριθμὸς ἂν διαιρεθῆ διὰ 7 θὰ δώση πηλίκον $4\frac{8}{10}$;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

25. Τίνος ἀριθμοῦ τὸ $\frac{1}{3}$ καὶ τὸ $\frac{1}{4}$ ἂν προστεθοῦν στὸν 25 δίδουν τὸν ἴδιο ἀριθμὸ αὐτόν ;

26. Ἡ αὐλὴ τοῦ σχολείου ἔχει σχῆμα τετραγώνου καὶ πλευρὰ 9 $\frac{1}{2}$ μέτρα. Πόσα μέτρα σύρμα χρειάζεται νὰ περιφραχθῆ ;

27. Ἕνα τετράγωνο οἰκόπεδο μὲ πλευρὰ 14,75 μέτρων τί ἐμβαδὸν ἔχει ;

28. Ἕνα τετράγωνο δωμάτιο ἔχει πλευρὰ 3,20 μέτρα. Πόσα τετραγ. πλακάκια μὲ πλευρὰ $\frac{25}{100}$ χρειάζονται γιὰ νὰ στρωθῆ ;

29. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος κυβικοῦ δωματίου ποὺ ἔχει πλευρὰ 6 $\frac{1}{2}$ μέτρα ;

30. Ἑνὸς οἰκοπέδου σχήματος ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου μήκους 16 $\frac{1}{2}$ τὸ ἐμβαδὸν εἶναι 173,40 τ.μ. Πόσο εἶναι τὸ πλάτος του ;

31. Ἕνα δωμάτιο σχήματος ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου μὲ μῆκος 5 $\frac{1}{2}$ μέτρα καὶ πλάτος 3,2 τί ἐμβαδὸν ἔχει ;

32. Πόσους μαθητὰς χωρεῖ μιὰ αἴθουσα διδασκαλίας μήκους 12 μέτρων καὶ πλάτους 8,2, ὅταν ὁ καθένας χρειάζεται ἐπιφάνεια 2,5 μέτρων ;

33. Μιὰ αὐλὴ μήκους 12 μέτρων καὶ πλάτους 9 $\frac{1}{2}$ εἶναι στρωμένη μὲ τετράγωνα πλακάκια μὲ πλευρὰ 0,30. Πόσα πλακάκια ἔχει ;

34. Ἕνας ἄνθρωπος καταστρέφει μὲ τὴν ἀναπνοή του 3 κυβικὰ μέτρα ἀέρος τὴν ὥρα. Σὲ μιὰ αἴθουσα διαστάσεων $8{,}2 \times 6 \times 4\frac{1}{2}$ πόσους ἀνθρώπους μποροῦμε νὰ βάλουμε γιὰ μιὰ ὥρα ;

35. Πόσα κυβικὰ μέτρα χωρεῖ μία δεξαμενὴ πλάτους 12,3 μέτρων, μήκους 24 $\frac{1}{4}$ καὶ ὕψους 4,2 μέτρων ;

36. Πόσο εἶναι τὸ ἐμβαδὸν μιᾶς τριγωνικῆς πλατείας μὲ βάση 41 μέτρα καὶ ὕψος 35,5 ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

37. Ἕνα τριγωνικὸ ἀμπέλι μὲ βάση 45 μέτρα καὶ ὕψος $32\frac{1}{2}$ ἔδωσε 800 ὀκάδες σταφύλια. Τί παραγωγὴ εἶχε κατὰ στρέμμα ;

38. Πόσο εἶναι τὸ ἐμβαδὸν ἀγροῦ, σχήματος τραπεζίου, ὅταν ἡ μιὰ βάση εἶναι $84\frac{1}{2}$ μέτρα, ἡ ἄλλη 75 καὶ ἡ ἀπόσταση τῶν δύο βάσεων 45,34 μέτρα ;

39. Πόσο εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τραπεζίου ποὺ ἔχει ἄθροισμα βάσεων 100 μέτρα καὶ ὕψος $25\frac{1}{2}$;

40. Ὁ τετραγωνικὸς τεκτονικὸς πῆχυς εἶναι τὰ $\frac{9}{16}$ τοῦ τετραγωνικοῦ μέτρου. Πόσοι τετραγωνικοὶ τεκτονικοὶ πήχεις εἶναι τὰ $85\frac{1}{2}$ μέτρα ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΜΕΡΟΣ Γ'.

Οἱ συμμιγεῖς ἀριθμοὶ

1. Ἔννοια τῶν συμμιγῶν ἀριθμῶν

1. Τὸ μῆκος ἑνὸς ὑφάσματος εἶναι 4 πήχεις καὶ 2 ρούπια.
Τὸ βάρος ἑνὸς κουτιοῦ εἶναι 3 ὀκάδες καὶ 250 δράμια.
Τὸ μάθημα τῆς ἡμέρας διαρκεῖ 4 ὧρες καὶ 30 πρῶτα λεπτά.

2. Οἱ ἀριθμοί : 4 πήχεις καὶ 2 ρούπια
3 ὀκάδες καὶ 250 δράμια.
4 ὧρες καὶ 30 π. λεπτά,

λέγονται *συμμιγεῖς* ἀριθμοί, διότι ἀποτελοῦνται ἀπὸ διαφορετικὲς μονάδες μετρήσεως. Ἐκφράζουν πήχεις ὁλόκληρους καὶ ρούπια ποὺ εἶναι ὑποδιαίρεση τοῦ πήχεως. Ἐκφράζουν ὀκάδες καὶ δράμια ποὺ εἶναι ὑποδιαίρεση τῆς ὀκᾶς. Ἐκφράζουν ὧρες καὶ λεπτὰ ποὺ εἶναι ὑποδιαίρεση τῆς ὥρας.

Συμμιγὴς ἀριθμὸς εἶναι ἕνας συγκεκριμένος ἀριθμὸς ποὺ ἀποτελεῖται ἀπὸ ἄλλους ἀριθμούς, οἱ ὁποῖοι ἔχουν ἰδιαίτερα ὀνόματα καὶ εἶναι πολλαπλάσια ἢ ὑποπολλαπλάσια μιᾶς ἀρχικῆς μονάδος.

3. Ὁ συμμιγὴς ἀριθμὸς 4 πήχεις καὶ 2 ρούπια ἔχει μονάδες δύο τάξεων : ἀνωτέρας τάξεως καὶ κατωτέρας τάξεως. Ἀνωτέρας τάξεως εἶναι οἱ 4 μονάδες, ποὺ φανερώνουν πήχεις, καὶ κατωτέρας τάξεως εἶναι οἱ 2 μονάδες ποὺ φανερώνουν ρούπια.

4. Ὅταν θέλουμε νὰ γράψουμε ἕνα συμμιγῆ ἀριθμό, γράφουμε σὲ μιὰ σειρὰ πρῶτα τὶς μονάδες τῆς ἀνωτέρας τάξεως καὶ κοντὰ σ' αὐτὲς τὸ ὄνομά τους καὶ κατόπι τὶς μονάδες τῆς κατωτέρας τάξεως καὶ κοντὰ σ' αὐτὲς τὸ ὄνομά τους, π.χ. :

3 ἡμ.	7 ὧρες	5π (πρῶτα λεπτά).
3 μέτρ.	3 παλ.	8 δακτ. 5 γραμμ.
5 ὀκ.	300 δραμ.	

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

2. Οἱ μονάδες τῶν συμμιγῶν ἀριθμῶν

α) Μονάδες μήκους

1. **Ὁ βασιλικὸς πῆχυς ἢ γαλλικὸ μέτρο ἢ μέτρο.** Ὑποδιαιρεῖται σὲ 10 *παλάμες*. Κάθε παλάμη ὑποδιαιρεῖται σὲ 10 *δακτύλους* ποὺ λέγονται καὶ πόντοι καὶ κάθε δάκτυλος ὑποδιαιρεῖται σὲ 10 *γραμμές*. Μεγάλες ἀποστάσεις τὶς μετροῦν μὲ τὸ *χιλιόμετρο* ποὺ εἶναι 1.000 μέτρα.

2. **Ὁ ἐμπορικὸς πῆχυς.** Ὑποδιαιρεῖται σὲ 8 *ρούπια*. Κάθε ρούπι ὑποδιαιρεῖται σὲ 8 δακτύλους. Ὁ ἐμπορικὸς πῆχυς χρησιμοποιεῖται στὸ ἐμπόριο γιὰ τὴ μέτρηση ὑφασμάτων καὶ λογαριάζεται ὅτι εἶναι τὰ 0,64 τοῦ μέτρου.

3. **Ὁ τεκτονικὸς πῆχυς.** Ὑποδιαιρεῖται σὲ 75 δακτύλους. Εἶναι τὰ 0,75 τοῦ μέτρου.

4. **Ἡ γυάρδα.** Εἶναι ἀγγλικὸ μέτρο, ἀλλὰ χρησιμοποιεῖται καὶ στὴν Ἑλλάδα γιὰ ὅσα ἐμπορεύματα ἔρχονται ἀπὸ τὴν Ἀγγλία. Εἶναι 0,914 τοῦ μέτρου καὶ ὑποδιαιρεῖται σὲ τρία *πόδια* καὶ κάθε πόδι σὲ 12 *ἴντζες*.

5. **Τὸ ναυτικὸ μίλλιο.** Εἶναι 1852 μέτρα.

6. **Τὸ ἀγγλικὸ μίλλιο.** Εἶναι 1.690,32 μέτρα.

β) Μονάδες ἐπιφανείας

1. **Τὸ τετραγωνικὸ μέτρο.** Ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 τετραγωνικὲς παλάμες. Κάθε τετραγωνικὴ παλάμη ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 τετραγ. δακτύλους καὶ κάθε τετραγωνικὸς δάκτυλος ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 τετραγ. γραμμές.

Ἕνα τετραγωνικὸ μέτρο ἔχει : 100 τετρ. παλάμες.
10.000 τετρ. δακτύλους.
1.000.000 τετρ. γραμμές.

Μεγάλες ἐπιφάνειες τὶς μετροῦν μὲ τὸ *στρέμμα*, ποὺ εἶναι 1.000 μέτρα τετραγωνικά. Καὶ ἀκόμη μεγαλύτερες μὲ τὸ *ἑκτάριο* ποὺ εἶναι 10.000 τετραγ. μέτρα.

2. **Ὁ τετραγωνικὸς τεκτονικὸς πῆχυς.** Εἶναι τετράγωνο μὲ πλευρὰ 75 δακτύλων. Ἕνας τετραγωνικὸς πῆχυς εἶναι τὰ $\frac{9}{16}$ τοῦ τετραγ. μέτρου. Μὲ αὐτὸν μετροῦν τὰ οἰκόπεδα καὶ τοὺς τοίχους.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γ) Μονάδες ὄγκου

1. **Τὸ κυβικὸ μέτρο.** Εἶναι κύβος μὲ πλευρὰ ἑνὸς μέτρου. Ὑποδιαιρεῖται σὲ 1000 κυβικὲς παλάμες. Κάθε κυβικὴ παλάμη σὲ 1000 κυβικοὺς δακτύλους καὶ κάθε κυβικὸς δάκτυλος σὲ 1000 κυβικὲς γραμμές.

Ἕνα κυβικὸ μέτρο ἔχει :	1.000	κυβικὲς παλάμες.
	1.000.000	κυβικοὺς δακτύλους.
	1.000.000.000	κυβικὲς γραμμές.

2. **Ὁ κυβικὸς τεκτονικὸς πῆχυς.** Εἶναι τὰ $\frac{27}{64}$ τοῦ κυβικοῦ μέτρου.

δ) Μονάδες βάρους

1. **Ἡ ὀκά.** Ὑποδιαιρεῖται σὲ 400 δράμια. 44 ὀκάδες κάνουν ἕνα ***στατῆρα*** καὶ 781 $\frac{1}{4}$ ὀκάδες κάνουν ἕναν ***τόννο.***

2. **Τὸ χιλιόγραμμο** (τὸ κιλό). Ὑποδιαιρεῖται σὲ 1000 γραμμάρια. 1000 χιλιόγραμμα εἶναι ἕνας ***τόννος.***

3. **Ἡ ἐνετικὴ λίτρα** μὲ τὴν ὁποία μετροῦν τὴ σταφίδα εἶναι τὰ $\frac{3}{8}$ τῆς ὀκᾶς, δηλαδὴ 150 δράμια.

4. **Ἡ λίβρα.** Εἶναι ἀμερικανικὴ μονάδα βάρους καὶ χρησιμοποιεῖται σὲ ὅσα ἐμπορεύματα ἔρχονται ἀπὸ τὴν Ἀμερική. Διαιρεῖται σὲ 16 οὐγγιές.

1 ὀκὰ = 1280 γραμμάρια.
1 δράμι = 3,2 γραμμάρια.
1 χιλιόγραμμο = 312,5 δράμια.
1 λίβρα = 141,75 δράμια.
1 οὐγγιὰ = 8,86 δράμια.

ε) Μονάδες χρόνου

1. **Τὸ ἡμερονύκτιο.** Ὑποδιαιρεῖται σὲ 24 ***ὧρες.*** Κάθε ὥρα ὑποδιαιρεῖται σὲ 60 ***πρῶτα λεπτά.*** Κάθε πρῶτο λεπτὸ ὑποδιαιρεῖται σὲ 60 ***δεύτερα λεπτά.*** Τὰ πρῶτα λεπτὰ σημειώνονται μὲ τὸ γράμμα (π.) καὶ τὰ δεύτερα μὲ τὸ γράμμα (δ.).

Γιὰ μεγαλύτερα χρονικὰ διαστήματα εἶναι ὁ ***μήνας*** ποὺ ἔχει 30 ἡμερονύκτια, τὸ ***ἔτος*** ποὺ ἔχει 12 μῆνες καὶ ὁ ***αἰώνας*** ποὺ ἔχει 100 ἔτη.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

στ) Μονάδες νομισμάτων

1. Ἑλλάδος. Ἡ *δραχμή*. Ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 *λεπτά*.

2. Ἀγγλίας. Ἡ *λίρα στερλίνα*. Ὑποδιαιρεῖται σὲ 20 *σελλίνια*. Κάθε σελλίνι ἔχει 12 *πέννες* καὶ κάθε πέννα 4 *φαρδίνια*.

3. Ἀμερικῆς. Τὸ *δολλάριο*. Ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 σέντς.

4. Γαλλίας. Τὸ *φράγκο*. Ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 ἑκατοστὰ (σαντίμ).

5. Τουρκίας. Ἡ *Τουρκικὴ λίρα*. Ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 *γρόσια* καὶ κάθε γρόσι σὲ 40 *παράδες*.

6. Αἰγύπτου. Ἡ *Αἰγυπτιακὴ λίρα*. Ἔχει 100 *γρόσια*.

7. Ἰταλίας. Ἡ *λιρέτα*. Ὑποδιαιρεῖται εἰς 100 ἑκατοστὰ (τσεντέζιμα).

8. Ρωσίας. Τὸ *ρούβλι*. Ἔχει 100 *καπίκια*.

9. Νοτιοσλαβίας. Τὸ *δηνάριο*. Ἔχει 100 *πάρα*.

10. Γερμανίας. Τὸ *μάρκο*.

11. Αὐστρίας. Ἡ *κορώνα*.

12. Ὑπάρχουν καὶ διάφορα χρυσὰ νομίσματα. Ἡ λίρα. Τὸ εἰκοσάφραγκο. Τὸ ναπολεόνιο κ.λ.π.

ζ) Μονάδες τόξων

1. Ἡ **μοῖρα**. Κάθε περιφέρεια διαιρεῖται σὲ 360 ἴσα τόξα. Τὸ $\frac{1}{360}$ τῆς περιφερείας, εἶναι μία μοῖρα. Κάθε μοῖρα διαιρεῖται σὲ 60 π. καὶ κάθε πρῶτο λεπτὸ σὲ 60 δ. (δεύτερα λ.).

3. Ἀσκήσεις μὲ συμμιγεῖς ἀριθμοὺς

α) Τροπὴ συμμιγῶν σὲ μονάδες κατωτέρας τάξεως

1. Πόσοι δάκτυλοι εἶναι 2 μέτρα 3 παλάμες καὶ 8 δάκτυλοι;

2 μέτρα × 10 παλάμες = 20 παλάμες
+ 3 »
23 παλάμες

23 παλάμες × 10 δακτύλους = 230 δάκτυλοι
+ 8 »
238 δάκτυλοι

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

2. Πόσα λεπτὰ εἶναι οἱ 15 δραχμές ;

3. Πόσες πέννες εἶναι 4 στερλίνες, 5 σελλίνια καὶ 7 πέννες;

4. Πόσους παράδες κάνουν 5 τουρκικὲς λίρες, 70 γρόσια καὶ 35 παράδες ;

5. Πόσα ρούπια εἶναι 7 πήχεις καὶ 7 ρούπια ;

6. Πόσα δράμια εἶναι 2 στατῆρες, 3 ὀκάδες καὶ 150 δράμια;

7. Πόσες ἡμέρες εἶναι 2 ἔτη, 8 μῆνες καὶ 19 ἡμέρες ;

8. Τρέψατε σὲ μονάδες κατωτέρας τάξεως τοὺς σιμμιγεῖς ἀριθμούς :

7 ὥρ. 40 π. λ. 59 δ. λ. =
2 τεκτ. πήχ. 18 δάκτ. =
7 γυάρδες 2 πόδια 11 ἴντζες =
3 ἀγγλ. μίλλια 765 μέτρα =
2 ναυτ. μίλλια 1652 μέτρα =
2 τον. 5 ὀκ. 200 δράμια =
12 λίβρες 15 οὐγγιὲς =
31 χιλιόγραμμα 800 γραμμ. =
7 μοῖρες 12 π. λ. =

β) Τροπὴ μονάδων κατωτέρας τάξεως σὲ συμμιγῆ ἀριθμὸ

1. Πόσους ἐμπορικοὺς πήχεις, ρούπια καὶ δακτύλους κάνουν 251 δάκτυλοι ;

$$\begin{array}{r|l} 251 & 8 \\ \hline 11 & 31 \text{ ρούπια} \\ 3 & \\ \text{δάκτυλοι} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 31 & 8 \\ \hline 7 & 3 \text{ πήχεις} \\ \text{ρούπια} & \end{array}$$

Κάνουν 3 πήχεις 7 ρούπια 3 δάκτυλους

2. Πόσες δραχμὲς εἶναι τὰ 12.650 λεπτά ;

3. Τρέψατε σὲ συμμιγῆ ἀριθμό :

12.320 πέννες
37.560 δράμια
978 ἡμέρες
2819 δ. λ. (χρόνου)

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

5683 παράδες
525 ἴντζες
7125 γραμμάρια
152 οὐγγιές.

γ) Μετατροπὴ νομισμάτων

1. Πόσες δραχμὲς εἶναι 8 λίρες στερλίνες ὅταν ἡ μία λίρα ἔχη 80 δραχμές;

2. Πόσες δραχμὲς εἶναι τὰ 35 δολλάρια ὅταν τὸ ἕνα ἔχη 30 δραχμές;

3. Πόσες δραχμὲς εἶναι 12 ἀγγλικὲς χρυσὲς λίρες ὅταν ἡ μιὰ ἔχη 320 δραχμές;

4. Μὲ 840 δραχμὲς πόσες λίρες στερλίνες ἀγοράζουμε ὅταν ἡ μιὰ ἔχη 80 δραχμές;

5. Μὲ 810 δραχμὲς πόσα δολλάρια ἀγοράζουμε ὅταν τὸ ἕνα ἔχη 30 δραχμές;

δ) Μετατροπὴ μέτρων

1. Πόσα μέτρα εἶναι οἱ 12 ἐμπορικοὶ πήχεις;

$$12 \times \frac{64}{100} = \frac{12 \times 64}{100} = \frac{768}{100} = 7{,}68$$

2. Γιὰ ἕνα ἐπανωφόρι χρειάζεται ὕφασμα 4 πήχεις καὶ 5 ρούπια. Ὁ ἔμπορος τὸ πουλεῖ μὲ τὸ μέτρο. Πόσα μέτρα θὰ ἀγοράσουμε;

3. Ὁ Γιάννης ἔχει ὕψος 2 πήχεις καὶ 1 ροῦπι. Ὁ Πέτρος 1,36 μέτρα. Ποιὸς εἶναι ψηλότερος;

4. Γιὰ μιὰ φορεσιὰ χρειάζονται 3,40 μέτρα ὕφασμα. Πόσους ἐμπορικοὺς πήχεις πρέπει νὰ ἀγοράσουμε;

$$3{,}40 : \frac{64}{100} = 3{,}40 \times \frac{100}{64} = \frac{3{,}40 \times 100}{64} = \frac{340}{64} = 5 \text{ πήχ. } 2 \text{ ρ. } 4 \text{ δακτ.}$$

5. Πόσοι ἐμπορικοὶ πήχεις εἶναι 18 μέτρα ὕφασμα;

6. Ἕνα πηγάδι ἔχει βάθος 12,45 μέτρα. Πόσους πήχεις σχοινὶ πρέπει ν' ἀγοράσουμε γιὰ νὰ βγάζουμε νερό;

7. Πόσα μέτρα εἶναι οἱ 32 γυάρδες;

$$32 \times \frac{914}{1000} = \frac{32 \times 914}{1000} = 29{,}248 \text{ μέτρα.}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

8. Πόσα μέτρα κλωστὴ ἔχει ἕνα κουβάρι 60 γυαρδῶν ;

9. Πόσα μέτρα ὕφασμα εἶναι ἕνα τόπι ὕφασμα 100 γυαρδῶν;

10. Ἕνα ὕφασμα 13,71 μέτρων πόσες γυάρδες εἶναι ;

$$13{,}71 : \frac{914}{1000} = 13{,}71 \times \frac{1000}{914} = \frac{13{,}71 \times 1000}{914} = 15 \text{ γυάρδες.}$$

11. Ἕνα ὕφασμα 25 μέτρα πόσες γυάρδες εἶναι ;

12. Ἀπὸ ἕνα ὕφασμα 100 γυαρδῶν ἐκόψαμε 68,55 μέτρα. Πόσες γυάρδες ἔμειναν ;

13. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι οἱ 12 τετραγωνικοὶ τεκτονικοὶ πήχεις ;

$$12 \times \frac{9}{16} = \frac{12 \times 9}{16} = \frac{108}{16} = 6{,}75 \text{ μέτρα.}$$

14. Ἕνας ἄνθρωπος ἀγόρασε ἕνα οἰκόπεδο 300 τετρ. τεκτονικῶν πήχεων καὶ ἐπλήρωσε 14.000 δραχμές. Πόσο ἀξίζει τὸ 1 τετραγωνικὸ μέτρο ;

15. Τὸ πάτωμα τῆς αἰθούσης τοῦ σχολείου εἶναι 48 τετραγωνικοὶ τεκτονικοὶ πήχεις. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι ;

16. Πόσοι τετραγωνικοὶ τεκτονικοὶ πήχεις εἶναι τὰ 14,25 τετραγωνικὰ μέτρα ;

$$14{,}25 : \frac{9}{16} = 14{,}25 \times \frac{16}{9} = \frac{14{,}25 \times 16}{9} = 25\frac{1}{3}$$

17. Ἕνα οἰκόπεδο 300 τετραγωνικῶν μέτρων ἐπωλήθη 12.185 δραχμές. Πόσο ἐπωλήθη ὁ 1 τετρ. τεκτ. πῆχυς ;

18. Ἕνας κτίστης συμφώνησε νὰ κτίσῃ ἕναν τοῖχο πρὸς 15 δραχμὲς τὸν τετρ. τεκτ. πῆχυ. Ὅταν τέλειωσε καὶ μέτρησαν τὸν τοῖχο βρῆκαν 42 τετραγ. μέτρα. Πόσα χρήματα πρέπει νὰ πάρῃ ; $\left(42 : \frac{16}{9}\right) \times 15.$

Σημείωση. Διὰ νὰ τρέψουμε τετραγωνικὰ μέτρα σὲ τετραγ. τεκτον. πήχεις τὰ πολλαπλασιάζουμε ἐπὶ 16 καὶ τὸ γινόμενο διαιροῦμε διὰ 9.

Διὰ νὰ τρέψουμε τετραγ. τεκτ. πήχεις σὲ τετραγ. μέτρα τοὺς πολλαπλασιάζουμε ἐπὶ 9 καὶ τὸ γινόμενο διαιροῦμε διὰ 16.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Αὐτὸ γίνεται διότι ἕνας τετραγ. τεκτ. πῆχυς εἶναι τὰ $\frac{9}{16}$ τοῦ τετραγ. μέτρου, ὅπως δείχνει τὸ παρακάτω σχέδιο.

	0,25	0,50	0,75	100
0,25	1	2	3	4
0,50	5	6	7	8
0,75	9	10	11	12
100	13	14	15	16

1 τετραγ. μέτρο $= \frac{16}{16}$

	0,25	0,50	0,75	100
0,25	1	2	3	
0,50	4	5	6	
0,75	7	8	9	
100				

1 τετρ. τεκτ. πῆχυς $= \frac{9}{16}$

ʹ4. Πράξεις συμμιγῶν ἀριθμῶν

α) Πρόσθεση

1. Ὁ πατέρας τοῦ Γιάννη θέλει νὰ κάνη φορεσιὰ σʼ αὐτὸν καὶ στὰ δυό του ἀδελφάκια. Ρώτησε λοιπὸν τὸ ράφτη πόσο ὕφασμα νὰ πάρη καὶ αὐτὸς τοῦ εἶπε : Γιὰ τὸν Γιάννη χρειάζεται 4 πήχεις καὶ 5 ρούπια. Γιὰ τὸν Πέτρο 3 πήχεις καὶ 2 ρούπια καὶ γιὰ τὸν Ἠλία 2 πήχεις καὶ 5 ρούπια. Πόσο ὕφασμα θὰ ἀγοράση ;

4 πήχεις		5 ρούπια	
3 »		2 »	+
2 »		5 »	
9 πήχεις		12 ρούπια	ἤ
10 »	καὶ	4 ρούπια.	

