Δ. Π. ΔΑΜΑΣΚΗΝΟΥ—Μ. ΚΑΛΥΒΟΠΟΥΛΟΥ

Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
ΤΟΥ
ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ

Β΄. Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ ΣΤ΄ ΤΑΞΕΩΣ

120 Εἰκόνες
415 Γυμνάσματα
καὶ Ἀσκήσεις

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ

ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ
ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥ Α. Ε.
4 — ΣΤΑΔΙΟΥ — 4
1931

Α. Π. ΔΑΜΑΣΚΗΝΟΥ—Μ. ΚΑΛΥΒΟΠΟΥΛΟΥ

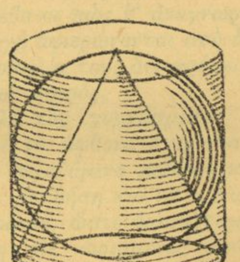
Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΤΟΥ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ

Β΄. Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ ΣΤ΄. ΤΑΞΕΩΣ

120 Εἰκόνες
415 Γυμνάσματα
καὶ Ἀσκήσεις

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ



ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ
ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥ Α. Ε.
4 — ΣΤΑΔΙΟΥ — 4
1931

Ἕνας ἀπὸ τοὺς συγγραφεῖς ἔχει ὑπογράψει κάθε ἀντίτυπο.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Τὸ βιβλίο αὐτὸ γράφηκε μὲ τὴν ἴδια μέθοδο, ποὺ γράφηκε κι ἡ Γεωμετρία μας τῆς Ε' τάξ. Δείχνει τὸν τρόπο, ποὺ μπορεῖ νὰ διδαχτῇ τὸ μάθημα τῆς Γεωμετρίας στοὺς μαθητὲς τῆς ΣΤ' τάξ. κινώντας ζωηρὸ τὸ ἐνδιαφέρο τους, ὥστε ὅλη ἡ τάξη νὰ ἐργάζεται μὲ προθυμία γιὰ νὰ ἀποχτήση ὅσες γεωμετρικὲς γνώσεις ὁρίζει τὸ Ἀναλυτικὸ Πρόγραμμα τοῦ Ὑπουργείου τῆς Παιδείας. Τὸ α' Κεφάλαιό της, ἡ «Εἰσαγωγὴ» ἀνακεφαλαιώνει ὅσα ἔμαθαν οἱ μαθητὲς ἀπὸ τὴν Ε' τάξη καὶ προσθέτει τὶς γνώσεις, ποὺ χρειάζονται, γιὰ τὶς μονάδες τῆς χωρητικότητας καὶ γιὰ τὰ εἰδικὰ βάρη. Τὰ ἄλλα στοιχεῖα τοῦ Ἀναλυτικοῦ Προγράμματος βρίσκονται στὰ ἑπόμενα κεφάλαια (Β' Κύλινδρος· Γ' Κῶνος· Δ' Κολοβὸς κῶνος· καὶ Ε' Σφαῖρα). Ἔτσι κατὰ σειρὰ τὰ πέντε πρῶτα κεφάλαια τοῦ βιβλίου εἶναι σύμφωνα μὲ τὸ Πρόγραμμα τοῦ Ὑπουργείου καὶ τὸ περιλαβαίνουν ὁλόκληρο.

Βάλαμε ὅμως καὶ δύο κεφάλαια ἀκόμη (ΣΤ' Συμπληρωματικοὶ Ὁρισμοὶ καὶ μετρήσεις· Ζ' Γεωμετρικὲς κατασκευές), ποὺ τὴ χρησιμότητά τους εἴμαστε βέβαιοι πὼς θ' ἀναγνωρίσουν ὅλοι οἱ συνάδελφοι μας, ὅσοι μὲ στοργὴ ἀφιερώνονται στὴ διδασκαλία τοῦ μαθήματος αὐτοῦ. Ἡ διδασκαλία τους δὲν πρέπει νὰ παραλείπεται, ἅμα ὑπάρχη διαθέσιμος καιρός.

Τὸ ὅλο βιβλίο μὲ τὰ πολλά του γυμνάσματα, ἀσκήσεις, προβλήματα καὶ κατασκευές, μὲ τὰ ἄφθονα σχήματα καὶ εἰκόνες του, θέτοντας πάντοτε τὸν ἐργαζόμενο μαθητὴ κέντρο τῆς ὅλης διδασκαλίας, προσπαθεῖ νὰ βοηθήση καὶ νὰ κατατοπίση τὸ μαθητὴ καὶ νὰ εὐκολύνη τὸ δάσκαλο, ὥστε ἀκοπώτερα καὶ εὐκολώτερα νὰ ἀποχτήση ἡ τάξη τὶς ὡρισμένες ἀπὸ τὸ Πρόγραμμα γεωμετρικὲς γνώσεις.

Ἀπὸ τοὺς συναδέλφους, ποὺ θὰ εἶχαν τὴν καλωσύνη νὰ μεταχειριστοῦν τὸ βιβλίο μας αὐτὸ στὴ διδασκαλία τους, περιμένομε μὲ εὐγνωμοσύνη τὶς σχετικὲς παρατηρήσεις καὶ ὑποδείξεις τους πὼς ἡ «Γεωμετρία τῆς ΣΤ' τάξ.» θὰ γίνη τελειότερη.

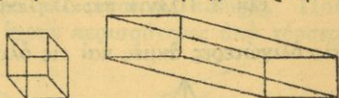
Δ. Π. ΔΑΜΑΣΚΗΝΟΣ
Μ. ΚΑΛΥΒΟΠΟΥΛΟΣ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1. Τὰ γνωστά μας στερεὰ σώματα.

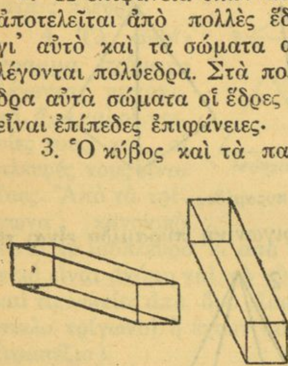
1. Τὰ κανονικὰ στερεὰ σώματα, ποὺ μάθαμε ὡς τώρα, εἶναι ὁ κύβος, τὰ παραλληλεπίπεδα (ὀρθογώνιο καὶ πλάγιο), τὰ πρίσματα (ὀρθὰ καὶ πλάγια), οἱ πυραμίδες καὶ ἡ κόλουρη πυραμίδα.

2. Ἡ ἐπιφάνεια ὅλων αὐτῶν ἀποτελεῖται ἀπὸ πολλὲς ἕδρες, γι' αὐτὸ καὶ τὰ σώματα αὐτὰ λέγονται πολύεδρα. Στὰ πολύεδρα αὐτὰ σώματα οἱ ἕδρες ὅλες εἶναι ἐπίπεδες ἐπιφάνειες.



Εἰκ. 1. Κύβος καὶ ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο.

3. Ὁ κύβος καὶ τὰ παραλληλεπίπεδα (ὀρθογώνιο καὶ πλάγιο) ἔχουν 6 ἕδρες, 12 ἀκμές, 12 δίεδρες καὶ 8 στερεὲς γωνίες, 8 κορυφὲς καὶ 24 ἐπίπεδες γωνίες. Στὸν κύβο καὶ στὸ ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο καὶ οἱ 24 γωνίες εἶναι ὀρθές. Στὸ πλάγιο ὅμως παραληλεπίπεδο ἀπὸ τὶς 24 γωνίες ἄλλες εἶναι ὀρθές, ἄλλες ὀξεῖες καὶ ἄλλες ἀμβλεῖες γωνίες.



Εἰκ. 2. Τετραγων. πρίσματα.

4. Οἱ ἕδρες, οἱ ἀκμές, οἱ κορυφές,

---

1. Ὅλοι οἱ μαθητὲς νὰ διαιρεθοῦν σὲ 6 ὁμάδες· κάθε μιὰ ἀπὸ τὶς ὁμάδες αὐτὲς νὰ ξαναμελετήσῃ ἕνα ἀπὸ τὰ ἀκόλουθα ἕξι κεφάλαια τῆς Γεωμετρίας, ποὺ ἔμαθε ἡ τάξη τὸν προηγούμενο χρόνο· α΄) πῶς μετροῦμε τὶς διαστάσεις, ποιὰ εἶναι τὰ μέτρα μήκους, ἐπιφανείας καὶ ὄγκου· β΄) ὅσα εἴπαμε γιὰ τὸν κύβο γ΄) γιὰ τὸ ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο· δ΄) γιὰ τὸ πλάγιο παραλληλεπίπεδο· ε΄) γιὰ τὶς πυραμίδες καὶ στ΄) γιὰ τὴν κολοβὴ πυραμίδα.

2. Ὅποια ὁμάδα ἑτοιμαστῇ πρώτη νὰ μᾶς πῇ, ὅσα ἔχει μελετήσει καὶ νὰ τὰ συζητήσωμε ὅλοι μαζὶ τὴν ἡμέρα, ποὺ θὰ ὁρίσῃ.

3. Ποιοὶ θέλουν νὰ ἑτοιμάσουν τί θὰ μᾶς διδάξῃ τὸ κεφάλαιο αὐτὸ (εἰσαγωγὴ) τῆς ἐφετεινῆς γεωμετρίας; Ποιὰ πράγματα μᾶς εἶναι γνωστὰ καὶ ποιὰ πρώτη φορὰ τὰ ἀναφέρομε φέτος;

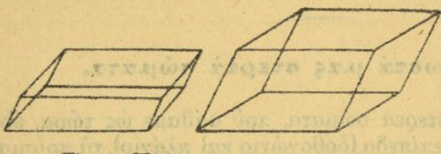
4. Ποιοὶ θέλουν νὰ ἑτοιμάσουν τὰ γεωμετρικὰ ἐργαλεῖα, ποὺ μᾶς εἶναι γνωστὰ ἀπὸ τὴν προηγούμενη χρονιὰ καὶ ποιὰ θὰ μᾶς χρειαστοῦν καὶ φέτος;

5. Ποιὸ μέρος ἀπὸ τὰ περυσινὰ μαθήματα τῆς Γεωμετρίας θυμᾶται ὁ καθένας σας καλύτερα; Ἂς μᾶς τὸ γράψῃ καὶ ἂς μᾶς διαβάσῃ τί ἔγραψε.

6. Ἀπὸ τὶς περυσινὲς ἀσκήσεις, ποιὲς σᾶς φάνηκαν οἱ πιὸ δύσκολες καὶ ποιὲς ἀπ' αὐτὲς θέλει ὁ καθένας σας νὰ ξαναποῦμε καὶ τὴ φετεινὴ χρονιά;

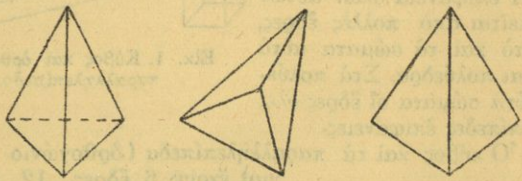
7. Ποιὸς μπορεῖ νὰ μᾶς ἑτοιμάσῃ ἀπὸ χαρτὶ τὰ στερεά, ποὺ ξέρομε; Ποιὸς ξέρει νὰ τὰ κατασκευάσῃ ἀπὸ πηλὸ ἢ ἀπὸ ξύλο ἢ μὲ σύρμα;

οἱ γωνίες (ἐπίπεδες, δίεδρες, στερεὲς) στὰ πρίσματα καὶ στὶς πυ-πυραμίδες εἶναι ἀνάλογοι μὲ τὸ σχῆμα, ποὺ ἔχει ἡ βάση τους. Ἡ τριγωνικὴ πυραμίδα, τὸ κανονικὸ τετράεδρο καὶ τὸ τριγωνικὸ πρῖσμα ἔχουν τὶς ὀλιγώτερες ἕδρες,



Εἰκ. 3. Πλάγια παραλληλεπίπεδα.

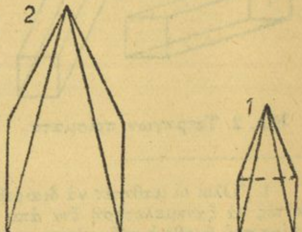
τὶς ὀλιγώτερες ἀκμὲς καὶ τὶς ὀλιγώτερες γωνίες ἀπὸ τὶς ἄλλες πυ-



Εἰκ. 4. Τριγωνικὲς πυραμίδες.

ραμίδες καὶ τὰ ἄλλα πρίσματα. Ἡ τριγωνικὴ πυραμίδα εἶναι τετράεδρο καὶ τὸ τριγωνικὸ πρῖσμα εἶναι πεντάεδρο στερεὸ σῶμα.

5. Στὰ πολύεδρα αὐτὰ στερεὰ σώματα οἱ ἕδρες ὅλες ἔχουν πλευρὲς ἀπὸ εὐθεῖες γραμμές. Οἱ ἕδρες τοῦ κύβου ἔχουν σχῆμα τετράγωνο· στὸ ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο ἔχουν σχῆμα ὀρθογώνιο· στὸ πλάγιο παραλληλεπίπεδο ἔχουν σχῆμα παραλληλόγραμμο· τῶν πυραμίδων καὶ τῶν πρισμάτων ἄλλες ἕδρες ἔχουν σχῆμα τρίγωνο, ἄλλες τετράπλευρο καὶ ἄλλες πολύγωνο.



Εἰκ. 5. Τετραγωνικὲς πυραμίδες

---

8. Ἰχνογραφῆστε ἀπὸ ἕνα γνωστὸ στερεὸ σῶμα, πρῶτα ὁλόκληρο, ἔπειτα ξεδιπλωμένο.

9. Πόσες πλευρὲς καὶ ἕδρες καὶ ποιὲς εἶναι ἴσες στὸ τετράγωνο, στὰ παραλληλεπίπεδα, στὰ πρίσματα, στὶς πυραμίδες; Ποιὲς ἀκμὲς καὶ γωνίες, (ἐπίπεδες, δίεδρες, στερεὲς) εἶναι ἴσες στὰ στερεά, ποὺ μάθαμε πέρσι;

10. Τί σχῆμα ἔχουν οἱ πλευρὲς τοῦ κύβου, τῆς πυραμίδας καὶ τοῦ τετραγωνικοῦ καὶ τοῦ τριγωνικοῦ πρίσματος;

11. Ποιὲς διαφορὲς ἔχουν: ὁ κύβος καὶ ἡ πυραμίδα; τὸ ὀρθὸ τετραγωνικὸ πρῖσμα καὶ ἡ κολοβὴ πυραμίδα; τὸ ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο κι ὁ κύβος;

12. Τί ὁμοιότητες ἔχουν: τὸ ὀρθὸ καὶ τὸ πλάγιο παραλληλεπίπεδο; Ἡ τριγωνικὴ πυραμίδα καὶ τὸ τριγωνικὸ πρῖσμα;

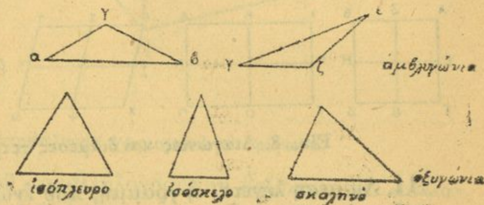
2. Τὰ εὐθύγραμμα σχήματα.

1. Οἱ ἐπίπεδες ἐπιφάνειες, ποὺ τελειώνουν σὲ πλευρὲς ἀπὸ εὐθεῖες γραμμές, λέγονται εὐθύγραμμα σχήματα.

2. Εὐθύγραμμα σχήματα εἶναι τὰ διάφορα τρίγωνα, τὰ διάφορα τετράπλευρα καὶ τὰ διάφορα πολύγωνα.

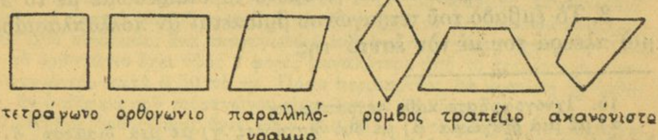
3. Τὰ τρίγωνα ἔχουν τρεῖς γωνίες καὶ τρεῖς πλευρές. Τὰ τετράπλευρα ἔχουν τέσσερεις γωνίες καὶ τέσσερεις πλευρές. Πολύγωνα εἶναι τὰ σχήματα, ποὺ ἔχουν περισσότερες ἀπὸ τέσσερεις γωνίες κι ἀπὸ τέσσερεις πλευρές.

4. Τὰ εὐθύγραμμα σχήματα λέγονται κανονικά, ἅμα καὶ οἱ γωνίες τους καὶ οἱ πλευρές τους εἶναι ἴσες. Ἀπὸ τὰ τρίγωνα κανονικὸ εἶναι τὸ ἰσόπλευρο κι ἀπὸ τὰ τετράπλευρα τὸ τετράγωνο. Κανονικὰ εἶναι ἀκόμη καὶ τὰ εὐθύγραμμα ποὺ ἔχουν τὶς πλευρές τους καὶ τὶς γωνίες ἀπὸ δυὸ ἴσες (ὀρθογώνιο παραλληλόγραμμο, ἰσόσκελο τρίγωνο) ἢ ἔχουν δυὸ πλευρὲς μονάχα ἴσες ἢ παράλληλες (τραπέζιο).



Εἰκ. 6. Διάφορα εἴδη τρίγωνα.

5. Στὰ εὐθύγραμμα σχήματα παίρνομε βάση μιὰ ἀπὸ τὶς πλευρές. Ὕψος εἶναι ἡ κάθετη ἀπὸ τὴν ἀντικρινὴ πλευρὰ στὴ βάση.



Εἰκ. 7. Τετράπλευρα.

6. Τὸ ἄθροισμα τῶν πλευρῶν τους ἀποτελεῖ τὸ γῦρο τῶν εὐθυγράμμων σχημάτων.

7. Τὰ τρίγωνα εἶναι ἰσόπλευρα, ἰσόσκελα, ἀνισόπλευρα, ὀρθογώνια, ὀξυγώνια καὶ ἀμβλυγώνια.

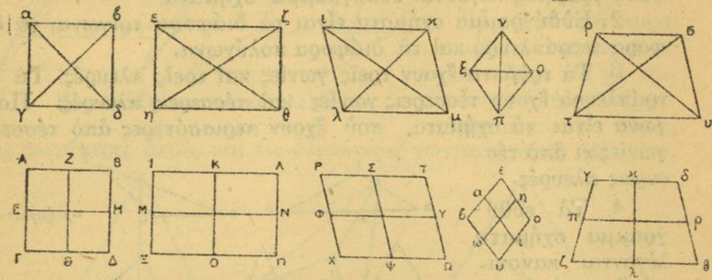
8. Τετράπλευρα εἶναι τὸ τετράγωνο, τὸ ὀρθογώνιο, τὸ παραλληλόγραμμο, τὸ τραπέζιο, ὁ ρόμβος καὶ τὸ ἀκανόνιστο.

---

13. Πόσα εἴδη τριγώνων ἔχομε; Γράψτε ἕνα ἀπὸ τὸ κάθε εἶδος.
14. Πόσα εἴδη τετραπλεύρων ξέρετε; Γράψτε ἕνα ἀπὸ τὸ κάθε εἶδος.

9. Ὁ ρόμβος ἔχει 4 πλευρὲς ἴσες. Μόνο οἱ ἀντικριστὲς γωνίες του εἶναι ἴσες. Οἱ δυὸ εἶναι ὀξεῖες καὶ οἱ δυὸ ἀμβλεῖες.

10. Διαγώνια λέγεται ἡ γραμμή, ποὺ ἑνώνει μιὰ κορυφὴ μὲ μιὰν ἄλλη, ὄχι ἀπὸ τὶς πλαγινές της.



Εἰκ. 8. Διαγώνιες καὶ διάμεσες τετραπλεύρων.

11. Διάμεση λέγεται ἡ γραμμή, ποὺ ἑνώνει τὴ μέση τῶν ἀντικριστῶν πλευρῶν.

12. Τὰ τετράπλευρα ἔχουν δυὸ διαγώνιες καὶ δυὸ διάμεσες.

3. Τὰ ἐμβαδὰ τῶν εὐθυγράμμων σχημάτων.

1. Οἱ διαγώνιες χωρίζουν τὰ τετράπλευρα σὲ δυὸ τρίγωνα καὶ τὰ πολύγωνα σὲ δυὸ ὀλιγώτερα ἀπὸ ὅσες εἶναι οἱ πλευρές τους.

2. Τὸ ἐμβαδὸ τῶν τριγώνων βρίσκεται ἂν πολλαπλασιάσωμε τὴ βάση μὲ τὸ ὕψος καὶ τὸ γινόμενο τὸ διαιρέσωμε μὲ τὸ 2.

3. Τὸ ἐμβαδὸ τοῦ τετραγώνου βρίσκεται ἂν πολλαπλασιάσωμε μιὰ πλευρά του μὲ τὸν ἑαυτό της.

---

15. Ἰχνογραφῆστε κάθε τετράπλευρο:
α) μὲ μιὰ διαγώνια· β) μὲ δυὸ διαγώνιες· γ) μὲ μιὰ διάμεση· δ) μὲ δυὸ διάμεσες καὶ ε) μὲ δυὸ διαγώνιες καὶ δυὸ διάμεσες.

16. Συγκρίνατε τὰ σχήματα, ποὺ χωρίζεται τὸ κάθε τετράπλευρο.

17. Ἰχνογραφῆστε κανονικὰ καὶ ἀκανόνιστα τετράγωνα καὶ τρίγωνα.

18. Ἰχνογραφῆστε κάθε εἶδος τριγώνου καὶ κάθε εἶδος τετραπλεύρου καὶ σημειῶστε τὴ βάση καὶ τὸ ὕψος στὸ καθένα.

19. Ἰχνογραφῆστε τὰ διάφορα εἴδη τραπεζίων.

20. Πόσες διαστάσεις ἔχει: α) τὸ σημεῖο, β) ἡ γραμμή, γ) τὰ εὐθύγραμμα, σχήματα καὶ δ) τὰ στερεὰ σώματα.

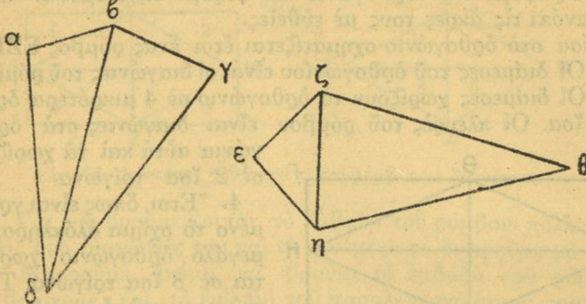
21. Μὲ ποιὲς μονάδες μετροῦμε τὶς διαστάσεις, β) τὶς ἐπιφάνειες καὶ γ) τοὺς ὄγκους, καὶ ποιὲς εἶναι οἱ ὑποδιαιρέσεις τους;

22. Πῶς βρίσκομε τὸ γῦρο σὲ κάθε εὐθύγραμμο σχῆμα;

23. Πῶς βρίσκομε τὸ ἐμβαδὸ τῶν κανονικῶν τετραπλεύρων;

24. Ἰχνογραφῆστε στὸ τετράδιό σας ἕνα ἀπὸ κάθε εἶδος τριγώνου καὶ τετραπλεύρου καὶ βρῆτε τὸ ἐμβαδὸ τοῦ καθενός.

4. Τὸ ἐμβαδὸ τοῦ ὀρθογωνίου βρίσκεται ἂν πολλαπλασιάσωμε τὶς δυὸ πλευρές του, ποὺ σχηματίζουν μιὰ γωνία.



Εἰκ. 9. Τετράπλευρα χωρισμένα σὲ τρίγωνα.

5. Τὸ ἐμβαδὸ τοῦ παραλληλογράμμου βρίσκεται ἂν πολλαπλασιάσωμε τὴ βάση μὲ τὸ ὕψος.

6. Τὸ ἐμβαδὸ τοῦ τραπεζίου βρίσκεται ἂν πολλαπλασιάσωμε τὸ ἄθροισμα τῶν δύο βάσεων μὲ τὸ ὕψος καὶ τὸ γινόμενο τὸ διαιρέσωμε μὲ τὸ 2.

7. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τῶν ἄλλων τετραπλεύρων, ποὺ εἶναι ἀκανόνιστα, τὰ χωρίζομε μὲ μιὰ διαγώνια σὲ δυὸ τρίγωνα, βρίσκομε χωριστὰ τοῦ καθενὸς τριγώνου τὸ ἐμβαδὸ καὶ ἔπειτα προσθέτομε τὰ ἐμβαδὰ τῶν τριγώνων αὐτῶν.

---

25. Οἰκόπεδο 408,25 τμ. πουλιέται 21117,35 δραχμές. Τετραγωνικὸ οἰκόπεδο μὲ πλευρὰ 120,75 μ. καὶ μὲ τὴν ἴδια τιμὴ τὸ τμ. πόσο θὰ πουληθῇ;

26. Δυὸ οἰκόπεδα, ἕνα τετραγωνικὸ καὶ ἕνα ὀρθογώνιο ἔχουν τὴν ἴδια βάση· τὸ ὀρθογώνιο ἔχει ὕψος 2 φορὲς μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ τετράγωνο, εἶναι ὅμως φτηνότερο κατὰ 0,50 τὸ τμ. Πόσο περισσότερο θὰ κοστίσῃ τὸ ὀρθογώνιο, ἂν ἡ πλευρὰ τοῦ τετραγώνου εἶναι ἴση μὲ 18,25 μ.;

27. Κῆπος ὀρθογώνιος ἔχει γῦρο 140,60 μ. Στὸ μάκρος του ὑπάρχει δρόμος, ποὺ εἶναι 0,80 μ. πλατύς. Μιὰ ἀπὸ τὶς διαστάσεις του εἶναι 27,80 μ. Ποιὰ εἶναι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ δρόμου καὶ ποιὰ ἡ καλλιεργημένη ἐπιφάνεια;

28. Δωμάτιο μὲ μάκρος 7,20 μ. καὶ μὲ πλάτος 5,60 μ. μπορεῖ νὰ χωρέσῃ 36 παιδιά, ἂν τὸ κάθε παιδὶ θέλει τόπο 1,25 τμ. ;

29. Γύρω σ' ἕνα χωράφι ὀρθογώνιο φύτεψαν 648 δέντρα σὲ ἀπόσταση 5 μ. τὸ καθένα. Ποιὰ εἶναι ἡ ἐπιφάνειά του, ἂν τὸ μῆκος του εἶναι 120 μ. μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ πλάτος του;

30. Ὁ γῦρος μιᾶς αὐλῆς μὲ σχῆμα ὀρθογώνιο ἔχει 124 μ. Τὸ πλάτος της εἶναι 12 μ. μικρότερο ἀπὸ τὸ μῆκος. Στρώνουν τὸ γῦρο τῆς αὐλῆς σὲ πλάτος 2 μέτρα μὲ πλάκες πρὸς 45 δρχ. τὸ τμ. Πόσο θὰ κοστίσῃ τὸ στρώσιμο;

31. Χωράφι ὀρθογώνιο ἔχει γῦρο 480 μέτρα. Τὸ μῆκος του εἶναι 26 μ. μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ πλάτος του. Πόσο κοστίζει, ἂν πουληθῇ 5 δρχ. τὸ τμ.;

32. Ἕνα χωράφι μὲ σχῆμα τραπεζίου ἔχει βάσεις 85 μ. καὶ 65 μ. καὶ ὕψος 33 μ. Πόση εἶναι ἡ ἐπιφάνειά του;

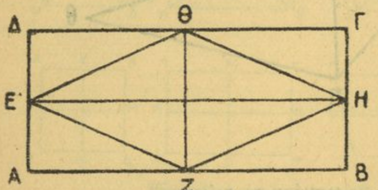
4. Τὸ ἐμβαδὸ τοῦ ρόμβου.

1. Γράφομε ἕνα ὀρθογώνιο καὶ φέρομε τὶς διάμεσες. Ἑνώνομε κανόπι τὶς ἄκρες τους μὲ εὐθεῖες.

Μέσα στὸ ὀρθογώνιο σχηματίζεται ἔτσι ἕνας ρόμβος ΕΖΗΘ.

2. Οἱ διάμεσες τοῦ ὀρθογωνίου εἶναι οἱ διαγώνιες τοῦ ρόμβου.

3. Οἱ διάμεσες χωρίζουν τὸ ὀρθογώνιο σὲ 4 μικρότερα ὀρθογώνια ἴσα. Οἱ πλευρὲς τοῦ ρόμβου εἶναι διαγώνιες στὰ ὀρθογώνια αὐτὰ καὶ τὰ χωρίζουν σὲ 2 ἴσα τρίγωνα.



Εἰκ. 10. Διάμεσες ὀρθογωνίου καὶ ρόμβος.

4. Ἔτσι, ὅπως εἶναι γραμμένο τὸ σχῆμα ὁλόκληρο, τὸ μεγάλο ὀρθογώνιο χωρίζεται σὲ 8 ἴσα τρίγωνα. Τὰ 4 τρίγωνα ποὺ εἶναι μέσα στὸ ρόμβο ἔχουν ἐμβαδὸ ἴσο μὲ τὸ ἐμβαδὸ τοῦ ρόμβου, τὰ ἄλλα 4 εἶναι ἔξω ἀπὸ τὸ ρόμβο.

5. Τὰ 8 τρίγωνα πιάνουν τὸν τόπο τοῦ ὀρθογωνίου καὶ τὰ 4 τρίγωνα πιάνουν τὸν τόπο τοῦ ρόμβου. Ὥστε ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ρόμβου εἶναι ἡ μισὴ ἐπιφάνεια τοῦ ὀρθογωνίου.

6. Βάση στὸ ὀρθογώνιο εἶναι μιὰ ἀπὸ τὶς μεγαλύτερες πλευρὲς καὶ ὕψος μιὰ ἀπὸ τὶς μικρότερες. Ἀλλ' ἡ βάση τοῦ ὀρθο-

---

33. Ἄλλο χωράφι μὲ σχῆμα τραπεζίου ἔχει ὕψος 38,8 μ. καὶ βάσεις 80 μ. καὶ 64 μ. Ποιὸ εἶναι τὸ ἐμβαδό του;

34. Ἕνας κτηματίας πουλεῖ πρὸς 52,50 δρχ. τὴν τετραγ. πήχη οἰκόπεδο τριγωνικὸ μὲ 120 μ. βάση καὶ 145 μ. ὕψος. Πόσες δραχμὲς θὰ πάρῃ;

35. Ἕνα χωράφι μὲ σχῆμα ρόμβου,ποὺ ἔχει διαγώνιες 38 μ. καὶ 96 μ.; πουλιέται πρὸς 12 μ. τὸ τ. μέτρο. Ὁ ἀγοραστὴς ἔδωσε προκαταβολὴ 2000 δρ. Τὸ ὑπόλοιπο θὰ πλερώσῃ σὲ 5 μηνιαῖες δόσεις· τί θὰ πλερώνῃ τὸ μῆνα;

36. Οἰκόπεδο,ποὺ ἔχει σχῆμα κανονικὸ ἑξάγωνο μὲ πλευρὰ 18 μ. καὶ μὲ ὕψος τῶν ἕξι τριγώνων του, ποὺ σ' αὐτὰ χωρίζεται 14,50 μ. πουλιέται πρὸς 125 δρ. τὸ τμ. Πόσο θὰ κοστίσῃ;

37. Ἔβαλαν συρματόπλεγμα ὁλόγυρα σὲ ἕνα ἀγρό,ποὺ ἔχει σχῆμα κανονικοῦ πενταγώνου μὲ πλευρὰ 15 μ., πρὸς 9 δρ. τὸ μέτρο. Ἀπὸ τὸ ἴδιο συρματόπλεγμα ἔβαλαν καὶ σὲ ἀγρὸ τετραγωνικὸ μὲ 18 μ. πλευρά. Ποιὸ κόστισε περισσότερα καὶ πόσο;

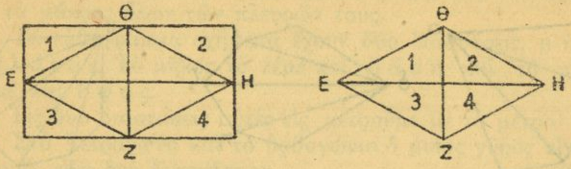
38. Χωράφι μὲ σχῆμα τραπεζίου ἀγοράστηκε 5740 δρχ. πρὸς 7 δρχ. τὸ τμ. Πόσο εἶναι τὸ ὕψος του, ἂν οἱ βάσεις του εἶναι 32 μ. καὶ 50 μ.;

39. Ποιὸ εἶναι τὸ ὕψος τραπεζίου,ἂν οἱ βάσεις του εἶναι 25 μ. καὶ 15 μ. καὶ ἡ ἐπιφάνειά του 360 τμ.;

40. Ποιὰ εἶναι ἡ μεγάλη βάση τραπεζίου, ἂν τὸ ὕψος εἶναι 23 μ., ἡ μικρὴ βάση εἶναι 12,10 μ. καὶ ἡ ἐπιφάνειά του 667 τμ;

41. Τραπέζιο ἔχει ὕψος 24,50 μ. καὶ ἐπιφάνεια 962,85 τμ. Πόσο μῆκος ἔχει ἡ καθεμιὰ βάση, ἂν ἡ μιὰ εἶναι διπλάσια τῆς ἄλλης;

γωνίου εἶναι ἴση μὲ τὴ μεγάλη διαγώνια τοῦ ρόμβου καὶ τὸ ὕψος ἴσο μὲ τὴ μικρὴ διαγώνια τοῦ ρόμβου.



Εἰκ. 11. Διάμεσες ὀρθογωνίου καὶ ρόμβος μὲ διαγώνιες.

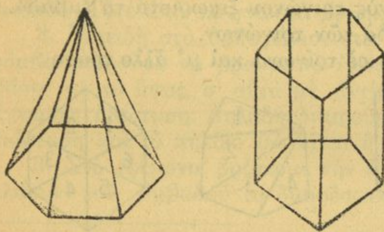
7. Γιὰ νὰ βροῦμε λοιπὸν τὸ ἐμβαδὸ τοῦ ρόμβου πολλαπλαζομε τὶς δυὸ διαγώνιές του καὶ τὸ γινόμενο τὸ διαιροῦμε μὲ τὸ 2.

8. Μποροῦμε ἀκόμη νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τοῦ ρόμβου, ὅπως βρίσκομε καὶ τὸ ἐμβαδὸ τοῦ παραλληλογράμμου, γιατὶ τὸ παραλληλόγραμμο μοιάζει μὲ τὸ ρόμβο.

5. Τὰ πολύγωνα.

1. Ἡ βάση στὴν πολυγωνικὴ πυραμίδα ἔχει περισσότερες ἀπὸ 4 πλευρὲς καὶ 4 γωνίες. Τὰ σχήματα, ποὺ ἔχουν περισσότερες ἀπὸ 4 πλευρὲς καὶ γωνίες, λέγονται π ο λ ύ γ ω ν α.

2. Τὰ πολύγωνα εἶναι πεντάγωνα, ἑξάγωνα, ἑφτάγωνα κ.τ.λ. ἀνάλογα μὲ τὶς πλευρὲς ἢ τὶς γωνίες, ποὺ ἔχουν.



Εἰκ. 12. Πυραμίδα πολυγωνικὴ καὶ πρῖσμα πολυγωνικό.

3. Τὸ πολύγωνο, ποὺ ἔχει καὶ τὶς πλευρὲς καὶ τὶς γωνίες ὅλες ἴσες, λέγεται κ α ν ο ν ι κ ό. Ἐκεῖνο ποὺ ἔχει καὶ τὶς πλευρὲς καὶ τὶς γωνίες ἄνισες λέγεται ἀ κ α ν ό ν ι σ τ ο.

4. Ἀπὸ μιὰ κορυφὴ τοῦ πενταγώνου μποροῦμε νὰ φέρωμε 2 διαγώνιες.

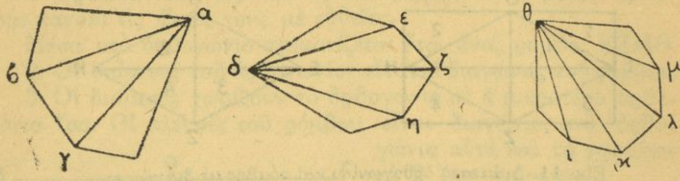
---

42. Ποιὸ εἶναι τὸ ὕψος τριγώνου, ἂν ἡ βάση του εἶναι 82 μ. καὶ ἡ ἐπιφάνειά του διπλάσια ἀπὸ τὴν ἐπιφάνεια τετραγώνου μὲ πλευρὰ 28,60 μ.;

48. Μιὰ αὐλὴ ἔχει ἐπιφάνεια 0,75 τμ. καὶ εἶναι στρωμένη μὲ 20 πλάκες, ποὺ ἔχουν σχῆμα ρόμβου. Ἡ μικρὴ διαγώνια τῆς πλάκας εἶναι 0,25 μ. Πόση εἶναι ἡ μεγάλη διαγώνια;

44. Ἕνα οἰκόπεδο ἔχει 120 μ. μῆκος καὶ 18 μ. πλάτος. Ὁ ἰδιοχτήτης συμφωνεῖ μὲ τὸ νοικοκύρη τοῦ πλαγινοῦ οἰκοπέδου νὰ μεγαλώση 6 μ. τὸ πλάτος. Πόσο θὰ μικραίνη τὸ μῆκος γιὰ νὰ ἔχη τὴν ἴδια ἐπιφάνεια τὸ οἰκόπεδο; Ποιὰ θὰ εἶναι ἡ ἀξία του ἂν πουληθῆ πρὸς 35 δρχ. τὸ τμ.;

Ἀπὸ μιὰ κορυφὴ τοῦ ἑξαγώνου μποροῦμε νὰ φέρωμε τρεῖς διαγώνιες, ἀπὸ μιὰ κορυφὴ τοῦ ἑφταγώνου τέσσερεις κτλ.



Εἰκ. 13. Διγώνιες πολυγώνων.

Σὲ κάθε πολύγωνο ἀπὸ μιὰ κορυφή του μποροῦμε νὰ φέρωμε διαγώνιες τρεῖς ὀλιγώτερες ἀπ' ὅσες εἶναι οἱ πλευρές τους.

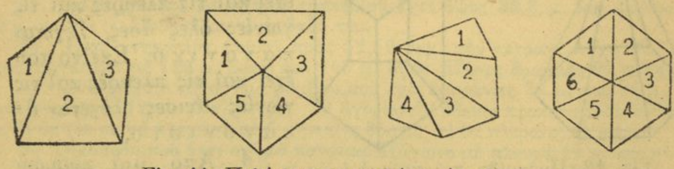
6. Τὸ ἐμβαδὸ τοῦ πολυγώνου.

1. Οἱ διαγώνιες χωρίζουν τὸ πολύγωνο σὲ τρίγωνα. Τὸ πεντάγωνο τὸ χωρίζουν σὲ 3, τὸ ἑξάγωνο σὲ 4, τὸ ἑφτάγωνο σὲ 5 κτλ.

Δηλαδὴ οἱ διαγώνιες ἀπὸ μιὰ κορυφὴ χωρίζουν τὸ πολύγωνο σὲ τρίγωνα δυὸ ὀλιγώτερα ἀπ' ὅ,τι εἶναι οἱ πλευρές του.

2. Γιὰ νὰ βροῦμε λοιπὸν τὸ ἐμβαδὸ τοῦ πολυγώνου τὸ χωρίζομε μὲ διαγώνιες, ποὺ φέρνομε ἀπὸ μιὰ κορυφή του, σὲ τρίγωνα καὶ βρίσκομε τοῦ καθενὸς τριγώνου ξεχωριστὰ τὸ ἐμβαδό. Ἔπειτα προσθέτομε τὰ ἐμβαδὰ τῶν τριγώνων.

3. Χωρίζομε τὸ πολύγωνο σὲ τρίγωνα καὶ μ' ἄλλο τρόπο.



Εἰκ. 14. Πολύγωνα χωρισμένα σὲ τρίγωνα.

Παίρνομε ἕνα σημεῖο μέσα στὸ πολύγωνο κι ἀπ' αὐτὸ τραβοῦμε εὐθεῖες σ' ὅλες τὶς κορυφές. Τὸ πολύγωνο χωρίζεται σὲ τόσα τρίγωνα, ὅσες εἶναι οἱ κορυφές του. Κατόπι βρίσκομε τοῦ καθενὸς τριγώνου τὸ ἐμβαδὸ ξεχωριστὰ καὶ τὰ προσθέτομε.

---

45. Ρόμβος ἔχει ἐπιφάνεια 0,24 τμ. Ἡ μιά του διαγώνια εἶναι 0,6 μ. Πόσο εἶναι ἡ ἄλλη;

46. Κάποιος κάνει ἀνταλλαγὴ τοῦ τριγωνικοῦ του χωραφιοῦ μὲ ἕνα ἄλλο χωράφι ὀρθογώνιο. Τὸ ὀρθογώνιο ἔχει διαστάσεις 217,50 μ. καὶ 62,50 μ. Τὸ τριγωνικὸ ἔχει βάση 185,75 μ. Ποιὸ εἶναι τὸ ὕψος τοῦ τριγωνικοῦ;

7. Ὁ γῦρος καὶ οἱ διαστάσεις.

1. Βρίσκομε τὸ γῦρο στὰ εὐθύγραμμα σχήματα, ἂν προσθέσωμε τὸ μάκρος ὅλων τῶν πλευρῶν τους.
2. Τὰ εὐθύγραμμα σχήματα ἔχουν δύο διαστάσεις, μῆκος καὶ πλάτος. Τὸ μῆκος τὸ λέμε καὶ βάση καὶ τὸ πλάτος τὸ λέμε καὶ ὕψος.
3. Τὶς δυὸ διαστάσεις αὐτὲς τὶς μετροῦμε μὲ τὸ μέτρο.
4. Στὸ τετράγωνο καὶ τὸ ὀρθογώνιο ὁ μισὸς γῦρος εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν δυὸ διαστάσεων.
5. Μπορεῖ νὰ εἶναι ἄγνωστη μιὰ διάσταση σ' ἕνα σχῆμα καὶ νὰ εἶναι γνωστὸς ὁ γῦρος. Τότε βρίσκομε τὴν ἄλλη ἄγνωστη διάσταση διαιρώντας τὸ γῦρο μὲ τὴ διάσταση, ποὺ μᾶς εἶναι γνωστή.
6. Στὸ τετράγωνο, ἅμα εἶναι ἄγνωστη ἡ πλευρὰ καὶ γνωστὸς ὁ γῦρος, βρίσκομε τὴν πλευρά, ἂν διαιρέσωμε τὸ γῦρο μὲ τὸ 4, γιατὶ ὁ γῦρος εἶναι 4 φορὲς μεγαλύτερος ἀπὸ τὴν πλευρά του.
7. Στὸ ὀρθογώνιο, ἅμα εἶναι γνωστὸς ὁ γῦρος καὶ μιὰ διάσταση, βρίσκομε τὴν ἄλλη διάσταση, ἂν ἀπὸ τὸ μισὸ γῦρο ἀφαιρέσωμε τὴ γνωστὴ διάσταση, γιατὶ ὁ γῦρος εἶναι ἴσος μὲ δυὸ φορὲς τὸ μάκρος καὶ τὸ πλάτος τοῦ σχήματος.

8. Ἡ βάση καὶ τὸ ὕψος ἀπὸ τὸ ἐμβαδό.

1. Μπορεῖ νὰ εἶναι γνωστὴ μιὰ διάσταση καὶ γνωστὸ τὸ ἐμβαδό. Τότε ἀπὸ τὰ γνωστὰ βρίσκομε τὴν ἄλλη διάσταση.
2. Ἐπειδὴ στὸ ὀρθογώνιο, στὸ παραλληλόγραμμο καὶ στὸ ρόμβο μποροῦμε νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδό, ἂν πολλαπλασιάσωμε τὴ βάση μὲ τὸ ὕψος, σ' αὐτὰ μὲ ἀντίθετη πράξη βρίσκομε τὴν ἄγνωστη διάσταση. Δηλαδὴ διαιροῦμε τὸ ἐμβαδὸ μὲ τὴ γνωστὴ διάσταση καὶ τὸ πηλίκο θὰ εἶναι ἡ ἄγνωστη διάσταση.
3. Στὸ τρίγωνο βρίσκομε τὴν ἄγνωστη διάσταση, ἂν τὸ διπλάσιο τοῦ ἐμβαδοῦ τὸ διαιρέσωμε μὲ τὴ γνωστὴ διάσταση.

---

47. Χωράφι μὲ σχῆμα τραπεζίου ἔχει ἐπιφάνεια 3712,50 τμ. Πόση εἶναι ἡ μικρή του βάση, ἂν ἡ μεγάλη βάση εἶναι 105μ. καὶ τὸ ὕψος τὰ 3)7 τῆς μεγάλης βάσης;

48. Ἂν ἀπὸ τὴ κορυφὴ ἑνὸς δεκαγώνου φέρωμε ὅλες τὶς διαγώνιές του, πόσα τρίγωνα θὰ σχηματιστοῦν;

49. Ἀπὸ τὴν ἴδια κορυφὴ εἰκοσαγώνου, πόσες διαγώνιες μποροῦμε νὰ φέρωμε;

50. Ἀπὸ ὅλες τὶς κορυφὲς πενταγώνου πόσες διαγώνιες μποροῦμε νὰ γράψωμε;

51. Ἂν ἀπὸ ἕνα σημεῖο μέσα στὸ ἑξάγωνο φέρωμε εὐθεῖες σὲ ὅλες τὶς κορυφές του σὲ πόσα τρίγωνα θὰ τὸ χωρίσωμε;

52. Σ' ἕνα δωδεκάγωνο φέρνομε ὅλες τὶς διαγώνιές του ἀπὸ τὴν ἴδια κορυφή· κι ἀπὸ ἕνα σημεῖο μέσα σὲ ἕνα δεκάγωνο φέρομε εὐθεῖες σὲ ὅλες τὶς κορυφές του· ποιὸ ἀπὸ τὰ δυὸ θὰ διαιρεθῆ σὲ περισσότερα τρίγωνα;

Γιατὶ τὸ ἐμβαδὸ τοῦ τριγώνου τὸ βρίσκομε ἂν πολλαπλασιάσωμε τὴ βάση μὲ τὸ ὕψος καὶ τὸ γινόμενο τὸ διαιρέσωμε μὲ τὸ 2.

4. Στὸ τραπέζιο:

α) γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ὕψος διαιροῦμε τὸ διπλάσιο τοῦ ἐμβαδοῦ μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν δύο βάσεων.

β) γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἄθροισμα τῶν δύο βάσεων διαιροῦμε τὸ διπλάσιο τοῦ ἐμβαδοῦ μὲ τὸ ὕψος. Καὶ

γ) γιὰ νὰ βροῦμε τὴ μιὰ βάση, βρίσκομε πρῶτα τὸ ἄθροισμα τῶν δυὸ βάσεων κι ἀπ' αὐτὸ ἀφαιροῦμε τὴ γνωστὴ βάση.

9. Ἡ ἐπιφάνεια τῶν στερεῶν σωμάτων.

1. Ὁ κύβος ἔχει καὶ τὶς ἕξι ἕδρες ἴσες καὶ τὶς ἀντικριστὲς ἕδρες παράλληλες. Τὸ παραλληλεπίπεδο ὅμως (ὀρθογώνιο καὶ πλάγιο) ἔχει μόνο τὶς ἀντικριστὲς ἕδρες ἴσες καὶ παράλληλες. Τὰ πρίσματα καὶ οἱ πυραμίδες ἔχουν τὶς ἕδρες τῆς παράπλευρης ἐπιφάνειας ἴσες. Στὰ πρίσματα καὶ οἱ δυὸ βάσεις εἶναι ἴσες καὶ παράλληλες.

2. Στὸν κύβο βάση παίρνομε ὁποια ἕδρα τύχη· στὰ παραλληλεπίπεδα μιὰ ἀπὸ τὶς μεγαλύτερες ἕδρες· στὰ πρίσματα μιὰ ἀπὸ τὶς παράλληλες ἕδρες καὶ στὶς πυραμίδες τὴν ἄνιση ἕδρα.

3. Ὕψος στὸ καθένα ἀπὸ τὰ στερεὰ αὐτὰ σώματα εἶναι ἡ κάθετη ἀπὸ τὴν ἀντικρινὴ ἕδρα στὴ βάση. Στὶς πυραμίδες ὕψος εἶναι ἡ κάθετη ἀπὸ τὴν κορυφή τους στὴ βάση.

4. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τῆς παράπλευρης ἐπιφάνειας τοῦ κύβου, τῶν παραλληλεπιπέδων καὶ τῶν πρισμάτων, πολλαπλασιάζομε τὸ γῦρο τῆς βάσης μὲ τὸ ὕψος.

5. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τῆς παράπλευρης ἐπιφάνειας τῆς πυραμίδας πολλαπλασιάζομε τὸ γῦρο τῆς βάσης μὲ τὸ ὕψος καὶ τὸ γινόμενο τὸ διαιροῦμε μὲ τὸ 2

---

53. Οἱ δυὸ διαγώνιες τετραγώνου σὲ πόσα τρίγωνα χωρίζουν τὸ τετράγωνο; Τί εἶδος τρίγωνα εἶναι αὐτὰ καὶ τί εἶναι ἀναμεταξύ τους ὅλα;

54. Οἱ διαγώνιες ρόμβου τί εἶδος γωνίες σχηματίζουν στὴ συνάντησή τους; Τί εἶδος τρίγωνα σχηματίζουν καὶ τί εἶναι τὰ τρίγωνα αὐτὰ ἀναμεταξύ τους;

55. Σὲ ποιὰ ἀπὸ τὰ κανονικὰ τετράπλευρα οἱ 2 διαγώνιές τους εἶναι ἴσες καὶ σὲ ποιὰ δὲν εἶναι;

56. Στολίζουν τὶς ἀκμὲς κυβικοῦ κιβωτίου, ποὺ ἔχει ἀκμὴ 0,25 μ. μὲ μεταξωτὴ κορδέλα, ποὺ τελειώνει σὲ 4 κόμπους. Κάθε κόμπος θέλει 0,42 μ. κορδέλα. Πόση κορδέλα θὰ χρειαστῆ;

57. Ξύλινο κυβικὸ σκαμνὶ ἔχει ἀκμὴ 0,80 μ. Σκεπάζουν μὲ ὕφασμα τὶς παράπλευρες ἕδρες καὶ τὴν ἐπάνω ἕδρα. Τὸ ὕφασμα ἔχει πλάτος 0,40 μ. Πόσα μέτρα ὕφασμα χρειάζονται;

58. Πόσο θὰ πλερώσουν πρὸς 2,80 δρχ. τὸ τμ. γιὰ νὰ βάψουν κυβικὸ δοχεῖο χωρὶς καπάκι, ἀπὸ μέσα κι ἀπ' ἔξω; Τὸ κυβικὸ δοχεῖο ἔχει ἀκμὴ 2,15 μ.

59. Θὰ σανιδώσουν τὸν τοῖχο δωματίου σὲ ὕψος 1,15 μ. Τὸ δωμάτιο ἔχει

6. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τῆς παράπλευρης ἐπιφάνειας κόλουρης πυραμίδας πολλαπλασιάζομε τὸ μισὸ ἄθροισμα τοῦ γύρου τῶν δύο βάσεων μὲ τὸ ὕψος.

7. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τῆς ὁλικῆς ἐπιφάνειας τῶν στερεῶν σωμάτων, ποὺ μάθαμε, βρίσκομε χωριστὰ τὸ ἐμβαδὸ κάθε μιᾶς ἕδρας καὶ προσθέτομε, ἢ βρίσκομε χωριστὰ τὸ ἐμβαδὸ τῆς παράπλευρης ἐπιφάνειας καὶ χωριστὰ τὸ ἐμβαδὸ τῶν βάσεων καὶ ἔπειτα προσθέτομε.

8. Γιὰ νὰ βροῦμε τὴν ἐπιφάνεια τῆς πολυγωνικῆς πυραμίδας βρίσκομε χωριστὰ τὸ ἐμβαδὸ τῆς βάσης καὶ χωριστὰ τὸ ἐμβαδὸ τῆς παράπλευρης ἐπιφάνειας, ὅπως καὶ στὶς ἄλλες πυραμίδες.

9. Ὅταν στὸ πρῖσμα οἱ βάσεις εἶναι πολύγωνα, τὸ πρῖσμα λέγεται πολυγωνικό. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πολυγωνικοῦ πρίσματος ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο βάσεις ποὺ εἶναι πολύγωνα, καὶ ἀπὸ τὴν παράπλευρη ἐπιφάνεια.

10. Γιὰ νὰ βροῦμε τὴν ἐπιφάνεια τοῦ πολυγωνικοῦ πρίσματος κάνομε ὅ,τι κάναμε καὶ στὰ ἄλλα πρίσματα.

10. Οἱ ὄγκοι τῶν στερεῶν σωμάτων.

Γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο τοῦ κύβου, τῶν παραλληλεπιπέδων καὶ τῶν πρισμάτων πολλαπλασιάζομε τὸ ἐμβαδὸ τῆς βάσης μὲ τὸ ὕψος (δηλαδὴ πολλαπλασιάζομε τὸ μῆκος μὲ τὸ πλάτος καὶ μὲ τὸ ὕψος). Στὸν κύβο τὸ μῆκος, τὸ πλάτος καὶ τὸ ὕψος εἶναι τὸ ἴδιο.

2. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο τῆς πυραμίδας πολλαπλασιάζομε τὸ ἐμβαδὸ τῆς βάσης μὲ τὸ ὕψος καὶ τὸ γινόμενο τὸ διαιροῦμε μὲ τὸ 3.

3. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο τῆς κόλουρης πυραμίδας πολλαπλασιάζομε τὸ ἄθροισμα τῶν ἐμβαδῶν τῶν δύο βάσεων μὲ τὸ ὕψος καὶ τὸ γινόμενο τὸ διαιροῦμε μὲ τὸ 2.

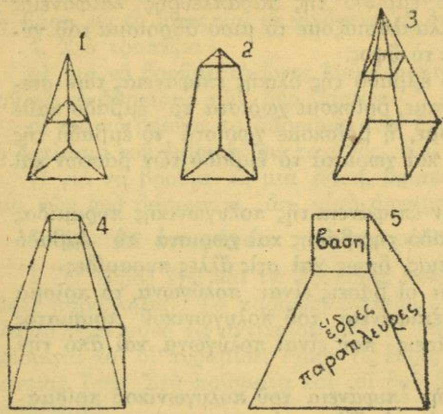
4. Ἀκριβέστερα βρίσκεται ὁ ὄγκος τῆς κόλουρης πυραμίδας ἂν ἀπὸ τὸν ὄγκο τῆς ὁλόκληρης πυραμίδας (τῆς ἄκοπης δηλαδή, (ἀρ. 1 καὶ 3 Εἰκ. 15) ἀφαιρέσωμε τὸν ὄγκο τῆς κομμένης πυραμίδας (ἀρ. 2 καὶ 4 Εἰκ. 15).

μάκρος 3,75 μ. καὶ πλάτος 3,50 μ. Ἡ πόρτα ἔχει πλάτος 1,20 μ. Ὁ ξυλουργὸς ζητεῖ 4,50 δρχ. σὲ κάθε μέτρο τῆς σανίδας γιὰ τὸ πλάνισμα καὶ 2,30 δρχ. τὸ τμ. τῆς σανίδας γιὰ τὸ κάρφωμα. Πόσο θὰ πληρώσουν;

60. Βάφουν μὲ λαδομπογιὰ τοὺς 4 τοίχους δωματίου ὀρθογώνιου μὲ μάκρος 15 μ. καὶ πλάτος 8,75 μ. Ἔδωσαν 1710 δρχ. πρὸς 12 δρ. τὸ τμ. Ποιὸ εἶναι τὸ ὕψος τοῦ δωματίου;

61. Θὰ ἀσπρίσουν τὴν ὀροφὴ καὶ τοὺς τοίχους δωματίου μὲ μάκρος 6,50 μ., μὲ πλάτος 8 μ. καὶ μὲ ὕψος 4 μ. πρὸς 3 δρχ. τὸ τμ. Τὸ δωμάτιο ἔχει 6 παράθυρα μὲ πλάτος 1,20 μ. καὶ μὲ ὕψος 2,40 μ. Τί θὰ πλερώσουν;

62. Πρῖσμα τριγωνικὸ ἔχει ὕψος 2,40 μ. Οἱ πλευρὲς στὴ βάση του εἶναι 0,14 μ., 0,25 μ. καὶ 0,25 μ. Ποιὰ εἶναι ἡ παράπλευρη ἐπιφάνειά του;



Εἰκ. 15. Κολοβὲς πυραμίδες.

5. Βρίσκομε τὸν ὄγκο πολυγωνικοῦ πρίσματος ἂν πολλαπλασιάσωμε τὸ ἐμβαδὸ τῆς βάσης μὲ τὸ ὕψος.

6. Ἡ πολυγωνικὴ πυραμίδα ἔχει ὄγκο τρεῖς φορὲς μικρότερο ἀπὸ τὸν ὄγκο τοῦ πολυγωνικοῦ πρίσματος, ποὺ ἔχει τὸ ἴδιο ὕψος, ὅπως εἴδαμε καὶ στὶς ἄλλες πυραμίδες.

7. Βρίσκομε λοιπὸν τὸν ὄγκο τῆς πολυγωνικῆς πυραμίδας, ἂν πολλαπλασιάσωμε τὸ ἐμβαδὸ τῆς βάσης μὲ τὸ ὕψος καὶ τὸ γινόμενο τὸ διαιρέσωμε μὲ τὸ 3.

---

63 Στέγη μὲ σχῆμα κανονικῆς πυραμίδας ἔχει βάση τετραγωνικὴ μὲ πλευρὰ 8 μ. Ἡ καθεμιὰ ἕδρα τῆς στέγης ἔχει ὕψος 11 μ. Ποιὰ εἶναι ἡ ἐπιφάνεια τῆς στέγης; Πόσα κεραμίδια χρειάζονται γιὰ νὰ τὴ σκεπάσουν, ἂν τὸ ἕνα ἔχῃ μάκρος 0,27 μ. καὶ πλάτος 0,15 μ. κι ἂν τὰ 2)5 τῆς ἐπιφανείας τοῦ κεραμιδιοῦ χάνονται στὸ τοποθέτισμα;

64. Κύβος ἔχει ἀκμὴ 0,85 μ. Θὰ σκεπάσουν τὶς 6 ἕδρες του μὲ ὕφασμα, ποὺ ἔχει πλάτος 0,65 καὶ κοστίζει 12 δρχ. τὸ μέτρο. Τί θὰ πλερώσουν;

65. Γιὰ νὰ σκεπάσουν μὲ χαρτὶ τοὺς τοίχους δωματίου μὲ μάκρος 18 μ., μὲ πλάτος 5 μ. καὶ μὲ ὕψος 4 μ. χρειάζονται 368 τμ. χαρτιοῦ. Πόσο χαρτὶ θὰ χρειαστῆ γιὰ δωμάτιο, ποὺ ἔχει τὸ ἴδιο πλάτος, ἀλλὰ εἶναι μακρύτερο 5 μ. καὶ ψηλότερο 1,25 μ.;

66. Χωράφι μὲ σχῆμα τραπεζίου ἔχει βάσεις 75 μ. καὶ 47,50 μ. καὶ ὕψος 34 μ. Ρίχνουν ἐπάνω στὸ χωράφι κοπριὰ ὡς 0,03 μ. πάχος. Πόσο κόστισε ἡ κοπριά, ἂν τὸ κυβικὸ μέτρο της πουλιέται 5,50 δρχ.;

67. Χτίζουν στὸ γῦρο τετραγωνικοῦ κήπου μὲ πλευρὰ 24 μ. ἕνα τοῖχο 0,40 μ. πλάτος καὶ 2,50 μ. ψηλό. Ἀφήνουν μιὰ θύρα στὸν τοῖχο μὲ 3 μ. πλάτος. Πόσο κόστισε ὁ γῦρος ἂν ὁ χτίστης συμφώνησε 40 δρχ. τὸ κμ.;

68. Πέτρα μαρμαρένια κυβικὴ μὲ ἀκμὴ 0,60 μ. ἀγοράστηκε πρὸς 9,75 τὸ κ.μ. Λαξεύει ὁ μαρμαρὰς τὶς ἕδρες της πρὸς 8 δρχ. τὸ τμ. Πόσο θὰ κοστίσῃ ἡ πέτρα αὐτή;

69. Πόσες σφαῖρες μὲ 24,50 γρμ. βάρος ἡ καθεμιὰ θὰ κάμωμε ἀπὸ κυβικὸ κομμάτι μολυβιοῦ, ποὺ ἔχει ἀκμὴ 0,144 μ., ἂν ἡ κπ. τοῦ μολυβιοῦ ζυγίζει 11,340 χλγ.;

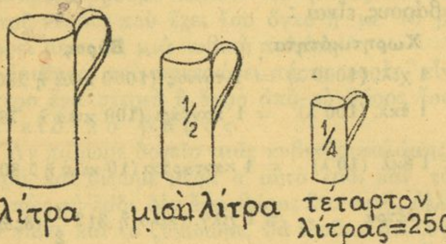
70. Στάβλος ἔχει 8,40 μ. μάκρος, 5,80 μ. πλάτος καὶ 3,60 μ. ὕψος. Ποιὸς εἶναι ὁ ὄγκος του; Πόσα βόδια μποροῦν νὰ μείνουν μέσα σ' αὐτόν, ἂν τὸ καθένα θέλει 25 κμ. ἀέρα;

71. Θὰ στρώσουν μὲ ἄμμο ὡς 0,043 μ. πάχος τὴν αὐλὴ ἑνὸς σχολείου,

11. Ὁ ὄγκος καὶ ἡ χωρητικότητα.

1. Τὸν ἐσωτερικὸ ὄγκο ἑνὸς στερεοῦ σώματος ἄδειου ἀπὸ μέσα τὸν λέμε χ ω ρ η τ ι κ ό τ η τ α.

2. Γιὰ τὴ χωρητικότητα μεταχειρίζονται ἰδιαίτερες μονάδες, τὸ χιλιόλιτρο μὲ τὶς μικρότερες μονάδες του, δηλ. τὸ ἑκατόλιτρο,



Εἰκ. 16.

τὸ δεκάλιτρο, τὴ λίτρα, τὸ δέκατο τῆς λίτρας, τὸ ἑκατοστὸ τῆς λίτρας καὶ τὸ χιλιοστὸ τῆς λίτρας·

3. Ἡ σχέση, ποὺ ἔχουν οἱ μονάδες τῆς χωρητικότητας μὲ τὶς μονάδες τοῦ ὄγκου, εἶναι

1 χλλ.	=	1	κ. μέτρο
1 ἑκλ.	=	100	κ. παλάμες
1 δκλ.	=	10	κ. παλάμες
1 λίτρα	=	1	κ. παλάμη
1 δέκατο τῆς λίτρας	=	100	κ. δάχτυλα
1 ἑκατοστὸ τῆς λίτρας	=	10	κ. δάχτυλα
1 χιλιοστὸ τῆς λίτρας	=	1	κ. δάχτυλο

ποὺ ἔχει μάκρος 48 μ. καὶ πλάτος 37,50. Πόσα κάρα θὰ κουβαλήσουν τὸν ἄμμο, ἂν τὸ καθένα χωρῇ τὰ 3)4 κμ.;

72. Κῆπος ἔχει μάκρος 12μ. καὶ πλάτος, 8μ. Χτίζουν τριγύρω του τοῖχο μὲ πάχος 0,30 μ. Τὰ θεμέλια τοῦ τοίχου πιάνουν 0,80 μ. βάθος καὶ τὸ ὕψος τοῦ τοίχου εἶναι 1,10 μ. Πόση ἐπιφάνεια τοῦ κήπου μένει μέσα στὸν τοῖχο; Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος ὅλου τοῦ τοίχου;

73. Πόσο μακρὺ θὰ εἶναι τὸ σκοινί, ποὺ θὰ δέσουν στὸ μάκρος καὶ στὸ πλάτος ἕνα δέμα, ποὺ ἔχει 0,70 μ. μάκρος, 0,40 μ. πλάτος καὶ 0,30 μ. πάχος, ἂν γιὰ τὸν κόμπο λογαριάσωμε 0,15 μ.; Τί ὄγκο ἔχει τὸ δέμα;

74. Σὲ χωράφι, ποὺ ἔχει 145,80 μ. μάκρος καὶ 89,60 μ. πλάτος, ἔρριξαν κοπριὰ ὡς 0,012 μ. πάχος. Πόσο κόστισε ἂν τὸ κμ. πουλιέται 4,50 δρχ.;

75. Πόσες λίτρες νερὸ χωρεῖ δεξαμενή, ποὺ ἔχει 2,40 μ. μάκρος, 1,85 μ. πλάτος καὶ 2,10 μ. βάθος;

76. Πόσο βάρος ἔχει μαρμαρένια πυραμίδα μὲ ὕψος 0,70 μ. καὶ μὲ βάση τρίγωνο, ποὺ ἔχει 1,39 μ. βάση καὶ 1,1 μ. ὕψος, ἂν ἡ κπ. ζυγίζῃ 2,8 χλγ.;

12. Μονάδες ὄγκου, χωρητικότητας καὶ βάρους.

1. Ἕνα δοχεῖο μιᾶς λίτρας ἔχει μέσα ὄγκο μιὰ κυβικὴ παλάμη. Αὐτὸ χωρεῖ ἕνα χιλιόγραμμο (κιλὸ) νερό, δηλ. 312 $\frac{1}{2}$ δράμια.

2. Ἡ σχέση, ποὺ ἔχουν, ἂν συγκρίνωμε τὶς μονάδες ὄγκου, χωρητικότητας καὶ βάρους, εἶναι :

Ὄγκος		Χωρητικότητα		Βάρος
1 κμ	=	1 χιλ. (1000 λ)	=	1 τόννος (1000 κιλὰ ἢ 780 ὀκ.)
$\frac{1}{10}$ κμ ἢ 100 κπλ	=	1 ἑκλ. (100 λ)	=	1 καντάρι (100 κιλὰ ἢ 78 ὀκ.)
$\frac{1}{100}$ κμ ἢ 10 κπλ	=	1 δκλ. (10 λ)	=	1 κανταράκι (10 κιλὰ ἢ 7,80 ὀκ.)
1 κπλ	=	1 λίτρα	=	1 χιλγ. (κιλὸ ἢ 312 $\frac{1}{2}$ (δράμια)
$\frac{1}{10}$ κπλ ἢ 100 κδ	=	$\frac{1}{10}$ λίτρας	=	1 ἑκγρ. (100 γρμ. ἢ 31,25 δρ.)
$\frac{1}{100}$ κπλ ἢ 10 κδ	=	$\frac{1}{100}$ »	=	1 δκγρ. (10 γρμ. ἢ 3,125 δρ)
1 κδ	=	$\frac{1}{1000}$ »	=	1 γρμ. (0,3125 δρ.)

3. Μ' αὐτὸν τὸν πίνακα εὔκολα μποροῦμε νὰ ξέρωμε πόσο νερὸ χωρεῖ ἕνα στερεὸ σῶμα κούφιο μὲ ὡρισμένο ὄγκο καὶ ποιὸς εἶναι ὁ ὄγκος ἑνὸς δοχείου, ὅταν ξέρωμε πόσο νερὸ χωρεῖ.

---

77. Σιδερένιο ραβδὶ μὲ πλάτος 0,033 μ. καὶ μὲ πάχος 0,0225 μ. κοστίζει 127 δρχ. Πόσο εἶναι τὸ μάκρος του, ἂν ἡ κπ. ζυγίζῃ 7,4 χλγ. καὶ ἂν τὸ χλγ. πουλιέται 3,50 δρχ.;

78. Σὲ δρόμο μὲ 692 μ. μάκρος καὶ 3,60 μ. πλάτος ρίχνουν χαλίκι πάχος 0,15 μ. Ὁ ἐργάτης γιὰ νὰ στρώσῃ τὰ χαλίκια ἔκαμε 37 μεροκάματα πρὸς 37,50 δρχ. τὴν ἡμέρα. Τὰ χαλίκια ἀγοράστηκαν 49 δρχ. τὸ κμ. Τί θὰ κοστίσῃ ὁ δρόμος; Πόσο θὰ κοστίσῃ ἄλλος δρόμος μὲ τὸ ἴδιο πλάτος καὶ 1 χλμ. μάκρος;

79. Χτίζουν τοῖχο μὲ ὕψος 1,50 μ. γύρω σὲ κῆπο, ποὺ ἔχει 58 μ. μάκρος καὶ 25 μ. πλάτος. Ὁ χτίστης πῆρε 185 δρχ. στὸ κ.μ. καὶ ὁ τοῖχος κόστισε 17882 δρχ. Πόσο εἶναι τὸ πάχος τοῦ τοίχου;

80. Γιὰ νὰ φτάσῃ ἡ θερμοκρασία τοῦ νεροῦ ἀπὸ 4 βαθμοὺς σὲ 100 βαθμοὺς τὸ καθαρὸ νερὸ αὐξάνει τὸν ὄγκο του κατὰ τὸ 1)24. Ποιὸς εἶναι ὁ ὄγκος 6 λιτρῶν νεροῦ σὲ 100 βαθμῶν θερμοκρασία;

81. Ἕνας σωρὸς ἀπὸ λάτες (στυλάρια) πουλήθηκε πρὸς 120 δρχ. τὸ κμ. Ποιὸ εἶναι τὸ μάκρος του, ἂν τὸ ὕψος τοῦ σωροῦ ἦταν 2 μ. καὶ τὸ πλάτος 1,10 μ.;

82. Σὲ 8,50 μ. μάκρος στοιβάζονται ξύλα μὲ πλάτος 1,32 μ. Σὲ πόσα μέτρα ὕψος θὰ φτάσῃ ὁ σωρὸς γιὰ νὰ γίνῃ 10 κμ.;

83. Ἀμπάρι μὲ 2,50 μάκρος καὶ 1,15 μ. πλάτος ἔχει σιτάρι ὡς 0,65μ. ὕψος. Πόσο κοστίζει τὸ σιτάρι πρὸς 43 δρχ. τὸ διπλὸ δεκάλιτρο (τὸ κμ =10 ἑκλ.)

13. Τὸ εἰδικὸ βάρος.

1. Ὅλα τὰ ὑγρὰ δὲν ἔχουν τὸ ἴδιο βάρος στὸν ἴδιο ὄγκο, γιατὶ ἄλλα εἶναι πυκνότερα καὶ ἄλλα ἀραιότερα. Πυκνότερο σῶμα εἶναι ἐκεῖνο, ποὺ μὲ ἴσο ὄγκο ζυγίζει περισσότερο βάρος.

Ἀλλ' οὔτε καὶ τὰ στερεὰ μὲ τὸν ἴδιο ὄγκο ἔχουν τὸ ἴδιο βάρος.

2. Γιὰ νὰ βροῦμε λοιπὸν τὸ βάρος τὰ συγκρίνωμε μὲ τὸ βάρος τοῦ νεροῦ, ποὺ ἔχει ἴσο ὄγκο ἢ μὲ τὸ βάρος τοῦ νεροῦ, ποὺ χωρεῖ μέσα σὲ μιὰ κυβικὴ παλάμη.

Ὁ ἀριθμός, ποὺ φανερώνει πόσες φορὲς εἶναι βαρύτερο ἢ λαφρότερο ἕνα στερεὸ ἢ ὑγρὸ ἀπὸ τὸ βάρος ἴσου ὄγκου νεροῦ, λέγεται **εἰδικὸ βάρος**.

3. Ἂν πάρωμε δοχεῖο μιᾶς κυβικῆς παλάμης, ποὺ χωρεῖ ἕνα κιλὸ νερό, καὶ ρίξωμε μέσα σ' αὐτὸ λάδι καὶ τὸ ζυγίσωμε, θὰ ἰδοῦμε πῶς τὸ λάδι δὲν ἔχει βάρος ἕνα κιλό, ἀλλὰ λιγώτερο. Ἂν ρίξωμε γάλα καὶ τὸ ζυγίσωμε, θὰ ἰδοῦμε ὅτι ζυγίζει περισσότερο

---

84. Θὰ σκεπάσουν τὴν ἐσωτερικὴ ἐπιφάνεια σεντουκιοῦ μὲ πανί. Τὸ σεντούκι ἔχει μάκρος 1,25 μ., πλάτος 0,92 μ. καὶ ὕψος 0,75 μ. Τὸ πανὶ εἶναι πλατὺ 1,20 μ. Τί θὰ δώσουν ἂν τὸ μ. τοῦ πανιοῦ πουλιέται 14 δρχ.; Ποιὸς εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ σεντουκιοῦ;

85. Θὰ βάψουν ὅλες τὶς ἕδρες (ἐκτὸς ἀπὸ τὴ βάση) κυβικοῦ βάθρου, ποὺ ἔχει ἀκμὴ 1,75 μ., πρὸς 13 δρχ. τὸ τμ. τί θὰ δώσουν; Ποιὸς εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ βάθρου;

86. Σὲ αὐλὴ τριγωνικὴ μὲ βάση 120 μ. καὶ ὕψος 48 μ. ἔρριξαν ἄμμο μὲ πάχος 0,05 μ. Πόσα κμ. ἄμμο ἔρριξαν;

87. Τὸ κμ. τῶν ξύλων ζυγίζει 500 ὀκάδες καὶ κοστίζει 135 δρχ. Πόσο θὰ πουλήσωμε τὶς 1000 ὀκάδες γιὰ νὰ κερδίσωμε 42,50 δρχ. στὸ κμ.;

88. Ξυλέμπορος ἀγοράζει 2000 φορτώματα ξύλα πρὸς 500 δρχ. τὰ 100 φορτώματα. Ἀπὸ τὰ 100 φορτώματα παίρνει 0,0075 κμ. σχίζες, ποὺ τὶς πουλεῖ 120 δρχ. τὸ κμ. Τὰ ἄλλα τὰ πουλεῖ πρὸς 5,25 δρχ. τὸ φόρτωμα. Τί κερδίζει;

89. Μιὰ βαλανιδιὰ μᾶς δίνει 3 κμ. ξύλα. Πόσα σανίδια θὰ γίνουν μὲ μῆκος 2,25 μ. μὲ πλάτος 0,26 μ. καὶ μὲ πλάτος 0,025 μ., ἂν τὸ 1)35 εἶναι τὰ πελεκούδια;

90. Ξυλέμπορος ἀγοράζει 6 διπλοσάνιδα μὲ ὄγκο 0,585 κμ. τὸ καθένα καὶ 12 σανίδια μὲ ὄγκο 0,250 κμ. τὸ καθένα. Τί πλέρωσε πρὸς 245 δρχ. τὸ κμ.;

91. Κάδος μὲ 2μ. μάκρος, 2 μ. πλάτος καὶ 3 μ. ὕψος εἶναι γεμάτος κρασί. Πόσο πουλήθηκε πρὸς 4,50 δρχ. τὴ λίτρα;

92. Νὰ βρῆτε τὸν ὄγκο τῆς κασετίνας σας.

93. Νὰ βρῆτε τὸν ὄγκο τοῦ δωματίου σας καὶ πόσες λίτρες ἀέρα χωρεῖ.

94. Ἀμπάρι μὲ 1,20 μ. μάκρος, μὲ 0,75 μ. πλάτος καὶ μὲ 0,40 μ. ὕψος εἶναι γεμάτο φασόλια ὡς τὰ 3)4. Τὰ φασόλια ἀγοράστηκαν 1080 δρχ. Πόσο κοστίζει ἡ λίτρα;

95. Ὅταν παγώσῃ τὸ νερὸ μεγαλώνει 0,075 ὁ ὄγκος του. Πόσα κ.μ. πάγο κάνουν μὲ 4 ἑκλ. νερό; Πόσες λίτρες νερὸ γίνονται ἀπὸ 0,0265 κμ. πάγο;

96. Βαρέλι ἀδειανὸ ζυγίζει 12 χλγ. Γεμίζουν τὸ 1)4 τοῦ βαρελιοῦ μὲ

ἀπὸ ἕνα κιλό. Ἔτσι μποροῦμε νὰ σχηματίσωμε κατάλογο καὶ γιὰ τὰ ὑγρὰ καὶ γιὰ τὰ στερεὰ σώματα, ποὺ δείχνει τὸ εἰδικὸ βάρος.

Ὁ κατάλογος αὐτὸς εἶναι :

Νερὸ (καθαρὸ)	1	κ. παλάμη	= 1,000	κιλὸ (χλγ).
σιτάρι	»	»	= 0,800	» »
πετρέλαιο	»	»	= 0,840	» »
λάδι	»	»	= 0,914	» »
βούτυρο	»	»	= 0,942	» »
οἰνόπνευμα (σπίρτο)	»	»	= 0,948	» »
κερὶ	»	»	= 0,950	» »
κρασὶ	»	»	= 0,985	» »
θαλασσινὸ νερὸ	»	»	= 1,020	» »
γάλα	»	»	= 1,030	» »
ἀλεύρι	»	»	= 1,035	» »
κάρβουνα	»	»	= 1,330	» »
ζάχαρη	»	»	= 1,660	» »
πέτρες	»	»	= 2,080	» »
γιαλὶ	»	»	= 2,480	» »
ἀλουμίνιο	»	»	= 2,500	» »
μάρμαρο	»	»	= 2,800	» »
σίδερο	»	»	= 7,750	» »
χαλκὸς (μπακίρι)	»	»	= 8,900	» »
ἀσήμι (ἄργυρος)	»	»	=10,500	» »
μολύβι	»	»	=11,350	» »
ὑδράργυρος	»	»	=13,594	» »
χρυσάφι (μάλαμα)	»	»	=19,370	» »

Δηλαδή, ὅπου χωρεῖ ἕνα χιλιόγραμμο νερό, χωροῦν μόνο 840 γραμμάρια πετρέλαιο, 914 γραμμ. λάδι, 2 χιλιόγραμμα καὶ 800 γραμμάρια μάρμαρο, 8 χλγ. καὶ 900 γραμμ. χαλκὸς καὶ 19 χλγ. καὶ 370 γραμμ. μάλαμα

λάδι. Καὶ τότε ζυγίζει 270 χλγ. Πόσο χωρεῖ τὸ βαρέλι; Πόσο κοστίζει τὸ λάδι τοῦ βαρελιοῦ, ἂν ἀγοράστηκε πρὸς 15 δρχ. ἡ λίτρα;

97. Δεξαμενὴ ἔχει μῆκος 2 μ., πλάτος 1,25 μ. καὶ βάθος 0,75 μ. Ἔχει μέσα νερὸ ἴσο μὲ τὰ 2)3 τῆς χωρητικότητάς της. Πόσο εἶναι τὸ βάρος τοῦ νεροῦ;

98. Ἄλλη στέρνα ἔχει μάκρος 4,20 μ. καὶ πλάτος 2,40 μ. Τὰ 2)3 παίρνουν 20160 λίτρες Πόσο εἶναι τὸ βάθος της.;

99. Σ' ἀποθήκη κυβικὴ μὲ ἀκμὴ 4,50 μ. ἔρριξαν 6 βαρέλια, ἀπὸ 225 λίτρες κρασὶ τὸ καθένα. Πόσο ὕψος ἔχει τὸ κρασὶ μέσα στὴν ἀποθήκη αὐτή;

100. Πόσες λίτρες νερὸ χωρεῖ τὸ 1 κμ, τὰ 3 κμ, τὰ 6 κμ. τὰ 4,25 κμ. τὰ 0,047 κμ, τὰ 0,043 κμ, οἱ 28 κπ, ἡ 1 κπ. οἱ 8 κπ, οἱ 475 κπ, οἱ 84725 κδ, οἱ 8752 κδ.

101. Πόσα κμ. εἶναι 47 δκλ., 782 ἑκλ. 1 ἑκλ., 1 δκλ., 3875 λ., 54λ. 274, 3 λ., 452,67 λ., 8 λ., 0,45 λ., 0,043 λ.

103. Πόσο κοστίζει α) 4 κμ. πετρέλαιο πρὸς 10 δρχ. τὴ λίτρα; β) 2 κμ. ἀσβέστη, πρὸς 4 δρχ. τὴ λίτρα;

14. Τὸ εἰδικὸ καὶ τὸ πραγματικὸ βάρος.

1. Τὸ εἰδικὸ βάρος στερεοῦ σώματος τὸ βρίσκομε ἔτσι:

Παίρνομε ἕνα δοχεῖο καὶ τὸ γεμίζομε ὡς τὰ χείλη μὲ νερό. Ρίχνομε μέσα στὸ δοχεῖο τὸ στερεὸ σῶμα, ποὺ θέλομε νὰ τοῦ βροῦμε τὸ εἰδικὸ βάρος. Ἀπὸ τὸ δοχεῖο θὰ χυθῆ νερό. Ζυγίζομε καὶ τὸ στερεὸ σῶμα καὶ τὸ νερό, ποὺ χύθηκε καὶ ἔπειτα διαιροῦμε τὸ βάρος τοῦ σώματος μὲ τὸ βάρος τοῦ νεροῦ, ποὺ χύθηκε. Τὸ πηλίκο ποὺ θὰ βροῦμε εἶναι τὸ εἰδικὸ βάρος τοῦ στερεοῦ.

2. Ὅταν γνωρίζωμε τὸν ὄγκο καὶ τὸ εἰδικὸ βάρος γιὰ νὰ βροῦμε τὸ πραγματικὸ βάρος πολλαπλασιάζομε τὸν ὄγκο μὲ τὸ εἰδικὸ βάρος.

3. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο διαιροῦμε τὸ πραγματικὸ τοῦ σώματος βάρος μὲ τὸ εἰδικὸ βάρος.

4. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ εἰδικὸ βάρος ἑνὸς σώματος διαιροῦμε τὸ πραγματικό του βάρος μὲ τὸν ὄγκο.

Σημ. Ὁ ὄγκος πάντοτε πρέπει νὰ λογαριάζεται σὲ κυβικὲς παλάμες (λίτρες).

γ) 2 καὶ 5)8 κμ. κρασὶ πρὸς 4,5 δρχ. τὴ λίτρα;

103. Πόσο ζυγίζει τὸ κμ. ὑδρογόνο, ἂν μιὰ λίτρα ὑδρογόνο ζυγίζη 0,08996 γρμ.

104. Γράψε τὶς ἀντίστοιχες μονάδες βάρους 1)2 λ., 1)2 δκλ., 1)2 ἑκλ, 2 δκλ., 0,3 λ., 0,10 λ.· 4,325 λ., 2 ἑκλ., 4,50 δκλ. 1,75 ἑκλ. 2,55 κμ.

105. Γράψε τὶς ἀντίστοιχες μονάδες ὄγκου: 3,6 χλγ., 0,075 χλγ.,3 1)2 γρμ., 4 τόννοι, 2,50 τόννοι.

106. Δοχεῖο ἄδειανὸ ζυγίζει 3 χλγ. Πόσο θὰ ζυγίζη ἂν βάλωμε στὸ δοχεῖο αὐτὸ α) 8 λίτρες νερό; β) 1 καὶ 1)2 δκλ. νερό;

107. Πόσο οἰνόπνευμα χωροῦν δοχεῖα 5 λ., 98 λ.,0,25 λ., 1 δκλ, 20,4 λ., καὶ 2,5 δκλ. (σὲ χιλιόγρ.)

108. Πόσο λάδι,πόσο γάλα, πόσο κρασί, πόσο πετρέλαιο, πόσο ὑδράργυρο, πόσο βούτυρο, πόσο ἀλεύρι χωροῦν στὰ ἴδια δοχεῖα; (σὲ ὀκάδες.)

109. Βαρέλι ἄδειανὸ ζυγίζει 24 4)5 χλγ. καὶ γεμάτο κρασὶ 242,6 χλγ. Τὸ εἰδικὸ βάρος τοῦ κρασιοῦ εἶναι 0,99. Πόσα κμ. εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ βαρελιοῦ;

110. Ἕνα κομμάτι μολύβι ζυγίζει 3,88125 χλγ. Τὸ νερὸ ποὺ ξετοπίζει ἔχει ὄγκο 0,000345 κμ. Ποιὸ εἶναι τὸ εἰδικὸ βάρος του;

111. Μαρμαρένια πλάκα ἔχει μάκρος 1,50 μ., πλάτος 0,85 μ. καὶ πάχος 0,04 καὶ ζυγίζει 13,79 χλγ. Ποιὸ εἶναι τὸ εἰδικὸ βάρος της;

112. Πέντε τενεκέδες τοῦ πετρελαίου γεμάτοι νερὸ ζυγίζουν 65 ὀκάδες.Ἂν γεμίσωμε τοὺς τενεκέδες αὐτοὺς α') μὲ λάδι· β')μὲ γάλα· γ') μὲ οἰνόπνευμα· γ) μὲ πετρέλαιο· ε') μὲ κρασί,πόσο θὰ ζυγίζουν τότε μὲ τὸ καθένα ἀπὸ τὰ πέντε ὑγρὰ αὐτά;

113. Ἕνα βαρέλι, ὅπου χωροῦν 262 ὀκάδες νεροῦ τὸ γεμίζομε μὲ οἰνόπνευμα· πόσες ὀκάδες οἰνόπνευμα παίρνει;

114. Ἕνας κύβος μὲ ἀκμὴ 2,5 μέτρα πόσα χιλιόγραμμα ζυγίζει ἂν εἶναι ἀπὸ ξύλα; β) ἂν εἶναι ἀπὸ πέτρες· γ') ἂν εἶναι ἀπὸ μάρμαρο;

115. Ἔχομε ἕνα ὀρθὸ τετραγωνικὸ πρῖσμα ἀπὸ τενεκὲ μὲ πλευρὰ τῆς βάσης 0,38 μ. καὶ ὕψος 0,45. Πόσο ζυγίζει γεμάτο: α') ἀπὸ σιτάρι· β') ἀπὸ βούτυρο· γ') ἀπὸ κερὶ δ') ἀπὸ ἀλεύρι καὶ ε') ἀπὸ ζάχαρη;

116. Μιὰ πυραμίδα τετραγωνικὴ μὲ πλευρὰ στὴ βάση 0,75 μ. καὶ ὕψος

15. Τὰ εἰδικὰ βάρη κι ὁ Ἀρχιμήδης.

Πρῶτος ὁ ἀρχαῖος Ἕλληνας γεωμέτρης, ὁ Ἀρχιμήδης, βρῆκε τὰ εἰδικὰ βάρη τῶν διαφόρων σωμάτων ἀπὸ τὴν ἀκόλουθη ἀφορμή.

Ὁ τότε τύραννος τῶν Συρακουσῶν Ἱέρωνας, συγγενὴς μὲ τὸν Ἀρχιμήδη, εἶχε παραγγείλει στὸ χρυσοχόο του νὰ τοῦ κατασκευάση ἕνα στεφάνι, ποὺ θὰ τὸ φοροῦσε ὁ Ἱέρωνας ἅμα θὰ γιόρταζε τὴ νίκη, ποὺ εἶχε κερδίσει τοὺς Ὀλυμπιακοὺς ἀγῶνες τὸ ἅρμα του.

Ὁ χρυσοχόος τοῦ κατασκεύασε ἕνα ὡραιότατο στεφάνι, ἀπὸ τὸν καθαρὸ χρυσό, ποὺ τοῦ εἶχε δώσει ὁ Ἱέρωνας. Ὁ τύραννος ὅμως εἶχε τὴν ὑποψία, πὼς ὁ χρυσοχόος ἔκλεψε μέρος τοῦ χρυσοῦ καὶ στὸν τόπο του εἶχε βάλει ἄλλο μέταλλο. Μποροῦσε νὰ λειώση τὸ στεφάνι γιὰ νὰ καταλάβη ἂν ἦταν ὅλο ἀπὸ χρυσό, ἀλλὰ δὲν ἤθελε νὰ χαλάση τὸ ὡραῖο ἐκεῖνο στεφάνι

Φώναξε λοιπὸν τὸν Ἀρχιμήδη καὶ τοῦ παράγγειλε νὰ βρῆ ἂν τὸ στεφάνι ἦταν ὅλο ἀπὸ καθαρὸ χρυσὸ ἢ εἶχε καὶ ἄλλο μέταλλο. Φυσικὰ τὸ στεφάνι εἶχε πραγματικὸ βάρος τόσο, ὅσο εἶχε καὶ τὸ χρυσάφι, ποὺ ὁ Ἱέρωνας εἶχε δώσει στὸ χρυσοχόο. Πολὺν καιρὸ ὁ Ἀρχιμήδης βασανίστηκε γιὰ νὰ βρῆ τὸ πρόβλημα, ποὺ τοῦ ἔθεσε ὁ Ἱέρωνας, χωρὶς νὰ κατορθώση τίποτε. Ὁ Ἱέρωνας τοῦ εἶχε παραγγείλει νὰ μὴν τυχὸν καὶ πειράξη καθόλου τὸ στεφάνι.

Δὲν ἔπαυε νὰ συλλογίζεται πὼς θὰ κατορθώση νὰ βρῆ ὅτι τοῦ ζητοῦσε ὁ Ἱέρωνας, ὅταν μιὰ μέρα ἐκεῖ ποὺ λουζόταν στὸ λουτρὸ τῆς πόλης, παρατήρησε ὅτι μέσα στὸ νερὸ τὸ σῶμα του γινόταν πολὺ λαφρότερο.

Ἀμέσως πετάχτηκε ἔξω ἀπὸ τὸ λουτῆρα, βγῆκε ὅπως ἦταν γυμνὸς στοὺς δρόμους κι ἔτρεξε στὸ σπίτι του φωνάζοντας στὸ δρόμο μὲ χαρά: «Εὕρηκα ! Εὕρηκα !»

Καί, ἀλήθεια, εἶχε βρῆ τὸ φυσικὸ νόμο, ὅτι κάθε σῶμα, ποὺ βυζίζεται μέσα στὸ νερό, χάνει τόσο ἀπὸ τὸ βάρος του, ὅσο βάρος ἔχει τὸ νερό, ποὺ διώχνει.

Βρῆκε τὸ εἰδικὸ βάρος τοῦ χρυσοῦ (19,370) καὶ παρετήρησε ὅτι τὸ εἰδικὸ βάρος τοῦ στεφανιοῦ δὲν ἦταν τὸ ἴδιο· τὸ στεφάνι εἶχε μικρότερο εἰδικὸ βάρος· δὲν ἦταν λοιπὸν ἀπὸ καθαρὸ χρυσό. Ὕστερα ἀπὸ δοκιμὲς πολλές, βρῆκε τὰ εἰδικὰ βάρη καὶ ἄλλων μετάλλων καὶ στὸ τέλος βρῆκε ὅτι γιὰ νὰ ἔχη τὸ στεφάνι τὸ εἰδικὸ βάρος, ποὺ ἔδειχνε, ἔπρεπε νὰ εἶχε κατασκευαστῆ ἀπὸ χρυσὸ καὶ ἀπὸ ἀσήμι, Καὶ βρῆκε ἀκόμη, πόσο χρυσὸ κράτησε ὁ χρυσοχόος καὶ τὸ ἀντικατάστησε μὲ ἀσήμι.

1,18 μ. ἂν εἶναι ἀπὸ πέτρα συνηθισμένη πόσο ζυγίζει; Πόσο θὰ ζυγίζη, ἂν εἶναι καμωμένη α΄) ἀπὸ γιαλί, β΄) ἀπὸ μάρμαρο καὶ γ΄) ἀπὸ μολύβι;

117. Ἕνα κυβικὸ κουτὶ μὲ ἀκμὴ 1,24 μ. πόσες ὀκάδες θαλασσινὸ νερὸ παίρνει μέσα; Πόσες ὀκάδες γάλα παίρνει;

118. Μιὰ ἀποθήκη μὲ σχῆμα ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο, ποὺ ἔχει βάση 214 τμ. καὶ ὕψος 3,75 μ. πόσο κάρβουνο χωρεῖ μέσα;

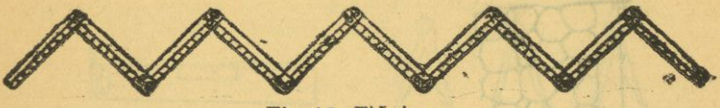
119. Ἕνας κύβος μὲ πλευρὰ 0,15 μ. πόσο ζυγίζει, ἂν εἶναι καμωμένος α΄) ἀπὸ γιαλί, β΄) ἀπὸ ἀλουμίνιο, γ΄) ἀπὸ σίδερο· δ΄) ἀπὸ χαλκὸ καὶ ε΄) ἀπὸ μολύβι;

120. Ἔχομε ἕνα ὀρθογώνιο πρῖσμα μὲ ὕψος 0,15 μ. πλάτος 0,18 καὶ μάκρος 0,25 καμωμένο ἀπὸ ἀσήμι καὶ μιὰ πυραμίδα τριγωνικὴ μὲ βάση 0,0050 τμ. καὶ ὕψος 0,18 μ. ἀπὸ χρυσό. Ποιὸ ἀπὸ τὰ δυὸ ζυγίζει περισσότερο καὶ πόσο;

121. Ἔχομε ἕνα γαλόνι γιάλινο, ποὺ παίρνει μέσα 5 λίτρες κρασί. Ἂν ἀντὶ κρασιοῦ τὸ γεμίσωμε μὲ ὑδράργυρο, πόσο θὰ ζυγίζη παραπάνω;

16. Γεωμετρικὰ ὄργανα.

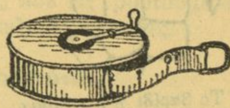
1. Τὰ ὄργανα, ποὺ μᾶς χρησιμεύουν γιὰ νὰ γράφωμε εὐθεῖες γραμμές, εὐθύγραμμα σχήματα, γωνίες κλπ. ἢ γιὰ νὰ κατα-



Εἰκ. 17. Τὸ μέτρο.

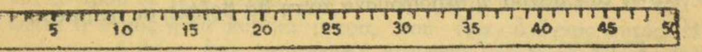
σκευάσωμε στερεὰ καὶ γεωμετρικὰ σχήματα καὶ νὰ τὰ μετρήσωμε εἶναι: 1) ἡ ρίγα· 2) ὁ γνώμονας· 3) οἱ ξύλινες γωνίες· 4) τὸ ταῦ· 5) τὰ ἀλφάδια· 6) τὸ βαρίδι· 7) τὸ μοιρογνωμόνιο· 8) τὸ μέτρο καὶ οἱ διαιρέσεις του· 9) ἡ κορδέλλα καὶ 10) ὁ διαβήτης· τὰ περισσότερα ἀπὸ τὰ ὄργανα αὐτὰ τὰ ξέρομε ἀπὸ πέρσι.

Εἰκ. 18. Γωνιόμετρο.



Εἰκ. 19. Ἡ κορδέλα.

2. Εἶδος ἀλφαδιοῦ εἶναι καὶ τὸ ἀεραλφάδι, ποὺ εἶναι πιὸ εὐκολομεταχείριστο ἀπὸ τὸ συνηθισμένο ἀλφάδι. Τὸ ἀεραλφάδι εἶναι



Εἰκ. 20. Ἡ ρίγα.

μιὰ κασετίνα στενὴ μὲ μικρὸ ἄνοιγμα ἀπ' ἐπάνω, ποὺ φτάνει στὰ πλάγια ὥς τὴ μέση τῆς πλαγινῆς πλευρᾶς τῆς κασετίνας. Ἀπὸ τὸ ἄνοιγμα αὐτὸ φαίνεται ὁ σωλῆνας, ποὺ ἔχει μέσα ἡ κασετίνα. Ὁ σωλῆνας αὐτὸς κλειστὸς καὶ ἀπὸ τὶς δυὸ ἄκρες εἶναι γεμάτος μὲ νερὸ χρωματιστὸ (θαλασσὶ ἢ ἀνοιχτὸ πράσινο χρῶμα), ὄχι ὅμως ὅλως διόλου. Ἀφήνει ἕνα μικρὸ μέρος ἄδειο ἀπὸ νερό,

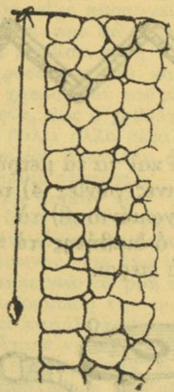
122. Σὲ ἕνα δοχεῖο γιάλινο, μὲ σχῆμα τριγωνικοῦ πρίσματος, ποὺ ἔχει βάση ἴση μὲ 0,08 τμ. καὶ ὕψος 1,25 μ. βάζομε 6 χλγρ. ὑδράργυρο· 18 χλγρ. νερὸ καὶ 8 χιλγρ. λάδι· σὲ ποιὰ σειρὰ θὰ κατακαθίσουν τὰ σώματα αὐτά; Σὲ πόσο ὕψος θὰ φτάσῃ τὸ καθένα τους; Πόσο τόπος θὰ μείνῃ ἄδειος;

123. Ἕνας κύβος ἀπὸ σίδερο μὲ ἀκμὴ 0,15 μ. εἶναι βαρύτερος ἀπὸ ἕνα χάλκινο τετραγωνικὸ πρῖσμα μὲ πλευρὰ τῆς βάσης 0,12 μ. καὶ ὕψος 0,28 ἢ λαφρότερος;

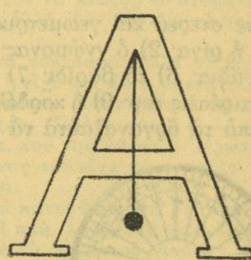
124. Ἕνα σιδερένιο δοχεῖο παίρνει μέσα 456 ὀκάδες γάλα· πόσες ὀκάδες ἀλεύρι θὰ πάρῃ ἢ πόσες ὀκάδες ζάχαρη;

125. Ἕνας χρυσοχόος γιὰ νὰ κατασκευάσῃ κοσμήματα ἀνακάτωσε 3 λίτρες χρυσό, 1,500 λ. ἀσήμι καὶ 2,250 λίτρες χαλκό. Πόσο βάρος θὰ ἔχῃ ἡ μιὰ λίτρα τοῦ μείγματος αὐτοῦ;

πού, ἅμα βάλωμε τὴν κασετίνα ἐπάνω σὲ ἕνα ὁριζοντιο ἐπίπεδο, φαίνεται στὴ μέση τοῦ σωλήνα, σὰ μιὰ φούσκα ἀπὸ ἀέρα. Ἂν τὸ ἐπίπεδο δὲν εἶναι ὁριζόντιο, ἀλλὰ γέρνει, ἡ ἀερόφουσκα φεύ-

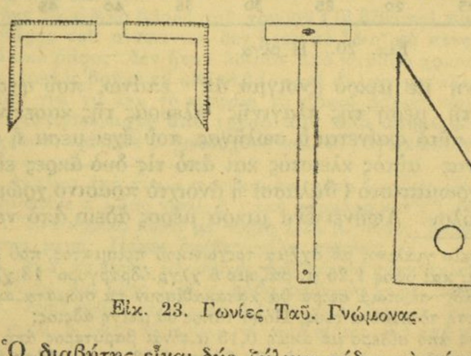


Εἰκ. 21. Τὸ βαρίδι ἢ ἡ στάθμη.



Εἰκ. 22. Ἀλφάδι.

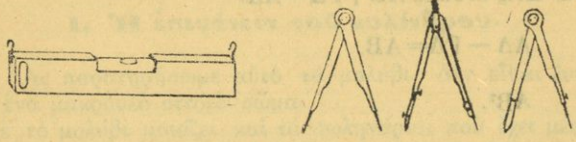
γει στὴν ἀντικρινὴ μεριὰ τοῦ σωλήνα καὶ ἔτσι καταλαιβαίνομε ἂν τὸ ἐπίπεδο γέρνει καὶ δὲν εἶναι ὁριζόντιο καὶ πόσο γέρνει. Ἂν δὲ γέρνη τὸ ἐπίπεδο, ἡ ἀερόφουσκα αὐτὴ θὰ βρίσκεται στὴ μέση.



Εἰκ. 23. Γωνίες Ταῦ. Γνώμονας.

3. Ὁ διαβήτης εἶναι δύο ξύλινα πόδια μὲ μύτη στὴ μιά τους ἄκρη σουβλερή, βιδωμένα ἀπὸ τὴν ἄλλη ἄκρη ἔτσι ποὺ ν' ἀνοίγουν καὶ νὰ κλείνουν εὔκολα, ὅσο χρειαζόμαστε. Μὲ τὸ διαβήτη μετροῦμε εὐθεῖες ἂν εἶναι ἴσες, κάνομε πρόσθεση ἢ ἀφαίρεση εὐθειῶν, βρίσκομε τὸ ἄνοιγμα τῶν γωνιῶν καὶ γράφομε καμπυλωτὲς γραμμὲς καὶ κύκλους, κρατῶντας τὴ μιά του ἄκρη ἀκίνητη

καὶ γυρίζοντας τὴν ἄλλη ἀνάλογα μὲ τὴν καμπυλωτὴ γραμμή, ποὺ θέλομε νὰ κατασκευάσωμε.



Εἰκ. 24. Ἀεραλφάδι—Διαβῆτες.

Γι' αὐτό, ἂν γράφωμε στὸν πίνακα, μεταχειριζόμαστε διαβήτη, ποὺ ἔχει βαλμένη στὴ μιά του ἄκρη κιμωλία· ἂν γράφωμε στὸ τετράδιό μας μεταχειριζόμαστε διαβήτη, ποὺ ἔχει στὴν ἄκρη του αὐτὴ μολύβι ἢ μικρὲς χάλκινες ἄκρες, ποὺ τὶς βουτοῦμε στὴ μελάνη καὶ μ' αὐτὲς γράφονται οἱ καμπυλωτὲς γραμμές.

17. Γεωμετρικοὶ τύποι.

1. Γιὰ συντομία στὴ Γεωμετρία μερικὲς λέξεις ἢ καὶ τὰ ποσά, ποὺ φανερώνουν, τὰ γράφομε μόνο μὲ τὸ ἀρχικό τους γράμμα κεφαλαῖο ἢ μικρό. Ἔτσι Ε γράφεται ἡ ἐπιφάνεια ἢ τὸ ἐμβαδὸ καὶ τὸ ποσὸ σὲ τετρ. μέτρα, ποὺ ἔχει ἡ ἐπιφάνεια. Μὲ ἕνα Ο γράφεται ὁ ὄγκος ἢ τὰ κυβικὰ μέτρα, ποὺ ἔχει ὁ ὄγκος αὐτός. Β γράφεται ἡ βάσις ἑνὸς σχήματος ἢ σώματος καὶ Υ τὸ ὕψος. Μὲ ἕνα 2 μικρὸ γράφεται τὸ τετράγωνο καὶ μὲ ἕνα 3 μικρὸ στὰ δεξιὰ ἐπάνω σὲ ἕνα ποσό, γράφεται ὁ κύβος του, πρβ. AB^2 ἢ AB^3 φανερώνει τὸ τετράγωνο, ποὺ ἔχει πλευρὰ τὴν ΑΒ καὶ ὁ κύβος, ποὺ ἔχει ἀκμὴ τὴν ἴδια εὐθεῖα.

2. Ἅμα μεταχειριζόμαστε τὶς συντομίες αὐτὲς γιὰ νὰ φανερώσωμε τὴ σχέση, ποὺ ἔχουν τὰ ποσὰ αὐτὰ ἀναμεταξύ τους ἢ τὶς ἀριθμητικὲς πράξεις, ποὺ πρέπει νὰ γίνουν σ' αὐτά, σχηματίζομε ἕνα γεωμετρικὸ τύπο.

3. Γιὰ σημεῖο τοῦ πολλαπλασιασμοῦ στοὺς γεωμετρικοὺς τύπους μεταχειριζόμαστε τὴν τελεία ἢ καὶ δὲ βάζομε κανένα σημεῖο, ἅμα ἔχομε ἀριθμὸ καὶ συντομία· ἔτσι 2 ΑΒ σημαίνει δυὸ φορὲς τὸ ΑΒ. Καὶ ΓΔ· ΕΖ σημαίνει τὸ γινόμενο, ποὺ θὰ βροῦμε ἅμα πολλαπλασιάσωμε τὴ ΓΔ μὲ τὴν ΕΖ.

4. Γιὰ τὴ διαίρεση πολὺ συχνὰ στοὺς γεωμετρικοὺς τύπους μεταχειριζόμαστε τὴ γραμμὴ τοῦ κλάσματος· ἔτσι $\frac{AB}{3}$ σημαίνει τὸ πηλίκο, ποὺ βρίσκομε (εὐθεῖα), ἅμα τὴν εὐθεῖα ΑΒ τὴ διαιρέσωμε σὲ 3 ἴσα μέρη.

5. Οἱ συνηθέστεροι γεωμετρικοὶ τύποι σὲ ὅσα εἴδαμε ὡς τώρα εἶναι οἱ ἀκόλουθοι:

α) Στὶς εὐθεῖες $ΑΒ+ΓΔ=ΑΔ$.

$ΑΔ-ΓΔ=ΑΒ$.

$ΑΒ^2$.

$ΑΒ^3-21+13$ κλπ.

β) Στὶς ἐπιφάνειες:

τετράγωνο: $Ε=ΑΒ^2$

ὀρθογώνιο, παραλληλόγραμμο: $Ε=ΒΥ$.

τρίγωνο $Ε=\frac{ΒΥ}{2}$

τραπέζιο: $Ε=\frac{Β+β}{2}Υ$ (β εἶναι ἡ μικρὴ βάση)

γ) Στὰ στερεά:

Κύβος ὁλ. $Ε=6\ ΑΒ^2$ καὶ $Ο=ΑΒ^3$.

Πρῖσμα τετραγωνικό: $Ε=4\ ΑΒ.Υ+ΑΒ^2$ καὶ $Ο=ΒΥ$

πυραμίδα: $10=\frac{ΒΥ}{3}$

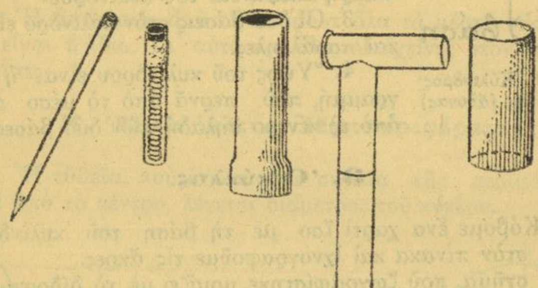
τετράεδρα κανονικὰ $Ε=4Β$. $Ο=\frac{ΒΥ}{2}$ κ.λ.π.