Γιὰ νὰ προσθέσουμε συμμιγεῖς ἀριθμοὺς γράφουμε τοὺς προσθετέους τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλον, ἀλλὰ μὲ τρόπο ποὺ οἱ μονάδες τοῦ αὐτοῦ εἴδους νὰ εὑρίσκωνται στὴν αὐτὴ στήλη καὶ προσθέτουμε τὶς μονάδες κάθε τάξεως χωριστά.

Μετὰ τὴν πρόσθεση, ἂν τύχη στὸ ἄθροισμα τῶν μονάδων μιᾶς τάξεως νὰ ὑπάρχουν μονάδες τῆς ἀνώτερης, τὶς βγάζουμε καὶ τὶς προσθέτουμε μὲ αὐτές.

2. Ἕνας τεχνίτης πληρώνεται μὲ τὴν ὥρα, γιʼ αὐτὸ καὶ σημειώνουν πόσες ὧρες ἐργάζεται τὴν ἡμέρα. Τὴν πρώτη ἡμέρα

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἐργάσθηκε 8 ὧρες, 30 π. καὶ 22 δ., τὴ δεύτερη 15 ὧρες, 40 π. καὶ 55 δ. καὶ τὴν τρίτη 12 ὧρες καὶ 30 δ. Πόσο ἐργάσθηκε καὶ τὶς τρεῖς ἡμέρες ;

3. Ὁ ἀδελφὸς τοῦ Νίκου δουλεύει στὰ πλοῖα καὶ ἔστειλε στὸν πατέρα του χρήματα τρεῖς φορές. Τὴν πρώτη 7 λίρες 15 σελλίνια καὶ 4 πέννες, τὴ δεύτερη 12 λίρες 18 σελλίνια καὶ 10 πέννες καὶ τὴν τρίτη 20 λίρες καὶ 11 σελλίνια. Πόσα χρήματα ἔστειλε καὶ τὶς τρεῖς φορές ;

4. Ἕνας ἔμπορος ἐπούλησε 3 πήχεις καὶ 2 ρούπια ἀπὸ ἕνα ὕφασμα σὲ ἕνα πελάτη του. Ἀλλὰ ὁ πελάτης ἐσκέφθηκε κατόπιν ὅτι πρέπει νὰ πάρῃ καὶ ἄλλες 2 πήχεις καὶ 7 ρούπια. Πόσο ὕφασμα θὰ πληρώσῃ τὸ ὅλο ;

β) Ἀφαίρεση

1. Ἕνας ἔμπορος εἶχε ἀπὸ ἕνα ὕφασμα 35 πήχεις καὶ 4 ρούπια καὶ ἐπούλησε τὶς 12 πήχεις καὶ 3 ρούπια. Πόσο τοῦ ἔμεινε ;

35 πήχεις	4 ρούπια
12 »	3 »
23 πήχεις	1 ρούπι

2. Ἕνα κιβώτιο ἄδειο εἶναι 25 ὀκάδες καὶ 200 δράμια. Γεμάτο σαπούνι εἶναι 2 στατῆρες 12 ὀκάδες καὶ 300 δράμια. Πόσο σαπούνι χωρεῖ ;

2 στατῆρες	12 ὀκάδες	300 δράμια	44
	25 »	200 »	+ 12
1 στατὴρ	31 ὀκάδ.	100 δράμια	56
			—25
			31

Διὰ νὰ ἀφαιρέσουμε συμμιγεῖς ἀριθμοὺς γράφουμε τὸν ἀφαιρετέο κάτω ἀπὸ τὸ μειωτέο μὲ προσοχὴ ὥστε οἱ μονάδες τῆς ἰδίας τάξεως νὰ βρίσκωνται στὴν ἴδια στήλη καὶ ἀφαιροῦμε τὶς μονάδες κάθε τάξεως χωριστὰ ἀπὸ τὸ ὁμοειδὲς μέρος τοῦ μειωτέου ἀρχίζοντας ἀπὸ τὶς μικρότερες.

Ἐὰν οἱ μονάδες μιᾶς τάξεως δὲν ἀφαιροῦνται ἀπὸ τὶς μονάδες τῆς ἰδίας τάξεως τοῦ μειωτέου, παίρνουμε μιὰ μονάδα ἀπὸ τὶς μονάδες τῆς ἀμέσως ἀνωτέρας τάξεως τοῦ μειωτέου, τὴν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τρέπουμε σὲ μονάδες κατωτέρας καὶ τὶς προσθέτουμε σὲ μονάδες τοῦ μειωτέου τῆς κατωτέρας.

3. Ὁλόκληρη φορεσιὰ γίνεται μὲ 4 πήχεις καὶ 2 ρούπια. Γιὰ τὸ παντελόνι μόνο χρειάζεται 1 πῆχυς καὶ 7 ρούπια. Πόσο χρειάζεται γιὰ τὸ σακκάκι;

4. Ἕνας κακὸς ἄνθρωπος δικάστηκε 3 ἔτη καὶ 6 μῆνες. Ὡς τώρα ἔχει στὴ φυλακὴ 1 ἔτος, 8 μῆνες καὶ 15 ἡμέρες. Πόσο πρέπει νὰ κάνη ἀκόμα;

5. Ἕνα παιδὶ γεννήθηκε στὶς 14 Μαΐου 1940. Τί ἡλικία ἔχει σήμερα;

6. Πόσος χρόνος ἔχει περάσει ἀπὸ τὴν ἡμέρα ποὺ κυριεύτηκε ἡ Κωνσταντινούπολη ἀπὸ τοὺς Τούρκους; (29 Μαΐου 1453).

7. Τὸ γεωγραφικὸ πλάτος τῆς Σπάρτης εἶναι 37 μοῖρες καὶ τὸ γεωγραφικὸ πλάτος τῆς Θεσσαλονίκης εἶναι 40 καὶ 45′. Πόσες μοῖρες βορειότερα εἶναι ἡ Θεσσαλονίκη;

8. Τὸ μικτὸ βάρος ἑνὸς φορτίου ἐλαίου εἶναι 4 τόννοι, 512 ὀκάδες καὶ 300 δράμια. Τὸ ἀπόβαρο (τὸ βάρος τῶν βαρελιῶν) εἶναι 632 ὀκάδες καὶ 100 δράμια. Ποιὸ εἶναι τὸ βάρος τοῦ ἐλαίου;

9. Πόσος χρόνος εἶναι ἀπὸ τὶς 10 καὶ 20 π. τὸ πρωῒ ὡς τὶς 8 καὶ 15 π. τὸ βράδυ;

γ) Πολλαπλασιασμός

Περίπτωση 1η. (Ὅταν ὁ πολλαπλασιαστὴς εἶναι ἀκέραιος).

1. Γιὰ μιὰ ποδιὰ χρειάζονται 3 πήχεις καὶ 2 ρούπια ὕφασμα. Πόσο ὕφασμα χρειάζεται γιὰ τρεῖς ποδιές;

3 πήχεις	2 ρούπια
X	3
9 πήχεις	6 ρούπια

Διὰ νὰ πολλαπλασιάσουμε συμμιγῆ ἐπὶ ἀκέραιο πολλαπλασιάζουμε χωριστὰ τὶς μονάδες κάθε τάξεως ἐπὶ τὸν ἀκέραιο.

2. Ἕνα αὐτοκίνητο διανύει ἕνα χιλιόμετρο σὲ 2 π. καὶ 8 δ. λ. Σὲ πόσο χρόνο θὰ διανύση ἀπόσταση 65 χιλιομέτρων;

3. Ἕνα φορτηγὸ αὐτοκίνητο μεταφέρει 75 σάκκους ἄλευρα. Κάθε σάκκος ζυγίζει 40 ὀκάδες καὶ 150 δράμια. Πόσο εἶναι τὸ βάρος τοῦ φορτίου;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

4. Ἕνας σάκκος λίπασμα ζυγίζει 39 ὀκάδες καὶ 350 δράμια. Πόσο λίπασμα περιέχουν 15 σάκκοι ;

5. Γιὰ κάθε ἀνδρικὴ φορεσιὰ χρειάζεται ὕφασμα 4 πήχεων καὶ 6 ρουπίων. Πόσο ὕφασμα θὰ χρειαστῆ γιὰ 8 φορεσιές ;

6. Ἕνας ξενητεμένος ἔστειλε στοὺς γονεῖς του 5 φορὲς ἀπὸ 16 λίρες, 12 σελίνια καὶ 4 πέννες. Πόσα τοὺς ἔστειλε τὸ ὅλο ;

δ) Διαίρεση καὶ πολλαπλασιασμὸς

Περίπτωση 1η. (Ὅταν ὁ διαιρέτης εἶναι ἀκέραιος).

1. Ἀπὸ 14 πήχεις καὶ 5 ρούπια ἔγιναν τρία ὑποκάμισα. Πόσους πήχεις χρειάστηκε τὸ καθένα ;

14. πήχ. 5 ρούπ. : 3 (διαίρεση μερισμοῦ)

14 π. 5 ρ. | 3
2   4 π. 7 ρ.
8 ×
16
5 +
21

2. Διὰ 3 πήχεις ὕφασμα ἐπλήρωσαν 8 λίρες, 4 σελλίνια καὶ 6 πέννες. Πόσο ἀξίζει ὁ ἕνας πῆχυς ;

3. Ἕνας ἐργάτης ἐργάσθηκε σὲ 6 ἡμέρες 47 ὧρες καὶ 30 π. λ. Πόσο ἐργαζόταν τὴν ἡμέρα ;

4. Ἕνα αὐτοκίνητο σὲ 5 ὧρες διέτρεξε ἀπόσταση 258 χιλιομέτρων καὶ 800 μέτρων. Πόσο ἔτρεχε τὴν ὥρα ;

5. Ἕνα ὡρολόγι σὲ 5 ὧρες ἔτρεξε ἐμπρὸς 18 π. καὶ 22 δ.λ. Πόσο ἔτρεχε τὴν ὥρα ;

6. Ἀπὸ 7 ὀκάδες ἐλιὲς ἔκαμαν 2 ὀκάδες καὶ 145 δράμια λάδι. Πόσα δράμια λάδι βγάζει μιὰ ὀκὰ ἐλιές ;

Περίπτωση 2η. (Ὅταν ὁ πολλαπλασιαστὴς εἶναι κλάσμα).

1. Ἕνα αὐτοκίνητο διατρέχει σὲ μιὰ ὥρα 25 χιλιόμετρα καὶ 500 μέτρα. Πόσα χιλιόμετρα θὰ διατρέξη σὲ $\frac{3}{4}$ ὧρες ;

25 χιλιόμ. 500 μέτρα $\times \frac{3}{4} =$ 19 χιλ. 125 μ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

25 χιλ. 500 μ.
3
76 χιλ. 500 μ. | 4
36 10 | 19 χιλ. 125 μέτρα
= 20

Διὰ νὰ πολλαπλασιάσουμε συμμιγῆ ἀριθμὸν ἐπὶ κλάσμα πολλαπλασιάζουμε τὸν συμμιγῆ ἐπὶ τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος καὶ τὸ γινόμενο διαιροῦμε διὰ τοῦ παρονομαστοῦ.

2. Διὰ νὰ σπείρουν ἕνα στρέμμα σιτάρι χρειάζονται 15 ὀκάδες καὶ 200 δράμια σπόρο. Πόσος σπόρος θὰ χρειαστῆ γιὰ τὰ $\frac{2}{3}$ τοῦ στρέμματος ;

3. Μιὰ ὑφάντρια ὑφαίνει 2 πήχεις καὶ 4 ρούπια ὕφασμα σὲ μιὰ ἡμέρα. Πόσο ὕφασμα θὰ ὑφάνῃ σὲ 6 $\frac{1}{2}$ ἡμέρες ;

4. Ἕνας πῆχυς ἀγγλικοῦ ὑφάσματος τιμᾶται 2 λίρες, 4 σελλίνια, 2 πέννες καὶ 3 φαρδίνια. Πόσο τιμᾶται ὁλόκληρο ἕνα τόπι ποὺ εἶναι 64 $\frac{2}{8}$ πήχεις ;

5. Γιὰ νὰ γίνῃ μιὰ ὀκὰ λάδι πρέπει νὰ ἀλεστοῦν 3 ὀκάδες καὶ 200 δράμια ἐλιές. Γιὰ νὰ γίνουν 14 $\frac{1}{2}$ ὀκάδες λάδι πόσες ἐλιὲς πρέπει νὰ ἔχουν ;

6. Ὁ ὑδρόμυλος ἀλέθει 65 ὀκάδες καὶ 350 δράμια σιτάρι τὴν ὥρα. Πόσο θὰ ἀλέσῃ σὲ $\frac{2}{3}$ τῆς ὥρας ;

Περίπτωση 3η. (Ὅταν ὁ διαιρέτης εἶναι κλάσμα).

1. Σὲ $\frac{3}{4}$ ὧρες διήνυσε ἕνας πεζοπόρος 3 χιλιόμετρα καὶ 900 μέτρα. Πόσο ἐβάδιζε τὴν ὥρα ;

3 χιλ. 900 μέτρα : $\frac{3}{4}$ = 3 χιλ. 900 μ. $\times$ $\frac{4}{3}$ =

3 χιλ. 900 μ.
$\times$ 4
12 χιλ. 3600 μ. | 3
4 χιλ. 1.200 μ. = 5 χιλ. 200 μέτρα.

2. Ἕνα αὐτοκίνητο σὲ $\frac{1}{2}$ ὧρες διέτρεξε 32 χιλιόμετρα καὶ 280 μέτρα. Πόσα θὰ διατρέξῃ σὲ μία ὥρα ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἀσκήσεις

Κάμετε τὶς παρακάτω πράξεις :

	3 στρέμματα		350 μέτρα	
+	7	»	680	»
	12	»	970	»

	5 γιάρδες		2 πόδια		3 ἴντσες	
+	3	»	1	»	8	»
	5	»	2	»	—	»
	—	»	1	»	11	»

	4 στατ.		25 ὀκάδ.		300 δράμ.	
+	5	»	18	»	200	»
	6	»	—	»	300	»

	7 μῆνες		12 ἡμέρες	
+	5	»	25	»
2 ἔτη	8	»	—	»

	5 λίρες		15 σελλίνια		6 πέννες			
+	3	»	8	»	4	»	2 φαρδίνια	
	—	»	16	»	10	»	3	»

—	4 ὧρ.		15 π. λ.		25 δ. λ.	
	2	»	40	»	15	»

	6 στατ.		12 ὀκ.		300 δράμ.	
—	2	»	10	»	350	»

—	5 στρέμ.		350 μέτρ.	
	3	»	850	»

—	4 ἔτη		10 μῆνες	
	2	»	11	»

—	7 λίρες		15 σελλίνια		6 πέννες		3 φαρδίνια	
	3	»	18	»	10	»	—	»

4 πήχ. 6 ρούπ. 3 δάκτ.
× 8 »

4 στατῆρ. 12 ὀκ. 300 δράμ.
× 6 »

14 πήχεις 6 ρούπια | 2

8 στατ. 3 ὀκ. 350 δρ. | 3

5 λίρες 7 σελλίνια $\times \frac{3}{4}$

6 στρέμ. 600 μέτρ. : $\frac{4}{8}$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΜΕΡΟΣ Δ'.

Α'. Περὶ μεθόδων

1. Περὶ ποσῶν

Α'. Ὁρισμοί

1. Τί λέγεται ποσόν. Ποσὸν εἶναι ὅ,τι ἠμπορεῖ νὰ αὐξηθῇ ἢ νὰ ἐλαττωθῇ. Π. χ. χρήματα, μῆκος, βάρος, αὐγά, πορτοκάλια κλπ.

2. Πῶς μετροῦμε ἕνα ποσόν. Διὰ νὰ προσδιορίσουμε τὸ μέγεθος ἑνὸς ποσοῦ τὸ μετροῦμε. Παίρνουμε δηλαδὴ ἕνα ἄλλο ὁμοειδές του, τὸ κάμνομε μέτρο καὶ εὑρίσκουμε πόσες φορὲς χωρεῖ τὸ δεύτερο, ποὺ τὸ ἐπήραμε ὡς μέτρο εἰς τὸ πρῶτο, ποὺ θέλουμε νὰ μετρήσουμε. Τὸ ποσὸν ποὺ χρησιμοποιοῦμε ὡς μέτρο λέγεται *μονὰς μετρήσεως*, ἡ δὲ ἐργασία ποὺ κάμνομε διὰ νὰ ἴδωμε πόσες φορὲς ἕνα ποσὸ περιέχει τὴ μονάδα μετρήσεως λέγεται *μέτρηση τοῦ ποσοῦ*.

3. Τί εἶναι τιμὴ ἑνὸς ποσοῦ. Ὁ ἀριθμὸς ποὺ φανερώνει πόσες φορὲς περιέχει ἕνα ποσὸν τὴ μονάδα τῆς μετρήσεώς του λέγεται τιμὴ τοῦ ποσοῦ. Π.χ. 5 αὐγά. Τὰ αὐγὰ εἶναι ἕνα ποσόν. Ὁ ἀριθμὸς 5 εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ ποσοῦ τῶν αὐγῶν, διότι φανερώνει πόσες φορὲς χωρεῖ σ' αὐτὸ τὸ ἕνα αὐγὸ ποὺ εἶναι ἡ μονάδα μετρήσεως τοῦ ποσοῦ αὐτοῦ. 15 ὀκάδες ζάχαρη. Ἡ ζάχαρη εἶναι τὸ ποσὸν καὶ ὁ ἀριθμὸς 15 ἡ τιμή του. Ἕνα ποσὸ μπορεῖ νὰ ἔχῃ ἄπειρες τιμές.

4. Ποῖα ποσὰ λέγονται ὁμοειδῆ. Ἕνα ποσὸν πορτοκαλιῶν καὶ ἕνα ἄλλο ποσὸν πορτοκαλιῶν εἶναι 2 ποσὰ ***ὁμοειδῆ***, διότι ἔγιναν καὶ τὰ δύο ἀπὸ τὴν ἐπανάληψη τῆς ἰδίας μονάδος. Εἶναι οἱ μονάδες των τὸ ἴδιο πρᾶγμα. Τὰ ποσά, βάρος τοῦ σώματός μας καὶ ὕψος τοῦ σώματός μας εἶναι ἑτεροειδῆ διότι τὸ ἕνα ἔγινε μὲ τὴν ἐπανάληψη τῆς ὀκᾶς καὶ τὸ ἄλλο τοῦ μέτρου. Μέτρο δὲ καὶ ὀκὰ δὲν εἶναι τὸ ἴδιο πρᾶγμα.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

5. Ποιὰ σχέση ἔχουν μεταξύ των δύο ποσά.

α) Ἂς πάρουμε δύο ποσά. Τὸ μῆκος ἑνὸς ὑφάσματος καὶ τὴν ἀξία του. Ὅσο περισσότερους πήχεις ἀγοράζουμε τόσο περισσότερες δραχμὲς θὰ πληρώσουμε. Τὰ ποσὰ τοῦ μήκους τοῦ ὑφάσματος καὶ τῆς ἀξίας του ἔχουν αὐτὴ τὴ σχέση μεταξύ τους. Ἂν ἀγοράσουμε διπλασίους πήχεις θὰ δώσουμε καὶ διπλάσια χρήματα ἢ ἂν ἀγοράσουμε τοὺς μισοὺς πήχεις θὰ δώσουμε καὶ τὰ μισὰ χρήματα.

β) Ἂς πάρουμε ἄλλα δυὸ ποσά. 4 ἐργάτες κτίζουν ἕναν τοῖχο σὲ 8 ἡμέρες. Αὐτὰ τὰ ποσὰ ἔχουν μεταξύ των διαφορετικὴ σχέση. Ἂν γίνουν διπλοὶ οἱ ἐργάτες, ἡ ἐργασία θὰ τελειώση σὲ μισὲς ἡμέρες. Ἂν οἱ ἐργάτες γίνουν μισοὶ ἡ ἐργασία θὰ τελειώση σὲ διπλάσιες ἡμέρες.

Τὰ ποσὰ τοῦ πρώτου παραδείγματος λέγονται *ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα ἢ ἀνάλογα.*

Τὰ ποσὰ τοῦ δευτέρου παραδείγματος λέγονται *ποσὰ ἀντιστρόφως ἀνάλογα ἢ ἀντίστροφα.*

Δύο ποσὰ λέγονται ἀνάλογα, ὅταν, ἐὰν πολλαπλασιασθῇ ἡ τιμὴ τοῦ ἑνὸς ποσοῦ ἐπὶ ἕναν ἀριθμό, πολλαπλασιάζεται ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸ καὶ ἡ ἀντίστοιχος τιμὴ τοῦ ἄλλου ποσοῦ, ἢ ἐὰν διαιρεθῇ δι' ἑνὸς ἀριθμοῦ ἡ τιμὴ τοῦ ἑνὸς ποσοῦ διαιρεῖται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ καὶ ἡ ἀντίστοιχος τιμὴ τοῦ ἄλλου ποσοῦ.

Δύο ποσὰ λέγονται ἀντίστροφα, ὅταν, ἐὰν πολλαπλασιασθῇ ἡ τιμὴ τοῦ ἑνὸς ποσοῦ ἐπὶ ἕναν ἀριθμό, διαιρεῖται ἡ ἀντίστοιχος τιμὴ τοῦ ἄλλου ποσοῦ διὰ τοῦ ἀριθμοῦ αὐτοῦ ἢ ἂν διαιρεθῇ ἡ τιμὴ τοῦ ἑνὸς ποσοῦ δι' ἑνὸς ἀριθμοῦ, πολλαπλασιάζεται ἡ ἀντίστοιχος τιμὴ τοῦ ἄλλου ποσοῦ ἐπὶ τὸν ἴδιον ἀριθμό.

Β΄. Ἀσκήσεις

1. Τί εἶναι ποσόν ;
2. Ὀνομάσατε ἕνα ποσόν.
3. Διατί βάρος, χρήματα, μῆκος εἶναι ποσά ;
4. Πῶς μετροῦμε ἕνα ποσόν ;
5. Τί εἶναι μονὰς μετρήσεως ἑνὸς ποσοῦ ;
6. Μὲ τὴν ἴδια μονάδα μετρήσεως μετροῦμε ὅλα τὰ ποσά;
7. Μὲ ποιὰ μονάδα μετρήσεως μετροῦμε ἕνα ποσὸ αὐγῶν; ἕνα ποσὸ ὑφάσματος ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

8. Ποιὰ ποσὰ μετροῦμε μὲ μονάδα μετρήσεως τὴν ὀκά ;

9. Τί εἶναι τιμὴ ἑνὸς ποσοῦ ;

10. Πῶς εὑρίσκουμε τὴν τιμὴ ἑνὸς ποσοῦ ;

11. Πόσες τιμὲς μπορεῖ νὰ ἔχη ἕνα ποσόν ;

12. Ὀνομάσατε πέντε τιμὲς ποὺ μπορεῖ νὰ ἔχη ἕνα ποσὸν δραχμῶν.

13. Ποιὰ ποσὰ λέγονται ὁμοειδῆ ;

14. Ποιὰ ποσὰ λέγονται ἑτεροειδῆ ;

15. Ὀνομάσατε δύο ποσὰ ἑτεροειδῆ.

16. Ὀνομάσατε δύο ποσὰ ἑτεροειδῆ μὲ διαφορετικὲς τιμές.

17. Ὀνομάσατε δύο ποσὰ ἑτεροειδῆ μὲ τὴν ἴδια τιμή.

18. Πότε δύο ποσὰ λέγονται εὐθέως ἀνάλογα ;

19. Πότε δύο ποσὰ λέγονται ἀντιστρόφως ἀνάλογα ;

20. Πότε δύο ποσὰ εἶναι ἀνεξάρτητα ;

21. Ὀνομάσατε δύο ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα.

22. Ὀνομάσατε δύο ποσὰ ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

23. Ποιὲς ἀπὸ τὶς λέξεις : δραχμές, θάλασσα, στρατιῶτες, γράφω, τετράδια, σκέπτομαι, ἐκφράζουν ἕνα ποσό ;

24. Μὲ ποιὰ μονάδα μετρήσεως θὰ μετρήσουμε καθένα ἀπὸ τὰ παρακάτω ποσά : ἄλευρα, πρόβατα, ὕψος, δραχμές.

25. Ποιὸ εἶναι τὸ ποσὸ καὶ ποιὰ ἡ τιμή του στὴ φράση «15 αὐγά» ;

26. 5 λεμόνια καὶ 7 λεμόνια εἶναι δύο ποσὰ μὲ διαφορετικὲς τιμές, ἔγιναν ὅμως καὶ τὰ δύο μὲ τὴν ἐπανάληψη τῆς ἰδίας μονάδος μετρήσεως. Πῶς λέγονται τὰ ποσὰ αὐτά ;

27. 10 ἀρνιὰ καὶ 10 κατσίκια εἶναι δυὸ ποσὰ μὲ τὴν ἴδια τιμὴ ἀλλὰ καθένα ἔγινε μὲ τὴν ἐπανάληψη διαφορετικῆς μονάδος μετρήσεως. Πῶς λέγονται τὰ ποσὰ αὐτά ;

28. Ἀγοράζουμε 4 πορτοκάλια καὶ δίνουμε 4 δραχμές. Ἂν ἀγοράζαμε διπλάσια πορτοκάλια, πόσες δραχμὲς θὰ δίναμε ; Ἂν ἀγοράζαμε τριπλάσια, πόσες δραχμὲς θὰ δίναμε ; Τί παθαίνει ἡ τιμὴ τῶν δραχμῶν ὅταν ἡ τιμὴ τῶν πορτοκαλιῶν διπλασιάζεται, τριπλασιάζεται ἢ γίνεται μισή; Ποιὰ σχέση ἔχουν τὰ δύο αὐτὰ ποσά ; Πῶς λέγονται ;

29. Διὰ νὰ κάμουμε μιὰ σχολικὴ ποδιὰ χρειάζεται ὕφασμα μήκους 2 πήχεων καὶ πλάτος 6 ρουπίων. Ἂν τὸ ὕφασμα ἔχη διπλάσιο πλάτος πόσο μῆκος πρέπει νὰ ἔχη; Τί παθαίνει ἡ τιμὴ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τοῦ μήκους ὅταν διπλασιασθῆ ἡ τιμὴ τοῦ πλάτους; Ποιὰ σχέση ἔχουν τὰ ποσὰ μήκους καὶ πλάτους ; Πῶς λέγονται ;

30. Νὰ συγκριθοῦν τὰ ποσὰ στὰ προβλήματα :

α) Μὲ 24 δραχμὲς ἀγοράζω μιὰ ὀκὰ κρέας. Μὲ 12 δραχμὲς πόσο κρέας ἀγοράζω ;

β) 12 ἐργάτες σκάπτουν ἕνα περιβόλι σὲ 4 ἡμέρες. Διπλάσιοι ἐργάτες πόσες ἡμέρες θὰ χρειαστοῦν διὰ νὰ σκάψουν τὸ ἴδιο περιβόλι ;

γ) Ἕνα αὐτοκίνητο μὲ ταχύτητα 40 χιλιομέτρων τὴν ὥρα φθάνει στὸν προορισμό του μετὰ δύο ὧρες. Ἂν εἶχε διπλασία ταχύτητα σὲ πόσες ὧρες θὰ ἔφθανε ;

31. Νὰ εὕρετε δύο ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα καὶ δύο ποσὰ ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

32. Διατὶ ὀκάδες καὶ δραχμὲς εἶναι ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα;

33. Διατὶ ἐργάτες καὶ ἡμέρες εἶναι ποσὰ ἀντιστρόφως ἀνάλογα ;

34. Πῶς εὑρίσκουμε ἂν δύο ποσὰ εἶναι εὐθέως ἢ ἀντιστρόφως ἀνάλογα ;

2. Ἡ ἁπλῆ μέθοδος τῶν τριῶν

α) Ὅταν τὰ ποσὰ εἶναι εὐθέως ἀνάλογα

Πρόβλημα 1. Τὰ 4 πορτοκάλια τιμῶνται 2 δραχμές. Τὰ 20 πορτοκάλια πόσες δραχμὲς τιμῶνται ;

Στὸ πρόβλημα αὐτὸ μᾶς δίδονται δύο ποσά. Τὸ ποσὸ τῶν πορτοκαλιῶν καὶ τὸ ποσὸ τῶν δραχμῶν. Τοῦ ποσοῦ τῶν πορτοκαλιῶν μᾶς δίδονται δύο τιμές. 4 πορτοκάλια, 20 πορτοκάλια. Τοῦ ποσοῦ τῶν δραχμῶν μᾶς δίδεται μία τιμή, αὐτὴ ποὺ ἀντιστοιχεῖ στὴ μιὰ τιμὴ τῶν πορτοκαλιῶν καὶ μᾶς ζητεῖται μιὰ ἄλλη τιμὴ δραχμῶν, αὐτὴ ποὺ ἀντιστοιχεῖ στὴν ἄλλη τιμὴ τῶν πορτοκαλιῶν.

Τὰ ποσὰ πορτοκάλια καὶ δραχμὲς εἶναι εὐθέως ἀνάλογα, διότι διπλάσια πορτοκάλια θὰ τιμῶνται καὶ διπλάσιες δραχμές. Τριπλάσια, τριπλάσιες κ.λ.π.

Μὲ τὴ μέθοδο τῆς ἀναγωγῆς στὴ μονάδα δυνάμεθα νὰ λύσουμε τὸ πρόβλημα αὐτὸ ὡς ἑξῆς :

4 πορτ.	2 δραχμ.
20 »	Χ »

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὰ 4 πορτοκάλια τιμῶνται 2 δραχμές.

Τὸ 1 πορτοκάλι τιμᾶται $2 : 4 = \frac{2}{4}$

Τὰ 20 πορτοκάλια τιμῶνται $\frac{2}{4} \times 20 = \frac{2 \times 20}{4} = 10.$

Τὸ ἴδιο ὅμως ἐξαγόμενο εὑρίσκουμε ἐὰν πολλαπλασιάσουμε τὸν ἀριθμὸ ποὺ εἶναι ἐπάνω ἀπὸ τὸ Χ ἐπὶ τὸ κλάσμα τῶν δύο ἄλλων τιμῶν ἀντεστραμμένο :

4 πορτ.	2 δραχμ.
20 »	Χ »

$$X = 2 \times \frac{20}{4} = \frac{2 \times 20}{4} = 10$$

Ὥστε : ***Διὰ νὰ εὕρουμε τὸν ἄγνωστο Χ, ὅταν τὰ ποσὰ εἶναι εὐθέως ἀνάλογα, πολλαπλασιάζουμε τὸν ὑπεράνω τοῦ Χ ἀριθμὸ ἐπὶ τὸ κλάσμα τῶν δύο ἄλλων τιμῶν ἀντεστραμμένο.***

β) Ὅταν τὰ ποσὰ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα

Πρόβλημα 2. 4 ἐργάτες κτίζουν ἕνα δωμάτιο σὲ 24 ἡμέρες. Σὲ πόσες ἡμέρες θὰ τὸ ἔκτιζαν 12 ἐργάτες;

Καὶ στὸ πρόβλημα αὐτὸ μᾶς δίδονται δύο ποσά. Οἱ ἐργάτες καὶ οἱ ἡμέρες. Τοῦ ποσοῦ τῶν ἐργατῶν μᾶς δίδονται δύο τιμές. Τοῦ ποσοῦ τῶν ἡμερῶν μία, αὐτὴ ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν πρώτη τιμὴ τῶν ἐργατῶν, καὶ ζητεῖται ἄλλη μία, αὐτὴ ποὺ ἀντιστοιχεῖ στὴ δεύτερη τιμὴ τῶν ἐργατῶν.

Τὰ ποσὰ ἐργάτες καὶ ἡμέρες εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα, διότι διπλάσιοι ἐργάτες θὰ χρειαστοῦν μισὲς ἡμέρες καὶ μισοὶ κατὰ τὸν ἀριθμὸ ἐργάτες θὰ χρειαστοῦν διπλὲς ἡμέρες.

Μὲ τὴ μέθοδο τῆς ἀναγωγῆς στὴ μονάδα λύεται τὸ πρόβλημα ὡς ἑξῆς :

4 ἐργ.	24 ἡμέρες
12 »	Χ »

4 ἐργάτες χρειάζονται 24 ἡμέρες

1 ἐργάτης χρειάζεται 24 ἡμ. $\times$ 4

12 ἐργάτες χρειάζονται $(24 \times 4) : 12 = \frac{24 \times 4}{12} = 8$ ἡμέρες.

Τὸ ἴδιο ὅμως ἐξαγόμενο θὰ εὑρίσκαμε ἂν πολλαπλασιά-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ζαμε τὸν ἀριθμὸ ποὺ εἶναι ἐπάνω ἀπὸ τὸν Χ ἐπὶ τὸ κλάσμα τῶν δύο ἄλλων τιμῶν ὅπως εἶναι :

4 ἐργ.	24 ἡμ.
12 »	Χ »

$$X = 24 \times \frac{4}{12} = \frac{24 \times 4}{12} = \frac{96}{12} = 8 \text{ ἡμέρες.}$$

Ὥστε : ***διὰ νὰ εὕρουμε τὸν ἄγνωστο Χ ὅταν τὰ ποσὰ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα πολλαπλασιάζουμε τὸν ὑπεράνω τοῦ Χ ἀριθμὸ ἐπὶ τὸ κλάσμα τῶν δύο ἄλλων τιμῶν ὅπως εἶναι.***

γ) Γενικὴ Παρατήρηση

1. Ἁπλῆ μέθοδος τῶν τριῶν εἶναι ἕνας τρόπος μὲ τὸν ὁποῖο λύουμε μιὰ κατηγορία προβλημάτων.

2. Τὰ προβλήματα τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν λύονται ὡς ἑξῆς :

α) Παριστάνουμε τὸν ἄγνωστο διὰ τοῦ Χ.

β) Γράφουμε σὲ μιὰ εὐθεῖα γραμμὴ τὶς ἀντίστοιχες τιμὲς τῶν δύο ποσῶν καὶ κάτω ἀπὸ αὐτὲς τὶς ὁμοειδεῖς των.

γ) Κάμνουμε σύγκριση τῶν ποσῶν διὰ νὰ εὕρουμε ποιὰ σχέση ἔχουν. Ἂν εἶναι δηλαδὴ εὐθέως ἢ ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

δ) Διὰ νὰ λύσουμε τὸ πρόβλημα πολλαπλασιάζουμε τὸν ὑπεράνω τοῦ Χ ἀριθμὸ ἐπὶ τὸ κλάσμα, τὸ ὁποῖο ἀποτελοῦν οἱ δύο ἄλλοι ἀριθμοὶ ἀντεστραμμένο μὲν ἂν τὰ ποσὰ εἶναι εὐθέως ἀνάλογα, ὅπως εἶναι δὲ ἂν τὰ ποσὰ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

3. Προβλήματα

1. Μὲ 18 δραχμὲς ἀγοράζω 12 πορτοκάλια. Τὰ 25 πορτοκάλια πόσες δραχμὲς ἔχουν ;

α) Κατάταξη τῶν ποσῶν :

12 πορτ.	18	δρχ.
25 »	Χ	»

β) Σύγκριση τῶν ποσῶν.

Εἶναι εὐθέως ἀνάλογα διότι διπλάσια πορτοκάλια ἔχουν διπλάσιες δραχμές.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γ) Λύση:

$$X = 18 \times \frac{25}{12} = \frac{18 \times 25}{12} = \frac{450}{12} = 37{,}50 \text{ δραχ.}$$

2. Ἕνας ἐργάτης ὅταν ἐργάζεται 8 ὧρες τὴν ἡμέρα τελειώνει μιὰ ἐργασία σὲ 5 ἡμέρες. Σὲ πόσες ἡμέρες θὰ τελειώση τὴν ἴδια ἐργασία, ἂν ἐργασθῆ 10 ὧρες τὴν ἡμέρα;

α) Κατάταξη τῶν ποσῶν:

8 ὧρες	5 ἡμέρες
10 »	X »

β) Σύγκριση τῶν ποσῶν:

Εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα διότι ἂν ἐργασθῆ περισσότερες ὧρες τὴν ἡμέρα, θὰ τελειώση τὴν ἐργασία σὲ λιγώτερες ἡμέρες.

γ) Λύση:

$$X = 5 \times \frac{8}{10} = \frac{5 \times 8}{10} = \frac{40}{10} = 4 \text{ ἡμέρες.}$$

3. Ἕνας ἐργάτης παίρνει σὲ 3 ἡμέρες 60 δραχμές. Πόσες δραχμὲς θὰ ἔπαιρνε ἂν ἐργαζόταν 7 ἡμέρες;

4. 15 ὀκάδες ἄλευρο τιμῶνται 52 δραχμές. Πόσο τιμῶνται οἱ 22 ὀκάδες;

5. Ἕνας οἰκογενειάρχης ξοδεύει 25 δραχμὲς τὴν ἡμέρα καὶ τοῦ ἐπαρκοῦν τὰ χρήματά του γιὰ 28 ἡμέρες. Πόσα πρέπει νὰ ξοδεύῃ τὴν ἡμέρα γιὰ νὰ τοῦ φθάσουν τὰ χρήματά του γιὰ 30 ἡμέρες;

6. Γιὰ νὰ κάμουμε μιὰ ἐνδυμασία χρειαζόμεθα ὕφασμα μήκους 3 μέτρων καὶ πλάτους 1,6 μέτρων. Πόσα μέτρα θὰ χρειασθοῦμε ἀπὸ ἕνα ἄλλο ὕφασμα, τὸ ὁποῖον ἔχει πλάτος 1,4 μέτρα;

7. 8 ἐργάτες κτίζουν ἕνα σπίτι σὲ 30 ἡμέρες. Πόσοι ἐργάτες θὰ ἔχτιζαν τὸ ἴδιο σπίτι σὲ 15 ἡμέρες;

8. Ἕνα αὐτοκίνητο μετέφερε βάρος 2.000 ὀκάδων καὶ πληρώθηκε 450 δραχμές. Πόσες δραχμὲς θὰ ἔπαιρνε ἂν μετέφερε 25.000 ὀκάδες;

9. Μιὰ δωδεκάδα μαντήλια ἀξίζει 48 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀξίζουν τὰ 32 μαντήλια;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

10. Τὰ $\frac{5}{8}$ τῆς ὀκᾶς τὸ τυρὶ τιμῶνται 15 δραχμές. Πόσο τιμᾶται τὸ $\frac{1}{2}$ τῆς ὀκᾶς ;

11. Δίπλα σ' ἕνα ψηλὸ δένδρο ἔχουν στήσει ἕνα ραβδὶ ὕψους 1,20 μέτρων. Ἡ σκιὰ τοῦ ραβδιοῦ εἶναι $\frac{1}{2}$ μέτρα. Πόσο ὕψος ἔχει τὸ δένδρο, τοῦ ὁποίου ἡ σκιὰ κατὰ τὴν ἴδια ὥρα εἶναι 25 $\frac{1}{2}$ μέτρα ;

12. Μιὰ ὑφάντρια ὑφαίνει σὲ 8 ὧρες 4,5 μέτρα ὕφασμα. Γιὰ νὰ ὑφάνῃ 67 $\frac{1}{2}$ μέτρα πόσες ὧρες πρέπει νὰ ἐργασθῇ ;

13. Ἕνας ἐργάτης τελειώνει τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ ἔργου του σὲ 3 $\frac{1}{2}$ ἡμέρες. Σὲ πόσες ἡμέρες θὰ τελειώσῃ τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ ἔργου του ;

14. Ἕνα αὐτοκίνητο μὲ ταχύτητα 30 χιλιομέτρων τὴν ὥρα φτάνει στὸν προορισμό του μετὰ 4 ὧρες καὶ 20' λεπτά. Μετὰ πόσες ὧρες θὰ ἔφθανε ἂν εἶχε ταχύτητα 22 $\frac{1}{2}$ χιλιομέτρων;

15. Σὲ μιὰ ἐξοχὴ εἶναι 30 ἄνθρωποι καὶ ἔχουν τροφὲς γιὰ 2 μῆνες καὶ 10 ἡμέρες. Ἂν προστεθοῦν σ' αὐτοὺς ἄλλοι 5 ἄνθρωποι γιὰ πόσες ἡμέρες θὰ ἐπαρκέσουν τὰ τρόφιμα ;

16. Γιὰ νὰ κάνουμε τὸ πάτωμα τοῦ σπιτιοῦ μας χρειαζόμαστε 45 σανίδες πλάτους 0,12 τοῦ μέτρου. Πόσες σανίδες θὰ ἀγοράσουμε ἐὰν ἔχουν πλάτος 0,13 τοῦ μέτρου ;

17. Ἕνας ἔμπορος ἀπὸ ὕφασμα 15 πήχεων καὶ 4 ρουπίων ἐκέρδισε 50 δραχμές. Πόσο θὰ κερδίσῃ ἀπὸ ἕνα τόπι ὁλόκληρο ποὺ εἶναι 60 πήχεις καὶ 7 ρούπια ;

18. Διὰ νὰ κατασκευάσουμε μία σημαία χρειαζόμεθα ὕφασμα μήκους 14 πήχεων καὶ πλάτους 1 πήχεως καὶ 2 ρουπίων. Πόσους πήχεις θὰ χρειαστοῦμε ὅταν τὸ πλάτος τοῦ ὑφάσματος εἶναι 2 πήχεις ;

19. Τὸ σχολεῖο πῆρε 36 ὀκάδες ζάχαρη γιὰ νὰ δίδῃ 4 δράμια σὲ κάθε παιδί. Πόσες ὀκάδες ἔπρεπε νὰ πάρῃ ἂν ἤθελε νὰ δίδῃ 4 $\frac{1}{4}$ δράμια σὲ κάθε παιδί ;

20. Ἕνα ἐργοστάσιο ἐργάζεται 8 ὧρες τὴν ἡμέρα καὶ πα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ράγει 2.500 όκάδες μακαρόνια. Πόση θὰ ἦταν ἡ παραγωγή του ἂν ἐργαζόταν $\frac{1}{4}$ τῆς ὥρας περισσότερο ;

21. Γιὰ νὰ ἀλέση ὁ μύλος 300 ὀκάδες σίτου ἐργάζεται 3 ὧρες 20π. καὶ 15δ. Πόσο σῖτο ἀλέθει ὁ μύλος αὐτὸς τὴν ὥρα ;

22. Οἱ 100 βαθμοὶ τοῦ θερμομέτρου Κελσίου ἰσοδυναμοῦν μὲ 80 βαθμοὺς τοῦ θερμομέτρου Ρεωμύρου. 40 βαθμοὶ Κελσίου μὲ πόσους βαθμοὺς Ρεωμύρου ἰσοδυναμοῦν ;

4. Σύνθετος μέθοδος τῶν τριῶν

Πρόβλημα 1. 4 ἐργάτες σὲ 6 ἡμέρες φυτεύουν 200 δένδρα. Σὲ πόσες ἡμέρες 12 ἐργάτες θὰ φυτέψουν 400 δένδρα ;

Στὸ πρόβλημα αὐτὸ μᾶς δίδεται ἡ τιμὴ ἑνὸς ποσοῦ ἡμερῶν, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ σὲ γνωστὲς τιμὲς δύο ἄλλων ποσῶν, τῶν ἐργατῶν καὶ τῶν δένδρων καὶ ζητεῖται νέα τιμὴ τοῦ ποσοῦ τῶν ἡμερῶν, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς νέες γνωστὲς τιμὲς τῶν ποσῶν τῶν ἐργατῶν καὶ τῶν δένδρων.

Ἂν οἱ ἡμέρες ποὺ θὰ χρειαστοῦν ἐξηρτῶντο μόνον ἀπὸ τὸ ποσὸ τῶν ἐργατῶν τὸ πρόβλημα θὰ ἦτο :

4 ἐργάτες φυτεύουν τὰ δένδρα σὲ 6 ἡμέρες
12 » » » » » X »

καὶ ἐπειδὴ τὰ ποσὰ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα θὰ ἐλύετο ἔτσι:

$$X = 6 \times \frac{4}{12} = \frac{6 \times 4}{12} = \frac{24}{12} = 2 \text{ ἡμέρες.}$$

Ἂν πάλι οἱ ἡμέρες ἐξηρτῶντο μόνο ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ τῶν δένδρων τὸ πρόβλημα θὰ ἦτο :

Τὰ 200 δένδρα φυτεύονται σὲ 2 ἡμέρες
τὰ 400 » » » X »

καὶ ἐπειδὴ τὰ ποσὰ εἶναι εὐθέως ἀνάλογα θὰ ἐλύετο ἔτσι :

$$X = 2 \times \frac{400}{200} = \frac{2 \times 400}{200} = 4 \text{ ἡμέρες.}$$

Μὲ αὐτὸν τὸν τρόπο τὸ πρόβλημα αὐτὸ ἀναλύθηκε σὲ δυὸ προβλήματα τῆς ἁπλῆς μεθόδου. Συντομώτερα ὅμως λύεται ἔτσι :

α) Κατάταξη τῶν ποσῶν :

4 ἐργάτες 6 ἡμέρες 200 δένδρα
12 » X » 400 »

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

β) Σύγκριση ποσῶν :

Ἐργάτες καὶ ἡμέρες εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

Δένδρα καὶ ἡμέρες εἶναι εὐθέως ἀνάλογα.

γ) Λύση : $X = 6 \times \frac{4}{12} \times \frac{400}{200} = \frac{6 \times 4 \times 400}{12 \times 200} = 4$ ἡμέρες.

Ὥστε, διὰ νὰ λύσουμε ἕνα πρόβλημα τῆς συνθέτου μεθόδου τῶν τριῶν :

1. Γράφουμε εἰς μία γραμμὴ τὶς ἀντίστοιχες τιμὲς ὅλων τῶν ποσῶν, κάτω δὲ ἀπὸ αὐτὲς τὶς ὁμοειδεῖς των.

2. Συγκρίνουμε κάθε ποσὸ πρὸς τὸ ποσὸ τοῦ ἀγνώστου καὶ σημειώνουμε ἂν εἶναι εὐθέως ἢ ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

3. Πολλαπλασιάζουμε τὸν ὑπεράνω τοῦ X ἀριθμὸν ἐπὶ τὸ κάθε κλάσμα τῶν τιμῶν τοῦ κάθε ποσοῦ, ἀντεστραμμένο μὲν ἂν τὰ ποσὰ εἶναι εὐθέως ἀνάλογα, ὅπως εἶναι δὲ ἂν τὰ ποσὰ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

Πρόβλημα 2. 14 ἐργάτες ἐργαζόμενοι 6 ὧρες τὴν ἡμέρα τελειώνουν μία οἰκοδομὴ σὲ 10 ἡμέρες. 7 ἐργάτες πόσες ὧρες τὴν ἡμέρα πρέπει νὰ ἐργάζωνται διὰ νὰ τελειώσουν τὴν ἴδια οἰκοδομὴ σὲ 15 ἡμέρες ;

α) Κατάταξη τῶν ποσῶν :

14 ἐργάτες	6 ὧρες	10 ἡμέρες
7 »	X »	15 »

β) Σύγκριση τῶν ποσῶν :

Ἐργάτες καὶ ὧρες ποσὰ ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

Ἡμέρες καὶ ὧρες ποσὰ ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

γ) Λύση :

$$X = 6 \times \frac{14}{7} \times \frac{10}{15} = \frac{6 \times 14 \times 10}{7 \times 15} = 8 \text{ ὧρες.}$$

5. Προβλήματα

1. Ὕφασμα μήκους 17 πήχεων καὶ πλάτος 7 ρουπίων τιμᾶται 2.145 δραχμές. Πόσες δραχμὲς θὰ πληρώσουμε διὰ νὰ ἀγοράσουμε 25 πήχεις καὶ 4 ρούπια ;

2. Μιὰ ὑφάντρια ἂν ἐργασθῆ 6 ὧρες τὴν ἡμέρα ὑφαίνει

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

$15\frac{1}{2}$ πήχεις σὲ 3 ἡμέρες. Πόσους πήχεις θὰ ὑφάνη σὲ μία ἑβδομάδα ἂν ἐργασθῇ 8 ὧρες τὴν ἡμέρα;

3. 8 ἐργάτες ποὺ ἐργάσθηκαν $7\frac{1}{2}$ ὧρες τὴν ἡμέρα ἔκτισαν ἕνα τοῖχο μήκους 8 μέτρων καὶ ὕψους 2 σὲ 12 ἡμέρες. Πόσες ὧρες τὴν ἡμέρα ἔπρεπε νὰ ἐργασθοῦν 12 ἐργάτες διὰ νὰ κτίσουν τοῖχο μήκους 10 μέτρων καὶ ὕψους 8 σὲ 10 ἡμέρες;

4. 7 ἐργάτες ποὺ ἐργάσθηκαν 7 ἡμέρες πῆραν 490 δραχμές. 49 ἐργάτες ποὺ ἐργάσθηκαν μία ἡμέρα πόσες δραχμὲς θὰ πάρουν;

5. 12 κτίστες ἂν ἐργασθοῦν 8 ὧρες τὴν ἡμέρα θὰ κτίσουν ἕνα σπίτι σὲ 10 ἡμέρες. Σὲ πόσες ἡμέρες θὰ κτίσουν τὸ ἴδιο σπίτι 16 κτίστες, ἂν ἐργασθοῦν 6 ὧρες τὴν ἡμέρα;

6. Ἕνας ἐργάτης ποὺ ἐργάσθηκε 8 ὧρες τὴν ἡμέρα ἐτελείωσε σὲ 6 ἡμέρες τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ ἔργου. Πόσες ὧρες πρέπει νὰ ἐργασθῇ τὴν ἡμέρα διὰ νὰ τελειώση τὸ ὑπόλοιπο ἔργο σὲ 2 ἡμέρες;

7. Ἕνας ἐργολάβος ἀνέλαβε νὰ κτίση μιὰ γέφυρα σὲ 45 ἡμέρες. Ἀλλὰ πέρασαν 40 ἡμέρες καὶ αὐτὸς μὲ 50 ἐργάτες ἔχει ἐκτελέσει τὰ $\frac{2}{3}$ τῆς ἐργασίας. Πόσους πρέπει νὰ προσλάβη ἀκόμη διὰ νὰ ἐκτελέση τὴν ἐργασία μέσα στὴν προθεσμία;

8. 24 ἐργάτες ποὺ ἐργάσθηκαν 8 ὧρες τὴν ἡμέρα ἔκτισαν μιὰ ἀποθήκη σὲ 32 ἡμέρες. Σὲ πόσες ἡμέρες θὰ κτίσουν τὴν ἴδια ἀποθήκη 16 ἐργάτες ἂν ἐργασθοῦν 8 ὧρες καὶ 30 π. τὴν ἡμέρα;