Β΄. Ο ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ

1. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου·

1. Ἂς παρατηρήσωμε αὐτὸ τὸ μολύβι· Δὲν εἶναι ξυμένο· Εἶναι ἕνα μακρουλὸ στερεὸ σῶμα·

Μὲ τὸ μολύβι μοιάζει καὶ τὸ σωληνάριο, ποὺ ἔχει μέσα τὰ κουφέτα τοῦ κινίνου· Καὶ αὐτὸ εἶναι στερεὸ σῶμα μὲ τὴ διαφορὰ πὼς μέσα εἶναι κούφιο καὶ μονάχα ἀπὸ τὴ μιὰ ἄκρη κλειστό·



Εἰκ. 25. Κυλινδρικὰ ἀντικείμενα - Κύλινδρος.

Σὰν τὸ σωληνάριο εἶναι οἱ νεροσωλῆνες, ποὺ εἶναι καὶ οἱ δυό τους ἄκρες ἀνοιχτές, τὰ μπουριὰ τῆς θερμάστρας, μερικὰ μακρουλὰ κουτιὰ καὶ ἄλλα. Ὅλα αὐτὰ τὰ σώματα εἶναι κυλινδρικὰ καὶ τὸ στερεὸ σῶμα, ποὺ εἶναι ὅμοιο μὲ αὐτά, λέγεται κ ύ λ ι ν δ ρ ο ς.

2. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἀποτελεῖται ἀπὸ τρία μέρη, ἀπὸ τὶς δυὸ ἄκρες κι ἀπὸ τὴν ἐπιφάνεια ποὺ εἶναι ἀνάμεσα·

3. Οἱ ἐπιφάνειες, ποὺ εἶναι στὶς ἄκρες εἶναι ἐ π ί π ε δ ε ς ἐπιφάνειες· Ἡ ἐπιφάνεια ὅμως, ποὺ εἶναι ὁλόγυρα στὸν κύλινδρο, ἀπὸ τὴ μιὰ ἐπίπεδη ἐπιφάνεια ὡς τὴν ἄλλη ἐπίπεδη, εἶναι κ υ ρ τ ὴ (καμπουρωτὴ) ἐπιφάνεια (Εἰκ· 25)·

---

126. Σημειῶστε μερικὰ κυλινδρικὰ σώματα.

127. Πόσες ἐπιφάνειες ἔχει ὁ κύλινδρος; Πῶς λέγονται οἱ ἐπίπεδες ἐπιφάνειές του; Πῶς ἀλλοιῶς λέγεται τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου;

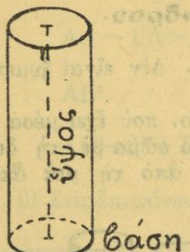
128. Τί λέγεται κύκλος καὶ τί περιφέρεια τοῦ κύκλου;

129. Πόσα κέντρα ἔχει ὁ κύκλος καὶ πόσες ἀχτῖνες;

130. Ποιὰ γραμμὴ μετρᾶ τὴν ἀπόσταση τοῦ κέντρου ἀπὸ τὴν περιφέρεια καὶ ποῦ βρίσκεται τὸ κέντρο τοῦ κύκλου;

2. Βάση καὶ ὕψος τοῦ κυλίνδρου.

1. Ὁ κύλινδρος μπορεῖ νὰ στηριχτῇ σὲ ὁποιανδήποτε ἀπὸ τὶς τρεῖς ἐπιφάνειες. Καλύτερα ὅμως στηρίζεται στὴ μιὰ ἀπὸ τὶς δυὸ ἐπίπεδες ἐπιφάνειες, γιατὶ ἂν στηριχτῇ στὴν κυρτὴ ἐπιφάνεια πολὺ εὔκολα κατρακυλᾶ, ἂν ἡ ἐπιφάνεια ποὺ τὸν στηρίζομε εἶναι πλάγια. Ὥστε βάση στὸν κύλινδρο χρησιμεύει ἡ μιὰ ἀπὸ τὶς δυὸ ἐπίπεδες ἐπιφάνειες.



Εἰκ. 26. Κύλινδρος· βάση, ὕψος (ἄξονας).

2. Ἡ κυρτὴ ἐπιφάνεια ἀποτελεῖ τὴν παράπλευρη ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου.

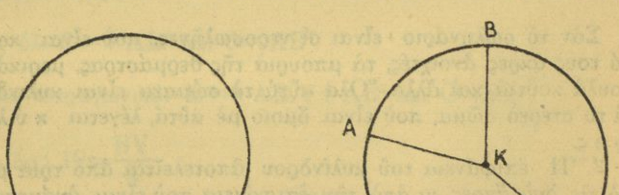
3. Οἱ δυὸ βάσεις στὸν κύλινδρο εἶναι ἴσες καὶ παράλληλες.

4. Ὕψος τοῦ κυλίνδρου εἶναι ἡ εὐθεῖα γραμμή, ποὺ περνᾶ ἀπὸ τὸ μέσο ἀκριβῶς, ἀπὸ τὸ κέντρο δηλαδή, τῶν δύο βάσεων.

3. Ὁ κύκλος.

1. Κόβομε ἕνα χαρτὶ ἴσο μὲ τὴ βάση τοῦ κυλίνδρου, τὸ βάνομε στὸν πίνακα καὶ ἰχνογραφοῦμε τὶς ἄκρες.

Τὸ σχῆμα, ποὺ ζωγραφίστηκε, μοιάζει μὲ τὸ δίδραχμο, μὲ τὴ δραχμὴ καὶ μὲ τὰ ἄλλα μεταλλικὰ νομίσματα καὶ λέγεται κύκλος.



Εἰκ. 27. Κύκλος. Κύκλος μὲ ἀχτῖνες καὶ κέντρο.

2. Ὁ κύκλος δὲν τελειώνει ὁλόγυρα σὲ εὐθεῖες γραμμές, ἀλλὰ σὲ μιὰ μονάχα γυριστὴ καμπύλη γραμμή. Τὴ γραμμὴ αὐτὴ τὴ λέμε **π ε ρ ι φ έ ρ ε ι α** καὶ κάνει τὸ γῦρο τοῦ κύκλου.

3. Ἡ **περιφέρεια** μοιάζει σὰν τὸ στεφάνι τοῦ βαρελιοῦ, σὰν τὸ τσέρκι τοῦ παιγνιδιοῦ, σὰν τὸν τροχὸ τοῦ ἁμαξιοῦ.

4. Τὸ κέντρο καὶ ἡ ἀχτίνα.

1. Ὁ κύκλος εἶναι μιὰ ἐπιφάνεια· Ὁ γῦρος του εἶναι ἡ περιφέρεια.

2. Στὴ μέση τοῦ κύκλου ὑπάρχει ἕνα σημεῖο, ποὺ ἡ ἀπόστασή του ἀπ᾿ ὅλα τὰ μέρη τῆς περιφέρειας εἶναι ἡ ἴδια.

Τὸ σημεῖο αὐτὸ λέγεται κ έ ν τ ρ ο.

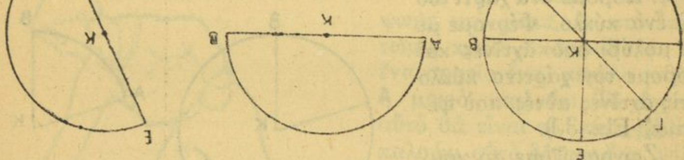
3. Ἀπὸ τὸ κέντρο φέρνομε τρεῖς εὐθεῖες στὴν περιφέρεια. Δοκιμάζομε μὲ τὸ μέτρο καὶ βρίσκομε πὼς καὶ οἱ τρεῖς εὐθεῖες ΑΚ, ΒΚ καὶ ΓΚ εἶναι ἴσες·

4. Ἡ εὐθεῖα ποὺ ἑνώνει τὸ κέντρο μὲ ἕνα σημεῖο τῆς περιφέρειας λέγεται ἀ χ τ ῖ ν α. (Εἰκ. 27 β).

5. Ἡ ἀπόσταση ἀπὸ τὸ κέντρο σ᾿ ὅλα τὰ μέρη τῆς περιφέρειας εἶναι ἡ ἴδια. Γι᾿ αὐτὸ καὶ ὅλες οἱ ἀχτῖνες στὸν ἴδιο κύκλο εἶναι ἴσες.

5. Ἡμικύκλιο. Ἡμιπεριφέρεια.

1. Ἡ εὐθεῖα, ποὺ ἑνώνει δυὸ σημεῖα τῆς περιφέρειας καὶ περνᾶ ἀπὸ τὸ κέντρο, λέγεται διάμετρος τοῦ κύκλου.



Εἰκ. 28. Διάμετρος - Ἡμικύκλιο - Ἡμιπεριφέρεια.

2. Κάθε διάμετρος εἶναι ἴση μὲ δυὸ ἀχτῖνες. Καὶ ἐπειδὴ ὅλες οἱ ἀχτῖνες στὸν ἴδιο κύκλο εἶναι ἴσες, εἶναι κι οἱ διάμετρες ἴσες.

3. Κάθε διάμετρος χωρίζει τὸν κύκλο σὲ δυὸ κομμάτια. Τὸ καθένα ἀπ᾿ αὐτὰ λέγεται ἡμικύκλιο.

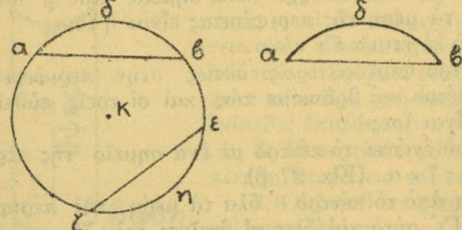
4. Παίρνομε ἕνα χάρτινο κύκλο ἴσο μὲ τὸ μεταλλικὸ τάλληρο. Διπλώνομε τὸ χάρτινο κύκλο στὴ μέση καὶ τὸν χωρίζομε. Βάνομε κατόπι τὸ ἕνα κομμάτι ἐπάνω στ᾿ ἄλλο. Παρατηροῦμε πὼς τὰ δυὸ αὐτὰ κομμάτια εἶναι ἴσα· τὸ καθένα εἶναι ἡμικύκλιο. Ἡ διάμετρος λοιπὸν χωρίζει τὸν κύκλο σὲ δυὸ ἴσα ἡμικύκλια.

5. Ἡ διάμετρος χωρίζει καὶ τὴν περιφέρεια σὲ δυὸ ἴσα κομμάτια. Τὸ καθένα ἀπ᾿ αὐτὰ λέγεται ἡ μ ι π ε ρ ι φ έ ρ ε ι α. (Εἰκ. 28).

6. Ἡ χορδή, τόξο, τομέας, τμῆμα.

1. Ἡ εὐθεῖα, ποὺ ἑνώνει δυὸ σημεῖα τῆς περιφέρειας, χωρὶς νὰ περνᾶ ἀπὸ τὸ κέντρο, λέγεται χ ο ρ δ ή.

2. Ἡ χορδὴ χωρίζει τὸν κύκλο σὲ δυὸ ἄνισα μέρη (αβ, ζε).



Εἰκ. 29. Χορδὲς κύκλου· τμῆμα.

3. Τὸ κομμάτι, ποὺ κόβει ἀπὸ ἕναν κύκλο ἡ χορδὴ λέγεται τ μ ῆ μ α.

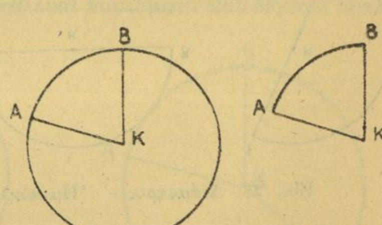
4. Τὸ τμῆμα ἔχει δυὸ γραμμές. Ἡ μιὰ γραμμή, ἡ εὐθεῖα, εἶναι ἡ χορδὴ καὶ ἡ ἄλλη, ἡ καμπύλη, τὸ κομμάτι τῆς περιφέρειας, ποὺ ἔκοψε ἡ χορδή. (Εἰκ. 29).

5. Ἡ χορδὴ χωρίζει καὶ τὴν περιφέρεια σὲ δυὸ ἄνισα μέρη.

6. Τὸ κομμάτι τῆς περιφέρειας, ποὺ κόβει ἡ χορδή, λέγεται τ ό ξ ο. Τὸ τόξο εἶναι γραμμὴ καμπύλη.

7. Ὅταν γράψωμε πολλὰ τόξα στὸν πίνακα ἢ στὸ χαρτὶ γιὰ νὰ τὰ διακρίνωμε τὸ ὀνομάζομε μὲ τρία γράμματα τοῦ ἀλφαβήτου ποὺ τὰ βάζομε τὰ δυὸ στὶς ἄκρες ὅπως κάνωμε καὶ γιὰ τὶς γραμμὲς καὶ τὸ ἕνα στὴ μέση τοῦ τόξου. (αδβ, ζεη Εἰκ. 29).

8. Κόβομε ἕνα χαρτὶ ἴσο μὲ ἕνα κύκλο. Φέρνομε μὲ τὸ μολύβι δυὸ ἀχτῖνες καὶ κόβομε τὸν χάρτινο κύκλο στὶς ἀχτῖνες αὐτές, ποὺ φέραμε. (Εἰκ. 30).



Εἰκ. 30. Κύκλος καὶ κυκλικὸς τομέας.

Ζωγραφίζομε τὸ κομμάτι αὐτὸ στὸν πίνακα.

Τὸ κομμάτι κλείνεται ἀπὸ τρεῖς γραμμές, τὶς δυὸ ἀχτῖνες ΑΚ καὶ ΒΚ καὶ τὸ τόξο ΑΒ. Τὸ κομμάτι αὐτὸ τὸ λέμε κυκλικὸ τ ο μ έ α.

---

131. Τί λέγεται διάμετρος τοῦ κύκλου; Πόσες διάμετρες ἔχει ἕνας κύκλος; Γιατὶ οἱ ἀχτῖνες καὶ οἱ διάμετρες τοῦ ἴδιου κύκλου εἶναι ἴσες;

132. Σὲ τί χωρίζει ἡ διάμετρος τὸν κύκλο καὶ τὴν περιφέρειά του;

133. Ποιὰ γραμμὴ εἶναι χορδὴ κύκλου καὶ πῶς λέγεται τὸ μέρος τοῦ κύκλου, ποὺ κόβει μιὰ χορδή; Σ' ἕνα κύκλο ποιὰ εἶναι ἡ μεγαλύτερη χορδή;

134. Ἕνα κομμάτι τῆς περιφέρειας πῶς λέγεται; Χώρισε ἀπὸ μιὰ περιφέρεια 3 κομμάτια καὶ ὀνόμασέ τα.

135. Ποιὰ γραμμὴ χωρίζει σὲ δυὸ ἴσα τόξα τὴν περιφέρεια καὶ πῶς λέγονται τὰ τόξα αὐτά;

7. Ἐπίκεντρη γωνία—Ἐφαπτομένη κύκλου.

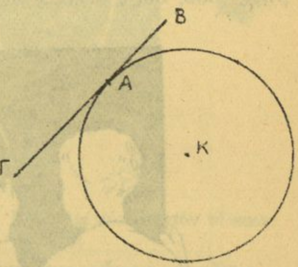
1. Στὸν τομέα ΑΚΒ (Σχ.30) οἱ δυὸ ἀχτῖνες ΑΚ καὶ ΒΚ σχηματίζουν μιὰ γωνία. Ἡ κορυφὴ τῆς γωνίας αὐτῆς βρίσκεται στὸ κέντρο τοῦ κύκλου, γι' αὐτὸ λέγεται καὶ ἐ π ί κ ε ν τ ρ η γωνία.

2. Ἡ κορυφὴ κάθε ἐπίκεντρης γωνίας βρίσκεται στὸ κέντρο τοῦ κύκλου. Οἱ πλευρές της εἶναι πάντοτε ἀχτῖνες τοῦ κύκλου.

3. Τὸ τόξο, ποὺ εἶναι ἀντίκρυ στὴν ἐπίκεντρη γωνία, τὸ λέμε ἀ ν τ ί σ τ ο ι χ ο σ τ ὴ ν ἐ π ί κ ε ν τ ρ η γ ω ν ί α.

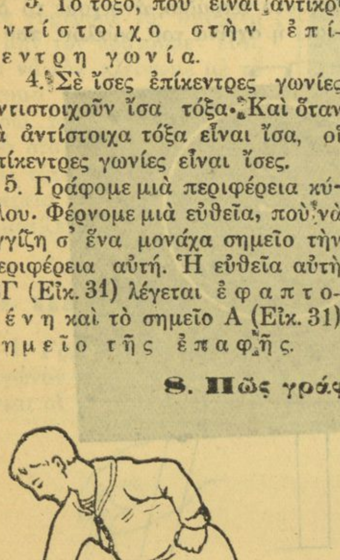
4. Σὲ ἴσες ἐπίκεντρες γωνίες ἀντιστοιχοῦν ἴσα τόξα. Καὶ ὅταν τὰ ἀντίστοιχα τόξα εἶναι ἴσα, οἱ ἐπίκεντρες γωνίες εἶναι ἴσες.

5. Γράφομε μιὰ περιφέρεια κύκλου. Φέρνομε μιὰ εὐθεῖα, ποὺ νὰ ἐγγίζη σ' ἕνα μονάχα σημεῖο τὴν περιφέρεια αὐτή. Ἡ εὐθεῖα αὐτὴ ΒΓ (Εἰκ. 31) λέγεται ἐ φ α π τ ο μ έ ν η καὶ τὸ σημεῖο Α (Εἰκ. 31) σ η μ ε ῖ ο τ ῆ ς ἐ π α φ ῆ ς.



Εἰκ. 31. Ἐφαπτομένη κύκλου.

8. Πῶς γράφομε κύκλο.

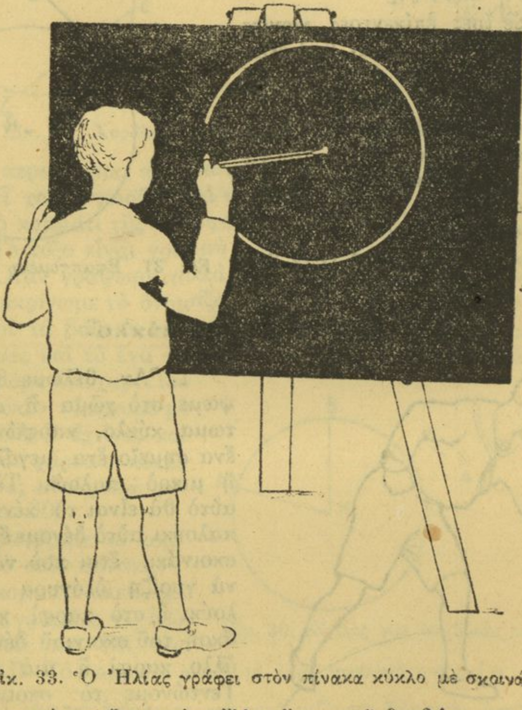

Εἰκ. 32. Γράφει κύκλο στὸ χῶμα.

1. Ἂν θέλωμε νὰ γράψωμε στὸ χῶμα ἢ στὸ πάτωμα κύκλο, καρφώνομε σὲ ἕνα σημεῖο ἕνα μεγάλο καρφὶ ἢ μικρὸ παλούκι. Τὸ σημεῖο αὐτὸ θὰ εἶναι τὸ κέντρο. Στὸ παλούκι αὐτὸ δένομε ἕνα ψιλὸ σκοινάκι, ἔτσι ποὺ νὰ μπορῇ νὰ γυρίζη ὁλόγυρα στὸ παλούκι ἢ στὸ καρφὶ καὶ στὴν ἄκρη τοῦ σκοινιοῦ δένομε ἕνα ἄλλο καρφὶ ἢ μιὰ κιμωλία. Τεντώνομε τὸ σκοινάκι καὶ ἀκουμπώντας τὴν κιμωλία καταγῆς γυρίζομε γύρω γύρω, ὡσότου νὰ κλείση ἡ καμπυλωτὴ γραμμή, ποὺ χάραξε καταγῆς ἡ κιμωλία ἢ τὸ καρφί. Ὁ κύκλος ἔχει γραφῆ καὶ ἔχει περιφέρεια τὴν καμπυλωτὴ

αὐτὴ γραμμὴ καὶ ἀχτῖνα ἴση μὲ τὸ μάκρος τοῦ σκοινιοῦ (Εἰκ. 32).

2. Στὸν πίνακα μὲ τὸν ἴδιο τρόπο γράφομε κύκλο· τὸ καρφὶ θὰ εἶναι μικρότερο βέβαια καὶ τὸ σκοινὶ θ' ἀποτελέση μιὰ θηλειά, ὅπου μέσα στὴν ἄκρη της, ἅμα τεντωθῆ, βάζομε τὴν κιμωλία. Ἡ θηλειὰ χρησιμεύει γιὰ νὰ μπορῆ νὰ γυρίζη τὸ σκοινὶ γύρω στὸ καρφὶ καὶ στὴν κιμωλία χωρὶς νὰ τυλίζεται. (Εἰκ. 33).

3. Στὸ τετράδιο μας γράφομε κύκλο μὲ τὸ διαβήτη. Στηρίζομε τὴ μιὰν ἄκρη τοῦ διαβήτη στὸ τετράδιο, ἀνοίγομε τὸ διαβήτη τόσο, ὅσο θέλομε νὰ εἶναι ἡ ἀχτῖνα τοῦ κύκλου, ποὺ θὰ



Εἰκ. 33. Ὁ Ἠλίας γράφει στὸν πίνακα κύκλο μὲ σκοινάκι.

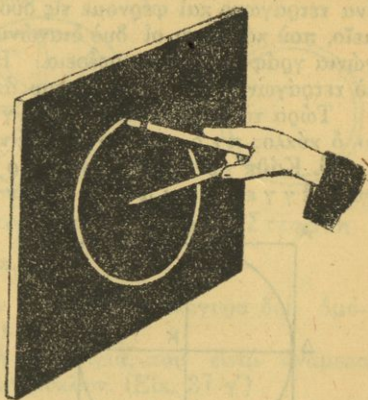
γράψωμε καὶ γυρίζομε τὴν ἄλλη ἄκρη τοῦ διαβήτη, ποὺ ἔχει τὸ μολύβι ἢ τὶς χάλκινες μύτες γιατὶ τὴ μελάνη, ὥσότου νὰ κλείση ἡ καμπυλωτὴ γραμμή, ποὺ σχηματίζεται ὁλόγυρα (Εἰκ. 34).

136. Ἀπὸ πόσες γραμμὲς περιορίζεται ἕνας κυκλικὸς τομέας; Ποιὸς εἶναι ὁ μεγαλύτερος τομέας τοῦ κύκλου καὶ πῶς ἀλλοιῶς λέγεται;

137. Χωρίστε ἕναν κύκλο σὲ 4 κυκλικοὺς τομεῖς ἴσους; Ποιὲς γραμμὲς χωρίζουν τὸν κύκλο σὲ 4 ἴσους τομεῖς;

4. Μὲ τὸ μεγάλο διαβήτη, ποὺ ἔχει κιμωλία στὴ μιά του ἄκρη, γράφομε κύκλους ἐπάνω στὸν πίνακα μὲ ἀχτῖνα τόση, ὅσο τὸ ἄνοιγμα τοῦ διαβήτη (Εἰκ. 35).

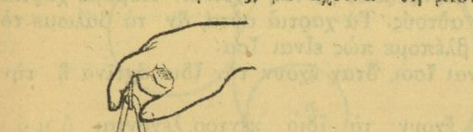
Πρέπει νὰ προσέχωμε ὅταν γυρίζωμε τὸ διαβήτη νὰ μὴν τὸν κρατοῦμε ἔτσι, ποὺ νὰ τὸν κλείνωμε μὲ τὸ πάτημα τοῦ χεριοῦ μας, ἐνόσω τὸν γυρίζομε ὁλόγυρα στὸ ἄλλο του πόδι, γιατὶ τότε δὲν κλείνει ἡ περιφέρεια ἀκριβῶς καὶ δὲ σχηματίζεται κύκλος.



Εἰκ. 34. Γράφομε κύκλο στὸν πίνακα.

9. Περιγεγραμμένοι κι ἐγγεγραμμένοι κύκλοι.

1. Γράφομε ἕνα τετράγωνο. Φέρνομε τὶς διάμεσες τοῦ τετραγώνου. Μέσα στὸ τετράγωνο μὲ κέντρο τὸ σημεῖο, ποὺ κόβονται οἱ δυὸ διάμεσες, μὲ ἀχτῖνα τὴ μισὴ διάμεση γράφομε περιφέρεια. Αὐτὴ θὰ ἀγγίζη τὸ τετράγωνο σὲ τέσσερα σημεῖα, ἐκεῖ ποὺ τὸ ἀγγίζουν καὶ οἱ διάμεσες.



Εἰκ. 35. Πῶς γράφομε στὸ τετράδιο κύκλο

Ὁ κύκλος, ποὺ εἶναι μέσα στὸ τετράγωνο λέγεται ἐ γ γ ε γ ρ α μ μ έ ν ο ς κύκλος καὶ τὸ τετράγωνο π ε ρ ι γ ε γ ρ α μ μ έ ν ο. (Εἰκ.35).

2. Γράφομε

138. Χωρίστε ἕναν κύκλο σὲ τρεῖς (ἢ σὲ πέντε) κυκλικοὺς τομεῖς καὶ ὀνομάστε τους.

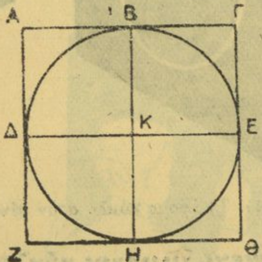
139. Ποιὲς ἐπίκεντρες γωνίες εἶναι ἴσες; Στὰ τμήματα τοῦ κύκλου βρίσκονται ἐπίκεντρες γωνίες; Γιατὶ δὲ βρίσκονται;

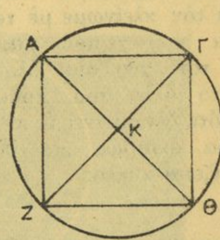
140. Ὅταν δυὸ ἐπίκεντρες γωνίες εἶναι ἴσες, τί εἶναι τὰ τόξα τους; Ὅταν τρεῖς ἐπίκεντρες γωνίες εἶναι ὀρθὲς τί ἀντίστοιχα τόξα ἔχουν;

ἕνα τετράγωνο καὶ φέρνομε τὶς δυὸ διαγώνιες. Μὲ κέντρο τὸ σημεῖο, ποὺ κόβονται οἱ δυὸ διαγώνιες καὶ μὲ ἀχτῖνα τὴ μισὴ διαγώνια γράφομε μιὰ περιφέρεια. Ἡ περιφέρεια αὐτὴ θὰ ἀγγίζη τὸ τετράγωνο στὶς κορυφές του ἀπ᾽ ἔξω (γιατί;)

Τώρα τὸ τετράγωνο εἶναι ἐ γ γ ε γ ρ α μ μ έ ν ο στὸν κύκλο κι ὁ κύκλος π ε ρ ι γ ε γ ρ α μ μ έ ν ο ς στὸ τετράγωνο.

3. Κάθε γωνία τοῦ ἐ γ γ ε γ ρ α μ μ έ ν ο υ τετραγώνου λέγεται ἐ γ γ ε γ ρ α μ μ έ ν η γ ω ν ί α.





Εἰκ. 36. Περιγεγραμμένος καὶ ἐγγεγραμμένος κύκλος.

10. Κύκλοι ἴσοι, ὁμόκεντροι, ἐφαπτόμενοι.

1. Γράφομε δυὸ περιφέρειες μὲ ἴση ἀχτῖνα. Κόβομε χαρτιὰ ἴσα μὲ τοὺς κύκλους αὐτούς. Τὰ χαρτιὰ αὐτά, ἂν τὰ βάλωμε τὸ ἕνα ἐπάνω στ᾽ ἄλλο, βλέπομε πὼς εἶναι ἴσα.

2. Δυὸ κύκλοι εἶναι ἴσοι, ὅταν ἔχουν τὴν ἴδια ἀχτῖνα ἢ τὴν ἴδια διάμετρο.

3. Ὅσοι κύκλοι ἔχουν τὸ ἴδιο κέντρο λέγονται ὁ μ ό κ ε ν τ ρ ο ι. (Εἰκ. 37).

---

141. Γράψτε μιὰ ἐφαπτομένη σὲ ἕναν κύκλο. Τί γωνία σχηματίζει μὲ τὴν ἀχτῖνα ἢ μὲ τὴ διάμετρο στὸ σημεῖο τῆς ἐπαφῆς της;

142. Γράψτε κύκλο στὸν πίνακα μὲ ἀχτῖνα 0,25 μ.

143. Γράψτε κύκλο στὸ τετράδιο μὲ ἀχτῖνα 0,08 μ.

144. Ἰχνογραφῆστε κύκλο στὸ πάτωμα μὲ διάμετρο 0,60 μ.

145. Γράψτε κύκλο μὲ ὁποιαδήποτε ἀχτῖνα. Φέρτε ἀχτῖνα, διάμετρο, χορδή, ἐφαπτομένη· χωρίστε τον σὲ τμήματα, σὲ τομεῖς. Φέρτε χορδὴ παράλληλη σὲ διάμετρο. Φέρτε ἐφαπτομένη παράλληλη σὲ διάμετρο ἢ σὲ χορδή.

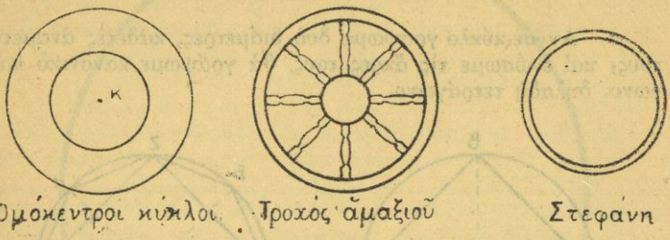
146. Σ᾽ ἕναν κύκλο γράψτε γραμμή, ποὺ νὰ ἐγγίζη τὸν κύκλο σὲ δυὸ σημεῖα· τί γραμμὴ εἶναι αὐτή; Ἂν γράψτε χορδὴ ποὺ θὰ περάση ἀπὸ τὸ κέντρο μὲ πόσες ἀχτῖνες θὰ εἶναι ἴση, καὶ πῶς μπορεῖ νὰ ὀνομαστῆ;

147. Γράψτε 3 τετράγωνα μὲ πλευρὰ ἴση μὲ 0,15 μ., μὲ 0,20, μὲ 0,25 καὶ σχηματίστε γύρω τους τοὺς περιγεγραμμένους κύκλους.

148. Γράψτε 3 τετράγωνα μὲ πλευρές, 0,62 μ. μὲ 0,24 μ. καὶ μὲ 0,32 μ. καὶ σχηματίστε τοὺς ἐγγεγραμμένους κύκλους τους.

149. Σὲ ἕνα κύκλο γράψτε 3 ἐγγεγραμμένες γωνίες· σ᾽ ἕνα ἄλλο ἡμικύκλιο γράψτε 5 ἐγγεγραμμένες γωνίες.

4. Πάντοτε οἱ ὁμόκεντροι κύκλοι εἶναι ἄνισοι, γιατὶ ὁ ἕνας εἶναι γραμμένος μέσα στὸν ἄλλο.



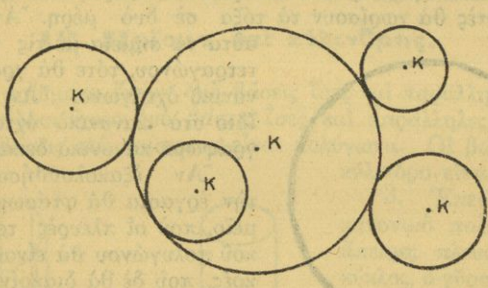
Εἰκ. 37.

5. Οἱ τροχοὶ τῶν ἁμαξιῶν σχηματίζουν ὁλόγυρα δυὸ ὁμόκεντρους κύκλους. (Εἰκ. 37 β').

6. **Στεφάνη** λέγεται ἡ ἐπιφάνεια, ποὺ εἶναι ἀνάμεσα στὶς περιφέρειες δυὸ ὁμόκεντρων κύκλων. (Εἰκ. 37 γ').

7. Γράφομε δυὸ περιφέρειες, ποὺ νὰ ἀγγίζουν ἡ μιὰ τὴν ἄλλη σ' ἕνα σημεῖο. Οἱ κύκλοι τους λέγονται **ἐφαπτόμενοι**.

8. Οἱ ἐφαπτόμενοι κύκλοι μπορεῖ νὰ ἀγγίζουν ἀπ' ἔξω ἀπὸ τὴν περιφέρεια ἢ μέσα ἀπὸ τὴν περιφέρεια τοῦ μεγαλύτερου.



Εἰκ. 38. Ἐφαπτόμενοι κύκλοι.

---

150. Γράψτε δυὸ ὁμόκεντρους κύκλους τὸν ἕνα μὲ διάμετρο 0,06 μ. καὶ τὸν ἄλλο μὲ διάμετρο 0,04 μ.

151. Γράψτε δυὸ ὁμόκεντρους κύκλους τὸν ἕνα μὲ ἀχτῖνα 0,02 μ. καὶ τὸν ἄλλο μὲ ἀχτῖνα 0,04 μ.

152. Γράψτε δυὸ ὁμόκεντρους κύκλους, ποὺ τοῦ ἑνὸς ἡ ἀχτῖνα νὰ εἶναι τὰ 3)4 τῆς ἀχτίνας τοῦ ἄλλου.

153. Γράψτε ἕνα στεφάνι.

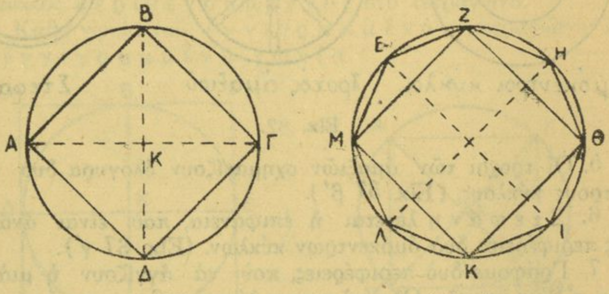
154. Γράψτε δυὸ κύκλους, ποὺ νὰ ἐγγίζωνται ἀπέξω καὶ δυὸ κύκλους, ποὺ νὰ ἐγγίζωνται ἀπὸ μέσα· πῶς λέγονται οἱ κύκλοι αὐτοί;

155. Γράψτε ἕναν κύκλο μὲ ἀχτῖνα 0,20 μ. καὶ 4 ἐφαπτόμενους κύκλους σ' αὐτόν, τὸν ἕναν ἀντίκρυ τοῦ ἄλλου μὲ ἀχτῖνα 0,05 μ.

156. Γράψτε 3 ἴσους κύκλους· τί ἀχτῖνα θὰ ἔχῃ ὁ καθένας τους;

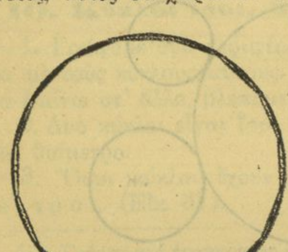
11. Ὁ γῦρος πολυγώνου καὶ ἡ περιφέρεια κύκλου.

1. Ἂν σὲ κύκλο γράψωμε δυὸ διάμετρες, κάθετες ἀναμεταξύ τους, καὶ ἑνώσωμε τὶς ἄκρες τους, θὰ γράψωμε κανονικὸ πολύγωνο, δηλαδὴ τετράγωνο.



Εἰκ. 39. Κύκλος μὲ τετράγωνο καὶ μὲ ὀχτάγωνο.

Ἂν ἀπὸ τὴ μέση τῶν πλευρῶν τοῦ τετραγώνου φέρωμε κάθετες, αὐτὲς θὰ χωρίσουν τὰ τόξα σὲ δυὸ μέρη. Ἂν ἑνώσωμε αὐτὰ τὰ σημεῖα μὲ τὶς γωνίες τοῦ τετραγώνου, τότε θὰ γράψωμε κανονικὸ ὀχτάγωνο. Ἂν κάνωμε τὸ ἴδιο στὸ κανονικὸ ὀχτάγωνο θὰ γράψωμε κανονικὸ δεκαεξάγωνο.



Εἰκ. 40. Κύκλος μὲ 16γωνο.

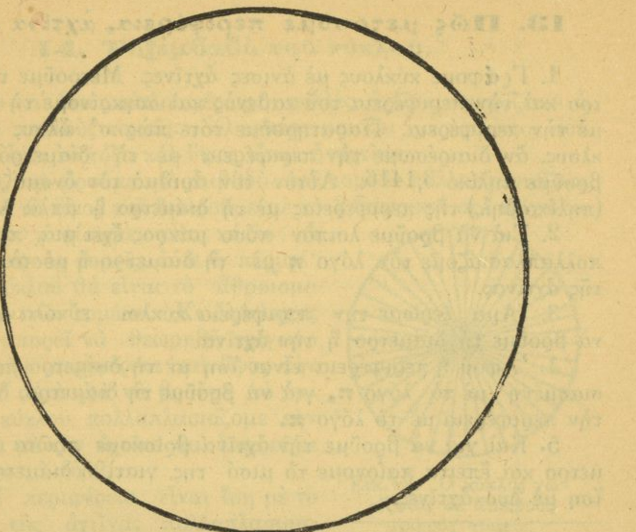
Ἂν ἐξακολουθήσωμε αὐτὴ τὴν ἐργασία θὰ φτάσωμε σὲ σημεῖο, ποὺ οἱ πλευρὲς τοῦ κανονικοῦ πολυγώνου θὰ εἶναι τόσο μικρές, ποὺ δὲ θὰ διακρίνωνται καὶ θὰ συμπέσουν μὲ τὴν περιφέρεια τοῦ κύκλου. Ἔτσι μαθαίνομε πὼς ὁ γῦρος τῶν πλευρῶν κανονικοῦ πολυγώνου μὲ ἄπειρες πλευρὲς καταντᾶ περιφέρεια κύκλου. (Εἰκ. 41).

---

157. Γράψτε 2 ὁμόκεντρους κύκλους ἴσους· τί περιφέρεια καὶ τί ἀχτῖνα θὰ ἔχῃ ὁ καθένας τους; Ἑπομένως;

158. Πότε ἡ παράπλευρος ἐπιφάνεια πολυγωνικοῦ πρίσματος μπορεῖ νὰ καταντήσῃ κυρτή, σὰν ἐπιφάνεια κυλίνδρου;

159. Ἂν ἡ βάση πολυγωνικοῦ πρίσματος καταντήσῃ περιφέρεια κύκλου, τί θα γίνῃ ἡ παράπλευρη ἐπιφάνειά του;



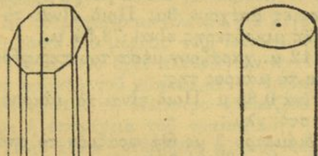
Εἰκ. 41. Κύκλος καὶ 32γωνο. (Δύσκολα ξεχωρίζονται).

12. Πρίσμα καὶ κύλινδρος.

1. Τὰ πρίσματα ἔχουν δυὸ βάσεις ἴσες καὶ παράλληλες. Ἀλλὰ καὶ οἱ κύλινδροι ἔχουν δυὸ βάσεις ἴσες καὶ παράλληλες.

2. Οἱ βάσεις στὰ πρίσματα εἶναι πολύγωνα. Οἱ βάσεις στὸν κύλινδρο εἶναι κύκλοι.

3. Ἐπειδὴ ὅμως κανονικὸ πολύγωνο μὲ ἄπειρες πλευρὲς εἶναι κύκλος, ὁ γῦρος τοῦ κανονικοῦ πολυγώνου καταντᾶ περιφέρεια κύκλου καὶ τὸ πρίσμα, ποὺ ἔχει βάσεις κανονικὰ πολύγωνα μὲ ἄπειρες πλευρές, εἶναι σωστὸς κύλινδρος. Καὶ τότε κι ἡ παράπλευρη ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος καταντᾶ κυρτὴ ἐπιφάνεια κυλίνδρου.



Εἰκὼν 42.

13. Πῶς μετροῦμε περιφέρεια, ἀχτῖνα κλπ.

1. Γράφομε κύκλους μὲ ἄνισες ἀχτῖνες. Μετροῦμε τὴ διάμετρο καὶ τὴν περιφέρεια τοῦ καθενὸς καὶ συγκρίνομε τὴ διάμετρο μὲ τὴν περιφέρεια. Παρατηροῦμε τότε πὼς σ᾽ ὅλους τοὺς κύκλους, ἂν διαιρέσωμε τὴν περιφέρεια μὲ τὴ διάμετρό του, θὰ βροῦμε πηλίκο 3,1416. Αὐτὸν τὸν ἀριθμὸ τὸν ὀνομάζομε λόγο (πηλίκο δηλ.) τῆς περιφερείας μὲ τὴ διάμετρο ἢ ἁπλὰ **λόγο π.**

2. Γιὰ νὰ βροῦμε λοιπὸν πόσο μάκρος ἔχει μιὰ περιφέρεια πολλαπλασιάζομε τὸν λόγο **π** μὲ τὴ διάμετρο ἢ μὲ τὸ διπλάσιο τῆς ἀχτίνας.

3. Ἅμα ξέρωμε τὴν περιφέρεια κύκλου εὔκολα μποροῦμε νὰ βροῦμε τὴ διάμετρο ἢ τὴν ἀχτῖνα.

4. Ἀφοῦ ἡ περιφέρεια εἶναι ἴση μὲ τὴ διάμετρο πολλαπλασιασμένη μὲ τὸ λόγο **π**, γιὰ νὰ βροῦμε τὴ διάμετρο, διαιροῦμε τὴν περιφέρεια μὲ τὸ λόγο **π**.

5. Καὶ γιὰ νὰ βροῦμε τὴν ἀχτῖνα βρίσκομε πρῶτα τὴ διάμετρο καὶ ἔπειτα παίρνομε τὸ μισό της, γιατὶ ἡ διάμετρος εἶναι ἴση μὲ δυὸ ἀχτῖνες.

---

160. Ὁ μεγάλος τροχὸς ἑνὸς ἁμαξιοῦ ἔχει ἀχτῖνα 0,70 μ. καὶ κάνει 50 γύρους στὸ λεπτό. Πόσα χλμ. θὰ τρέξη ἡ ἅμαξα σὲ 2 ὧρες καὶ 20 λ.;

161. Ποδήλατο ἔτρεξε 20 χλμ. Ἡ ἀχτῖνα τοῦ τροχοῦ εἶναι 0,375 μ. Πόσους γύρους ἔκαμε ὁ τροχός;

162. Σὲ μιὰ περιφέρεια ἡ ἀχτῖνα εἶναι 6 μέτρα. Πόσο μακρὺ εἶναι τὸ τόξο 40ο.; (Τὸ τόξο εἶναι $\frac{40}{360}$ ἢ τὸ ἕνα ἔνατο τῆς περιφερείας).

163. Κυκλικὴ δεξαμενὴ ἔχει ἀχτῖνα 0,25 μ. Περιτριγυρίζουν τὸ στόμα της μὲ κάγκελα, ποὺ κοστίζουν 130 δρ. τὸ μέτρο. Τί θὰ δώσουν;

164. Ποδήλατο σὲ 40 λεπτὰ ἔκαμε 20 γύρους σὲ στίβο στρογγυλὸ μὲ ἀχτῖνα 75 μ. Πόσα μέτρα ἔτρεξε τὸ ποδήλατο; Πόσα μέτρα σ᾽ ἕνα λεπτό;

165. Δυὸ ὁμόκεντρες περιφέρειες ἀπέχουν 3μ. Ποιὸ εἶναι τὸ μάκρος τῆς μεγαλύτερης, ἂν τὸ μάκρος τῆς μικρότερης εἶναι 78,54 μ.;

166. Σὲ τετράγωνο μὲ γῦρο 112 μ. χαράζουν μέσα του περιφέρεια, ποὺ ἀκουμπᾷ σὲ 4 μέρη του. Ποιὸ εἶναι τὸ μάκρος της;

167. Τροχὸς ἁμαξιοῦ ἔχει ἀχτῖνα 0,85 μ. Ποιὸ εἶναι τὸ μάκρος τῆς περιφέρειας; Πόσους γύρους κάνει στὸ χλμ.;

168. Δεξαμενὴ κυκλικὴ ἔχει διάμετρο 7 μ. Θὰ φράξουν τὸ στόμιό της μὲ κάγκελα, ποὺ κοστίζουν 145 δρ. τὸ μ. Τί θὰ δώσουν;

169. Θὰ βάλουν τριγύρω σὲ τροχὸ σύρμα. Ὁ τροχὸς ἔχει διάμετρο 2,54 μ. Πόσες φορὲς θὰ γυρίσουν τὸ σύρμα γύρω ἀπὸ τὸν τροχὸ αὐτόν, ἂν ἔχη μῆκος 875 μ.;

170. Πόσα χλμ. εἶναι ἡ ἀχτῖνα τοῦ μεσημβρινοῦ τῆς γῆς, ποὺ ἔχει μάκρος 40000 χλμ.;

171. Χαράζουν σὲ κῆπο περιφέρεια μὲ μάκρος 7,40 μ. Ποιὰ εἶναι ἡ ἀχτῖνα της;

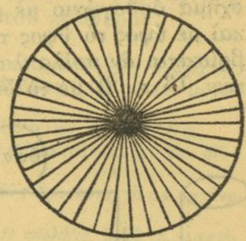
171. Οἱ μπροστινοὶ τροχοὶ ἁμαξιοῦ ἔχουν ἀχτῖνα 1,35 (ἢ 0,95) μ. Κάνουν 25 γύρους, ὅταν οἱ πισινοὶ κάνουν 18 γύρους. Πόση διάμετρο ἔχουν οἱ πισινοὶ τροχοί;

14. Τὸ ἐμβαδὸ τοῦ κύκλου.

1. Ἂν σ' ἕνα κύκλο φέρωμε πολλὲς ἀχτῖνες χωρίζεται ὁ κύκλος σὲ πολλοὺς τομεῖς. Ὁ τομέας μοιάζει μὲ τρίγωνο, ποὺ βάση του εἶναι τὸ τόξο καὶ ὕψος εἶναι ἡ ἀχτῖνα.

2. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τοῦ τομέα πολλαπλασιάζομε τὴ βάση μὲ τὸ ὕψος καὶ διαιροῦμε μὲ τὸ 2, ὅπως καὶ στὸ τρίγωνο.

3. Ἂν χωρίσωμε τὸν κύκλο σὲ πολλοὺς μικροὺς τομεῖς, τότε ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου θὰ εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν βάσεων τῶν τομέων. Κι ὁλόκληρος ὁ κύκλος μπορεῖ νὰ θεωρηθῇ τρίγωνο μὲ βάση τὴν περιφέρεια καὶ ὕψος τὴν ἀχτῖνα. Γι' αὐτὸ γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τοῦ κύκλου πολλαπλασιάζομε τὴν περιφέρεια μὲ τὴν ἀχτῖνα καὶ διαιροῦμε τὸ γινόμενο μὲ τὸ 2.



Εἰκ.43. Ὁ κύκλος χωρίζεται σὲ ἄπειρους μικροὺς τομεῖς.

4. Ἡ περιφέρεια εἶναι ἴση μὲ τὸ διπλάσιο τῆς ἀχτῖνας πολλαπλασιασμένο μὲ τὸ λόγο π.

Ὥστε ἀντὶ νὰ πολλαπλασιάσωμε τὴν περιφέρεια μὲ τὴ διπλῆ ἀχτῖνα καὶ μὲ τὸ λόγο π κι ἔπειτα πάλι μὲ τὴν ἀχτῖνα καὶ διαιρέσωμε μὲ τὸ 2, πολλαπλασιάζομε τὴν ἀχτῖνα μὲ τὸν ἑαυτό της, σχηματίζομε δηλαδὴ τὸ τετράγωνο τῆς ἀχτίνας καὶ ἔπειτα πολλαπλασιάζομε μὲ τὸ λόγο π (δηλ. μὲ τὸ 3, 1416).

---

172. Ποιὸ εἶναι τὸ ἐμβαδὸ κύκλου μὲ ἀχτῖνα 0,01 μ., ἢ 0,1 μ., ἢ 2 μ., ἢ 3 μ. ($\pi=3,14$).

173. Σὲ τετράγωνο μὲ πλευρὰ 0,2 μ. γράφομε ἐγγεγραμμένο κύκλο. Ποιὸ εἶναι τὸ ἐμβαδὸ τοῦ μέρους τοῦ τετραγώνου, ποὺ μένει ἔξω ἀπὸ τὸν κύκλο;

174. Τετράγωνο ἔχει πλευρὰ τὴν ἀχτῖνα κύκλου, ποὺ εἶναι 2 μ. Συγκρίνατε τὸ ἐμβαδὸ τοῦ κύκλου μὲ τὸ ἐμβαδὸ τοῦ τετραγώνου.

175. Μέτρησαν τὴ διάμετρο τραπεζιοῦ στρογγυλοῦ καὶ βρῆκαν 1,50 μ. Ποιὰ εἶναι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ τραπεζιοῦ;

176. Ποιὸ εἶναι τὸ ἐμβαδὸ πλάκας στρογγυλῆς μὲ ἀχτῖνα 5,25 μ.;

177. Ἁλώνι ἔχει περιφέρεια 37,68 μ. Πόσο εἶναι τὸ ἐμβαδό του;

177. Δεξαμενὴ στρογγυλὴ ἔχει ἀχτῖνα 1,20 μ. Ὁ πάτος της στρώθηκε μὲ τσιμέντο πρὸς 148 δρχ. τὸ τμ. Πόσα κόστισε τὸ τσιμεντάρισμα;

178. Σὲ λιβάδι ὀρθογώνιο μὲ μῆκος 95 μ. ἔσκαψαν δεξαμενὴ στρογγυλὴ μὲ 12 μ. ἀχτῖνα. Ἂν ἡ ἐπιφάνεια τῆς δεξαμενῆς εἶναι τὸ 1)6 τῆς ἐπιφάνειας τοῦ λιβαδιοῦ, ποιὸ εἶναι τὸ πλάτος του;

179. Πόσο θὰ κοστίσῃ σκέπασμα τραπεζιοῦ στρογγυλοῦ μὲ διάμετρο 2,60 μ. πρὸς 125 δρχ. τὸ τμ.;

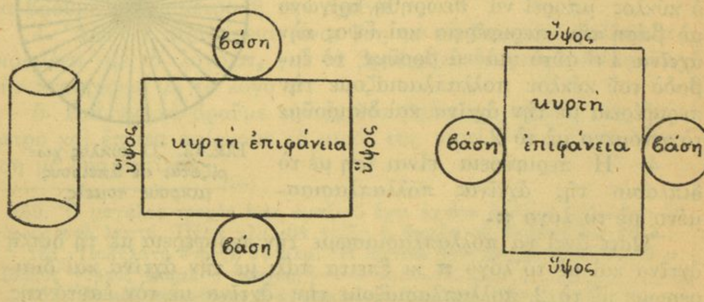
180. Σὲ τραπέζι στρογγυλὸ μὲ διάμετρο 1,50 μ. θὰ βάλουν σκέπασμα πρὸς 85 δρχ. τὸ τμ. Γιὰ μπορντοῦρα θὰ δώσουν 12,50 δρχ. τὸ μέτρο. Πόσο θὰ κοστίσῃ;

181. Στὴ μέση χωραφιοῦ ἔσκαψαν δεξαμενὴ στρογγυλὴ μὲ περιφέρεια

15. Ἐπιφάνεια καὶ ὄγκος τοῦ κυλίνδρου.

1. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο ἐπίπεδες ἕδρες, ποὺ ἔχουν σχῆμα κύκλου, καὶ ἀπὸ τὴν κυρτὴ ἐπιφάνεια.

2. Κόβομε ἕνα χαρτὶ ἴσο μὲ τὴν κυρτὴ ἐπιφάνεια καὶ τὸ σχῆμα του τὸ ἰχνογραφοῦμε στὸν πίνακα. Τὸ σχῆμα τοῦ χαρτιοῦ εἶναι ὀρθογώνιο. Ὥστε ἡ κυρτὴ ἐπιφάνεια ξεδιπλωμένη ἔχει σχῆμα ὀρθογώνιο μὲ μῆκος τὴν περιφέρεια τῆς κυκλικῆς βάσης καὶ μὲ ὕψος τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου καὶ γι᾽ αὐτὸ τὸ ἐμβαδό της βρίσκεται ἂν πολλαπλασιάσωμε τὴν περιφέρεια (δηλ. 2 απ. κοίτα κεφ. 13 π. 2) μὲ τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου.



Εἰκ. 44. Κύλινδρος καὶ ξεδιπλωμένοι κύλινδροι.