9. Ἕνας ἐργάτης σὲ 7 ἡμέρες ἔσκαψε τὰ 4 στρέμματα τοῦ κήπου ἐργαζόμενος 8 ὧρες τὴν ἡμέρα. Πόσες ὧρες πρέπει νὰ ἐργασθῇ τὴν ἡμέρα γιὰ νὰ σκάψη τὰ ὑπόλοιπα 2 στρέμματα τοῦ κήπου σὲ δυὸ ἡμέρες;

10. 8 ἐργάτες ἐξετέλεσαν τὸ $\frac{1}{3}$ ἑνὸς ἔργου σὲ 12 ἡμέρες. Κατόπιν ἀρρώστησαν οἱ μισοί. Μετὰ πόσες ἡμέρες θὰ τελειώσουν οἱ ὑπόλοιποι τὸ ὑπόλοιπο ἔργο;

11. Ἕνα χαλὶ μήκους $6\frac{1}{2}$ πήχεων καὶ πλάτους $3\frac{1}{8}$ τιμᾶ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ται 6 093,75 δραχμές. Πόσο θὰ ἐτιμᾶτο ἂν εἶχε πλάτος $4\frac{1}{2}$ καὶ μῆκος $8\frac{1}{4}$ πήχεις ;

12. Ἕνα αὐτοκίνητο μὲ ταχύτητα 45 χιλιομέτρων τὴν ὥρα διανύει μιὰ ἀπόσταση 405 χιλιομέτρων σὲ 9 ὧρες. Ἂν εἶχε ταχύτητα 60 χιλιομέτρων πόσες ὧρες θὰ ἐχρειάζετο διὰ νὰ διανύση ἀπόσταση 390 χιλιομέτρων ;

13. Μὲ $9\frac{6}{8}$ πήχεις ὕφασμα πλάτους 1,6 μέτρων γίνονται 2 ἐνδυμασίες. Πόσα μέτρα πλάτος πρέπει νὰ ἔχη ἕνα ὕφασμα διὰ νὰ γίνουν ἀπὸ 18 πήχεις 4 ἐνδυμασίες ;

14. Μὲ 4,35 μέτρα ὕφασμα πλάτους 2,4 μέτρων γίνονται 2 σεντόνια. Μὲ 17,40 μέτρα ὕφασμα πλάτους 1,2 μέτρων πόσα σεντόνια γίνονται ;

15. Διὰ νὰ στρωθῆ τὸ πάτωμα ἑνὸς δωματίου μήκους 4 μέτρων καὶ πλάτους 3 χρειάζεται 50 σανίδες μήκους 2,40 καὶ πλάτους 0,10 μέτρων. Πόσες σανίδες μήκους 2,20 καὶ πλάτους 0,08 μ. θὰ χρειαστοῦμε διὰ τὸ πάτωμα ἑνὸς ἄλλου δωματίου μήκους 5,20 καὶ πλάτους 3,80 μέτρων ;

16. 4 βρύσες ποὺ χύνουν 7 κυβικὰ μέτρα νερὸ σὲ $\frac{1}{4}$ ὧρες γεμίζουν μιὰ δεξαμενὴ σὲ 1 ὥρα καὶ 15π. Σὲ πόσες ὧρες θὰ γέμιζαν τὴ δεξαμενὴ 2 βρύσες ποὺ χύνουν 14 κυβικὰ σὲ $\frac{1}{2}$ τῆς ὥρας ;

17. Στὶς ἀποθῆκες μιᾶς πόλεως ἔχουν 450 τόννους ἄλευρο διὰ νὰ δίδουν 125 δράμια τὴν ἡμέρα σὲ κάθε ἄτομο ἐπὶ 9 μῆνες. Πόσα δράμια πρέπει νὰ δίδουν τὴν ἡμέρα ἂν θελήσουν νὰ τοὺς φθάση τὸ ἄλευρο γιὰ 12 μῆνες ;

18. Ἕνα μάρμαρο μήκους 0,30, πλάτους 0,12 καὶ ὕψους 0,08 μέτρων ζυγίζει 28 ὀκάδες. Πόσες ὀκάδες ζυγίζει ἕνα ἄλλο μάρμαρο ἀπὸ τὸ ἴδιο λατομεῖο, ποὺ ἔχει μῆκος 1,80 μέτρα, πλάτους 0,36 καὶ ὕψος 0,24 μέτρα ;

Β΄. Προβλήματα ποσοστῶν

1. Ἔννοια ποσοστοῦ

1. Ἕνας ἔμπορος πωλεῖ τὰ ἐμπορεύματά του μὲ κέρδος δεκαπέντε ἐπὶ τοῖς ἑκατὸ (15%). Τί σημαίνει 15% ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

2. Σὲ μιὰ περιφέρεια ἔπεσε χαλάζι καὶ κατέστρεψε τὰ ἀμπέλια. Οἱ γεωπόνοι ποὺ πῆγαν νὰ ἐκτιμήσουν τὴ ζημία εἶπαν ὅτι τὸ χαλάζι κατέστρεψε τὰ 30% τῆς παραγωγῆς. Τί ἐννοοῦσαν;

3. Ἐπληρώσαμε 4% μεσητεία γιὰ νὰ νοικιάσουμε σπίτι. Τί σημαίνει αὐτό;

4. Παίρνουμε νοῖκι ἀπὸ τὸ σπίτι μας ποὺ ἔχουμε νοικιάσει, ἀλλὰ πληρώνουμε 20% φόρο. Τί σημαίνει αὐτό;

5. Στὸ ξεπούλημα οἱ ἔμποροι κάνουν ἔκπτωση 10%. Τί σημαίνει αὐτό;

6. Ἕνα ἐμπόρευμα ἀγοράσθηκε 100 δραχμὲς καὶ ἐπωλήθηκε 110 δραχμές. Πόσο κέρδος ἔφερε στὶς ἑκατό;

7. Ἕνα ἐμπόρευμα πωλήθηκε μὲ κέρδος 1%.

Ἐὰν	ἀγοράσθηκε	100	δραχμὲς	πόσο	ἐπωλήθηκε;
»	»	200	»	»	»
»	»	300	»	»	»
»	»	400	»	»	»
»	»	500	»	»	»
»	»	800	»	»	»

8. Ἕνας ἔμπορος πωλεῖ μὲ κέρδος 2%.

Ἐὰν	ἀγόρασε	ἕνα	πρᾶγμα	100	δραχμ.	πόσο	θὰ	τὸ	πωλήση;
»	»	»	»	200	»	»	»	»	»
»	»	»	»	300	»	»	»	»	»
»	»	»	»	500	»	»	»	»	»
»	»	»	»	800	»	»	»	»	»

9. Ἀγοράσαμε αὐγὰ καὶ τὰ μεταπωλήσαμε μὲ κέρδος 20%.

Ἂν	τὰ	εἴχαμε	ἀγοράσει	100	πόσο	τὰ	πωλήσαμε;
»	»	»	»	200	»	»	»
»	»	»	»	300	»	»	»
»	»	»	»	500	»	»	»
»	»	»	»	800	»	»	»

10. Ἕνα ἐμπόρευμα ἀγοράσθηκε 1500 δραχμὲς καὶ ὅταν ἐπωλήθηκε ἔφερε κέρδος 300 δραχμές. Ποιὰ ἦταν ἡ τιμὴ τῆς πωλήσεώς του;

11. Ἕνα ἐμπόρευμα ἐπωλήθηκε 1800 δραχμὲς μὲ κέρδος 300 δραχμές. Ποιὰ ἦταν ἡ τιμὴ τῆς ἀγορᾶς του;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

12. Ὁ ἰχθυοπώλης ζημιώνεται ἀπὸ μιὰ ὀκὰ ψάρια 4 δραχμὲς ὅταν τὰ πωλῆ 26 δραχμὲς τὴν ὀκά. Πόσο τὰ εἶχε ἀγοράσει ;

2. Ἀσκήσεις καὶ προβλήματα

Ὁμάδα 1η. (Ὅταν ζητεῖται τὸ κέρδος ἢ ἡ ζημία).

α) Ἀπὸ μνήμης

1. Ἕνας μικροπωλητὴς κερδίζει 50°/₀. Τί κέρδος θὰ ἔχη ἂν πωλήση ἕνα ἀνθοδοχεῖο ποὺ τὸ εἶχε ἀγοράσει 100 δραχμές ; Τί κέρδος θὰ ἔχη ἂν πωλήση ἕνα ὕφασμα ποὺ τὸ εἶχε ἀγοράσει 200 δραχμές ; Τί κέρδος θὰ ἔχη ἂν πωλήση ἕνα κόσμημα ποὺ τὸ εἶχε ἀγοράσει 500 δραχμές ;

2. Ἕνας ἔμπορος πωλεῖ τὰ ἐμπορεύματά του μὲ κέρδος 20°/₀. Πόσο κέρδος θὰ ἔχη ἂν πωλήση ἕνα ὕφασμα ποὺ τὸ εἶχε ἀγοράσει 1.200 δραχμές ;

β) Γραπτῶς

1. Ἕνας ἔμπορος πωλεῖ τὰ ἐμπορεύματά του μὲ κέρδος 15°/₀. Πόσο κέρδος θὰ ἔχη ἀπὸ ἐμπορεύματα ποὺ τὰ εἶχε ἀγοράσει 10.000 δραχμές ;

α) Λύση ἀπὸ μνήμης :

Ἂν τὰ εἶχε ἀγοράσει 1 ἑκατοστάρικο θὰ ἐκέρδιζε 15. Ἂν τὰ εἶχε ἀγοράσει 10.000, ποὺ εἶναι 100 ἑκατοστάρικα, θὰ κερδίση 100 φορὲς τὸ 15 = 1.500.

β) Λύση μὲ τὴν ἁπλῆ μέθοδο τῶν τριῶν :

Ἂν ἐπωλοῦσε ἐμπορεύματα ἀξίας 100 δρχ. θὰ ἐκέρδιζε 15
Ἂν πωλήση » » 10.000 » » » X
Καὶ ἐπειδὴ τὰ ποσὰ εἶναι εὐθέως ἀνάλογα θὰ ἔχουμε :

$$X = 15 \times \frac{10.000}{100} = \frac{15 \times 10.000}{100} = \frac{150.000}{100} = 1500 \text{ δρχ. κέρδος.}$$

2. Ἕνας προμηθευτὴς παίρνει προμήθεια 20°/₀. Πόση προμήθεια θὰ πάρη ἀπὸ ἕνα κατάστημα στὸ ὁποῖο ἐπρομήθευσε σαπούνι ἀξίας 450 δραχμῶν ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

3. Ὁ μεσίτης παίρνει 2,5°/₀ μεσιτεία. Πόσο θὰ κερδίσῃ ἀπὸ ἕνα κτῆμα ποὺ ἐμεσίτευσε νὰ πωληθῇ 3.850 δρχ. ;

4. Τὸ Κράτος εἰσπράττει φόρο ἀπὸ τὰ θέατρα καὶ τοὺς κινηματογράφους 30°/₀ ἐπὶ τῆς τιμῆς τοῦ εἰσιτηρίου. Τί ποσὸ θὰ λάβῃ ἀπὸ ἕναν κινηματογράφο ποὺ εἰσέπραξε ἀπὸ μία παράσταση 7.500 δραχμές ;

5. Ἕνα κατάστημα πωλεῖ τὰ ὑπόλοιπά του μὲ ἔκπτωση 20°/₀. Πόσο θὰ ἀγοράσουμε ἕνα ζευγάρι παπούτσια ποὺ ἐπωλεῖτο χωρὶς ἔκπτωση 150 δραχμές ;

6. Πόσο θὰ κερδίσῃ ἕνας ἔμπορος ἀπὸ τὴν πώληση ἑνὸς ὑφάσματος ἀξίας 480 μὲ κέρδος $12 \frac{1}{2}$°/₀ ;

7. Ὁ ἰχθυοπώλης ἐζημιώθη 4°/₀ ἀπὸ ψάρια ποὺ ἀγόρασε 280 δραχμές. Πόσα χρήματα ἐζημιώθη ;

8. Ἔχουμε ἀσφαλίσει τὸ σπίτι μας μὲ ἀξία 25.000 δραχμές. Τί ποσὸ πληρώνουμε ἀσφάλιστρα πρὸς 0,8°/₀ ;

Ὁμάδα 2η. (Ὅταν ζητεῖται τὸ πόσο τοῖς ἑκατό).

α) Ἀπὸ μνήμης

1. Ὁ πλανόδιος μικροπωλητὴς ἀγοράζει τὰ μανταρίνια 1 δραχμὴ καὶ τὰ πωλεῖ 1,50. Πόσον ἐπὶ τοῖς ἑκατὸ κερδίζει ;

2. Ἀγοράζει τὰ πορτοκάλια 2 δραχμὲς καὶ τὰ πωλεῖ 3. Πόσο τοῖς ἑκατὸ κερδίζει ;

3. Ὁ ἐπιστάτης τοῦ σχολείου ἀπὸ κάθε καραμέλλα ποὺ πωλεῖ κερδίζει 0,2 δραχμές. Πόσο ἐπὶ τοῖς ἑκατὸ κερδίζει ἂν τὴν ἀγοράζῃ 0,5 δραχμές ;

β) Γραπτῶς

1. Ὁ ἔμπορος ἀγοράζει τὰ κλινοσκεπάσματα 800 δραχμὲς τὸ καθένα καὶ τὰ πωλεῖ 1000. Πόσο τοῖς ἑκατὸ κερδίζει ;

α) Λύση ἀπὸ μνήμης

Ὁ ἔμπορος διέθεσε 800 δραχμές, δηλαδὴ 8 ἑκατοστάρικα. Ἀπὸ τὰ 8 ἑκατοστάρικα ἐκέρδισε 200 δραχμές. Δηλαδὴ ἐκέρδισε ἀπὸ τὸ ἕνα ἑκατοστάρικο 200 : 8 = 25.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

β) Λύση μὲ τὴν ἁπλῆ μέθοδο τῶν τριῶν

Ἀπὸ 800 δραχ.		κερδίζει 200	δραχ.
» 100	»	» X	»

$$X = 200 \times \frac{100}{800} = \frac{200 \times 100}{800} = \frac{20000}{800} = \frac{200}{8} = 25\ \%$$

2. Ἕνας κρεοπώλης ἀγόρασε κρέατα ἀξίας 10.000, τὰ μεταπώλησε καὶ ἐκέρδισε 2000 δραχμές. Μὲ πόσο τοῖς ἑκατὸ κέρδος ἔκαμε τὴ μεταπώληση;

3. Πόσο ἐπὶ τοῖς ἑκατὸ κερδίζει ὁ παντοπώλης ὁ ὁποῖος ἀγοράζει τὸ ἔλαιο 24 καὶ τὸ πωλεῖ 28,80;

4. Ἕνας ζωέμπορος ἀγόρασε σφάγια μὲ 14 δραχ. τὴν ὀκᾶ καὶ τὰ μεταπώλησε 13,20. Πόσο ἐπὶ τοῖς ἑκατὸ ἐζημιώθηκε;

5. Ἀπὸ τοὺς 60 μαθητὰς μιᾶς τάξεως οἱ 12 ἔμειναν στὴν ἴδια τάξη. Πόσοι στοὺς ἑκατὸ ἀπερρίφθησαν;

6. Ἐμβολιάσθησαν 360 παιδιὰ τοῦ σχολείου, ἀλλὰ στὰ 80 τὸ ἐμβόλιο δὲν πέτυχε. Πόσο τοῖς ἑκατὸ εἴχαμε ἀποτυχία;

Ὁμάδα 3η. (Ὅταν ζητεῖται ἡ τιμὴ τῆς πωλήσεως).

α) Ἀπὸ μνήμης

1. Ὁ ἔμπορος ἀγοράζει τὰ ὑποκάμισα 100 δραχμὲς καὶ θέλει νὰ τὰ πωλήσῃ μὲ κέρδος 50 %. Πόσο θὰ τὰ πωλήσῃ;

2. Ἂν ὁ ἔμπορος πωλῇ τὰ εἴδη του μὲ κέρδος 20 %, πόσο θὰ πωλήσῃ τὰ παρακάτω εἴδη;

Μιὰ φορεσιὰ ποὺ τὴν ἀγόρασε 100 δραχ.
Ἕνα ζευγάρι παπούτσια ποὺ τὸ ἀγόρασε 200 δραχ.
Ἕνα δακτυλίδι ποὺ τὸ ἀγόρασε 500 δραχ.
Μιὰ κουβέρτα ποὺ τὴν ἀγόρασε 1.000 δραχ.
Μιὰ ραπτομηχανὴ ποὺ τὴν ἀγόρασε 4.000 δραχ.

β) Γραπτῶς

1. Ὁ παντοπώλης ἀγοράζει τὸ βούτυρο 800 δραχμὲς τὸν ἕνα τενεκὲ καὶ ἀπὸ τὴ μεταπώλησή του κερδίζει 25 %. Πόσο τὸ πωλεῖ;

α) ἀπὸ μνήμης:

Οἱ 800 δραχμὲς εἶναι 8 ἑκατοστάρικα. Ἀφοῦ στὸ ἕνα κερδίζει 25, στὰ 8 θὰ κερδίσῃ 8 × 25 = 200. 800 ποὺ τὰ ἀγοράζῃ καὶ 200 ποὺ κερδίζει, 1.000 πρέπει νὰ τὸ πωλῇ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

β) Λύση μὲ τὴν ἁπλῆ μέθοδο τῶν τριῶν :

Στὶς 100 κερδίζει 25
Στὶς 800 » X

$$X = 25 \times \frac{800}{100} = \frac{25 \times 800}{100} = \frac{25 \times 8}{1} = 200$$

Τιμὴ ἀγορᾶς	800
Κέρδος 25 °/₀	200
Τιμὴ πωλήσεως	1000

ἢ 100 δρχ. τιμὴ ἀγορᾶς 125 (100 + 25) τιμὴ πωλήσεως.
800 » » » X » »

$$X = 125 \times \frac{800}{100} = \frac{125 \times 800}{100} = 1000$$

2. Πόσο πρέπει νὰ πωλήση τὰ μακαρόνια ὁ παντοπώλης μὲ κέρδος 6 °/₀ ὅταν τὸ ἀγοράζη 6,40 δραχμὲς τὴν ὀκᾶ ;

3. Πόσο πωλεῖ τὰ δέρματα ἕνας δερματέμπορος ὁ ὁποῖος τὰ ἀγόρασε 4. δραχ. τὴν ὀκᾶ καὶ ζημιώνεται 20 °/₀ ;

4. Πόσο ἐπωλήθηκε ἕνα ἐμπόρευμα τὸ ὁποῖο ἀγοράσθηκε 148,75 καὶ ἔφερε κέρδος $3\frac{1}{2}$ °/₀ ;

5. Ποία εἶναι ἡ τιμὴ τῆς πωλήσεως μὲ ζημία ἑνὸς ἐμπορεύματος τοῦ ὁποίου ἡ τιμὴ τῆς ἀγορᾶς εἶναι 27500 καὶ ἡ ζημία 0,5°/₀;

6. Διατυπώσατε καὶ λύσετε προβλήματα μὲ τὶς παρακάτω τιμές :

α) Τιμὴ ἀγορᾶς	Ποσοστὸ	Κέρδος	Τιμὴ πωλήσεως
1500	10 °/₀	X ;	X ;
8000	2,50°/₀	X ;	X ;
4750	40 °/₀	X ;	X ;
12000	X °/₀	X ;	14.000
7800	X °/₀	X ;	8.600
38000	X °/₀	X ;	39.000

β) Τιμὴ ἀγορᾶς	Ποσοστὸ	Ζημία	Τιμὴ πωλήσεως
800	10 °/₀	X ;	X ;
40000	20 °/₀	X ;	X ;
20000	X °/₀	4.000	X ;
4000	X °/₀	350	X ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Γ΄. Προβλήματα τόκου

1. Ἔννοια τοῦ τόκου

α) Ὁρισμοί

Ὅταν ἕνας ἄνθρωπος δανείζεται χρήματα ἀπὸ ἕναν ἄλλον, ὕστερα ἀπὸ ὡρισμένο χρόνο τὰ ἐπιστρέφει. Μαζὶ μὲ τὰ χρήματα ποὺ εἶχε δανεισθῆ δίδει καὶ ἕνα ποσὸ δι' ἐνοίκιο τῶν χρημάτων.

Ὁ ἄνθρωπος ὁ ὁποῖος δανείζει χρήματα λέγεται δανειστής.

Ὁ ἄνθρωπος ὁ ὁποῖος δανείζεται χρήματα λέγεται ὀφειλέτης.

Τὸ κέρδος τὸ ὁποῖο λαμβάνει ὁ δανειστὴς ἀπὸ ἕνα ποσὸ χρημάτων τὰ ὁποῖα ἐδάνεισε λέγεται Τόκος.

Τὸ ποσὸ τὸ ὁποῖο δανείζει ἕνας δανειστὴς λέγεται Κεφάλαιον.

Τὸ χρονικὸ διάστημα, τὸ ὁποῖο περνᾶ ἀπὸ τὴν ἡμερομηνία ποὺ ἐδάνεισε ὁ δανειστὴς τὰ χρήματα ἕως τὴν ἡμερομηνία ποὺ τοῦ τὰ ἐπέστρεψαν, λέγεται Χρόνος.

Ὁ τόκος ποὺ δίδουν οἱ 100 δραχμὲς σὲ ἕνα ἔτος λέγεται Ἐπιτόκιον.

β) Ἀσκήσεις

1. Ποιὸς λέγεται δανειστής ;
2. Ποιὸς λέγεται ὀφειλέτης ;
3. Τί εἶναι Κεφάλαιον ;
4. Τί εἶναι Τόκος ;
5. Τί εἶναι Ἐπιτόκιον ;
6. Τί εἶναι Χρόνος ;
7. Τί ἐννοοῦμε ὅταν λέγωμε ὅτι δανείζουμε πρὸς 12°/₀ ;
8. Τί διαφέρει ὁ Τόκος ἀπὸ τὸ Ἐπιτόκιον ;
9. Τί εἶναι Γραμμάτιον ;

2. Πῶς εὑρίσκεται ὁ τόκος

1. Νὰ βρῆτε τὸν τόκο πρὸς 6°/₀ :

100	δραχμ.	σὲ	1	ἔτος
200	»	»	»	»
300	»	»	»	»
400	»	»	»	»

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

1.000	δραχμ.	σὲ	1	ἔτος
2.000	»	»	1	»
100	»	»	2	ἔτη
100	»	»	3	»
100	»	»	4	»
100	»	»	5	»
200	»	»	2	»
300	»	»	3	»
400	»	»	5	»

2. Πόσο τόκο φέρουν 1.000 δραχμὲς πρὸς 6°/₀ σὲ 4 ἔτη ;
3. Πόσο τόκο φέρουν 5.000 δραχμὲς πρὸς 10°/₀ σὲ 2 ἔτη ;
4. Πόσο τόκο φέρουν 30.000 δραχμὲς πρὸς 8°/₀ σὲ 6 ἔτη ;

β) Γραπτῶς

1. Πόσο τόκο φέρει κεφάλαιο 30.000 δραχμῶν πρὸς 8°/₀ σὲ 6 ἔτη ;

α) Κατάταξη τῶν ποσῶν :

Κεφάλαιο	100 δραχμ.	σὲ 1 ἔτος	δίδει	τόκο	8 δραχμ.	
»	30.000	»	» 6 ἔτη	»	»	X ;

β) Σύγκριση τῶν ποσῶν :

Κεφάλαιο καὶ τόκος εἶναι ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα, διότι ἀπὸ διπλάσιο κεφάλαιο θὰ πάρουμε καὶ διπλάσιο τόκο. Χρόνος καὶ τόκος εἶναι ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα, διότι σὲ διπλάσιο χρόνο θὰ πάρουμε διπλάσιο τόκο.

γ) Λύση :

$$\text{Τόκος} = 8 \times \frac{30.000}{100} \times \frac{6}{1} = \frac{8 \times 30.000 \times 6}{100} = 14.400$$

2. Πόσο τόκο φέρει κεφάλαιο 80.000 δραχμῶν πρὸς 10°/₀ σὲ 6 μῆνες ;

α) Κατάταξη τῶν ποσῶν :

Κεφ.	100 δραχμ.	σὲ	12	μῆνες	δίδει	10	δραχ. τόκο
»	80.000	»	»	6	»	»	X » »

β) Σύγκριση τῶν ποσῶν :

Κεφάλαιο καὶ τόκος εἶναι ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα.
Χρόνος καὶ τόκος εἶναι ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γ) Λύση :

$$\text{Τόκος} = 10 \times \frac{80.000}{100} \times \frac{6}{12} = \frac{10 \times 80.000 \times 6}{1200} = 4000$$

3. Πόσο τόκο φέρει κεφάλαιο 800.000 δραχμῶν πρὸς 12°/₀ σὲ 45 ἡμέρες ;

α) Κατάταξη τῶν ποσῶν :

Κεφ.	100 δρχ.	σὲ	360 ἡμέρες	δίδει	τόκο	12	δραχ.
»	800.000 »	»	45 »	»	»	X	»

β) Σύγκριση τῶν ποσῶν :

Κεφάλαια καὶ τόκος εἶναι ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα.
Χρόνος καὶ τόκος εἶναι ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα.

γ) Λύση :

$$\text{Τόκος} = 12 \times \frac{800.000}{100} \times \frac{45}{360} = \frac{12 \times 800.000 \times 45}{36.000} = 12.000$$

Παρατήρηση. Καὶ στὰ τρία αὐτὰ προβλήματα ζητεῖται ὁ τόκος.

Στὸ 1ο ζητεῖται ὁ τόκος ὅταν ὁ χρόνος εἶναι 6 ἔτη.
Στὸ 2ο ζητεῖται ὁ τόκος ὅταν ὁ χρόνος εἶναι 6 μῆνες.
Στὸ 3ο ζητεῖται ὁ τόκος ὅταν ὁ χρόνος εἶναι 45 ἡμέρες.
Τὸ ἕνα ἔτος στὸ 2ο πρόβλημα τὸ γράψαμε 12 μῆνες.
Τὸ ἕνα ἔτος στὸ 3ο πρόβλημα τὸ γράψαμε 360 ἡμέρες.
Αὐτὸ ἔγινε γιατὶ ἔπρεπε στὴν ἴδια στήλη νὰ εἶναι τιμὲς ὁμοειδεῖς.

Στὴ λύση τῶν προβλημάτων αὐτῶν ἔχουμε ἀριθμητὲς τὰ ἴδια ποσὰ καὶ στὰ τρία προβλήματα.
Παρονομαστὴ στὸ πρῶτο ποὺ ὁ χρόνος εἶναι ἔτη τὸ 100
» στὸ δεύτερο ποὺ ὁ χρόνος εἶναι μῆνες τὸ 1200
» στὸ τρίτο ποὺ ὁ χρόνος εἶναι ἡμέρες τὸ 36000

Κανόνας : ***Διὰ νὰ εὕρουμε τὸν τόκο πολλαπλασιάζουμε ἐπιτόκιο, κεφάλαιο καὶ χρόνο, ὅπως μᾶς δίδονται εἰς τὸ πρόβλημα, καὶ τὸ γινόμενο διαιροῦμε :***

διὰ 100 ὅταν ὁ χρόνος μᾶς δίδεται σὲ ἔτη
διὰ 1.200 ὅταν ὁ χρόνος μᾶς δίδεται σὲ μῆνες
διὰ 36.000 ὅταν ὁ χρόνος μᾶς δίδεται σὲ ἡμέρες.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὁ κανόνας αὐτὸς ἐκφράζεται μὲ αὐτοὺς τοὺς τύπους :

Ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη : $T = \frac{K. E. X.}{100}$

Ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες : $T = \frac{K. E. M.}{1200}$

Ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέρες : $T = \frac{K. E. H.}{36000}$

(1)

4. Πόσο τόκο δίδουν 800.000 δραχμὲς πρὸς 6°/ₒ σὲ 4 ἔτη ;
5. Πόσο τόκο δίδουν 120.000 δραχμὲς πρὸς 10°/ₒ σὲ 7 μῆνες;
6. Πόσο τόκο δίδουν 500.000 δραχμὲς πρὸς 8°/ₒ σὲ 25 ἡμέρες ;
7. Κεφάλαιο 50.000 δραχμῶν πρὸς 6,5°/ₒ πόσο τόκο φέρει σὲ 4 ἔτη ;
8. Κεφάλαιο 20.000 δρχ. πρὸς 4,75°/ₒ πόσο τόκο φέρει σὲ 8 μῆνες ;
9. Κεφάλαιο 6.000 δραχμῶν πρὸς $3\frac{1}{2}$ °/ₒ πόσο τόκο φέρει σὲ 15 ἡμέρες ;
10. Πόσο τόκο φέρουν 3.500 δραχμὲς πρὸς 7°/ₒ σὲ 2 ἔτη καὶ 6 μῆνες ;
11. Πόσο τόκο φέρουν 4.000 δραχμὲς πρὸς 9°/ₒ σὲ 3 μῆνες καὶ 10 ἡμέρες ;
12. Πόσο τόκο φέρουν 2.000 δραχμὲς πρὸς 12°/ₒ σὲ 3 ἔτη 2 μῆνες καὶ 20 ἡμέρες ;
13. Ἕνας ἔμπορος ἐδανείσθη ἀπὸ τὴν Τράπεζα 700 δραχμὲς μὲ ἐπιτόκιο 7°/ₒ διὰ 6 μῆνες. Πόσα χρήματα θὰ ἐπιστρέψη στὴν Τράπεζα διὰ κεφάλαιο καὶ τόκο μαζί ;
14. Ἕνας γεωργὸς πῆρε 400 δραχ. δάνειο ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα μὲ ἐπιτόκιο 4°/ₒ στὶς 15 Μαρτίου. Πόσα χρήματα θὰ ἐπιστρέψη στὴν Τράπεζα στὶς 15 Ἰουνίου τοῦ ἰδίου ἔτους ;
15. Ἕνα παιδὶ γεννήθηκε τὴν 1η Ἰουνίου 1935. Τὴν ἴδια ἡμέρα οἱ γονεῖς του κατέθεσαν στὸ ὄνομά του στὴν Τράπεζα 1.000 πρὸς 4°/ₒ. Πόσα χρήματα θὰ πάρη σήμερα τὸ παιδὶ αὐτὸ κεφάλαιο καὶ τόκο μαζί ;
16. Πόσο τόκο θὰ φέρη μετὰ 4 ἔτη καὶ 15 ἡμέρες κεφάλαιο 6.000 δραχμῶν πρὸς $2\frac{1}{2}$ °/ₒ ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

17. Ἐδανείσθη τὴν 1η Μαΐου 1940 ἕνας ἔμπορος 7.500 δραχμὲς μὲ ἐπιτόκιο 5,25°/₀ καὶ τὰς ἐπέστρεψε στὶς 15 Μαρτίου 1950. Πόσο τόκο ἐπλήρωσε;

18. Ἕνας ἔμπορος ἐπώλησε τὸ λάδι καὶ εἰσέπραξε 4.000 δραχμές. Τὰ χρήματα αὐτὰ τὰ κατέθεσε στὴν Τράπεζα πρὸς $4\frac{1}{2}$°/₀. Πόσο τόκο θὰ εἰσπράττῃ τὸν μῆνα;

3. Πῶς εὑρίσκεται ὁ τόκος μὲ τὸν τοκάριθμο

1. Πόσο τόκο φέρουν 6.000 δραχμὲς πρὸς 10°/₀ σὲ 15 ἡμέρες;

Ἂν λύσουμε τὸ πρόβλημα αὐτὸ μὲ τὸν τύπο

$$T = \frac{K.E.X}{36000} \text{ θὰ ἔχωμε } T = \frac{6000 \times 10 \times 15}{36.000} = 25$$

Ἂν ἁπλοποιήσουμε τὸ κλάσμα $\frac{6000 \times 10 \times 15}{36.000}$ διὰ τοῦ ἐπιτοκίου 10 θὰ ἔχουμε $\frac{6.000 \times 15}{36000 : 10} =$

Τὸ 6.000 εἶναι τὸ κεφάλαιο καὶ τὸ 15 οἱ ἡμέρες.

Τὸ γινόμενο τοῦ κεφαλαίου ἐπὶ τὶς ἡμέρες λέγεται τοκάριθμος.

Τὸ πηλίκον τοῦ 36.000 διὰ τοῦ ἐπιτοκίου λέγεται σταθερὸς διαιρέτης.

Τὸ ἁπλοποιημένο κλάσμα εἶναι:

$$\boxed{\frac{6000 \times 15 = \text{Τοκάριθμος}}{36000 : 10 = \text{Σταθερὸς διαιρέτης}} = 25} \quad A$$

Ὥστε: ***Διὰ νὰ εὕρουμε τὸν τόκο ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέρες διαιροῦμε τὸν τοκάριθμο διὰ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου.***

2. Νὰ εὑρεθῇ ὁ τόκος μὲ τὸν τοκάριθμο:

α) 10.000 δρχμ. πρὸς 4°/₀ σὲ 12 ἡμέρες.

β) 70.000 » » 10°/₀ σὲ δύο μῆνες καὶ 7 ἡμέρες.

γ) 50.000 » » $7\frac{1}{2}$ °/₀ σὲ 1 ἔτος καὶ 20 ἡμέρες.

δ) 40.000 » » 5°/₀ σὲ 90 ἡμέρες.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

4. Πῶς εὑρίσκεται τὸ κεφάλαιον

α) Ἀπὸ μνήμης

1.	Ποιὸ κεφάλαιο σὲ	1	ἔτος	πρὸς	8°/₀	δίδει	τόκο	16 δραχ. ;
2.	» » »	1	»	»	8°/₀	»	»	24 »
3.	» » »	1	»	»	8°/₀	»	»	32 »
4.	» » »	2	»	»	8°/₀	»	»	16 »
5.	» » »	3	»	»	8°/₀	»	»	24 »
6.	» » »	4	»	»	8°/₀	»	»	32 »

β) Γραπτῶς

1. Ποιὸ κεφάλαιο μὲ ἐπιτόκιο 8°/₀ σὲ 4 ἔτη θὰ δώση τόκο 32.000 δραχμές ;

α) Κατάταξη τῶν ποσῶν :

Κεφ.	100	δραχμ.	σὲ	1	ἔτος	φέρει	τόκο 8 δρχ.
»	X	»	»	4	»	»	» 32.000 δρχ. ;

β) Σύγκριση τῶν ποσῶν :

Τόκος καὶ κεφάλαιο εἶναι ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα.

Χρόνος καὶ κεφάλαιο εἶναι ποσὰ ἀντιστρόφως ἀνάλογα, διότι διὰ νὰ πάρουμε ἕναν ὡρισμένο τόκο σὲ ἕνα χρόνο πρέπει νὰ τοκίσουμε 100 δραχμῶν κεφάλαιο. Ἂν θέλουμε νὰ πάρουμε τὸν ἴδιο τόκο σὲ 2 ἔτη τὸ κεφάλαιο ποὺ θὰ τοκίσουμε πρέπει νὰ εἶναι τὸ μισό.

γ) Λύση :

$$K = 100 \times \frac{1}{4} \times \frac{32000}{8} = \frac{100 \times 1 \times 32000}{4 \times 8} = \frac{100 \times 32000}{4 \times 8} = 100.000$$

2. Ποιὸ κεφάλαιο μὲ ἐπιτόκιο 10°/₀ σὲ 6 μῆνες θὰ μᾶς δώση τόκο 5.000 δραχμές ;

α) Κατάταξη τῶν ποσῶν :

100	Κεφ.	σὲ	12	μῆνες	δίδει	10	τόκο
X	»	»	6	»	»	5.000	» ;

β) Σύγκριση τῶν ποσῶν.

Τόκος καὶ κεφάλαιο εἶναι ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα.
Χρόνος καὶ κεφάλαιο εἶναι ποσὰ ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γ) Λύση :

$$K = 100 \times \frac{12}{6} \times \frac{5000}{10} = \frac{100 \times 12 \times 5000}{6 \times 10} = 100.000$$

3. Ποιὸ κεφάλαιο μὲ ἐπιτόκιο 4°/₀ σὲ 27 ἡμέρες θὰ φέρῃ τόκο 300 δραχμές ;

α) Κατάταξη τῶν ποσῶν :

100	Κεφ.	σὲ	360 ἡμέρες	δίδει	4	δραχ.	τόκο
X	»	»	27	»	300	»	»

β) Σύγκριση τῶν ποσῶν :

Τόκος καὶ κεφάλαιο εἶναι ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα.

Χρόνος καὶ κεφάλαιο εἶναι ποσὰ ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

γ) Λύση :

$$K = 100 \times \frac{360}{27} \times \frac{300}{4} = \frac{100 \times 360 \times 300}{27 \times 4} = \frac{36000 \times 300}{27 \times 4} = 100.000$$

Παρατήρηση. Στὸ 1ο πρόβλημα ὁ χρόνος δίδεται σὲ ἔτη.

Στὸ 2ο πρόβλημα ὁ χρόνος δίδεται σὲ μῆνες.

Στὸ 3ο πρόβλημα ὁ χρόνος δίδεται σὲ ἡμέρες.

Πρὶν ἐκτελέσουμε τὶς πράξεις, ἂν ἀντικαταστήσουμε τὰ ποσὰ μὲ τὰ ὀνόματά τους, θὰ ἔχουμε :

α) Ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη $K = \frac{100.\ T.}{X.\ E.}$

β) Ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες $K = \frac{1200.\ T.}{M.\ E.}$

γ) Ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέρες $K = \frac{36000.\ T.}{H.\ E.}$

(2)

Κανόνας : ***Διὰ νὰ εὕρουμε τὸ κεφάλαιο πολλαπλασιάζουμε τὸν τόκο ἐπὶ 100 ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη, ἐπὶ 1200 ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες, ἐπὶ 36000 ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέρες καὶ τὸ γινόμενο διαιροῦμε διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων ποσῶν χρόνου καὶ ἐπιτοκίου.***

4. Πόσο κεφάλαιο πρέπει νὰ τοκίσουμε πρὸς 6°/₀ διὰ νὰ πάρουμε σὲ 3 ἔτη 36.000 δραχμὲς τόκο ;

5. Πόσο κεφάλαιο πρέπει νὰ καταθέσουμε στὴν Τράπεζα πρὸς 6°/₀ διὰ νὰ παίρνουμε κάθε ἑξαμηνία 1.750 δραχμὲς τόκο ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

6. Ποιὸ κεφάλαιο πρὸς 10°/₀ σὲ 20 μέρες φέρει τόκο 3.000 δραχμές ;

7. Πόσα χρήματα πρέπει νὰ καταθέσω σήμερα εἰς τὸ ταμιευτήριο πρὸς 4°/₀ διὰ νὰ πάρω μετὰ 10 ἔτη τόκο 2.000 δραχμές ;

8. Ποιὸ κεφάλαιο σὲ 8 ἔτη πρὸς $7\frac{3}{4}$°/₀ ἔδωκε τόκο 155.000 δραχμές ;

9. Ποιὸ κεφάλαιο σὲ 10 μῆνες πρὸς 6,5°/₀ ἔφερε τόκο 4200 δραχμές

10. Ποιὸ κεφάλαιο πρὸς 4,5°/₀ σὲ 20 ἡμέρες ἔδωκε τόκο 120 δραχμές ;

11. Ποιὸ κεφάλαιο σὲ 1 ἔτος 4 μῆνες καὶ 15 ἡμέρες πρὸς $6\frac{1}{2}$°/₀ ἔφερε τόκο 455 δραχμές ;

12. Ἀπὸ ἕνα σπίτι παίρνουμε ἐνοίκιο 225 δραχμὲς τὸ μῆνα· Πόσο πρέπει νὰ πωλήσουμε τὸ σπίτι καὶ νὰ καταθέσουμε στὴν Τράπεζα πρὸς 4°/₀ διὰ νὰ παίρνουμε τὸ μῆνα τόκο ἴσο μὲ τὸ ἐνοίκιο ;

13. Ποιὸ κεφάλαιο ἀπὸ τὶς 10 Μαρτίου 1949 μέχρι τῆς 15 Ἀπριλίου 1951 πρὸς $7\frac{1}{2}$°/₀ ἔφερε τόκο 5640 δραχ. ;

14. Ἕνας ὑπάλληλος παίρνει 1.950 δραχμὲς τὸ μῆνα. Τί ποσὸ ἔπρεπε νὰ εἶχε καταθέσει διὰ νὰ παίρνη τόκο ἴσο πρὸς τὸν μισθό του ;

5. Πῶς εὑρίσκεται ὁ χρόνος

α) Ἀπὸ μνήμης

1. Πόσον χρόνο πρέπει νὰ τοκίσουμε πρὸς 4°/₀

α)	200 δραχ.	διὰ	νὰ	λάβουμε	τόκο	8	δραχμές ;
β)	300	»	»	»	»	12	»
γ)	500	»	»	»	»	20	»
δ)	500	»	»	»	»	100	»

2. Εἰς πόσον χρόνο 800 δραχμὲς πρὸς 10°/₀ δίδουν τόκο 160 δραχμές ;

β) Γραπτῶς

1. Εἰς πόσον χρόνο κεφάλαιο 500 δραχμῶν πρὸς 10°/₀ θὰ δώση τόκο 200 δραχμές ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

α) Κατάταξη τῶν ποσῶν :

Κεφ. 100 δραχ. δίδει τόκο 10 δραχ. σὲ 1 ἔτος
» 500 » » » 200 » » Χ ἔτη ;

β) Σύγκριση τῶν ποσῶν :

Κεφάλαιο καὶ χρόνος εἶναι ποσὰ ἀντιστρόφως ἀνάλογα.
Τόκος καὶ χρόνος εἶναι ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα.

γ) Λύση :

$$X = 1 \times \frac{100}{500} \times \frac{200}{10} = \frac{1 \times 100 \times 200}{500 \times 10} = \frac{100 \times 200}{500 \times 10} = 4 \text{ ἔτη}$$

Ἂν πρὶν ἐκτελέσουμε τὶς πράξεις ἀντικαταστήσουμε τὰ ποσὰ διὰ τῶν ὀνομάτων των θὰ ἔχουμε τὸν τύπο εὑρέσεως τοῦ χρόνου.

$$\text{Χρόνος} = \frac{100.\text{T.}}{\text{K.E.}}$$

3(3)

Κανόνας : ***Διὰ νὰ εὕρουμε τὸν χρόνο πολλαπλασιάζουμε τὸν τόκο ἐπὶ ἑκατὸ καὶ τὸ γινόμενο διαιροῦμε διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων ποσῶν κεφαλαίου καὶ ἐπιτοκίου. Τὸ ἐξαγόμενο θὰ εἶναι ἔτη.***

2. Εἰς πόσον χρόνο 20.000 δραχμὲς πρὸς 4°/ₒ θὰ φέρουν τόκο 1440 δραχμές ;

α) Κατάταξη τῶν ποσῶν :

K	E	X
100	4	1
20.000	1440	X

β) Σύγκριση τῶν ποσῶν :

Κεφάλαιο καὶ χρόνος ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

Τόκος καὶ χρόνος εὐθέως ἀνάλογα.

γ) Λύση :

$$X = 1 \times \frac{100}{20.000} \times \frac{1440}{4} = \frac{1 \times 100 \times 1440}{20.000 \times 4} = \frac{144}{80} =$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

144 | 80
64 | 1 ἔτος 9 μῆνες 18 ἡμέρες
× 12
128
64
768 μῆνες
48
× 30
1440 ἡμέρες
640
00

3. Εἰς πόσον χρόνο 150.000 πρὸς $3^{0}/_{0}$ ἔφεραν τόκο 4.000 δραχμές ;

Λύση διὰ τοῦ τύπου.

$$X = \frac{100.T.}{K.E.} = \frac{100 \times 4000}{150000 \times 3} = \frac{40}{45} = 10 \text{ μῆνες } 20 \text{ ἡμέρες}$$

40 | 45
× 12 | 0 ἔτη 10 μῆνες 20 ἡμέρες
480
30
× 30
900
00

4. Εἰς πόσον χρόνο κεφάλαιο 700 δραχμῶν πρὸς $4\frac{1}{2}\,^{0}/_{0}$ θὰ φέρῃ τόκο 64 δραχμές ;

5. Εἰς πόσον χρόνο 1.000 δραχμὲς πρὸς $10^{0}/_{0}$ θὰ φέρῃ τόκο 330 δραχμές ;

6. Εἰς πόσον χρόνον 15.000 δραχμὲς πρὸς $10^{0}/_{0}$, θὰ διπλασιασθοῦν ;

7. Τὴν ἡμέρα τῆς γεννήσεως τοῦ τέκνου τους κατέθεσαν οἱ γονεῖς του στὴν Τράπεζα 3.000 πρὸς $6^{0}/_{0}$ καὶ ὥρισαν νὰ τὰ πάρῃ τὸ τέκνο τους ὅταν θὰ γίνουν μετὰ τοῦ τόκου των διπλάσια. Τί ἡλικία θὰ ἔχῃ τὸ τέκνο τους ;

8. Ἕνας κτηνοτρόφος εἶχε καταθέσει εἰς τὸ Ταμιευτήριο

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

4.000 δραχμὲς πρὸς 4,2°/₀. Ὅταν τὰ ἀπέσυρε ἦταν μὲ τὸν τόκο των 5.000. Πόσο χρόνο ἔμειναν τοκισμένα τὰ χρήματα ;

9. Ἐπὶ πόσον χρόνο ἐτοκίσθηκαν ;

α)	200.000 δρχ.	πρὸς	4%	καὶ ἔφεραν	τόκο	50.000	δρχ.
β)	400.000	»	2%	»	»	50.000	»
γ)	800.000	»	2%	»	»	25.000	»
δ)	1.000.000	»	4%	»	»	10.000	»
ε)	4.000.000	»	8%	»	»	1.250	»

6. Πῶς εὑρίσκεται τὸ ἐπιτόκιο

α) Ἀπὸ μνήμης

1. Ἀπὸ 200 δραχμ. ἐπήραμε τόκο σὲ ἕνα ἔτος 16 δραχμές. Πρὸς ποιὸ ἐπιτόκιο ἔγινε ὁ τοκισμός ;

2. Ἀπὸ 200 δραχμὲς ἐπήραμε εἰς ἕνα ἔτος 8 δραχμὲς τόκο. Πόσον ἐπὶ τοῖς ἑκατὸ ἐτοκίσθηκαν ;

3. Ἀπὸ 200 δραχμὲς ἐπήραμε τόκο 32 δραχμὲς σὲ δύο ἔτη. Πρὸς πόσο ἐπὶ τοῖς ἑκατὸ ἐτοκίσθηκαν ;

β) Γραπτῶς

1. Πρὸς ποιὸ ἐπιτόκιο εἶχε τοκισθῆ κεφάλαιο 500 δραχμῶν, τὸ ὁποῖο σὲ 4 ἔτη ἔφερε τόκο 160 δραχμές ;

α) Κατάταξη τῶν ποσῶν :

Κεφ.	500	σὲ	4	ἔτη	δίδει τόκο	160	δραχμ.
»	100	»	1	»	» »	X	»

β) Σύγκριση τῶν ποσῶν :

Κεφάλαιο καὶ τόκος εἶναι ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα.

Χρόνος καὶ τόκος εἶναι ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα.

γ) Λύση :

$$E = 160 \times \frac{100}{500} \times \frac{1}{4} = \frac{160 \times 100}{500 \times 4} = 8\%.$$

(4)

2. Πρὸς ποιὸ ἐπιτόκιο εἶχε τοκισθῆ κεφάλαιο 100.000 δραχμῶν, τὸ ὁποῖο σὲ 8 μῆνες ἔφερε τόκο 60.000 δραχμές ;

α) Κατάταξη τῶν ποσῶν :

Κεφ.	1.000.000	σὲ	8	μῆνες	δίδει	60.000	τόκο
»	100	»	12	»	»	X	»

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

β) Σύγκριση τῶν ποσῶν :

Κεφάλαιο καὶ τόκος εὐθέως ἀνάλογα.

Χρόνος καὶ τόκος εὐθέως ἀνάλογα.

β) Λύση :

$$Ε = 60.000 \times \frac{100}{1.000.000} \times \frac{12}{8} = \frac{60.000 \times 1.200}{1.000.000 \times 8} = 9\%$$

3. Πρὸς ποῖο ἐπιτόκιο ἐτοκίσθηκαν 250.000 δραχμὲς οἱ ὁποῖες σὲ 18 ἡμέρες ἔφεραν τόκο 1.250 δραχμές ;

α) Κατάταξη τῶν ποσῶν :

Κεφ. 250.000 σὲ 18 ἡμέρες δίδει τόκο 1.250 δραχμὲς
 » 100 » 360 » » » Χ »

β) Σύγκριση τῶν ποσῶν :

Κεφάλαιο καὶ τόκος εἶναι εὐθέως ἀνάλογα.

Χρόνος καὶ τόκος εἶναι εὐθέως ἀνάλογα.

γ) Λύση :

$$Ε = 1250 \times \frac{100}{250000} \times \frac{360}{18} = \frac{1250 \times 36000}{250000 \times 18} = 10\%$$

Παρατήρηση. Στὸ 1ο πρόβλημα ὁ χρόνος δίδεται σὲ ἔτη.

Στὸ 2ο πρόβλημα ὁ χρόνος δίδεται σὲ μῆνες.

Στὸ 3ο πρόβλημα ὁ χρόνος δίδεται σὲ ἡμέρες.