3. Καὶ γιὰ νὰ βροῦμε λοιπὸν τὴν ὁλικὴ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου βρίσκομε χωριστὰ τὸ ἐμβαδὸ τῆς βάσης, ποὺ τὸ διπλασιά-

---

267,036 μ. Τὸ στρέμμα τοῦ χωραφιοῦ ἔδινε 75 δεμάτια ἀπὸ 5 ὀκάδες σιτάρι τὸ καθένα. Πόσο λιγόστεψε τὸ εἰσόδημα, ἂν τὸ σιτάρι πουλιέται 1,60 δρχ. ἡ ὀκά;

182. Ποιὸ εἶναι τὸ ἐμβαδὸ δεξαμενῆς στρογγυλῆς μὲ περιφέρεια 47,124μ;

183. Ἕνα πηγάδι ἔχει ἄνοιγμα 0,90 μ., δηλαδὴ τόση διάμετρο. Θὰ τὸ σκεπάσουν μὲ σκέπασμα ποὺ θὰ εἶναι φαρδύτερο ὁλόγυρα κατὰ 0,05 μ. Πόσο θὰ κοστίση τὸ σκέπασμα πρὸς 26,50 δρχ. τὸ τμ.;

184. Στὴ μέση ἀγροῦ τετραγωνικοῦ μὲ πλευρὰ 25 μ. χαράζουν κύκλο μὲ διάμετρο 6 μ. Πόσος ἀγρὸς μένει ἔξω ἀπὸ τὸν κύκλο;

185. Ποιὸ εἶναι τὸ ἐμβαδὸ κύκλου, ποὺ ἡ περιφέρειά του εἶναι 4,7124μ.;

186. Ποιὸ εἶναι τὸ ἐμβαδὸ ἁλωνιοῦ μὲ περιφέρεια 7,70 μ.; Πόσο θὰ κοστίση ἡ πλακόστρωσή του πρὸς 49,50 δρχ. τὸ τμ.;

187. Τόπος κυκλικὸς μὲ διάμετρο 64 μ. κοστίζει 72 δρχ. τὸ τμ. Ἡ φραγὴ κόστισε 32,50 δρ. τὸ μ. Πόσο κόστισε ὅλος ὁ τόπος;

188. Πόσο διαφέρει τὸ ἐμβαδὸ ἑνὸς τετραγώνου μὲ πλευρὰ 6,70 μ. ἀπὸ τὸ ἐμβαδὸ ἑνὸς κύκλου μὲ διάμετρο 6,70 μ.;

189. Γύρω σὲ δεξαμενὴ στρογγυλὴ μὲ 12 μ. διάμετρο, ἔκαναν δρόμο πλάτος 4,50 μ. ποὺ σκεπάστηκε μὲ πλάκες πρὸς 38 δρχ. τὸ τμ. Πόσο κόστισε;

190. Ἀνθῶνας στρογγυλὸς ἔχει διάμετρο 4 μ. Γύρω του ὑπάρχει κυκλικὴ στεφάνη μὲ πλάτος 1 μ. Ζητοῦμε: α) τὸ μῆκος τῆς περιφέρειας τοῦ ἀν-

ζομε, καὶ χωριστὰ τὸ ἐμβαδὸ τῆς κυρτῆς ἐπιφάνειας καὶ προσθέτομε τὰ δυὸ ἐμβαδά.

. Ὁ κύλινδρος μοιάζει μὲ ὀρθὸ πρῖσμα, ποὺ τὸ πολύγωνο τῆς βάσης ἔχει ἄπειρες πλευρές. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο τοῦ πρίσματος πολλαπλασιάζομε τὸ ἐμβαδὸ τῆς βάσης μὲ τὸ ὕψος. Τὸ ἴδιο κάνομε καὶ γιὰ τὸν κύλινδρο. Ὥστε ὁ ὄγκος τοῦ κυλίνδρου βρίσκεται ἂν πολλαπλασιάσωμε τὸ τετράγωνο τῆς ἀχτίνας μὲ τὸ λόγο **π.** (=βάση) καὶ μὲ τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου.

θῶνα καὶ τῆς περιφέρειας τῆς στεφάνης καὶ β) τὸ ἐμβαδὸ τῆς στεφάνης.

191. Ἰχνογραφῆστε ξεδιπλωμένο κύλινδρο μὲ ὕψος 0,06 μ. καὶ μὲ ἀχτῖνα στὴ βάση 0,02 μ.

192. Κάμετε χάρτινο κύλινδρο μὲ διάμετρο 0,06 μ. καὶ ὕψος 0,10 μ.

193. Νὰ βρῆτε α) τὶς διαστάσεις κυλινδρικοῦ σώματος καὶ β) τὴν ὁλική του ἐπιφάνεια.

194. Πόσο χαρτόνι χρειάζεται γιὰ νὰ κάνουν κύλινδρο ἀνοιχτὸ μὲ ἀχτῖνα 0,05 μ. καὶ 1 μ. μῆκος; (π=3,14).

195. Πόση λαμαρίνα χρειάζεται γιὰ νὰ κάνουν σωλῆνα 2,50 μ. μακρὺ μὲ 0,08 μ. ἀχτῖνα;

196. Στρώνουν μὲ τσιμέντο τὴν ἐσωτερικὴ ἐπιφάνεια μιᾶς κυλινδρικῆς δεξαμενῆς, ποὺ ἔχει διάμετρο 2,10 μ. καὶ 1,75 μ. ὕψος. Πόσο θὰ ξοδέψουν, ἂν συμφώνησαν 12,50 δρχ. τὸ τμ.;

197. Ἄσπρισαν τὴν ἐξωτερικὴ ἐπιφάνεια κυλινδρικοῦ πύργου μὲ ἀχτῖνα στὴ βάση 3,75 μ. καὶ ἔδωσαν 2845 δρχ. πρὸς 17,50 δρχ. τὸ τμ. Ποιὸ εἶναι τὸ ὕψος τοῦ πύργου;

198. Σωλῆνας ἔχει ἀχτῖνα 0,15 μ. καὶ μῆκος 13 μ. Εἶναι καμωμένος ἀπὸ τσίγκο, ποὺ ἀγοράστηκε 12 δρχ. τὸ τμ. Πόσο κόστισε ὁ σωλῆνας;

199. Μαρμαρᾶς πρόκειται νὰ τρίψη τὴν κυρτὴ ἐπιφάνεια μαρμαρένιας κολόνας κυλινδρικῆς, ποὺ ἔχει ὕψος 7,50 μ. καὶ διάμετρο 0,40 μ., Συμφώνησε πρὸς 21 δρχ. τὸ τμ. Πόσο θὰ πάρη;

200. Ποιὰ εἶναι ὁλόκληρη ἡ ἐπιφάνεια κυλινδρικοῦ κιβωτίου μὲ ἀχτῖνα 10,10 μ. καὶ μὲ ὕψος 0,3 μ.;

201. Κολόνα κυλινδρικὴ μὲ περιφέρεια 3,25 λ. καὶ μὲ ὕψος 4 μ. σκεπάζεται μὲ χάλκινη πλάκα, ποὺ ἀξίζει 82,50 τὸ τμ. Πόσο θὰ κοστίση τὸ χάλκινο αὐτὸ ντύσιμο;

202. Σκάβουν στρογγυλὸ πηγάδι 15 μ. βάθος καὶ μὲ διάμετρο 1,60 μ. Πόσο θὰ πάρη ὁ ἐργάτης, ἂν συμφώνησαν 87,50 δρχ. τὸ κμ.;

203. Σὲ πόσο χρόνο θὰ ἀδειάσωμε δεξαμενὴ κυλινδρικὴ μὲ 12 μ. ὕψος καὶ μὲ ἀχτῖνα 0,60 μ., ἂν ἀδειάζωμε 50 λίτρες νερὸ σ' ἕνα λεπτό;

204. Σκάβουν στρογγυλὸ πηγάδι 11 μ. βάθος καὶ μὲ διάμετρο 1,75 μ. Οἱ ἐργάτες παίρνουν 62 δρχ. τὸ κμ. Χτίζουν ἀπὸ μέσα του τοῖχο μὲ πάχος 0,45 μ. Οἱ χτίστες παίρνουν 35,50 δρχ. τὸ τμ. Πόσο θὰ κοστίση τὸ πηγάδι;

205. Ὁ κυλινδρικὸς κορμὸς ἑνὸς δέντρου ἔχει περιφέρεια 1,60 μ. καὶ μάκρος 1,80μ. Πόσο κοστίζει πρὸς 82,50 δρχ. τὸ τμ.;

206. Πόσα ἑκλ. νερὸ χωρεῖ στρογγυλὴ δεξαμενὴ μὲ ὕψος 2,80 μ. καὶ μὲ διάμετρο 1,30 μ.;

207. Πόσο βάρος ἔχει στρογγυλὴ σιδερένια πλάκα μὲ διάμετρο 0,80 μ. καὶ μὲ πάχος 0,05 μ., ἂν τὸ εἰδικὸ βάρος στὸ σίδερο εἶναι 7,2 χλγ.;

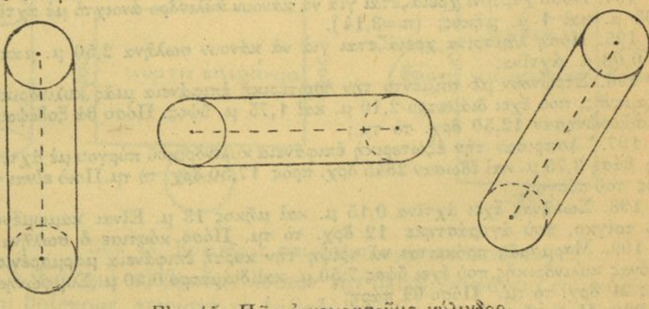
208. Γύρω σὲ τροχὸ μὲ 0,90 μ. ἀχτῖνα ἔβαλαν σιδερένια στεφάνη μὲ πάχος 0,004 μ. καὶ μὲ πλάτος 0,08 μ. Πόσο θὰ κοστίση ἂν ἀγοράστηκε 19 δρχ. τὸ χλγ. καὶ τὸ εἰδικὸ βάρος της ἦταν 7,8 χλγ.;

209. Ἔχτισαν δεξαμενὴ κυλινδρικὴ μὲ ἀχτῖνα ἐξωτερικὴ 1 μ. καὶ

16. Πῶς ἰχνογραφοῦμε κύλινδρο.

1. Γράφομε μιὰ εὐθεῖα κατακόρυφη ἢ ὁριζόντια. Στὶς δυὸ ἄκρες της μὲ κέντρο τὶς ἄκρες αὐτὲς καὶ μὲ τὸ ἴδιο ἄνοιγμα τοῦ διαβήτη γράφομε δυὸ κύκλους. Οἱ κύκλοι αὐτοὶ εἶναι οἱ δυὸ βάσεις τοῦ κυλίνδρου κι ἡ εὐθεῖα εἶναι ὁ ἄξονας ἢ τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου. Ἑνώνομε ἔπειτα μὲ ἐφαπτόμενες τὶς δυὸ δεξιὰ καὶ τὶς δυὸ ἀριστερὰ ἄκρες τοῦ κύκλου, σβήνομε ἀπὸ τὴ μιὰ βάση, τὴν ἐπάνω ἢ τὴν κάτω, τὸ ἡμικύκλιο, ποὺ πέφτει μέσα στὸν κύλινδρο, βάζομε ἀνάλογα σκιὰ κι ἔτσι ἔχομε ἰχνογραφημένο ἕνα κύλινδρο.

2. Ἀπὸ τὴν κατακόρυφη εὐθεῖα σχηματίζεται ὄρθιος κύλινδρος, ἀπὸ τὴν ὁριζόντια κύλινδρος ξαπλωμένος στὴν κυρτή του ἐπιφάνεια.



Εἰκ. 45. Πῶς ἰχνογραφοῦμε κύλινδρο.

3. Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο ἀπὸ πλάγια εὐθεῖα ἰχνογραφοῦμε πλάγιο κύλινδρο· τὸ ὕψος αὐτοῦ τοῦ κυλίνδρου δὲν εἶναι καὶ ἄξονάς του· τὸ ὕψος βρίσκεται ἂν φέρωμε κάθετη ἀπὸ τὸ κέντρο τῆς πάνω βάσης στὸ ἐπίπεδο, ποὺ βρίσκεται τὸ κέντρο τῆς βάσης, ποὺ εἶναι κάτω.

ἐσωτερικὴ 0,70 μ. καὶ μὲ βάθος 0,90 μ. Ὁ πάτος ἔχει πάχος 0,40 μ. Ποιὸς εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ τοίχου ὅλου, ποὺ ἔχτισαν;

210. Σὲ δεξαμενὴ κυλινδρικὴ μὲ διάμετρο 4 μ. χύνεται νερὸ ἀπὸ δυὸ βρύσες. Ἡ μιὰ χύνει 30 λίτρες καὶ ἡ ἄλλη 36 λίτρες στὸ λεπτό. Σὲ πόσο ὕψος θὰ φτάση τὸ νερὸ ὕστερα ἀπὸ δυὸ ὧρες;

211. Κυλινδρικὸς σωλῆνας παίρνει 62,25 λίτρες νερό. Ἡ ἀχτῖνα του εἶναι 0,20 μ. Πόσο εἶναι τὸ ὕψος του;

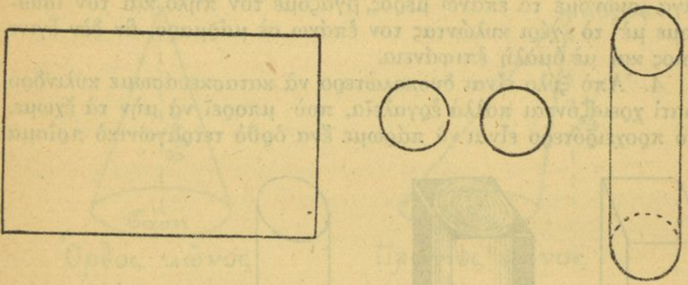
212. Κυλινδρικὴ δεξαμενὴ μὲ διάμετρο 4 μ. χωρεῖ 62832 λίτρες νερό. Πόσο εἶναι τὸ βάθος της;

213. Πηγάδι κυλινδρικὸ μὲ διάμετρο 2μ. ἔχει νερὸ ὡς τὰ 4)5. Τὸ νερὸ αὐτὸ εἶναι 12,500 λίτρες. Πόσο εἶναι τὸ βάθος του;

214. Στέρνα κυλινδρικὴ μὲ ἀχτῖνα 1,75 μ. καὶ μὲ βάθος 1,80 μ. ἔχει νερό, ποὺ θέλει 0,40 μ. ἀκόμη γιὰ νὰ φτάση ὡς στὰ χείλη. Σὲ πόσο ὕψος

17. Πῶς κατασκευάζομε κύλινδρο ἀπὸ χαρτόνι.

1. Κόβομε ἀπὸ χαρτόνι δυὸ κύκλους ἴσους, ἀφοῦ τοὺς ἰχνογραφήσωμε μὲ τὸ διαβήτη· αὐτοὶ οἱ κύκλοι εἶναι οἱ δυὸ βάσεις τοῦ κυλίνδρου. Κατόπι πολλαπλασιάζομε μὲ τὸ λόγο π τὴ διάμετρο τῶν κύκλων αὐτῶν. Ἔτσι θὰ ἔχωμε τὴν εὐθεῖα, ποὺ θὰ χρειαστῆ γιὰ βάση ἑνὸς ὀρθογωνίου, ἐνῶ ὕψος τοῦ ἴδιου ὀρθογωνίου θὰ εἶναι τὸ ὕψος, ποὺ θέλομε νὰ δώσωμε στὸν κύλινδρο. Ἰχνογραφοῦμε ἐπάνω στὸ χαρτόνι τὸ ὀρθογώνιο αὐτὸ καὶ τὸ κόβομε ἐπάνω στὶς πλευρές του. Τὸ ὀρθογώνιο αὐτὸ τὸ γυρίζομε ὁλόγυρα στὴ μιὰ βάση τοῦ κυλίνδρου (τὸν κύκλο δηλ.)



Εἰκ. 46. Πῶς κατασκευάζομε κύλινδρο ἀπὸ χαρτόνι.

κι ἔτσι σχηματίζεται ἡ κυρτὴ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου. Κολλοῦμε μὲ λωρίδες τὶς πλευρὲς τοῦ ὀρθογωνίου, ποὺ δίνουν τὸ ὕψος του, κολλοῦμε καὶ τὶς δυὸ βάσεις, τοὺς κύκλους, στὴ μιὰ καὶ στὴν ἄλλη ἄκρη τοῦ ὀρθογωνίου κι ἔτσι σχηματίζεται ὁ χάρτινος κύλινδρος, ποὺ ζητήσαμε νὰ κατασκευάσωμε.

18. Κύλινδροι ἀπὸ τενεκέ, πηλό, ξύλο.

1. Μὲ τὸ διαβήτη τῶν ὑδραυλικῶν χαράζομε καὶ μὲ τὸ ψαλίδι τους κόβομε ἀπὸ τενεκὲ ἢ ψιλὴ λαμαρίνα δυὸ ἴσους κύκλους κι ἕνα ὀρθογώνιο, ποὺ νὰ ἔχη βάση ἴση μὲ τὴν περιφέρεια τῶν κύκλων αὐτῶν.

Γυρίζομε τὸ ὀρθογώνιο στὴ βάση του καὶ κολλοῦμε τὶς

θὰ φτάση νὸ νερὸ ὕστερα ἀπὸ 12 μέρες, ἂν κάθε μέρα παίρνουν 2 1)2 ἐκλ. νερό;

215. Ἔσκαψαν πηγάδι μὲ διάμετρο 1,20 μ. Ἔβγαλαν 15 ἁμάξια χῶμα, ποὺ τὸ καθένα χωροῦσε 0,700 κμ. Πόσο βάθος εἶχε τὸ πηγάδι;

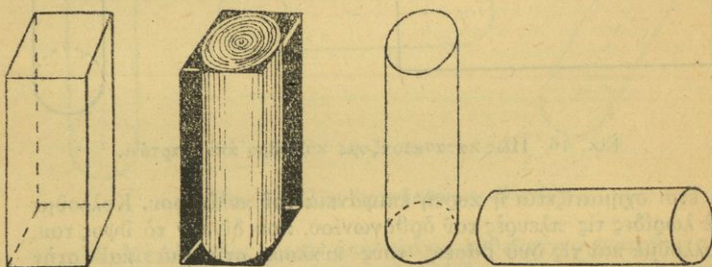
216. Θέλουν κυλινδρικὸ τεπόζιτο, ποὺ νὰ χωρῇ 36 ἐκλ. νερό. Ἡ βάση

πλευρές, ποὺ δίνουν τὸ ὕψος τους, μὲ καλάϊ. Ἔπειτα στὸ κάτω καὶ στὸ ἐπάνω ἄνοιγμα κολλοῦμε τοὺς δυὸ κύκλους καὶ ἔχομε ἕνα κύλινδρο ἀπὸ τενεκέ.

2. Τέτοιοι κύλινδροι εἶναι τὰ στρογγυλά, ὅπως τὰ λέμε, κουτιὰ τῆς κονσέρβας, τοῦ γλυκοῦ κ.λ.π. μὲ τὴ διαφορὰ πού, ἀντὶ νὰ κολλήσωμε στὸν κύλινδρο τὸν ἕνα κύκλο, κολλοῦμε ἀπ' ἔξω του ἕνα στεφάνι ἀπὸ τενεκέ, καὶ ἔτσι ἔχομε τὸ καπάκι τοῦ κυλινδρικοῦ κουτιοῦ.

3. Εὔκολα καὶ πρόχειρα κατασκευάζομε ἀπὸ πηλὸ κύλινδρο. Κάνομε πρῶτα ἕνα κύλινδρο ἀπὸ χαρτόνι ἀνοιχτὸ ἀπὸ τὸ ἕνα μέρος καὶ τὸν γεμίζομε καλὰ ὡς ἐπάνω μὲ πηλό· ἔπειτα μὲ μιὰ ρίγα ἰσιώνομε τὸ ἐπάνω μέρος, βγάζομε τὸν πηλὸ καὶ τὸν ἰσιώνομε μὲ τὸ χέρι κυλώντας τον ἐπάνω σὲ μάρμαρο, ἂν δὲν ἔγινε ἴσιος καὶ μὲ ὁμαλὴ ἐπιφάνεια.

4. Ἀπὸ ξύλο εἶναι δυσκολώτερο νὰ κατασκευάσωμε κύλινδρο γιατὶ χρειάζονται πολλὰ ἐργαλεῖα, ποὺ μπορεῖ νὰ μὴν τὰ ἔχωμε. Τὸ προχειρότερο εἶναι νὰ πάρωμε ἕνα ὀρθὸ τετραγωνικὸ πρίσμα



Εἰκ. 47. Πῶς κατασκευάζομε κύλινδρο ἀπὸ ξύλο.

ἀπὸ μαλακὸ ξύλο. Στὶς βάσεις του ἐγγράφομε ἕνα κύκλο καὶ ξύνομε μὲ προσοχὴ ἀπὸ τὴν παράπλευρη ἐπιφάνειά του τὰ μέρη, ὅσα βρίσκονται ἀνάμεσα στὸ τετράγωνο καὶ στὸν ἐγγεγραμμένο κύκλο, ἢ μὲ μαχαιράκι ἢ μὲ ροκάνι.

Ἔπειτα ἰσιώνομε τὴν παράπλευρη ἐπιφάνεια μὲ γιαλόχαρτο καὶ ἀφήνομε τὸν κύλινδρο νὰ κατρακυλήση ἐπάνω σὲ μαρμάρινη ἐπιφάνεια. Ἂν γυρίζη κανονικά, ὅσο κατρακυλᾷ, ὁ κύλινδρος εἶναι τέλειος.

του θὰ ἔχῃ ἀχτῖνα 1,60 μ. Ποιὸ θὰ εἶναι τὸ ὕψος του;

217. Ἰχνογραφῆστε 4 κυλίνδρους μὲ ἀχτῖνα 0,10 μ. καὶ 0,20,μ. καὶ 0,30 μ. καὶ 0,35 μ. καὶ μὲ ἄξονα ὅλους 0,40 μ.

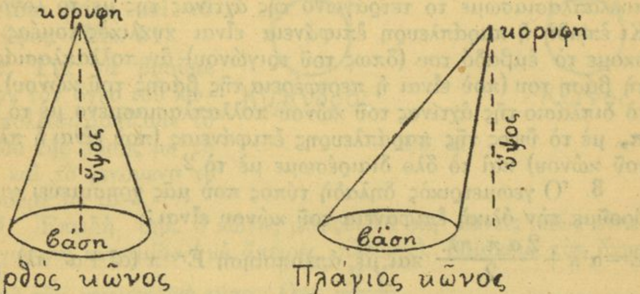
218. Κατασκευάστε ἀπὸ χαρτόνι ἢ ἀπὸ πηλὸ τρεῖς κυλίνδρους μὲ ὕψος 0,15 μ. 0,20 καὶ 0,10 μ. καὶ μὲ ἀχτῖνα 0 06 μ.

Γ'. Ο ΚΩΝΟΣ (τὸ χωνί)

1. Τὰ μέρη τοῦ κώνου.

1. Ὁ κῶνος (Εἰκ. 48) εἶναι στερεὸ σῶμα, ποὺ δὲ μοιάζει μὲ τ' ἄλλα στερεὰ σώματα. Λίγο μοιάζει μόνο μὲ τὴν πυραμίδα, γιατὶ κι αὐτὸς ἔχει μιὰ μονάχα κορυφή.

2. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἔχει μονάχα δυὸ ἕδρες. Ἡ μιὰ εἶναι ἐπίπεδη ἐπιφάνεια, κύκλος δηλαδή, κι ἡ ἄλλη κυρτή.



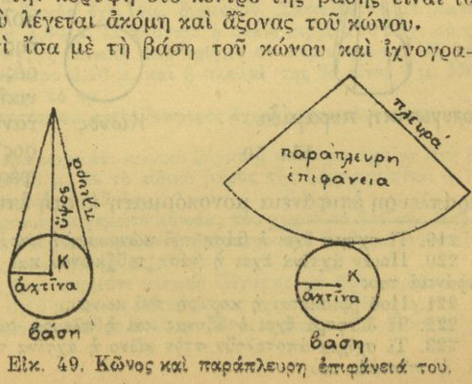
Εἰκ. 48.

3. Βάση στὸν κῶνο εἶναι ἡ ἐπίπεδη ἐπιφάνεια καὶ ἡ κυρτὴ ἐπιφάνεια εἶναι ἡ παράπλευρη ἐπιφάνεια τοῦ κώνου, ποὺ τελειώνει, ὅπως καὶ στὴν πυραμίδα σὲ μιὰ κορυφή.

4. Ἡ κορυφὴ τοῦ κώνου βρίσκεται ἀντίκρυ στὴ βάση. Ἡ κάθετη γραμμὴ ἀπὸ τὴν κορυφὴ στὸ κέντρο τῆς βάσης εἶναι τὸ ὕψος τοῦ κώνου, ποὺ λέγεται ἀκόμη καὶ ἄξονας τοῦ κώνου.

5. Κόβομε χαρτὶ ἴσα μὲ τὴ βάση τοῦ κώνου καὶ ἰχνογραφοῦμε τὸ σχῆμα του. Βλέπομε πῶς ἡ βάση τοῦ κώνου εἶναι κυκλική, σὰν τοῦ κυλίνδρου.

6. Ἡ γραμμή, ποὺ ἑνώνει τὴν κορυφὴ μὲ ἕνα σημεῖο τῆς περιφέρειας τῆς βάσης, λέγεται π λ ε υ ρ ὰ τοῦ κώνου.



Εἰκ. 49. Κῶνος καὶ παράπλευρη ἐπιφάνειά του.

7. Ἂν τυλίξωμε μὲ χαρτὶ τὴν παράπλευρη ἐπιφάνεια τοῦ κώνου, ξεδιπλώσωμε κατόπι τὸ χαρτὶ καὶ ἰχνογραφήσωμε τὸ σχῆμα του, βλέπομε πῶς μοιάζει μὲ τομέα, ποὺ κέντρο ἔχει τὴν κορυφὴ τοῦ κώνου καὶ ἀχτῖνα τὴν πλευρὰ (Εἰκ. 49).

2. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου.

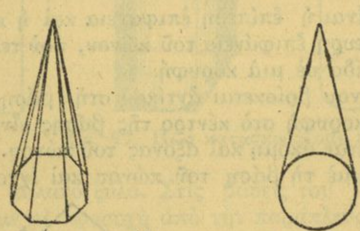
1. Γιὰ νὰ βροῦμε τὴν ἐπιφάνεια τοῦ κώνου βρίσκομε ξεχωριστὰ τὸ ἐμβαδὸ τῶν δύο ἑδρῶν, τῆς βάσης δηλ. καὶ τῆς παράπλευρης ἐπιφάνειας, καὶ προσθέτομε τὰ δύο ἐμβαδά.

2. Ἐπειδὴ ἡ βάση εἶναι κύκλος βρίσκομε τὸ ἐμβαδό της ἂν πολλαπλασιάσωμε τὸ τετράγωνο τῆς ἀχτίνας της μὲ τὸ λόγο **π.** Κι ἐπειδὴ ἡ παράπλευρη ἐπιφάνεια εἶναι κυκλικὸς τομέας βρίσκομε τὸ ἐμβαδό του (ὅπως τοῦ τριγώνου) ἂν πολλαπλασιάσωμε τὴ βάση του (ποὺ εἶναι ἡ περιφέρεια τῆς βάσης τοῦ κώνου) δηλ. τὸ διπλάσιο τῆς ἀχτίνας τοῦ κώνου πολλαπλασιασμένο μὲ τὸ λόγο **π,** μὲ τὸ ὕψος τῆς παράπλευρης ἐπιφάνειας (ποὺ εἶναι ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου) καὶ τὸ ὅλο διαιρέσωμε μὲ τὸ 2.

3. Ὁ γεωμετρικὸς δηλαδὴ τύπος ποὺ μᾶς χρησιμεύει γιὰ νὰ βροῦμε τὴν ὁλικὴ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου εἶναι:

$E = \alpha^2\pi + \frac{2\,\alpha\,\pi.\,\pi\lambda.}{2}$ καὶ μὲ ἁπλοποίηση $E = \pi\,(\alpha^2 + \alpha \cdot \pi\lambda)$

3. Κῶνος καὶ πυραμίδα.



Πολυγωνικὴ πυραμίδα — Κῶνος

Εἰκ. 50.

1. Ἡ πυραμίδα μοιάζει μὲ τὸ κῶνο, καὶ μιὰ πυραμίδα μπορεῖ νὰ καταντήση κῶνος, ὅταν τὸ κανονικὸ πολύγωνο τῆς βάσης της ἔχει ἄπειρες πλευρές. Τότε ἡ πολυγωνικὴ βάση της θὰ καταντήση κύκλος, ὁ γῦρος τῆς βάσης περιφέρεια κύκλου καὶ ἡ παράπλευρη ἐπιφάνεια μονοκόμματη κυρτὴ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου.

---

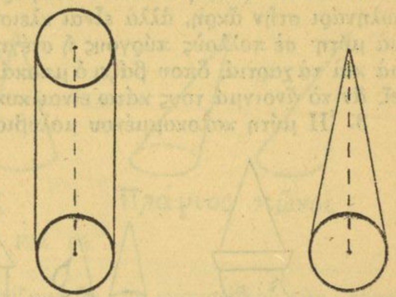
219. Τί σχῆμα ἔχει ἡ βάση τοῦ κώνου καὶ ἡ παράπλευρη ἐπιφάνειά του;
220. Ποιὰν ἀχτῖνα ἔχει ἡ βάση τοῦ κώνου καὶ ποιὰν ἡ παράπλευρη ἐπιφάνειά του;
221. Ποῦ βρίσκεται ἡ κορυφὴ τοῦ κώνου;
222. Τί διαφορὰ ἔχει ὁ ἄξονας καὶ ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου;
223. Τί σχῆμα ἀποτελοῦν στὸν κῶνο ἡ ἀχτῖνα τῆς βάσης του, τὸ ὕψος καὶ ἡ πλευρά του;

4. Ὁ ὄγκος τοῦ κώνου.

1. Παίρνομε ἕναν κύλινδρο κούφιο, μὲ μιὰ βάση ἀνοιχτὴ καὶ ἕνα μονοκόμματο χωνὶ μὲ τὴν ἴδια βάση καὶ μὲ τὸ ἴδιο ὕψος.

Γεμίζομε τὸ χωνὶ μὲ ἄμμο καὶ τὸ ρίχνομε μέσα στὸν κύλινδρο. Μὲ τρία χωνιὰ θὰ γεμίση ὁ κύλινδρος.

Ἔτσι βρίσκομε πὼς τὸ χωνὶ εἶναι τὸ τρίτο τοῦ κυλίνδρου, ποὺ ἔχει τὴν ἴδια βάση καὶ τὸ ἴδιο ὕψος. (Εἰκ. 51).



Εἰκ. 51.

2. Γιὰ νὰ βροῦμε λοιπὸν τὸν ὄγκο τοῦ κώνου πολλαπλασιάζομε τὸ ἐμβαδὸ τῆς βάσης μὲ τὸ ὕψος καὶ τὸ γενόμενο τὸ διαιροῦμε μὲ τὸ 3.

3. Ἐπειδὴ δηλ. ὁ κῶνος μπορεῖ νὰ πῆ κανεὶς πὼς εἶναι πολυγωνικὴ πυραμίδα (μὲ ἄπειρες πλευρές), βρίσκομε τὸν ὄγκο του μὲ τὸν γεωμετρικὸ τύπο : $О = \frac{B.Y}{3}$

224. Στὸν κῶνο ὁ ἄξονας ἢ ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου εἶναι μεγαλύτερη; Τὸ ὕψος καὶ ἡ ἀχτῖνα τῆς βάσης τί γραμμὲς εἶναι καὶ τί γωνία σχηματίζουν;

225. Ποιὰ εἶναι ἡ ὁλικὴ ἐπιφάνεια χωνιοῦ μὲ διάμετρο 0,08 μ. καὶ μὲ πλευρὰ 0,17 μ.;

226. Ποιὰ εἶναι ἡ ὁλικὴ ἐπιφάνεια χωνιοῦ μὲ περιφέρεια στὴ βάση 1,25664 μ. καὶ μὲ πλευρὰ 0,50 μ.;

227. Πύργος κυλινδρικὸς ἔχει 4μ. διάμετρο. Σκεπάζεται μὲ κωνικὴ στέγη, ποὺ ἔχει πλευρὰ 3,80 μ. Τί κόστισε ἡ στέγη πρὸς 120 δρχ. τὸ τμ.;

228. Θὰ βάλωμε στέγη κωνικὴ ἀπὸ τσίγκο σὲ περιστερῶνα. Ἡ βάση τῆς στέγης θὰ ἔχη διάμετρο 3,40 μ. καὶ ἡ πλευρά της θὰ εἶναι 3 μ. Πόσο θὰ κοστίση πρὸς 29 δρχ. τὸ τμ.;

229. Ποιὲς ὁμοιότητες καὶ ποιὲς διαφορὲς ἔχουν μιὰ πολυγωνικὴ πυραμίδα κι ἕνας κῶνος;

230. Πόσο ἀξίζει ἕνα κομμάτι κωνικὸ ζάχαρη, ποὺ ἔχει ἀχτῖνα στὴ βάση 0,15 μ. καὶ ὕψος 0,58 μ. ἂν τὸ εἰδικὸ βάρος τῆς ζάχαρης εἶναι 1,780 χλγ. καὶ ἂν τὸ χλγ. πουλιέται 12 δρχ.;

231. Ἔχομε ἕνα μπουκάλι γεμάτο κονιάκ, ποὺ χωρεῖ τὰ 3)4 τῆς λίτρας. Πόσα ποτήρια κωνικὰ θὰ γεμίσωμε, ἂν ἡ διάμετρο στὸ ἄνοιγμά τους εἶναι 0,04 μ. καὶ τὸ βάθος τους 0,115 μ.;

232. Πόσο βάρος ἔχει κομμάτι κωνικὸ ζάχαρης μὲ ὕψος 0,60 μ. καὶ μὲ διάμετρο στὴ βάση 0,15 μ. ἂν τὸ εἰδικὸ βάρος της εἶναι 1,60 χλγ.;

234. Δοχεῖο κωνικὸ μὲ βάθος 0,45 μ. εἶναι γεμάτο. Τὸ ἄνοιγμά του

5. Κωνικὰ ἀντικείμενα.

1. Σκοῦφος ὄρθιος καὶ μυτερὸς στὴν ἐπάνω ἄκρη εἶναι κῶνος.

2. Κῶνοι ἀκόμη εἶναι τὰ διάφορα χωνιά, ὅταν δὲν ἔχουν σωληνάρι στὴν ἄκρη, ἀλλὰ εἶναι κλειστὰ καὶ σχηματίζουν ἐκεῖ μιὰ μύτη· σὲ πολλοὺς πύργους ἡ στέγη καὶ οἱ μιναρέδες στὰ τζαμιὰ καὶ τὰ χαρτιά, ὅπου βάζει ὁ μπακάλης τὰ πράγματα, ποὺ πουλεῖ, ἂν τὸ ἄνοιγμά τους κάτω εἶναι κυκλικό, σχηματίζουν κώνους.

3. Ἡ μύτη καλοκομμένου μολυβιοῦ εἶναι μικρὸς κῶνος κολ-

Εἰκ. 52. Κωνικὰ ἀντικείμενα.

λημένος ἐπάνω σὲ μακρὺ κύλινδρο (τὸ μολύβι).

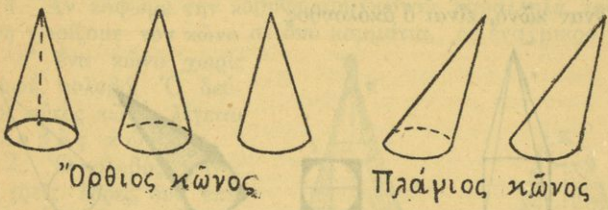
6. Οἱ μύτες τῶν καρφιῶν τελειώνουν σὲ μικρὸ κῶνο.

6. Πῶς ἰχνογραφοῦμε κῶνο.

1. Γράφομε μὲ τὸ διαβήτη ἕνα κύκλο ἐπάνω στὸν πίνακα ἢ στὸ τετράδιό μας. Ἀπὸ τὸ κέντρο ὑψώνομε κάθετη τόσο μακριά, ὅσο θέλομε νὰ εἶναι τὸ ὕψος του κώνου. Ἀπὸ τὴν ἐπάνω ἄκρη τῆς εὐθείας αὐτῆς φέρνομε δυὸ πλάγιες ὡς τὴν ὁριζόντια διά-

ἔχει διάμετρο 0,32 μ. Θέλει 0,05 μ. ἀκόμα νὰ φτάσῃ ὡς στὸ χεῖλος. Πόσες λίτρες νερὸ χωρεῖ τὸ δοχεῖο;

μετρο τοῦ κύκλου κάτω, σβήνομε ἔπειτα τὴ διάμετρο, τὴν κάθετη καὶ τὴν ἡμιπεριφέρεια, ποὺ βρίσκεται ἀνάμεσα στὶς δυὸ πλάγιες γραμμές, βάζομε τὴν κατάλληλη σκιά, κι ἔτσι ἔχομε ἕνα κῶνο ὄρθιο. (Εἰκ. 53).



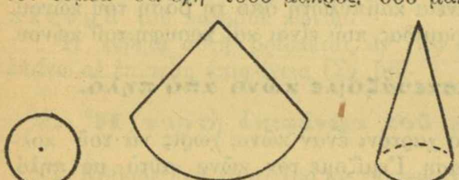
Εἰκ. 53.

2. Πλάγιο κῶνο σχηματίζομε ἂν τὴν κορυφή του τὴν τοποθετήσωμε λοξὰ ἔξω ἀπὸ τὴ βάση (Εἰκ. 53).

γ. Πῶς κατασκευάζομε κῶνο ἀπὸ χαρτόνι.

1. Γράφομε ἕναν κύκλο μὲ τὸ διαβήτη ἐπάνω σὲ χαρτόνι καὶ κόβομε τὸν κύκλο αὐτόν. Ὁ κύκλος θὰ εἶναι ἡ βάση τοῦ κώνου.

2. Γράφομε ἔπειτα ἕναν κυκλικὸ τομέα μὲ ἀχτῖνα ἴση μὲ τὴν πλευρά, ποὺ θέλομε νὰ δώσωμε στὸν κῶνο. Τὸ τόξο αὐτοῦ τοῦ τομέα θὰ ἔχη τόσο μάκρος, ὅσο μάκρος ἔχει ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου τῆς βάσης (δηλ. 2α, τὸ διπλάσιο τῆς ἀχτίνας του πολλαπλασιασμένο μὲ τὸ λόγο π). Ἑνώνομε τὸ κέντρο τοῦ τομέα μὲ τὰ ἄκρα τοῦ τόξου καὶ ἔχομε τὴν κυρτὴ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου.



Εἰκ. 54. Πῶς γίνεται κῶνος ἀπὸ χαρτόνι.

3. Κόβομε καὶ τὸν τομέα αὐτὸν ἀπὸ τὸ χαρτόνι καὶ τυλίγομε τὸ τόξο του ὁλόγυρα στὸν κύκλο τῆς βάσης, κολλοῦμε μὲ λωρίδες χαρτιοῦ καὶ μὲ γκόμα τὰ μέρη τοῦ τομέα, ὅπου ἐγγίζουν τὴ βάση καὶ τὶς δυὸ ἀχτῖνες του (οἱ δύο πλευρὲς τοῦ κώνου), κι ἔτσι ἔχομε σχηματισμένο κῶνο ἀπὸ χαρτόνι. (Εἰκ. 54).

---

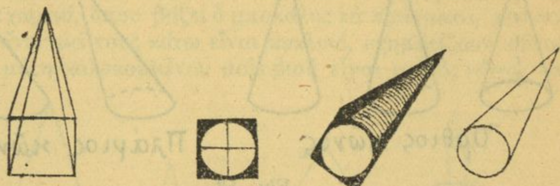
234. Ἰχνογραφῆστε στὸν πίνακα δύο κώνους, ποὺ νὰ ἔχουν κι οἱ δυὸ ἴδιο ὕψος, 0,45 μ., καὶ ἀχτῖνα ὁ ἕνας 0,20 μ. καὶ ὁ ἄλλος 0,25 μ.

235. Ἰχνογραφῆστε στὸ τετράδιό σας δύο κώνους μὲ τὴν ἴδια ἀχτῖνα (0,12 μ.) καὶ μὲ πλευρὰ ὁ ἕνας 0,25 μ. καὶ ὁ ἄλλος 0,20 μ.

8. Πῶς κατασκευάζομε κῶνο ἀπὸ ξύλο.

1. Ὅπως ὁ κύλινδρος ἔτσι καὶ ὁ κῶνος δὲν εἶναι εὔκολο νὰ κατασκευαστῇ ἀπὸ ξύλο, ἂν δὲν ἔχωμε τὰ κατάλληλα ἐργαλεῖα.

2. Ὁ εὐκολώτερος ὅμως τρόπος, γιὰ νὰ κατασκευάσωμε ἀπὸ ξύλο ἕναν κῶνο, εἶναι ὁ ἀκόλουθος.



Εἰκ. 55. Πῶς γίνεται κῶνος ἀπὸ ξύλο.

Παίρνομε μιὰ κανονικὴ τετραγωνικὴ πυραμίδα. Στὴν τετραγωνική της βάση γράφομε ἀπὸ τὸ κέντρο τοῦ τετραγώνου (ποὺ βρίσκεται μὲ τὶς διάμεσες) ἕναν κύκλο ἐγγεγραμμένο. Ὁ κύκλος αὐτὸς θὰ εἶναι ἡ βάση τοῦ κώνου. Κόβομε τὸ μέρος, ποὺ περισσεύει, καὶ μὲ ροκάνι ἢ μαχαίρι κόβομε τὶς ἀκμὲς τῆς πυραμίδας ὡς τὴν κορυφή της. Κι ἔπειτα μὲ γιαλόχαρτο ἰσιώνομε τὸ ἄλλο μέρος τῆς παράπλευρης ἐπιφάνειας, ὡσότου νὰ σχηματιστῇ μιὰ ὁμαλὴ ἐπιφάνεια καμπυλωτὴ ἀπὸ τὴ βάση τοῦ κώνου, ὡς τὴν κορυφὴ τῆς πυραμίδας, ποὺ εἶναι καὶ κορυφὴ τοῦ κώνου.

9. Πῶς κατασκευάζομε κῶνο ἀπὸ πηλό.

1. Σχηματίζομε ἀπὸ χαρτόνι ἕναν κῶνο, χωρὶς νὰ τοῦ κολλήσωμε τὴν κυκλικὴ βάση. Γεμίζομε τὸν κῶνο αὐτὸ μὲ πηλό, ἰσιώνομε μὲ μιὰ ρίγα τὸν πηλὸ τῆς βάσης καὶ ἀφήνομε νὰ ξεραθῇ λίγο.

2. Σκίζομε ἔπειτα τὸ χαρτόνι καὶ ἰσιώνομε τὸν πηλὸ μὲ τὸ χέρι ἢ μὲ ψιλὸ σανιδάκι ὁλόγυρα στὴν παράπλευρή του καμπυλωτὴ ἐπιφάνεια, προσέχοντας νὰ μὴν γύρῃ ἢ νὰ μὴ κοπῇ ἡ κορυφή του καὶ ἀφήνομε τὸν πηλὸ νὰ στεγνώσῃ καλά.

---

236. Ἰχνογραφῆστε πλάγιο κῶνο μὲ ἀχτῖνα 0,10 καὶ μὲ ὕψος 0,18 μ.

237. Κατασκευάστε ἀπὸ χαρτόνι δυὸ κώνους μὲ ἀχτῖνα τὴν ἴδια, 0,08μ. καὶ μὲ ὕψος διάφορο.

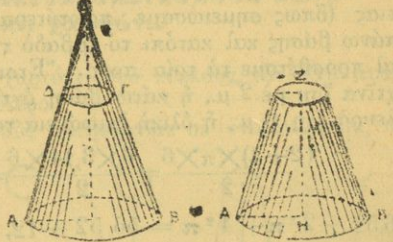
238. Κατασκευάστε ἀπὸ χαρτόνι καὶ ἀπὸ πηλὸ τρεῖς κώνους μὲ ὕψος 0,18 καὶ τοὺς τρεῖς, μὲ ἀχτῖνες ὅμως διάφορες (0,10μ.—0,12 μ. 0,15 μ.).

Δ΄. Ο ΚΟΛΟΒΟΣ ΚΩΝΟΣ

1. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κολοβοῦ κώνου.

1. Ἂν κόψωμε τὴν κορυφὴ τοῦ κώνου παράλληλα πρὸς τὴ βάση χωρίζομε τὸν κῶνο σὲ δυὸ κομμάτια, σὲ ἕνα μικρὸ κῶνο καὶ σ᾽ ἕνα κῶνο χωρὶς κορυφή, κολοβό. Ὁ δεύτερος αὐτὸς κῶνος λέγεται κ ο λ ο β ὸ ς κ ῶ ν ο ς.

2. Ὁ κολοβὸς κῶνος ἔχει τρεῖς ἕδρες, δυὸ ἐπίπεδες ἐπιφάνειες ἄνισες, ποὺ εἶναι παράλληλες, καὶ μιὰ κυρτὴ ἐπιφάνεια, ποὺ ἀποτελεῖ τὴν παράπλευρη ἐπιφάνεια.



Εἰκ. 56. Κολοβὸς κῶνος.

3. Βάση παίρνομε τὴ μεγαλύτερη ἀπὸ τὶς ἐπίπεδες παράλληλες ἐπιφάνειες, ποὺ εἶναι καὶ οἱ δυὸ κύκλοι.

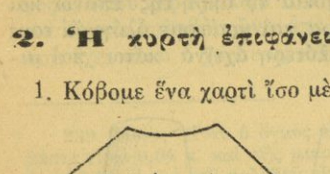
4. Ἡ ἀπόσταση ἀπὸ τὸ κέντρο τῆς ἐπάνω βάσης (τῆς μικρῆς) ὡς τὸ κέντρο τῆς κάτω βάσης (τῆς μεγαλύτερης) εἶναι τὸ ὕψος τοῦ κολοβοῦ κώνου.

5. Ἡ εὐθεῖα ἀπὸ ἕνα σημεῖο τῆς περιφέρειας τῆς ἐπάνω βάσης σὲ ἕνα σημεῖο τῆς περιφέρειας τῆς κάτω βάσης λέγεται π λ ε υ ρ ὰ τοῦ κολοβοῦ κώνου.

Ἡ εὐθεῖα αὐτὴ βρίσκεται, ἂν τὸν κῶνο τὸν πλαγιάσωμε ἐπάνω σὲ ἐπίπεδη ἐπιφάνεια (Σχ. 56).

2. Ἡ κυρτὴ ἐπιφάνεια τοῦ κολοβοῦ κώνου.

1. Κόβομε ἕνα χαρτὶ ἴσο μὲ τὴν κυρτὴ ἐπιφάνεια τοῦ κολοβοῦ κώνου καὶ ἰχνογραφοῦμε τὸ σχῆμα του. Βλέπομε πὼς μοιάζει μὲ κυκλικὸ τομέα, ποὺ τοῦ λείπει ἕνα κομμάτι ἴσο μὲ τομέα κύκλου, ποὺ ἔχει ἀχτῖνα τὴν πλευρὰ τοῦ ἐπάνω μέρους τοῦ ὁλάκερου κώνου.



Εἰκ. 57.

2. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας πολλαπλασιάζομε τὸ ἄθροισμα τῶν ἀχτίνων τῶν δύο βάσεων μὲ τὸ λόγο π καὶ μὲ τὴν πλευρὰ τοῦ κώνου καὶ τὸ γινόμενο τὸ διαιροῦμε μὲ τὸ δύο.

3. Ὁλικὴ ἐπιφάνεια τοῦ κολοβοῦ κώνου.

1. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ ὅλης τῆς ἐπιφάνειας τοῦ κολοβοῦ κώνου βρίσκομε χωριστὰ τὸ ἐμβαδὸ τῆς καθεμιανῆς ἕδρας καὶ προσθέτομε.

2. Βρίσκομε δηλαδὴ πρῶτα τὸ ἐμβαδὸ τῆς κυρτῆς ἐπιφάνειας (ὅπως σημειώσαμε πρωτύτερα), ἔπειτα τὸ ἐμβαδὸ τῆς ἐπάνω βάσης καὶ κατόπι τὸ ἐμβαδὸ τῆς βάσης, ποὺ εἶναι κάτω, καὶ προσθέτομε τὰ τρία ποσά. Ἔτσι ἂν ἡ ἐπάνω βάση ἔχη ἀχτῖνα ἴση μὲ 2 μ., ἡ κάτω βάση ἀχτῖνα ἴση μὲ 4 μ. καὶ ἡ πλευρὰ ἔχη 6 μ., ἡ ὁλικὴ ἐπιφάνεια τοῦ κολοβοῦ κώνου εἶναι:

$$\frac{(2+4)\times\pi\times6}{2}=\frac{6\times3{,}14\times6}{2}=\frac{113{,}04}{2}=56{,}52.$$

$$56{,}52+2^2\pi+4^2\pi=56{,}52+12{,}56+50{,}24=189{,}32 \text{ τ.μ.}$$

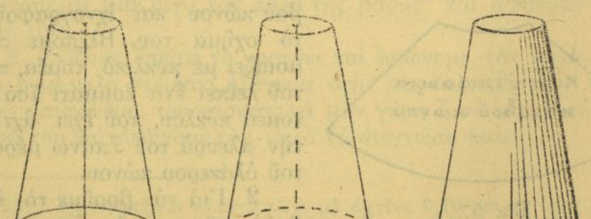
4. Ὁ ὄγκος τοῦ κολοβοῦ κώνου.

1. Ὁ ὄγκος τοῦ κολοβοῦ κώνου εἶναι ἡ διαφορὰ τοῦ ὄγκου τοῦ μικροῦ κομμένου κώνου ἀπὸ τὸν ὄγκον ὁλοκλήρου τοῦ κώνου.

Γιὰ νὰ βροῦμε λοιπὸν τὸν ὄγκο τοῦ κολοβοῦ κώνου βρίσκομε α) τὸν ὄγκο τοῦ μικροῦ κώνου καὶ β) τὸν ὄγκο ὁλοκλήρου τοῦ κώνου. Κατόπι ἀφαιροῦμε τὸν ὄγκο τοῦ μικροῦ κώνου ἀπὸ τὸν ὄγκο τοῦ μεγάλου κώνου·

5. Πῶς ἰχνογραφοῦμε κολοβὸ κῶνο·

1. Φέρνομε μιὰ κατακόρυφη εὐθεῖα· τὰ ἄκρη της ἐπάνω καὶ κάτω τὰ μεταχειριζόμαστε γιὰ κέντρα καὶ γράφομε ὁλόγυρά τους ἀπὸ μιὰ περιφέρεια κύκλου μὲ μεγαλύτερη ἀχτῖνα κάτω καὶ μικρότερη ἐπάνω.



Εἰκ. 58. Πῶς ἰχνογραφοῦμε κολοβὸ κῶνο.

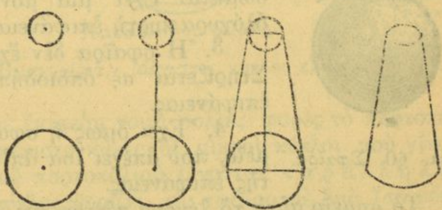
2. Ἔτσι σχηματίζονται οἱ δυὸ βάσεις τοῦ κολοβοῦ κώνου.

Ἑνώνομε τότε τὶς δυὸ περιφέρειες αὐτὲς μὲ μιὰ εὐθεῖα πρὸς τὰ δεξιὰ καὶ μιὰ πρὸς τὰ ἀριστερά. Σβήνομε ἔπειτα τὴν κατακόρυφη εὐθεῖα ἐκείνη καὶ τὴν ἡμιπεριφέρεια τῆς βάσης, ποὺ εἶναι κάτω καὶ προσθέτομε τὴν ἀνάλογη σκιά.

6. Πῶς κατασκευάζομε κολοβὸ κῶνο ἀπὸ χαρτόνι.

1. Κόβομε ἀπὸ ἕνα χαρτόνι δυὸ κύκλους, τὸν ἕνα μικρότερο καὶ τὸν ἄλλο μεγαλύτερο.

2. Τοὺς κύκλους αὐτοὺς στερεώνομε σὲ ἕνα ξυλαράκι, ποὺ θὰ περνᾶ ἀπὸ τὰ κέντρα τῶν κύκλων. Τυλίζομε τὸ διάστημα μεταξὺ τῶν δυὸ κύκλων ὁλόγυρα μὲ ψιλὸ χαρτόνι· κόβομε τὸ μέρος, ποὺ περισσεύει, καὶ κολλοῦμε τὸ χαρτόνι αὐτὸ στὸν ἐπάνω καὶ στὸν κάτω κύκλο μὲ λωρίδες χαρτιοῦ καὶ μὲ κόλλα, ἔτσι ποὺ νὰ κλείσῃ τὸ ὅλο στερεὸ ὁλόγυρα·



Εἰκ. 59. Πῶς γίνεται κολοβὸς κῶνος ἀπὸ χαρτόνι.

3. Ἕνα τέτοιο χάρτινο κολοβὸ κῶνο, ἀσκέπαστο ἀπὸ τὴν ἐπάνω βάση, γεμίζομε μὲ πηλό, σκίζομε ἔπειτα τὸ χαρτόνι ὁλόγυρα, ἀφοῦ ξεραθῇ λίγο ὁ πηλός, βγάζομε τὸν πηλό, τὸν ἰσιώνομε καὶ ἔχομε κολοβὸ κῶνο ἀπὸ πηλὸ ἐπάνω στὸν κύκλο τῆς βάσης, ποὺ ἔχει κάτω ὁ χάρτινος κῶνος.

---

239. Ποιὸς εἶναι ὁ ὄγκος κολούρου κώνου, ἂν ἡ ἀχτῖνα τῆς μεγάλης βάσης εἶναι 0,04 μ. καὶ τῆς μικρῆς 0,03 μ. Τὸ ὕψος τοῦ κώνου πρὶν κοπῇ ἦταν 0,15 μ. καὶ τοῦ κολοβοῦ εἶναι 0,12 μ.