Ἂν ἀντικαταστήσουμε τὰ ποσὰ μὲ τὰ ὀνόματά τους, πρὶν ἐκτελέσουμε τὶς πράξεις θὰ ἔχουμε :

α) Ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη $Ε = \frac{Τ. 100}{Κ. Χ.}$

β) Ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες $Ε = \frac{Τ. 1200}{Κ. Μ.}$

γ) Ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέρες $Ε = \frac{Τ. 36.000}{Κ. Η.}$

(4)

Κανόνας : ***Διὰ νὰ εὕρουμε τὸ ἐπιτόκιο πολλαπλασιάζουμε τὸν τόκο ἐπὶ 100 ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη, ἐπὶ 1.200 ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες, ἐπὶ 36.000 ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέρες καὶ τὸ γινόμενο διαιροῦμε διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων ποσῶν κεφαλαίου καὶ χρόνου.***

4. Πρὸς ποῖο ἐπιτόκιο ἐτοκίσθησαν 7.000 δραχμὲς οἱ ὁποῖες ἔφεραν τόκο 4.000 δραχμὲς εἰς 6 ἔτη ;

5. Μὲ ποῖο ἐπιτόκιο πρέπει νὰ τοκισθοῦν 500.000 δραχμὲς γιὰ νὰ μᾶς δίδουν 5.000 τὸ μῆνα ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

6. Μὲ ποιὸ ἐπιτόκιο τοκίζει ἡ Τράπεζα ὅταν διὰ κεφάλαιο 800.000 δραχμῶν τὸ ὁποῖο ἐδανείσθημεν δι' 20 ἡμέρες μᾶς ἐπῆρε τόκο 4.000 δραχμές ;

7. Πρὸς ποιὸ ἐπιτόκιο ἐδανείσθη ἕνας ἔμπορος 15.000 δραχ. διὰ 15 ἡμέρες καὶ ἐπλήρωσε τόκο 62 δραχμές ;

8. Μὲ ποιὸ ἐπιτόκιο ἐτοκίσθησαν 1.000.000 δραχ. ὅταν σὲ 10 ἔτη ἐδιπλασιάσθησαν ;

9. Μὲ ποιὸ ἐπιτόκιο ἐδανείσαμε 500.000 δραχμὲς ὅταν μετὰ 8 μῆνες εἰσεπράξαμε τόκο 40.000 δραχμές ;

10. Στὶς 2 Μαΐου 1947 ἐδανείσθη ἕνας γεωργὸς 2.000 δραχμὲς καὶ στὶς 19 τοῦ ἰδίου μηνὸς ἐξώφλησε τὸ δάνειο μὲ 2.008.50 δραχμές. Μὲ ποιὸ ἐπιτόκιο λογάριασαν τὸν τόκο ;

11. Μία οἰκία ἀξίας 3.500.000 δίδει ἐνοίκιο 3.500 τὸ μῆνα ; Πρὸς ποιὸ ἐπιτόκιο ἀποδίδει αὐτὸ τὸ κεφάλαιο ;

12. Ἕνας κτηματίας ἐπώλησε τὰ εἰσοδήματα τοῦ ἔτους καὶ εἰσέπραξε 50.000. Τὸ ποσὸ αὐτὸ τὸ κατέθεσε στὸ Ταμιευτήριο καὶ παίρνει 187,50 τόκο τὸ μῆνα. Μὲ ποιὸ ἐπιτόκιο ἀποταμίευσε τὰ χρήματά του ;

7. Διάφορα προβλήματα τόκου

1. Πόσο χρόνο πρέπει νὰ ἔχουμε τοκίσει 500.000 δραχμὲς πρὸς 8,25°/₀ γιὰ νὰ πάρουμε τόκο καὶ κεφάλαιο μαζὶ 675.000 δραχμές ;

2. Τί εἶναι προτιμότερο νὰ κάμωμε ἕνα κεφάλαιο 37.000 τὸ ὁποῖο ἔχουμε. Νὰ τὸ καταθέσουμε εἰς μία Τράπεζα πρὸς 6°/₀ ἢ νὰ ἀγοράσουμε ἕνα σπίτι ἀπὸ τὸ ὁποῖο νὰ παίρνουμε ἐνοίκιο 200 δραχμὲς τὸ μῆνα ;

3. Πρὸς ποιὸ ἐπιτόκιο ἐδάνεισε 3.750 δραχμὲς ἕνας, ὁ ὁποῖος σὲ 8 μῆνες καὶ 15 ἡμέρες ἐπῆρε 235 δραχμὲς τόκο ;

4. Μετὰ πόσο χρόνο 600.000 δραχμὲς πρὸς 9°/₀ γίνονται μαζὶ μὲ τὸν τόκο των 750.000 δραχμές ;

5. Ἕνας χωρικὸς ἔχει καταθέσει στὴ Τράπεζα χρήματα πρὸς 4°/₀ καὶ παίρνει τὸν τόκο κάθε ἑξαμηνία. Μὲ τὸν τόκο μιᾶς ἑξαμηνίας ἀγόρασε 7 πήχεις ὕφασμα πρὸς 108 τὸν πῆχυ. Πόσα χρήματα ἔχει καταθέσει ;

6. Ἕνας ἔμπορος κατέθεσε στὴν Τράπεζα 650.000 πρὸς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

6 $^{\circ}/_{\circ}$. Μετὰ 6 μῆνες ἀπέσυρε τὸ μισὸ κεφάλαιο καὶ μετὰ 20 ἡμέρες καὶ τὸ ἄλλο μισὸ μαζὶ μὲ τοὺς τόκους. Πόσα χρήματα πῆρε τὴ δεύτερη φορά;

7. Ἐδανείσαμε 2.800 δραχ. καὶ μετὰ δύο ἔτη ἐπήραμε 3.360 δραχμές. Πρὸς πόσο ἐπιτόκιο ἐδανείσαμε;

8. Ἕνας γεωργὸς ἐδανείσθη ἀπὸ τὴν Τράπεζα 3.500 πρὸς 4 $^{\circ}/_{\circ}$ διὰ νὰ ἀγοράση λιπάσματα μὲ προθεσμία ἐξοφλήσεως 6 μηνῶν. Ἀλλὰ ὁ γεωργὸς δὲν ἠδυνήθη νὰ ἐξοφλήση τὸ δάνειο μόλις πέρασαν οἱ 6 μῆνες καὶ ἡ Τράπεζα ἔγραψε καὶ τὸν τόκο ὡς κεφάλαιο. Ὁ γεωργὸς ἐξώφλησε τὸ χρέος του 2 μῆνες μετὰ τὴν ἐγγραφὴ τῶν τόκων τῆς πρώτης ἑξαμηνίας. Τί ποσὸ ἐπλήρωσε;

9. Ἕνας μικρέμπορος ἐδανείσθη χρήματα πρὸς 7,5 $^{\circ}/_{\circ}$ καὶ μετὰ 9 μῆνες ἐπλήρωσε διὰ τόκο 225. Τί ποσὸν ἐδανείσθη;

10. Πόσο χρόνο πρέπει νὰ ἀφήσουμε τοκισμένο κεφάλαιο 2.000.000 δραχμῶν πρὸς 8 $^{\circ}/_{\circ}$ διὰ νὰ πάρουμε τόκο τόσα χρήματα ὅσα θὰ ἐπαίρναμε ἂν δανείζαμε 100.000 πρὸς 10 $^{\circ}/_{\circ}$ διὰ 10 μῆνες;

Δ΄. Προβλήματα ὑφαιρέσεως

1. Ἔννοια τῆς ὑφαιρέσεως

Α΄. Ὁρισμοί

Ὅλοι οἱ ἔμποροι δὲν πληρώνουν πάντοτε προκαταβολικῶς ὁλόκληρη τὴν ἀξία τῶν ἐμπορευμάτων τὰ ὁποῖα ἀγοράζουν. Πληρώνουν μόνο ἕνα μέρος ἢ καθόλου καὶ ὑπόσχονται νὰ πληρώσουν ὅταν θὰ πωλήσουν τὰ ἐμπορεύματα. Στὴν περίπτωση αὐτὴ οἱ δύο ἔμποροι συντάσσουν ἕνα ἔγγραφο, τὸ ὁποῖον λέγεται *ἐμπορικὸν γραμμάτιον* καὶ τὸ ὁποῖο γράφει ποιὸς δανείζεται, πότε ὑπόσχεται νὰ ἐπιστρέψη τὰ χρήματα, πόσα χρήματα χρεωστεῖ νὰ ἐπιστρέψη καὶ εἰς ποιὸν τὰ χρεωστεῖ. Εἰς τὰ χρήματα τὰ ὁποῖα θὰ πληρώση ὁ ὀφειλέτης περιλαμβάνεται ἡ ἀξία τῶν ἐμπορευμάτων καὶ ὁ τόκος τῶν χρημάτων ἕως τὴν ἡμέρα πληρωμῆς. Π. χ.

1. Ὁ ἔμπορος Γ. Λουκάτος ἀγόρασε ἀπὸ τὸν ἔμπορον Δ. Λουκόπουλον τὴν 1 Σεπτεμβρίου βιβλία ἀξίας 2.000. Ἀλλὰ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

δὲν εἶχε χρήματα νὰ πληρώση ἀμέσως. Συνεφώνησαν λοιπὸν νὰ τὰ πληρώση ὕστερα ἀπὸ τρεῖς μῆνες καὶ μὲ τόκο 10 °/₀. Ὑπολόγισαν ὅτι 2.000 πρὸς 10 °/₀ σὲ τρεῖς μῆνες δίδουν τόκο 50 δραχμές.

$\left(\frac{2.000 \times 10 \times 3}{1.200} = 50\right)$. Συνέταξαν λοιπὸν τὸ ἑξῆς ***Γραμμάτιον*** τὸ ὁποῖον ὑπέγραψε ὁ Λουκάτος.

Γραμμάτιον 2.050

Ὁ ὑπογεγραμμένος Γεράσιμος Λουκάτος ὑπόσχομαι νὰ πληρώσω μετὰ τρεῖς μῆνας ἀπὸ σήμερον εἰς τὸν κ. Διονύσιον Λουκόπουλον ἢ εἰς διαταγήν του δύο χιλιάδας πεντήκοντα δραχμὰς τὰς ὁποίας ἔλαβον παρ' αὐτοῦ εἰς ἐμπορεύματα.

Ἐν Ἀθήναις τῇ 1ῃ Σεπτεμβρίου 1951

(Ὑπογραφὴ) Γερ. Λουκάτος

Σὰν αὐτὸ γίνονται συνήθως τὰ ἐμπορικὰ γραμμάτια. Ὅταν τὸ ἐμπορικὸ γραμμάτιο ἀναφέρῃ ὅτι τὰ χρήματα θὰ πληρωθοῦν εἰς τρίτο πρόσωπο ἢ Τράπεζα τότε λέγετε ***Συναλλαγματική***. Ἡ συναλλαγματικὴ συντάσσεται ὅπως αὐτή.

Ἐν Ἀθήναις τῇ 1ῃ Σεπτεμβρίου 1951 Διὰ δραχ. 2.050

Τὴν 1ην Δεκεμβρίου 1951 πληρώσατε διὰ τῆς παρούσης συναλλαγματικῆς τῇ διαταγῇ ἐμοῦ τοῦ ἰδίου εἰς τὴν Ἐθνικὴν Τράπεζαν τὸ ποσὸν τῶν δύο χιλιάδων πεντήκοντα δραχμῶν, τὸ ὁποῖον ἐλάβατε παρ' ἐμοῦ εἰς ἐμπορεύματα.

Διονύσιος Λουκόπουλος

Πρὸς τὸν κ. Γ. Λουκάτον
ὁδὸς Δήμητρος 86
εἰς Καλλιθέαν

Δεκτὴ

(Ὑπογραφὴ) Γεράσιμος Λουκάτος

Τὸ Γραμμάτιο ἢ τὴ Συναλλαγματικὴ κρατεῖ ὁ Λουκόπουλος σὰν νὰ κρατῇ χρήματα, διότι τὴν 1ην Δεκεμβρίου ὁ Λουκάτος θὰ πληρώσῃ 2.050 δραχμάς. Ἐὰν δὲν πληρώσῃ ἠμπο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ρεῖ ὁ Λουκόπουλος νὰ τοῦ κάμη κατάσχεση ἢ ἀκόμη νὰ τὸν βάλη καὶ στὴ φυλακή.

Ἡ ἡμερομηνία κατὰ τὴν ὁποία πρέπει νὰ πληρώση τὰ χρήματα ὁ Λουκάτος λέγεται ***λῆξις τοῦ Γραμματίου.***

Τὸ ποσὸν τὸ ὁποῖον γράφει ἐπάνω τὸ Γραμμάτιον λέγεται ***ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ Γραμματίου.***

2. Ἐὰν ὁ Λουκόπουλος χρειασθῆ χρήματα ἕνα μῆνα μετὰ τὴν ὑπογραφὴ τοῦ Γραμματίου μπορεῖ νὰ πωλήση τὸ Γραμμάτιο τοῦ Λουκάτου στὴν Τράπεζα καὶ νὰ πάρη χρήματα. Γράφουν πίσω ἀπὸ τὸ Γραμμάτιο ὅτι ὁ Λουκόπουλος τὸ πωλεῖ στὴν Τράπεζα καὶ ὑπογράφει ὁ Λουκόπουλος καὶ παίρνει χρήματα. Ἀλλὰ πόσα χρήματα θὰ πάρη ;

Ἂν ἔδιδε τὸ Γραμμάτιο τὴν 1η Δεκεμβρίου, τὴν ἡμέρα τῆς λήξεως δηλαδή, θὰ ἔπαιρνε 2.050. Ἀλλὰ τώρα θέλει νὰ τὸ προεξοφλήση δύο μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του. Ἡ Τράπεζα ποὺ θὰ τὸ πάρη θὰ ἀφαιρέση ἀπὸ τὶς 2.050 τὸν τόκο τῶν 2 μηνῶν, οἱ ὁποῖοι θὰ περάσουν ἕως ὅτου λήξη τὸ Γραμμάτιο καὶ πάρη τὰ χρήματά της ἀπὸ τὸν Λουκάτον. Κάνουν τὸν λογαριασμό, εὑρίσκουν ὅτι ὁ τόκος τῶν 2.050 δραχμῶν σὲ δύο μῆνες εἶναι 34 δραχμές, τὸν ἀφαιροῦν ἀπὸ τὶς 2.050 δραχμὲς καὶ τὸ ὑπόλοιπο παίρνει ὁ Λουκόπουλος (2.050—34=2.016).

Τὸ ποσὸ ποὺ γράφει ἐπάνω τὸ Γραμμάτιο λέγεται ***ὀνομαστικὴ ἀξία*** (2.050).

Τὸ ποσὸ ποὺ παίρνει ὁ Λουκόπουλος ὅταν προεξοφλῆ τὸ Γραμμάτιο λέγεται ***πραγματικὴ ἀξία*** (2.016).

Ὁ χρόνος ποὺ μεσολαβεῖ ἀπὸ τὴν ἡμέρα τῆς προεξοφλήσεως, ἕως τὴν ἡμέρα τῆς λήξεως τοῦ Γραμματίου λέγεται ***χρόνος προεξοφλήσεως.***

Τὸ ποσὸ ποὺ ἀφαιρεῖ ἡ Τράπεζα ἀπὸ τὴν ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ Γραμματίου εἶναι ὁ τόκος τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας διὰ τὸν χρόνο τῆς προεξοφλήσεως καὶ λέγεται ***ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση.***

Τὸ ἐπιτόκιο μὲ τὸ ὁποῖο γίνονται αἱ προεξοφλήσεις τὸ ὁρίζει τὸ Κράτος μὲ Νόμο γιὰ νὰ μὴν παίρνη ὁ καθένας ὅσο θέλει καὶ φέρνει δυσκολίες στὸ ἐμπόριο.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Β'. 'Ασκήσεις

1. Τί εἶναι γραμμάτιο ;

2. Πότε συντάσσουν ἕνα γραμμάτιο ;

3. Τί ἀναφέρει ἕνα γραμμάτιο ;

4. 'Ο Ι. 'Ιακωβίδης ἐδανείσθη τὴν 1η Μαρτίου 1951 ἀπὸ τὸν Γ. 'Ιωαννίδην 4.000 δραχμὲς πρὸς 6°/₀ καὶ ὑπεσχέθη νὰ τὶς ἐπιστρέψη μαζὶ μὲ τὸν τόκο τους μετὰ τρεῖς μῆνες. Τί ποσὸ θὰ ἐπιστρέψη. Κάμετέ τους τὸ γραμμάτιο.

5. Τί λέγεται λῆξη τοῦ γραμματίου ;

6. Τί λέγεται ἐξόφληση τοῦ γραμματίου ;

7. Τί λέγεται προεξόφληση τοῦ γραμματίου ;

8. Πόσα χρήματα θὰ πάρουμε ἂν ἐξοφλήσουμε ἕνα γραμμάτιο 4.060 δραχμῶν πρὸς 6°/₀, 2 μῆνες πρὸ τῆς λήξεώς του ;

9. Πόσα χρήματα θὰ πάρουμε ἂν ἐξοφλήσουμε ἕνα γραμμάτιο 4.000 δραχ. τὴν ἡμέρα ποὺ λήγει ;

10. Πῶς λέγεται τὸ ποσὸ ποὺ μᾶς κρατοῦν στὴν προεξόφληση ἑνὸς γραμματίου ;

11. Πῶς ὑπολογίζουν καὶ πῶς εὑρίσκουν τὸ ποσὸ ποὺ πρέπει νὰ μᾶς κρατήσουν ;

12. Τί λέγεται ὀνομαστικὴ ἀξία ἑνὸς γραμματίου ;

13. Τί λέγεται χρόνος προεξοφλήσεως ;

14. Τί λέγεται ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση ;

15. Τί λέγεται πραγματικὴ ἀξία ;

16. "Αν ἀπὸ τὴν ὀνομαστικὴ ἀξία ἀφαιρέσουμε τὴν ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση, τί εὑρίσκουμε ;

17. Πῶς λέγεται τὸ ποσὸ ποὺ βρίσκουμε ἂν προσθέσουμε τὴν ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση καὶ τὴν πραγματικὴ ἀξία ;

18. Μὲ ποιὸ ἀπὸ τὰ ποσὰ ποὺ εἴχαμε στὰ προβλήματα τοῦ τόκου μοιάζει :

α) 'Η ὀνομαστικὴ ἀξία.

β) 'Ο χρόνος τῆς προεξοφλήσεως.

γ) 'Η ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση ;

2. Προβλήματα ἐξωτερικῆς ὑφαιρέσεως

1. Γραμμάτιο 2400 δραχμῶν προεξοφλεῖται 4 μῆνες πρὸ τῆς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

λήξεώς του, πρὸς 8%. Ποιὰ εἶναι ἡ ἐξωτερικὴ του ὑφαίρεση ; Καὶ ποία ἡ πραγματική του ἀξία ;

Λύση : Γνωστὴ ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία (κεφάλαιο).

Γνωστὸς ὁ χρόνος προεξοφλήσεως (χρόνος).

Γνωστὸ τὸ ἐπιτόκιο.

Ζητεῖται ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση.

Εἶναι ἑπομένως πρόβλημα τόκου καὶ θὰ λυθῇ ὅπως τὰ προβλήματα τόκου ὅταν ζητεῖται ὁ τόκος καὶ ὁ χρόνος εἶναι μῆνες.

$$T = \frac{K.\ E.\ M.}{1200} = \frac{2400 \times 8 \times 4}{1200} = 64$$

Ὀνομαστικὴ ἀξία	2.400
Ὑφαίρεση	64
Πραγματικὴ ἀξία	2.336

2. Ἕνα γραμμάτιο 800 δραχμῶν προεξωφλήθη μὲ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση 45 ἡμέρες πρὸ τῆς λήξεώς του μὲ 792,50 δραχμές. Πρὸς ποιὸ ἐπιτόκιο ἔγινε ἡ προεξόφληση ;

Λύση : Γνωστὴ ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία (κεφάλαιο).

Γνωστὴ ἡ πραγματικὴ ἀξία.

Ζητεῖται τὸ ἐπιτόκιο.

Πρέπει νὰ εὕρουμε πρῶτα τὴν ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση, δηλαδὴ τὸν τόκο :

Ὀνομαστικὴ ἀξία	800.00
Πραγμανικὴ ἀξία	792,50
Ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση	7,50

Τώρα εἶναι πρόβλημα τόκου στὸ ὁποῖο ζητεῖται τὸ ἐπιτόκιο καὶ ὁ χρόνος εἶναι ἡμέρες :

$$E = \frac{36000.\ T.}{K.\ X.} = \frac{36000 \times 7{,}50}{800 \times 45} = 7{,}5\%$$

3. Σὲ πόσο χρόνο προεξωφλήθη πρὸς 10 % Γραμμάτιο 260.000 τὸ ὁποῖο ἔδωσε ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση 3250 δραχμές ;

Λύση : Γνωστὴ ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία (κεφάλαιο).

Γνωστὸ τὸ ἐπιτόκιο.

Γνωστὴ ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση (τόκος).

Ζητεῖται χρόνος προεξοφλήσεως (χρόνος).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Εἶναι πρόβλημα τόκου εἰς τὸ ὁποῖο ζητεῖται ὁ χρόνος.

$$X = \frac{T.\ 100}{K.E.} = \frac{3250 \times 100}{260.000 \times 10} = \frac{325}{2600} = 45 \text{ ἡμέρες.}$$

4. Γραμμάτιο προεξωφλήθη 2 μῆνες πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 8°/₀ καὶ ἔπαθε ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση 8.000. Ποιὰ ἦτο ἡ ὀνομαστική του ἀξία;

Εἶναι γνωστὰ τὰ ποσὰ τοῦ χρόνου, τοῦ ἐπιτοκίου καὶ τῆς ἐξωτερικῆς ὑφαιρέσεως (τόκου) καὶ ζητεῖται ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία, δηλαδὴ τὸ κεφάλαιο. Ἑπομένως θὰ λύσουμε τὸ πρόβλημα ὅπως εἰς τὸν τόκο ὅταν ζητεῖται τὸ κεφάλαιο καὶ ὁ χρόνος εἶναι μῆνες.

$$K = \frac{T.1200}{E.M.} = \frac{8000 \times 1200}{8 \times 2} = 600.000$$

Παρατήρηση. Τὰ προβλήματα ἐξωτερικῆς ὑφαιρέσεως εἶναι προβλήματα τόκου καὶ λύονται ὅπως τὰ προβλήματα τόκου.

3. Διάφορα προβλήματα ἐξ. ὑφαιρέσεως

1. Ἕνα γραμμάτιο 700 δρχ. προεξοφλεῖται ἕνα μῆνα καὶ 10 ἡμέρες πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 10°/₀. Ποιὰ εἶναι ἡ ἐξωτερικὴ του ὑφαίρεση καὶ ποιὰ εἶναι ἡ πραγματική του ἀξία;

2. Ποιὰ εἶναι ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία ἑνὸς γραμματίου τὸ ὁποῖο προεξοφλεῖται 4 μῆνες πρὸ τῆς λήξεως πρὸς 6°/₀ καὶ παθαίνει ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση 600 δραχμές;

3. Γραμμάτιο 3.000 δραχμῶν προεξοφλεῖται 4 μῆνες πρὸ τῆς λήξεώς του καὶ παθαίνει 60 ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση. Πρὸς ποιὸ ἐπιτόκιο ἔγινε ἡ προεξόφληση;

4. Γραμμάτιο 500 προεξωφλήθη μὲ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση πρὸς 10°/₀ καὶ ἔδωσε πραγματικὴ ἀξία 487,50. Πόσο χρόνο πρὸ τῆς λήξεώς του ἔγινε ἡ προεξόφληση;

5. Ἕνα γραμμάτιο 2.000 ποὺ ἔληγε στὶς 30 Μαΐου ἐξωφλήθη στὶς 15 Ἰανουαρίου μὲ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση πρὸς 12°/₀. Ποιὰ πραγματικὴ ἀξία εἶχε τὴν ἡμέρα τῆς προεξοφλήσεως;

6. Ποιὰ εἶναι ἡ πραγματικὴ ἀξία γραμματίου 1.000 δραχ. τὸ ὁποῖο προεξοφλεῖται 10 ἡμέρες πρὸ τῆς λήξεώς του μὲ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση 15°/₀;

7. Ποιὰ εἶναι ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση γραμματίου 10.000 τὸ ὁποῖο προεξοφλεῖται 6 μῆνες πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 9°/₀;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

8. Γραμμάτιο 2.600 δραχμῶν λήγει μετὰ 10 μῆνες καὶ προεξοφλεῖται σήμερα πρὸς 12°/₀. Πόση εἶναι ἡ ἐξωτερική του ὑφαίρεση καὶ πόση ἡ παροῦσα ἀξία του ;

9. Γραμμάτιο 7.000 δραχμῶν προεξοφλεῖται 18 μῆνες πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 4,50°/₀. Ποιὰ εἶναι ἡ ἐξωτερική του ὑφαίρεση καὶ ποιὰ ἡ παροῦσα ἀξία του ;

10. Γραμμάτιο 3.000 δραχμῶν προεξοφλεῖται μὲ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση 45 ἡμέρες πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς $6\frac{1}{2}$°/₀. Ποιὰ εἶναι ἡ παροῦσα ἀξία του ;

11. Γραμμάτιο 1.700 προεξοφλεῖται 4 μῆνες πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 8°/₀. Πόση ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση παθαίνει ;

12. Γραμμάτιο τὸ ὁποῖο προεξωφλήθη 6 μῆνες πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 6,5°/₀ ἔπαθε ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση 32.50 δραχμές. Πόση ἦτο ἡ ὀνομαστική του ἀξία ;

13. Γραμμάτιο τὸ ὁποῖο ἔληγε τὴν 15η Μαΐου 1950 προεξωφλήθη τὴν 25η Φεβρουαρίου τοῦ ἰδίου ἔτους καὶ ἔπαθε ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση 80 δραχμές. Ποιὰ ὀνομαστικὴ ἀξία εἶχε ;

14. Ποιὰ ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία γραμματίου τὸ ὁποῖο προεξωφλήθη 45 ἡμέρες πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 7,50°/₀ καὶ ἔδωσε ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση 75 δραχμές;

15. Ποιὰ εἶναι ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία γραμματίου τὸ ὁποῖο προεξωφλήθη 80 ἡμέρες πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 9°/₀ καὶ ἔπαθε ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση 3,50 δραχμές ;

16. Πόσων δραχμῶν ἦτο ἕνα γραμμάτιο τὸ ὁποῖο προεξωφλήθη μὲ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση πρὸς $7\frac{1}{2}$°/₀ 4 μῆνες πρὸ τῆς λήξεώς του καὶ ἔπαθε ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση 550 δραχμές ;

17. Γραμμάτιο 400.000 δραχμ. προεξωφλήθη 4 μῆνες πρὸ τῆς λήξεώς του μὲ 390.000 δραχμ. Πρὸς ποιὸ ἐπιτόκιο ὑπελόγισαν τὴν ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση ;

18. Πρὸς ποιὸ ἐπιτόκιο ὑπελόγισαν τὴν ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση γραμματίου ὀνομαστικῆς ἀξίας 5.000 δραχμ. τὸ ὁποῖο προεξώφλησαν 6 μῆνες πρὸ τῆς λήξεώς του διὰ 4.750 δραχμ. ;

19. Γραμμάτιο 500 δραχμῶν προεξωφλήθη πρὸς 9°/₀ καὶ ἔπαθε ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση 12,50. Μετὰ πόσο χρόνο ἔληγε τὸ γραμμάτιο ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

22. Μετὰ πόσο χρόνο λήγει ἕνα γραμμάτιο 460 δραχ. τὸ ὁποῖο προεξοφλεῖται σήμερα πρὸς 8°/₀ καὶ παθαίνει ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση 40 δραχμῶν ;

21. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση :

'Ονομ. ἀξίας 1.000 εἰς χρόνο 5 μηνῶν πρὸς 3,5°/₀
» » 6.000 » » 3 » » 6,5°/₀
» » 2.750 » » 15 ἡμερ. » 15 °/₀

22. Νὰ εὑρεθῇ ἡ πραγματικὴ ἀξία :

'Ονομ. ἀξία 3.000 εἰς χρόνο 4 μηνῶν πρὸς 6 °/₀
» » 6.000 » » 2 » » 12°/₀
» » 2.750 » » 25 ἡμερ. » 3,5°/₀

23. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία ἡ ὁποία εἰς δύο μῆνες πρὸς 8°/₀ εἶχε ἐξωτερικὴ ὑφαίρεση 75 δραχμές.

Νὰ εὑρεθῇ ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία ἡ ὁποία :

Εἰς 45 ἡμέρες πρὸς 3°/₀ εἶχε ἐξωτ. ὑφαίρεση 125 δραχ.
» 2 ἔτη » 15°/₀ » » » 900 »

24. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ἐπιτόκιο :

ὀνομ. ἀξίας 250.000 ἡ ὁποία εἶχε ἐξ. ὑφ. 1500 δρχ. εἰς 3 μῆνες
» » 125.000 » » » » » 750 » » 4 »
» » 300.000 » » » » » 2000 » » 6 »

25. Νὰ εὑρεθῇ ὁ χρόνος προεξοφλήσεως :

'Ονομ. ἀξίας 350.000 ἡ ὁποία ἔφερε ἐξ. ὑφ. 2500 πρὸς 4°/₀
» » 175.000 » » » » » 500 » 2°/₀
» » 3.000.000 » » » » » 12000 » 10°/₀

Ε'. Προβλήματα μερισμοῦ εἰς μέρη ἀνάλογα

Κατηγορία πρώτη

1. Οἱ μαθηταὶ τῆς Ε' καὶ Στ' τάξεως ἔκαμαν μιὰ ἐκδρομή. Τὸ αὐτοκίνητο ποὺ τοὺς μετέφερε ἐζήτησε 1000 δρχ. Πόσα θὰ πληρώση τὸ ταμεῖο κάθε τάξεως ἀφοῦ ἀπὸ τὴν Στ' ἦσαν 30 μαθηταὶ καὶ ἀπὸ Ε' 20 ;

α) Λύση μὲ τὴν ἀναγωγὴ στὴ μονάδα.

Τὰ 50 παιδιὰ θὰ πληρώσουν 1.000

Τὸ 1 παιδὶ θὰ πληρώση $\frac{1000}{50}$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Καὶ τὰ 30 παιδιὰ θὰ πληρώσουν $\frac{1000 \times 30}{50} = 600$

Καὶ τὰ 20 παιδιὰ θὰ πληρώσουν $\frac{1000 \times 20}{50} = 400$

β) Λύση μὲ τὴν ἁπλῆ μέθοδο τῶν τριῶν.

Τὰ 50 παιδιὰ θὰ πληρώσουν 1000
Τὰ 30 » » X

$$X = 1000 \times \frac{30}{50} = \frac{1000 \times 30}{50} = 600$$

Τὰ 50 παιδιὰ θὰ πληρώσουν 1000
Τὰ 20 » » » X

$$X = 1000 \times \frac{20}{50} = \frac{1000 \times 20}{50} = 400$$

Ἂν προσέξουμε τὶς παραπάνω λύσεις θὰ ἰδοῦμε ὅτι καὶ στὶς δύο ἐπολλαπλασιάσαμε τὸν μεριστέο ἀριθμὸ μιὰ φορὰ ἐπὶ τὸ 30 καὶ μιὰ φορὰ ἐπὶ τὸ 20. Καὶ τὶς δυὸ φορὲς ὅμως διαιρέσαμε διὰ τοῦ 50 τὸ ὁποῖο εἶναι ἄθροισμα τοῦ 30 καὶ 20. Ἀπὸ αὐτὸ συμπεραίνουμε ὅτι :

Διὰ νὰ μερίσουμε ἕναν ἀριθμὸ σὲ μέρη ἀνάλογα ἄλλων ἀριθμῶν, πολλαπλασιάζουμε τὸν μεριστέον ἀριθμὸν ἐπὶ καθένα ἀπὸ τοὺς ἀριθμοὺς αὐτοὺς καὶ διαιροῦμε διὰ τοῦ ἀθροίσματος τῶν ἀριθμῶν αὐτῶν.

2. Τρεῖς ἐργάτες ἔλαβον διὰ μία ἐργασία τὴν ὁποία ἐξετέλεσαν 240 δραχμές. Πόσο θὰ λάβη ἕκαστος ἀναλόγως τῶν ἡμερῶν ποὺ ἐργάσθηκε ἀφοῦ ὁ πρῶτος ἐργάσθηκε 5 ἡμέρες, ὁ δεύτερος 4 καὶ ὁ τρίτος 3 ;

3. Τρεῖς ποιμένες ἐνοικίασαν ἕνα λειβάδι διὰ νὰ βοσκήσουν τὰ πρόβατά των καὶ ἐπλήρωσαν 680 δραχμές. Τοῦ πρώτου ἐβόσκησαν 40 πρόβατα, τοῦ δευτέρου 50 καὶ τοῦ τρίτου 60. Πόσα θὰ πληρώση καθένας ἀναλόγως τῶν προβάτων ποὺ εἶχε ;

4. Δύο φίλοι ἀγόρασαν μαζὶ 50 ὀκάδες λάδι. Ὁ πρῶτος ἐπλήρωσε 720 δραχμὲς καὶ ὁ δεύτερος 480. Πόσες ὀκάδες θὰ πάρη ὁ καθένας ἀναλόγως τῶν χρημάτων ποὺ ἐπλήρωσε ;

5. Δύο ἐργάτες ἐργάσθηκαν διὰ νὰ σκάψουν ἕνα κῆπον 10 ἡμέρες καὶ ἔλαβαν ὡς ἀμοιβὴ 250 δραχμές. Ὁ πρῶτος ἔλαβε 175 δραχμὲς καὶ ὁ δεύτερος 75. Πόσες ἡμέρες εἶχε ἐργασθῆ ὁ καθένας ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

6. Δύο αὐτοκίνητα μετέφεραν ἄλευρα ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ εἰς τὰς Ἀθήνας καὶ ἔλαβαν ὡς ἀμοιβὴν 2.400 δραχμές. Τὸ ἕνα αὐτοκίνητο ἔκαμε 5 διαδρομὲς καὶ τὸ ἄλλο 6. Πόσα χρήματα θὰ πάρη τὸ καθένα ;

7. Τέσσερες χτίστες ἐργάσθηκαν σὲ μιὰ οἰκοδομή. Ὁ πρῶτος 12 ἡμέρες, ὁ δεύτερος 10, ὁ τρίτος 8 καὶ ὁ τέταρτος 6 καὶ ἐπληρώθηκαν ὅλοι μαζὶ 1.480 δραχμές. Πόσα θὰ πάρη ὁ καθένας ἀναλόγως τῶν ἡμερομισθίων του ;

8. Νὰ μερισθῆ ὁ ἀριθμὸς 35 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 2, 4 καὶ 6.

9. Νὰ μερισθῆ ὁ ἀριθμὸς 324,75 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 3,4 καὶ 5,50.

10. Νὰ μερισθῆ ὁ ἀριθμὸς $55\frac{4}{10}$ ἀναλόγως τῶν ἀριθμῶν 5 καὶ 8.

Κατηγορία δεύτερη

1. Ἕνας πλούσιος ὥρισε μὲ τὴ διαθήκη του νὰ μοιρασθῆ ἡ περιουσία του μετὰ τὸν θάνατό του εἰς 3 μέρη. Τὰ τέκνα του νὰ λάβουν τὸ $\frac{1}{2}$ αὐτῆς, ἡ σύζυγός του τὸ $\frac{1}{4}$ καὶ τὸ ὑπόλοιπο νὰ δοθῆ εἰς τὰ φιλανθρωπικὰ ἱδρύματα τῆς πόλεως. Ἡ περιουσία του ἦταν 380.000 δραχμές. Πόσα θὰ λάβη ὁ κάθε δικαιοῦχος ;

Θὰ κάμωμε τὰ κλάσματα ὁμώνυμα :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8} + \frac{2}{8} = \frac{8}{8}$$

$$\left\{\begin{array}{lll} \text{Τέκνα} & = \dfrac{380000 \times \frac{4}{8}}{\frac{8}{8}} = \dfrac{380000 \times 32}{64} = 190.000 \\[2ex] \text{Σύζυγος} & = \dfrac{380000 \times \frac{2}{8}}{\frac{8}{8}} = \dfrac{380000 \times 16}{64} = 95.000 \\[2ex] \text{Ἱδρύματα} & = \dfrac{380000 \times \frac{2}{8}}{\frac{8}{8}} = \dfrac{380000 \times 16}{64} = \underline{95.000} \\ & & 380.000 \end{array}\right.$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὸ αὐτὸ ἐξαγόμενο θὰ εὑρίσκαμε ἐὰν ἐμερίζαμε τὸ 380.000 ὄχι ἀναλόγως τῶν ὁμωνύμων κλασμάτων ἀλλὰ ἀναλόγως τῶν ἀριθμητῶν των μόνον:

$$3.800 \left\{ \begin{array}{lll} \text{Τέκνα :} & \dfrac{300.000 \times 4}{8} = & 190.000 \\ \text{Σύζυγος :} & \dfrac{380.000 \times 2}{8} = & 95.000 \\ \text{Ἱδρύματα :} & \dfrac{380.000 \times 2}{8} = & 95.000 \\ & & \overline{380.000} \end{array} \right.$$

2. Τρεῖς ἐργάται ἐξετέλεσαν μία ἐργασία καὶ ἐπῆραν ὡς ἀμοιβὴ 5.400 δραχμ. Πῶς θὰ μοιράσουν τὰ χρήματα αὐτὰ ἀναλόγως τῆς ἐργασίας των διότι ὁ πρῶτος ἐξετέλεσε τὰ $\frac{2}{5}$, ὁ δεύτερος τὸ $\frac{1}{3}$ καὶ ὁ τρίτος τὰ $\frac{4}{5}$.

3. Νὰ μερισθῆ ὁ ἀριθμὸς 45 ἀναλόγως τῶν ἀριθμῶν $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{1}{2}$.

4. Νὰ μερισθῆ ὁ ἀριθμὸς 500 ἀναλόγως τῶν ἀριθμῶν $\frac{2}{5}$ καὶ $\frac{1}{2}$.

5. Νὰ μερισθῆ ὁ ἀριθμὸς 1000 ἀναλόγως τῶν ἀριθμῶν $4\frac{1}{2}$ καὶ $2\frac{2}{5}$.

6. Νὰ μερισθῆ ὁ ἀριθμὸς 180 ἀναλόγως τῶν ἀριθμῶν: 4, $\frac{1}{2}$ καὶ $\frac{1}{4}$.

7. Νὰ μερισθῆ ὁ ἀριθμὸς 125 ἀναλόγως τῶν ἀριθμῶν 3 καὶ $\frac{4}{6}$.

Κατηγορία τρίτη

1. Δύο ὁδηγοὶ αὐτοκινήτων ἀνέλαβον νὰ μεταφέρουν ἄλευρα ἀντὶ 9.600 δραχμῶν. Ὁ πρῶτος ἔκαμε 4 διαδρομὲς μὲ φορτίο 5 τόννων κάθε φορὰ καὶ ὁ δεύτερος ἔκαμε 7 διαδρομὲς μὲ φορτίο 4 τόννων κάθε φορά.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Πῶς θὰ μοιράσουν τὰ χρήματα ἀναλόγως τοῦ ἀλεύρου ποὺ μετέφεραν ;

$$5.600 \left| \begin{array}{lll} 5 \text{ τόν.} \times 4 \text{ διαδρ.} = & 20 & \alpha)\ \dfrac{9.600 \times 20}{48} = 4.000 \\ 4 \quad » \quad \times 7 \quad » \quad = & \underline{28} & \beta)\ \dfrac{9.600 \times 28}{48} = \underline{5.600} \\ & 48 & \qquad\qquad\qquad\quad 9.600 \end{array} \right.$$

2. Τρεῖς ἐργάτες ἐξετέλεσαν μαζὶ μιὰ ἐργασία καὶ πῆραν 600 δραχμές. Ὁ πρῶτος ἐργάσθηκε 10 ἡμέρες ἐπὶ 6 ὧρες κάθε ἡμέρα, ὁ δεύτερος 6 ἡμέρες ἐπὶ 8 ὧρες κάθε ἡμέρα καὶ ὁ τρίτος 4 ἡμέρες ἐπὶ 10 ὧρες κάθε ἡμέρα. Πόσες δραχμὲς θὰ πάρῃ ὁ καθένας ;

3. Δύο ποιμένες ἐνοικίασαν μία βοσκὴ καὶ ἐπλήρωσαν μαζὶ 1.750. Τοῦ πρώτου τὰ 50 πρόβατα ἐβόσκησαν 25 ἡμέρες καὶ τοῦ δευτέρου τὰ 35 πρόβατα ἐβόσκησαν 30 ἡμέρες. Πόσα πρέπει νὰ πληρώσῃ ὁ καθένας ;

Διάφορα προβλήματα μερισμοῦ

1. Τρεῖς φίλοι ἀγόρασαν ἕνα λεωφορεῖο καὶ ἐπλήρωσαν γι' αὐτὸ ὁ πρῶτος 17.500, ὁ δεύτερος 35.000 καὶ ὁ τρίτος 70.000. Ἀπὸ τὸ αὐτοκίνητο αὐτὸ ἐκέρδισαν σ' ἕνα χρόνο 60.000. Πόσα πρέπει νὰ πάρῃ ὁ καθένας ;

2. Ἕνας πατέρας ὥρισε μὲ τὴ διαθήκη του ὅταν θὰ πεθάνῃ νὰ μοιραστῇ ἡ περιουσία του κατὰ τὸν ἑξῆς τρόπο : Ἡ σύζυγός του νὰ πάρῃ διπλάσια ἀπὸ τὸν υἱό του καὶ ἡ κόρη του νὰ πάρῃ τὰ $\frac{3}{4}$ τῶν ὅσων θὰ πάρουν ἡ μητέρα της καὶ ὁ ἀδελφός της μαζί. Ἡ περιουσία ἦτο 130.000. Πόσο θὰ πάρῃ ὁ καθένας ἀπὸ τοὺς τρεῖς κληρονόμους ;

3. Γιὰ τὴν κατασκευὴ τῆς κυνηγετικῆς πυρίτιδος παίρνουν 79 μέρη νίτρου, 11 μέρη ἄνθρακος καὶ 10 θείου. Πόσο πρέπει νὰ παίρνουν ἀπὸ τὸ κάθε εἶδος διὰ νὰ κάνουν 35 ὀκάδες πυρίτιδα ;

4. Στοὺς πρόποδες ἑνὸς μικροῦ βουνοῦ εἶναι τρία χωριά. Τὰ χωριὰ αὐτὰ ἀπεφάσισαν νὰ ἀναδασώσουν τὸ βουνὸ καὶ νὰ πληρώσουν τὸν δασοφύλακα. Τὰ ἔξοδα τῆς ἀναδασώσεως καὶ ὁ μισθὸς τοῦ φύλακα εἶναι γιὰ κάθε χρόνο 35.000. Αὐτὰ συμ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

φώνησαν νὰ τὰ πληρώνουν καὶ τὰ τρία χωριὰ ἀναλόγως τῶν κατοίκων τους. Τὸ μεγαλύτερο εἶχε 1500, τὸ δεύτερο 1000 καὶ τὸ τρίτο 750. Πόσο θὰ πληρώση κάθε χωριό ;

5. Νὰ μοιρασθῆ σὲ μερίδια ὁ ἀριθμὸς 300 μὲ τέτοιο τρόπο ὥστε τὸ δεύτερο νὰ εἶναι διπλάσιο τοῦ πρώτου καὶ τὸ τρίτο τριπλάσιο τοῦ δευτέρου.

6. Ἕνας ἄνθρωπος εἶχε ἀφήσει διὰ διαθήκης του παραγγελία νὰ μοιρασθοῦν τὰ χρήματά του σὲ δύο ἀνεψιούς του. Ὁ μεγαλύτερος νὰ πάρη 70.000 καὶ ὁ μικρότερος 50.000. Οἱ ἀνεψιοί του ἀπὸ εὐγνωμοσύνη τοῦ ἔκαμαν ἕνα μαρμάρινο τάφο ποὺ ἐκόστισε 2.400 δραχμές. Πόσο θὰ πληρώση ὁ καθένας ἀναλόγως τοῦ μεριδίου τὸ ὁποῖον ἔλαβε ;

7. Δύο ἀδέλφια εἶναι τὸ ἕνα 12 ἐτῶν καὶ τὸ ἄλλο 9. Ὁ πατέρας τους τοὺς ἔδωσε 100 δραχμὲς νὰ τὶς μοιράσουν ἀναλόγως τῆς ἡλικίας τους. Πόσα θὰ πάρη τὸ καθένα ;

8. Νὰ μοιρασθοῦν 215.000 δραχμὲς εἰς δύο μερίδια ἀλλὰ τὸ ἕνα νὰ εἶναι διπλάσιο τοῦ ἄλλου.

9. Ἕνας πατέρας στὸ τέλος τοῦ ἔτους ἔκαμε ὡς δῶρο στὰ τρία παιδιά του 3.000 δραχμές. Ἀλλὰ εἶπε νὰ τὶς μοιράσουν ἀναλόγως τοῦ βαθμοῦ ποὺ πῆραν στὸ ἐνδεικτικό τους. Ὁ πρῶτος εἶχε πάρει 9, ὁ δεύτερος 8 καὶ ὁ τρίτος 10. Πόσα θὰ πάρη ὁ καθένας ;

10. Δυὸ γεωργοὶ ἀγόρασαν μαζὶ 24 σάκκους λίπασμα καὶ ἐπλήρωσαν : ὁ πρῶτος 580 κι ὁ δεύτερος 620 δραχμές. Πόσους θὰ πάρη ὁ καθένας ;

Στ΄. Προβλήματα Ἑταιρείας

Κατηγορία πρώτη (ἄνισα κεφάλαια—ἴσος χρόνος)

1. Δύο ἔμποροι ἔκαμαν ἑταιρεία καὶ ἄρχισαν μιὰ ἐπιχείρηση εἰς τὴν ὁποία ὁ πρῶτος διέθεσε 20.000 καὶ ὁ δεύτερος 30.000 δραχμές. Ἀπὸ τὴν ἐπιχείρηση αὐτὴ προέκυψε κέρδος 15.000 δραχμῶν. Πόσο θὰ λάβη ἕκαστος ;

Εἶναι φανερὸν ὅτι δὲ θὰ μοιρασθοῦν τὸ κέρδος 15.000 ἐξ ἴσου ἀλλὰ ἀναλόγως τοῦ κεφαλαίου ποὺ διέθεσε ὁ καθένας. Θὰ μερισθῆ ὁ ἀριθμὸς 15.000 δραχμ. ἀναλόγως τῶν ἀριθμῶν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

20.000 καὶ 30.000. Ἔχουμε δηλαδὴ πρόβλημα μερισμοῦ.

$$15.000 \left| \begin{array}{r} 20.000 \\ 30.000 \\ \hline 50.000 \end{array} \right. \quad \text{ἢ } 15.000 \left| \begin{array}{r} 2 \\ 3 \\ \hline 5 \end{array} \right.$$

$$\text{Μερίδιον τοῦ πρώτου} = \frac{15.000 \times 2}{5} = 6.000$$

$$\text{» τοῦ δευτέρου} = \frac{15.000 \times 3}{5} = \frac{9.000}{15.000}$$

2. Τρεῖς ἔμποροι ἔκαμαν μαζὶ μία ἐπιχείρηση, στὴν ὁποία ὁ πρῶτος κατέθεσε 12.000, ὁ δεύτερος 18.000 καὶ ὁ τρίτος 20.000 δραχμές. Ἀπὸ τὴν ἐπιχείρηση αὐτὴ προέκυψε κέρδος 24.000. Πόσο ἀναλογεῖ στὸν καθένα;

3. Τρεῖς ἔμποροι εἶχαν δανείσει εἰς μίαν ἐπιχείρηση ὁ πρῶτος 6.000, ὁ δεύτερος 8.000 καὶ ὁ τρίτος 10.000. Ἀλλὰ ἡ ἐπιχείρηση αὐτὴ δὲν προώδευσε καὶ δὲ μποροῦσαν νὰ πάρουν τὰ χρήματά τους. Τέλος ἔκαμαν κατάσχεση καὶ ἐπώλησαν τὸ ἐμπόρευμα τοῦ ὀφειλέτου στὴ δημοπρασία. Ἀπὸ αὐτὸ εἰσέπραξαν 16.000. Πόσα θὰ λάβη ἕκαστος;

4. Τρεῖς συνέταιροι ἄρχισαν μία ἐπιχείρηση μὲ κεφάλαιο 10.000 δραχμῶν. Ἀπὸ αὐτὸ τὰ 5.000 εἶχε καταθέσει ὁ πρῶτος, τὰ 3.000 ὁ δεύτερος καὶ ὁ τρίτος τὰ ὑπόλοιπα. Ἀπὸ τὴν ἐπιχείρηση αὐτὴ εἶχαν 2.000 ζημία. Πόση θὰ πληρώση ὁ καθένας;

5. Δύο συνέταιροι εἶχαν καταβάλει στὴν ἐπιχείρηση 4.000.000 δραχ. Ὁ πρῶτος 2.600.000 καὶ ὁ δεύτερος 1.400.000. Ἀπὸ τὴν ἐπιχείρηση ἐκέρδισαν 875.000 δραχμές. Πόσες θὰ πάρη ἕκαστος;

Κατηγορία δεύτερη (ἴσα κεφάλαια—ἄνισος χρόνος)

1. Ἕνας ἔμπορος διέθεσε 10.000 καὶ ἄνοιξε ἕνα μαγαζί. Μετὰ 6 μῆνες προσέλαβε καὶ συνέταιρο ὁ ὁποῖος κατέθεσε καὶ αὐτὸς 10.000. Μετὰ ἄλλους 6 μῆνες προσέλαβαν καὶ τρίτο συνέταιρο μὲ τὸ ἴδιο κεφάλαιο. Μετὰ 2 ἔτη ἐκέρδισαν 18.000 δραχμές. Πόσα θὰ πάρη ὁ καθένας;

Τὸ κέρδος δὲν θὰ μοιρασθῆ ἐξ ἴσου, διότι τὰ λεπτὰ τοῦ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

καθενὸς δὲν ἔμειναν στὴν ἐπιχείρηση ἴσιο χρόνο. Τὸ κέρδος θὰ μοιρασθῆ ἀναλόγως τοῦ χρόνου ποὺ ἔμειναν τὰ λεπτὰ τοῦ καθενὸς στὴν ἐπιχείρηση.

Τοῦ πρώτου 24 μῆνες.

Τοῦ δευτέρου 24 — 6 = 18 μῆνες.

Τοῦ τρίτου 18 — 6 = 12 μῆνες.