240. Πόση εἶναι ἡ κυρτή του ἐπιφάνεια, ἂν ἡ πλευρά του εἶναι 0,151 μ.;

241. Ποιὸ εἶναι τὸ βάρος κολούρου κώνου ἀπὸ βούτυρο ἂν οἱ ἀχτῖνες στὶς βάσεις του εἶναι 0,06 μ. καὶ 0,04 μ. καὶ τὸ ὕψος τοῦ κώνου εἶναι 0,15 μ. καὶ τοῦ κομμένου 0,10 μ.;

242. Ἰχνογραφῆστε στὸν πίνακο ἢ στὸ τετράδιό σας τρεῖς κολοβοὺς κώνους μὲ ἀχτῖνα στὴν κάτω βάση 0,08 μ. καὶ μὲ ὕψος τοῦ δεύτερου διπλάσιο ἀπὸ τὸ ὕψος τοῦ πρώτου καὶ μὲ ὕψος τοῦ τρίτου τόσο, ὅσο τὸ ὕψος τῶν δύο ἄλλων.

243. Ἰχνογραφῆστε 3 κολοβοὺς κώνους μὲ ἀχτῖνα στὴν ἐπάνω βάση (τὴ μικρότερη) 0,05 μ. —0,08 μ. καὶ 0,10 μ. καὶ ὕψος τὸ ἴδιο καὶ γιὰ τοὺς 3.

244. Σχηματίστε ἀπὸ χαρτόνι ἢ ἀπὸ πηλὸ τοὺς ἕξι κολοβοὺς κώνους ποὺ ἰχνογραφήσατε (γυμν. 242 καὶ 243).

Ε΄. Η ΣΦΑΙΡΑ

1. Ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας.

Ἔχομε ἕνα τόπι λαστιχένιο φουσκωμένο. Μπορεῖ νὰ εἶναι καὶ ξύλινο τὸ τόπι, καὶ γιάλινο, καὶ μετάλλινο ἀκόμη, ὅπως εἶναι οἱ σφαῖρες καὶ τὰ σκάγια, πρὶν τὰ βάνωμε στὸ τουφέκι.

Εἶναι καὶ τὸ τόπι στερεὸ σῶμα.

Τὸ στερεὸ αὐτὸ σῶμα τὸ λέγουν σ φ α ῖ ρ α.


Εἰκ. 60. Σφαῖρα.

2. Ἡ σφαῖρα δὲ μοιάζει μὲ τἆλλα στερεὰ σώματα. Ἔχει μιὰ μονάχα ἕδρα, ποὺ εἶναι ὁλόγυρα κυρτὴ ἐπιφάνεια.

3. Ἡ σφαῖρα δὲν ἔχει βάση, οὔτε κορυφή. Στηρίζεται σὲ ὁποιοδήποτε μέρος τῆς κυρτῆς ἐπιφάνειας.

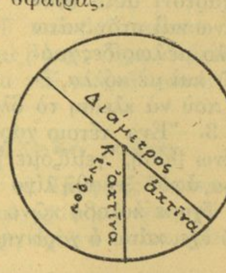
4. Ἔχει ὅμως ἡ σφαῖρα μέσα της ἕνα σημεῖο, ποὺ ἀπέχει ἴσα ἀπ᾿ ὅλα τὰ μέρη τῆς κυρτῆς ἐπιφάνειας.

Τὸ σημεῖο αὐτὸ τὸ λέγουν κέντρο τῆς σφαίρας.

5. Κάθε εὐθεῖα, ποὺ ἑνώνει ἕνα σημεῖο τῆς κυρτῆς ἐπιφάνειας τῆς σφαίρας μὲ τὸ κέντρο, λέγεται ἀ κ τ ῖ ν α τῆς σφαίρας.

6. Καὶ κάθε εὐθεῖα, ποὺ ἑνώνει δυὸ σημεῖα τῆς κυρτῆς ἐπιφάνειας καὶ περνᾶ ἀπὸ τὸ κέντρο τῆς σφαίρας, λέγεται δ ι ά μ ε τ ρ ο τῆς σφαίρας.

7. Ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας εἶναι ἴση μὲ δυὸ ἀχτῖνες της, ὅπως καὶ στὸν κύκλο. (Εἰκ. 61).



Εἰκ. 61. Διάμετρος, ἀχτῖνες, κέντρο.

2. Τὸ κόψιμο τῆς σφαίρας.

1. Παίρνομε ἕνα στρογγυλὸ πορτοκάλι. Τὸ πορτοκάλι ἔχει σχῆμα σφαιρικό.

Κόβομε τὸ πορτοκάλι μὲ τὸ μαχαίρι σὲ δυὸ κομμάτια.

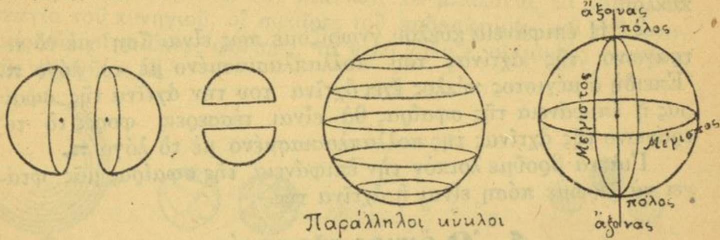
Βλέπομε πὼς τὸ κόψιμο εἶναι ἐπίπεδη ἐπιφάνεια.

2. Κόβομε ἕνα χαρτὶ ὅσο εἶναι τὸ κόψιμο τοῦ πορτοκαλιοῦ καὶ ἰχνογραφοῦμε τὸ σχῆμα. Βλέπομε πὼς τὸ κόψιμο (ἡ τομὴ) τοῦ πορτοκαλιοῦ εἶναι κ ύ κ λ ο ς.

Κάθε τομὴ ἐπίπεδη σὲ σφαιρικὸ σῶμα εἶναι κύκλος·

3. Ὅταν ἡ τομὴ περνᾶ ἀπὸ τὸ κέντρο τότε ὁ κύκλος λέγεται μ έ γ ι σ τ ο ς κ ύ κ λ ο ς (Εἰκ. 62).

4. Ὅταν ἡ τομὴ δὲν περνᾶ ἀπὸ τὸ κέντρο τότε σχηματίζονται μικρότεροι κύκλοι. Αὐτοὶ λέγονται μικροὶ κύκλοι.



Εἰκ. 62. Ἡμισφαίρια. Μέγιστοι κύκλοι κλπ.

5. Ἂν κόψωμε μὲ ἐπίπεδη τομὴ πολλὲς φορὲς τὸ πορτοκάλι παράλληλα πρὸς τὸ μέγιστο κύκλο, οἱ μικροὶ κύκλοι ποὺ γίνονται ἀπὸ τὸ κόψιμο τοῦ πορτοκαλιοῦ, λέγονται π α ρ ά λ λ η λ ο ι.

6. Ὁ μέγιστος κύκλος χωρίζει τὴ σφαῖρα σὲ δυὸ ἴσα μέρη, ποὺ τὸ καθένα λέγεται ἡ μ ι σ φ α ί ρ ι ο (εἰκ. 62).

7, Ἂν τρυπήσωμε μὲ ἕνα σύρμα ἕνα πορτοκάλι καὶ τὸ σύρμα περάση ἀπὸ τὸ κέντρο καὶ βγῆ, ἀπὸ τὴν ἄλλη μεριὰ τῆς σφαίρας, τὸ σύρμα εἶναι μιὰ διάμετρος.

Ἂν στριφογυρίσωμε τὸ πορτοκάλι βλέπομε πῶς αὐτὸ γυρίζει γύρω στὸ σύρμα. Τὸ σύρμα αὐτὸ τὸ ὀνομάζομε ἄ ξ ο ν α καὶ τὶς δυὸ ἄκρες τοῦ σύρματος, ποὺ ἀκουμποῦν στὴν ἐπιφάνεια τοῦ πορτοκαλιοῦ τὶς λέμε π ό λ ο υ ς. Κάθε διάμετρος τῆς σφαίρας μπορεῖ νὰ ὀνομαστῆ καὶ ἄξονας καὶ οἱ ἄκρες της πόλοι.

8. Ἡ γῆ εἶναι μιὰ σφαῖρα καὶ ἔχει δυὸ πόλους, τὸ Βόρειο καὶ τὸ Νότιο πόλο.

---

245. Ἀπὸ τοὺς κύκλους τῆς σφαίρας (μέγιστους καὶ παράλληλους) ποιὸς ἔχει ἀχτῖνα ἴση μὲ τὴν ἀχτῖνα τῆς σφαίρας;

246. Τί διαφέρουν οἱ παράλληλοι κύκλοι ἀπὸ τοὺς μέγιστους;

247. Ποιὸ ἡμισφαίριο εἶναι μεγαλύτερο τὸ ἐπάνω ἢ τὸ κάτω, τὸ δεξιὸ ἢ τ' ἀριστερό;

248. Ποιὰ διάμετρο τοῦ κύκλου μπορεῖ νὰ λογαριαστῆ γιὰ ἄξονας τῆς σφαίρας;

249. Στὴ γήινη σφαῖρα πῶς λέγονται οἱ παράλληλοι κύκλοι ποὺ περνοῦν ἀπὸ τοὺς πόλους καὶ τί γεωγραφικὸ ποσὸ μετροῦμε μὲ αὐτούς;

250. Ὁ μέγιστος κύκλος τῆς γῆς, ποὺ τὴ χωρίζει σὲ βόρειο καὶ νότιο ἡμισφαίριο, πῶς ὀνομάζεται;

251. Ὅλοι οἱ παράλληλοι κύκλοι, ποὺ βρίσκονται στὰ βόρεια τοῦ ἰσημερινοῦ εἶναι ἴσοι ἀναμεταξύ τους;

3. Ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας.

1. Μέτρησαν τὴν ἐπιφάνεια μιᾶς σφαίρας καὶ τὴν ἐπιφάνεια τοῦ μεγίστου κύκλου της, καὶ βρῆκαν πὼς ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας εἶναι 4 φορὲς μεγαλύτερη ἀπὸ τὴν ἐπιφάνεια τοῦ μεγίστου κύκλου.

2. Ἡ ἐπιφάνεια κύκλου γνωρίζομε πὼς εἶναι ἴση μὲ τὸ τετράγωνο τῆς ἀχτίνας του πολλαπλασιασμένο μὲ τὸ λόγο **π**. Ἐπειδὴ ὁ μέγιστος κύκλος ἔχει ἀχτῖνα του τὴν ἀχτῖνα τῆς σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας θὰ εἶναι τέσσερεις φορὲς τὸ τετράγωνο τῆς ἀχτίνας της πολλαπλασιασμένο μὲ τὸ λόγο **π**.

Γιὰ νὰ βροῦμε λοιπὸν τὴν ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας μᾶς φτάνει νὰ ξέρωμε πόση εἶναι ἡ ἀχτῖνα της.

4. Ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας.

1. Τὴ σφαῖρα τὴ λογαριάζομε σὰν κῶνο, ποὺ ἡ κορυφή του εἶναι τὸ κέντρο καὶ βάση του ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας.

2. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο τοῦ κώνου πολλαπλασιάζομε τὸ ἐμβαδὸ τῆς βάσης μὲ τὸ ὕψος καὶ τὸ γινόμενο τὸ διαιροῦμε μὲ τὸ 3.

3. Θὰ κάνωμε τὸ ἴδιο γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο τῆς σφαίρας· Θὰ πολλαπλασιάσωμε δηλαδὴ τὸ ἐμβαδὸ τῆς ἐπιφανείας της μὲ τὴν ἀχτῖνα καὶ τὸ γινόμενο θὰ τὸ διαιρέσωμε μὲ τὸ 3.

4. Ἐπειδὴ ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας εἶναι ἴση μὲ 4 φορὲς τὸ τετράγωνο τῆς ἀχτῖνας πολλαπλασιασμένο μὲ τὸ λόγο **π**, πρέπει αὐτὸ νὰ τὸ πολλαπλασιάσωμε ἀκόμη μιὰ φορὰ μὲ τὴν ἀχτῖνα τῆς σφαίρας καὶ νὰ τὸ διαιρέσωμε μὲ τὸ 3. Ἂν ὅμως τὸ τετράγωνο ἑνὸς ἀριθμοῦ τὸ πολλαπλασιάσωμε καὶ πάλι μὲ τὸν ἴδιο ἀριθμό, ἔχομε τὸν κύβο τοῦ ἀριθμοῦ αὐτοῦ. Γι' αὐτὸ γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο τῆς σφαίρας βρίσκομε τὸν κύβο τῆς ἀχτῖνας καὶ τὸν πολλαπλασιάζομε μὲ τὸ λόγο **π** καὶ μὲ τὸ 4 καὶ τὸ ὅλο τὸ διαιροῦμε μὲ τὸ 3.

Ἔτσι σφαῖρα μὲ ἀχτῖνα 2 μέτρων ἔχει ὄγκο: $2 \times 2 \times 2 = 8$, $8 \times 3{,}14 \times 4 = 100{,}48 \cdot 100{,}48 : 3 =$ περίπου 33 κ μ καὶ 500 κ. παλάμες.

---

252. Σὲ ποιὰ γραμμὴ ἐπάνω βρίσκονται τὰ κέντρα ὅλων τῶν παραλλήλων, ποὺ ἔχει καὶ τὸ βόρειο καὶ τὸ νότιο ἡμισφαίριο;

253. Ἡ διάμετρο σφαίρας εἶναι 0,21 μ. Πόση εἶναι ἡ ἐπιφάνειά της;

254. Μπαλόνι σφαιρικὸ ἔχει διάμετρο 10 μ. Τὰ ἐξαρτήματα του ζυγίζου 150 χλγ. Ἡ σφαῖρα εἶναι γεμάτη φωταέριο, ποὺ μιὰ λίτρα του ζυγίζει 0,52 γρμ. Πόσο διαφέρει τὸ βάρος τοῦ φωταερίου ἀπὸ τὸ βάρος τοῦ ἀέρα, ἂν ὁ ἀέρας ζυγίζει 1,3 γρμ.;

255. Δεξαμενὴ γεμάτη νερὸ ἔχει βάση ὀρθογώνια μὲ μάκρος 3,25 μ. καὶ μὲ πλάτος 2,30 μ. Τὸ ὕψος τῆς δεξαμενῆς εἶναι 1,85 μ. Ρίχνουν μέσα

Σφαιρικὰ ἀντικείμενα.

1. Ὅλως διόλου σφαιρικὰ ἀντικείμενα εἶναι ὅσα κατασκευάζομε ἐπίτηδες γιὰ τὶς διάφορες ἐργασίες μας. Σφαιρικὰ ἀντικείμενα εἶναι οἱ βῶλοι τῶν παιδιῶν, τὰ μπαλόνια, τὰ τόπια, τὰ σκάγια τοῦ κυνηγιοῦ, οἱ σφαῖρες τοῦ ποδοσφαίρου καὶ τοῦ μπιλιάρδου, οἱ γιάλινες φοῦσκες, τὸ ψιλὸ χαλάζι, οἱ μικρὲς σταγόνες τῆς βροχῆς κ. ἄ.

Εἰκ. 63. Σφαιρικὰ ἀντικείμενα.

2. Κι ἡ γῆ εἶναι σφαῖρα μὲ ἀνώμαλη ἐπιφάνεια καὶ μὲ πλατυσμένους τοὺς πόλους· τέτοιες σφαῖρες εἶναι κι ὁ ἥλιος, οἱ πλανῆτες, καὶ ἄλλα ἄστρα τοῦ οὐρανοῦ. Σφαῖρες μὲ ἀνώμαλη ἐπιφάνεια εἶναι τὰ στρογγυλὰ πορτοκάλια καὶ διάφορα ἄλλα ὀπωρικὰ καὶ σπόροι τῶν φυτῶν.

3. Στὸ σχολεῖο ἔχομε σφαιρικὸ ἀντικείμενο τὴ γήινη σφαῖρα. Στὰ σπίτια μερικὰ πόμολα στὰ κάγκελα τῆς σκάλας κ.λ.π.

4. Οἱ τροῦλοι τῶν ἐκκλησιῶν εἶναι ἡμισφαίρια.

στὴ δεξαμενὴ σφαῖρα μὲ διάμετρο 0,80 μ. Πόσο νερὸ θὰ χυθῆ ἔξω καὶ πόσο νερὸ θὰ μείνῃ στὴ δεξαμενή;

256. Θὰ τυλίξουν μὲ πανὶ μιὰ σφαῖρα μὲ διάμετρο 10μ. Πόση ἐπιφάνεια θὰ ἔχῃ τὸ πανί; Πόσος θὰ εἶναι ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας;

257. Δοχεῖο ἡμισφαιρικὸ μὲ ἀχτῖνα 0,20 μ. πόσες λίτρες νερὸ χωρεῖ;

258. Ἰχνογραφῆστε 5 σφαῖρες, ποὺ ἡ ἀχτῖνα τους νὰ εἶναι κατὰ 0,03 μ. ἡ μιὰ μεγαλύτερη τῆς ἄλλης. (ἡ α′ 0.05 μ. ἡ β′ 0,08 λ. ἡ γ′ 0,11 κλπ.).

259. Πῶς μπορεῖτε νὰ μετρῆστε τὶ διάμετρο, ποὺ ἔχουν διάφοροι βῶλοι χωρὶς νὰ τοὺς σπάσετε; Θυμηθῆτε πῶς κάνουν τὰ σκάγια γιὰ νὰ βρῆτε εὔκολα τὸν τρόπο, ποὺ θὰ μετρῆστε τὴ διάμετρο αὐτή.

6. Πῶς ἰχνογραφοῦμε σφαῖρα.

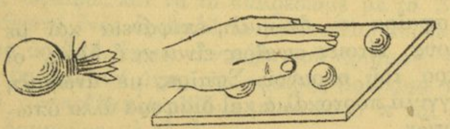
Γιὰ νὰ ἰχνογραφήσωμε σφαῖρα γράφομε ἕναν κύκλο. Μέσα στὸν κύκλο αὐτὸν ἀπὸ ἕνα σημεῖο λίγο λοξὰ πρὸς τὸ ἐπάνω ἢ τὸ κάτω μέρος γράφομε ἕνα εἶδος ὁμόκεντρους κύκλους λίγο ἀνοιχτοὺς πρὸς τὸ ἴδιο μέρος· οἱ ὁμόκεντροι αὐτοὶ κύκλοι κάνουν τὴν σκιά, ποὺ δίνομε στὸ ἰχνογράφημά μας. (Εἰκ. 64).

Εἰκ. 64. Σφαῖρες ἰχνογραφημένες

7. Πῶς κατασκευάζομε σφαῖρα.

1. Ἀπὸ χαρτόνι κι ἀπὸ ξύλο δύσκολα κατασκευάζεται σφαῖρα, χωρὶς τὰ κατάλληλα ἐργαλεῖα, ποὺ δὲ βρίσκονται πρόχειρα.

2. Κατασκευάζομε σφαῖρα ἀπὸ πηλὸ μὲ τὸν ἀκόλουθο τρόπο. Βάζομε λίγο πηλὸ σ' ἕνα πανὶ μέσα καὶ σφίγγομε τὸ πανὶ ἀπὸ τὸ ἕνα μέρος ἔτσι, ποὺ ὁ πηλὸς νὰ μαζευτῇ στὸ μέσο τοῦ πανιοῦ. Στρίβομε τὶς ἄκρες τοῦ πανιοῦ ὅσο τὸ δυνατὸ πιὸ σφιχτά, δένομε τὸ μέρος, ὅπου στρίψαμε τὸ πανὶ κι ἀφήνομε νὰ ξεραθῇ λίγο ὁ πηλὸς πρὶν νὰ τὸν βγάλωμε ἀπὸ τὸ πανί.



Εἰκ. 65. Πῶς γίνονται σφαῖρες ἀπὸ πηλό.

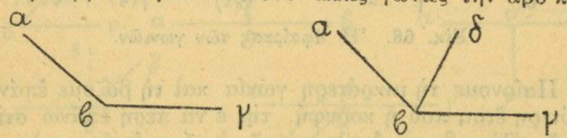
3. Μικρὲς σφαῖρες ἢ βώλους ἀπὸ πηλὸ κατασκευάζομε τρίβοντας ἐλαφρὰ τὸν πηλὸ ἐπάνω σὲ μάρμαρο καὶ κάνοντάς τον νὰ γυρίζῃ σὲ ὅλα του τὰ μέρη κάτω ἀπὸ τὴν παλάμη μας.

3. Τὰ σκάγια γίνονται ἔτσι: Τὸ λειωμένο ζεστὸ μολύβι τὸ χύνουν μέσα σὲ κόσκινο σιδερένιο μὲ τρύπες ἀνάλογες μὲ τὸν ὄγκο, ποὺ θὰ ἔχουν τὰ σκάγια. Κάτω ἀπὸ τὸ κόσκινο αὐτὸ σὲ ἀρκετὴ ἀπόσταση βάζουν βαθιὰ λεκάνη νερό. Οἱ σταγόνες τοῦ μολιβιοῦ ὥσπου νὰ πέσουν μέσα στὸ νερὸ στρογγυλαίνουν, γίνονται σφαῖρες μικρὲς καὶ μόλις πέσουν στὸ νερὸ κρυώνουν καὶ διατηροῦν τὸ σχῆμα, ποὺ πῆραν πέφτοντας ἀπὸ τὸ κόσκινο.

ΣΤ΄. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΟΙ ΟΡΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

1. Παρακείμενες ἢ γειτονικὲς γωνίες.

1.Γράφομε στὸν πίνακα μιὰ ἀμβλεῖα γωνία (Εἰκ.66). Ἂν ἀπὸ τὴν κορυφή της πρὸς τὸ ἄνοιγμα φέρωμε μιὰ εὐθεῖα τότε χωρίζομε τὴν ἀμβλεῖα γωνία σὲ δυὸ ἄλλες γωνίες τὴν αβδ καὶ δβγ



Εἰκ, 66 Παρακείμενες γωνίες.

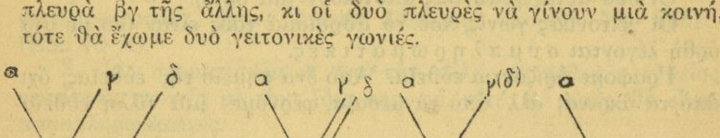
2. Οἱ δύο αὐτὲς γωνίες ἔχουν κοινὴ τὴν κορυφὴ καὶ μιὰ πλευρά, τὴ βδ, κοινή.

3. Οἱ γωνίες, ποὺ ἔχουν κοινὴ τὴν κορυφὴ καὶ μιὰ πλευρά, τὴ μεσιανή, κοινή, λέγονται π α ρ α κ ε ί μ ε ν ε ς ἢ γ ε ι τ ο ν ι κ έ ς.

4. Οἱ γειτονικὲς γωνίες βρίσκονται στὸ ἴδιο ἐπίπεδο.

2. Πρόσθεση γωνιῶν.

1. Παίρνομε δυὸ γωνίες τὴν αβγ καὶ τὴν δεζ (εἰκ. 67). Ἂν τὶς πλησιάσωμε ἔτσι, ποὺ ἡ κορυφὴ τῆς μιανῆς νὰ πέση στὴν κορυφὴ τῆς ἄλλης καὶ μιὰ πλευρὰ εδ, νὰ πέση ἐπάνω στὴν πλευρὰ βγ τῆς ἄλλης, κι οἱ δυὸ πλευρὲς νὰ γίνουν μιὰ κοινή, τότε θὰ ἔχωμε δυὸ γειτονικὲς γωνιές.



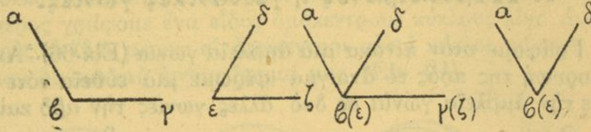
Εἰκ. 67. Ἡ πρόσθεση τῶν γωνιῶν.

Ἂν σβήσωμε ἀπὸ τὶς γειτονικὲς αὐτὲς γωνίες τὴν κοινὴ πλευρά, θὰ ἔχωμε τότε μιὰ μεγάλη γωνία, ποὺ εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν δυὸ γωνιῶν, ποὺ εἴχαμε.

Γιὰ νὰ προσθέσωμε λοιπὸν γωνίες τὶς κάνομε γειτονικές. Ἡ γωνία, ποὺ σχηματίζεται, εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν γωνιῶν.

3. Ἀφαίρεση γωνιῶν.

1. Ἔχομε δυὸ γωνίες τὴν αβγ καὶ τὴν δεζ καὶ πρόκειται νὰ ἀφαιρέσωμε ἀπὸ τὴν αβγ τὴν δεζ, ποὺ εἶναι μικρότερη.



Εἰκ. 68. Ἡ ἀφαίρεση τῶν γωνιῶν.

2. Παίρνομε τὴ μικρότερη γωνία καὶ τὴ βάζομε ἐπάνω στὴ μεγαλύτερη ἔτσι, ποὺ ἡ κορυφή της ε νὰ πέση ἐπάνω στὴν κορυφὴ τῆς ἄλλης β καὶ ἡ πλευρὰ εζ νὰ πέση ἐπάνω στὴν πλευρὰ τῆς ἄλλης βγ. Ἔτσι σχηματίζονται τώρα δύο γειτονικὲς γωνίες ἡ αβδ καὶ ἡ δβγ, ποὺ εἶναι ἡ ἴδια ἢ δεζ. Χωρίστηκε λοιπὸν ἡ μεγαλύτερη γωνία σὲ δυὸ γειτονικές. Ἡ μιὰ εἶναι ἡ μικρότερη γωνία καὶ ἡ ἄλλη ἡ διαφορὰ τῶν δύο.

3. Γιὰ νὰ ἀφαιρέσωμε λοιπὸν γωνίες χωρίζομε τὴ μεγαλύτερη σὲ δυὸ γειτονικὲς ἔτσι, ποὺ ἡ μιὰ ἀπ' αὐτὲς τὶς δυὸ νὰ εἶναι ἡ μικρότερη, κι ἡ ἄλλη ἡ διαφορὰ τῶν δυὸ γωνιῶν ἐκείνων.

4. Συμπληρωματικὲς-Παραπληρωματικὲς γωνίες.

1. Γράφομε μιὰ ὀρθὴ γωνία στὸν πίνακα ἢ στὸ τετράδιο.

Ἂν ἀπὸ τὴν κορυφή της πρὸς τὸ ἄνοιγμα φέρωμε μιὰ εὐθεῖα, τότε χωρίζομε τὴν ὀρθὴ γωνία σὲ δυὸ ἄλλες ὀξεῖες γωνίες (εἰκ. 69) Οἱ δυὸ αὐτὲς γειτονικὲς ἀποτελοῦν μιὰ ὀρθή.

Οἱ γειτονικὲς γωνίς, ποὺ τὸ ἄθροισμά τους εἶναι ἴσο μὲ μιὰ ὀρθὴ λέγονται σ υ μ π λ η ρ ω μ α τ ι κ έ ς.

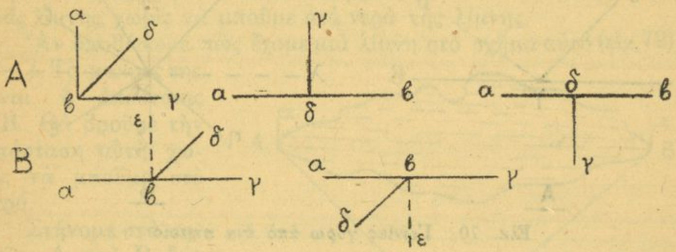
Γράφομε ὁριζόντια εὐθεῖα. Ἀπὸ ἕνα σημεῖο τῆς εὐθείας, ὄχι ἀπὸ τὰ ἀκρινά, ἀλλ' ἀπὸ τὰ μεσαῖα, φέρνομε μιὰ ἄλλη εὐθεῖα

---

260. Γράψτε στὸν πίνακα 5 γωνίες καὶ ἀπὸ μιὰ γειτονικὴ καὶ τῶν 5.
261. Γράψτε στὸ τετράδιό σας 4 γωνίες καὶ ἀπὸ δυὸ γειτονικές τους
262. Γράψτε 3 γωνίες χωριστὰ καὶ ἔπειτα προσθέστε καὶ τὶς τρεῖς.
263. Γράψτε 4 γωνίες χωριστὰ καὶ προσθέστε τες ἔπειτα.
264. Γράψτε μιὰ γωνία, ποὺ νὰ εἶναι ἄθροισμα 3 ἄλλων.
255. Γράψτε 2 γωνίες καὶ βρῆτε τὴ διαφορά τους.
266. Γράψτε 2 γωνίες καὶ ἀφαιρέστε τὴ μικρότερη ἀπὸ τὴ μεγαλύτερη.
267. Γράψτε τὶς ἀκόλουθες γωνίες· α' 27ο, β' 35ο, γ' 42ο δ' 46ο καὶ ε' 68ο. Πόσων μοιρῶν γωνία θὰ εἶναι ἡ συμπληρωτικὴ καθεμιᾶς; Γράψτε τὶς συμπληρωματικὲς αὐτὲς γωνίες.

κάθετη είτε ἀπὸ τὸ ἐπάνω εἴτε ἀπὸ τὸ κάτω μέρος τῆς ὁριζόντιας, τότε θὰ γίνουν δυὸ γειτονικὲς γωνιὲς ὀρθές. (Εἰκ. 69 Α. Οἱ δεύτερες κι οἱ τρίτες.)

4. Οἱ δυὸ γειτονικὲς αὐτὲς γωνίες λέγονται παραπληρωματικές, τὸ ἄθροισμά τους δηλαδὴ εἶναι ἴσο μὲ δυὸ ὀρθές.



Εἰκ. 69. Συμπληρωματικὲς καὶ παραπληρωματικὲς γωνίες.

5. Ἂν ἀπὸ τὸ ἴδιο σημεῖο τῆς ὁριζόντιας δὲ φέρομε κάθετη, ἀλλὰ πλαγιαστή, εἴτε ἀπὸ τὸ ἐπάνω εἴτε ἀπὸ τὸ κάτω μέρος, τότε θὰ γίνουν δυὺ γειτονικὲς γωνίες ὄχι ὀρθές, τὸ ἄθροισμα τους εἶναι ἴσο μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν δύο ὀρθῶν γωνιῶν. Ἑπομένως οἱ γωνίες αὐτὲς εἶναι παραπληρωματικές. (Εἰκ. 69 Β.)

3. Οἱ γωνίες γύρω ἀπὸ ἕνα σημεῖο.

1. Ἀπὸ ἕνα μεσιανὸ σημεῖο μιᾶς ὁριζοντίας φέρνομε εὐθεῖες εἴτε ἀπὸ τὸ ἐπάνω εἴτε ἀπὸ τὸ κάτω μέρος. Οἱ γωνίες, ποὺ σχηματίζονται, εἶναι γειτονικές. Οἱ γειτονικὲς αὐτὲς γωνίες εἶναι παραπληρωματικές, ἔχουν δηλαδὴ ἄθροισμα ἴσο μὲ δύο ὀρθές. (Εἰκ. 70 Α).

2. Ἂν σχηματίσωμε κι ἀπὸ τὴν ἄλλη πλευρὰ τῆς εὐθείας γειτονικὲς γωνιὲς μὲ τὴν ἴδια κορυφή, τότε κι αὐτὲς θὰ εἶναι παραπληρωματικές.

3. Ἑπομένως οἱ γωνίες, ποὺ σχηματίζονται καὶ ἀπὸ τὶς δυὸ πλευρές, μιᾶς εὐθείας μὲ κοινὴ κορυφὴ ἔχουν ἄθροισμα ἴσο μὲ 4 ὀρθές. (Εἰκ. 70 Β).

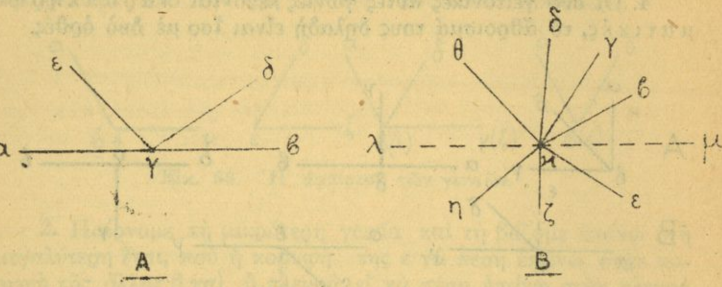
3. Γράφομε ἕνα σημεῖο κι ἀπ' αὐτὸ φέρνομε εὐθεῖες. Θὰ σχηματισθοῦν διάφορες γωνίες μὲ κοινὴ κορυφή.

---

268. Γράψτε δυὸ γωνίες, μιὰ 65ο καὶ μιὰ 48ο· ἂν τὶς κάνετε γειτονικὲς θὰ εἶναι συμπληρωματικὲς ἢ παραπληρωματικές;

269. Γράψτε μιὰ γωνία 80ο, μιὰ 47ο μιὰ 65ο καὶ μιὰ 50ο. Πόσων μοιρῶν θὰ εἶναι οἱ γωνίες, ποὺ μαζί τους θὰ εἶναι συμπληρωματικές, καὶ πόσων μοιρῶν θὰ εἶναι οἱ παραπληρωματικές τους;

4. Ἂν φέρωμε μιὰ ὁριζόντια εὐθεῖα (εἰκ. 70β), ποὺ νὰ περάση ἀπὸ τὸ σημεῖο κ, τὴν κοινὴ κορυφὴ τῶν γωνιῶν, θὰ ἰδοῦμε πὼς ἀπὸ κάθε μεριὰ τῆς εὐθείας σχηματίστηκαν γει-



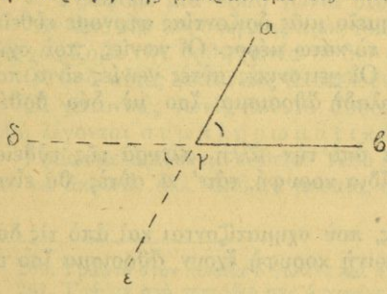
Εἰκ. 70. Γωνίες γύρω ἀπὸ ἕνα σημεῖο.

τονικὲς γωνίες παραπληρωματικές, ποὺ ἔχουν δηλαδὴ ἄθροισμα ἴσο μὲ 4 ὀρθές.

5. Ὅλες λοιπὸν οἱ γωνίες, ποὺ σχηματίζονται γύρω ἀπὸ ἕνα σημεῖο, ἔχουν ἄθροισμα ἴσο μὲ 4 ὀρθές.

6. Κατακόρυφες γωνίες.

1. Γράφομε στὸν πίνακα μιὰ γωνία καὶ μὲ τὴ ρίγα ἀπὸ τὴν κορυφή της μακραίνομε τὶς πλευρές της.



Εἰκ. 71. Κατακόρυφες γωνίες.

Μὲ τὸ μάκρεμα αὐτὸ σχηματίζεται μιὰ καινούργια γωνία. Τὴν καινούργια αὐτὴ γωνία, ποὺ σχηματίστηκε στὴν κορυφὴ τῆς ἄλλης, τὴ λέμε κ α τ α κ ό ρ υ φ η γωνία.

Κατακόρυφη λοιπὸν γωνία λέγεται ἐκείνη, ποὺ σχηματίζεται στὴν κορυφὴ μιᾶς ἄλλης.

2. Ἂν συγκρίνωμε τὴν καινούργια γωνία μὲ τὴν παλιά, θὰ ἰδοῦμε πὼς ἔχουν τὸ ἴδιο ἄνοιγμα, δηλαδὴ εἶναι ἴσες. Ὅλες οἱ κατακόρυφες γωνίες εἶναι ἴσες.

---

270. Γράψτε ὁλόγυρα ἀπὸ ἕνα σημεῖο 8 γωνίες καὶ βρῆτε τὸ ἄθροισμά τους μὲ πόσες ὀρθὲς ἰσοδυναμεῖ.

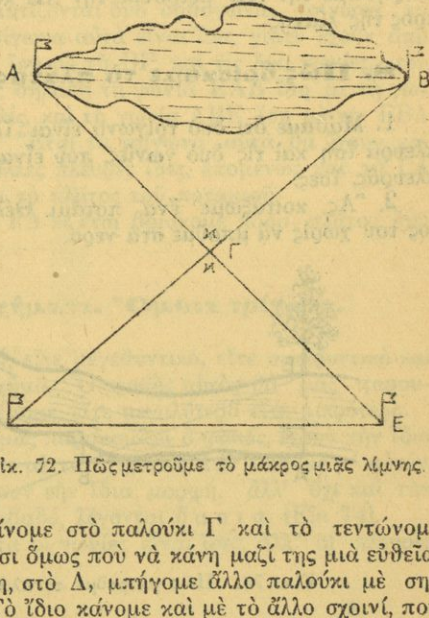
7. Πῶς μετροῦμε τὸ μάκρος μιᾶς λίμνης.

1. Εἴχαμε μάθει ὅτι δύο τρίγωνα εἶναι ἴσα, ἅμα ἔχουν δυὸ πλευρὲς ἴσες καὶ τὴ γωνία, ποὺ εἶναι ἀνάμεσα στὶς ἴσες πλευρές, ἴση. Αὐτὸ μᾶς χρησιμεύει γιὰ νὰ βροῦμε τὸ πλάτος ἢ τὸ μάκρος μιᾶς λίμνης, χωρὶς νὰ μποῦμε στὰ νερὰ τῆς λίμνης.

Ἂν ὑποθέσωμε πῶς ἔχομε μιὰ λίμνη στὸ σχῆμα αὐτὸ (εἰκ. 72).

2. Τὸ μάκρος της εἶναι ἡ ἀπόστασις ΑΒ. Θὰ βροῦμε τὴν ἀπόσταση αὐτὴ χωρὶς νὰ μποῦμε στὸ νερό.

Στήνομε στὰ σημεῖα Α καὶ Β δύο παλούκια μὲ σημαιοῦλες. Σὲ ἀρκετὴ ἀπόσταση ἀπὸ τὴ λίμνη, στὸ σημεῖο Γ, στήνομε ἄλλο παλούκι. Δένομε μὲ σχοινιὰ τὰ παλούκια Α καὶ Β μὲ τὸ Γ.



Εἰκ. 72. Πῶς μετροῦμε τὸ μάκρος μιᾶς λίμνης.

Παίρνομε κατόπι ἄλλα δυὸ σχοινιὰ ἴσα μὲ τὸ ΑΓ καὶ ΒΓ.

Ἐκεῖνο, ποὺ εἶναι ἴσο μὲ τὸ ΒΓ, τὸ δίνομε στὸ παλούκι Γ καὶ τὸ τεντώνομε ἀντίθετα πρὸς τὸ ΒΓ ἔτσι ὅμως ποὺ νὰ κάνῃ μαζί της μιὰ εὐθεῖα.

Ἐκεῖ ποὺ θὰ φτάσῃ, στὸ Δ, μπήγομε ἄλλο παλούκι μὲ σημαιούλα καὶ τὸ δένομε. Τὸ ἴδιο κάνομε καὶ μὲ τὸ ἄλλο σχοινί, ποὺ ἔτσι παίρνει τὴ διεύθυνση ΓΕ καὶ στὸ Ε μπήγομε ἄλλο παλούκι. Δένομε κατόπι στὰ παλούκια Δ καὶ Ε ἕνα ἄλλο σχοινί.

4. Ἔτσι σχηματίστηκε ἕνα τρίγωνο ΓΔΕ ποὺ εἶναι ἴσο μὲ τὸ τρίγωνο ΑΒΓ, γιατὶ ἔχει τὶς γωνίες κ καὶ κ ἴσες, γιατ᾽ εἶναι

---

271. Ἔχετε ὁλόγυρα ἀπὸ ἕνα σημεῖο 6 γωνίες· μιὰ 45ο μιὰ 60ο μιὰ 75ο μιὰ 30ο μιὰ 90ο μιὰ 25ο. Πόσων μοιρῶν θὰ εἶναι ἡ 6η γωνία;

272. Γύρω ἀπὸ ἕνα σημεῖο ἔχετε 5 γωνίες· οἱ τρεῖς τους ἔχουν ἄθροισμα ἴσο μὲ δύο ὀρθές. Οἱ δυὸ ἄλλες εἶναι ἴσες· τί εἴδους γωνίες εἶναι οἱ τελευταῖες;

273. Γράψτε δυὸ κατακόρυφες γωνίες· ἡ μιὰ νὰ εἶναι 60 μοιρῶν· πόσων μοιρῶν θὰ εἶναι ἡ κατακόρυφή της καὶ ἡ παραπληρωματική της;

274. Γύρω ἀπὸ ἕνα σημεῖο γράψαμε 4 γωνίες, δυὸ δυὸ κατακόρυφες· ἂν ἡ μιὰ γωνία ἀπὸ τὶς 4 αὐτὲς εἶναι 75ο πόσων μοιρῶν θὰ εἶναι καθεμιὰ ἀπὸ τὶς 3 ἄλλες;

κατακόρυφες καὶ τὶς πλευρές, ποὺ τὶς σχηματίζουν ἴσες, δηλαδὴ τὴν ΑΓ ἴση μὲ τὴ ΓΕ καὶ τὴ ΒΓ ἴση μὲ τὴ ΓΔ, γιατὶ τὰ σχοινιὰ τὰ πήραμε ἴσα.

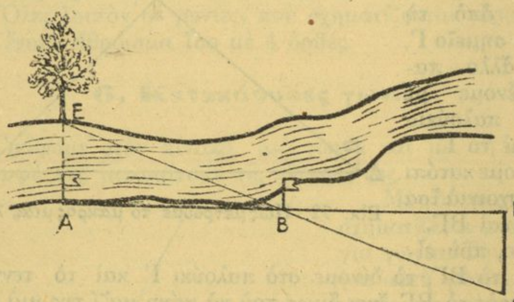
Τότε θὰ εἶναι καὶ ἡ τρίτη πλευρὰ στὰ τρίγωνα ἴση, δηλαδὴ ἡ ΔΕ ἴση μὲ τὴν ΑΒ.

5. Ἡ ΑΒ εἶναι τὸ μάκρος τῆς λίμνης. Ἀλλ' ἀφοῦ ἡ ΑΒ εἶναι ἴση μὲ τὴ ΔΕ κι ἡ ΔΕ εἶναι τὸ μάκρος τῆς λίμνης ἀντὶ νὰ μετρήσωμε τὴν ΑΒ μετροῦμε τὴν ΔΕ καὶ βρίσκομε ἔτσι τὸ μάκρος τῆς λίμνης.

8. Πῶς βρίσκομε τὸ πλάτος ἑνὸς ποταμοῦ.

1. Μάθαμε ὅτι δυὸ τρίγωνα εἶναι ἴσα ἅμα ἔχουν ἀπὸ μιὰ πλευρὰ ἴση καὶ τὶς δυὸ γωνίες, ποὺ εἶναι στὶς ἄκρες τῆς ἴσης πλευρᾶς, ἴσες.

2. Ἂς κοιτάξωμε ἕνα ποτάμι. Θέλομε νὰ βροῦμε τὸ πλάτος του χωρὶς νὰ μποῦμε στὰ νερά.



Εἰκ. 73. Πῶς μετροῦμε τὸ πλάτος ποταμοῦ.

3. Βρίσκομε στὴν ἀντικρινὴ ὄχθη ἕνα σημάδι, ποὺ νὰ φαίνεται, δηλαδὴ ἕνα δέντρο, ἕνα βράχο κλπ. Ἐδῶ βρήκαμε ἕνα δέντρο. Ἀντίκρυ στὸ δέντρο στήνομε ἕνα παλούκι μὲ μιὰ σημαιούλα. Ἔπειτα παίρνομε ἕνα σκοινὶ μὲ ὡρισμένο μάκρος, δένομε τὴ μιὰ ἄκρη του στὸ παλούκι Α καὶ τὸ τεντώνομε παράλληλα πρὸς τὸ ποτάμι. Καὶ ἐκεῖ, ποὺ θὰ φτάση ἡ ἄλλη ἄκρη, στήνομε ἄλλο παλούκι, τὸ Β, ὅπου δένομε τὸ σκοινί.

4. Κατόπι παίρνομε ἄλλο σκοινὶ μὲ τὸ ἴδιο μάκρος, δένομε τὴ μιά του ἄκρη στὸ παλούκι Β, τὸ τεντώνομε παράλληλα πρὸς

---

275. Πῶς θὰ μετρήσετε στὸ φαρδύτερό του μέρος τὸ πλάτος ἑνὸς χωραφιοῦ, ὅπου δὲν σᾶς ἀφήνουν νὰ μπῆτε;

τὸ ποτάμι κι ἐκεῖ ποὺ θὰ φτάση ἡ ἄλλη του ἄκρη, στήνομε τρίτο παλούκι, τὸ Γ, ὅπου καὶ τὸ δένομε.

5. Στὸ σημεῖο Γ χαράζομε μιὰ κάθετη γραμμή. Στὴν κάθετη αὐτὴ γραμμὴ βρίσκομε μιὰ θέση, ποὺ παρατηρῶντας τὴ σημαία Β νὰ κρύβεται αὐτὴ πίσω ἀπὸ τὸ δέντρο, ποὺ εἶναι στὴν ἀντικρυνὴ ὄχθη. Στὸ σημεῖο αὐτὸ στήνομε τέταρτο παλούκι, τὸ Δ. Δένομε κατόπι μὲ σκοινὶ τὸ παλούκι Γ μὲ τὸ Δ καὶ λέμε πὼς τὸ πλάτος τοῦ ποταμοῦ εἶναι τόσο, ὅσο εἶναι τὸ μάκρος αὐτοῦ τοῦ σκοινιοῦ. Ἐδῶ σχηματίζονται δυὸ ὀρθογώνια τρίγωνα τὸ ΒΓΔ καὶ τὸ ΒΕΑ. Τὰ τρίγωνα αὐτὰ εἶναι ἴσα, γιατὶ ἔχουν ἀπὸ μιὰ πλευρὰ ἴση, τὴν ΑΒ ἴση μὲ τὴ ΒΓ, καὶ τὶς δυὸ γωνίες, ποὺ εἶναι στὶς ἄκρες τους ἴσες, δηλαδὴ τὴ γωνία ΕΑΒ ἴση μὲ τὴ γωνία ΒΓΔ, γιατὶ εἶναι ὀρθές, καὶ τὴ γωνία ΑΒΕ ἴση μὲ τὴ ΓΒΔ γιατὶ εἶναι κατακόρυφες· Ἔτσι τὰ τρίγωνα αὐτὰ θὰ ἔχουν καὶ τὶς ἄλλες γωνίες καὶ τὶς ἄλλες πλευρὲς ἴσες, ἑπομένως καὶ τὴ ΓΔ ἴση μὲ τὴ ΑΕ, ποὺ εἶναι τὸ πλάτος τοῦ ποταμιοῦ.

Μετροῦμε λοιπὸν τὴ ΓΔ κι ἔτσι βρίσκομε πόσο πλάτος ἔχει ὁ ποταμὸς αὐτός.

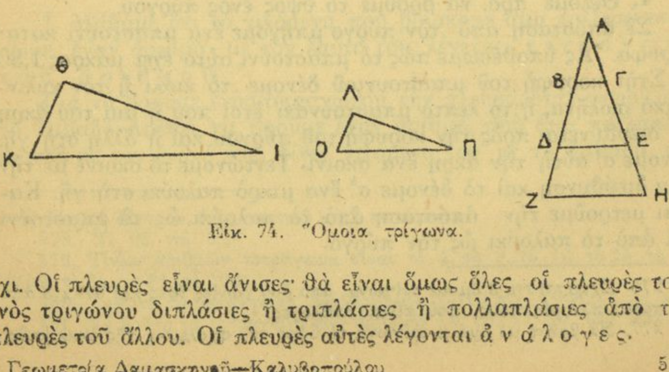
9. Ὅμοια σχήματα. Ὅμοια τρίγωνα.

1. Παίρνομε ἕνα φακό, εἴτε μεγεθυντικό, εἴτε σμικρυντικὸ καὶ μ᾽ αὐτὸ κοιτάζομε ἕνα σχῆμα. Ὁ φακὸς αὐτὸς θὰ μᾶς παρουσιάση τὸ σχῆμα, ποὺ βλέπομε, εἴτε μεγαλύτερο εἴτε μικρότερο.

2. Τὰ σχήματα, ποὺ μᾶς παρουσιάζει ὁ φακός, ἔχουν τὴν ἴδια μορφή, ἀλλὰ δὲν εἶναι ἴσα μὲ τὰ σχήματα, ποὺ βλέπομε μ᾽ αὐτόν.

Τὰ σχήματα, ποὺ ἔχουν τὴν ἴδια μορφή, ἀλλ᾽ ὄχι καὶ τὴν ἴδια ἔκταση ἢ τὸ ἴδιο ἐμβαδό, λέγονται ὅ μ ο ι α. (Εἰκ 74).

3. Στὰ ὅμοια σχήματα οἱ γωνίες εἶναι ἴσες, ἀλλ᾽ οἱ πλευρὲς



Εἰκ. 74. Ὅμοια τρίγωνα.

ὄχι. Οἱ πλευρὲς εἶναι ἄνισες· θὰ εἶναι ὅμως ὅλες οἱ πλευρὲς τοῦ ἑνὸς τριγώνου διπλάσιες ἢ τριπλάσιες ἢ πολλαπλάσιες ἀπὸ τὶς πλευρὲς τοῦ ἄλλου. Οἱ πλευρὲς αὐτὲς λέγονται ἀ ν ά λ ο γ ε ς.

4. Δυὸ τρίγωνα εἶναι ὅμοια α) ἂν ἔχουν ἀπὸ δυὸ γωνίες ἴσες· β) ἂν ἔχουν καὶ τὶς τρεῖς πλευρὲς ἀνάλογες.

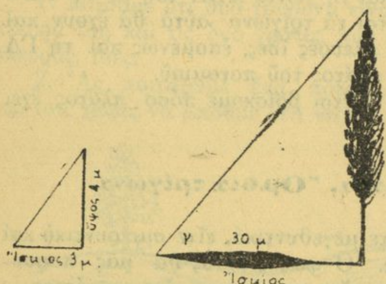
5. Τὰ ὅμοια τρίγωνα μεταχειριζόμαστε:

α) Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ὕψος δέντρου, πύργου, χτιρίου, κλπ. β) Γιὰ νὰ ἀντιγράψωμε ἰχνογραφήματα. γ) Γιὰ νὰ μεγαλώσωμε ἰχνογραφήματα· καὶ δ) Γιὰ νὰ μικραίνωμε ἰχνογραφήματα.

10. Πῶς βρίσκομε τὸ ὕψος δέντρου, πύργου κλπ.

1. Ἔχομε ἕνα δέντρο καὶ θέλομε νὰ τοῦ βροῦμε τὸ ὕψος.

Παίρνομε ἕνα κοντάρι μυτερὸ μὲ ὡρισμένο μάκρος καὶ τὸ μπήγομε στὴ γῆ. Τὸ κοντάρι ἂς ὑποθέσωμε πὼς εἶναι 4 μ.



Εἰκ. 75. Πῶς μετροῦμε τὸ ὕψος δέντρου.

2. Καὶ τὸ κοντάρι καὶ τὸ δέντρο ρίχνουν ἴσκιο. Τὴν ἴδια στιγμὴ μετροῦμε τὸν ἴσκιο τοῦ δέντρου καὶ τὸν ἴσκιο τοῦ κονταριοῦ καὶ βρίσκομε τὸν ἴσκιο τοῦ δέντρου 30 μέτρα καὶ τὸν ἴσκιο τοῦ κονταριοῦ 3 μ.

Ἔπειτα λύνομε τὸ πρόβλημα μὲ τὴν ἀναγωγὴ στὴ μονάδα.

Δηλαδή: Ἀφοῦ ὁ ἴσκιος τοῦ κονταριοῦ 3 μ. ἀναλογεῖ σὲ 4 μ. ὕψος, ὁ ἴσκιος τοῦ δέντρου 30 μ. σὲ πόσα μέτρα ὕψος τοῦ δέντρου ἀναλογεῖ;

3. Πάντοτε ὅμως δὲν ὑπάρχει ἥλιος καὶ δὲν μποροῦμε νὰ ἐφαρμόσωμε τὸν προηγούμενο τρόπο. Τότε βρίσκομε τὸ ὕψος μὲ ἕνα κιάλι ἢ μὲ ἕνα σωλῆνα ἢ ἀκόμη μὲ ἕνα λεπτὸ μπαστουνάκι.

4. Θέλομε πρδ. νὰ βροῦμε τὸ ὕψος ἑνὸς πύργου.

Σὲ ἀπόσταση ἀπὸ τὸν πύργο μπήγομε ἕνα μπαστούνι κατακόρυφα. Ἂς ὑποθέσωμε πὼς τὸ μπαστούνι αὐτὸ ἔχει μάκρος 1,30 μ. Στὴν κορυφὴ τοῦ μπαστουνιοῦ δένομε τὸ κιάλι ἢ τὸν κυλινδρικὸ σωλῆνα, ἢ τὸ λεπτὸ μπαστουνάκι ἔτσι ποὺ ἡ μιά του ἄκρη νὰ διευθύνεται πρὸς τὴν κορυφὴ τοῦ πύργου καὶ ἡ ἄλλη στὴ γῆ. Δένομε σ᾽ αὐτὴ τὴν ἄκρη ἕνα σκοινί. Τεντώνομε τὸ σκοινὶ μὲ τὴν ἴδια διεύθυνση καὶ τὸ δένομε σ᾽ ἕνα μικρὸ παλούκι στὴ γῆ. Κατόπι μετροῦμε τὴν ἀπόσταση ἀπὸ τὸ παλούκι ὥς τὸ μπαστούνι καὶ ἀπὸ τὸ παλούκι ὥς τὸν πύργο.

---

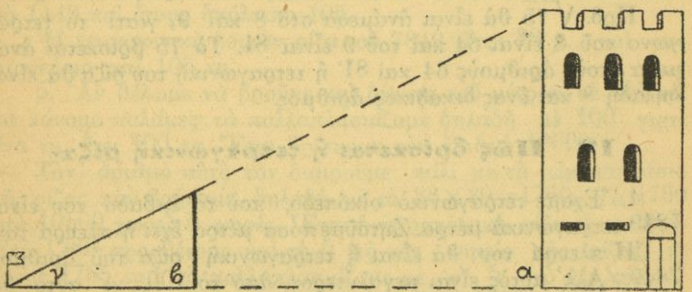
276. Σχηματίστε 3 ὅμοια τρίγωνα, ἀπὸ δυὸ γωνίες ἴσες καὶ ἄλλα 3 ἀπὸ τὶς τρεῖς πλευρές τους, ποὺ εἶναι ἀνάλογες.

277. Νὰ βρῆτε μὲ ὅμοια τρίγωνα τὸ ὕψος τοῦ σχολείου, τῆς ἐκκλησιᾶς'

Ἂς ὑποθέσωμε πῶς βρήκαμε στὸ πρῶτο 4 μ. καὶ στὸ δεύτερο 35 μ.

5. Τότε κάνομε τὸ συλλογισμὸ τοῦ προβλήματος: Ἀφοῦ τὰ 4 μέτρα ἀναλογοῦν σὲ 1,30 μέτρα, τὰ 35 μ. σὲ πόσα μέτρα ἀναλογοῦν; Καὶ λύνομε τὸ πρόβλημα μὲ τὴν ἀναγωγὴ στὴ μονάδα.

6. Τὸ μπαστούνι μὲ τὸ παλούκι σχηματίζει ἕνα μικρὸ τρίγωνο, ἀλλὰ καὶ ὁ πύργος μὲ τὸ παλούκι σχηματίζει ἕνα μεγάλο τρίγωνο. Τὰ τρίγωνα αὐτὰ εἶναι ὅμοια γιατὶ ἔχουν ἀπὸ δυὸ γω-



Εἰκ. 76. Πῶς μετροῦμε τὸ ὕψος πύργου.

νίες ἴσες, δηλαδὴ τὴν α ἴση μὲ τὴ β γιατὶ εἶναι ὀρθὲς καὶ τὴ γ τὴν ἔχουν ἴδια καὶ τὰ δύο τρίγωνα λοιπὸν ἔχουν καὶ τὶς πλευρὲς ἀνάλογες καὶ ἑπομένως ὅσο μεγαλύτερη εἶναι ἡ πλευρὰ τῶν 4 μέτρων ἀπὸ τὴν πλευρὰ τοῦ 1,30 μ. (στὸ μικρὸ τρίγωνο) τόσο μεγαλύτερη θὰ εἶναι κι ἡ πλευρὰ τῶν 35 μέτρων ἀπὸ τὸ ὕψος τοῦ πύργου (στὸ μεγάλο τρίγωνο).

11. Τετραγωνικὴ ρίζα.

1. Μάθαμε ὅτι τὸ γινόμενο, ποὺ βρίσκομε ἅμα πολλαπλασιάσωμε ἕναν ἀριθμὸ μὲ τὸν ἑαυτό του, λέγεται τ ε τ ρ ά γ ω ν ο τ ο ῦ ἀ ρ ι θ μ ο ῦ.

Γιὰ νὰ βροῦμε ἑνὸς τετραγώνου τὴν πλευρά, ὅταν γνωρίζωμε τὸ ἐμβαδό, πρέπει νὰ βροῦμε ἕναν ἀριθμό, ποὺ ἅμα πολλαπλασιαστῇ μὲ τὸν ἑκατό του, δίνει γινόμενο ἴσο μὲ τὸ ἐμβαδὸ τοῦ

ἑνὸς ὑψηλοῦ δέντρου, ἑνὸς σπιτιοῦ μὲ 2 πατώματα.

278. Τί θὰ πῇ 3^2;

279. Τίνων ἀριθμῶν τετράγωνα εἶναι τὸ 4, τὸ 9, τὸ 10, τὸ 25, τὸ 36, τὸ 49, τὸ 64, τὸ 81, τὸ 100;

280. Γράψτε τὰ τετράγωνα τῶν ἀριθμῶν 1—10 π.χ. $1^2=1\times1=1$ κτλ.

281. Νὰ βρῆτε τὰ τετράγωνα τῶν ἀριθμῶν 16, 25, 47, 50, 128, 321.

τετραγώνου. Πρδ. Τὸ ἐμβαδὸ τετραγωνικοῦ πατώματος εἶναι 25 μτ. Ποιὰ εἶναι ἡ πλευρά του; Ἡ πλευρά του εἶναι 5 μ., γιατὶ $5 \times 5 = 25$.

Αὐτὸς ὁ ἀριθμὸς λέγεται τ ε τ ρ α γ ω ν ι κ ὴ ρ ί ζ α, γιατὶ ἀπ' αὐτὸν μὲ πολλαπλασιασμὸ γίνηκε ὁ ἀριθμὸς 25.

Ἡ τετραγωνικὴ ρίζα τοῦ 25 γράφεται ἔτσι $\sqrt{25} = 5$.

Ἂν γνωρίζωμε τὰ τετράγωνα τῶν ἀριθμῶν 1 ὡς 10 εὔκολα βρίσκομε ποιὰ εἶναι ἡ τετραγωνικὴ ρίζα τῶν ἀριθμῶν 1 ὡς 100.

Πρδ. $\sqrt{75}$ θὰ εἶναι ἀνάμεσα στὸ 8 καὶ 9, γιατὶ τὸ τετράγωνο τοῦ 8 εἶναι 64 καὶ τοῦ 9 εἶναι 81. Τὸ 75 βρίσκεται ἀνάμεσα στοὺς ἀριθμοὺς 64 καὶ 81· ἡ τετραγωνική του ρίζα θὰ εἶναι δηλαδὴ 8 καὶ ἕνας δεκαδικὸς ἀριθμός.

12. Πῶς βρίσκεται ἡ τετραγωνικὴ ρίζα.

1. Ἔχομε τετραγωνικὸ οἰκόπεδο, ποὺ τὸ ἐμβαδό του εἶναι 7849 τετραγωνικὰ μέτρα. Ζητοῦμε πόσα μέτρα ἔχει ἡ πλευρά του.

Ἡ πλευρά του θὰ εἶναι ἡ τετραγωνικὴ ρίζα τοῦ ἀριθμοῦ 7849. Ἀλλ' αὐτὸς εἶναι μεγαλύτερος ἀπὸ τὸ 100, γι αὐτὸ θὰ συλλογιστοῦμε ἄλλον τρόπο γιὰ νὰ βροῦμε τὴν τετραγωνική του ρίζα.

2. Ξεχωρίζομε τὸ 7849 τμ. στὶς μονάδες του.

7849 μ^2 $= 78$ τδκμ.$+49$ τμ.

Ἡ πλευρὰ λοιπὸν τοῦ χωραφιοῦ θὰ εἶναι διψήφια, θὰ ἔχῃ δηλαδὴ καὶ δεκάμετρα καὶ μέτρα.

Γιὰ νὰ βροῦμε λοιπὸν τὴν τετραγωνικὴ ρίζα ἑνὸς ἀριθμοῦ χωρίζομε τὸν ἀριθμὸ σὲ διψήφια τμήματα ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ τέλος. Τὸ πρῶτο στὴν ἀρχὴ τμῆμα μπορεῖ νὰ εἶναι καὶ μονοψήφιο. Σὲ ὅσα τμήματα θὰ χωριστῇ ὁ ἀριθμός, τόσα ψηφία θὰ ἔχῃ ἡ τετραγωνική του ρίζα.

3. Ἂν τὸ χωράφι εἶχε ἐπιφάνεια 78 τδκμ. μονάχα, τότε ἡ πλευρά του θὰ ἦταν ἀνάμεσα στὸ 8 καὶ 9 δκμ. Ἑπομένως θὰ εἶναι 8 καὶ κάτι. Ἂν ἦταν 8, τότε τὸ χωράφι ἔπρεπε νὰ ἔχῃ ἐπιφάνεια 64 τδκμ. Τώρα ἔχει 78 τδκμ, δηλαδὴ 14 τδκμ. παραπάνω. Γιὰ νὰ βροῦμε λοιπὸν τὸ πρῶτο ψηφίο τῆς ρίζας βρίσκομε τὴν τετραγωνικὴ ρίζα τοῦ πρώτου διψήφιου κομματιοῦ καὶ ἀφαιροῦμε ἀπ' αὐτὸ τὸ τετράγωνο τοῦ πρώτου ψηφίου τῆς ρίζας.

4. Εἴπαμε πὼς ἔμειναν 14 τδκμ. Αὐτὰ κάνουν 1400 μ καὶ 49 τμ, ποὺ ἔχομε ἀκόμη, γίνονται ὅλα 1449 τμ. Βρίσκομε τὸ εἰ-

282. Τί σημαίνει 42^2, 48^2, 75^2, 125^2, 44^2, 5^2 καὶ ποιοὶ εἶναι οἱ ἀριθμοὶ αὐτοί;

283. Ποιὰ εἶναι ἡ τετραγωνικὴ ρίζα τῶν 64, 36, 49, 25, 81;

284. Ποιὰ εἶναι ἡ τετραγωνικὴ ρίζα τῶν 75, 32, 54;

κοσαπλάσιο τῆς τετραγωνικῆς ρίζας δηλαδὴ 8×20=160 καὶ μὲ αὐτὸ διαιροῦμε τὸ 1449. Τὸ 160 στὸ 1449 χωρεῖ 9 φορές. Τὸ 9 αὐτὸ τὸ προσθέτομε στὸ 160 καὶ γίνεται 169. Πολλαπλασιάζομε τὸ 169 μὲ τὸ 9 καὶ βρίσκομε τὸν ἀριθμὸ 1521, ποὺ δὲν ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὸ 1449· γι' αὐτὸ ἀντὶ 9 βάζομε δεύτερο ψηφίο τῆς ρίζας τὸ 8. Ἔτσι ἡ ρίζα ἔγινε 88. Προσθέτομε τὸ 8 στὸ εἰκοσαπλάσιο τῆς ρίζας καὶ ἔχομε 168. Τὸ 168 αὐτὸ τὸ πολλαπλασιάζομε μὲ τὸ 8 καὶ ἔχομε 1344. Ἀφαιροῦμε τὸ 1344 ἀπὸ τὸ 1449 καὶ ἔχομε ὑπόλοιπο 105.

Ἡ τετραγωνικὴ λοιπὸν ρίζα τοῦ 7849 εἶναι 88 μ. καὶ περισσεύουν καὶ 105 τμ.

5. Ἂν θέλωμε νὰ βροῦμε καὶ δέκατα τοῦ μέτρου, τὰ 105 τμ. τὰ κάνομε παλάμες· τὰ πολλαπλασιάζομε δηλαδὴ μὲ 100 γιατὶ ἕνα τμ. ἔχει 100 τπ. Ἔτσι βρίσκομε τὸν ἀριθμὸ 10500.

Τὸν ἀριθμὸ αὐτὸ τὸν διαιροῦμε πάλι μὲ τὸ εἰκοσαπλάσιο τῆς ρίζας ποὺ βρήκαμε δηλαδὴ μὲ τὸ 88×20=1760. Τὸ 1760 στὸ 10500 χωρεῖ 5 φορές. Ἔτσι ἡ τετραγωνικὴ ρίζα εἶναι 88,5. Στὸ 1760 προσθέτομε καὶ τὸ 5 (τὸ νέο ψηφίο τῆς ρίζας) κι ἔχομε 1765 ποὺ τὸ παλλαπλασιάζομε μὲ τὸ 5 (τὸ νέο ψηφίο) καὶ ἔχομε 8825. Αὐτὸ τὸ ἀφαιροῦμε ἀπὸ τὸ 10500 καὶ βρίσκομε ὑπόλοιπο 1675 (τπ).

6. Ἂν θέλομε νὰ βροῦμε καὶ ἑκατοστὰ τοῦ μέτρου (δάχτυλα δηλαδὴ) τὶς τετραγ. παλάμες, ποὺ ἔμειναν τὶς κάνομε τετραγ. δάχτυλα πολλαπλασιάζοντας μὲ τὸ 100 (μιὰ τετρ. παλάμη ἔχει 100 δάχτυλα). Βρίσκομαι 167500. Τὸν ἀριθμὸ αὐτὸ τὸν διαιροῦμε μὲ τὸ εἰκοσαπλάσιο τῆς ρίζας ποὺ βρήκαμε δηλαδὴ μὲ τὸ 885×20=17700. Τὸ 17700 στὸ 167500 χωρεῖ 8 φορές. Ἔτσι ἡ τετραγωνικὴ ρίζα γίνεται 88,58 μ.

Τὸ τελευταῖο 8 τὸ προσθέτομε στὸ εἰκοσαπλάσιο, τῆς τετραγωνικῆς ρίζας 17700 καὶ γίνεται 17708, ποὺ τὸ πολλαπλασιάζομε μὲ τὸ 8 (τὸ νέο ψηφίο τῆς τετραγωνικῆς ρίζας καὶ βρίσκομε 141664. Αὐτὸ τὸ ἀφαιροῦμε ἀπὸ τὸ 167500 καὶ ἔχομε ὑπόλοιπο 25836, ποὺ εἶναι τδ.

7. Ἂν θέλωμε νὰ βροῦμε καὶ χιλιοστὰ (δηλ. γραμμὲς) κάνομε ὅ,τι κάναμε καὶ πρωτύτερα μὲ τὶς παλάμες καὶ τὰ δάχτυλα καὶ βρίσκομε καὶ πέμπτο ψηφίο τῆς τετραγωνικῆς ρίζας.

8. Τὴν πράξη ταξιθετοῦμε ὅπως στὴ διαίρεση, μὲ τὴ διαφορά, ὅτι στὸν τόπο τοῦ διαιρέτη βάζομε τὰ ψηφία τῆς τετρα-

285. Νὰ βρεθῆ ἡ τετραγωνικὴ ρίζα τοῦ ἀριθμοῦ 4789,236 μὲ τρία μονάχα δεκαδικὰ ψηφία.

286. Νὰ βρεθῆ ἡ τετραγωνικὴ ρίζα τοῦ 6784, τοῦ 3456 καὶ ἡ τοῦ 10,784576· μὲ τρία μονάχα δεκαδικὰ ψηφία.

287. Νὰ βρεθῆ ἡ τετραγωνικὴ ρίζα τῶν ἀριθμῶν 2, 3, 5, 137 καὶ 325 μὲ προσέγγιση χιλιοστοῦ.

γωνικῆς ρίζας καὶ στὸν τόπο τοῦ πηλίκου τὰ εἰκοσαπλάσια τῆς τετραγωνικῆς ρίζας καὶ τὰ νέα ψηφία γιὰ τὸν πολλαπλασιασμὸ τοῦ εἰκοσαπλάσιου. Πρβ.

$\sqrt{78.49}$	8 8, 5 8		
64	20×8=160	20×88=1760	20×885=17700
1449	8	5	8
1344	168	1765	17708
10500	8	5	8
8825	1344	8825	141664
167500			
141664			
25835			

9. Ὁ κανόνας, ποὺ βγαίνει ἀπὸ τὴν πράξη αὐτή, εἶναι :

Γιὰ νὰ βροῦμε τὴν τετραγωνικὴ ρίζα ἀριθμοῦ χωρίζομε τὸν ἀριθμὸ σὲ διψήφια τμήματα ἀπὸ τὸ τέλος· (Στὸ δεκαδικὸ ἀρχίζομε ἀπὸ τὴν ὑποδιαστολὴ καὶ πρὸς τὶς δυὸ διευθύνσεις, κι ἂν ὁ δεκαδικὸς δὲν ἔχει ψηφία ζυγὰ βάζομε ἕνα μηδενικὸ στὸ τέλος, γιὰ νὰ τὰ κάνωμε ζυγά).

Κατόπι βρίσκομε τὴ ρίζα τοῦ α΄ τμήματος, τὴν πολλαπλασιάζομε μὲ τὸν ἑαυτό της καὶ τὸ γινόμενο τὸ ἀφαιροῦμε ἀπὸ τὸ α΄ τμῆμα. Στὸ ὑπόλοιπο πλάι κατεβάζομε τὸ β΄ τμῆμα· εἰκοσαπλασιάζομε κατόπι τὴ ρίζα καὶ βρίσκομε πόσες φορὲς χωρεῖ στὸ ὑπόλοιπο. Τὸν ἀριθμό, ποὺ θὰ βροῦμε τὸν γράφομε στὴ ρίζα, τὸν προσθέτομε στὸ εἰκοσαπλάσιο τῆς ρίζας καὶ μ᾽ αὐτὸν πολλαπλασιάζομε τὸ ἄθροισμα. Τὸ γινόμενο τὸ ἀφαιροῦμε ἀπὸ τὸ ὑπόλοιπο καὶ στὸ νέο ὑπόλοιπο κατεβάζομε τὸ γ΄ τμῆμα καὶ ἐξακολουθοῦμε ἔτσι, ὥσπου νὰ τελειώσουν ὅλα τὰ διψήφια τμήματα, ἢ ὡσότου νὰ βροῦμε ὅσα δεκαδικὰ ψηφία θέλομε.

---

288. Τὸ ἐμβαδὸ τετραγωνικοῦ χαλιοῦ εἶναι 3,8025 τμ. Ποιὰ εἶναι ἡ πλευρά του;

289. Τετραγωνικὸ χωράφι ἔχει ἐμβαδὸν 16384 τμ. Ἄλλο χωράφι, τετραγωνικὸ κι αὐτό, ἔχει ἐμβαδὸ 4225 τμ. Πόσο διαφέρουν οἱ πλευρές τους;

290. Κῆπος τετραγωνικὸς ἔχει ἐπιφάνεια 1909,69 τμ. Ποιὰ εἶναι ἡ πλευρά του;

291. Οἰκόπεδο τριγωνικὸ ἔχει βάση 27μ. καὶ ὕψος 20 μ. Θὰ γίνη ἀνταλλαγὴ μὲ οἰκόπεδο τετραγωνικό. Πόση θὰ εἶναι ἡ πλευρὰ τοῦ τετραγωνικοῦ;

292. Τετράγωνο ἔχει ἐμβαδὸ 449,44 τμ. Ποιὰ εἶναι ἡ πλευρά του;

293. Λιβάδι τετραγωνικὸ ἀγοράστηκε 60900,60 δρχμ. πρὸς 8 δρ. τὸ τμ. Ποιὰ εἶναι ἡ πλευρά του;

294. Γιὰ νὰ σπείρουν ἀγρὸ τετραγωνικὸ ἔδωσαν 147,60 δρχ. Τὸ δεκάλιτρο τῆς σπορᾶς κόστιζε 1,95 δρχ. Γιὰ 2 τετρ. δεκάμετρα χρειάζονται 5 λίτρες σπορά. Ποιὰ εἶναι ἡ πλευρὰ τοῦ ἀγροῦ;

295. Μιᾶς σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια εἶναι 314,16 τμ. Τί ἀχτῖνα ἔχει;

13. Πῶς βρίσκομε τὴν ἀχτῖνα κύκλου ἢ σφαίρας.

Ἂν τὸ ἐμβαδὸ τοῦ κύκλου τὸ διαιρέσωμε μὲ τὸ 3,1416 θὰ βροῦμε τὸ τετράγωνο τῆς ἀχτίνας καὶ ἂν ἀπὸ τὸ τετράγωνο τῆς ἀχτίνας βγάλωμε τὴν τετραγωνικὴ ρίζα, θὰ ἔχωμε τότε τὸ μάκρος τῆς ἀχτίνας.

2. Γιὰ νὰ βροῦμε τὴν ἀχτῖνα ἀπὸ τὴν ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας διαιροῦμε τὴν ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας μὲ τὸ λόγο π καὶ μὲ τὸ 4 καὶ ἀπὸ τὸ πηλίκο, ποὺ θὰ βροῦμε, βγάζομε τὴν τετραγωνικὴ ρίζα. Ἡ τετραγωνικὴ αὐτὴ ρίζα εἶναι τὸ μάκρος τῆς ἀχτίνας.

3. Ἂν ἕνα ὁλοστρόγγυλο, κυκλικὸ σκέπασμα τραπεζιοῦ ἔχει ἐπιφάνεια 2 τμ. 1 τπ. 26 τδ. καὶ 24 τγρ. = 2,012624, τμ. γιὰ νὰ βροῦμε τὴν ἀχτῖνα τοῦ κύκλου, ποὺ σχηματίζει τὸ σκέπασμα, θὰ διαιρέσωμε τὸ 2,012624 μὲ τὸ 3,1416 καὶ θὰ βροῦμε 0,64 μ. καὶ ἂν βγάλωμε τὴν τετραγωνικὴ ρίζα αὐτοῦ τοῦ ἀριθμοῦ θὰ βροῦμε τότε ὅτι ἡ ἀχτῖνα τοῦ κύκλου αὐτοῦ θὰ εἶναι μὲ 0,8 μ.

4. Ἡ ἐπιφάνεια μιᾶς σφαίρας εἶναι ἴση μὲ 4 τμ. 52 τπ. 39 τδ. καὶ 4 γρ. δηλ: 4,523904. τμ. Γιὰ νὰ βροῦμε πόση εἶναι ἡ ἀχτῖνα της θὰ διαιρέσωμε τὸ 4,523904 μὲ τὸ λόγο π, δλδ: 4,523904 : 3,1416=1,44 καὶ αὐτὸ τὸ 1,44 θὰ τὸ διαιρέσωμε μὲ τὸ 4 καὶ βρίσκομε 0,36· τετραγωνικὴ ρίζα τοῦ 0,36 εἶναι τὸ 0,60. Ἡ ἀχτῖνα λοιπὸν θὰ εἶναι 0,60 μ.

14. Τὸ Πυθαγόρειο.

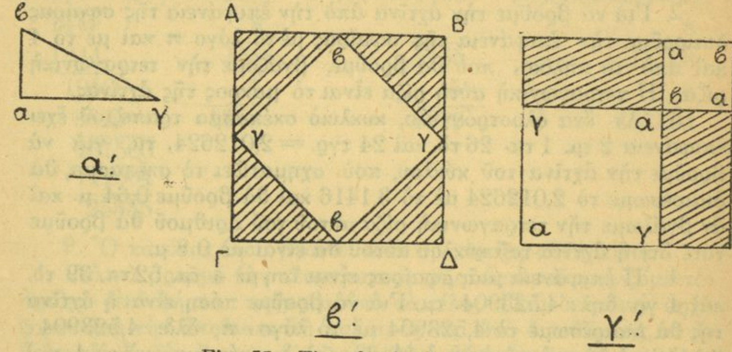
1. Γράφομε ἕνα ὀρθογώνιο τρίγωνο, τὸ αβγ. Κόβομε ἀπὸ χαρτόνι τέσσερα τρίγωνα, σὰν κι αὐτό. Τὰ βάνομε ἐπάνω σ' ἕνα φύλλο χαρτὶ ἔτσι, ποὺ ὅλες οἱ ὑποτείνουσες νὰ εἶναι ἀπὸ μέσα. Σημειώνομε μὲ τὸ μολύβι τὸν ἀδειανὸ τόπο, ποὺ μένει στὴ μέση καὶ τὰ μέρη, ποὺ πιάνουν τὰ τέσσερα τρίγωνα. Ἔτσι σχηματίζομε ἕνα μεγάλο τετράγωνο, τὸ ΑΒΓΔ κι ἕνα μικρὸ στὴ μέση, τὸ αβγδ, ποὺ ἔχει πλευρὰ τὴν ὑποτείνουσα. Ἂν βάλωμε τὰ τρίγωνα δυὸ δυὸ μὲ τὶς ὑποτείνουσες κολλημένες, ὅπως στὸ σχῆμα 77 γ καὶ χαράξωμε μὲ τὸ μολύβι τὸ μεγάλο τετράγωνο ΕΖΗΘ καὶ τὸ μέρος, ποὺ πιάνουν τὰ τέσσερα τρίγωνα, παρατηροῦμε ὅτι τὸ μεγάλο τετράγωνο ΕΖΗΘ (Εἰκ. 77 γ') εἶναι ἴσο μὲ τὸ προηγούμενο ΑΒΓΔ. Στὸ δεύτερο ὅμως σχῆμα μένουν ἀδειανὰ δυὸ μέρη, δυὸ τετράγωνα, τὸ ἕνα μικρότερο ἀπὸ τ' ἄλλο. Τὸ ἕνα ἔχει πλευρὰ τὴ μιὰ κάθετη καὶ τὸ ἄλλο τὴν ἄλλη κάθετη τοῦ ὀρθογώνιου τριγώνου.

2. Ἡ ἐπιφάνεια τῶν δύο μεγάλων τετραγώνων εἶναι ἡ ἴδια,

296. Ὁ τροῦλος μιᾶς ἐκκλησίας εἶναι ἡμισφαίριο· ἡ ἐπιφάνειά του ἀπὸ ἔξω εἶναι 6,28 τμ. Πόση εἶναι ἡ ἀχτῖνα τοῦ τρούλου αὐτοῦ;

297. Γιὰ ἕνα ἀερόστατο χρειάστηκαν 113,04 τμ. μεταξωτὸ ὕφασμα γιὰ νὰ κάμουν τὴ σφαῖρα του. Πόση ἦταν ἡ ἀχτῖνα τῆς σφαίρας αὐτῆς;

ἀφοῦ εἶναι ἴσα καὶ τὰ δυό, ἀλλὰ καὶ τὰ τέσσερα τρίγωνα πιάνουν τὸν ἴδιο τόπο καὶ στὸ ἕνα καὶ στὸ ἄλλο τετράγωνο (εἰκ. 76 β′ καὶ γ′). Γι' αὐτὸ τὰ ἄδειανὰ μέρη, ποὺ μένουν καὶ στὰ δύο τετράγωνα θὰ εἶναι τὰ ἴδια. Ἀλλὰ στὸ ἕνα τετράγωνο τὸ ἄδειανὸ μέρος εἶναι τὸ τετράγωνο, ποὺ σχηματίζεται ἀπὸ τὴν ὑποτεί-



Εἰκ. 77. Τὸ πυθαγόρειο θεώρημα.

νουσα, καὶ στἄλλο τἄδειανὰ μέρη εἶναι τὰ τετράγωνα τῶν δύο ἄλλων καθέτων πλευρῶν.

Ἑπομένως τὸ τετράγωνο, ποὺ σχηματίζομε μὲ πλευρὰ τὴν ὑποτείνουσα ἑνὸς ὀρθογώνιου τριγώνου εἶναι ἰσοδύναμο μὲ τὰ δυὸ τετράγωνα, ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὶς δυὸ ἄλλες κάθετες πλευρὲς τοῦ ἴδιου ὀρθογώνιου τριγώνου.

4. Πρῶτος ὁ ἀρχαῖος φιλόσοφος καὶ μαθηματικὸς Πυθαγόρας ὁ Σάμιος βρῆκε τὴ γεωμετρικὴ αὐτὴ σχέση τῶν πλευρῶν τοῦ ὀρθογώνιου τριγώνου καὶ γι' αὐτὸ ἡ γεωμετρικὴ αὐτὴ σχέση λέγεται Πυθαγόρειο θεώρημα. Ἀναφέρουν μάλιστα ὅτι τόσο χάρηκε, γιατὶ κατώρθωσε νὰ ἀποδείξῃ ἀληθινὴ τὴ σχέση αὐτὴ καὶ σωστὸ τὸ θεώρημά του, ὥστε ἀπὸ τὴν εὐχαρίστησή του ἔκαμε μιὰ μεγάλη θυσία στοὺς Θεούς. Ἔσφαξε καὶ πρόσφερε θυσία 100 βόδια.

Ἡ ἔλλειψη.

1. Ἂν κόψωμε ἕναν κύλινδρο ἢ ἕναν κῶνο μὲ τομὴ ὄχι παράλληλη στὴ βάση ἀλλὰ πλάγια, καὶ ὁ κύλινδρος καὶ ὁ κῶνος χωρίζονται σὲ δυὸ κομμάτια. Τὰ κομμάτια τοῦ κυλίνδρου ἔχουν τρεῖς ἕδρες, δυὸ ἐπίπεδες ἐπιφάνειες καὶ μιὰ κυρτή. Οἱ ἐπίπεδες ἐπιφάνειες δὲν εἶναι οὔτε ἴσες, οὔτε παράλληλες.

---

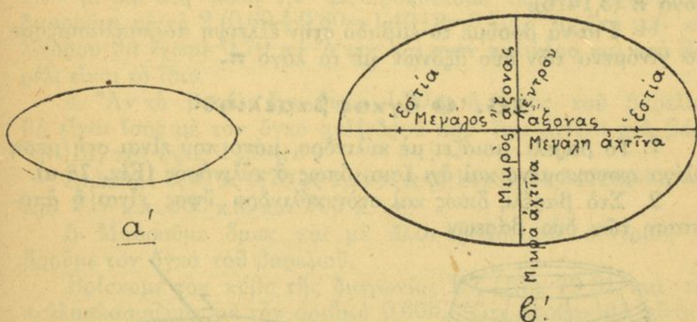
298. Σὲ ἕνα ὀρθογώνιο τρίγωνο τὸ τετράγωνο τῆς μιᾶς κάθετης εἶναι 16 τμ. καὶ τῆς ἄλλης 25 τμ. Πόσο θὰ εἶναι τὸ τετράγωνο τῆς ὑποτείνουσας;

299. Ἡ μιὰ κάθετη ὀρθογώνιου τριγώνου εἶναι 3 μ. καὶ ἡ ἄλλη 4 μ. Πόσο μάκρος ἔχει ἡ ὑποτείνουσα;

2. Τὸ ἕνα κομμάτι τοῦ κώνου εἶναι μικρὸς κῶνος μὲ δυὸ ἐπιφάνειες μιὰ κυρτὴ καὶ μιὰ ἐπίπεδη καὶ τὸ ἄλλο εἶναι κολοβὸς κῶνος, ποὺ οἱ δυὸ βάσεις του δὲν εἶναι παράλληλες.

3. Κόβομε χαρτὶ ὅμοιο μὲ τὴν ἐπιφάνεια τῆς τομῆς καὶ ζωγραφίζομε τὸ σχῆμα του. Βλέπομε πὼς αὐτὸ μοιάζει τὸν κύκλο, ἀλλὰ δὲν εἶναι κύκλος, γιατὶ τὸ κέντρο του δὲν ἀπέχει ἴσα ἀπ' ὅλα τὰ σημεῖα τῆς περιφέρειας.

Τὸ σχῆμα αὐτὸ τὸ ὀνομάζομε ἔλλειψη (Εἰκ. 78).



Εἰκ. 78. Ἡ ἔλλειψη.

4. Μπήγομε δυὸ καρφίτσες στὸν πίνακα μακριὰ τὴ μιὰ ἀπὸ τὴν ἄλλη. Δένομε τὶς ἄκρες ἑνὸς σκοινιοῦ μακρύτερου ἀπὸ τὴν ἀπόσταση ποὺ ἔχουν οἱ δυὸ καρφίτσες καὶ τὸ περνοῦμε στὶς καρφίτσες. Τεντώνομε τὸ σκοινὶ καὶ γράφομε μὲ κιμωλία γύρω στὶς καρφίτσες ἕνα σχῆμα. Τὸ σχῆμα αὐτὸ εἶναι ἔλλειψη (Εἰκ. 78 β).

5. Τὰ σημεῖα, ποὺ μπήξαμε τὶς καρφίτσες, τὰ λέμε ἑ σ τ ί ε ς.

6. Ἡ εὐθεῖα, ποὺ περνᾶ ἀπὸ τὶς ἑστίες καὶ τελειώνει στὴν περιφέρεια, λέγεται μ ε γ ά λ ο ς ἄ ξ ο ν α ς.

---

300. Ὀρθογώνιου τριγώνου οἱ κάθετες πλευρὲς εἶναι 12μ. καὶ 5μ. Πόσο μάκρος ἔχει ἡ ὑποτείνουσα;

301. Ὀρθογώνιου τετραπλεύρου ἡ βάση εἶναι 10 μ. καὶ τὸ ὕψος 8 μ. Πόσο μάκρος ἔχει ἡ διαγώνια;

301. Πόσο μάκρος ἔχει μιὰ σκάλα πλαγιαστὴ σὲ τοῖχο, ἂν τὸ ὕψος τοῦ τοίχου εἶναι 11 μ. καὶ ἡ σκάλα ἀρχίζει 5 μ. μακριὰ ἀπὸ τὸν τοῖχο;

303. Ποιὰ εἶναι ἡ ἐπιφάνεια καὶ ποιὸ τὸ ἐμβαδὸ σὲ ἔλλειψη, ποὺ ὁ μεγάλος ἄξονας εἶναι 12 μ. καὶ ὁ μικρὸς 8 μ.;

304. Ἡ ἐπιφάνεια σὲ μιὰ ἔλλειψη εἶναι 47,1 τμ. Ὁ μικρὸς ἄξονας εἶναι 6 μ. Ποιὸ εἶναι τὸ μάκρος τοῦ μεγάλου ἄξονα;

305. Σὲ μιὰ ἔλλειψη ὁ μεγάλος ἄξονας εἶναι 3 μ. καὶ ὁ μικρὸς 2μ. Ποιὸ εἶναι τὸ ἐμβαδό της καὶ ποιὰ ἡ περιφέρειά της;

306. Σὲ ἄλλη ἔλλειψη ὁ μεγάλος ἄξονας εἶναι 20 μ. καὶ ὁ μικρὸς 12 μ. Ποιὸ εἶναι τὸ ἐμβαδό της καὶ πόση εἶναι ἡ περιφέρειά της;

7. Τὸ σημεῖο, ποὺ εἶναι στὴ μέση τοῦ μεγάλου ἄξονα, λέγεται κ έ ν τ ρ ο.

8. Ἡ κάθετη στὸ κέντρο τοῦ μεγάλου ἄξονα, ποὺ φτάνει ὡς τὴν περιφέρεια, λέγεται μ ι κ ρ ὸ ς ἄ ξ ο ν α ς.

9. Τὸ μισὸ τοῦ μεγάλου ἄξονα τὸ λέμε μ ε γ ά λ η ἀ κ τ ῖ ν α καὶ τὸ μισὸ τοῦ μικροῦ ἄξονα τὸ λέμε μ ι κ ρ ὴ ἀ κ τ ῖ ν α

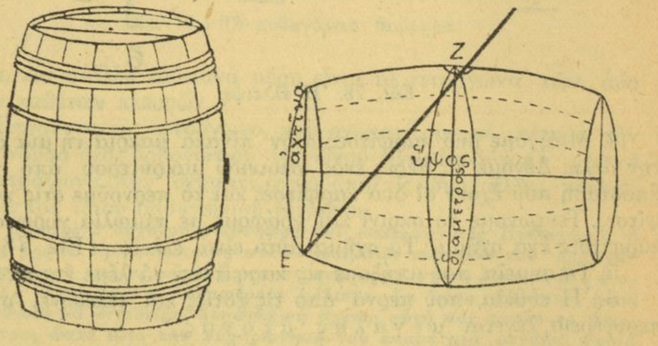
10. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ μάκρος τῆς περιφέρειας σὲ μιὰ ἔλλειψη πολλαπλασιάζομε τὸ μισὸ ἄθροισμα τῶν δύο ἀξόνων μὲ τὸ λόγο π (3,1416).

11. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸ στὴν ἔλλειψη πολλαπλασιάζομε τὸ γινόμενο τῶν δύο ἀξόνων μὲ τὸ λόγο π.

16. Ὁ ὄγκος βαρελιοῦ.

1. Τὸ βαρέλι μοιάζει μὲ κύλινδρο, μόνο ποὺ εἶναι στὴ μέση ὀλίγο φουσκωμένο καὶ ὄχι ἴσιο, ὅπως ὁ κύλινδρος (Εἰκ. 78 α).

2. Στὸ βαρέλι, ὅπως καὶ στὸν κύλινδρο ὕψος εἶναι ἡ ἀπόσταση τῶν δύο βάσεων.



α'   β'

Εἰκ. 79. Πῶς μετροῦμε τὸν ὄγκο βαρελιοῦ.

3. Βάση ὅμως τοῦ βαρελιοῦ δὲν εἶναι μόνο οἱ δυὸ κυκλικὲς ἐπιφάνειες τῆς ἄκρης, ἀλλὰ κι ἄλλη τρίτη ποὺ βρίσκεται στὴ μέση τοῦ βαρελιοῦ, στὸ πιὸ φουσκωμένο μέρος, κι ἔχει διάμετρο τὴν εὐθεῖα, ποὺ τελειώνει στὸ Z (Σχ. 79 β).

307. Ἕνα βαρέλι ἔχει διάμετρο στὴ βάση του 0,50 μ., διάμετρο στὴ μέση 0,70 μ. καὶ ὕψος 0.90 μ. Πόσο ὄγκο ἔχει;

308. Πόσο βάρος σὲ χιλιόγραμμα καὶ σὲ ὀκάδες ἔχει τὸ βαρέλι αὐτό, ἂν εἶναι γεμάτο α') κρασί, β')βούτυρο,γ')λάδι καὶ δ' οἰνόπνευμα; (κ. σ. 19—20)

Ποιὰ θὰ εἶναι ἡ βάση τοῦ κυλίνδρου ποὺ μ᾽ αὐτὸν θὰ λογαριάσωμε ὅτι εἶναι ἴσο τὸ βαρέλι;

Προσθέτομε τὴν ἀχτῖνα μιᾶς τῶν δύο βάσεων, ποὺ βρίσκονται στὶς ἄκρες τοῦ βαρελιοῦ καὶ τὴν ἀχτῖνα τῆς μέσης κυκλικῆς ἐπιφάνειας διαιροῦμε τὸ ἄθροισμα μὲ τὸ 2 καὶ ὅ,τι βροῦμε θὰ εἶναι ἡ ἀχτῖνα τῆς βάσης τοῦ κυλίνδρου, ποὺ μ᾽ αὐτὸν θὰ εἶναι ἴσο τὸ βαρέλι.

Ἔτσι ἂν τὸ βαρέλι ἔχει στὶς ἀκρινές του βάσεις ἀχτῖνα 0,60 μ. καὶ στὴ μέση 0,80 μ., προσθέτομε τὶς δυὸ ἀχτῖνες καὶ διαιροῦμε μὲ τὸ 2 (0,60+0,80=1,40 : 2=0,70). Ἀχτῖνα τοῦ κυλίνδρου θὰ ἔχωμε 0,70 μ. Ὕψος καὶ στὸν κύλινδρο καὶ στὸ βαρέλι εἶναι τὸ ἴδιο.

4. Ἂν τὸ βαρέλι ἔχει ὕψος 1,20 μ. ὁ ὄγκος τοῦ βαρελιοῦ θὰ εἶναι ἴσος μὲ τὸν ὄγκο κυλίνδρου ποὺ ἔχει ἀχτῖνα στὴ βάση 0,70 μ. καὶ ὕψος 1,20 μ.

Δηλαδή: $0,70 \times 0,70 \times 1,20 \times \pi$ (3,1416)=1,847260800=1 κ.μ. 847 κ.π. 260 κ.δ. καὶ 800 κ. γρ.

5. Μποροῦμε ὅμως καὶ μὲ ἄλλο τρόπο, πιὸ σύντομο, νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο τοῦ βαρελιοῦ.

Βρίσκομε τὸν κύβο τῆς διαγωνίας ΕΖ (Εἰκ. 79 β) καὶ τὸν πολλαπλασιάζομε μὲ τὸν ἀριθμὸ 0,605. Ὅτι βροῦμε θὰ εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ βαρελιοῦ σὲ κυβικὰ μέτρα.

Ἔτσι ἂν ἡ διαγώνια ἑνὸς βαρελιοῦ, ἡ ΕΖ, εἶναι ἴση μὲ 0,90 μ. ὁ κύβος της θὰ εἶναι $0,90 \times 0,90 \times 0,90 = 0,729$ μὲ τὸ 0,605 βρίσκομε 0,441045 κμ ἢ 441 κπ. καὶ 45 κδ.

6. Ἡ διαγώνια βρίσκεται εὔκολα ἂν ἀπὸ τὸ ἄνοιγμα τῆς τάπας βάλωμε τὸ μέτρο ἕως ὅτου ἀκουμπήση κάτω στὸν πάτο, στὴ γωνία, ποὺ σχηματίζει μιὰ πλαγινὴ οὔγια μὲ τὸν πάτο. Ὁ ἀριθμὸς 0,605 εἶναι πάντοτε ὁ ἴδιος ὅποιο κι ἂν εἶναι τὸ μάκρος ἢ τὸ βάθος τοῦ βαρελιοῦ.

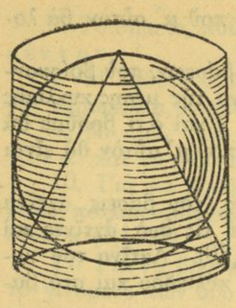
17. Ὄγκος κυλίνδρου, σφαίρας, κώνου.

1. Σχέση, ποὺ ἔχει ὁ ὄγκος μιᾶς σφαίρας, ἑνὸς κυλίνδρου καὶ ἑνὸς κώνου, ποὺ ἔχουν τὴν ἴδια ἀχτῖνα στὴ βάση τους καὶ ὕψος ὅσο δυὸ τέτοιες ἀχτῖνες, ποὺ ἔχουν δηλαδὴ τὴν ἴδια βάση καὶ τὸ ἴδιο ὕψος παριστάνεται μὲ τοὺς ἀριθμούς· 1 (Κῶνος), 2 (σφαῖρα), 3 (κύλινδρος).

309. Πόσον ὄγκο ἔχει βαρέλι μὲ ἀχτῖνα τῆς βάσης 0,40 μ., ἀχτῖνα τῆς μέσης 0,50 μ. καὶ ὕψος 1,20 μ; Ἂν τὸ βαρέλι αὐτὸ ἅμα εἶναι ἄδειο ζυγίζη 28 1)2 ὀκ. πόσο θὰ ζυγίζη γεμάτο ζάχαρη ἢ γεμάτο ἀπὸ πέτρες;

310. Ἕνα βαρέλι ἔχει διαγώνια 0,80 μ. Πόσες ὀκάδες νερὸ χωρεῖ μέσα ἢ πόσες ὀκάδες γάλα;

311. Ἔχομε ἕνα κυλινδρικὸ τενεκεδένιο κουτὶ μὲ ὕψος 0,60 μ. καὶ διάμετρο τῆς βάσης 0,36 μ. καὶ ἕνα βαρελάκι μὲ διαγώνια 0,45 μ. Ποιὸ ἀπὸ τὰ δυὸ



Εἰκ. 80. Κύλινδρος, σφαῖρα, κῶνος.

2. Δηλαδὴ ἀπὸ τὰ τρία αὐτὰ σώματα μὲ τὴν ἴδια βάση καὶ τὸ ἴδιο ὕψος ἡ σφαῖρα (2) ἔχει διπλάσιο ὄγκο ἀπὸ τὸν κῶνο (1) καὶ ὁ κύλινδρος (3) τριπλάσιο.

3. Ὁ Ἀρχιμήδης, ποὺ βρῆκε τὴ σχέση αὐτὴ τὴ λογάριασε μιὰ ἀπὸ τὶς σπουδαιότερες ἐπιτυχίες του στὴ Γεωμετρία. Γι' αὐτὸ καὶ στὸν τάφο του ἐπάνω (σκοτώθηκε ἀπὸ τοὺς Ρωμαίους στὴν πολιορκία τῶν Συρακουσῶν) χάραξαν τὸ σχῆμα, ποὺ φανερώνει τὴ σχέση αὐτὴ (Εἰκ 80).

18. Ὁ ὄγκος διαφόρων ἄλλων σωμάτων.

1. Ὅταν σ' ἕνα σῶμα δὲν μποροῦμε νὰ μετρήσωμε τὶς διαστάσεις του βρίσκομε τὸν ὄγκο του μὲ διάφορους τρόπους.

2. Α ο ς τ ρ ό π ο ς. Βάζομε τὸ σῶμα μέσα σ' ἕνα δοχεῖο, ποὺ γνωρίζομε τὴ χωρητικότητά του, κι ἔπειτα γεμίζομε τὰ ἄδειανὰ μέρη τοῦ δοχείου μὲ ἄμμο. Κατόπι μετροῦμε τὸν ἄμμο κι ἀφαιροῦμε τὸν ὄγκο του ἀπὸ τὴ χωρητικότητα τοῦ δοχείου. Ἐκεῖνο, ποὺ θὰ μείνῃ, εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ σώματος, ποὺ ζητοῦμε.

3. Β ο ς τ ρ ό π ο ς. Γεμίζομε ὥς τὰ χείλη ἕνα δοχεῖο μὲ νερό. Ρίχνομε μέσα σ' αὐτὸ τὸ δοχεῖο τὸ σῶμα. Ζυγίζομε τὸ νερό, ποὺ θὰ χυθῇ ἔξω ἀπὸ τὸ δοχεῖο. Ὁ ὄγκος τοῦ νεροῦ αὐτοῦ εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ σώματος, ποὺ πῆρε τὴ θέση τοῦ νεροῦ.

παίρνει περισσότερο βούτυρο καὶ πόσα χιλιόγραμμα παραπάνω παίρνει;

312. Ἔχομε μιὰ σφαῖρα ἀπὸ σίδερο μὲ διάμετρο 0,10 μ. Πόσα χιλιόγραμμα ζυγίζει; Πόσο θὰ ζυγίζῃ ἕνας κῶνος ἀπὸ μολύβι μὲ ὕψος τὴ διάμετρο τῆς σφαίρας καὶ ἀχτῖνα τῆς βάσης του τὴν ἀχτῖνα τῆς σφαίρας καὶ πόσο θὰ ζυγίζῃ κύλινδρος μὲ τὸ ἴδιο ὕψος καὶ ἀχτῖνα τῆς βάσης,καμωμένος ἀπὸ χαλκό; (κ. τὰ ειδικὰ βάρη).

313. Μαρμαρένιος κύλινδρος μὲ ὕψος 0,24 μ. καὶ ἀχτῖνα τῆς βάσης 0,12 μ. πόσο ζυγίζει; Πόσο ζυγίζει σφαῖρα ἀπὸ μάρμαρο μὲ τὴν ἴδια ἀχτῖνα καὶ κῶνος ἀπὸ ξύλο μὲ τὸ ἴδιο ὕψος καὶ τὴν ἴδια ἀχτῖνα;

314. Κῶνος ἀπὸ ζάχαρη μὲ ἀχτῖνα 0,20 μ. καὶ ὕψος διπλάσιο πόσο ζυζίγει; Πόσο ζυγίζει κύλινδρος μὲ τὸ ἴδιο ὕψος καὶ τὴν ἴδια βάση καμωμένος ἀπὸ παμπάκι καὶ σφαῖρα μὲ τὴν ἴδια ἀχτῖνα καμωμένη ἀπὸ ξύλο;

315. Μιὰ τετραγωνικὴ κολοβὴ πυραμίδα ἀπὸ μάρμαρο ἔβαλαν βάση σ' ἕνα ἄγαλμα. Ἡ κάτω πλευρά της εἶχε μάκρος 0,60 μ. ἡ ἐπάνω 0,40 μ. Πόσο ὄγκο ἔχει καὶ πόσο ζυγίζει ἂν τὸ ὕψος της εἶναι 1 μ.

316. Ἕνας κολοβὸς κῶνος ἀπὸ ζάχαρη ἔχει ἀχτῖνα στὴν κάτω βάση 0,20 μ. καὶ στὴν ἀπάνω βάση 0,12 μ. Πόσον ὄγκο ἔχει καὶ πόσο ζυγίζει;

317. Ποιὸ εἶναι βαρύτερο: πέτρινος κολοβὸς κῶνος μὲ ἀχτῖνες 0,40 καὶ 0,25 ἢ σιδερένια κολοβὴ τετραγωνικὴ πυραμίδα μὲ πλευρὰ 0,15 στὴ μιὰ καὶ 0,18 στὸν ἄλλη βάση, ἂν καὶ τὰ δυὸ ἔχουν τὸ ἴδιο ὕψος;

19. Γεωμετρικοὶ τύποι τῶν στερεῶν.

1. Οἱ γεωμετρικοὶ τύποι, ποὺ μᾶς χρησιμεύουν γιὰ νὰ βροῦμε τὴν ἐπιφάνεια τῶν στερεῶν, εἶναι οἱ ἀκόλουθοι :

Τοῦ κύβου : $6\,\alpha\beta^2$

Τοῦ τετραγωνικοῦ πρίσματος : $4\,\alpha\beta.\ Y + 2\,\alpha\beta^2$

Τῆς τετραγωνικῆς πυραμίδας : $2\,\alpha\beta\, Y + \alpha\beta^2$

Τοῦ κανονικοῦ τετραέδρου : $2\,\alpha\beta.\ Y$

Τοῦ κυλίνδρου : $2\,\alpha\pi.\ Y + 2\,\alpha^2\pi.$

Τοῦ κώνου : $\alpha.\pi.\ \pi\lambda. + \alpha^2\pi.$ (πλ. εἶναι ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου).

Τῆς σφαίρας : $4\,\alpha^2\pi.$

2. Οἱ γεωμετρικοὶ τύποι, γιὰ τὸν ὄγκο τῶν στερεῶν εἶναι :

Τοῦ κύβου : $\alpha\beta^3$.

Τοῦ τετραγωνικοῦ πρίσματος : $B.Y.$

Τῆς πυραμίδας καὶ τοῦ κανονικοῦ τετραέδρου : $\frac{B.\ Y.}{3}$

Τοῦ κυλίνδρου : $\pi.\ \alpha^2.\ Y$

Τοῦ κώνου : $\frac{\pi.\ \alpha^2.Y}{3}$

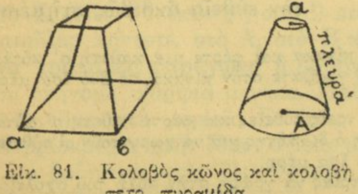
3. Ὁ ὄγκος κολοβῆς τετραγωνικῆς πυραμίδας βρίσκεται, ἂν τὸ ἐμβαδὸ τῶν δύο της βάσεων καὶ τὸ γινόμενο τῆς πλευρᾶς τῆς μιᾶς βάσης μὲ τὴ μιὰ πλευρὰ τῆς ἄλλης τὸ πολλαπλασιάσωμε μὲ τὸ ἕνα τρίτο τοῦ ὕψους. Ἂν ἡ μιὰ πλευρά του εἶναι Α, ἡ ἄλλη α (εἰκ. 81 α), ὁ γεωμετρικὸς τύπος τοῦ ὄγκου κολοβῆς τετραγωνικῆς πυραμίδας θὰ γραφῆ :

$$O = (A^2 + \alpha^2 + A.\alpha) \times \frac{Y}{3}$$

4. Ἀνάλογα βρίσκεται καὶ ὁ ὄγκος κολοβοῦ κώνου, ἂν Α εἶναι ἡ ἀχτῖνα τῆς μιᾶς βάσης καὶ α ἡ ἀχτῖνα τῆς ἄλλης (εἰκ. 81 β΄).

Ὁ γεωμετρικὸς τύπος τοῦ ὄγκου κολοβοῦ κώνου εἶναι.

$$O = \pi\,(A^2 + \alpha^2 + A\alpha) \times \frac{Y}{3}$$



Εἰκ. 81. Κολοβὸς κῶνος καὶ κολοβὴ τετρ. πυραμίδα.

5. Τὶς ἐπιφάνειες καὶ τοὺς ὄγκους τῶν κανονικῶν στερεῶν τοὺς ὥρισε ὁ μεγάλος γεωμέτρης καὶ μηχανικὸς Ἀρχιμήδης. Αὐτὸς πρῶτος βρῆκε καὶ τὸ γεωμετρικὸ τύπο τοῦ ὄγκου κολοβῆς πυραμίδας.

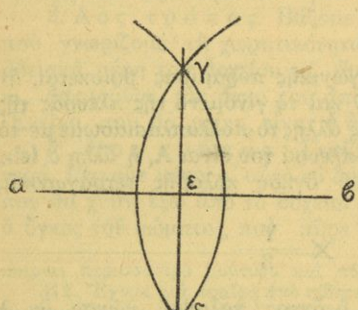
Ζ΄. ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1. Πῶς γράφομε κάθετη εὐθεῖα.

1. Γράφομε στὸν πίνακα τὴν εὐθεῖα αβ καὶ θέλομε νὰ γράψωμε κάθετη σ' αὐτήν.

Παίρνομε ἕνα σκοινί, ποὺ νὰ ἔχῃ μάκρος λίγο μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ μισό της. Στὴ μιὰ ἄκρη τοῦ σκοινιοῦ δένομε μιὰ κιμωλία. Ἀκουμποῦμε τὴν ἄλλη ἄκρη στὸ σημεῖο α καὶ τὸ κρατοῦμε σφιχτά, γιὰ νὰ μὴ φύγῃ. Μὲ τὴν ἄλλη ἄκρη γράφομε τόξο κύκλου. Κατόπι κάνομε τὸ ἴδιο καὶ στὸ σημεῖο β. Τὰ δυὸ τόξα θὰ συναντηθοῦν στὰ σημεῖα γ καὶ δ. Μὲ τὴ ρίγα ἑνώνομε τὰ σημεῖα αὐτά. Ἡ εὐθεῖα γδ θὰ συναντήσῃ τὴν αβ στὸ σημεῖο ε. Ἡ γε εἶναι ἡ κάθετη ποὺ ζητοῦμε.

2. Μποροῦμε καὶ στὸ τετράδιό μας νὰ φέρωμε κάθετη σὲ μιὰ εὐθεῖα. Ἀλλ' ἀντὶ σκοινὶ μεταχειριζόμαστε τὸ διαβήτη.



Εἰκ. 82. Πῶς γράφομε κάθετη καὶ πῶς διαιροῦμε εὐθεῖα σὲ δυὸ ἴσα μέρη.

Ἀνοίγομε τὰ πόδια τοῦ διαβήτη τόσο, ὥστε τὸ ἄνοιγμά τους νὰ εἶναι λίγο μεγαλύτερο ἀπὸ τὴ μισὴ εὐθεῖα. Στηρίζομε τὸ ἕνα πόδι στὴ μιὰν ἄκρη τῆς εὐθείας καὶ φέρνομε τόξο μὲ τὸ ἄλλο. Κατόπι κάνομε τὸ ἴδιο καὶ στὴν ἄλλη ἄκρη τῆς εὐθείας. Ἑνώνομε κατόπι τὰ σημεῖα, ποὺ θὰ συναντηθοῦν τὰ τόξα. Ἡ εὐθεῖα αὐτὴ θὰ συναντήσῃ τὴν ἄλλη εὐθεῖα καὶ θὰ εἶναι κάθετη σ' αὐτήν.

3. Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο χωρίζομε εὐθεῖα σὲ δυὸ ἴσα μέρη γιατὶ ἡ κάθετη αὐτὴ συναντᾶ τὴν εὐθεῖα ἀκριβῶς στὴ μέση.

---

318. Γράψτε δυὸ εὐθεῖες στὸν πίνακα καὶ φέρτε μιὰ κάθετη σ' αὐτές.
319. Χωρίστε δυὸ εὐθεῖες, ποὺ γράψατε στὸν πίνακα, σὲ δυὸ ἴσα μέρη μὲ κάθετη στὸ μέσο της.
320. Γράψτε στὸ τετράδιό σας τρεῖς εὐθεῖες καὶ φέρτε κάθετη σ' αὐτὲς μὲ τὸ διαβήτη· πόσο ἄνοιγμα θὰ ἔχῃ ὁ διαβήτης γιὰ νὰ χωριστοῦν οἱ εὐθεῖες μὲ τὴν κάθετη, ποὺ φέρατε, σὲ δυὸ ἴσα μέρη;
321. Ἡ μιὰ ὁμάδα τῆς Γεωμετρίας νὰ γράφῃ στὴν αὐλὴ τοῦ σχολείου δυὸ εὐθεῖες καὶ νὰ φέρῃ κάθετη στὴ μέση τῶν εὐθειῶν αὐτῶν. Ἡ ἄλλη ὁμάδα νὰ γράφῃ ἄλλες δυὸ εὐθεῖες καὶ νὰ φέρῃ κάθετη σ' ἕνα σημεῖο τους, ποὺ νὰ

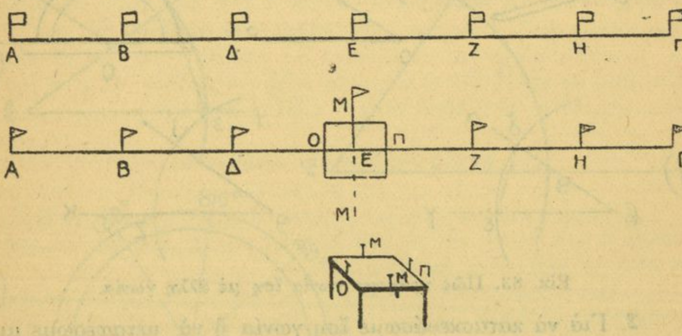
2. Εὐθεῖα καὶ κάθετη στὸ ἔδαφος.

1. Παίρνομε στὸ ἔδαφος δυὸ σημεῖα τὸ Α καὶ Β. Θέλομε νὰ χαράξωμε μιὰ εὐθεῖα, ποὺ νὰ ἑνώνη αὐτὰ τὰ σημεῖα.

2. Στήνομε στὸ Α καὶ Β δυὸ παλούκια. Ἕνας μας στέκεται στὸ σημεῖο Α. Ἄλλος κρατεῖ σκοινί, ποὺ ἡ ἄκρη του ἔχει δεθῆ στὸ παλούκι Α, καὶ προχωρεῖ πρὸς τὸ Β. Σὲ λίγη ἀπόσταση στήνει ἄλλο παλούκι σὲ θέση, ποὺ τὴν ὁρίζει μὲ τὸ μάτι του ὁ πρῶτος, ποὺ στέκεται στὸ Α.

Αὐτὸς κοιτάζει καὶ κανονίζει τὴ θέση ἔτσι, ποὺ τὸ νέο παλούκι νὰ βρίσκεται στὴν ἴδια γραμμὴ μὲ τὸ Β. Αὐτὸ γίνεται ἂν τὸ πρῶτο παλούκι σκεπάζη τὸ δεύτερο, ἔτσι ποὺ νὰ μὴ φαίνεται. Ὁ δεύτερος, ἀφοῦ δέσει τὸ σκοινὶ στὸ νέο παλούκι, προχωρεῖ πάλι πρὸς τὸ Β, ὡσότου νὰ στήση ὅσα παλούκια νομίζει πὼς φτάνουν γιὰ τὸ χάραγμα.

Κατόπι σκάβει ἕνα μικρὸ αὐλάκι στὸ ἔδαφος κάτω ἀπὸ τὸ τεντωμένο σκοινί. (Εἰκ. 83α).



Εἰκ. 83. Πῶς γράφομε εὐθεῖα καὶ κάθετη στὸ ἔδαφος.

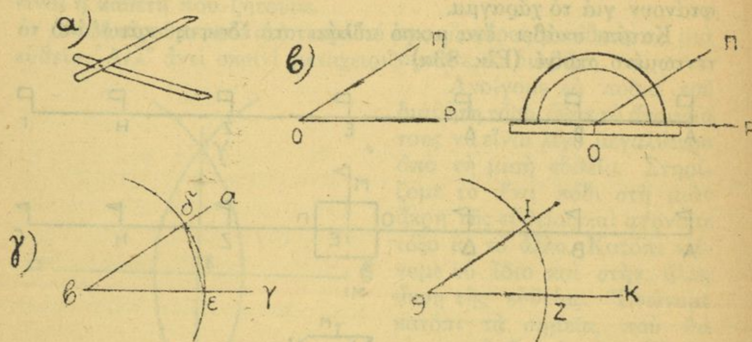
3. Ἡ εὐθεῖα αὐτὴ θὰ εἶναι ἡ ΑΓ (Εἰκ. 83β). Ἂν στὴν εὐθεῖα αὐτὴ θέλωμε νὰ φέρωμε κάθετη σὲ ἕνα σημεῖο της, ὅπως στὸ Ε, (Εἰκ. 83 δεύτερη σειρά) στήνομε τρία παλούκια, μὲ σημαιοῦλες πάντοτε, στὸ Α, στὸ Β καὶ στὸ Δ. Ἔπειτα παίρνομε ἕνα τραπεζάκι τετράγωνο ἢ ὀρθογώνιο. Στὴ μέση τῶν πλευρῶν του στήνομε καρφιὰ μεγάλα. Παίρνομε τὸ τραπέζι καὶ τὸ τοποθετοῦμε στὸ σημεῖο Ε ἔτσι, ποὺ οἱ σημαῖες Α, Β καὶ Δ νὰ βρίσκονται στὴν ἴδια εὐθεῖα μὲ τὰ καρφιὰ οπ, κι ἡ σημαία Γ νὰ βρίσκεται στὴν ἴδια γραμμὴ μὲ τὰ καρφιὰ οπ.

μὴν εἶναι τὸ μέσο τους, κι ἡ τρίτη νὰ κοιτάξη μήπως ὅλες οἱ κάθετες αὐτὲς δὲν εἶναι καλὰ καμωμένες.

Ἕνας ἀπὸ τὸ Μ κανονίζει μὲ τὴ διεύθυνση τῶν καρφιῶν Μ καὶ Μ, ποῦ θὰ μπήξη ἕνας ἄλλος τὴ σημαία Μ. Αὐτὴ πρέπει νὰ εἶναι στὴν ἴδια διεύθυνση μὲ τὰ καρφιὰ ΜΜ. Δένομε κατόπι ἕνα σκοινὶ στὶς σημαῖες Μ καὶ Ε καὶ σκάβομε χαντάκι στὸ δρόμο τοῦ σκοινιοῦ. Αὐτὴ θὰ εἶναι ἡ κάθετη, ποὺ ζητοῦμε, γιατὶ εἶναι διάμεση στὸ τετράγωνο ἢ ὀρθογώνιο τραπεζάκι μας καὶ οἱ διάμεσες στὰ τετράγωνα ἢ ὀρθογώνια εἶναι κάθετες.

3. Πῶς κατασκευάζεται γωνία ἴση μὲ ἄλλην.

1. Πρόχειρο γεωμετρικὸ ὄργανο, γιὰ νὰ κατασκευάσωμε μιὰ γωνία ἴση μὲ μιὰν ἄλλη, εἶναι ἕνα ὄργανο ξύλινο ἢ χάρτινο, ποὺ μοιάζει τὸ διαβήτη· Γίνεται μὲ δυὸ λωρίδες ἀπὸ χαρτόνι ἢ ἀπὸ ψιλὸ ξύλο, βιδωμένες ἢ καρφωμένες στὴν ἄκρη. Τὰ πόδια τοῦ ὀργάνου αὐτοῦ ἀνοίγουν, ὅπως τοῦ διαβήτη (Εἰκ. 83 α).



Εἰκ. 83. Πῶς γράφομε γωνία ἴση μὲ ἄλλη γωνία.

2. Γιὰ νὰ κατασκευάσωμε ἴση γωνία ἢ νὰ μεταφέρωμε μιὰ γωνία, ἀνοίγομε τὰ πόδια τοῦ ξύλινου ἢ χάρτινου αὐτοῦ ὀργάνου τόσο, ὅσο εἶναι ἡ γωνία, καὶ τὸ τοποθετοῦμε κατόπι ἐκεῖ, ποὺ θὰ γράψωμε τὴ νέα γωνία καὶ μὲ τὸ μολύβι ἢ τὴν κιμωλία σημειώνομε τὸ ἄνοιγμα.

3. Μποροῦμε ὅμως καὶ μὲ τὸ μοιρογνωμόνιο νὰ γράψωμε ἴση γωνία ἢ νὰ μεταφέρωμε μιὰ γωνία.

Μετροῦμε πρῶτα τὶς μοῖρες τῆς γωνίας, ποὺ ἔχομε. Γράφομε κατόπι μιὰ εὐθεῖα καὶ ἐπάνω σ' αὐτὴν βάζομε τὸ μοιρογνωμόνιο ἔτσι, ποὺ τὸ κέντρο του νὰ πέση στὴ μιὰ ἄκρη τῆς γραμμῆς (στὸ ο) καὶ ἡ ὁριζόντια λωρίδα ἐπάνω στὴ γραμμὴ οβ. Σημειώνομε κατόπι τὸ μέρος τοῦ τόξου, ποὺ ἔδειξαν οἱ μοῖρες τῆς γωνίας. Ἑνώνομε τὸ μέρος αὐτὸ μὲ τὸ ο καὶ ἔχομε τὴ γωνία, ποὺ θέλομε.

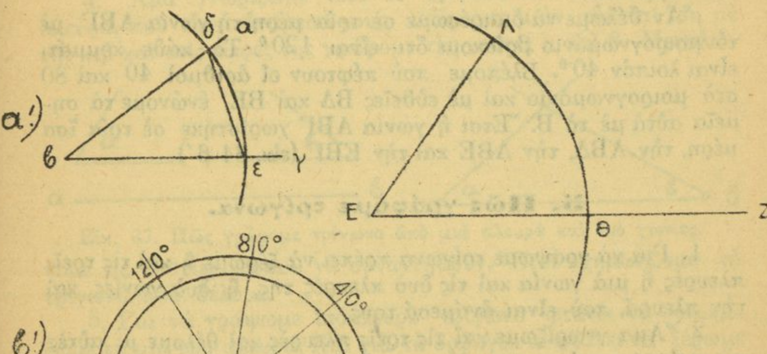
4. Ἄλλος τρόπος εἶναι μὲ τὸ διαβήτη ἢ τὸ σκοινί.

Στὴ γωνία αβγ, ποὺ ἔχομε, μὲ κέντρο β, τὴν κορυφή, καὶ ἀχτῖνα ὁποιαδήποτε γράφομε τόξο. Τὸ τόξο κόβει (εἰκ. 83 γ.) τὶς πλευρὲς τῆς γωνίας στὰ σημεῖα δ καὶ ε. Ἑνώνομε τὰ σημεῖα αὐτὰ μὲ μιὰ εὐθεῖα· Κατόπι γράφομε μιὰ εὐθεῖα τὴ ΘΚ. Μὲ κέντρο τώρα τὸ Θ καὶ ἀχτῖνα τὴν ἴδια βε γράφομε τόξο, ποὺ κόβει τὴ ΘΚ στὸ σημεῖο Ζ. Κατόπι μὲ κέντρο τὸ Ζ καὶ ἀχτῖνα δε φέρνομε ἄλλο τόξο, ποὺ κόβει τὸ πρῶτο τόξο στὸ σημεῖο Ι. Ἑνώνομε ἔπειτα τὸ σημεῖο αὐτὸ μὲ τὸ Θ καὶ μεγαλώνομε τὴν εὐθεῖα· Ἡ γωνία, ποὺ σχηματίζεται, εἶναι ἴση μὲ τὴν αβγ.

4. Πῶς διπλασιάζομε ἢ διαιροῦμε γωνία.

1. Ἔχομε τὴ γωνία αβγ καὶ θέλομε νὰ τὴ διπλασιάσωμε.

Μὲ κέντρο τὴν κορυφὴ β καὶ μὲ ὁποιαδήποτε ἀχτῖνα φέρνομε τόξο, ποὺ κόβει τὶς πλευρὲς τῆς γωνίας στὸ δ καὶ ε. (εἰκ.84 α΄)



Εἰκ. 84. Πολλαπλασιασμὸς καὶ διαίρεση γωνιῶν.

Γράφομε μιὰ εὐθεῖα τὴν ΕΖ καὶ μὲ κέντρο τὸ Ε καὶ μὲ τὴ βδ ἀχτῖνα φέρνομε τόξο, ποὺ κόβει τὴν ΕΖ στὸ Θ. Τώρα μὲ κέντρο τὸ Θ καὶ ἀχτῖνα διπλασία τῆς δε φέρνομε ἄλλο τόξο, ποὺ κόβει τὸ πρῶτο στὸ σημεῖο Λ. Ἑνώνομε τὸ Λ μὲ τὸ Ε καὶ ἔχομε τὴν γωνία ΛΕΖ δυὸ φορὲς μεγαλύτερη ἀπὸ τὴν αβγ.

322. Κατασκευάστε μὲ τὸν πρόχειρο διαβήτη δυὸ γωνίες ἴσες μὲ δυὸ ἄλλες, ποὺ ἔχετε γραμμένες.

323. Κατασκευάστε μὲ τὸ μοιρογνώμιο δυὸ γωνίες ἴσες μὲ δυὸ ἄλλες γωνίες, ποὺ ἔχετε γράψει στὸν πίνακα ἢ στὸ τετράδιό σας.

324. Γράψτε στὸν πίνακα μιὰ γωνία ἀμβλεῖα, μιὰ ὀρθὴ καὶ μιὰ ὀξεῖα

2. Ἔτσι μποροῦμε νὰ τριπλασιάσωμε ἢ νὰ πολλαπλασιάσωμε γωνία ἢ καὶ νὰ γράψωμε γωνία ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα πολλῶν ἀνίσων γωνιῶν.

3. Μποροῦμε ὅμως νὰ βροῦμε τὸ ἄθροισμα πολλῶν γωνιῶν καὶ μὲ τὸ μοιρογνωμόνιο· βρίσκομε πόσες μοῖρες εἶναι ἡ καθεμιὰ καὶ προσθέτομε τὶς μοῖρες. Ἔπειτα κάνομε ὅ,τι κάναμε γιὰ νὰ κατασκευάσωμε γωνία ἴση μὲ μιὰ ἄλλη παίρνοντας στὸ μοιρογνωμόνιο τὸ ἄθροισμα τῶν μοιρῶν (εἰκ. 84).

4. Γιὰ νὰ χωρίσωμε μιὰ γωνία σὲ ἴσες μικρότερες βρίσκομε πρῶτα μὲ τὸ μοιρογνωμόνιο πόσων μοιρῶν εἶναι ἡ γωνία, ποὺ θέλομε νὰ χωρίσωμε.

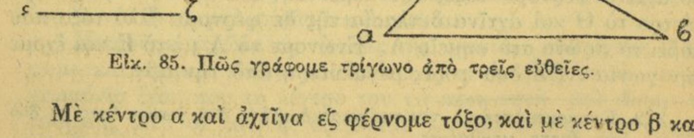
Τὶς μοῖρες τὶς διαιροῦμε μὲ τὸν ἀριθμὸ τῶν μερῶν, ποὺ θὰ χωρίσωμε τὴ γωνία. Ἔπειτα βρίσκομε μὲ τὸ γωνιόμετρο στὸ τόξο τῆς γωνίας τὰ χωρίσματα καὶ τὰ σημειώνομε. Τὰ σημεῖα αὐτὰ τὰ ἑνώνομε μὲ τὴν κορυφή. Ἔτσι χωρίζεται ἡ γωνία σὲ ἴσα κομμάτια.

Ἂν θέλωμε νὰ διαιρέσωμε σὲ τρία μέρη τὴ γωνία ΑΒΓ, μὲ τὸ μοιρογνωμόνιο βρίσκομε ὅτι εἶναι 120°. Τὸ κάθε κομμάτι εἶναι λοιπὸν 40°. Βλέπομε ποὺ πέφτουν οἱ ἀριθμοὶ 40 καὶ 80 στὸ μοιρογνωμόνιο καὶ μὲ εὐθεῖες ΒΔ καὶ ΒΕ ἑνώνομε τὰ σημεῖα αὐτὰ μὲ τὸ Β. Ἔτσι ἡ γωνία ΑΒΓ χωρίστηκε σὲ τρία ἴσα μέρη, τὴν ΑΒΔ, τὴν ΔΒΕ καὶ τὴν ΕΒΓ (εἰκ. 84 β΄)

5. Πῶς γράφομε τρίγωνα.

1. Γιὰ νὰ γράψωμε τρίγωνα πρέπει νὰ ξέρωμε ἢ καὶ τὶς τρεῖς πλευρὲς ἢ μιὰ γωνία καὶ τὶς δυὸ πλευρές της, ἢ δυὸ γωνίες καὶ τὴν πλευρά, ποὺ εἶναι ἀνάμεσά τους.

2. Ἅμα γνωρίζωμε καὶ τὶς τρεῖς πλευρὲς καὶ θέλομε μ᾽ αὐτὲς νὰ γράψωμε τρίγωνο, γράφομε μιὰ εὐθεῖα ἴση μὲ τὴ μιὰ ἀπ᾽ αὐτές, π. χ. τὴν αβ.



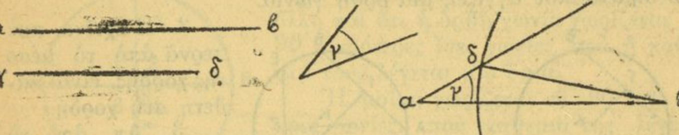
Εἰκ. 85. Πῶς γράφομε τρίγωνο ἀπὸ τρεῖς εὐθεῖες.

Μὲ κέντρο α καὶ ἀχτῖνα εζ φέρνομε τόξο, καὶ μὲ κέντρο β καὶ

καὶ μὲ τὸ διαβήτη ἢ μὲ σκοινάκι γράψτε ἄλλες τρεῖς γωνίες ἴσες μ᾽ αὐτές.
325. Νὰ γραφοῦν γωνίες ὀξεῖες καὶ ἀμβλεῖες καὶ νὰ μετρηθοῦν.

ἀχτῖνα τὴν τρίτη πλευρὰ γδ φέρνομε ἄλλο τόξο. Τὰ δυὸ τόξα θὰ συναντηθοῦν στὸ σημεῖο γ. Ἑνώνομε τὸ σημεῖο αὐτὸ μὲ τὸ α καὶ β καὶ ἔχομε τὸ τρίγωνο, ποὺ θέλομε.

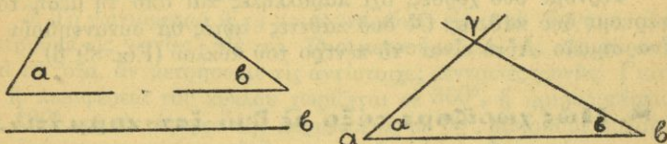
3. Ἅμα γνωρίζωμε ἀπὸ τὸ τρίγωνο, ποὺ θέλομε νὰ κάνωμε, τὴ μιὰ γωνία μὲ τὶς δυὸ πλευρές της, γράφομε μιὰν εὐθεῖα ἴση



Εἰκ. 86. Πῶς γράφομε τρίγωνο ἀπὸ δυὸ εὐθεῖες καὶ μιὰ γωνία.

μὲ τὴν αβ καὶ στὸ σημεῖο της α γράφομε τὴ γωνία γ. Παίρνομε ἀπὸ τὴν πλευρὰ αδ τόσο μέρος, ὅσο εἶναι ἡ γδ. Κατόπι ἑνώνομε τὸ δ μὲ τὸ β.

4. Ἅμα γνωρίζωμε ἀπὸ τὸ τρίγωνο δυὸ γωνίες καὶ τὴν πλευρά, ποὺ εἶναι ἀνάμεσά τους, παίρνομε μιὰν εὐθεῖα ἴση μὲ τὴν αβ καὶ στὶς ἄκρες της γράφομε τὶς γωνίες α καὶ β. Μεγαλώ-



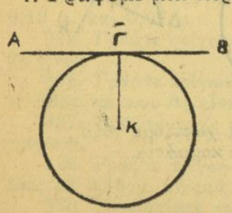
Εἰκ. 87. Πῶς γράφομε τρίγωνο ἀπὸ μιὰ πλευρὰ καὶ δυὸ γωνίες.

νομε τὶς εὐθεῖες, ὥσπου νὰ συναντηθοῦν. Ἔτσι σχηματίζομε τὸ τρίγωνο, ποὺ θέλομε.

5. Γιὰ νὰ γράψωμε ἰσόπλευρο τρίγωνο φτάνει νὰ γνωρίζωμε τὴ μιά του πλευρά. Καὶ γιὰ τὸ ὀρθογώνιο φτάνει νὰ ξέρωμε τὶς δυὸ κάθετες ἢ τὴν ὑποτείνουσα καὶ μιὰ κάθετη. (Γιατί ;)

6. Πῶς γράφομε ἐφαπτομένη σὲ κύκλο.

1. Γράφομε μιὰ περιφέρεια καὶ μιὰ ἐφαπτομένη σ' αὐτήν. Ἑνώνομε τὸ σημεῖο τῆς ἐπαφῆς μὲ τὸ κέντρο τῆς περιφερείας. Ἡ ἀχτῖνα μὲ τὴν ἐφαπτομένη σχηματίζουν μιὰ γωνία καὶ ἡ γωνία αὐτὴ εἶναι ὀρθή.

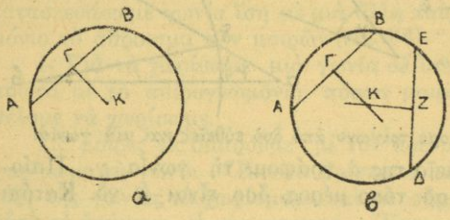


Εἰκ. 88. Πῶς γράφομε ἐφαπτομένη σὲ κύκλο.

2. Γιὰ νὰ γράψωμε λοιπὸν ἐφαπτομένη σὲ κύκλο, γράφομε μιὰν ἀχτῖνα καὶ στὴν ἄκρη της, ποὺ ἐγγίζει στὴν περιφέρεια, φέρνομε κάθετη. Κατόπι μεγαλώνομε τὴν κάθετη. Αὐτὴ ἡ κάθετη εἶναι ἡ ἐφαπτομένη, γιατὶ μὲ τὴν ἀχτῖνα σχηματίζουν ὀρθὴ γωνία στὸ σημεῖο τῆς ἐπαφῆς.

7. Πῶς βρίσκομε τὸ κέντρο τοῦ κύκλου.

1. Γράφομε μιὰ περιφέρεια καὶ φέρνομε μιὰ χορδή. Φέρνομε κατόπι ἀπὸ τὴ μέση τῆς χορδῆς μιὰ εὐθεῖα ὡς τὸ κέντρο. Ἡ εὐθεῖα αὐτὴ εἶναι κάθετη στὴ χορδή, γιατὶ σχηματίζει μὲ τὴ χορδὴ στὸ σημεῖο, ποὺ ἀγγίζει, μιὰ ὀρθὴ γωνία.



Εἰκ. 89. Πῶς βρίσκομε τὸ κέντρο τοῦ κύκλου.

2. Ἡ ἀχτῖνα, ποὺ περνᾶ ἀπὸ τὸ μέσο τῆς χορδῆς, εἶναι κάθετη στὴ χορδή.

3. Ἂν ἀπὸ τὸ μέσο τῆς χορδῆς φέρωμε κάθετη, αὐτὴ θὰ περάσῃ ἀπὸ τὸ κέντρο τοῦ κύκλου (Εἰκ. 89 α).

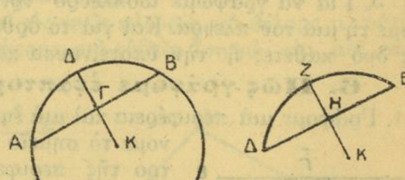
4. Ὅταν ἔχωμε κύκλο καὶ δὲν ξέρωμε τὸ κέντρο, μποροῦμε νὰ βροῦμε τὸ κέντρο του μὲ τὸν ἀκόλουθο τρόπο.

Φέρνομε δυὸ χορδές, ὄχι παράλληλες καὶ ἀπὸ τὴ μέση τους φέρνομε δυὸ κάθετες. Οἱ δυὸ κάθετες αὐτὲς θὰ συναντηθοῦν σὲ ἕνα σημεῖο. Αὐτὸ εἶναι τὸ κέντρο τοῦ κύκλου (Εἰκ. 89 β).

8. Πῶς χωρίζομε τόξο σὲ δυὸ ἴσα κομμάτια.

2. Γράφομε μιὰ περιφέρεια. Φέρνομε μιὰ χορδὴ καὶ μιὰ κάθετη ἀπὸ τὸ κέντρο τῆς χορδῆς. Ἂν μεγαλώσωμε τὴν κάθετη, αὐτὴ θὰ περάσῃ κι ἀπὸ τὸ τόξο της καὶ θὰ τὸ χωρίσῃ σὲ δυὸ ἴσα κομμάτια.

2. Ὅταν λοιπὸν θέλωμε νὰ χωρίσωμε τόξο σὲ δυὸ ἴσα μέρη γράφομε τὴ χορδὴ τοῦ τόξου καὶ ἀπὸ τὴ μέση τῆς χορδῆς φέρνομε κάθετη. Μεγαλώνομε τὴν κάθετη καὶ ἡ κάθετη τότε θὰ περάσῃ ἀπὸ τὸ τόξο καὶ θὰ τὸ χωρίσῃ σὲ δυὸ ἴσα κομμάτια.



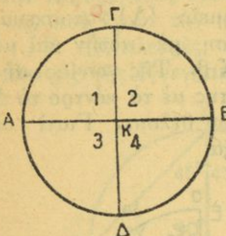
Εἰκ. 90. Πῶς χωρίζομε τόξο σὲ 2 ἴσα κομμάτια.

---

326. Νὰ γραφοῦν γωνίες 60ο, 30ο, 55ο, 72ο. 120ο.
327. Νὰ γραφῇ γωνία διπλασία καὶ τριπλασία μιᾶς ἄλλης.
328. Νὰ γραφῇ γωνία, ποὺ νὰ εἶναι ἡ μισὴ μιᾶς ἄλλης.

9. Πῶς μετροῦμε τὴν περιφέρεια.

1. Γράφομε κύκλο καὶ φέρνομε δυὸ διάμετρες κάθετες. Αὐτὲς οἱ διάμετρες θὰ σχηματίσουν 4 γωνίες, ποὺ εἶναι ἴσες καὶ ὀρθές.



Εἰκ. 91. Πῶς μετροῦμε τὴν περιφέρεια.

2. Ξέρομε ὅτι τὴν ὀρθὴ γωνία παίρνομε ὡς μονάδα γιὰ νὰ μετρήσωμε μιὰν ἄλλη καὶ ὅτι ἡ ὀρθὴ γωνία χωρίζεται σὲ 90 μικρότερες ἴσες γωνίες, ποὺ ἡ καθεμιά τους λέγεται μ ο ῖ ρ α.

Ἡ μοῖρα χωρίζεται σὲ 60 ἴσες μικρὲς γωνίες, ποὺ καθεμιά της λέγεται π ρ ῶ τ ο λ ε π τ ό. Καὶ τὸ πρῶτο λεπτὸ χωρίζεται πάλι σὲ 60 ἴσες πολὺ μικρὲς γωνίες, ποὺ καθεμιά της λέγεται δ ε ύ τ ε ρ ο λ ε π τ ό.

Στὶς μοῖρες βάνομε δεξιὰ ἐπάνω ἕνα μικρὸ μηδενικό, στὰ πρῶτα λεπτὰ μιὰ ὀξεῖα καὶ στὰ δευτερόλεπτα δυὸ ὀξεῖες. Πρβ. 30^{0} 15′, 25″. Διαβάζεται: 3 μοῖρες, 15 πρῶτα λεπτά, 25 δεύτερα λεπτά.

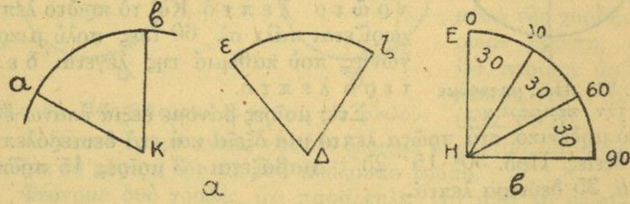
3. Τὸ γωνιόμετρο ἢ τὸ μοιρογνωμόνιο εἶναι τὸ ὄργανο, ποὺ μετροῦμε τὶς γωνίες. Μὲ τὸ ἴδιο μετροῦμε καὶ τὶς περιφέρειες καὶ τὰ τόξα, ἂν μετρήσωμε τὶς ἀντίστοιχες κεντρικὲς γωνίες. Γιατὶ κι ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου χωρίζεται σὲ 360^{0}, ἡ ἡμιπεριφέρεια σὲ 180^{0} καὶ τὸ τέταρτο τῆς περιφέρειας σὲ 90^{0}. Μετροῦμε δηλαδὴ τὶς ἐπίκεντρες γωνίες καὶ ὅσων μοιρῶν εἶναι αὐτές, τόσων μοιρῶν εἶναι καὶ τὸ ἀντίστοιχο τόξο.

---

329. Νὰ χωριστῇ γωνία σὲ 3 ἴσα μέρη.
330. Νὰ χωριστῇ ὀρθὴ γωνία σὲ 5 ἴσα μέρη.
331. Πόσων μοιρῶν θὰ εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν ἐπικέντρων γωνιῶν, ποὺ γράφονται σὲ ἡμικύκλιο;
332. Νὰ γραφοῦν τρεῖς γωνίες καὶ ἡ γωνία, ποὺ εἶναι τὸ ἄθροισμά τους.
333. Γράψτε τρίγωνο μὲ 3 εὐθεῖες· ἡ μιὰ ἔχει μάκρος 0,15 μ. ἡ ἄλλη 0,20 καὶ ἡ ἄλλη 0,25 μ.
334. Γράψτε στὸ τετράδιό σας τρίγωνο ἀπὸ τρεῖς εὐθεῖες τῶν: 0,08 μ. 0,12 μ. καὶ 0,07 μ.
335. Γράψτε τρίγωνο ἀπὸ τρεῖς εὐθεῖες τῶν 0,15 μ. Τί εἶδος τρίγωνο θὰ εἶναι;
336. Γράψτε τρίγωνο μὲ δυὸ εὐθεῖες τῶν 0,12 μ. καὶ μιὰ τῶν 0,09 μ. τί εἶδος τρίγωνο θὰ εἶναι;
337. Γράψτε τρεῖς εὐθεῖες στὸν πίνακα καὶ σχηματίστε μ' αὐτὲς ἕνα τρίγωνο.
338. Γράψτε τρίγωνο, ποὺ νὰ ἔχῃ μιὰ γωνία ὀξεῖα καὶ δύο πλευρές της ἴσες μὲ 0,15 μ. τὴ μιὰ καὶ 0,12 τὴν ἄλλη.
339. Σχηματίστε τρίγωνο μὲ δυὸ εὐθεῖες τῶν 0,10 μ. καὶ μιὰ γωνία μεταξὺ τῶν εὐθειῶν αὐτῶν ἴση μὲ 76 μοῖρες.
340. Ἡ ὑποτείνουσα σ' ἕνα ὀρθογώνιο τρίγωνο εἶναι ἴση μὲ 0,15 μ. κι οἱ ὀξεῖες του γωνίες ἴσες. Πόσων μοιρῶν εἶναι οἱ γωνίες του αὐτές.

10. Πῶς χωρίζομε τόξο σὲ ἴσα μέρη.

1. Ἅμα θέλωμε νὰ κατασκευάσωμε τόξο ἴσο μὲ ἕνα ἄλλο, στὸ τόξο, ποὺ ἔχομε, (τὸ αβ, Εἰκ. 92) κατασκευάζομε τὴν ἐπίκεντρη γωνία (α Κ β). Ἔπειτα σ' ἕνα σημεῖο (Δ) κατασκευάζομε μὲ τὸ γωνιόμετρο μιὰν ἄλλη γωνία ἴση μὲ αὐτὴν καὶ μὲ πλευρὲς ἴσες μὲ τὶς πλευρὲς τῆς γωνίας α Κ β. Τῆς γωνίας αὐτῆς (ε Δ ζ εἰκ. 92α) φέρνομε καὶ τὸ τόξο της μὲ τὸ κέντρο τὸ Δ καὶ ἀχτῖνα τὴν ΕΔ. Αὐτὸ εἶναι τὸ τόξο, ποὺ θέλομε. Γιατὶ σὲ ἴσες ἐπίκεντρες γωνίες ἀντιστοιχοῦν ἴσα τόξα.



Εἰκ. 92. Πῶς γράφομε τόξο ἴσο μὲ ἄλλο.

2. Γιὰ νὰ χωρίσωμε ἕνα τόξο σὲ ἴσα μέρη βρίσκομε πρῶτα πόσων μοιρῶν εἶναι τὸ τόξο, ποὺ θὰ χωρίσωμε (μὲ τὸ μοιρογνωμόνιο ἀπὸ τὴν κεντρικὴ του γωνία). Ἔπειτα τὶς μοῖρες αὐτὲς τὶς διαιροῦμε μὲ τὸν ἀριθμὸ τῶν μερῶν, ποὺ θέλομε νὰ χωρίσωμε τὸ τόξο (μὲ τὸ 2 δηλ. ἂν θέλωμε νὰ τὸ χωρίσωμε σὲ δυὸ μέρη, μὲ τὸ 3 ἂν θέλωμε νὰ τὸ χωρίσωμε σὲ τρία κλπ).

Καὶ πάλι μὲ τὸ μοιρογνωμόνιο (ἀπὸ τὴ κεντρικὴ γωνία) σημειώνομε μικρότερες γωνίες ἴσες 2 ἢ 3 κλπ. ἀνάλογα μὲ τὶς μοῖρες, ποὺ θέλομε νὰ ἔχη κάθε κομμάτι. Φέρνομε τὶς ἀχτῖνες ἐπάνω στὶς μοῖρες αὐτὲς κι ἔτσι χωρίζεται τὸ τόξο σὲ 2 ἢ 3 κλπ. ἴσα μέρη (Εἰκ. 92β).

Σχηματίστε τὸ τρίγωνο αὐτό.

341. Γράψτε γωνία 50 μοιρῶν, ποὺ οἱ πλευρές της νὰ εἶναι ἴσες μὲ 0,20 μ. Σχηματίστε τρίγωνο ἀπὸ τὴ γωνία αὐτή. Τί εἶδος τρίγωνο θὰ εἶναι;

342. Γράψτε μιὰ εὐθεῖα 0,22 μ. Στὴν ἄκρη της φέρτε κάθετη 0,18 μ. Σχηματίστε μὲ αὐτὲς τὶς κάθετες ἕνα τρίγωνο; Τί εἶδος τρίγωνο θὰ εἶναι;

343. Γράψτε δυὸ ἴσες εὐθεῖες· ἑνῶστε τες στὴν ἄκρη,, νὰ σχηματίζουν γωνία· τί εἶδος τρίγωνο μπορεῖτε νὰ σχηματίστε ἀπ' αὐτές;

344. Ἀπὸ μιὰ εὐθεῖα 0,25 μ. καὶ δυὸ γωνίες, τὴ μιὰ 48 καὶ τὴν ἄλλη 72 μοιρῶν σχηματίστε τρίγωνο.

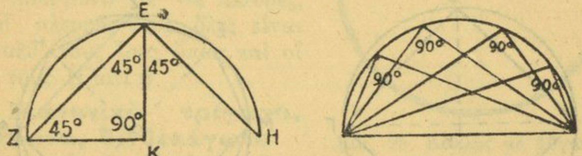
345. Στὶς ἄκρες μιᾶς εὐθείας σχηματίζονται ἀπὸ τὸ ἴδιο μέρος γωνίες 60 μ. Τί εἶδος τρίγωνο θὰ σχηματιστῇ μ' αὐτές;

346. Ἔχετε δυὸ κάθετες ἴσες μὲ 0,25 μ. Τί εἶδος τρίγωνο μπορεῖτε νὰ σχηματίστε μὲ αὐτές;

11. Ἐγγεγραμμένες καὶ ἐπίκεντρες γωνίες.

1. Ἐπίκεντρες ἢ κεντρικὲς γωνίες λέγονται ἐκεῖνες, ποὺ ἔχουν τὴν κορυφή τους στὸ κέντρο τοῦ κύκλου, καὶ ἐγγεγραμμένες ἐκεῖνες, ποὺ ἔχουν τὴν κορυφή τους στὴν περιφέρεια.

2. Οἱ πλευρὲς τῆς ἐπίκεντρης γωνίας εἶναι ἀχτῖνες καὶ οἱ πλευρὲς τῆς ἐγγεγραμμένης εἶναι χορδὲς τοῦ κύκλου.



Εἰκ. 93. Ἐπίκεντρες καὶ ἐγγεγραμμένες γωνίες.

3. Ἡ ἐγγεγραμμένη γωνία εἶναι τὸ μισὸ τῆς ἐπίκεντρης γωνίας, ποὺ ἔχουν τὸ ἴδιο τόξο (Εἰκ. 93).

Γιὰ νὰ βεβαιωθοῦμε ἢ μετροῦμε μὲ τὸ γωνιόμετρο τὶς δυὸ γωνίες καὶ συγκρίνομε τὸ ἀποτέλεσμα, ἢ κόβομε δυὸ γωνίες χάρτινες, ἴσες μὲ τὴν ἐγγεγραμμένη, καὶ τὶς τοποθετοῦμε πλάι πλάι στὸ ἄνοιγμα τῆς ἐπίκεντρης γωνίας. Βλέπομε τότε πῶς τὴν σκεπάζουν ὁλόκληρη.

4. Οἱ ἐγγεγραμμένες γωνίες, ποὺ ἔχουν τὸ ἴδιο τόξο, εἶναι ἴσες ἀναμεταξύ τους (Εἰκ. 93β).

---

347. Ἐπάνω σὲ μιὰ εὐθεῖα 0,20 μ. σχηματίστε ἰσόπλευρο τρίγωνο.

348. Στὶς δυὸ ἄκρες εὐθείας 0,18 μ. σχηματίζονται γωνίες 45 μοιρῶν. Ἂν μὲ τὴν εὐθεῖα αὐτὴ καὶ τὶς γωνίες σχηματίστε τρίγωνο, τί εἶδος τρίγωνο θὰ εἶναι καὶ πόσο μοιρῶν θὰ εἶναι ἡ ἄλλη του γωνία;

349. Γράψτε μὲ ἀχτῖνα 0,22 μ. κύκλο καὶ φέρτε δύο ἐφαπτόμενες στὸν κύκλο αὐτόν.

350. Μὲ ἀχτῖνα 0,15 μ. γράψτε κύκλο καὶ φέρτε τρεῖς ἐφαπτόμενες σ' αὐτόν. Μεγαλῶστε τὶς ἐφαπτόμενες τόσο, ὅσο νὰ συναντηθοῦν. Τί θὰ σχηματιστῇ ὁλόγυρα στὸν κύκλο;

351. Σὲ κύκλο, ποὺ ἔχει ἀχτῖνα 0,20 γράψτε μιὰ ἐφαπτόμενη γραμμὴ ἴση μὲ 0,40. Φέρτε στὶς ἄκρες της κάθετες πρὸς τὸ μέρος τοῦ κύκλου ὡς ὅτου νὰ συναντήσουν τὸν κύκλο. Φέρτε τὴ γραμμὴ ποὺ ἑνώνει τὰ δυὸ σημεῖα τῆς ἐπαφῆς τῶν καθέτων. Τί εἶδος γραμμὴ θὰ εἶναι αὐτὴ (μέσα στὸν κύκλο) καὶ τί εἶδος τετράπλευρο θὰ σχηματιστῇ;

352. Νὰ βρῆτε στὸν πίνακα τὸ κέντρο κύκλου, ποὺ ἔχει περιφέρεια 0,628 μ. καὶ κύκλου μὲ περιφέρεια 0,342 μ.

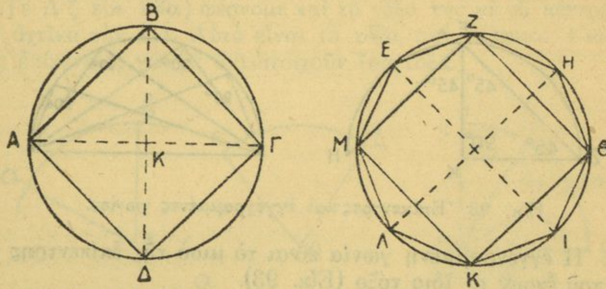
353. Γράψτε στὸ τετράδιό σας δυὸ κύκλους καὶ βρῆτε ἂν εἶναι πραγματικὰ τὸ κέντρο ἐκεῖ, ὅπου τὸ θέσατε.

354. Τί γωνίες σχηματίζει ἡ ἀχτῖνα, ποὺ περνᾷ ἀπὸ τὴ μέση τῆς χορδῆς;

355. Ἂν φέρωμε μιὰ ἀχτῖνα στὸ μέσο τῆς χορδῆς καὶ δυὸ στὶς ἄκρες της, τί εἶδος τρίγωνα σχηματίζονται μὲ τὴ χορδὴ καὶ τὶς τρεῖς ἀχτῖνες;

12. Τετράγωνο, ὀχτάγωνο, δεκαεξάγωνο κ.λ.π. ἐγγεγραμμένο σὲ κύκλο.

1. Ἂν σὲ μιὰ περιφέρεια γράψωμε δυὸ διάμετρες κάθετες τὴ μιὰ στὴν ἄλλη καὶ ἑνώσωμε τὶς ἄκρες τους μὲ εὐθεῖες, γράφομε μέσα στὸν κύκλο τετράγωνο, ποὺ ἔχει διαγώνιες τὶς κάθετες ἐκεῖνες διάμετρες. (Εἰκ. 94). Γιατὶ οἱ πλευρές τους εἶναι καὶ



Εἰκ. 94. Κύκλος μὲ τετράγωνο καὶ μὲ ὀχτάγωνο.

οἱ 4 ἴσες, χορδὲς ἴσων τόξων καὶ οἱ γωνίες ὀρθὲς (ἐγγεγραμμένες σὲ ἡμικύκλιο).

2. Ἂν στὸ ἐγγεγραμμένο τετράγωνο φέρωμε ὄχι μόνο τὶς διαγώνιες, ἀλλὰ καὶ τὶς διάμεσες καὶ τὶς μεγαλώσωμε ὥς τὴν περιφέρεια, κι ἑνώσωμε τὰ σημεῖα, ποὺ κόβουν τὴν περιφέρεια, μὲ τὶς κορυφὲς τοῦ τετραγώνου θὰ γραψωμε τότε μέσα στὸν κύκλο κανονικὸ ὀ χ τ ά γ ω ν ο (εἰκ. 94β), γιατὶ οἱ πλευρὲς εἶναι ὅλες ἴσες (τὰ μέσα ἴσων τόξων ἀντίστοιχων στὶς πλευρὲς τοῦ τετραγώνου) καὶ οἱ γωνίες ἴσες (ἐγγεγραμμένες σὲ ἴσα τόξα).

---

356. Χωρίστε στὸν πίνακα καὶ στὸ τετράδιό σας τρία τόξα σὲ δυὸ ἴσα μέρη τὸ καθένα.

357. Σὲ πόσες μοῖρες χωρίζεται κάθε περιφέρεια καὶ κάθε ἡμιπεριφέρεια;

358. Γιὰ νὰ μετρήσωμε ἕνα τόξο πόσων μοιρῶν εἶναι, τί κάνομε;

359. Γράψτε δύο τόξα κύκλου στὸν πίνακα καὶ χωρίστε τὸ ἕνα σὲ τρία καὶ τὸ ἄλλο σὲ τέσσερα ἴσα μέρη.

360. Ἂν χωρίσωμε τὴν ἡμιπεριφέρεια σὲ 2, σὲ 3, σὲ 4, σὲ 5, σὲ 6 ἴσα μέρη, πόσων μοιρῶν θὰ εἶναι τὸ κάθε ἀντίστοιχο τόξο;

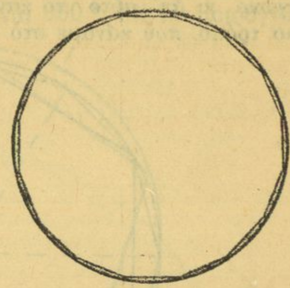
361. Ἂν χωρίσωμε τὴν περιφέρεια σὲ 6 ἢ 8 ἴσα μέρη πόσων μοιρῶν θὰ εἶναι τὰ ἀντίστοιχα τόξα;

362. Γράψτε τόξο 90 μοιρῶν καὶ χωρίστε το σὲ 5 ἴσα μέρη· φέρτε τὶς ἀχτῖνες ποὺ θὰ χωρίσουν τὸ τόξο στὰ ἴσα αὐτὰ μέρη.

363. Ποιὲς ἐγγεγραμμένες γωνίες εἶναι ἴσες; Οἱ γωνίες ποὺ εἶναι ἐγγεγραμμένες σὲ ἡμικύκλιο τί εἶδος γωνίες εἶναι;

364. Σὲ τόξο κεντρικῆς γωνίας, 90° γράψτε ἐγγεγραμμένη γωνία· πόσων μοιρῶν γωνία θὰ εἶναι;

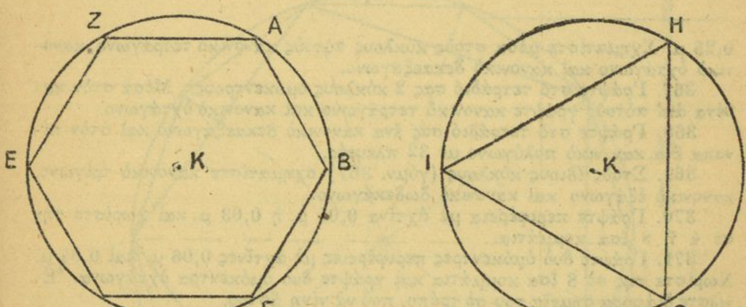
3. Ἀπὸ τὸ κανονικὸ ὀχτάγωνο μὲ τὸν ἴδιο τρόπο γράφομε μέσα σὲ κύκλο κανονικὸ δ ε κ α ε ξ ά γ ω ν ο (Εἰκ. 95). Ἀπ' αὐτὸ μποροῦμε νὰ γράψωμε κανονικὸ πολύγωνο μὲ 32 πλευρὲς κι ἀπ' αὐτὸ μποροῦμε νὰ γράψωμε κανονικὸ πολύγωνο μὲ 64 πλευρές, γιατὶ οἱ πλευρές τους ὅλες εἶναι ἀναμεταξύ τους ἴσες, ὅπως καὶ οἱ γωνίες τους. (Γιατί ;)



Εἰκ. 95. Κύκλος μὲ 16γωνο.

13. Κανονικὸ τρίγωνο, ἑξάγωνο, δωδεκάγωνο κλπ. μέσα σὲ κύκλο.

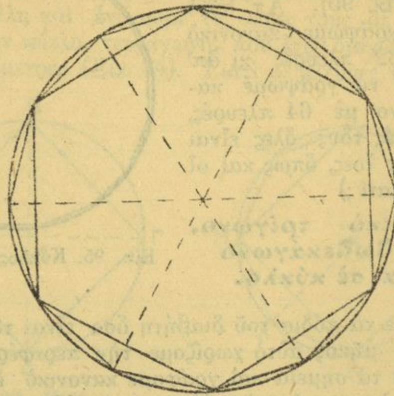
1. Ἀνοίγομε τὰ πόδια τοῦ διαβήτη ὅσο εἶναι τὸ μῆκος τῆς ἀχτίνας. Μὲ τὸ μῆκος αὐτὸ χωρίζομε τὴν περιφέρεια σὲ 6 ἴσα μέρη. Ἑνώνομε τὰ σημεῖα καὶ γράφομε κανονικὸ ἑ ξ ά γ ω ν ο. Ἂν ἑνώσωμε τὰ παραπλαϊνὰ μόνο σημεῖα θὰ γράψωμε κανονικὸ τρίγωνο. Μποροῦμε ἀντὶ διαβήτη νὰ μεταχειριστοῦμε καὶ σκοινί, γιὰ νὰ χωρίσωμε τὴν περιφέρεια σὲ 6 ἴσα μέρη.



Εἰκ. 96. Κύκλος μὲ κανονικὸ ἑξάγωνο καὶ τρίγωνο.

365. Σὲ τόξο 82 μοιρῶν εἶναι ἐγγεγραμμένη γωνία. Πόσων μοιρῶν γωνία εἶναι καὶ πόσων μοιρῶν θὰ εἶναι ἡ ἀντίστοιχη ἐπίκεντρη γωνία;
366. Γράψτε στὸν πίνακα 3 κύκλους μὲ ἀχτῖνα 0,15 μ., 0,18 μ. καὶ

2. Ἀπὸ τὸ κανονικὸ ἑξάγωνο γράφομε τὸ κανονικὸ δωδεκάγωνο κι ἀπ᾽ αὐτὸ τὸ κανονικὸ εἰκοσιτετράγωνο κλπ. μὲ τὸν ἴδιο τρόπο, ποὺ κάναμε στὸ ὀχτάγωνο, δεκαεξάγωνο κλπ.



Εἰκ. 97. Κύκλος μὲ κανονικὸ ἑξάγωνο καὶ 12γωνο.

0,25 μ. Σχηματίστε μέσα στοὺς κύκλους αὐτοὺς κανονικὸ τετράγωνο, κανονικὸ ὀχτάγωνο καὶ κανονικὸ δεκαεξάγωνο.

367. Γράφτε στὸ τετράδιό σας 2 κύκλους ὁμόκεντρους. Μέσα στὸν καθένα ἀπ᾽ αὐτοὺς γράφτε κανονικὸ τετράγωνο καὶ κανονικὸ ὀχτάγωνο.

368. Γράφτε στὸ τετράδιό σας ἕνα κανονικὸ δεκαεξάγωνο καὶ στὸν πίνακα ἕνα κανονικὸ πολύγωνο μὲ 32 πλευρές.

369. Στοὺς ἴδιους κύκλους (γύμν. 367) σχηματίστε κανονικὸ τρίγωνο, κανονικὸ ἑξάγωνο καὶ κανονικὸ δωδεκάγωνο.

370. Γράφτε περιφέρεια μὲ ἀχτῖνα 0,05 μ. ἢ 0,03 μ. καὶ χωρίστε την σὲ 4 ἢ 8 ἴσα κομμάτια.

371. Γράφτε δυὸ ὁμόκεντρες περιφέρειες μὲ ἀχτῖνες 0,06 μ. καὶ 0,04 μ. Χωρίστε της σὲ 8 ἴσα κομμάτια καὶ γράφτε δυὸ ὁμόκεντρα ὀχτάγωνα. Ἑνῶστε διάφορα σημεῖα του σὲ τρόπο, ποὺ νὰ γίνη ἄστρο.

372. Γράφτε δυὸ ὁμόκεντρες περιφέρειες μὲ ἀχτῖνα 0,04 μ. καὶ 0,06 μ. Γράφτε στὴ μικρότερη περιφέρεια κανονικὸ τρίγωνο.

373. Γράφτε τετράγωνο μὲ πλευρὰ 0,08 μ. Μέσα σ᾽ αὐτὸ γράφτε ἐγγεγραμμένο κύκλο καὶ μέσα στὸν κύκλο κανονικὸ ἑξάγωνο.

374. Γράφτε περιφέρεια μὲ ἀχτῖνα 0,04 καὶ χωρίστε την σὲ τρία μέρη καὶ γράφτε μέσα κανονικὸ τρίγωνο.

375. Γράφτε κανονικὸ ἑξάγωνο μὲ πλευρὰ 0,03 μ.

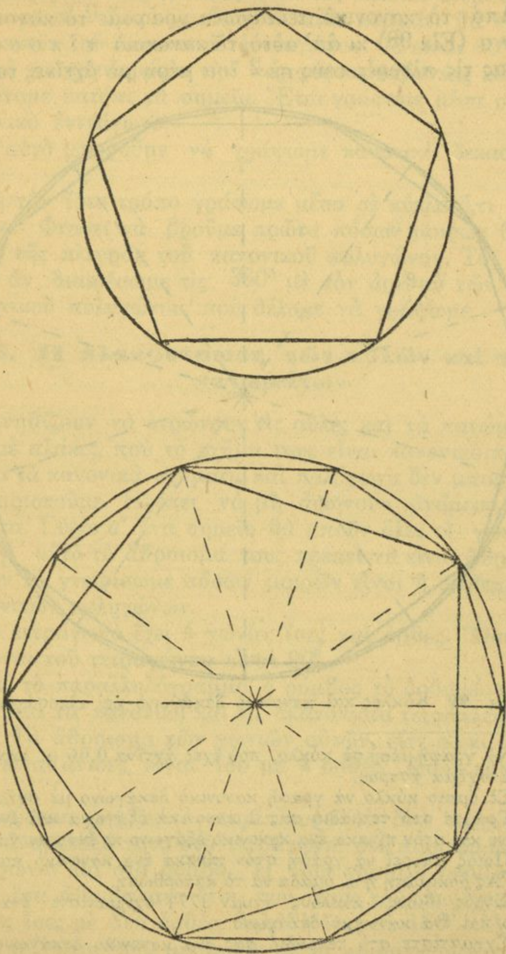
376. Σὲ περιφέρεια μὲ ἀχτῖνα 0,05 μ. γράφτε κανονικὸ ἑξάγωνο. Ἑνῶστε τὰ σημεῖα τῆς περιφερείας μὲ τὸ κέντρο. Πόσους ρόμβους καὶ πόσα τρίγωνα ἔχει τὸ ἑξάγωνο;

377. Γράφτε σὲ δυὸ ὁμόκεντρες περιφέρειες μὲ ἀχτῖνα 0,04 μ. καὶ 0,06 δύο τρίγωνα μὲ παράλληλες πλευρές.

378. Γράφτε περιφέρεια μὲ ἀχτῖνα 0,05 μ. καὶ χωρίστε την σὲ 12 ἴσα κομμάτια. Κατόπι γράφτε κανονικὸ δωδεκάγωνο.

14. Κανονικό πεντάγωνο, δεκάγωνο κλπ.

1. Ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου εἶναι 360°. Μὲ τὸ μοιρογνω-



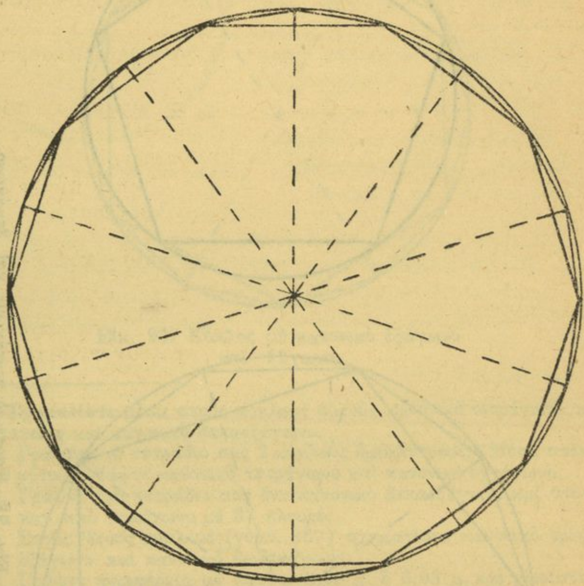
Εἰκ. 98. Κανονικὸ πεντάγωνο καὶ δεκάγωνο.

μόνιο μποροῦμε νὰ τὴ χωρίσωμε σὲ 5 ἴσα μέρη, ποὺ τὸ καθένα

379. Χωρίστε περιφέρεια σὲ 5 ἴσα κομμάτια. Τὸ τόξο θὰ εἶναι 72ο. Γράψτε σ' αὐτὴν κανονικὸ πεντάγωνο καὶ κανονικὸ δεκάγωνο.

θὰ εἶναι 72° (ἀπὸ τὶς κεντρικὲς γωνίες τῶν 72°). Ἑνώνομε τὰ σημεῖα μὲ εὐθεῖες καὶ ἔτσι ἔχομε γραμμένο μέσα στὸν κύκλο ἕνα κανονικὸ π ε ν τ ά γ ω ν ο (Εἰκ. 97).

2. Ἀπὸ τὸ κανονικὸ πεντάγωνο γράφομε τὸ κανονικὸ δ ε κ ά γ ω ν ο (Εἰκ 98) κι ἀπ' αὐτὸ τὸ κανονικὸ ε ἰ κ ο σ ά γ ω ν ο, χωρίζοντας τὶς πλευρές τους σὲ 2 ἴσα μέρη μὲ ἀχτῖνες τοῦ κύκλου.



Εἰκ. 99. Κύκλος καὶ κανονικὸ δεκάγωνο καὶ εἰκοσάγωνο.

380. Νὰ γραφῆ μέσα σὲ κύκλο, ποὺ ἔχει ἀχτῖνα 0,06 μ. κανονικὸ πεντάγωνο μὲ σχῆμα ἄστρου.

381. Σὲ ὅμοιο κύκλο νὰ γραφῆ κανονικὸ δεκάγωνο μὲ σχῆμα ἄστρου.

382. Γράψτε στὸ τετράδιό σας 2 κανονικὰ ἑξάγωνα καὶ ἕνα κανονικὸ δωδεκάγωνο καὶ στὸν πίνακα ἕνα κανονικὸ ἑξάγωνο κι ἕνα κανονικὸ 24γωνο.

383. Ποιὸς μπορεῖ νὰ γράψη στὸν πίνακα ἕνα κανονικὸ πολύγωνο 48 πλευρῶν; Ἂς δοκιμάση ἡ α' ὁμάδα νὰ τὸ κατορθώση.

384. Στοὺς ἴδιους κύκλους (γυμν 377) σχηματίστε ἕνα κανονικὸ πεντάγωνο καὶ ἕνα κανονικὸ δεκάγωνο.

385. Σχηματίστε στὸ τετράδιό σας ἕνα κανονικὸ δεκάγωνο καὶ στὸν πίνακα δύο κανονικὰ εἰκοσάγωνα.

386. Ἡ β' ὁμάδα νὰ γράψη στὸν πίνακα ἕνα κανονικὸ 40γωνο.

387. Ἡ γ' ὁμάδα θὰ κατορθώση νὰ γράψη στὸν πίνακα κανονικὸ πολύγωνο μὲ 80 πλευρές;

388. Νὰ γραφοῦν στὸ τετράδιο κανονικὰ πολύγωνα μὲ 9 πλευρές, μὲ

15. Ἄλλα κανονικὰ πολύγωνα μέσα σὲ κύκλο.

1. Γνωρίζομε πὼς ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου εἶναι 360⁰. Ἂν τὶς χωρίσωμε σὲ 9 ἴσα κομμάτια, τὸ κάθε κομμάτι θὰ εἶναι 40⁰, τὸ τόξο λοιπὸν τοῦ κανονικοῦ ἐννεαγώνου θὰ εἶναι 40⁰. Χωρίζομε μὲ τὸ μοιρογνωμόνιο τὴν περιφέρεια κόβοντας κάθε φορὰ 40⁰. Ἑνώνομε κατόπι τὰ σημεῖα. Ἔτσι γράφομε μέσα στὸν κύκλο κανονικὸ ἐννεάγωνο.

Ἀπ' αὐτὸ μποροῦμε νὰ γράψωμε κανονικὸ δεκαοχτάγωνο κ. λ. π.

2. Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο γράφομε μέσα σὲ κύκλο ὅ,τι πολύγωνο θέλομε. Φτάνει νὰ βροῦμε πρῶτα πόσων μοιρῶν θὰ εἶναι τὸ τόξον τῆς πλευρᾶς τοῦ κανονικοῦ πολυγώνου. Τὸ τόξο τὸ βρίσκομε ἂν διαιρέσωμε τὶς 360⁰ μὲ τὸν ἀριθμὸ τῶν πλευρῶν τοῦ κανονικοῦ πολυγώνου, ποὺ θέλομε νὰ γράψωμε.

16. Ἡ πλακόστρωση τῶν αὐλῶν καὶ τῶν πατωμάτων.

1. Συνηθίζουν νὰ στρώνουν τὶς αὐλὲς καὶ τὰ πατώματα τῶν σπιτιῶν μὲ πλάκες, ποὺ τὸ σχῆμα τους εἶναι κανονικὸ πολύγωνο. Ἀλλ' ὅλα τὰ κανονικὰ σχήματα καὶ πολύγωνα δὲν μποροῦμε νὰ τὰ μεταχειριστοῦμε. Πρέπει νὰ μὴ ἀφήνουν ἀνάμεσα ἄδειανὰ διαστήματα. Γύρω σ' ἕνα σημεῖο θὰ μποῦν ὅλες οἱ γωνίες τῶν πλακῶν, γι' αὐτὸ τὸ ἄθροισμά τους πρέπει νὰ εἶναι 360⁰. Πρέπει λοιπὸν νὰ γνωρίσωμε πόσων μοιρῶν εἶναι ἡ καθεμιὰ γωνία τῶν κανονικῶν πολυγώνων.

2. Τὸ τετράγωνο ἔχει 4 γωνίες ἴσες καὶ ὀρθές. Ὥστε ἡ καθεμιὰ γωνία τοῦ τετραγώνου εἶναι 90⁰.

3. Καὶ τὸ παραλληλόγραμμο, ὁ ρόμβος τὸ ὀρθογώνιο καὶ τὸ τραπέζιο, ὅλα τὰ κανονικὰ καὶ τὰ ἀκανόνιστα τετράπλευρα ἔχουν 4 γωνίες. Τὸ ἄθροισμα τῶν γωνιῶν αὐτῶν, εἴτε εἶναι ἀπὸ δυὸ ἴσες, εἴτε εἶναι ἄνισες, εἶναι ἴσο μὲ 4 ὀρθές, ὅπως καὶ στὸ τετράγωνο.

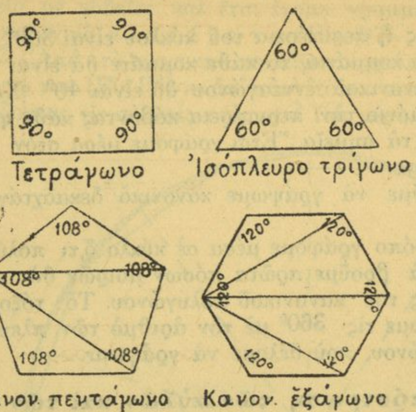
Ἡ διαγώνια χωρίζει τὸ τετράπλευρο σὲ δυὸ τρίγωνα, ποὺ εἶναι ἴσα ἀναμεταξύ τους στὸ τετράγωνο, στὸ παραλληλόγραμμο, στὸ ὀρθογώνιο καὶ στὸ ρόμβο. Ἡ ἴδια γραμμὴ χωρίζει καὶ τὶς γωνίες σὲ ἴσα ἀθροίσματα ἔτσι, ποὺ κάθε τρίγωνο ἔχει τὶς τρεῖς του γωνίες ἴσες μὲ δυὸ ὀρθές, δηλαδὴ ἴσες μὲ 180⁰. Ἀλλὰ καὶ σὲ ὅλα τὰ τρίγωνα, ὅπως μέτρησαν μὲ τὸ μοιρογνωμόνιο, οἱ τρεῖς του γωνίες εἶναι ἴσες μὲ δυὸ ὀρθές.

---

12 πλευρές, μὲ 15 πλευρὲς καὶ μὲ 18 πλευρές.

389. Ἡ δ' ὁμάδα νὰ γράψῃ στὸν πίνακα κανονικὰ πολύγωνα μὲ 36 πλευρὲς καὶ μὲ 72 πλευρές.

4. Ἂν τὸ τρίγωνο εἶναι κανονικό, ἂν εἶναι δηλαδὴ ἰσόπλευρο, θὰ ἔχῃ καὶ τὶς τρεῖς του γωνίες ἴσες κι ἑπομένως ἡ καθεμιά του θὰ εἶναι $180^0 : 3 = 60^0$.



Εἰκ. 100. Οἱ γωνίες τῶν κανονικῶν σχημάτων.

5. Κάθε πολύγωνο μὲ διαγώνιες ἀπὸ τὴν ἴδια κορυφὴ ὅλες στὴν καθεμιὰ ἄλλη κορυφὴ χωρίζεται σὲ τόσα τρίγωνα, ὅσες εἶναι οἱ πλευρές του ὀλιγώτερες δυό. Στὰ κανονικὰ πολύγωνα τὰ τρίγωνα αὐτὰ εἶναι ἴσα.

6. Τὸ κανονικὸ πεντάγωνο θὰ χωριστῇ σὲ 3 τρίγωνα καὶ ὅλες οἱ γωνίες τοῦ πενταγώνου θὰ εἶναι 6 ὀρθές, δηλ· $6 \times 90^0 = 540^0$. Ἡ μιὰ γωνία τοῦ κανονικοῦ πενταγώνου θὰ εἶναι $540 : 5 = 108^0$.

7. Τὸ κανονικὸ ἑξάγωνο θὰ χωριστῇ σὲ 4 τρίγωνα καὶ οἱ γωνίες καὶ θὰ εἶναι ἴσες μὲ 8 ὀρθές, δηλ. $8 \times 90^0 = 720^0$ Ἡ μιά του γωνία θὰ εἶναι $720 : 6 = 120^0$.

8. Μὲ αὐτὸ τὸν τρόπο βρίσκομε πώς:

Ἡ γωνία τοῦ κανονικοῦ ἑφταγώνου εἶναι 128^0 καὶ 4 ἕβδομα.

Ἡ γωνία τοῦ κανονικοῦ ὀχταγώνου εἶναι 135^0.

Ἡ γωνία τοῦ κανονικοῦ ἐννεαγώνου εἶναι 140^0

Ἡ γωνία τοῦ κανονικοῦ δεκαγώνου εἶναι 144^0

Ἔτσι βρίσκομε τὴ γωνία καὶ καθενὸς ἄλλου πολυγώνου.

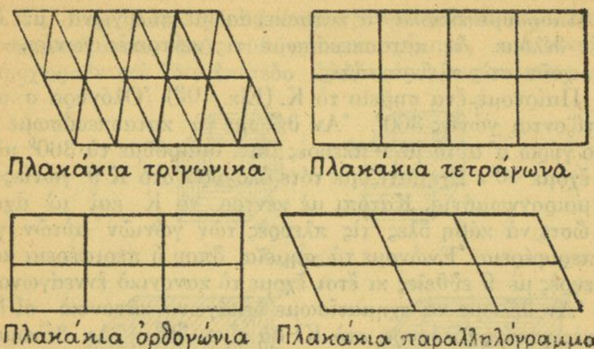
9. Ἅμα ξέρωμε τὴ γωνία τοῦ καθενὸς κανονικοῦ πολυγώνου εὔκολα μποροῦμε νὰ βροῦμε, ἂν ἀφήνῃ ἀδειανὸ διάστημα ἢ ὄχι τὸ κάθε κανονικὸ πολύγωνο. Διαιροῦμε τὸ 360 μὲ τὸν ἀριθμὸ τῶν μοιρῶν τῆς καθεμιᾶς γωνίας. Ἂν ἡ διαίρεση δὲν ἀφήσῃ ὑπόλοιπο, δὲ θὰ μείνῃ ἀνάμεσα στὶς πλάκες ἀδειανὸ διάστημα. Καὶ ὁ ἀριθμός, ποὺ θὰ βγῇ ἀπὸ τὴ διαίρεση φανερώνει πόσες πλάκες θὰ μποῦν.

10. Ἔτσι βρίσκομε οἱ τριγωνικὲς πλάκες δὲν ἀφήνουν διά-

---

390. Μὲ τί εἶδος πλακάκια μπορεῖ νὰ πλακοστρώσωμε μιὰν αὐλὴ χωρὶς ν' ἀφήσωμε στὴ μέση ἄδεια διαστήματα;

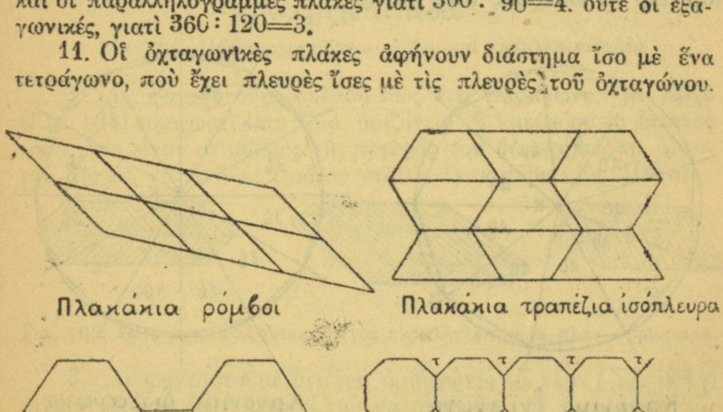
στημα, γιατὶ 360 : 60=6· ἓξ πλάκες θὰ μποῦν. Δὲν ἀφήνουν διά-



Εἰκ. 101. Πλακόστρωση χωρὶς διαστήματα στὶς γωνίες.

στημα οὔτε οἱ τετραγωνικὲς πλάκες, οἱ ρόμβοι, οἱ ὀρθογώνιες καὶ οἱ παραλληλόγραμμες πλάκες γιατὶ 360 : 90=4. οὔτε οἱ ἑξαγωνικές, γιατὶ 360 : 120=3.

11. Οἱ ὀχταγωνικὲς πλάκες ἀφήνουν διάστημα ἴσο μὲ ἕνα τετράγωνο, ποὺ ἔχει πλευρὲς ἴσες μὲ τὶς πλευρὲς τοῦ ὀχταγώνου.



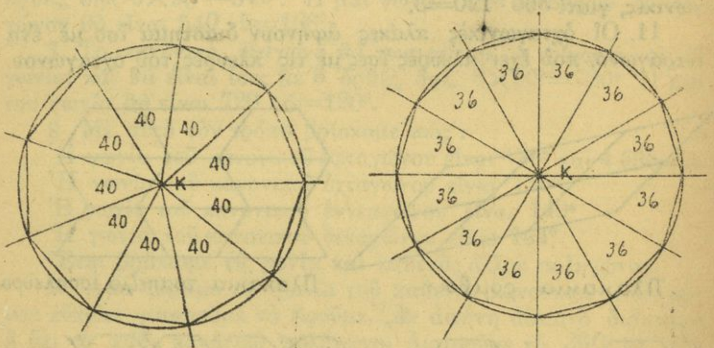
Εἰκ. 102. Διάφορες πλακοστρώσεις

17. Κανονικὰ πολύγωνα ἀπὸ κεντρικὲς γωνίες.

1. Μποροῦμε εὔκολα νὰ κατασκευάσωμε πολύγωνα μὲ ὅσες πλευρὲς θέλομε. ἂν κατασκευάσωμε τὶς κεντρικὲς γωνίες, ποὺ ἀντιστοιχοῦν στὶς πλευρὲς αὐτές.

2. Παίρνομε ἕνα σημεῖο τὸ Κ. (Εἰκ. 103). Ὁλόγυρα σ' αὐτὸ σχηματίζονται γωνίες 360^0. Ἂν θέλωμε νὰ κατασκευάσωμε πολύγωνο γύρω σ' αὐτὸ μὲ 9 πλευρὲς ἴσες, διαιροῦμε τὸ 360^0 μὲ τὸ 9 καὶ ἔχομε 40^0. Σχηματίζομε τότε ὁλόγυρα στὸ Κ 9 γωνίες 40^0 μὲ τὸ μοιρογνωμόνιο. Κατόπι μὲ κέντρο τὸ Κ καὶ μὲ ἀχτῖνα τόση, ὥστε νὰ κόβη ὅλες τὶς πλευρὲς τῶν γωνιῶν αὐτῶν γράφομε περιφέρεια. Ἑνώνομε τὰ σημεῖα, ὅπου ἡ περιφέρεια κόβει τὶς πλευρὲς μὲ 9 εὐθεῖες κι ἔτσι ἔχομε τὸ κανονικὸ ἐννεάγωνο·

3. Ἂν θέλωμε νὰ σχηματίσωμε δεκάγωνο κανονικὸ οἱ δέκα κεντρικὲς γωνίες (ὁλόγυρα στὸ Κ) θὰ εἶναι 36^0. Ἂν θέλωμε νὰ σχηματίσωμε κανονικὸ 36γωνο οἱ 36 κεντρικὲς γωνίες θὰ εἶναι 10^0 ἡ καθεμιὰ κλπ· Τὸ ἴδιο κάνομε γιὰ ὅλα τὰ εἴδη τῶν κανονικῶν πολυγώνων, δηλαδὴ διαιροῦμε τὸ 360 μὲ τὸν ἀριθμὸ τῶν πλευρῶν τους καὶ βρίσκομε πόσων μοιρῶν πρέπει νὰ εἶναι καθεμιὰ ἀπὸ τὶς κεντρικές τους γωνίες.



Κανονικὸ ἐνιάγωνο Κανονικὸ δεκάγωνο

Εἰκ. 103.

---

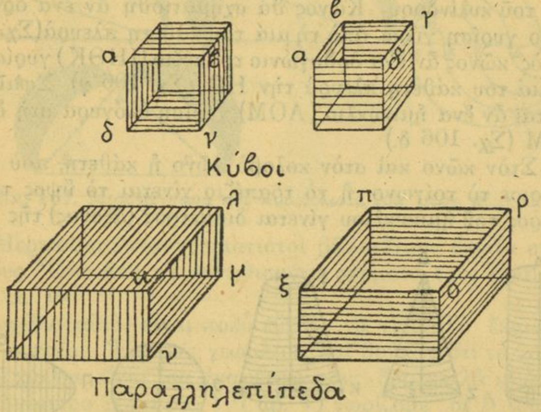
391. Κόψτε ἀπὸ χαρτιὰ κανονικὰ πεντάγωνα, κανονικὰ 16γωνα, κανονικὰ 10γωνα καὶ κανονικὰ 9γωνα καὶ δοκιμάστε ἂν μ' αὐτὰ μπορεῖ νὰ γίνῃ ταχτικὴ πλακόστρωση.

392. Ποιὰ κανονικὰ πολυγωνικὰ πλακάκια ἀφήνουν στὴν πλακόστρωση κανονικὰ διαστήματα, ποὺ μποροῦν νὰ στρωθοῦν μὲ ἄλλα κανονικὰ πολύγωνα; Δοκιμάστε μὲ ὅλα τὰ κανονικὰ πολύγωνα ὡς τὰ 15γωνα.

393. Γράψτε ἕνα πίνακα, ποὺ νὰ φανερώνῃ πόσων μοιρῶν

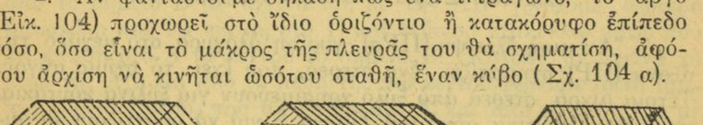
18. Πῶς σχηματίζονται στερεά.

1. Τὰ στερεά, ποὺ ἔχουν ἐπίπεδες ἐπιφάνειες, μπορεῖ νὰ ποῦμε πὼς σχηματίζονται ἀπὸ εὐθύγραμμα σχήματα, ποὺ κινοῦνται καὶ προχωροῦν στὸ ἴδιο ἐπίπεδο ὁριζόντιο ἢ κατακόρυφο.



Εἰκ 104. Πῶς σχηματίζονται κύβοι καὶ παραλληλεπίπεδα.

2. Ἂν φανταστοῦμε δηλαδὴ πὼς ἕνα τετράγωνο, τὸ αβγδ (Εἰκ. 104) προχωρεῖ στὸ ἴδιο ὁριζόντιο ἢ κατακόρυφο ἐπίπεδο τόσο, ὅσο εἶναι τὸ μάκρος τῆς πλευρᾶς του θὰ σχηματίση, ἀφότου ἀρχίση νὰ κινῆται ὡσότου σταθῆ, ἕναν κύβο (Σχ. 104 α).



Εἰκ. 105. Πῶς σχηματίζονται πλάγια παραλληλεπίπεδα, πλάγια πρίσματα.

3. Ἂν φανταστοῦμε ὅτι ἕνα ὀρθογώνιο τὸ κλμν (Σχ. 104 γ) κινηθῆ ἐπάνω στὴν πλευρά του νμ τόσο, ὅσο νὰ σταματήση κάπου (στὸ ἴδιο ἐπίπεδο) ἢ κινηθῆ ἐπάνω στὴν κάτω πλευρὰ σὲ κατακόρυφο ἐπίπεδο θὰ σχηματίση τότε ἕνα παραλληλεπίπεδο ἢ πρῖσμα. (Σχ. 104 δ) ὀρθογώνιο.

4. Ἂν κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο κινηθῆ παραλληλόγραμμο ἢ ρόμ-

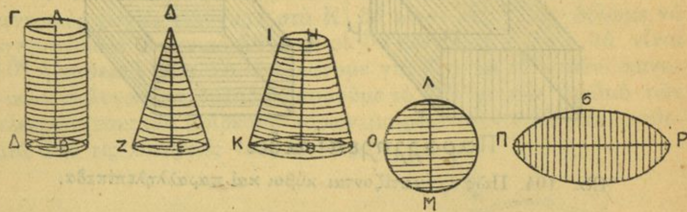
γωνία κανονικοῦ πολυγώνου ἀπὸ τὸ πεντάγωνο κατὰ σειρὰ ὡς τὸ 24γωνο.

394. Ἀπὸ τὶς κεντρικὲς γωνίες τους κατασκευάστε τὰ ἐγγεγραμμένα πολύγωνα, ποὺ ἀναφέρουν τὰ γυμνάσματα 391 καὶ 393.

βος θὰ σχηματίσουν πλάγια παραλληλεπίπεδα ἢ πλάγια πρίσματα (Εἰκ. 105). Ἂν κινηθῆ τρίγωνο ἰσόπλευρο θὰ σχηματίση τριγωνικὸ πρῖσμα.

5. Κύλινδρος σχηματίζεται ἂν ἕνα ὀρθογώνιο (ΓΔΒΑ) γυρίση ὁλόγυρα στὴν πλευρὰ τοῦ ΑΒ (Σχ. 106 α), ποὺ θὰ εἶναι ὕψος ἢ ἄξονας τοῦ κυλίνδρου. Κῶνος θὰ σχηματισθῆ ἂν ἕνα ὀρθογώνιο τρίγωνο γυρίση γύρω ἀπὸ τὴ μιά του κάθετη πλευρά(Σχ. 106 β). Κολοβὸς κῶνος ἂν ἕνα ὀρθογώνιο τραπέζιο (ΙΗΘΚ) γυρίση γύρω στὴ μιά του κάθετη πλευρὰ τὴν ΗΘ (Σχ. 106 γ). Σφαῖρα σχηματίζεται ἂν ἕνα ἡμικύκλιο (ΛΟΜ) γυρίση ὁλόγυρα στὴ διάμετρό του ΛΜ (Σχ. 106 δ.)

6. Στὸν κῶνο καὶ στὸν κολοβὸ κῶνο ἡ κάθετη, ποὺ ὁλόγυρά της γύρισε τὸ τρίγωνο ἢ τὸ τραπέζιο γίνεται τὸ ὕψος τους. Ἡ διάμετρος τοῦ ἡμικυκλίου γίνεται διάμετρος (ἄξονας) τῆς σφαίρας



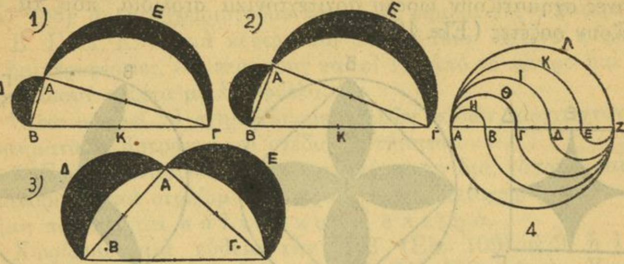
Εἰκ. 106. Στερεὰ ἀπὸ περιστροφὴ ἐπιπέδου.

7. Ἂν μισὴ ἔλλειψη (ΠΡσ) γυρίση ὁλόγυρα στὸ μεγάλο της ἄξονα (ΠΡ) σχηματίζει ἕνα στερεό, ποὺ ἔχει τὸ σχῆμα αὐγοῦ. Τέτοια μικρὰ στερεὰ ἀπὸ ξύλο χρησιμεύουν γιὰ ξύλινα κουτάκια, γιὰ ξύλινα ψεύτικα αὐγὰ τοῦ Πάσχα ἢ γιὰ νὰ ρουντίζουν οἱ γυναῖκες τὶς κάλτσες (Εἰκ. 106).

19. Μισοφέγγαρα—Ροζέτες—Σάλιαγκοι.

1. Ἂν σ' ἕνα ἡμικύκλιο γράψωμε μιὰ ἐγγεγραμμένη γωνία, ὅπως τὴ ΒΑΓ, κι ἔπειτα ἀπὸ τὸ μέσο τῆς ΑΒ φέρωμε ἡμιπεριφέρεια κύκλου μὲ ἀχτῖνα ἴση μὲ τὸ μισὸ τῆς ΑΒ, καὶ ἀπὸ τὸ μέσο τῆς ΑΓ ἄλλη ἡμιπεριφέρεια μὲ ἀχτῖνα τὸ μισὸ τῆς ΑΓ τὰ τόξα τους, ποὺ βγαίνουν ἔξω ἀπὸ τὸ ἡμικύκλιο, μαζὶ μὲ τὸ τόξο τοῦ ἡμικυκλίου σχηματίζουν τότε τὰ μισοφέγγαρα ΒΑΓ καὶ ΑΕΓ.

Τέτοια μισοφέγγαρα, ποὺ ζωγραφίζουν τὶς φάσεις τῆς σελήνης ὡς τὰ τέταρτά της, μποροῦμε νὰ γράψωμε ἐπάνω σὲ κάθε ἐγγεγραμμένη γωνία. Τὰ μισοφέγγαρα αὐτὰ λέγονται μισοφέγγαρα τοῦ Ἱπποκράτη (τοῦ γεωμέτρη ἀπὸ τὴ Χίο, ποὺ ζοῦσε στὰ 450 π. Χ.) γιατὶ αὐτὸς ὄχι μόνο τὰ κατασκεύασε, ἀλλὰ καὶ ἀπόδειξε ὅτι τὸ ἐμβαδό τους εἶναι ἴσο μὲ τὸ ἐμβαδὸ τοῦ τριγώνου, ποὺ ἐπάνω στὶς κάθετές του πλευρὲς σχηματίζονται (Εἰκ. 107).



Εἰκ. 107. Μισοφέγγαρα καὶ καμπυλωτὰ ἴσα μέρη κύκλου.

2. Μερικοὶ γιάλινοι χρωματιστοὶ βῶλοι ἔχουν ὡραῖα σχήματα μέσα τους. Ἕνα ἀπὸ τὰ συνηθισμένα σχήματά τους εἶναι καὶ τὸ 4 τῆς Εἰκ. 107.

Τὸ σχέδιο αὐτὸ εἶναι πολὺ εὔκολο νὰ γίνῃ. Τὸ ἔκαμαν καὶ αὐτὸ οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες γεωμέτρες καὶ βρῆκαν ὅτι τὰ κομμάτια αὐτὰ τοῦ κύκλου, εἶναι ἴσα ἀναμεταξύ τους, ὅσο πολλὰ κι ἂν εἶναι.

Τὴ διάμετρο ΑΖ (εἰκ. 107 ἀρ. 4) χωρίζομε σὲ 5 ἴσα μέρη. Ἔπειτα μὲ ἀχτῖνα τὸ μισὸ τῆς ΑΒ γράφομε ἡμικύκλιο ἐπάνω ἀπὸ τὴ διάμετρο στὴ μιὰν ἄκρη καὶ κάτω στὴν ἄλλη. Ἔπειτα ἀπὸ τὸ σημεῖο Β μὲ ἀχτῖνα ἴση μὲ τὴν ΑΒ γράφομε δεύτερο ἡμικύκλιο ποὺ θὰ φτάσῃ στὸ Γ καὶ δεύτερο ἡμικύκλιο κάτω ποὺ θὰ φτάσῃ στὸ Δ μὲ κέντρο τὸ σημεῖο Ε. Κατόπι μὲ ἀχτῖνα τὸ μισὸ τῆς ΑΔ, καὶ ἀπὸ τὴ μέση της γιὰ κέντρο, φέρνομε τρίτη ἡμιπεριφέρεια ἐπάνω, ποὺ θὰ φτάσῃ στὸ Δ, καὶ ἀπὸ τὴ μέση ΓΖ μὲ τὴν ἴδια ἀχτῖνα φέρνομε ἡμιπεριφέρεια πρὸς τὰ κάτω, ποὺ θὰ φτάσῃ εἰς τὸ σημεῖο Γ. Καὶ τέλος μὲ ἀχτῖνα ἴση μὲ τὴν ΑΓ φέρνομε ἡμιπεριφέρεια ἐπάνω μὲ κέντρο τὸ Γ καὶ κάτω μὲ κέντρο τὸ Δ. Τὰ ἐπάνω καὶ τὰ κάτω τόξα θὰ συναντηθοῦν στὰ σημεῖα Β,Γ,Δ, καὶ Ε, ὁ κύκλος θὰ διαιρεθῇ σὲ 5 ἴσα μέρη καὶ θὰ σχηματισθῇ τὸ σχῆμα ἐκεῖνο.

Βέβαια μποροῦμε κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο νὰ διαιρέσωμε τὸν κύκλο σὲ 4, 6, 8, 10, ὅσα θέλομε, ἴσα μέρη καὶ νὰ σχηματίσωμε ἀνάλογα σχήματα.

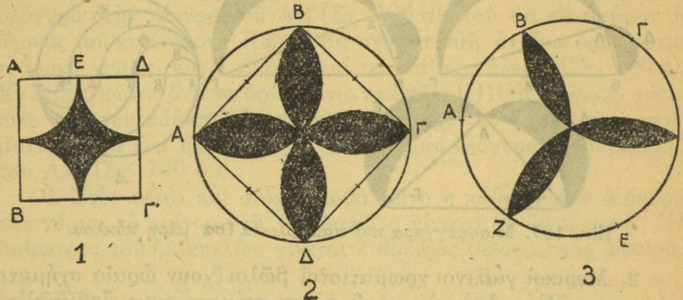
---

395. Σὲ ἡμικύκλια, ποὺ ἔχουν ἀχτῖνα: 0,08 μ.—0,10 μ. καὶ 0,05 γράψτε στὸ τετράδιό σας α′) δυὸ ἴσα μισοφέγγαρα· β′) δυὸ μισοφέγγαρα, τὸ μεγαλύτερο δεξιὰ καὶ τὸ μικρότερο ἀριστερὰ καὶ γ′) δυὸ μισοφέγγαρα ἄνισα.

396. Σὲ ἡμικύκλια μὲ διπλάσιες ἀχτῖνες ἀπὸ τὸ πρωτυτερινὸ γύμνασμα κατασκευάστε στὸν πίνακα ἀνάλογα μισοφέγγαρα.

397. Κόψτε ἕνα τετράγωνο χαρτὶ μὲ πλευρὰ 0,20 τοῦ μέτρου καὶ μὲ

3. Μὲ τὰ τέταρτα τῆς περιφέρειας καὶ μὲ τὶς διάμετρες καὶ διαγώνιες τετραγώνων καὶ τὴ διάμετρο τοῦ κύκλου οἱ ἀρχιτέχτονες σχηματίζουν ὡραῖα ἀρχιτεχτονικὰ στολίδια, ποὺ τὰ ὀνομάζουν ροζέτες (Εἰκ. 108).



Εἰκ. 108 Ροζέτες.

4. Ἡ ροζέτα ἀρ. 1. γίνεται μὲ κύκλο ἐγγεγραμμένο σὲ τετράγωνο. Γράφομε τὶς διάμεσες τοῦ τετραγώνου καὶ ἀπὸ τὶς 4 κορυφὲς τοῦ τετραγώνου γιὰ κέντρα φέρνομε τέταρτο περιφερείας μὲ ἀχτῖνα τὴ μισὴ πλευρὰ τοῦ τετραγώνου (τὴν ΑΕ).

5. Μὲ τὸ ἐγγεγραμμένο τετράγωνο καὶ τὶς διαγώνιές του σχηματίζεται ἡ ροζέτα ἀρ. 2 (Εἰκ. 108). Ἀπὸ τὰ μέσα τῶν τόξων ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, καὶ ΔΑ, ποὺ τὰ μεταχειριζόμαστε γιὰ κέντρα, καὶ μὲ τὴν ἀχτῖνα τοῦ κύκλου φέρνομε ἡμιπεριφέρειες 4 ποὺ περνοῦν ὅλες ἀπὸ τὸ κέντρο.

ἀχτῖνα ἴση μὲ 0,01 μ. γράψτε ἀπὸ μέσα ὁλόγυρά του σὲ βάθος 0,02 μ. ἡμικύκλια· στὰ ἡμικύκλια αὐτὰ γράψτε δύο ἴσα μισοφέγγαρα στὸ καθένα· χρωματίστε τα καὶ κόψτε ὁλόγυρα ἀπὸ τὰ μισοφέγγαρα τὸ τετράγωνο χαρτί.

398. Κόψτε διάφορες χάρτινες λωρίδες μὲ μισοφέγγαρα ἢ ἴσα ἢ ἄνισα ἀπὸ τὴ μιά τους πλευρὰ ὅμως ὅλα.

399. Χωρίστε ἕνα κύκλο μὲ καμπύλες γραμμὲς (μὲ ἡμικύκλια δηλαδὴ ἑνωμένα ἐπάνω καὶ κάτω ἀπὸ τὴ διάμετρό του) σὲ τρία ἴσα μέρη, σὲ τέσσερα, σὲ δύο, σὲ πέντε, σὲ ἕξι κλπ.

400. Γράψετε στὸν πίνακα ἕνα κύκλο μὲ διάμετρο ἑνὸς μέτρου καὶ χωρίστε τον σὲ δέκα ἴσα μέρη μὲ τὶς καμπύλες τῶν δύο ἡμιπεριφερειῶν (ἀχτῖνες 0,01 καὶ 0,09 μ. 0,02 μ. καὶ 0,08 μ. 0,03 καὶ 0,07 καὶ ἔτσι κατὰ σειρὰ ὡς τὸ τέλος).

401. Γράψτε ροζέτες κεντρικὲς μέσα σὲ τετράγωνα μὲ πλευρὰ 0,03 0,05 μ. 0,04 μ. καὶ 0,06 μ.

402. Γράψτε στὸ τετράδιό σας κεντρικὲς ροζέτες σ' ἑξάγωνο μέσα (μὲ ἕξι ἀχτῖνες δηλαδή). Πρῶτα σχηματίστε τὸν κύκλο.

403. Σχηματίστε στὸ τετράδιό σας κύκλο μὲ ἀχτῖνα 0,05 καὶ γράψτε ἕνα ὀχτάγωνο· στὶς διαγώνιες του φέρτε τὰ ἡμικύκλια καὶ σχηματίστε κεντρικὲς ροζέτες μὲ ὀχτὼ ἀχτῖνες.

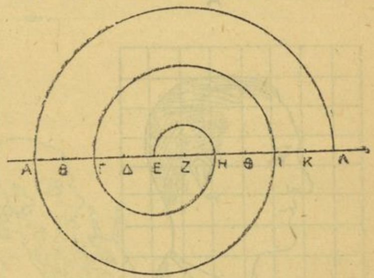
404. Ὅμοιες ροζέτες γράψτε στὸν πίνακα σὲ κύκλο μὲ ἀχτῖνα 0,20 μ.

6. Ἂν χωρίσωμε μὲ τὴν ἀχτῖνα τὴν περιφέρεια τοῦ κύκλου καὶ μὲ κέντρα τὰ σημεῖα Β, Δ, καὶ Ε φέρομε ἡμιπεριφέρειες μὲ ἀχτῖνα τὴν ἀχτῖνα τοῦ κύκλου θὰ σχηματίσωμε τὴ ροζέτα ἀρ. 3 (Εἰκ. 108)· ἂν μεταχειριστοῦμε καὶ τὰ ἕξ σημεῖα τῆς περιφέρειας (Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ) γιὰ κέντρα καὶ μὲ τὴν ἴδια ἀχτῖνα φέρωμε ἕξι ἡμιπεριφέρειες, θὰ περάσουν καὶ οἱ ἕξι ἀπὸ τὸ κέντρο καὶ θὰ σχηματίσουν ροζέτα μὲ ἕξι φύλλα.

Ἔτσι μπορεῖ νὰ σχηματίσωμε πολλῶν εἰδῶν ἀρχιτεχτονικὰ κοσμήματα ἢ ἀστράκια καὶ σχέδια κεντήματος.

7. Στὴ Γυμναστικὴ καὶ σὲ πολλὰ παιγνίδια, ὅπως καὶ σὲ μαιάνδρους καὶ στολίσματα ἀρχιτεχτονικὰ μεταχειριζόμαστε τὸ σχῆμα ποὺ λέγεται σ ά λ ι α γ κ ο ς ἢ σ π ε ῖ ρ α.

Χωρίζομε μιὰ εὐθεῖα, τὴν ΑΒ (Εἰκ. 109) σὲ 9, ἢ 11 ἢ 13 ἴσα μέρη. (ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΘ κλπ.). Κατόπι μὲ κέντρο τὸ Ζ καὶ ἀχτῖνα ἴση μὲ τὴν ΕΖ φέρνομε ἡμιπεριφέρεια ἐπάνω ἀπὸ τὴ γραμμή· μὲ κέντρο τὸ Ε καὶ ἀχτῖνα διπλάσια φέρνομε ἡμιπερεία κάτω ἀπὸ τὴ γραμμή, μὲ κέντρο πάλι τὸ Ζ καὶ ἀχτῖνα τριπλάσια φέρνομε ἡμιπεριφέρεια ἐπάνω ἀπὸ τὴ γραμμή· μὲ κέντρο πάλι τὸ Ε καὶ ἀχτῖνα τετραπλάσια πέρνομε ἡμιπεριφέρεια κάτω ἀπὸ τὴ γραμμή, κι ἔτσι κατασειρά, ὅσο θέλομε καὶ ὅπως διαιρέσαμε τὴ γραμμή. Οἱ ἡμιπεριφέρειες αὐτὲς ἑνώνονται στὰ σημεῖα Α,Γ,Ε,Η,Ι,Λ. κλπ. καὶ σχηματίζουν μιὰ καμπύλη γραμμή, τὴ σπεῖρα ἢ τὸ σάλιαγκο.



Εἰκ. 109. Σάλιαγκος ἢ σπεῖρα.

405. Γράψτε στὸ τετράδιό σας σὲ κύκλο μὲ διάμετρο 0,05 μ. ροζέτε μὲ τρία φύλλα, μὲ τέσσαρα φύλλα, μὲ ἕξι φύλλα καὶ μὲ ὀχτὼ φύλλα.

406. Ὅμοιες ροζέτες σχηματίστε στὸν πίνακα μέσα σὲ κύκλο, ποὺ ἔχει διάμετρο 0,25 μ.

407. Σχηματίστε ροζέτες ἑξάφυλλες πολλές, χρωματίστε τες μὲ διάφορα χρώματα κόψτε τες ὁλόγυρα στὰ φύλλα τους καὶ κολλῆστε τες γύρω σὲ ἕνα τετράγωνο χαρτί.

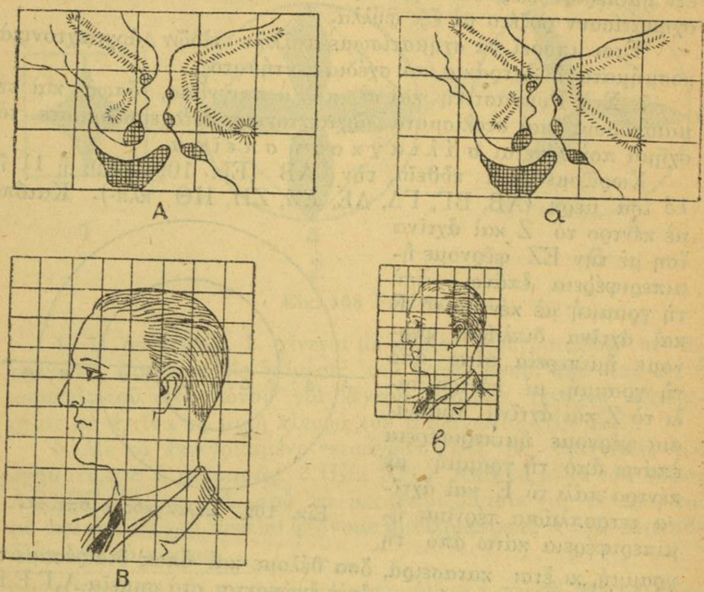
408. Γράψτε στὸ τετράδιό σας δυὸ σαλιάγκους (σπεῖρες), ποὺ κάθε καμπυλωτή τους γραμμὴ ν' ἀπέχῃ ἀπὸ τὴν ἄλλη 0,02 μ.

409. Γράψτε στὸν πίνακα ἕνα σάλιαγκο μὲ 4 καμπύλες καὶ μὲ ἀπόσταση 0,06 μ. καὶ ἕνα μὲ 6 καμπύλες καὶ μὲ ἀπόσταση 0,04 μ.

410. Ἀντιγράψτε ἀπὸ τὸ χάρτη σας τὸ νομό σας σὲ διπλάσιο μέγεθος· τὴν Κρήτη σὲ τριπλάσιο μέγεθος· τὴν Πελοπόννησο σὲ τετραπλάσιο μέγεθος. Τὴ Μακεδονία στὸ μισό· τὴν Ἑλλάδα στὸ 1)4 καὶ τὴν Εὐρώπη στὸ ὄγδοο.

20. Πῶς ἀντιγράφομε σχήματα ἢ χάρτη.

1. Ἔχομε τὸ χάρτη τοῦ Βοσπόρου καὶ θέλομε νὰ τὸν ἀντιγράψωμε· χωρίζομε τὸ χάρτη σὲ τετράγωνα μὲ ὡρισμένη πλευρὰ καὶ γύρω ἀπ' ὅλο τὸ χάρτη ἰχνογραφοῦμε ἕνα ὀρθογώνιο.



Εἰκ. 110. Ἀντιγραφὴ καὶ μίκραιμα χάρτη ἢ ζωγραφιᾶς.

Παίρνομε ἔπειτα καὶ τὸ φύλλο τοῦ χαρτιοῦ, ποὺ θὰ ἀντιγράψωμε τὸ χάρτη καὶ ἰχνογραφοῦμε ἕνα ὀρθογώνιο ἴσο μὲ τὸ ὀρθογώνιο τοῦ χάρτη καὶ αὐτὸ τὸ χωρίζομε σὲ ἴσα τετράγωνα, ὅπως καὶ στὸ χάρτη.

Ἔπειτα μὲ τὸ μάτι ἢ μὲ τοὺς πόντους ἢ καὶ μὲ ἕνα φύλλο χαρτί, χαράζομε ἀνάμεσα στὰ τετράγωνα τὶς γραμμὲς τοῦ χάρτη καὶ ἀντιγράφομε μὲ προσοχὴ τὰ μέρη του.

---

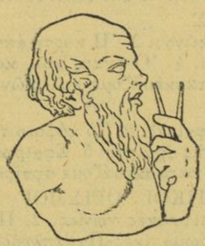
411. Ἀντιγράψτε ἀπὸ τὸ ἀναγνωστικό σας, ὅποια εἰκόνα σᾶς ἀρέσει στὸ μισό, στὸ 1)3 της, στὸ διπλάσιό της καὶ στὸ τετραπλάσιο.

412. Ἀντιγράψτε ἀπὸ κανένα ταχυδρομικὸ δελτάριο τὴν Ἀκρόπολη καὶ τὴν Ἁγία Σοφία στὸ διπλάσιο ἢ στὸ τετραπλάσιό της.

413. Ἀπὸ τὰ γραμματόσημα ἀντιγράψτε τὸν Ἰσθμὸ τῆς Κορίνθου στὸ δεκαπλάσιο καὶ τὸν Ἑρμῆ στὸ πενταπλάσιο.

21. Πῶς μεγαλώνομε ἢ πῶς μικραίνομε ἰχνογράφημα ἢ χάρτη

1. Τὸ μεγάλωμα ἢ τὸ μίκραιμα τοῦ χάρτη ἢ ἑνὸς σχήματος γίνεται ὅπως καὶ ἡ ἀντιγραφή, μὲ τὴ διαφορὰ πὼς τὰ τετράγωνα στὸ χαρτὶ τῆς ἰχνογραφίας θὰ εἶναι διπλάσια, τριπλάσια κτλ. ἂν πρόκειται νὰ μεγαλώσωμε τὸ σχῆμα ἐκεῖνο 2 ἢ 3 φορὲς κλπ. ἢ θὰ εἶναι τὰ μισά, τὰ τέταρτα κλπ. ἂν πρόκειται νὰ μικραίνωμε τὸ σχῆμα δυὸ ἢ τέσσερεις φορὲς κλπ. Ἔπειτα ἀντιγράφομε μὲ προσοχὴ στὸ κάθε τετράγωνο τοῦ χαρτιοῦ μας, ὅτι εἶχε τὸ ἀντίστοιχο τετράγωνο τοῦ σχήματος ἢ τοῦ χάρτη. (Εἰκ. 110).



ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ

ΤΕΛΟΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

10

ΑΝΑΓΝΩΣΤΙΚΑ ΕΓΚΕΚΡΙΜΕΝΑ

Π. ΝΙΡΒΑΝΑ – Δ. Γ. ΖΗΣΗ – Δ. ΚΟΝΤΟΓΙΑΝΝΗ

Δ. Π. ΔΑΜΑΣΚΗΝΟΥ

ΠΡΟΣΚΟΠΟΣ Διὰ τὴν Δ΄. τάξ.....................Δρ. 19.20
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΖΩΗ Διὰ τὴν Ε΄. τάξ. (Δημοτικῆς).. » 25.20
ΕΚΛΕΚΤΑΙ ΣΕΛΙΔΕΣ Διὰ τὴν Ε΄. τάξ. (Καθαρ.).. » 18.30
ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΑΤΡΙΔΑ » » ΣΤ΄. » (Δημοτικῆς) » 28.20
ΑΝΑΓΕΝΝΗΣΙΣ » » » » (Καθαρ.) » 21.40

Ἅπαντα εἰς Β΄ ἔκδοσιν

Δ. Π. ΔΑΜΑΣΚΗΝΟΥ

ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΗ Διὰ τὴν Γ΄ τάξ 403 Γυμνάσματα καὶ ἀσκήσεις........................ » 10.—
ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΗ Διὰ τὴν Δ΄ τάξ. 425 Γυμνάσματα καὶ ἀσκήσεις........................ » 10.—
ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΗ Διὰ τὴν Ε΄ τάξ. 488 Γυμνάσματα καὶ ἀσκήσεις........................ » 12.—

Τὰ μεθοδικώτερα καὶ ἀρτιώτερα τοῦ εἴδους των βιβλία, ἀπαραίτητα διὰ τὴν διδασκαλίαν τοῦ γλωσσικοῦ μαθήματος.

Δ. Π. ΔΑΜΑΣΚΗΝΟΥ καὶ Μ. ΚΑΛΥΒΟΠΟΥΛΟΥ

Ἡ Γεωμετρία τοῦ Δημοτικοῦ Σχολείου

Α΄. ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ τῆς Ε΄ τάξ. 125 εἰκόνες καὶ 438 Γυμνάσματα, ἀσκήσεις καὶ κατασκευές· πρωτότυπον καὶ μοναδικὸν εἰς τὸ εἶδος του βιβλίον.... » 10.—

Β΄. ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ τῆς ΣΤ΄ τάξ. 120 εἰκόνες 415 Γυμνάσματα, ἀσκήσεις καὶ κατασκευές· τὸ συμπλήρωμα τῆς Γεωμετρίας τῆς Ε΄. τάξ. Ἐπίσης μεθοδικώτατα συνταχθέν........................ » 10.—