α)	24	$\frac{18.000 \times 24}{54}$	= 8.000
β)	18	$\frac{18.000 \times 18}{54}$	= 6.000
γ)	12	$\frac{12.000 \times 12}{54}$	= 4.000
	54		18.000

2. Τέσσερες συνέταιροι κατέθεσαν 500.000 ὁ καθένας σὲ μία συνεταιρικὴ ἐπιχείρηση, ἀλλὰ ὁ πρῶτος ἀπὸ αὐτοὺς τὰ κατέθεσε ἀπὸ τὴν ἀρχή, ὁ δεύτερος μετὰ 4 μῆνες, ὁ τρίτος 2 μῆνες μετὰ τὸ δεύτερο καὶ ὁ τέταρτος 8 μῆνες ὕστερα ἀπὸ τὸν πρῶτο. Δύο ἔτη μετὰ τὴν ἔναρξη τῆς ἐπιχειρήσεως εἶχαν κέρδος 1.200.000. Πῶς θὰ τὰ μοιράσουν ;

3. Δύο ἐργάτες ἔκαμαν μιὰ ἐργασία ποὺ διήρκεσε 8 ὧρες καὶ ἐπῆραν 70 δραχμές. Ἄρχισαν μαζὶ ἀλλὰ ὁ δεύτερος ἐσχόλασε 2 ὧρες γρηγορώτερα. Πόσα θὰ πάρῃ ὁ καθένας ;

Κατηγορία τρίτη (ἄνισα κεφάλαια—ἄνισος χρόνος)

1. Τρεῖς ἔμποροι ἐκέρδισαν ἀπὸ μία ἐπιχείρηση 8.000 δραχμές. Ὁ πρῶτος εἶχε καταθέσει στὴν ἐπιχείρηση 4.200 ἐπὶ 12 μῆνες. Ὁ δεύτερος 3.800 ἐπὶ 10 μῆνες καὶ ὁ τρίτος 4.000 ἐπὶ 6 μῆνες. Πόσο ἀπὸ τὸ κέρδος ἀναλογεῖ στὸν καθένα ;

Θὰ μερισθῆ ὁ ἀριθμὸς 8.000 ἀναλόγως τῶν γινομένων ποὺ δίδει τὸ κεφάλαιο τοῦ καθενὸς πολλαπλασιαζόμενο ἐπὶ τὸν χρόνο ποὺ ἐχρησιμοποιήθη, δηλαδή :

$$
8.000.000 \left\{ \begin{array}{llll}
\alpha) & 4.200 \times 12 = 50\,400 & \text{ἢ} & 504 \\
\beta) & 3.800 \times 10 = 38.000 & \text{ἢ} & 380 \\
\gamma) & 4.000 \times \ \ 8 = 32.000 & \text{ἢ} & \underline{320} \\
 & & & 1.204
\end{array} \right.
$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

$$\text{Μερίδιον α)}\ \frac{8.000 \times 504}{1204} = 3.348,83$$

$$\text{» β)}\ \frac{8.000 \times 380}{1204} = 2.524,91$$

$$\text{» γ)}\ \frac{8.000 \times 320}{1204} = 2.126,24$$

$$7.999,98$$

2. Ἕνας ἔμπορος ἄνοιξε ἕνα ἐμπορικὸ κατάστημα τὸ ὁποῖο τοῦ ἐκόστισε 28.000 δραχμές. Μετὰ τρεῖς μῆνες πῆρε συνέταιρο, ὁ ὁποῖος κατέθεσε 32.000 δρχ. Εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου ἔτους τὸ κατάστημα αὐτὸ εἶχε κέρδη 30.000 δραχμές. Πόσο ἀναλογοῦν στὸν καθένα ;

3. Ἕνας ἐπιχειρηματίας ἄνοιξε ἕνα παντοπωλεῖο μὲ 180 χιλ. δραχμές, ἀλλὰ ἀντελήφθη ὅτι ἔπρεπε νὰ ἔχη περισσότερα λεπτὰ γιὰ νὰ βάλη κι ἄλλα ἐμπορεύματα στό παντοπωλεῖο γιὰ νὰ κερδίζη περισσότερα καὶ προσέλαβε μετὰ 6 μῆνες καὶ συνέταιρο, ὁ ὁποῖος κατέθεσε 120.000. Ὕστερα ἀπὸ συνεργασία 2 ἐτῶν ὁ δεύτερος συνέταιρος θέλησε νὰ φύγη. Ἔκαμαν λογαριασμὸ καὶ βρῆκαν ὅτι τὸ μαγαζί τους ἔχει ἔπιπλα καὶ ἐμπορεύματα ἀξίας 400.000 δραχμῶν. Πόσα χρήματα πρέπει νὰ πάρη ὁ συνέταιρος ποὺ θὰ φύγη ;

Διάφορα προβλήματα ἑταιρείας

1. Τρεῖς ἔμποροι ἐκέρδισαν σὲ ἕνα ἔτος 180.000 δραχ.· ὁ πρῶτος εἶχε καταθέσει τριπλάσια ἀπὸ τὸν τρίτο καὶ ὁ δεύτερος διπλάσια ἀπὸ τὸν τρίτο. Πόσο κέρδος ἀναλογεῖ στὸν καθένα ;

2. Ἐμοιράσθησαν σὲ τρία χωριὰ ἀναλόγως τοῦ πληθυσμοῦ των 12 τόννοι ἄλευρο. Τὸ πρῶτο χωριὸ εἶχε 700 κατοίκους, τὸ δεύτερο 600 καὶ τὸ τρίτο 312. Πόσο θὰ πάρη τὸ κάθε χωριό ;

3. Δύο ἔμποροι εἶχαν καταθέσει 600.000 δραχμὲς διὰ μιὰ ἐργασία. Ἀπὸ τὴν ἐργασία αὐτὴ ὁ πρῶτος ἐπῆρε τὰ $\frac{2}{3}$ τοῦ κέρδους καὶ ὁ δεύτερος 60.000. Τί μέρος τοῦ κεφαλαίου εἶχε καταθέσει ὁ καθένας ;

4. Δύο ἐργάτες ἔσκαψαν ἕνα κῆπο καὶ πῆραν καὶ οἱ δυὸ μαζὶ 250 δραχμές. Ὁ πρῶτος ἐργάσθηκε 4 ἡμέρες ἐπὶ 8 ὧρες

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κάθε ἡμέρα. Ὁ δεύτερος ἐργάσθηκε 5 ἡμέρες ἐπὶ 6 ὧρες τὴν ἡμέρα. Πόσα χρήματα θὰ πάρῃ ὁ καθένας ;

5. Τρεῖς ἔμποροι εἶχαν καταθέσει ἐξ ἀρχῆς σὲ μιὰ συνεταιρικὴ ἐπιχείρηση 40.000 δραχμές. Εἰς τὸ τέλος τοῦ ἔτους ἐμοίρασαν τὰ κέρδη καὶ πῆραν ὁ πρῶτος 4.000, ὁ δεύτερος 3.000 καὶ ὁ τρίτος 1.000. Πόσο κεφάλαιο εἶχε καταθέσει ὁ καθένας ;

6. Δύο συνέταιροι εἶχαν καταθέσει μαζὶ 36.000 καὶ ἄρχισαν μιὰ ἐπιχείρηση ἡ ὁποία μετὰ 1 ἔτος ἔδωσε κέρδος 12.000 δραχμές. Ἀπὸ αὐτὲς ὁ πρῶτος πῆρε 8.000. Τί κεφάλαιο εἶχε καταθέσει ὁ καθένας ;

Ζ΄. Προβλήματα μίξεως

Κατηγορία πρώτη

1. Ἕνας παντοπώλης εἶχε 150 ὀκάδες λάδι α΄ ποιότητος καὶ 250 ὀκάδες β΄ ποιότητος. Τὸ λάδι τῆς α΄ ποιότητος ἐπωλεῖτο 22 δραχμὲς ἡ ὀκὰ καὶ τῆς β΄ 20 δραχ. Πόσο πρέπει νὰ πωλῇ τὴν ὀκὰ ἂν ἀναμίξῃ τὰ δύο ἔλαια καὶ κάμῃ ἕνα μῖγμα 400 ὀκάδων ;

Λύση : Ἐὰν ἐπώλει τὸ λάδι χωριστὰ κάθε ποιότητα, θὰ εἰσέπραττε ;

α)	150	ὀκάδ. $\times$ 22 =	3.300
β)	250	» $\times$ 20 =	5.000
Οἱ 400 ὀκ. θὰ		ἄξιζαν	8.300
Ἡ μία »		ἀξίζει	$\frac{8.300}{400} = 20,75$

Εὑρήκαμε πρῶτα τὴν ἀξία τοῦ πρώτου ποσοῦ τοῦ μίγματος.
Εὑρήκαμε ἔπειτα τὴν ἀξία τοῦ δευτέρου ποσοῦ τοῦ μίγματος.
Εὑρήκαμε κατόπιν τὴν ἀξία καὶ τῶν δύο ποσῶν τοῦ μίγματος.
Διαιρέσαμε τὴν ἀξία τοῦ μίγματος διὰ τοῦ ποσοῦ τοῦ μίγματος.

2. Ἕνας παντοπώλης πωλεῖ τὸ σιτάρι 3,40 δραχμ. τὴν ὀκὰ καὶ τὸ κριθάρι 2,50. Πόσο πρέπει νὰ πωλῇ τὴν ὀκὰ τοῦ μίγματος ἂν ἀναμίξῃ 860 ὀκάδες σιτάρι καὶ 440 ὀκ. κριθάρι ;

3. Ὁ γαλακτοπώλης πωλεῖ τὸ πρόβιο γάλα 4 τὴν ὀκὰ καὶ τὸ ἀγελαδινὸ 3,60. Πόσο πρέπει νὰ πωλῇ τὴν ὀκὰ τοῦ μίγμα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τος τὸ ὁποῖο θὰ κάμη ἀπὸ 40 ὀκάδες πρόβιο, 50 ἀγελαδινὸ καὶ 10 ὀκάδες νερό ;

4. Πόσο θὰ πωλῆται ἡ ὀκὰ μίγματος 500 ὀκάδων οἴνου τοῦ ὁποίου ἡ ὀκὰ πωλεῖται πρὸς 4,80 δρχ. καὶ 40 ὀκ. ὕδατος ;

5. Ἕνας ἔμπορος ἐπώλει τὸ σιτάρι 3,40 δραχ. καὶ τὸ κριθάρι 2,80 τὴν ὀκά. Μέσα στὶς τιμὲς αὐτὲς εἶχε καὶ 10°/ₒ κέρδος. Πόσο πρέπει νὰ πωλήση τὴν ὀκὰ μίγματος τὸ ὁποῖο θὰ κάμη ἀπὸ 45 ὀκάδες σιτάρι καὶ 55 ὀκ. κριθάρι διὰ νὰ αὐξηθῆ τὸ κέρδος του ἀπὸ 10°/ₒ σὲ 15°/ₒ ;

6. Τὸ ἕνα γραμμάριο χρυσοῦ 24 καρατίων τιμᾶται 36 δραχμές, τῶν 18 καρατίων 27 καὶ τῶν 12 καρατίων 18 δραχμές. Πόσο θὰ ἀξίζη ἕνα γραμμάριο ἑνὸς χρυσοῦ βραχιολιοῦ τὸ ὁποῖο ἔγινε ἀπὸ 7 γραμμάρια τῶν 24 καρατίων, 10 γραμμάρια τῶν 18 καὶ 28 γραμμάρια τῶν 12 καρατίων ; Καὶ πόσων καρατίων θὰ εἶναι ἕνα γραμμάριο ἀπὸ τὸ μῖγμα αὐτό ;

7. Τὸ καθαρὸ οἰνόπνευμα εἶναι ἐνενήντα βαθμῶν (90°), τὸ φωτιστικὸ εἶναι 68°. Πόσων βαθμῶν εἶναι μῖγμα τριῶν ὀκάδων καθαροῦ, 2 ὀκάδων φωτιστικοῦ οἰνοπνεύματος καὶ 1 ὀκ. νεροῦ ;

8. Ποῖος εἶναι ὁ τίτλος (τίτλος=βαθμὸς καθαρότητος) ἑνὸς κράματος ἀργύρου, τὸ ὁποῖον ἔγινε ἀπὸ 14 γραμμάρια τίτλου 0,640 (0,640 = σὲ 1.000 ὀκάδες, οἱ 640 εἶναι καθαρὸς ἄργυρος καὶ οἱ 360 ἄλλο μέταλλο) καὶ ἀπὸ 18 γραμμάρια τίτλου καθαρότητος 0,920 ;

9. Ἕνας χρυσοχόος νοθεύει τὸν καθαρὸ χρυσὸ μὲ χαλκό. Σὲ 100 γραμμάρια καθαροῦ χρυσοῦ προσθέτει 20 γραμμάρια χαλκοῦ. Ποιὸν βαθμὸν καθαρότητος ἔχουν ὅσα κοσμήματα κατασκευάζει ;

10. Ἀνέμιξε ἕνας ἀρωματοπώλης $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκᾶς κολώνια τῆς ὁποίας ἡ ὀκὰ ἐπωλεῖτο 100 δρχμ. μὲ $\frac{1}{40}$ τῆς ὀκᾶς ἄνθους λεμονιᾶς τοῦ ὁποίου ἡ ὀκὰ ἐπωλεῖτο 600 δραχμές. Πόσο θὰ πωλῆ τὸ δράμι τοῦ μίγματος ;

Κατηγορία δεύτερη

1. Ἕνας παντοπώλης ἀνέμιξε βούτυρο τῶν 24 μὲ βούτυρο τῶν 14 καὶ ἔκαμε μῖγμα 40 ὀκάδων ἀξίας 20 τὴν ὀκά. Πόσο πῆρε ἀπὸ κάθε ποιότητα ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Λύση:

$$\begin{array}{cccccc|c} & \alpha) & 24 & & & 6\ \text{Κ.} & 6\ \text{όκ.} \\ & & & \diagdown & \diagup & & \\ 40\ \text{όκ.} & & & 20 & & & \\ & & & \diagup & \diagdown & & \\ & \beta) & 14 & & & 4\ \text{Ζ.} & 4\ \text{όκ.} \end{array}$$

Ἂν πάρουμε 1 ὀκὰ ἀπὸ τὸ πρῶτο βούτυρο ποὺ ἔχει 24 καὶ τὴν βάλουμε στὸ μῖγμα, θὰ ἔχῃ 20 καὶ συνεπῶς θὰ χάνουμε 4 δραχμές.

Ἂν πάρουμε 1 ὀκὰ ἀπὸ τὸ δεύτερο βούτυρο ποὺ ἔχει 14 καὶ τὴν βάλουμε στὸ μῖγμα θὰ πωλεῖται 20 καὶ ἑπομένως θὰ κερδίζουμε 6 δραχμές.

Ἂν πάρουμε 6 ὀκ. πρῶτο βούτυρο θὰ ἔχουμε ζημία $6 \times 4 = 24$.

Ἂν πάρουμε 4 ὀκάδες δεύτερο βούτυρο θὰ ἔχουμε κέρδος $4 \times 6 = 24$.

Ὥστε ἂν πάρουμε 6 πρῶτο καὶ 4 δεύτερο, οὔτε χάνουμε οὔτε κερδίζουμε. Μὲ αὐτὴν τὴν ἀναλογία λοιπὸν πρέπει νὰ πάρουμε τὰ δυὸ βούτυρα. Ἢ καλλίτερα θὰ μερίσουμε τὶς 40 ὀκάδες τοῦ μίγματος ἀναλόγως τῶν ἀριθμῶν 6 καὶ 4.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Ἐκ τοῦ πρώτου} & \dfrac{40 \times 6}{10} = 24\ \text{όκ.} \\ \text{Ἐκ τοῦ δευτέρου} & \dfrac{40 \times 4}{10} = 16\ \text{όκ.} \end{array}\right\} \text{σύνολον 40 όκ.}$$

2. Πόσες ὀκάδες ἄλευρο τῶν 3 πρέπει νὰ ἀναμίξω μὲ ἄλευρο τῶν 4 διὰ νὰ κάμω μῖγμα 56 ὀκάδων, τὸ ὁποῖο νὰ πωλεῖται 3,25 ἡ ὀκά ;

3. Πόσο γνήσιο κερὶ ποὺ ἔχει 100 δραχμ. ἡ ὀκὰ καὶ πόση παραφίνη ποὺ ἔχει 4 ἡ ὀκὰ πρέπει νὰ ἀναμίξω διὰ νὰ κάμω μῖγμα 12 ὀκάδων ποὺ νὰ πωλεῖται 50 ἡ ὀκά ;

4. Πόσο κρασὶ τῶν 3 πρέπει νὰ ἀναμίξω μὲ κρασὶ τῶν 2,40 διὰ νὰ κάμω μῖγμα 100 ὀκάδων, τὸ ὁποῖο νὰ πωλεῖται 2,80 ἡ ὀκά ;

5. Ἀπὸ δύο εἴδη χρυσοῦ τῶν 24 καρατίων καὶ 12 καρατίων θέλουμε νὰ κάμουμε μῖγμα βάρους 100 γραμμαρίων. Πόσα γραμμάρια θὰ πάρουμε ἀπὸ τὸ κάθε εἶδος ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

6. Μὲ ποιὰ ἀναλογία πρέπει νὰ ἀναμίξουμε κρασὶ τῶν 3 δρχ. μὲ νερὸ διὰ νὰ κατέβη ἡ τιμή του σὲ 2,80 δραχμές ;

7. Πόσες ὀκάδες οἰνόπνευμα τῶν 90° καὶ πόσες τῶν 64° θὰ πάρω διὰ νὰ κάμω μῖγμα 60 ὀκάδων τῶν 70° ;

8. Ἔχουμε ἄργυρο τίτλου 0,870 καὶ ἄργυρο τίτλου 0,640 καὶ θέλουμε νὰ κάμουμε μιὰ σιγαροθήκη βάρους 100 γραμμαρίων καὶ τίτλου 0,750. Πόσο θὰ πάρουμε ἀπὸ κάθε εἶδος ;

9. Τὸ βούτυρο γάλακτος ἔχει 46 ἡ ὀκά. Τὸ λίπος ἔχει 18. Πόσο πρέπει νὰ πάρωμε ἀπὸ τὸ καθένα διὰ νὰ κάμωμε μῖγμα 15 ὀκάδων τὸ ὁποῖο νὰ κοστίζη 36 ἡ ὀκά ;

10. Τὸ λάδι ἔχει 22 ἡ ὀκά. Τὸ σπορέλαιο ἔχει 12. Πόσο πρέπει νὰ πάρουν ἀπὸ τὸ λάδι καὶ πόσο ἀπὸ τὸ σπορέλαιο διὰ νὰ κάμουν 100 ὀκάδες μῖγμα, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκὰ νὰ κοστίζη 16 δραχμές ;

Κατηγορία τρίτη

1. Θέλουν νὰ ἀναμίξουν 150 ὀκάδες ἄλευρο τῶν 3 δραχμῶν μὲ ἄλευρο τῶν 3,60 δραχμῶν διὰ νὰ γίνη μῖγμα τοῦ ὁποίου ἡ ὀκὰ νὰ τιμᾶται 3,20 δραχμές. Πόσο πρέπει νὰ πάρουν ἀπὸ κάθε εἶδος ;

150 ὀκ.	α)	3		0,40	0,40 τῆς ὀκᾶς
		╲	3,20	╱	
		╱		╲	
Χ	β)	3,60		0,20	0,20 τῆς ὀκᾶς

Ὅταν τὸ πρῶτο εἶναι 0,40, τὸ δεύτερο εἶναι 0,20
» » » » 150 » » » Χ

$$Χ = 0{,}20 \times \frac{150}{0{,}40} = \frac{0{,}20 \times 150}{0{,}40} = 75 \text{ ὀκ.}$$

2. Πόσες ὀκάδες βούτυρο τῶν 45 δραχμῶν πρέπει νὰ ἀναμίξω μὲ 35 ὀκάδες βούτυρο τῶν 22 διὰ νὰ κάμω μῖγμα τοῦ ὁποίου ἡ ὀκὰ νὰ τιμᾶται 28 δραχμές ;

3. Πόσο νερὸ πρέπει νὰ βάλουμε σὲ 150 ὀκάδες κρασὶ τῶν 3 δραχμῶν διὰ νὰ κατεβάσουμε τὴν τιμή του σὲ 2,60 δραχμὲς τὴν ὀκά ;

4. Σὲ 25 ὀκάδες οἰνόπνευμα τῶν 80° θέλουμε νὰ προσθέσουμε νερὸ ὥστε οἱ βαθμοί του νὰ κατέβουν στοὺς 70°. Πόσο νερὸ θὰ προσθέσουμε ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

5. Πόσο λάδι τῶν 20 δρχ. πρέπει νὰ ἀναμίξω μὲ 100 ὀκάδες λάδι τῶν 22 διὰ νὰ κάμω μῖγμα τοῦ ὁποίου ἡ ὀκὰ νὰ πωλεῖται 20,40 δραχμές ;

6. Πόσο χρυσὸ τῶν 24 καρατίων πρέπει νὰ ἀναμίξω μὲ 15 γραμμάρια χαλκοῦ διὰ νὰ κάμω κρᾶμα τὸ ὁποῖο νὰ εἶναι 18 καρατίων ;

7. Πόσον ἄργυρο τίτλου 0,900 πρέπει νὰ ἀναμίξω μὲ 25 γραμμάρια ἀλουμινίου διὰ νὰ κάμωμε μίαν ἀργυρὰ κασσετίνα τῆς ὁποίας ὁ ἄργυρος νὰ εἶναι 0,650° ;

Η΄. Προβλήματα μέσου ὅρου

1. Ποῖος εἶναι ὁ μέσος ὅρος τῶν ἀριθμῶν 30,40 καὶ 50 ;

Μέσος ὅρος δύο ἢ περισσοτέρων ἀριθμῶν λέγεται τὸ πηλίκον τῆς διαιρέσεως τοῦ ἀθροίσματος τῶν ἀριθμῶν διὰ τοῦ ἀριθμοῦ των. Δηλαδή ;

$$\frac{30 + 40 + 50}{3} = \frac{120}{3} = 40$$

2. Ποῖος εἶναι ὁ μέσος ὅρος τῶν ἀριθμῶν 3,50, $4\frac{1}{2}$, 5 καὶ 0,50 ;

3. Ποῖος εἶναι ὁ μέσος ὅρος τῶν βαθμῶν ἑνὸς μαθητοῦ τοῦ πρώτου ἑξαμήνου, ὁ ὁποῖος εἶχε εἰς τὸν ἔλεγχον τοὺς ἑξῆς βαθμοὺς εἰς τὰ μαθήματα κατὰ σειράν : 7, 9, 4, 8, 10, 5, 4, 9.

4. Ποῖον βαθμὸν θὰ ἔχῃ στὸ ἀπολυτήριό του ἕνας μαθητὴς τῆς Στ΄ τάξεως ποὺ πῆρε στὰ διάφορα μαθήματα κατὰ σειρὰν αὐτοὺς τοὺς βαθμούς : 4, 5, 6, 7, 10, 9, 10, 8, 4 ;

5. Ἕνα ἐλαιοπερίβολο παρήγαγε τὸ 1948 375 ὀκάδες λάδι. Τὸ 1949 735. Τὸ 1950 400 καὶ τὸ 1951 683. Πόσο λάδι παρήγαγε τὸ χρόνο κατὰ μέσον ὅρο τὸ κτῆμα αὐτό ;

6. Ἕνας ἔμπορος ἐκέρδισε τὸν Ἰανουάριο 4.000. Τὸν Φεβρουάριο 2.800. Τὸν Μάρτιο 3.400 καὶ τὸν Ἀπρίλιο 4.250. Πόσα χρήματα κερδίζῃ τὸ μῆνα κατὰ μέσον ὅρο :

7. Ἡ θερμοκρασία ἑνὸς τόπου εἶναι τὸ μεσονύκτιο 20°. Τὸ πρωῒ 22°, τὸ μεσημέρι 27° καὶ τὸ βράδυ 26°. Ποία θερμοκρασία ἔχει ὁ τόπος αὐτὸς τὸ 24ωρο αὐτὸ κατὰ μέσον ὅρον ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

8. Ἕνας μικροπωλητὴς ἐκέρδισε τὴ Δευτέρα 50 δραχ. Τὴν Τρίτη 35. Τὴν Τετάρτη 48. Τὴν Πέμπτη 32. Τὴν Παρασκευὴ 25 καὶ τὸ Σάββατο 62 δραχμές. Ποιὸ εἶναι τὸ ἡμερήσιο κέρδος του κατὰ μέσον ὅρο ;

9. Ἐζύγισαν 4 σάκκους ἄλευρα καὶ ἦταν ὁ πρῶτος 69 ὀκ. 300 δράμια. Ὁ δεύτερος 70 ὀκ. 100 δράμια. Ὁ τρίτος 69 ὀκ. 150 δράμια καὶ ὁ τέταρτος 70 ὀκ. 250 δράμια. Ποιὸς εἶναι ὁ μέσος ὅρος τοῦ βάρους τῶν σάκκων ;

10. Ἕνας ἐργάτης ἐργάσθηκε τὴ Δευτέρα μὲ ἡμερομίσθιο 35 δραχμῶν. Τὴν Τρίτη μὲ ἡμερομίσθιο 22 δραχμῶν, τὴν Τετάρτη μὲ ἡμερομίσθιο 33 δραχμῶν. Ποιὸς ἦτο ὁ μέσος ὅρος τοῦ ἡμερομισθίου του ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΒΑΣΙΛΕΙΟΝ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟΝ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Δ/ΝΣΙΣ Διδ. Βιβλίων

Ἐν Ἀθήναις τῇ 29 Αὐγούστου 1952

Ἀριθ. Πρωτ. 85435

Πρὸς
τὸν κ. Γ. ΚΑΦΕΝΤΖΗΝ
Ἐνταῦθα

Ἀνακοινοῦμεν ὑμῖν ὅτι διὰ τῆς ὑπ' ἀριθ. 85435)29-8-52 ἀποφάσεως τοῦ Ὑπουργείου μετὰ σύμφωνον γνωμοδότησιν τοῦ Κεντρικοῦ Γνωμοδοτικοῦ καὶ Διοικητικοῦ Συμβουλίου Ἐκπαιδεύσεως ἐνεκρίθη τὸ ὑπὸ τὸν τίτλον «ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ» βιβλίον σας ὡς βοηθητικὸν τοῦ μαθήματος τῆς Ἀριθμητικῆς διὰ τοὺς μαθητὰς τῆς Ε' & ΣΤ' τάξεως τοῦ Δημοτικοῦ Σχολείου ἐπὶ μίαν τριετίαν ἀρχομένης ἀπὸ 1-9-52.

Παρακαλοῦμεν ὅθεν, ὅπως μεριμνήσητε διὰ τὴν ἔγκαιρον ἐκτύπωσιν τοῦ βιβλίου τούτου συμμορφούμενος πρὸς τὰς ὑποδείξεις τοῦ Ἐκπαιδευτικοῦ Συμβουλίου καὶ τὸν κανονισμὸν ἐκδόσεως βοηθητικῶν βιβλίων τοῦ Δημοτικοῦ Σχολείου

Ἐ. Ὑ.
Ὁ Διευθυντής
Χ. ΜΟΥΣΤΡΗΣ

Κοινοποίησις
Κ.Γ.Δ.Σ.Ε.

Η'.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής